

## 第十章 地震波及び土地の振動

### 185. 地震波の種類に就て

地震の波がその震源で起されるときに傳はる波は、若し土地が均一の性質を有し且つ半無限固體であるときには、縦波、横波、及び表面波である所の Rayleigh 波がこの順序に夫々特有の速度を以て傳はるのである。表面に均一の性質を有する層があるときには、この外 Love 波を伴ふことになる。この場合に Love 波は勿論のこと、Rayleigh 波も波長によつて速度が異なるものである。之等は地震の記象に夫々の位相を與へるものであつて、初期微動繼續時間は縦波と横波との速度の差に起因して大體震源距離に比例することがわかる。表面層があつたり、地表に曲率があるときは地震波に反射や屈折があつて、上に述べたやうな簡単な位相が直ちに決定できるものではなく、夫々の反射波や屈折波に對して種々の位相が現はれ、問題が非常に複雑になつて來るものである。

地震波の理論は地盤が地震波の如き程度の周期に對しては大體弾性體と見做し得ること及びそれが實驗の結果とも餘り喰違ひがないので、一般に弾性波の議論をすれば大して誤がないやうに思はれる。しかしながら、それは地盤の境界等の條件が割合に簡単な場合には取扱が容易であるけれども、稍複雑な場合になると弾性力學を自由に用ひることができぬやうになる。その場合には已むを得ず、單に波動方向等に對する幾何のみを考へて、恰も光の取扱に對して幾何光學を用ひるのと同一筆法を採用することが屢々あるのである。このやうな略式計算によつても、計算を行はぬ場合に比して遙かに面白い性質がわかるものである。殊に弾性力學等を用ひ得る場合には極めて重要な地震の性質がわかる。地震波の研究は同時に弾性力學に對して非常に廣い應用範囲を與へるものであつて、他の振動問題などは比較にもならない程である。それだけなく、地震の如く我々の達し得ない地盤の中に起り實驗も完全に果し得ない現象に對して弾性力學を應用することはむしろ當を

得たものともいふべきである。

本章に於てはでき得る限り弾性波動の性質を應用して地震動の夫々の場合の説明を試み、又、弾性波動論の方法を用ひ得ない所は幾何學的方法によつて問題を解き、後に實際の震源結果と比較することにした。終りには地震に直接關係のない土地の振動、即ち脈動や、機械及び工作物の攪亂の爲に起る土地の振動問題を取扱ふことにした。

### 186. 震源から出る縦波横波の種類及びその発生の機構<sup>1)2)</sup>

地震が實際に起るときの震源の状態は非常に複雑なものに違ひないが、問題を簡単にする爲に震源を球状のものと假定して之らから出る波動を考へて見る。極く簡単な常識的場合は Jeffreys<sup>3)</sup> も考へてゐるけれども、それだけでは委しい性質を出すことができない。さて、波動の傳はる固體は各方向に無限に連なる弾性體と見ておく。球座標を取り、その半径  $r$  の方向及び之に直角なる  $\theta, \phi$  二つの方向変位を  $u, v, w$  と書くと、その運動方程式は

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \Delta}{\partial r} - 2\mu \left\{ \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\varpi_\phi \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \varpi_\theta}{\partial \phi} \right\}, \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= (\lambda - 2\mu) \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta}{\partial \theta} - 2\mu \left\{ \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \varpi_r}{\partial \phi} - \frac{1}{r} \frac{\partial(r \varpi_\phi)}{\partial r} \right\}, \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Delta}{\partial \phi} - 2\mu \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial(r \varpi_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \varpi_r}{\partial \theta} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

で與へられる。茲に  $\rho$  は密度、 $\lambda, \mu$  は Lamé の弾性係数、 $\Delta, \varpi_r, \varpi_\theta, \varpi_\phi$  には次の意味がある：

<sup>1)</sup> 筆者、"Dilatational and Distortional Waves generated from a Cylindrical or a Spherical Origin," 地震研究所彙報、2 (1927), 13-20; E. Meissner u. G. Krumbach, Handb. d. Exp.-Phys., 25, Geophysik (1931), Kapt. 1, § 2, S. 449.

<sup>2)</sup> 筆者、"Amplitude of P- and S-waves at Different Focal Distances," 地震研究所彙報、10 (1932), 299-300.

<sup>3)</sup> H. Jeffreys, "On the Amplitudes of Bodily Seismic Waves," Roy. Astr. Soc., Geophys. Suppl., 1 (1926), 334-348.



第 144 圖

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[ \frac{\partial (ur^2 \sin \theta)}{\partial r} + \frac{\partial (vr \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial (wr)}{\partial \phi} \right], \\ 2\omega_r &= \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (wr \sin \theta) - \frac{\partial}{\partial \phi} (vr) \right], \\ 2\omega_\theta &= \frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial u}{\partial \phi} - \frac{\partial (vr \sin \theta)}{\partial r} \right], \\ 2\omega_\phi &= \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial (vr)}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial \theta} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

(1), (2)から  $u, v, w$  を消去すると次式が出る:

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \left[ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \Delta}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \Delta}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Delta}{\partial \phi^2} \right], \\ \rho \frac{\partial^2 \omega_r}{\partial t^2} &= \mu \left[ \frac{\partial^2 \omega_r}{\partial r^2} + \frac{4}{r} \frac{\partial \omega_r}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \omega_r + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \omega_r}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \omega_r}{\partial \phi^2} \right], \\ \rho \frac{\partial^2 \omega_\theta}{\partial t^2} &= \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (\omega_\theta)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \omega_\theta}{\partial \phi^2} - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 (\omega_\phi \sin \theta)}{\partial \phi \partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \omega_r}{\partial r \partial \theta} \right], \\ \rho \frac{\partial^2 \omega_\phi}{\partial t^2} &= \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (\omega_\phi)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 \partial \theta} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial (\omega_\phi \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{1}{r^2 \partial \theta \sin \theta} \frac{1}{\partial \phi} \frac{\partial \omega_\theta}{\partial \phi} - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2 \omega_r}{\partial r \partial \phi} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(3)に於て次の如く置いて式(5)を出す。

$$\Delta = e^{i\omega t} \Delta', \quad \omega_r = e^{i\omega t} \omega'_r, \quad \omega_\theta = e^{i\omega t} \omega'_\theta, \quad \omega_\phi = e^{i\omega t} \omega'_\phi. \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\rho p^2}{(\lambda + 2\mu)} &= \frac{1}{\Delta'} \left[ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \Delta'}{\partial r} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \Delta'}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Delta'}{\partial \phi^2} \right] = -k^2, \end{aligned} \right\} \quad (5a)$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\rho p^2}{\mu} &= \frac{1}{\omega'_r} \left[ \frac{\partial^2 \omega'_r}{\partial r^2} + \frac{4}{r} \frac{\partial \omega'_r}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \omega'_r \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \omega'_r}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \omega'_r}{\partial \phi^2} \right] = -k^2, \end{aligned} \right\} \quad (5b)$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\rho p^2}{\mu} &= \frac{1}{\omega'_\theta} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (\omega'_\theta)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \omega'_\theta}{\partial \phi^2} \right] \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 (\omega'_\phi \sin \theta)}{\partial \phi \partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \omega'_r}{\partial r \partial \theta} \right] = -k^2, \quad (5c)$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\rho p^2}{\mu} &= \frac{1}{\omega'_\phi} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (\omega'_\phi)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 \partial \theta} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial (\omega'_\phi \sin \theta)}{\partial \theta} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{r^2 \partial \theta} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \omega'_\theta}{\partial \phi} - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2 \omega'_r}{\partial r \partial \phi} \right] = -k^2. \end{aligned} \right\} \quad (5d)$$

上の式を解けば

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= A_{mn} \frac{H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(hr)}{\sqrt{r}} P_n^m(\cos \theta) \cos m\phi e^{i\sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}ht}, \\ 2\omega_r &= B_{mn} \frac{H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(kr)}{r^{3/2}} P_n^m(\cos \theta) \sin m\phi e^{i\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}ht}, \\ 2\omega_\theta &= \left[ C_{mn} \frac{H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(kr)}{\sqrt{r}} \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \right. \\ &\quad \left. + \frac{B_{mn}}{n(n+1)} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \{ \sqrt{r} H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(kr) \} \frac{d P_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \right] \sin m\phi e^{i\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}ht}, \\ 2\omega_\phi &= \left[ C_{mn} \frac{H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(kr)}{m\sqrt{r}} \frac{d P_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \right. \\ &\quad \left. + \frac{B_{mn}m}{n(n+1)} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \{ \sqrt{r} H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(kr) \} \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \right] \cos m\phi e^{i\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}ht}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

(6)の  $\Delta$  に相当し,  $\omega_r = \omega_\theta = \omega_\phi = 0$  を満足する変位  $(u_1, v_1, w_1)$  は次式で示される:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= -\frac{A_{mn}}{h^2} \frac{d}{dr} \frac{H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(hr)}{\sqrt{r}} P_n^m(\cos \theta) \cos m\phi e^{i\sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}ht}, \\ v_1 &= -\frac{A_{mn}}{h^2} \frac{H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(hr)}{r^{3/2}} \frac{d P_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \cos m\phi e^{i\sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}ht}, \\ w_1 &= \frac{mA_{mn}}{h^2} \frac{H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(hr)}{r^{3/2}} \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \sin m\phi e^{i\sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}ht}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(6)の  $\omega_r$  及  $\omega_\theta, \omega_\phi$  の二つの各の第二の項を満足し同時に  $\Delta=0$  を充す変位  $(u_2, v_2, w_2)$  は次式で表される:

$$\left. \begin{aligned} u_2 &= 0, \\ v_2 &= \frac{mB_{mn}}{n(n+1)} \frac{H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(kr)}{\sqrt{r}} \frac{P_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta} \cos m\phi e^{i\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}x}, \\ w_2 &= -\frac{B_{mn}}{n(n+1)} \frac{H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(kr)}{\sqrt{r}} \frac{dP_n^m(\cos\theta)}{d\theta} \sin m\phi e^{i\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}x}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

(6) の  $v_2, w_2$  の各の第一項及び  $\Delta = w_r = 0$  を満足する変位  $(u_2, v_2, w_2)$  は次式の如く書かれる:

$$\left. \begin{aligned} u_2 &= -\frac{n(n+1)C_{mn}}{mk^2} \frac{H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(kr)}{r^{3/2}} P_n^m(\cos\theta) \cos m\phi e^{i\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}x}, \\ v_2 &= -\frac{C_{mn}}{mk^2} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left\{ \sqrt{r} H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(kr) \right\} \frac{dP_n^m(\cos\theta)}{d\theta} \cos m\phi e^{i\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}x}, \\ w_2 &= \frac{C_{mn}}{k^2} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left\{ \sqrt{r} H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(kr) \right\} \frac{P_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta} \sin m\phi e^{i\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}x}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

無限固體の中の一つの中心から諸方向へ出る波動は三種類存在することがわかる。 $(u_1, v_1, w_1)$  は波動速度が  $\sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}$  であり、これを縦波 (dilatational waves) 又は  $P$  波と稱し、 $(u_2, v_2, w_2), (u_3, v_3, w_3)$  は波動速度が何れも  $\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$  であつて之を横波 (distortional waves) 又は  $S$  波と名づける。而して之によつて横波には二種類の波動が存在することがわかる。今假りに  $(u_3, v_3, w_3)$  を第一種の  $S$  波、 $(u_2, v_2, w_2)$  を第二種の  $S$  波と名づけることにする。

一體、 $P$  波と  $S$  波とは如何なる割合で出るものかといふに、理想的の場合を考へると震源の應力状態又は變位状態によつて決定することができる。即ち、應力の場合にはそれが、 $\hat{rr}, \hat{\theta\theta}, \hat{\phi\phi}, \hat{r\theta}, \hat{\theta\phi}, \hat{\phi r}$  が垂直應力及び剪應力であるから、例へば  $r=a$  の如き震源面を想像して見ると、

$$\left. \begin{aligned} \hat{rr} &= \lambda\Delta + 2\mu \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \hat{\theta\theta} = \lambda\Delta + 2\mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{v}{r} \right), \\ \hat{\phi\phi} &= \lambda\Delta + 2\mu \left( \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial w}{\partial \phi} + \frac{w}{r} \cot\theta + \frac{u}{r} \right), \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{r\theta} &= \mu \left( \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right), \quad \hat{\theta\phi} = \mu \left\{ \left( \frac{\partial w}{\partial \theta} - w \cot\theta \right) + \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial v}{\partial \phi} \right\}, \\ \hat{\phi r} &= \mu \left( \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w}{r} \right) \end{aligned} \right\}$$

なる關係が夫々  $\hat{rr}, \hat{\theta\theta}, \hat{\phi\phi}, \hat{r\theta}, \hat{\theta\phi}, \hat{\phi r}$  を満足するやうに定めればよいのである。之によつて  $A_{mn}, B_{mn}, C_{mn}$  の如き係數の割合が定まり、從て  $P$  波、 $S$  波の波動振幅の割合が定まるものである。しかし具體的に問題を考へると、 $(u_1, v_1, w_1)$  なる  $P$  波は常に  $(u_2, v_2, w_2)$  の第一種  $S$  波と組合つて (10) の如き關係を満足するものであり、 $(u_2, v_2, w_2)$  の如き第二種の  $S$  波は多く單獨で (10) を満足するものである。斯の如くして  $r=a$  に於て應力の狀態を満足するときは、それから外方では  $P$  波と  $S$  波とが分れて夫々固有の速度を以て傳播することになり、夫々の波動の始まりの時間が震源距離に比例して遅れて行くものである。このことから所謂初期微動繼續時間といふ言葉も生れるのである。

さて、 $(u_1, v_1, w_1)$  は (7) でわかるやうに傳播方向の變位  $u_1$  が  $r$  に反比例して小さくなるのに、 $v_1, w_1$  は  $r^2$  に反比例して小さくなることがわかる。又、 $(u_2, v_2, w_2)$  は傳播方向に直角の變位  $(v_2, w_2)$  が  $r$  に反比例して小さくなるのに、 $u_2$  は  $r^2$  に反比例して小さくなることがわかる。然るに  $(u_2, v_2, w_2)$  の  $v_2, w_2$  は  $v_3, w_3$  と同じ法則に従ひ  $w_2$  は初めから零であることが知られる。之によつて縦波は震源の方向に向ひ、横波はそれに直角の變位が大であるといふこともわかると思ふ。

又、方角によつて  $P$  波の比較的に大きく出る所では  $S$  波がそれ程大きくなく、 $P$  波の小なる方角では逆に  $S$  波が大なる振幅を有することもあり得ることがわかる。同時に、地震波が方向性を維持し得る事も知られると思ふ。

一體、地震波に  $\sqrt{(\lambda+2\mu)/\rho}$  と  $\sqrt{\mu/\rho}$  なる二つの速度のものがあり得ることは Poisson が 1831 年頃既に述べてゐるけれども、その振幅の分布や二種の  $S$  波のあることはこれまであまり注意されなかつた。第一種の  $S$  波は、 $P$  波の出るやうな源點からは常に伴つて出るものであらうが、第二種の  $S$  波は源點に單に非變容的の剪力のみの働くやうな場合に起るものであることが想像される。

一般の波動體の中で源點が與へられたる振動をなすときに各方向へ對稱的に波動の傳はる問題は Stokes<sup>1)</sup> が 1849 年頃述べてより同様な問題で電波や音波の場合に對しては Hertz, Lord Rayleigh の論文がある。彈性體の中で源點が簡単な動き方をなす場合の波動の傳はり方については L. Lorenz や Love<sup>2)</sup> の報告があり之等は Love<sup>3)</sup> の彈性力學の教科書にも再録してある。このやうな理論を實際の震震結果と比較したものには松澤博士<sup>4)</sup> の研究がある。

尚地震波の P 波が S 波に比較して一般に振幅の小なることは既知の事柄であるけれども、これは P 波の效果的振動週期が短いといふことから説明できるが現今之知識では本質的の證明には未だ完全には達し得ぬものである。

地震波の押しと引きとは若し固體に分散性がなければ如何なる震源距離までも保持されることは計算で明かであるが、この問題の震震的研究は志田博士の古い結論があり、又押しや引きが實際に球函數的に分布してゐることは石本博士<sup>5)</sup> 其他の統計的研究がある。又もつと實際的の調査は岸上理學士<sup>6)</sup>、福富理學士<sup>7)</sup> 其他氣象臺の研究員方々の古くからの研究がある。押しと引きについてよくまとまつた報告としては長谷川助教授<sup>8)</sup> や驚坂氏<sup>9)10)</sup> の論文がある。

### 187. Rayleigh 表面波及びその分散性

Rayleigh 波の速度 半無限彈性體の上に表面波の傳はり得ることは 1887 年

- 1) G. G. Stokes, "Dynamical Theory of Diffraction," *Math. & Phys. Papers*, 2, p. 242.
- 2) A. E. H. Love, *Proc. Math. Soc., London*, [2], 1 (1904), 291.
- 3) A. E. H. Love, *The Mathematical Theory of Elasticity* (Cambridge), Chap. 18, § 212.
- 4) 松澤武雄, "On the Relative Magnitude of the Preliminary and the Principal Portion of Earthquake Motions," 天文地球物理學報, 4 (1926-7), 1-34.
- 5) 石本巳四雄, 地震研究所彙報, 10 (1932), 449-471.
- 6) 岸上冬彦, "關東地方の地震の初動に就て," 地震, 4 (1932), 18-25.
- 7) 福富孝治, "關東地方に發生する地震初動の特性," 地震, 3 (1932), 592-616.
- 8) 長谷川萬吉, "Die erste Bewegung bei einem Erdbeben," *Gerl. Beitr. z. Geophys.*, 27 (1930), 103.
- 9) 驚坂清信, "A Relation between the Motion at a Hypocentre...," 中央氣象臺歐文彙報, 3 (1930), No. 3.
- 10) 驚坂清信, "On the Motion of the Seismic Origin of the North Idu Earthquake," 中央氣象臺歐文彙報, 6 (1932), 223-233.

Lord Rayleigh<sup>1)</sup> が數學的に發見したものであつて、その後多くの人が之を研究して Rayleigh だけではわからなかつた種々の波動性質が明かになつた。

Rayleigh の論文には一次元的波動だけ取扱つてあるから、波動速度と振幅のやうなもののみはわかつた。それによると、 $\rho, \lambda, \mu$  を彈性體の密度及び彈性とするとき、彈性體が非變容性 ( $\lambda/\mu = \infty$ ) の場合には速度が  $0.9553\sqrt{\mu/\rho}$  であり、Poisson 比が  $1/4$  ( $\lambda = \mu$ ) のときには  $0.9194\sqrt{\mu/\rho}$  である。之等は波長には無關係なことがわかる。質點の orbit は橢圓形であつて、表面の運動は  $\lambda/\mu = \infty$  のときには上下と傳播方向との振幅比が 2:1 であるのに  $\lambda/\mu = 1$  のときには 3:2 である。又彈性體中の振幅は表面から深くなるに従て急激に小さくなることがわかる。

Rayleigh 波の振幅の方向的分布 この問題の二次元的の場合で源點に對して對稱的に波動する場合の研究や、波動源が地表面の壓力變化又は地中の一一點の振動點に相當する問題には Lamb<sup>2)</sup> の面白い研究がある。一次元的の場合で源點が地中にある場合は中野博士<sup>3)</sup> によつて委しく吟味された。又、二次元的波動問題で波動振幅が方位的に方向性のある問題については筆者<sup>4)</sup> や中野博士<sup>5)</sup> の研究がある。こゝに筆者が斯る場合の研究を試みたものを示して見よう。

鉛直方向に  $z$  軸を有する圓筒座標  $(r, \theta, z)$  を取り、 $u, v, w$  をそれ等の方向の変位とすれば、振動の方程式が次の如くなる：

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \Delta}{\partial r} - \frac{2\mu}{r} \frac{\partial \omega_r}{\partial \theta} + 2\mu \frac{\partial \omega_\theta}{\partial z}, \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta}{\partial \theta} - 2\mu \frac{\partial \omega_r}{\partial z} + 2\mu \frac{\partial \omega_z}{\partial r}, \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \Delta}{\partial z} - \frac{2\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\omega_\theta) + \frac{2\mu}{r} \frac{\partial \omega_r}{\partial \theta}, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

1) Lord Rayleigh, "On Waves propagated along the Plane Surface of an Elastic Solid," *Proc. Math. Soc., London*, 17 (1887) 4-11; *Sci. Papers*, 2, 441-447.

2) H. Lamb, "The Propagation of Tremors over the Surface of an Elastic Solid," *Phil. Trans. Roy. Soc., London*, [A], 203 (1904), 1-42.

3) 中野廣, "On Rayleigh Wave," 天文地球物理學報, 2 (1924-25), 283-326.

4) 筆者, "Rayleigh-waves having Some Azimuthal Distribution," 帝國學士院紀事, 4 (1928), 287, 地震研究所彙報, 6 (1929), 1-18.

5) 中野廣, "Rayleigh Wave in Cylindrical Coordinates," 中央氣象臺歐文彙報, 1 (1929), 255-303.

茲に

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= \frac{1}{r} \frac{\partial(u)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z}, \quad 2\omega_r = \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{\partial u}{\partial z}, \\ 2\omega_\theta &= \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial r}, \quad 2\omega_z = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(ru)}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial \theta} \right). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

(11), (12) から  $(u, v, w)$  を消去すれば,

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \left\{ \frac{\partial^2 \Delta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Delta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Delta}{\partial z^2} \right\}, \\ \rho \frac{\partial^2 \omega_r}{\partial t^2} &= \mu \left\{ \frac{\partial^2 \omega_r}{\partial r^2} + \frac{3}{r} \frac{\partial \omega_r}{\partial r} + \frac{\omega_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \omega_r}{\partial z^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \omega_z}{\partial z} \right\}, \\ \rho \frac{\partial^2 \omega_\theta}{\partial t^2} &= \mu \left\{ \frac{\partial^2 \omega_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega_\theta}{\partial r} - \frac{\omega_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \omega_\theta}{\partial z^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \omega_r}{\partial \theta} \right\}, \\ \rho \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial t^2} &= \mu \left\{ \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial z^2} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

となる。この中の第一, 第四式の解は

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= A_m H_m^{(2)}(kr) e^{-\alpha r + i\beta t} \cos \{m\theta\}, \\ 2\omega_z &= B_m H_m^{(2)}(kr) e^{-\alpha r + i\beta t} \sin \{m\theta\} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$k^2 = \alpha^2 + h^2 = \beta^2 + j^2, \quad h^2 = \frac{\rho p^2}{\lambda + 2\mu}, \quad j^2 = \frac{\rho p^2}{\mu}$$

で示される。 $2\pi/k$  が波長であつて、 $2\pi/p$  が周期に當る。之等と (13) から

$$2\omega_r = \left\{ C_m \frac{H_m^{(2)}(kr)}{r} - \frac{\beta}{k^2} B_m \frac{\partial H_m^{(2)}(kr)}{\partial r} \right\} e^{-\alpha r + i\beta t} \sin \{m\theta\}, \quad (15)$$

$$2\omega_\theta = \left\{ C_m \frac{1}{m} \frac{\partial H_m^{(2)}(kr)}{\partial r} - \frac{\beta}{k^2} B_m \frac{H_m^{(2)}(kr)}{r} \right\} e^{-\alpha r + i\beta t} \cos \{m\theta\} \quad (16)$$

の解が出て来る。(14) の  $\Delta$  及 (12) の  $\omega_z = \omega_r = \omega_\theta$  を満足する變位  $(u_1, v_1, w_1)$  は

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= -A_m \frac{1}{h^2} \frac{\partial H_m^{(2)}(kr)}{\partial r} e^{-\alpha r + i\beta t} \cos \{m\theta\}, \\ v_1 &= A_m \frac{m}{h^2} \frac{H_m^{(2)}(kr)}{r} e^{-\alpha r + i\beta t} \sin \{m\theta\}, \\ w_1 &= A_m \frac{\alpha}{h^2} H_m^{(2)}(kr) e^{-\alpha r + i\beta t} \cos \{m\theta\} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

で示され、 $\Delta = 0$ , (14) の  $\omega_z$ , (15), (16) の  $\omega_r, \omega_\theta$  の第二項を満足する  $(u_2, v_2, w_2)$  は

$$\left. \begin{aligned} u_2 &= B_m \frac{m}{h^2} \frac{H_m^{(2)}(kr)}{r} e^{-\alpha r + i\beta t} \cos \{m\theta\}, \\ v_2 &= -B_m \frac{1}{h^2} \frac{\partial H_m^{(2)}(kr)}{\partial r} e^{-\alpha r + i\beta t} \sin \{m\theta\}, \\ w_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

で與へられる。又、 $\Delta = \omega_z = 0$  及  $\omega_r, \omega_\theta$  の第一項を満足する  $(u_3, v_3, w_3)$  は

$$\left. \begin{aligned} u_3 &= C_m \frac{\beta}{m j^2} \frac{\partial H_m^{(2)}(kr)}{\partial r} e^{-\alpha r + i\beta t} \cos \{m\theta\}, \\ v_3 &= -C_m \frac{\beta}{j^2} \frac{H_m^{(2)}(kr)}{r} e^{-\alpha r + i\beta t} \sin \{m\theta\}, \\ w_3 &= -C_m \frac{k^2}{m j^2} H_m^{(2)}(kr) e^{-\alpha r + i\beta t} \cos \{m\theta\} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

となる。 $(u_2, v_2, w_2)$  はこの問題では不要である。表面  $z=0$  は應力が働くから

$$\lambda \Delta + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} = 0, \quad (20)$$

茲に  $u=u_1+u_3, v=v_1+v_3, w=w_1+w_3$  である。この條件から

$$\left( \frac{C_m}{m} \right) / A_m = \frac{2j^2 \sqrt{k^2 - h^2}}{h^2 (2k^2 - j^2)} \quad (21)$$

となり、波動速度は普通の Rayleigh 波の場合と同じになる。今、 $\lambda=\mu$  のときを取ると、變位の分布は

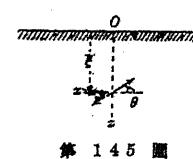
$$\left. \begin{aligned} u &= -\frac{1.50 A_m}{k} \frac{\partial H_m^{(2)}(kr)}{\partial (kr)} e^{i\beta t} \cos \{m\theta\}, \\ v &= \frac{1.50 m A_m}{k} \frac{H_m^{(2)}(kr)}{kr} e^{i\beta t} \sin \{m\theta\}, \\ w &= -\frac{2.21 A_m}{k} H_m^{(2)}(kr) e^{i\beta t} \cos \{m\theta\} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

となり、この關係から Rayleigh 波傳播の方向に直角の水平變位は、それが源點附近

にたとひ存在しても、震央距離が遠くなるに従て急激に小さくなることや、 $v$  の存在する方角では  $u, w$  が小さく、 $u, w$  の優勢なる方角では  $v$  の存在する傾向さへも少くないことが知られるのである。實際問題でも斯る傾向を取り得ることは、本多理學士<sup>1)</sup> の論文に他の問題と一緒に説明されてゐる。

**Rayleigh 波の生成** 筆者は更に進んで問題を地球の様な球面上の場合に擴張して見たがやはり同じやうな性質のあることがわかつたのである。<sup>2)</sup> Jeans<sup>3)</sup> も亦同様な問題の近似的解を出した。地體内にダブレット式の源點<sup>4)</sup> や更に高次の極子<sup>5)</sup> を置いて考へるときにも一般の方位的分布を有する Rayleigh 波を得ることができる。

左圖に示すが如き方向に  $z$  軸を取り、( $r=0, z = \xi$ ) に源點を置き、 $\theta$  なる傾の主軸を有する極子を考へると、源點の dilatation を次の如く取つてもよい。斯る表式によつて高次の spherical harmonics に相當する縦波的振動源を得ることができるものである。



第 145 圖

之を次式

$$\Delta'_0 = Ae^{i\omega t} \left( \cos \theta \frac{\partial}{\partial x} + \sin \theta \frac{\partial}{\partial z} \right)^n e^{-ik\sqrt{r^2+(z-\xi)^2}}. \quad (23)$$

を應用して變形し且つ  $z=0$  の表面で應力零といふ條件を用ひるとときは、結局次の

1) 本多弘吉、"On the Initial Motion and the Types of the Seismograms of the North Idu and Its Earthquakes," 中央氣象臺文集報, 4 (1931), 185-213.

2) 筆者、"Rayleigh-waves having Some Azimuthal Distribution," 帝國學士院紀事, 4 (1928), 267; 地震研究所彙報, 6 (1929), 1-18.

3) 筆者、"On the Propagation of Rayleigh-waves on Plane and Spherical Surfaces," 地震研究所彙報, 2 (1927), 21-23.

4) J. H. Jeans, "Propagation of Earthquake Waves," Proc. Roy. Soc., 102 (1923), 554-574.

5) 筆者、"Rayleigh-waves having Some Azimuthal Distribution," 帝國學士院紀事, 4 (1928), 267; 地震研究所彙報, 6 (1929), 1-18.

6) 筆者、西村源六郎、"Generation of Rayleigh-waves from an Internal Source of Multiplet-type," 地震研究所彙報, 7 (1929), 41-64.

如き表面波の生成することが知られるのである:

$$\begin{aligned} u &\equiv \frac{ie^{i\omega t}(-1)^n n! \pi \beta_1 j^2}{h^2 F'(\kappa)} e^{-ikz} \\ &\cdot \sum_{m=0}^{m=n} (-1)^m \frac{\sin^{n-m} \theta \cos^m \theta \alpha_1^{n-m} \kappa^{m+1}}{2^{n-s} (n-m)!} \\ &\cdot \sum_{p=0}^{p=q} \gamma(-1)^p \frac{\cos(m-2p)\omega}{(m-p)! p!} \frac{\partial H_{m-2p}^{(2)}(\kappa r)}{\partial r}, \\ v &\equiv \frac{ie^{i\omega t}(-1)^n n! \pi \beta_1 j^2}{h^2 F'(\kappa)} e^{-ikz} \\ &\cdot \sum_{m=0}^{m=n} (-1)^m \frac{\sin^{n-m} \theta \cos^m \theta \alpha_1^{n-m} \kappa^{m+1}}{2^{n-s} (n-m)!} \\ &\cdot \sum_{p=0}^{p=q} \gamma(-1)^{p+1} \frac{(m-2p) \sin(m-2p)\omega H_{m-2p}^{(2)}(\kappa r)}{(m-p)! p!}, \\ w &\equiv -\frac{ie^{i\omega t}(-1)^n n! \pi j^2 (2\kappa^2 - j^2)}{h^2 2F'(\kappa)} \\ &\cdot \sum_{m=0}^{m=n} (-1)^m \frac{\sin^{n-m} \theta \cos^m \theta \alpha_1^{n-m} \kappa^{m+1}}{2^{n-s} (n-m)!} \\ &\cdot \sum_{p=0}^{p=q} \gamma(-1)^p \frac{\cos(m-2p)\omega H_{m-2p}^{(2)}(\kappa r)}{(m-p)! p!}, \end{aligned} \quad (25)$$

茲に  $u, v, w$  は圓盤座標  $r, \theta, z$  の方向の変位である。又  $m$  が偶數なるか奇數なるかに伴つて  $q=m/2$  か  $q=(m-1)/2$  に取るのである。 $\gamma$  は  $p=m/2$  のときは  $1/2$  に取り、其他の場合はすべて  $\gamma=1$  に取る。又  $\kappa$  は

$$\begin{cases} \alpha = \sqrt{k^2 - h^2}, \quad h^2 = \frac{\rho \sigma^2}{\lambda + 2\mu}, \\ F(k) = (2k^2 - j^2)^2 - 4k^2 \alpha \beta = 0 \\ \beta = \sqrt{k^2 - j^2}, \quad j^2 = \frac{\rho \sigma^2}{\mu} \end{cases}$$

の正の眞数根であり、 $\alpha_1, \beta_1$  はそれに相當する  $\alpha, \beta$  の値である。

特別に  $\theta=0, n=1$  のとき、即ちダブルトが源點で水平に振動するときには、それから生ずる Rayleigh 波は次の如き形を取る:

$$\left. \begin{aligned} u &\cong e^{i\omega t} \frac{4i\pi \cos \omega j^2 \kappa^2 \beta_1}{h^2 F'(\kappa)} e^{-\alpha t} \frac{\partial H_1^{(2)}(\kappa r)}{\partial r}, \\ v &\cong -e^{i\omega t} \frac{4i\pi \sin \omega j^2 \kappa^2 \beta_1}{h^2 F'(\kappa)} e^{-\alpha t} \frac{H_1^{(2)}(\kappa r)}{r}, \\ w &\cong -e^{i\omega t} \frac{2i\pi \cos \omega j^2 \kappa^2 (2\kappa^2 - j^2)}{h^2 F'(\kappa)} e^{-\alpha t} H_1^{(2)}(\kappa r). \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

これ等の結果から、高次の極子によつて地表面上に種々の次数の方位的分布の Rayleigh 波が現はれ、且つ其等の横向きの水平変位はやはり遠方程消滅して振動が普通の Rayleigh 波の型に近くなること、極子の位置即ち震源の深さの負値に比例する自然函数的に Rayleigh 波の振幅が減ることなどがわかるのである。但し振動の横向き水平変位が減衰するとはいへ、方位的に分布せる上下動及び波動方向の振幅はその方位的分布の割合に於てどこまでも保持されることは勿論である。尚、筆者は簡単なダブレット式の源點を一列にならべて断層や割目が生じたときの震動現象をも研究<sup>1)</sup>して見たのであるが、こゝにはその説明を省く。

長岡博士<sup>2)</sup>は Rayleigh 型の波動が重なり合つて土地に定常的振動の起り得ることを研究された。又中野博士<sup>3)</sup>は半無限體の表面上を周期的に壓す場合を研究し、種々の結果を出したが、それ等は數學及び物理上から多少考慮すべき點もある。

**Rayleigh 波の分散** 地震波は震源から遠ざかるに従てその位相が漸次變化するものであり、又同時に繰返しの振動性が増加する傾向がある。それは弾性波の分散によつてかなり説明できるのであつて、その原因に種々のものがある。表面に層を置くときは表面の Rayleigh 波にそのやうな現象が起るのである。即ち以前には Rayleigh 波には勝手な速度を與へることができぬと考へられてゐたものが、今では斯る表面層を置くことによつて速度が自由に加減出来るやうになつた。筆者は表面層が一つあり、その厚さと傳播の波長の割合が種々變化するときに速度

1) 筆者，“Generation of Rayleigh-waves from a Sheet of Internal Sources,” 地震研究所彙報, 7 (1929), 417-435.

2) 長岡半太郎，“Stationary Surface Waves,” 數物記事, 3 (1906), 79-82; “Stationary Surface Tremors,” 地震研究所彙報, 第 22 號 (1906), 17-25.

3) 中野廣，“Some Problems concerning the Propagation of the Disturbances in and on Semi-Infinite Elastic Solid,” 中央氣象臺文彙報, 2 (1930), 189-348.

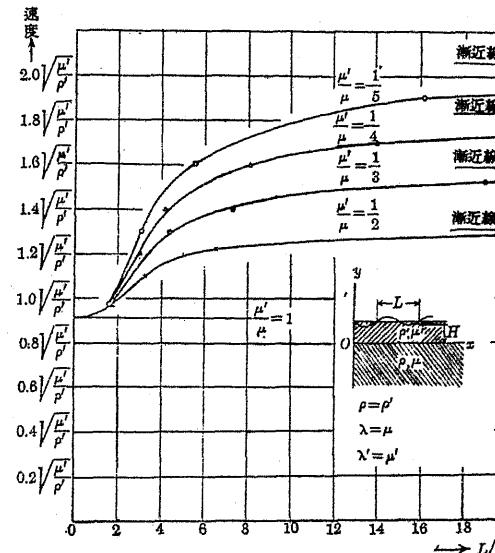
が如何になるかを計算して見た。<sup>1)</sup> その結果は下圖に示すが如く表面層と下の固體との彈性の割合及び波長によつて速度に著しい差異が起るるのである。

この圖に於て  $\rho = \rho'$ ,  $\lambda' = \mu'$ ,  $\lambda = \mu$  とし、 $\rho, \mu$  は下の固體  $\mu', \lambda' = \mu$  とし、 $\rho', \mu'$  は表面層の密度と彈性率、 $\rho', \mu'$  は表面層の其等である。速度は固體全部が下の物質で占めたときの Rayleigh 波と全部が上の物質で占めたときのそれの間の値を取る。上圖の曲線上の點を出すには各點毎に次の行列方程式を解く必要がある：

第 146 圖

$$\left| \begin{array}{cccccc} -\frac{(f^2 - s^2)}{k^2} Y_2, & 2\frac{\mu'}{\mu} if s' Y_1, & 0, & -2\frac{\mu'}{\mu} ijs', & 0, & \frac{s' f}{k^2} \\ -\frac{(f^2 - s^2)}{k^2} Y_1, & -2\frac{\mu'}{\mu} if s' Y_2, & \frac{\mu'}{\mu} \frac{(f^2 - s^2)}{k^2}, & 0, & \frac{if^2}{k^2}, & 0 \\ 2\frac{ifr'}{h^2} X_1, & \left(2\frac{\mu'}{\mu} \frac{r'^2}{h^2} - \lambda'\right) X_2, & -\frac{\mu'}{\mu} \frac{2ifr'}{h^2}, & 0, & \frac{r' f}{h^2}, & 0 \\ 2\frac{ifr'}{h^2} X_2, & \left(2\frac{\mu'}{\mu} \frac{r'^2}{h^2} - \lambda'\right) X_1, & 0, & \left(\frac{\lambda'}{\mu} - 2\frac{\mu'}{\mu} \frac{r'^2}{h^2}\right), & 0, & -\frac{if^2}{h^2} \\ 0, & 0, & -\frac{(f^2 + s^2)}{k^2}, & \frac{2if s}{k^2}, & -\frac{if^2}{k^2}, & -\frac{s' f}{k^2} \\ 0, & 0, & -\frac{2ifr'}{h^2}, & \left(2\frac{r^2}{h^2} - \lambda\right), & -\frac{rf}{h^2}, & \frac{if^2}{h^2} \end{array} \right| = 0, \quad (27)$$

1) 筆者，“Dispersion of Elastic Waves propagated on the Surface of Stratified Bodies and on Curved Surfaces,” 地震研究所彙報, 3 (1927), 1-18; B. Gutenberg, “Theorie der Erdbebenwellen...,” Handb. d. Geophys., 4 (1929), 92-94; E. Meissner u. G. Krumbach, Handb. d. Erd-Phys., 25, Geophysik (1931), 460.



但し  $X_1 = \cosh r' H$ ,  $X_2 = \sinh r' H$ ,  $Y_1 = \cos s' H$ ,  $Y_2 = \sin s' H$ ,  $2\pi/p =$  振動周期,  $2\pi/f =$  波長,  $r^2 = f^2 - h^2$ ,  $s^2 = f^2 - k^2$ ,  $r'^2 = f^2 - h'^2$ ,  $s'^2 = f^2 - k'^2$ ,  $h^2 = \rho p^2 / (\lambda + 2\mu)$ ,  $k^2 = \rho p^2 / \mu$ ,  $h'^2 = \rho' p^2 / (\lambda' + 2\mu')$ ,  $k'^2 = \rho' p^2 / \mu'$  とする。この行列式を  $p/f$  について全部 trial and error の方法で解くのである。従てその苦労努力は非常なものであった。しかしこの結果は一度出しておけば永久に役に立つものであることはいふまでもない。

さて、このやうに Rayleigh 波の速度がその波長によつて異なるものであるから、今勝手な震動が源點で與へられたとしても、その震動は遠方へ傳播するに従て、その中にあつた調和振動の各成分が夫々特有な速度で波動し、その結果波動は少しづゝ崩れて遂には非常な繰返しの振動となり、又初動部などの位相はどんどん變化していくことになるのである。

表面層のあるときの Rayleigh 波で極く特別な場合は Love<sup>1)</sup> も式を示してゐる。又寺田、坪井兩博士<sup>2)</sup>は寒天のモデルを用ひて表面層のある場合の Rayleigh 波の研究を行つたが、それは筆者の研究と殆ど同じ傾向を取ることがわかつた。

上述の計算法を延長して固體内部に中間層のある場合の研究<sup>3)</sup> を試みた。この場合には傳播速度が夫々の物質に特有なる各横波の速度の範囲内にあることが知られるのであつて、このやうなときにも波動の分散性があり、且つその層の中間面に對して波動が對稱の振動型の分布をなすときと斜對稱をなすときとによつて同一波長でも速度が違ふことがわかつた。この問題は固體内部を傳はる波動の初動部の位相によつて地震の“押しと引き”的原理を應用する場合に考慮を與へることになると思ふけれども、未だ實際問題と比較して見たことがない。

Stoneley<sup>4)</sup> は異なる弾性を有する固體が接してゐるときにその境界を傳はる

1) A. E. H. Love, *Some Problems of Geodynamics* (1911).

2) 寺田寅彦、坪井忠二，“Experimental Studies on Elastic Waves,” 地震研究所彙報, 3 (1927), 55-66; 同, 4 (1928), 9-20.

3) 筆者、西村源六郎，“Rayleigh-type Waves propagated along an Inner Stratum of a Body,” 地震研究所彙報, 5 (1928), 89-91; B. Gutenberg, “Theorie der Erdbebenwellen...,” *Handb. d. Geophys.*, 4 (1929), 94.

4) R. Stoneley, “Elastic Waves at the Surface of Separation of Two Solids,” *Proc. Roy. Soc.*, 106 (1924), 416-428.

波動を研究した。しかしこの場合には各々の固體につき彈性と密度の割合が常に一定であるといふ條件を必要とする。本多理學士<sup>5)</sup> は弾性が土地の深さに従て變化する場合の Rayleigh 波の問題を近似的に解いた。

又、厚い板の両面が自由な場合に、それに傳はる振動はその波長によつて速度が異なるものである。而して波長の極く短いときは振動の勢力がその表面に集積し、速度が Rayleigh 波のそれに等しく、長いときは板の屈曲振動や伸び縮みの振動となるのであつて、その速度は斯様な場合の夫々の速度に等しくなるものである。<sup>6)</sup>

分散性の Rayleigh 波の性質を用ひて任意の衝撃の働く場合の波動の傳播性を研究して見ると種々面白いことがある。筆者等の試みた研究の如く任意の衝撃から周期的 Rayleigh 波も出ることが知られたのも一つの例である。<sup>7)</sup> 次頁の圖は前に Rayleigh 波の速度の計算結果が出てゐるのをその儘極く近似的に

$$V = V_1 + \frac{(V_2 - V_1)a^2}{a^2 + f^2} \quad [V_1, V_2 = \text{兩極限速度},] \quad [2\pi/f = \text{波長}, a = \text{常数}] \quad (28)$$

の如き實驗式に直し、 $t=0$  のときに  $e^{-\frac{s^2}{H^2}} (H = \text{層の厚さ})$  の如き一次元的變位が與へられるものとして、種々の時間に於ける垂直變位の状態を示したものである。<sup>8)</sup>

こゝで第一に注目すべきことは、初動が單純でも傳播擾亂部分がやはり振動性を帶び、且つ震源からの距離が遠くなればなる程その擾亂部分の長さは長くなり、振動性は益々増大することである。この部分が長くなればなる程一般の振幅が少くなること、その先頭部分が一定の速度を持つことは反射分散の場合に似てゐる。しかしこの場合に尾部も一定の傳播速度を持つてゐる。次に擾亂部分は次第に變化

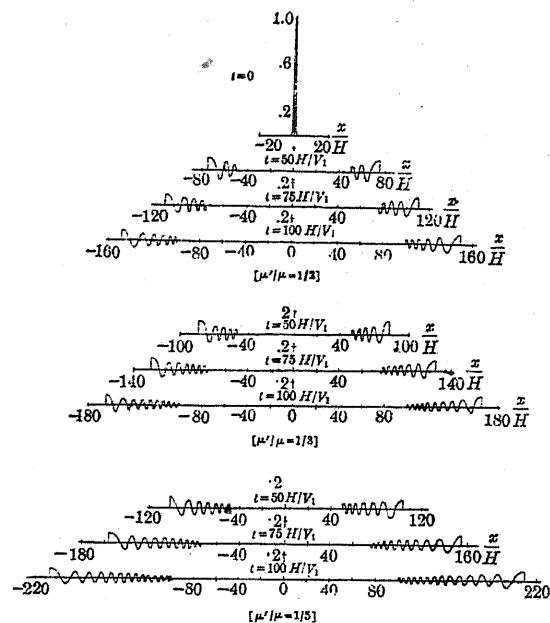
5) 本多弘吉, “On the Rayleigh Waves propagating over the Surface of a Heterogeneous Material,” 中央氣象臺歐文彙報, 4 (1931), 137-145.

6) 筆者, “Accumulation of Energy of High-frequency Vibrations on its Surfaces,” *Verh. S.-int. Kongr. f. tech. Mech. (Stockholm, 1930)*, Teil 3.

7) 筆者, “Periodic Rayleigh-waves caused by an Arbitrary Disturbance,” 地震研究所彙報, 7 (1929), 193-206.

8) 筆者、西村源六郎, “Dispersion of a Shock in Echoing- and Dispersive-Elastic Bodies,” 地震研究所彙報, 8 (1930), 321-337.

する波長を有し、且つその初めの方は長波が占め、終りの方は短波が占めてゐるけれども、一般的の波長は或る程度のものになる。この程度は震源の形には殆ど關係がない。



第 147 圖

なく、媒體の性質によつて決定されるものである。尙又注意すべきは、 $\mu/\mu'$  が大きければ大きい程擾亂部分の長さが非常に速かに伸び、且つ振動の繰返しも割合が多くなることである。これが波動の分散性を表してゐるものであるが、このやうな分散性波動では波動の群速 (group velocity) と波動に特有なる速度 (phase velocity) とが存在するものである。即ち波動が如何に正弦的のものであつても、その擾亂部の長さが有限であるときには、分散の或る現象が起るものである。筆者<sup>1)</sup>は有限長

<sup>1)</sup> 筆者、"On the Propagation of the Leading and Trailing Parts of a Train of Elastic Waves," 地震研究所彙報、4 (1928), 107-122; B. Gutenberg, "Theorie der Erdbebenwellen...," Handb. d. Geophys., 4 (1929), § 14, S. 98-100.

o Rayleigh 波について研究した所が次の如き結論に到達した。

1. 完全な弾性體中の有限長波動は何等の變化なく傳播される。
2. 分散性媒體中の有限長波動は必ず變形を伴ふ。
3. 分散性媒體中で唯一個の群速

を持つ有限長波動が傳はるとき、波動列の主な部分はその全長を變ずることなく、その群速を以て送られる。

4. 上述の波動列波中の振動形はその形に基づく特有な速度を以て傳はり、且つ列波の兩端に於て振動形が消失する。

5. 分散性媒體中に於ける有限長の波動部に先立つて極く弱いが、しかしながら長い傾斜波動が傳播する場合がある。

6. 地震記録の各位相は、分散性媒體中の有限波動を考へて決定すべき可能性がある。

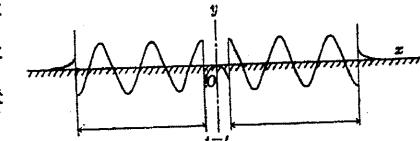
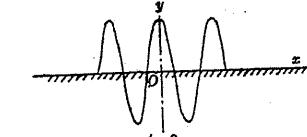
Stoneley<sup>1)</sup> は洋底に地震波の傳はり得ることを考へ、又、筆者<sup>2)</sup>は更に洋底に地震波が傳はるときに水の影響を受けて地震波が分散することの研究をなしたが、問題が餘り複雑な爲にこゝでは説明を省略しておく。固體の表面波が重力を受けて多少分散することもできる。之は Bromwich<sup>3)</sup> が昔簡単な方法で近似的に解いてゐることも附加へておく。又、松澤博士<sup>4)</sup> は粘性流體を載せた弾性體の振動を解いて泥の掩へる土地の地震動へ持つて行つた。

<sup>1)</sup> R. Stoneley, "The Effect of the Ocean on Rayleigh Waves," M. N. Roy. Astr. Soc., Geophys. Suppl., 1 (1926), 349-356.

<sup>2)</sup> 筆者、"On the Transmission of Seismic Waves on the Bottom Surface of an Ocean," 地震研究所彙報, 9 (1931), 115-143.

<sup>3)</sup> T. J. I'A. Bromwich, "On the Influence of Gravity on Elastic Waves...," Proc. London Math. Soc., 3 (1898).

<sup>4)</sup> 松澤武雄, "On the Possibility of Gravitational Waves in Soil and Allied Problems," 天地物誌, 3 (1925), 161-174.



第 148 圖

地震波の分散性は次に述べる Love 波について多くの人の研究があるが、一般的地震波の問題としては長岡博士<sup>1)</sup>が以前に群速度の性質と共に分散性の議論をされてゐる。

Rayleigh 波とは關係がないかも知れぬが中村博士<sup>2)</sup>は前にトンネルの中で地震波を測定し地表のものとの比較を試みた。

### 188. Love 波及びその分散性

Love<sup>3)</sup>は1911年固體に表面層があるときに非變容性表面波が存在し得ることを指摘し併せてその振動方向は波動の傳播方向に直角の水平變位のみなることを證明した。この問題は多くの人の興味を引き、Meissner<sup>4)</sup>、Jeffreys<sup>5)</sup>の數理的研究やGutenberg<sup>6)</sup>、Rohrbach<sup>7)</sup>の驗震學的の證明などが試みられるに到つたのである。後に中野博士<sup>10)</sup>は方位的分布を有する Love 波の計算を行ひ、筆者<sup>11)</sup>は又土地の中に源點があるときの Love 波や球面上の Love 波の研究を試みた。

今次圖の如き位置に座標軸を取り、 $z=\xi$ なる點に鉛直中心軸のある spherical harmonics 的分布の multiplet 型源點があり、こゝから S 波が出るものとする。そ

1) 長岡半太郎、"Dispersion of Seismic Waves," 數物記事, 3 (1906), 44-51.

2) 長岡半太郎、"Group Velocity in distant Earthquakes," 數物記事, 3 (1906), 52-57.

3) 中村左衛門太郎、"Preliminary Report of the Observation of Earthquakes in Railway Tunnel," 數物記事, 7 (1925), 127.

4) A. E. H. Love, *Some Problems of Geodynamics* (1911).

5) E. Meissner, "Elastische Oberflächenwellen mit Dispersion," *Vierteljahrsschr. d. Naturf. Ges., Zürich*, 1921; E. Meissner, "Elastische Oberflächenquerwellen," *Verh. 2-int. Kongr. tech. Mech. (Zürich, 1926)*, 3-11.

6) H. Jeffreys, "On the Surface Waves of Earthquakes," *M. N. Roy. Astr. Soc., Geophys. Suppl.*, 1 (1925), 282-292.

7) B. Gutenberg, "Der Aufbau der Erdkruste...," *ZS. f. Geophys.*, 1 (1924), 94-108.

8) B. Gutenberg, "Über Gruppengeschwindigkeit bei Erdbebenwellen," *Phys. ZS.*, 27 (1926), 111-114.

9) W. Rohrbach, "Über die Dispersion seismischer Oberflächenwellen," *ZS. f. Geophys.*, 8 (1932), 113-129.

10) 中野廣、"Love Waves in Cylindrical Coordinates," 中央氣象臺歐文集報, 2 (1930), 37-51.

11) 筆者、"Propagation of Love-waves on a Spherical Surface and Allied Problems," 地震研究所集報, 7 (1929), 437-455.

の爲には

$$2\omega_z = e^{i\omega t} \sum_{n=0}^{m=2m} \frac{(-1)^n}{m!} \left[ l_p \frac{\partial}{\partial x} + m_p \frac{\partial}{\partial y} \right]^m \frac{\partial^n}{\partial z^n} f(x, y) ds_1^m ds_2^n \quad (29)$$

なる  $\omega_z$  を置けばよい。 $f(x, y)$  は  $x, y$  に於ける源點の平均の強さであり、 $2m$  は水平面上に輪状にならんでゐる multiplets の數である。又、 $l_p, m_p$  は輪状の各角點の方向餘弦である。 $n$  は zonal harmonics の degree であり、又、 $ds_1, ds_2$  は輪状にある角點の原中心からの距離、及び zonal harmonics 的鉛直方向の multiplets 間の距離である。源點が調和振動をなすときには  $f(x, y)$  を次の如く置けばよいのである：

$$f(x, y) = \frac{e^{-i\sqrt{r^2+(z-\xi)^2}}}{\sqrt{r^2+(z-\xi)^2}}, \quad (30)$$

但しそうは源點の  $z=0$  からの距離であり、又  $j^2 = \rho \sigma^2 / \mu$  とする。さて

$$\begin{aligned} \frac{e^{-i\sqrt{r^2+(z-\xi)^2}}}{\sqrt{r^2+(z-\xi)^2}} &= \int_0^\infty \frac{e^{-\beta(\xi-z)}}{\beta} J_0(kr) k dk, \\ j^2 &= \frac{\rho \sigma^2}{\mu} \end{aligned} \quad (31)$$

であり、又  $e^{i\omega t} ds_1^m ds_2^n$  を省略して、 $0 < z < \xi$  の間では

$$2\omega_z = \frac{2(-1)^m}{m!} \left( 1 - \cos^2 \frac{\pi}{m} \right) \cos m\omega \int_0^\infty e^{-\beta(\xi-z)} J_m(kr) \beta^{m-1} k^{m+1} dk, \quad [m > 2] \quad (32)$$

及び

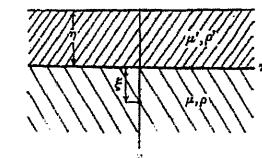
$$2\omega_z = \int_0^\infty e^{-\beta(\xi-z)} J_0(kr) \beta^{m-1} k dk, \quad [m=0] \quad (32')$$

$$2\omega_z = -2 \cos \omega \int_0^\infty e^{-\beta(\xi-z)} J_0(kr) \beta^{m-1} k^3 dk \quad [m=1] \quad (32'')$$

である。 $\omega_z$  は常に  $\omega_r, \omega_\theta$  を伴ふものであり、且つ

$$2\omega_r = \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \omega} - \frac{\partial v}{\partial z}, \quad 2\omega_\theta = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial r}, \quad 2\omega_z = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(vu)}{\partial r} - \frac{\partial(uv)}{\partial \omega} \right). \quad (33)$$

の關係にあるから、 $\omega_r, \omega_\theta$  及び  $r, \omega, z$  の方向の變位 ( $u, v, w$ ) は必然的に次の形をも



第 149 圖

つものである:

$$\left. \begin{aligned} 2\omega_r &= \frac{2(-1)^m}{m!} \left(1 - \cos^2 \frac{\pi}{m}\right) \cos m\omega \\ &\quad \cdot \int_0^\infty e^{-\beta(\xi-z)} \frac{\partial J_m(kr)}{\partial r} \beta^n k^{m-1} dk, \quad [m > 2] \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

$$\left. \begin{aligned} 2\omega_r &= \int_0^\infty e^{-\beta(\xi-z)} \frac{\partial J_0(kr)}{\partial r} \beta^n k^{-1} dk, \quad [m = 2] \\ 2\omega_r &= -2 \cos \omega \int_0^\infty e^{-\beta(\xi-z)} \frac{\partial J_0(kr)}{\partial r} \beta^n dk, \quad [m = 1] \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 2\omega_u &= -\frac{2(-1)^m}{m!} \left(1 - \cos^2 \frac{\pi}{m}\right) m \sin \omega \\ &\quad \cdot \int_0^\infty e^{-\beta(\xi-z)} \frac{J_m(kr)}{r} \beta^n k^{m-1} dk, \quad [m > 2] \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

$$\left. \begin{aligned} 2\omega_u &= 0, \quad [m = 0] \\ 2\omega_u &= 2 \sin \omega \int_0^\infty e^{-\beta(\xi-z)} \frac{J_0(kr)}{r} \beta^n dk, \quad [m = 1] \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} u &= -\frac{2(-1)^m}{m!} \left(1 - \cos^2 \frac{\pi}{m}\right) m \sin \omega \int_0^\infty e^{-\beta(\xi-z)} \frac{J_m(kr)}{r} \beta^{n-1} k^{m-1} dk, \\ v &= -\frac{2(-1)^m}{m!} \left(1 - \cos^2 \frac{\pi}{m}\right) \cos \omega \int_0^\infty e^{-\beta(\xi-z)} \frac{\partial J_m(kr)}{\partial r} \beta^{n-1} k^{m-1} dk, \end{aligned} \right\} \quad [m > 2] \quad (36)$$

$$\left. \begin{aligned} w &= 0, \\ u &= 0, \\ v &= -\int_0^\infty e^{-\beta(\xi-z)} \frac{\partial J_0(kr)}{\partial r} \beta^{n-1} k^{-1} dk, \end{aligned} \right\} \quad [m = 0] \quad (36')$$

$$\left. \begin{aligned} w &= 0, \\ u &= 2 \sin \omega \int_0^\infty e^{-\beta(\xi-z)} \frac{J_1(kr)}{r} \beta^{n-1} dk, \\ v &= 2 \cos \omega \int_0^\infty e^{-\beta(\xi-z)} \frac{\partial J_1(kr)}{\partial r} \beta^{n-1} dk, \end{aligned} \right\} \quad [m = 1] \quad (36'')$$

$w = 0$ .

之等の関係は Rayleigh 波を出したときに必要がなく残されてゐた (18) の  $(u_s, v_s, w_s)$  及びそれに關係のある式に過ぎぬものである。

以上の波動は  $z=0$  なる面で一部反射されると見てよい。この爲に  $(r=0, z=-\xi)$  に image を假定して、それに基づく  $\omega'$ ,  $\omega'_r$ ,  $\omega'_u$ ,  $u'$ ,  $v'$ ,  $w'$  を作れば次の如くなる:

$$\left. \begin{aligned} 2\omega'_r &= \frac{2(-1)^m}{m!} \left(1 - \cos^2 \frac{\pi}{m}\right) \cos m\omega \\ &\quad \cdot \int_0^\infty A_m e^{-\beta(\xi+z)} J_m(kr) \beta^n k^{m+1} dk, \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 2\omega'_r &= \frac{2(-1)^m}{m!} \left(1 - \cos^2 \frac{\pi}{m}\right) \cos m\omega \\ &\quad \cdot \int_0^\infty A_m e^{-\beta(\xi+z)} \frac{\partial J_m(kr)}{\partial r} \beta^n k^{m-1} dk, \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 2\omega'_u &= \frac{2(-1)^m}{m!} \left(1 - \cos^2 \frac{\pi}{m}\right) m \sin m\omega \\ &\quad \cdot \int_0^\infty A_m e^{-\beta(\xi+z)} \frac{J_m(kr)}{r} \beta^n k^{m-1} dk, \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} u' &= -\frac{2(-1)^m}{m!} \left(1 - \cos^2 \frac{\pi}{m}\right) m \sin m\omega \\ &\quad \cdot \int_0^\infty A_m e^{-\beta(\xi+z)} \frac{J_m(kr)}{r} \beta^{n-1} k^{m-1} dk, \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} v' &= -\frac{2(-1)^m}{m!} \left(1 - \cos^2 \frac{\pi}{m}\right) \cos m\omega \\ &\quad \cdot \int_0^\infty A_m e^{-\beta(\xi+z)} \frac{\partial J_m(kr)}{\partial r} \beta^{n-1} k^{m-1} dk, \end{aligned} \right\}$$

$w' = 0$ ,

$m=0$  や  $m=1$  の場合も同様に簡単に書かれる。

表面層の中だけでの定常的の振動は次の如き形に置いても差支ない:

$$\left. \begin{aligned} 2\omega_s'' &= \frac{2(-1)^m}{m!} \left(1 - \cos^2 \frac{\pi}{m}\right) \cos m\omega \\ &\quad \cdot \int_0^\infty (B_m \cos \beta' z + C_m \sin \beta' z) e^{-\beta \epsilon} J_m(kr) \beta^{n-1} k^{m+1} dk, \\ 2\omega_r'' &= -\frac{2(-1)^m}{m!} \left(1 - \cos^2 \frac{\pi}{m}\right) \cos m\omega \\ &\quad \cdot \int_0^\infty (B_m \sin \beta' z - C_m \cos \beta' z) e^{-\beta \epsilon} \frac{\partial J_m(kr)}{\partial r} \beta^n k^{m-1} dk, \\ 2\omega_u'' &= \frac{2(-1)^m}{m!} \left(1 - \cos^2 \frac{\pi}{m}\right) m \sin m\omega \\ &\quad \cdot \int_0^\infty (B_m \sin \beta' z - C_m \cos \beta' z) e^{-\beta \epsilon} \frac{J_m(kr)}{r} \beta^n k^{m-1} dk, \end{aligned} \right] [m > 2] \quad (38)$$

$$\left. \begin{aligned} u'' &= -\frac{2(-1)^m}{m!} \left(1 - \cos^2 \frac{\pi}{m}\right) m \sin m\omega \\ &\quad \cdot \int_0^\infty (B_m \cos \beta' z + C_m \sin \beta' z) e^{-\beta \epsilon} \frac{J_m(kr)}{r} \beta^{n-1} k^{m-1} dk, \\ v'' &= -\frac{2(-1)^m}{m!} \left(1 - \cos^2 \frac{\pi}{m}\right) \cos m\omega \\ &\quad \cdot \int_0^\infty (B_m \cos \beta' z + C_m \sin \beta' z) e^{-\beta \epsilon} \frac{\partial J_m(kr)}{\partial r} \beta^{n-1} k^{m-1} dk, \\ w'' &= 0. \end{aligned} \right]$$

$m=0, m=1$  のときも同様に書き得る。茲に  $\beta^2 = j'^2 - k^2$ ,  $j'^2 = \frac{\rho' \sigma^2}{\mu}$  である。境界条件として  $z=0$  及  $z=-\eta$  では

$$\left. \begin{aligned} u + u' &= u'', \\ v + v' &= v'', \\ \mu \frac{\partial}{\partial z} (v + v') &= \mu' \frac{\partial}{\partial z} v'', \\ \mu \frac{\partial}{\partial z} (u + u') &= \mu' \frac{\partial}{\partial z} u'', \end{aligned} \right] [z=0] \quad (39)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v''}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial u''}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \right] [z=-r] \quad (40)$$

之等の條件に (36), (37), (38) を代入するときは次の關係が出る:

$$\left. \begin{aligned} A_m &= \frac{\mu \beta}{\mu' \beta'} \tan \beta' \eta + 1, \\ B_m &= \frac{2 \frac{\mu \beta}{\mu' \beta'} \tan \beta' \eta}{\mu \beta \tan \beta' \eta - 1}, \\ C_m &= \frac{-2 \frac{\mu \beta}{\mu' \beta'}}{\mu \beta \tan \beta' \eta - 1}. \end{aligned} \right] \quad (41)$$

之等の常數を原式に入れ、且つ  $z=-\eta$  の所に於ける振動を出して見ると次の如き形を取る:

$$\left. \begin{aligned} u'' &\cong \frac{4\pi(-1)^m}{m!} \left(1 - \cos^2 \frac{\pi}{m}\right) m \sin m\omega \frac{\sin 2\beta'_1 \eta}{F'(\kappa)} \\ &\quad \cdot e^{-\beta_1 \epsilon} \beta_1^{n-1} \kappa^{m-1} \frac{H_m^{(2)}(kr)}{r} e^{i\omega t}, \\ v'' &\cong \frac{4\pi(-1)^m}{m!} \left(1 - \cos^2 \frac{\pi}{m}\right) \cos m\omega \frac{\sin 2\beta'_1 \eta}{F'(\kappa)} \\ &\quad \cdot e^{-\beta_1 \epsilon} \beta_1^{n-1} \kappa^{m-1} \frac{\partial H_m^{(2)}(kr)}{\partial r} e^{i\omega t}, \end{aligned} \right] [m > 2] \quad (42)$$

$$w'' = 0,$$

$$\left. \begin{aligned} u'' &= 0, \\ v'' &\cong 2\pi \frac{\sin 2\beta'_1 \eta}{F'(\kappa)} e^{-\beta_1 \epsilon} \beta_1^{n-1} \kappa^{-1} \frac{\partial H_0(kr)}{\partial r} e^{i\omega t}, \\ w'' &= 0, \end{aligned} \right] [m=0] \quad (42')$$

$$\left. \begin{aligned} u'' &\cong -\frac{4\pi \sin \omega \sin 2\beta'_1 \eta}{F'(\kappa)} e^{-\beta_1 \epsilon} \beta_1^{n-1} \frac{H_1(kr)}{r} e^{i\omega t}, \\ v'' &\cong -\frac{4\pi \cos \omega \sin 2\beta'_1 \eta}{F'(\kappa)} e^{-\beta_1 \epsilon} \beta_1^{n-1} \frac{\partial H_1(kr)}{\partial r} e^{i\omega t}, \\ w'' &= 0. \end{aligned} \right] [m=1] \quad (42'')$$

茲に  $\kappa$  は  $F(k) = \sin \beta' \eta - \frac{\mu \beta}{\mu' \beta'} \cos \beta' \eta = 0$  の根である。而して  $\beta' = \sqrt{j'^2 - k^2}$ ,  $\beta = \sqrt{k^2 - j^2}$  とする。又、 $ds_1^m ds_2^n$  及び適當な共通の常數は省略してあるから、源點の振幅との比較には原式に立歸つて注意する必要がある。

同様にして源點が表面層の中にある場合や、地表面が球状をなす場合も計算することができる。以上の計算の結果によると、Love 波は源點に近い所では波動の傳播方向の變位をもつ可能性はあるけれども、震源距離が遠くなるとこの變位が急

激に小さくなること、又 Rayleigh 波の場合と同じく方向性のあり得ること、地表上の変位が源点の変位と大體一致せる傾向のあること、源點が深くなるときは  $e^{-kz}$  に比例して Love 波の振幅の小さくなることなどがわかる。

尚、Love 波の波動速度は一般に  $p/\kappa$  であるが、 $\kappa$  が

$$F(\kappa) = \sin \sqrt{j^2 - k^2} \eta - \frac{\mu}{\mu'} \frac{\sqrt{k^2 - j^2}}{\sqrt{j^2 - k^2}} \cos \sqrt{j^2 - k^2} \eta = 0,$$

即ち

$$\tan \sqrt{j^2 - k^2} \eta = \frac{\mu}{\mu'} \frac{\sqrt{k^2 - j^2}}{\sqrt{j^2 - k^2}} \quad (43)$$

の根である。波動速度は波長によつて異なり、 $\sqrt{\mu/p}$  と  $\sqrt{\mu'/p'}$  の間にあるものである。波長の非常に長いときには  $\sqrt{\mu/p}$  となり、極めて短いときには  $\sqrt{\mu'/p'}$  となる。從て最も速い速度は Rayleigh 波よりは大きくなる。

實際の地震動では  $P$  波の次に  $S$  波の稍大なる振幅があり、更に  $L$  波の部分となると、振幅はそれ程大きくはないが、不規則な稍長周期の波動を與へるものである。この  $L$  波は Love 波に相當するものであると思はれてゐる。この Love 波に遅れてもつと大なる振幅の規則正しい周期的波動が續くものであるが、之を  $M$  波と稱し Rayleigh 波を與へるものと考へられる。

Love 波は波長によつて速度が異なるから、分散現象や群波速度の事實が實驗上にもよく出てゐる。Gutenberg<sup>1)</sup> は種々の遠地地震から之等の研究をなし、その報告を屢々出してゐる。

尚、表面層が二つ以上ある場合の Love 波の研究は松澤博士<sup>2)</sup> や Stoneley<sup>3)</sup> 其他

<sup>1)</sup> B. Gutenberg, "Der Aufbau der Erdkruste ...," *ZS. f. Geophys.*, 1 (1924), 94-108.

<sup>2)</sup> B. Gutenberg, "Über Gruppengeschwindigkeit bei Erdbebenwellen," *Phys. ZS.*, 27 (1926), 111-114.

<sup>3)</sup> 松澤武雄, "Propagation of Love-waves along Trebly Stratified Body," *數學物理學會記事*, [3], 10 (1923), 25-33.

<sup>4)</sup> R. Stoneley & E. Tillotson, "The Effect of a Double Surface Layer on Love Waves," *M. N. R. A. S., London, Geophys. Suppl.*, 1 (1928), 521-527.

がやつてゐるが、種々の複雑な結果を生ずるものである。又樋口理學士<sup>5)</sup> は Love 波の傳播方向に不連續面のある問題の成立性を考へたが、かかる問題はいくらでも作ることができる。又 Uller<sup>6)</sup> は横波が重力の影響のある媒質中を傳播する問題を取扱つた。

### 189. 彈性波の反射及び屈折

地震波が地表面で反射する問題が地震上重要な事は論をまたない。Knott<sup>7)</sup> は既に1890年頃異なる物質の境目に於ける弾性波の反射屈折の問題を數學的に論じており、又表面の反射のみの委しい研究は Walker<sup>8)</sup> によってなされてゐる。其他 Wiechert<sup>9)</sup> や Gutenberg<sup>10)</sup> の研究もあり、又簡単で面白いのは Jeffreys<sup>11)</sup> や Berlage<sup>12)</sup> などの研究である。最近には、松澤博士<sup>13)</sup> が表面反射の問題の計算を更に試み、河角、鈴木兩理學士<sup>14)</sup> は異なる物質の境に於ける反射、屈折の問題を Knott よりも一層延長した所までも考究した。長谷川助教授<sup>15)</sup> は Knott の結果を巧に應用して表面層に於ける重複反射屈折を算定して實際問題と比較した。

<sup>5)</sup> 樋口盛一, "On the Propagation of a Love Wave Along Some Complex Superficial Layers of the Earth," *東北理學報告*, 19 (1930), 793-800.

<sup>6)</sup> Karl Uller, "Die Verzerrungswellen in schweren Mitteln," *ZAMM*, 6 (1926), 106-111.

<sup>7)</sup> C. G. Knott, "Earthquake and Earthquake Sounds...," *Trans. Seism. Soc., Japan*, 12 (1888), 115-136; "Reflection and Refraction of Elastic Waves with Seismological Applications," *Phil. Mag.*, [5], 48 (1899), 64-97; C. G. Knott, *The Physics of Earthquake Phenomena* (Oxford, 1908).

<sup>8)</sup> G. W. Walker, "Surface Reflection of Earthquake Waves," *Phil. Trans. Roy. Soc.*, 218 (1919), 373-393; *Modern Seismology* (London, 1918).

<sup>9)</sup> E. Wiechert-K. Zöppritz, "Über Erdbebenwellen, I, II," *Göttinger Nachr.*, 1907, 1-135.

<sup>10)</sup> B. Gutenberg, "Über Erdbebenwellen, IV," *Göttinger Nachr.*, 1912, 154-155; 同, 1907, 415-597.

<sup>11)</sup> H. Jeffreys, "The Reflection and Refraction of Elastic Waves," *M. N. R. A. S., Geophys. Suppl.*, 1 (1927), 321-334.

<sup>12)</sup> H. P. Berlage, "Nährungsformeln zur Berechnung der Amplituden...," *Gerl. Beitr. z. Geophys.*, 26 (1930), 131-140.

<sup>13)</sup> 松澤武雄, "平面波の表面反射の一例," *地震*, 4 (1932), 125-139.

<sup>14)</sup> 河角廣、鈴木武夫, "地殻表面に於ける地震波の反射及び屈折," *地震*, 4 (1932), 277-307.

<sup>15)</sup> 長谷川萬吉, "Die Wirkung der obersten Erdschicht auf die Anfangsbewegung einer Erdbebenwelle," *ZS. f. Geophys.*, 6 (1930), 78-98.



第 150 圖 縦波の表面反射 先づ縦波が地表面に當る場合を考へて見る。 $z=0$  を地表に取り,  $u, w$  を入射波の  $x, z$  の方向の変位とし,  $e$  を波の傳はる方向と地表表面とのなす角とする。 $V_1$  を入射波の速度,  $t$  を時間,  $f(t)$  を入射波の振動型とすれば

$$(u_1, w_1) = -A(\cos e, \sin e) f\left(t + \frac{x \cos e + z \sin e}{V_1}\right) \quad (44)$$

であるから,  $z=0$  なる面で反射された縦波  $(u_2, w_2)$  は

$$(u_2, w_2) = -A_2(\cos e, -\sin e) f\left(t + \frac{x \cos e - z \sin e}{V_1}\right) \quad (45)$$

の如き形を取る。弾性體では同時に表面で横波も反射される。その変位を  $(u_3, w_3)$  とすれば

$$(u_3, w_3) = A_3(\sin e', \cos e') f\left(t + \frac{x \cos e' - z \sin e'}{V_2}\right) \quad (46)$$

の形を取る。茲に  $e'$  は反射される横波が地表面となす角,  $V_2$  は横波の速度である。地表で  $Z=X=0$  といふことから

$$\begin{aligned} A - A_2 &= \alpha A_3 \cos 2e' / \sin 2e, \\ A + A_2 &= \frac{1}{\alpha} A_3 \sin 2e' / \cos 2e' \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (47)$$

が出る。但し  $\alpha \cos e' = \cos e$ ,  $\alpha = V_1/V_2$  なる關係が必然的にある。従て地表面の動きは  $\frac{w_1 + w_2 + w_3}{w_1 + u_2 + u_3} = \tan e = -\cos 2e'$  であつて、従て

$$\cos e = \frac{V_1(1 - \sin^2 \frac{e}{2})}{V_2} \quad (48)$$

となる。若し  $e=0$  とすれば、地表の合計的動きができない。即ち、地表に平行せる縦波が傳はり得ないことがわかる。次圖に於て入射角  $e$  に對して反射する縦波の  $e$  と反射せる横波の  $e'$ 、土地の合計的動きの角  $\bar{e}$  を示しておいた。

$e$  が  $30^\circ$  以上あると、 $\bar{e}$  は大體に於て  $e$  と同じに見てよいけれども、それより小

なる角では  $\bar{e}$  は比較的大なる角を有し、地震が恰も真下の方から來たやうな感じを與へることを示すものである。振幅の割合については次の問題と共に Walker の論文に出てゐる。

横波の表面反射 次に横波が入射するときにも反射波として縦波と横波とが出るものである。但し變位の方向が考へてゐる平面内にあるものとする。この場合にも横波  $(u_1, w_1)$  の入射角を  $e$ 、反射せる横波  $(u_2, w_2)$  の角もやはり  $e$ 、反射せる縦波の角を  $e'$  書けば

$$\begin{aligned} (u_1, w_1) &= A(-\sin e, \cos e) f\left(t + \frac{x \cos e + z \sin e}{V_1}\right), \\ (u_2, w_2) &= A_2(\sin e, \cos e) f\left(t + \frac{x \cos e - z \sin e}{V_2}\right), \\ (u_3, w_3) &= A_3(-\cos e', \sin e') f\left(t + \frac{x \cos e' - z \sin e'}{V_2}\right) \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (49)$$

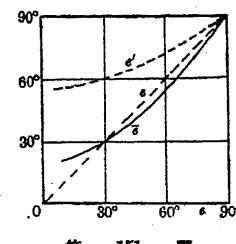
となる。表面の條件を入れて

$$\begin{aligned} A - A_2 &= -\alpha A_3 \cos 2e / \sin 2e, \\ A + A_2 &= -\frac{1}{\alpha} A_3 \sin 2e' / \cos 2e \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (50)$$

が出る。但し  $\alpha \cos e' = \cos e$ ,  $\alpha = V_1/V_2$  である。上の關係は  $\cos e \neq 1/\alpha$  の間は成立するのであって、それ以外は  $e'$  が虚の値を取り  $A_2, A_3$  は複素數となるのである。この場合に位相の變化せる反射横波はあるけれども、縦波は地表の少し下では急激に振幅の小なるもの、即ち表面波の如き形式を取るものである。又、斯る極限の角では土地の上下動は零となり、水平動のみがある。しかし  $e=45^\circ$  になると水平動は零となり、上下動のみが殘る。又、 $e=0$  の場合には前のときの如く波動が傳はることができない。地震波の表面反射の問題は別に Mainka<sup>1)</sup>, 石川氏<sup>2)</sup>なども大分研究してゐ

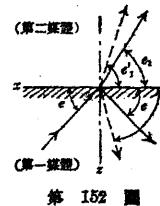
<sup>1)</sup> C. Mainka, "Emergenzwinkel von Erdbebenstrahlen...", *Phys. ZS.*, 20 (1919), 574-579.

<sup>2)</sup> 石川高見, "日本海の地震に就て," *氣象雑誌*, 6 (1923), 142; "日本海北部の地震," 同, 10 (1932), 261.



第 151 圖

るが、又、鈴木理學士<sup>1)</sup>の最近の研究によれば、本郷、三鷹に於ける近地地震の記録に於て初動が著しく鉛直方向にボラライズしてをり、初動部の周期が 0.3~1.0 秒位では入射角が 4~5 度位であるのに、周期が 25 秒乃至 30 秒位になると 50 度位となることがわかつた。地震波の波長が大となると、その波長よりも小なる擴がりをもつ地盤の最上層の局部的地震が波の屈折には問題とならない爲である。筆者等<sup>2)</sup>の計算によつても、それ程著しくはないが、同様な傾向がわかる。



第 152 図

**弾性波の屈折** 弾性波が異なる物質の方へ屈折する場合には入射波が縱波であつても又は横波であつても、反射波と屈折波とは夫々縱波と横波とからなるのが原則である。

左圖に於て  $e$  を縱波の入射角とし、 $e, e'$  を反射縦波及び横波の角、 $e_1, e'_1$  を屈折波の其等とする。然るときは弾性波の速度の關係から明かに

$$\frac{V_1}{\cos e} = \frac{V_2}{\cos e'} = \frac{V'_1}{\cos e_1} = \frac{V'_2}{\cos e'_1} \quad (51)$$

なる關係が成立する。 $V_1, V_2$  は入射波の方の側の縦波及び横波の速度、 $V'_1, V'_2$  は屈折する方の側のそれ等である。この關係によつて各種の波の波動方向がわかる。

二つの異なる弾性體が接してゐるとき、入射波の来る方の密度弾性率を  $\rho, \lambda, \mu$  とし、屈折波の出る方を  $\rho', \lambda', \mu'$  とする。入射波の方の弾性體に起る縦波のボテンシャルを  $\phi$ 、横波のそれを  $\psi$  とし、屈折波の方の弾性體のそれ等を  $\phi', \psi'$  とする。

波の振動周期を  $2\pi/b\omega$  とし、入射波の振幅をそれが縦波なるか横波なるかに應じて夫々  $A$  及  $B$  とする。先づ入射波が縦波の場合の波動式を作れば

$$\left. \begin{aligned} \phi &= Ae^{ib(x\tan e + z + \omega t)} + A_1e^{ib(-x\tan e + z + \omega t)}, \\ \psi &= Be^{ib(-x\tan e' + z + \omega t)}, \\ \phi' &= A'e^{ib(x\tan e_1 + z + \omega t)}, \\ \psi' &= B'e^{ib(x\tan e'_1 + z + \omega t)} \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

<sup>1)</sup> 鈴木武夫、"On the Angle of Incidence of the Initial Motion observed at Hongō and Mitaka," 地震研究所彙報, 10 (1933), 518~530.

<sup>2)</sup> 筆者、金井清、後田。

となる。而して上式の各項は夫々運動の方程式

$$\left. \begin{aligned} (\lambda + 2\mu)\nabla^2\phi &= \rho \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}, & \mu\nabla^2\psi &= \rho \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}, \\ (\lambda' + 2\mu')\nabla^2\phi' &= \rho' \frac{\partial^2\phi'}{\partial t^2}, & \mu'\nabla^2\psi' &= \rho' \frac{\partial^2\psi'}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

を満足すべきである。又二つの弾性體中での變位は  $x, z$  の方向に夫々

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\partial\phi}{\partial x} - \frac{\partial\psi}{\partial z}, & w &= \frac{\partial\phi}{\partial z} + \frac{\partial\psi}{\partial x}, \\ u' &= \frac{\partial\phi'}{\partial x} - \frac{\partial\psi'}{\partial z}, & w' &= \frac{\partial\phi'}{\partial z} + \frac{\partial\psi'}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

で表されるから、 $z=0$  に於ける條件は

$$\left. \begin{aligned} u &= u', & w &= w', \\ \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} &= \lambda' \left( \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial w'}{\partial z} \right) + 2\mu' \frac{\partial w'}{\partial z}, \\ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= \mu' \left( \frac{\partial w'}{\partial x} + \frac{\partial u'}{\partial z} \right) \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

となる。(52) を (53) 及 (55) に代入して波動速度、 $\tan e'$ ,  $\tan e_1$ ,  $\tan e'_1$ ,  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $A'_1$ ,  $B'_1$  を定めることができる。

同様に鉛直面に振動しつゝある振幅  $B$  なる横波が  $e$  なる角を以て入射する場合には

$$\left. \begin{aligned} \psi &= Be^{ib(x\tan e + z + \omega t)} + B_1e^{ib(-x\tan e' + z + \omega t)}, \\ \phi &= A_1e^{ib(-x\tan e' + z + \omega t)}, \\ \psi' &= B'e^{ib(x\tan e_1 + z + \omega t)}, \\ \phi' &= A'e^{ib(x\tan e'_1 + z + \omega t)} \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

なる波動式が出る。茲に  $e'$  は反射の縦波の角、 $e_1$  は屈折横波の角、 $e'_1$  は屈折縦波の角を示す。前の如くにして  $B_1, A_1, B', A'$  その他を決定することができる。

又、波動方向に直角に水平方向に振動しつゝある横波が入射するとはは反射波も屈折波も横波のみであつて、第一の弾性體中での變位を  $v$ 、第二のそれを  $v'$  と書けば、 $v, v'$  は次の如くなる：

$$\left. \begin{aligned} v &= C_0 e^{i\theta(\varepsilon \tan \alpha + z + \omega t)} + C_1 e^{i\theta(-\varepsilon \tan \alpha + z + \omega t)}, \\ v' &= C' e^{i\theta(\varepsilon \tan \alpha_1 + z + \omega t)} \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

Knott も上の様な式を用ひて花崗岩, 大理石, スレートの何れか二つの間に反射屈折をなす場合の計算をやつてゐるが, 考方に於て略近的な所があるからそれは省略して, 兹には河角, 鈴木兩理學士<sup>1)</sup>が地球表面の不連續層に就て松澤博士が假定せる値即ち縦波の速度が上の層から順々に 5 杆, 6.1 杆, 7.5 杆換言すれば何れかの二つの層を取ると何れの速度比も  $\sqrt{1.5}$  位になるといふことを用ひ, 且つ密度の比を多くの學者の研究から硬い方と軟い方との比を 1.1 と取り, 又 Poisson 比は 1/4 であると假定して正確に計算せる結果を掲げて見ようと思ふ.

入射角, 反射角, 屈折角の表 (水平横波が入射するときの外)  
(はれの場合にもあてはまる)

$\tan^{-1}\beta'$	$\tan^{-1}\beta$	$\tan^{-1}\alpha'$	$\tan^{-1}\alpha$	$\tan^{-1}\beta'$	$\tan^{-1}\beta$	$\tan^{-1}\alpha'$	$\tan^{-1}\alpha$
0° 00'	0.57734i	0.81650i	0.88191i	61° 52'	54° 44'	35° 16'	0° 00'
2° 52'	0.57491i	0.81598i	0.88180i	61° 52'	54° 44'	35° 16'	0° 30'
5° 43'	0.57155i	0.81445i	0.88066i	61° 53'	54° 45'	35° 17'	1° 00'
14° 02'	0.54006i	0.80364i	0.87401i	61° 53'	54° 45'	35° 17'	1° 00'
28° 34'	0.40825i	0.76376i	0.84984i	61° 53'	54° 46'	35° 19'	2° 00'
30° 53'	0.30550i	0.73987i	0.83533i	61° 55'	54° 48'	35° 23'	3° 00'
33° 01'	0.22730i	0.72514i	0.82698i	61° 57'	54° 50'	35° 28'	4° 00'
35° 00'	0.08167i	0.70946i	0.81786i	62° 01'	54° 56'	35° 39'	5° 30'
35° 16'	0° 00'	0.70712i	0.81650i	62° 21'	55° 20'	36° 28'	10° 00'
35° 40'	5° 43'	0.70354i	0.81445i	62° 55'	56° 06'	37° 58'	15° 00'
37° 56'	15° 01'	0.68126i	0.80170i	64° 42'	58° 27'	42° 17'	25° 00'
43° 06'	26° 34'	0.61237i	0.76376i	67° 17'	61° 47'	48° 01'	35° 00'
50° 23'	38° 40'	0.42423i	0.67334i	70° 32'	65° 54'	54° 44'	45° 00'
54° 44'	45° 00'	0° 00'	0.57736i	74° 19'	70° 39'	61° 48'	55° 00'
55° 31'	46° 06'	11° 19'	0.55377i	77° 39'	74° 48'	68° 15'	63° 00'
57° 35'	48° 53'	21° 49'	0.47610i	80° 43'	78° 37'	73° 47'	70° 00'
58° 55'	50° 46'	26° 34'	0.40826i	85° 18'	84° 15'	81° 51'	80° 00'
60° 20'	52° 59'	30° 58'	0.30550i	90° 00'	90° 00'	90° 00'	90° 00'
61° 48'	54° 36'	35° 00'	0.08168i				

1) 河角廣, 鈴木武夫, “地殻表層に於ける地震波の反射及び屈折,” 地震, 4 (1932), 277-307.

この表では何れを入射角に取つてもよい。但し  $\tan^{-1}\alpha$ ,  $\tan^{-1}\alpha'$  は夫々硬い方及び軟い方の彈性體に於ける縦波の射出角(水平面との間の角),  $\tan^{-1}\beta$ ,  $\tan^{-1}\beta'$  は夫々同様な場合の横波の射出角である。

入射波 縦波 (I)→(II)

$\epsilon$ (入射角)	$A_1/A$	$B_1/A$	$A'/A$	$B'/A$
0° 00'	-1	0	0	0
0° 30'	-0.960	0.001	0.039	-0.009
1° 00'	-0.922	0.002	0.077	-0.019
1° 30'	-0.888	0.0025	0.109	-0.027
2° 00'	-0.853	0.003	0.144	-0.035
3° 00'	-0.789	0.005	0.208	-0.051
4° 00'	-0.728	0.0065	0.287	-0.066
5° 30'	-0.647	0.009	0.346	-0.085
10° 00'	-0.452	0.017	0.541	-0.131
15° 00'	-0.303	0.030	0.695	-0.165
25° 00'	-0.139	0.064	0.885	-0.195
35° 00'	-0.076	0.100	0.991	-0.193
45° 00'	-0.067	0.126	1.054	-0.173
55° 00'	-0.077	0.133	1.101	-0.142
63° 00'	-0.102	0.122	1.114	-0.113
70° 00'	-0.119	0.101	1.126	-0.085
80° 00'	-0.138	0.055	1.137	-0.043
90° 00'	-0.148	0	1.148	0

(I) は硬い媒質を, (II) は軟い媒質を表す。 (I)→(II) は波が硬い媒質から軟い媒質に向つて入射する場合を示す。以下同様である。

入射波 縦波 (II)→(I)

$\epsilon$ (入射角)	$A_1/A$	$B_1/A$	$A'/A$	$B'/A$
0° 00'	1	0	0	0
4° 00'	0.984	0.0480	0.181	0.0456
11° 20'	0.959	0.1278	0.398	0.1204
21° 50'	0.931	0.2246	0.8495	0.210
26° 30'	0.9315	0.2468	1.143	0.232

各  
絶  
對  
值  
を

$\epsilon$ (入射角)	$A_1/A$	$B_1/A$	$A'/A$	$B'/A$	
33° 02'	0.947	0.2272	1.691	0.220	
35° 00'	0.961	0.1961	1.903	0.197	
35° 16'	0.964	0.1871	1.930	0.1891	算出する
38° 00'	0.811	0.0050	1.242	0.1896	
42° 13'	0.182	-0.0606	1.058	0.177	
48° 01'	0.107	-0.0939	0.965	0.162	
54° 45'	0.0975	-0.107	0.921	0.128	
61° 49'	0.0974	-0.116	0.883	0.109	
68° 15'	0.110	-0.101	0.877	0.086	
73° 50'	0.128	-0.0838	0.866	0.064	
80° 00'	0.141	-0.088	0.865	0.023	
97° 00'	0.146	0	0.854	0	

絶対値に相當する部分は先づ硬い方の側の縦波の射出角が虚の値を取り、従て多くの係数も同時に複素数となる所であつて、その場合に位相差の關係も必要であるが、之を省略する。以下同様である。

#### 入射波鉛直横波(I)→(II)

$\epsilon$ (入射角)	$B_1/B$	$B'/B$	$A_1/B$	$A'/B$	
0° 00'	1	0	0	0	
5° 43'	0.582	0.387	0.139	0.1196	各絶対値を算出する
15° 00'	0.351	0.699	0.234	0.212	
20° 31'	0.303	0.889	0.251	0.255	
33° 40'	0.250	1.016	0.280	0.277	
45° 00'	0.147	1.061	0.265	0.359	
50° 09'	0.107	1.064	0.109	0.326	
54° 40'	0.097	1.0853	-0.054	0.206	
55° 19'	0.092	1.0854	-0.052	0.207	
58° 27'	0.063	1.099	-0.076	0.173	
65° 54'	-0.010	1.116	-0.095	0.119	
74° 50'	0.114	1.111	-0.022	0.012	
90° 00'	-0.147	1.143	0	0	

#### 入射波鉛直横波(II)→(I)

$\epsilon$ (入射角)	$A_1/B$	$B_1/B$	$A'/B$	$B'/B$
0° 00'	0	1	0	0

$\epsilon$ (入射角)	$A_1/B$	$B_1/B$	$A'/B$	$B'/B$
5° 43'	0.083	0.999	0.046	0.218
14° 02'	0.212	1.000	0.091	0.490
26° 33'	0.474	1.000	0.303	1.523
30° 56'	0.486	0.999	0.539	2.544
34° 58'	0.334	0.999	0.684	2.792
35° 16'	0.169	0.997	0.578	2.277
43° 05'	0.284	0.803	0.239	1.031
50° 11'	0.255	0.232	0.198	0.939
54° 26'	0.307	0.152	0.195	0.927
54° 41'	0.323	0.146	0.215	0.922
58° 00'	0.283	0.119	0.325	0.875
59° 51'	0.243	0.122	0.377	0.871
61° 25'	-0.167	-0.132	-0.422	0.879
61° 55'	-0.006	-0.077	-0.247	0.877
64° 42'	0.044	-0.039	-0.181	0.876
70° 31'	0.077	0.039	-0.104	0.869
80° 43'	0.047	0.107	-0.042	0.874
90° 00'	0	0.146	0	0.853

#### 入射波水平横波(I)→(II)

$\epsilon$ (入射角)	$C_1/C$	$C'/C$	$\epsilon$ (入射角)	$C_1/C$	$C'/C$
0° 00'	-1	0	26° 34'	-0.066	0.934
0° 34'	-0.955	0.045	36° 52'	+0.029	1.029
1° 26'	-0.891	0.109	45° 00'	+0.074	1.074
2° 52'	-0.793	0.207	56° 19'	+0.111	1.111
4° 18'	-0.706	0.294	66° 25'	+0.132	1.132
5° 44'	-0.628	0.372	78° 28'	+0.141	1.141
14° 03'	-0.306	0.694	90° 00'	+0.145	1.145

## 入射波水平横波(II)→(I)

$e$ (入射角)	$C_1/C$	$C'/C$	$e$	$C_1/C$	$C'/C$
0° 00'	1	0	35° 18'	0.910	1.910
0° 34'	1	0.021	35° 22'	0.793	1.793
1° 26'	1	0.053	35° 30'	0.706	1.706
2° 52'	1	0.071	35° 40'	0.628	1.623
4° 18'	1	0.143	37° 37'	0.306	1.306
5° 44'	1	0.212	43° 06'	0.066	1.066
14° 03'	1	0.544	49° 13'	-0.029	0.971
20° 34'	1	1.197	54° 44'	-0.074	0.926
31° 23'	1	1.605	63° 04'	-0.111	0.889
33° 02'	1	1.762	72° 21'	-0.132	0.863
35° 00'	1	1.965	80° 47'	-0.142	0.853
35° 15'	1	2.000	90° 00'	-0.145	0.855
35° 18'	0.955	1.955			

以上は河角、鈴木兩氏<sup>1)</sup>の計算結果であつて、之等のことから、縦波及び鉛直横波が入射するときには、一般に四種の波が起り、水平横波の入射するときには二種の波が起されることがわかる。又入射角の表でわかるやうに軟い方の弾性體に横波が入るときには、その波は實際の平面波であるのに、屈折波及び反射縦波がかなり廣い範囲に涉つて虚の値を取る。此場合に振幅は一般に複素數であつて、波が境界面から遠くなるに従て指數函数的に小さくなり、表面波に似た性質をもつことを示してゐるのである。入射波が縦波の場合でも、又硬い方から軟い方へ入る横波の入射波のときでも、やはり或る限界まではこのやうなことがあることを示してゐる。入射波が横波であつて表面反射をするときにも同様な性質のある事は Walker<sup>2)</sup>が指摘してゐる。勿論 Knott の反射屈折の場合にもこのやうな結果が出てゐる。さてこのやうなときでも振幅比が出てゐるのは複素數から適當の絶対値をとつて記載した爲である。尙、一般に同種の屈折波が一番大きく出るものであつて、種々の波の中の大部分を占めてゐることは大切な事柄である。又、之等の關係は Walker が反射

1) 河角廣、鈴木武夫、前掲。

2) G. W. Walker, "Surface Reflection of Earthquake Waves," *Phil. Trans. Roy. Soc., London*, 218 (1919), 373-393; *Modern Seismology* (London, 1913).

の問題に出してをるやうに任意の入射波動について成立するものである。

表面層がある場合に地震波の波長によつて地表の見掛けの入射角に非常な相違のあることは鈴木理學士<sup>3)</sup>によつて既に認められたが、筆者は金井氏<sup>4)</sup>とこの問題の數理的研究を試みた。

反射屈折のもつと一般的の場合とも稱すべき地震波の廻折の問題は數學的に筆者の解いたものがあり、又實驗的に面白いものでは中村博士<sup>5)</sup>が試みた研究を擧げることができる。

### 190. 弾性波の重複反射並びに土地の固有振動

土地に層がある場合に地震波によつて土地の固有振動が起り得るものであるかどうかは、非常に面白い問題であつて多くの人の注意をひいたものである。しかし固有振動が誘起するにしてもどの程度に起り得るものか、又すべての場合にあり得るかどうかといふことになると事柄が餘り簡単でなく、計算によつて初めてその判定を與へることができる。筆者は西村、金井等の諸氏と共に土地に表面層があつて下から鉛直の向きに地震波の来る場合や、地體中に不連續的に層がならんで居る場合の研究をして見たが、常識では餘り想像のできぬやうな結果も出て來た。

表面層が一つある場合 このやうなときに下から縦波がやつて來る場合を考へて見る。<sup>5)(6)</sup>

次圖に於て  $x$  軸を鉛直に取り、 $u$  を下の媒體の變位、 $\rho$ 、 $\lambda$ 、 $\mu$  をその密度及び Lamé

1) 鈴木武夫、"本邦、三島に於ける初動入射角と地表速度," 地震, 4 (1932), 479-496; 地震研究所彙報、前掲。

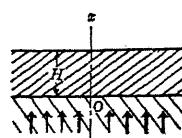
2) 筆者、金井清、"Reflection and Refraction of Seismic Waves in a Stratified Body," 地震研究所彙報, 10 (1932), 第4冊。

3) 筆者、"On the Diffraction of Elastic Waves," 地震研究所彙報, 5 (1928), 59-70.

4) 中村左衛門太郎、"On the Diffraction of Artificial Shocks Caused by a Small Building," 東北理科報告, 18 (1929), 401-407.

5) 筆者、"Possibility of the Free-oscillations of the Surface-layer excited by the Seismic Waves," 地震研究所彙報, 8 (1930), 1-11.

6) 筆者、金井清、"Possibility of Free Oscillations of Strata excited by Seismic Waves. Part IV," 地震研究所彙報, 10 (1932), 273-298.



第 153 圖

これ等の式の解は

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \\ \rho' \frac{\partial^2 u'}{\partial t^2} &= (\lambda' + 2\mu') \frac{\partial^2 u'}{\partial x^2}. \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

$$\left. \begin{aligned} u &= e^{ih(V_1 t - x)} + A e^{ih(V_1 t + x)}, \\ \Delta &= -ih \{ e^{ih(V_1 t - x)} - A e^{ih(V_1 t + x)} \}, \\ u' &= B e^{iH'(V_2 t - x)} + C e^{iH'(V_2 t + x)}, \\ \Delta' &= -ih' \{ B e^{iH'(V_2 t - x)} - C e^{iH'(V_2 t + x)} \}, \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

である。但し  $A, B, C$  は境界条件で定まり、又

$$V_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad V_2 = \sqrt{\frac{\lambda' + 2\mu'}{\rho'}}, \quad (60)$$

$$\left. \begin{aligned} h &= p/V_1, & h' &= p/V_2, \\ -\frac{1}{h^2} \frac{\partial \Delta}{\partial x} &= u, & -\frac{1}{h'^2} \frac{\partial \Delta'}{\partial x} &= u' \end{aligned} \right\} \quad (61)$$

である。境界条件として

$$\left. \begin{aligned} u &= u', \\ \lambda \Delta + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} &= \lambda' \Delta' + 2\mu' \frac{\partial u'}{\partial x}, \end{aligned} \right\} \quad [x=0] \quad (62)$$

$$\lambda' \Delta' + 2\mu' \frac{\partial u'}{\partial x} = 0 \quad [x=H] \quad (63)$$

が成立する。 $u, u', \Delta, \Delta'$  をこの中へ代入するときは次の値が出る:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{(1-\alpha)+(1+\alpha)e^{-2i\beta h H}}{(1+\alpha)+(1-\alpha)e^{-2i\beta h H}}, \\ B &= \frac{2}{(1+\alpha)+(1-\alpha)e^{-2i\beta h H}}, \\ C &= \frac{2e^{-2i\beta h H}}{(1+\alpha)+(1-\alpha)e^{-2i\beta h H}}, \end{aligned} \right\} \quad (64)$$

但し

$$\alpha = \sqrt{\frac{\rho'(\lambda' + 2\mu')}{\rho(\lambda + 2\mu)}}, \quad \beta = \frac{h'}{h} = \sqrt{\frac{\rho'(\lambda + 2\mu)}{\rho(\lambda' + 2\mu')}}. \quad (65)$$

入射波の振幅を 1 に取り、下の媒体の変位式を次の如く書く:

$$u = u_1 + u_2 = e^{ih(V_1 t - x)} + A e^{ih(V_1 t + x)}. \quad (66)$$

$A$  は下の媒体中の反射波の振幅に當る。今入射波が週期的波動でなく、 $f(x)$  なる形をなすときに、この波動と反射波及び上の層の中での振動式を書いて見ると次の如くなる:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dh \int_{-\infty}^{\infty} f(\sigma) e^{ih(V_1 t - x + \sigma)} d\sigma, \\ u_2 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(1-\alpha)+(1+\alpha)e^{-2i\beta h H}}{(1+\alpha)+(1-\alpha)e^{-2i\beta h H}} dh \int_{-\infty}^{\infty} f(\sigma) e^{ih(V_1 t + x + \sigma)} d\sigma, \\ u' &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2dh}{(1+\alpha)+(1-\alpha)e^{-2i\beta h H}} \int_{-\infty}^{\infty} f(\sigma) e^{i\beta h(V_2 t - x + \frac{\sigma}{\beta})} d\sigma \\ &\quad + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2e^{-2i\beta h H} dh}{(1+\alpha)+(1-\alpha)e^{-2i\beta h H}} \int_{-\infty}^{\infty} f(\sigma) e^{i\beta h(V_2 t + x + \frac{\sigma}{\beta})} d\sigma. \end{aligned} \right\} \quad (67)$$

各式の最初の積分の中を二項式を用ひて展開すれば次の如くなる:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{1}{2\pi} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \left( \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right)^{m+1} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2im\beta h H} dh \int_{-\infty}^{\infty} f(\sigma) e^{ih(V_1 t + x + \sigma)} d\sigma, \\ &\quad + \frac{1}{2\pi} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \left( \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right)^m \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2i(m+1)\beta h H} dh \int_{-\infty}^{\infty} f(\sigma) e^{ih(V_1 t + x + \sigma)} d\sigma, \end{aligned} \right\} \quad [\alpha < 1] \quad (68)$$

$$\left. \begin{aligned} u' &= \frac{1}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{(1-\alpha)^m}{(1+\alpha)^{m+1}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2im\beta h H} dh \int_{-\infty}^{\infty} f(\sigma) e^{i\beta h(V_2 t - x + \frac{\sigma}{\beta})} d\sigma \\ &\quad + \frac{1}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{(1-\alpha)^m}{(1+\alpha)^{m+1}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2i(m+1)\beta h H} dh \int_{-\infty}^{\infty} f(\sigma) e^{i\beta h(V_2 t + x + \frac{\sigma}{\beta})} d\sigma. \end{aligned} \right\} \quad [\alpha < 1]$$

$\alpha > 1$  のときも多少形が變るだけで同じやうな式が作られる。茲に  $V_2 = \sqrt{(\lambda' + 2\mu')/\rho'}$  である。

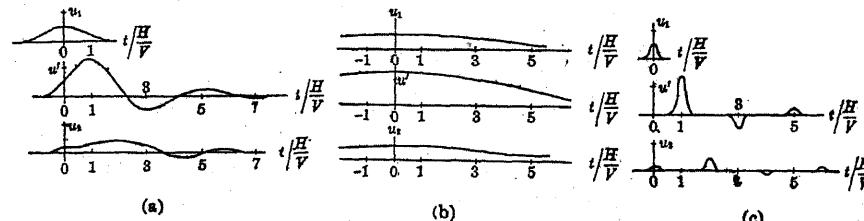
入射波が衝撃形であるときは

$$t=0; f(x)=e^{-\frac{x^2}{c^2}} \quad (69)$$

と置いてよい。この場合に  $u_1, u_2, u'$  を出して見ると次の如くなる:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= e^{-\frac{(V_1 t - x)^2}{c^2}}, \\ u_2 &= \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \left( \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right)^{m+1} e^{-\frac{(V_1 t + x - 2m\beta H)^2}{c^2}} \\ &\quad + \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \left( \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right)^m e^{-\frac{(V_1 t + x - 2(m+1)\beta H)^2}{c^2}}, \\ u' &= 2 \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{(1-\alpha)^m}{(1+\alpha)^{m+1}} e^{-\frac{\beta^2 (V_1 t - x - 2m\beta H)^2}{c^2}} \\ &\quad + 2 \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{(1-\alpha)^m}{(1+\alpha)^{m+1}} e^{-\frac{\beta^2 (V_1 t + x - 2(m+1)\beta H)^2}{c^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (70)$$

$u_1, u'$  が級数の形をなしてゐるのは計算の便宜上からでなく、重複反射の物理的性質を示すものである。今、 $\alpha=1/2, \beta=1$  として、i)  $c=H, c=5H, c=H/5$  の場合を計算して下図 (a), (b), (c) に出しておいた。



第 154 圖

この外種々の場合を計算して見ると次の如き結論に到達する:

1. 衝撃波の擾動部分の長さが表面層の厚さに比較して短いときは表面上の変位と地中の反射波とは周期性を保持することになる。しかし擾動部分の長さが表面層の厚さに比較して大きいときは断る周期性は決して存在せぬ。

2. 又、衝撃波の擾動部分の長さが極めて短いときは表面の振動や反射波の誘起は間歇的となる。

3. 週期的の振動が誘起されてもその次の振動は必ず減衰的傾向を持たねばならぬ。

4. 表面層が下の媒體よりも剛いときは衝撃波が多少短くとも週期性はあまり明瞭ではない。

5. 間歇的振動が誘起されるやうな場合に、表面層が下の媒體よりも軟いときには地表面に於ける次の振動及び地中の次の波動形はその位相が互に逆となる。しかし表面層の剛いときは各振動は同位相となる。

同様に有限長の調和波動が與へられる場合、即ち

$$t=0; f(x)=\cos cx, \quad [-a \leq x \leq 0] \quad (71)$$

を考へると、

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \cos c(V_1 t - x), & [(V_1 t - a) < x < V_1 t] \\ &= 0, & [V_1 t < x] \\ &= 0, & [(V_1 t - a) > x] \end{aligned} \right\} \quad (72)$$

$$\begin{aligned} u_2 &= \sum_{m=0}^{\infty} \chi(m) (-1)^m \left( \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right)^{m+1} \cos c(V_1 t + x - 2m\beta H) \\ &\quad + \sum_{m=0}^{\infty} \varphi(m) (-1)^m \left( \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right)^m \cos c(V_1 t + x - 2(m+1)\beta H), \end{aligned} \quad (73)$$

但し

$$\left. \begin{aligned} \chi(m) &= 1, & [-(V_1 t - 2m\beta H) < x < -(V_1 t - 2m\beta H - a)] \\ &= 0, & [-(V_1 t - 2m\beta H) > x] \\ &= 0, & [-(V_1 t - 2m\beta H - a) < x] \\ \varphi(m) &= 1, & [-\{V_1 t - 2(m+1)\beta H\} < x < -\{V_1 t - 2(m+1)\beta H - a\}] \\ &= 0, & [-\{V_1 t - 2(m+1)\beta H\} > x] \\ &= 0, & [-\{V_1 t - 2(m+1)\beta H - a\} < x] \end{aligned} \right\} \quad (74)$$

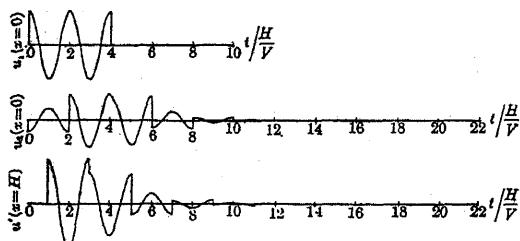
$$u' = 2 \sum_{m=0}^{\infty} \chi(m) (-1)^m \frac{(1-\alpha)^m}{(1+\alpha)^{m+1}} \cos c\beta (V_s t - x - 2mH) \\ + 2 \sum_{m=0}^{\infty} \varphi(m) (-1)^m \frac{(1-\alpha)^m}{(1+\alpha)^{m+1}} \cos c\beta (V_s t + x - 2(m+1)H), \quad (75)$$

但し

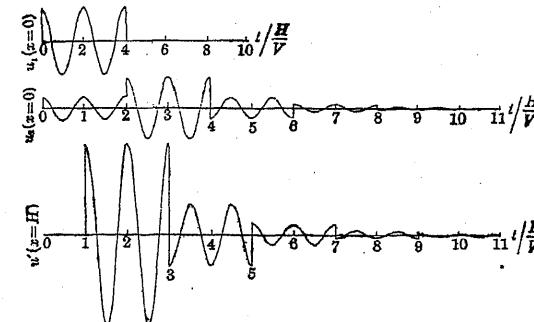
$$\left. \begin{array}{ll} \chi(m) = 1, & \left[ (V_s t - 2mH) > x > \left( V_s t - 2mH - \frac{a}{\beta} \right) \right] \\ & \qquad \qquad \qquad [V_s t - 2mH] < x] \\ = 0, & \\ = 0, & \left[ \left( V_s t - 2mH - \frac{a}{\beta} \right) > x \right] \\ \varphi(m) = 1, & \left[ -\{ V_s t - 2(m+1)H \} < x < -\left( V_s t - 2(m+1)H - \frac{a}{\beta} \right) \right] \\ = 0, & [-\{ V_s t - 2(m+1)H \} > x] \\ = 0, & \left[ -\left\{ V_s t - 2(m+1)H - \frac{a}{\beta} \right\} < x \right] \end{array} \right\} \quad (76)$$

$\alpha, \beta, a, H, L$  の種々の場合を計算して次圖に示しておいた。

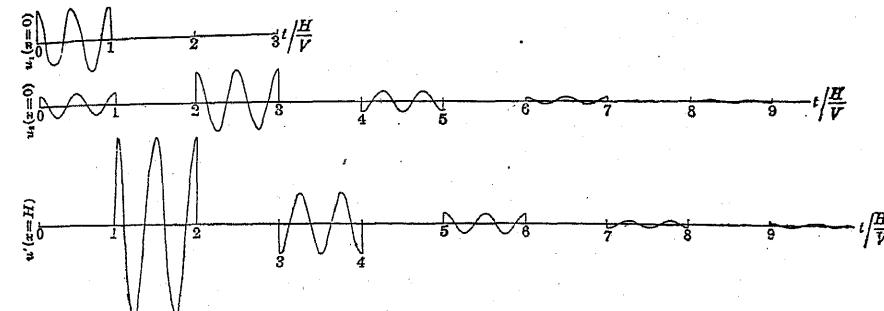
この場合にも層の厚さと地震波の波長によつて固有振動が出たり出なかつたりすることがわかる。しかし要するに層の固有振動は振動の繰返しそのものではなく、振動の群の次々がそれを表すことが知られる。



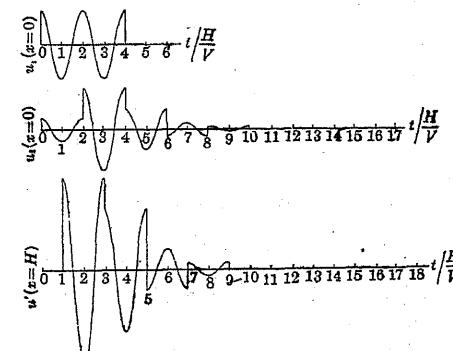
第 155 圖 (a)  $\alpha=1/2, \beta=1, H=L/2, a=2L, c=2\pi/L$ .



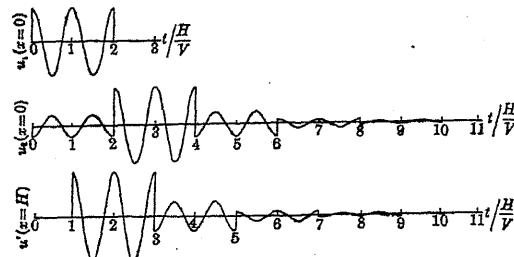
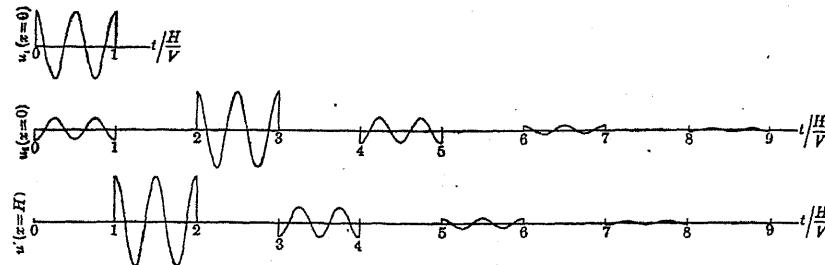
第 155 圖 (b)  $\alpha=1/2, \beta=1, H=L, a=2L, c=2\pi/L$ .



第 155 圖 (c)  $\alpha=1/2, \beta=1, H=2L, a=2L, c=2\pi/L$ .



第 155 圖 (d)  $\alpha=2, \beta=1, H=L/2, a=2L, c=2\pi/L$ .

第 155 圖 (e)  $\alpha=2, \beta=1, H=L, a=2L, c=2\pi/L$ .第 155 圖 (f)  $\alpha=2, \beta=1, H=2L, a=2L, c=2\pi/L$ .

上述のやうな問題の震震學的研究は今村博士<sup>1)</sup>の紀伊地方の地震調査や石本博士<sup>2)</sup>及び井上理學士<sup>3)</sup>の東京地方及び筑波山に於ける加速度震計的實験によつて委しく行はれてゐるが,場合によつては筆者の研究と同じこともあるし,時には多少異つてをることもある。

**表面層が二つある場合** 筆者は金井氏と共に表面層が二つある場合を考へ,下から垂直に縦波及び横波が來るときの地表の振動のしかたを研究した。<sup>4)</sup>

1) 今村明恒, "On the Earth-vibrations Induced in some Localities at the Arrival of Seismic Waves," 地震研究所彙報, 8 (1929), 489-494.

2) 石本巳四郎, "Comparison accélérométrique des secousses sismiques dans deux parties de la ville de Tôkyô," 地震研究所彙報 10 (1932), 171-187; 地震研究所彙報, 10 (1932).

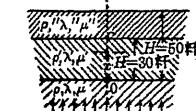
3) 井上理學士, 地震研究所講話會講演 (1932).

4) 筆者, 金井清, "Possibility of Free Oscillations of Strata excited by Seismic Waves. Part IV," 地震研究所彙報 10 (1932), 273-298.

地表にある二つの層の性質に關しては種々の説があるかも知れぬけれども,今村<sup>1)</sup>, 松澤<sup>2)</sup>兩博士其他の人々の結果が大體に於て正しいものと見てそれを適當に調節して下の如く假定した:

層	厚さ	密度	縦波の速度	横波の速度
表面層(花崗岩層)	20 脅	2.7	5.0 脅每秒	3.15 脅每秒
第二層(玄武岩層)	30 脅	3.0	6.1 脅每秒	3.70 脅每秒
下層(超鹽基性)	$\infty$	3.5	7.5 脅每秒	4.45 脅每秒

このやうな状態にある層状體に下方から有限長の調和波と衝擊型單波とを送る場合を考へた。但し調和波といつても層の厚さに比較して種々の波長を有する場合を計算し,又衝擊型波動についてもその有效長の種々の場合を考へて見た。



第 156 圖

結論を先づ述べて見ると,有限長調和波を送るときに生ずる表面の振動は非常に複雑ではあるけれども,分析して見ると前の研究のときと同じく,順々の波動群になり,この波動群が漸次小振幅となるものである。而して之等波動群は,計算の結果を圖示せるものに現はれてゐるやうに,所々の階段状のものがそれであつて,大なる繰返しは初めからの振動である。從て層の固有振動に當るものも階段状の所から次又はその次の階段状の所までが週期であつて,大なる繰返しの週期は初めからの振動週期である。

次に送られる波動が單一の衝擊型のときには,次々の振動の繰返しが夫々の波動群に相當するものであり,從て之等の振動繰返しの週期が層の大體の固有振動週期であるといふことができる。この場合にも次々の振動が漸次小振幅となることは他の場合と大差がないのである。

計算の方法は前のやうに下から各層の方程式を次の如く作る:

1) 今村明恒, 岸上冬彦, 小平孝雄, "水成岩層の地震波傳播に及ぼす影響," 地震研究所彙報, 7 (1929), 471-487.

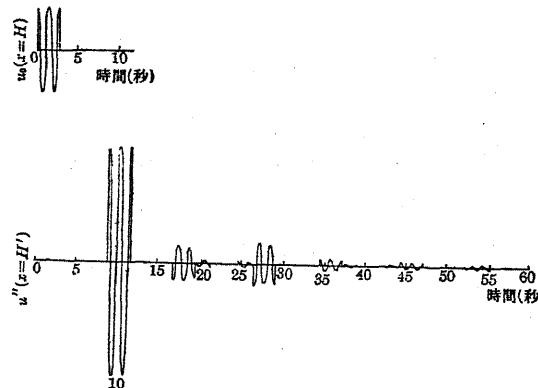
2) 松澤武雄, 山田國親, 鈴木武夫, "On the Forerunners of Earthquake-motions (2nd Paper)," 地震研究所彙報, 7 (1929), 241-260.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= V_1^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial^2 u'}{\partial t^2} &= V_2^2 \frac{\partial^2 u'}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial^2 u''}{\partial t^2} &= V_s^2 \frac{\partial^2 u''}{\partial x^2}, \end{aligned} \right\} \quad (77)$$

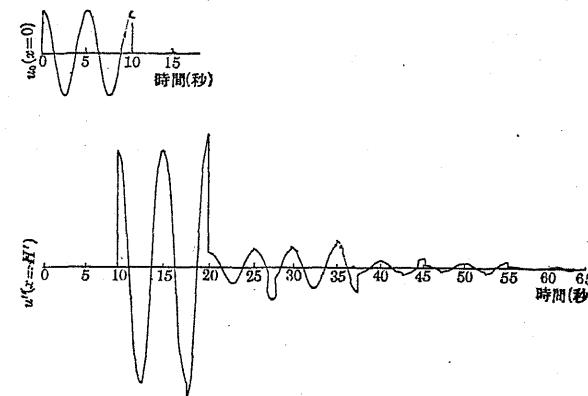
但し縦波では  $V_1^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho$ ,  $V_2^2 = (\lambda' + 2\mu')/\rho'$ ,  $V_s^2 = (\lambda'' + 2\mu'')/\rho''$ , 又横波では  $V_1^2 = \mu/\rho$ ,  $V_2^2 = \mu'/\rho$ ,  $V_s^2 = \mu''/\rho''$  とする。この解を

$$\left. \begin{aligned} u &= e^{ith(V_1 t - x)} + A e^{ith(V_1 t + x)}, \\ u' &= B e^{ith'(V_2 t - x)} + C e^{ith'(V_2 t + x)}, \\ u'' &= D e^{ith''(V_s t - x)} + E e^{ith''(V_s t + x)} \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

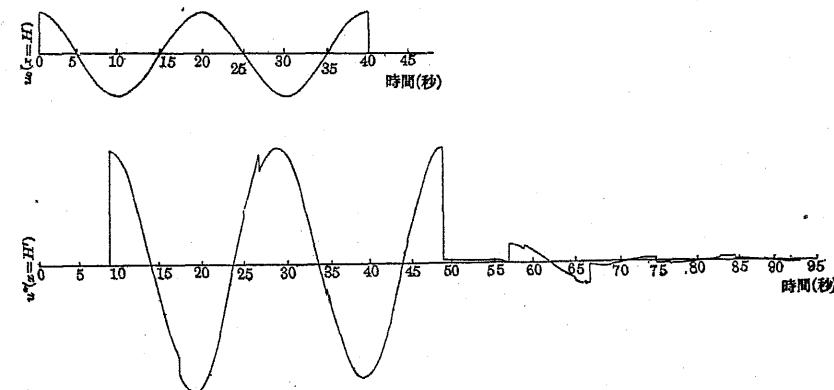
と書き,  $x=0$ ,  $H$ ,  $H'$  の条件をあてはめて  $A$ ,  $B$ ,  $C$  を決定する。而して  $t=0$  のときに  $u_0 = \cos cx$  ( $-a < x < 0$ ),  $= 0$  ( $x > 0$ ,  $x < -a$ ) なる場合や  $u_0 = e^{-\frac{x^2}{a^2}}$  なる場合を作つて, 反射波  $u_2$  及び表面層の振動  $u''$  を算出したのである。計算の方法は非常に複雑であるけれども, その結果中二三例を図示して見ると次の如くなる:



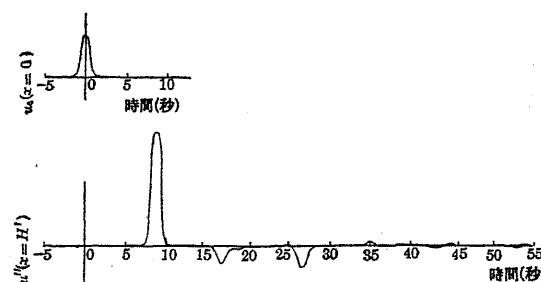
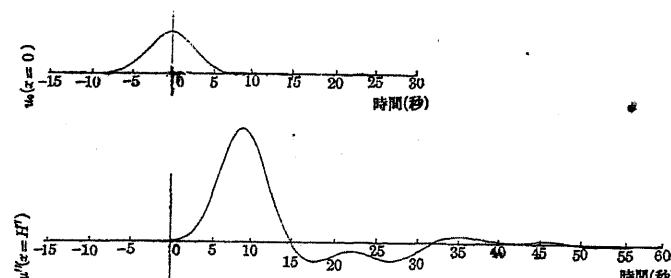
第 157 圖 (a)  $V_1=7.5$  杆每秒,  $V_2=6.1$  杆每秒,  $V_s=5.0$  杆每秒,  $L=10$  杆



第 157 圖 (b)  $V_1=7.5$  杆每秒,  $V_2=6.1$  杆每秒,  $V_s=5.0$  杆每秒,  $L=40$  杆。



第 157 圖 (c)  $V_1=7.5$  杆每秒,  $V_2=6.1$  杆每秒,  $V_s=5.0$  杆每秒,  $L=150$  杆。

第 158 圖 (a)  $V_1=7.5$  杆每秒,  $V_2=6.1$  杆每秒,  $V_s=5.0$  杆每秒,  $c=5$  杆第 158 圖 (b)  $V_1=7.5$  杆每秒,  $V_2=6.1$  杆每秒,  $V_s=5.0$  杆每秒,  $c=30$  杆.

弾性及び密度が不連續なる地層のある場合 大體同じやうな方法によつて筆者等<sup>1)</sup>は自由な表面はないけれども地震波の進む方向に幾つも層がある場合を考へた。之等の層の爲に重複反射をなして出て来る波が非常に複雑になるものである。計算の方法は省略しておくが、氣のつくことは初めの衝撃が単純な場合でも傳播する波動は複雑な波型となつて進み、擾乱部分の所々が週期的の振動となることである。而してそれ等の所々が各々減衰的の傾向を持つものである。

<sup>1)</sup> 筆者、西村源六郎，“Dispersion of a Shock in Echoing- and Dispersive-Elastic Bodies,” 地震研究所彙報, 8 (1930), 321-337.

<sup>2)</sup> 筆者、金井清，“Possibility of Free Oscillations of Strata excited by Seismic Waves. Part III,” 地震研究所彙報, 10 (1932), 1-18.

斯の如く所々が減衰性を持つことは震源が恰も多數あつて順次に震動勢力を發散したかの如く思はせる。又、擾乱部分の先頭は不均一弾性體の效果的速度で傳播される。即ち、弾性體に粘性や速度的分散性がなければ地震の初動によつて震源距離等を確めるが如きことに對して好都合な譯である。又、初動部は振幅が大きく且つその位相が保持される。このことも亦驗震學的に重要であらう。特に注意すべき事柄は弾性波が軟い媒體から硬い媒體へ進むときに初動部が普通と違つた波形を作ることであらう。但し、この場合は媒體が塊状をなすときであつて一般の反射屈折のときには起らぬ現象である。又、震源の近所では層が變る爲に第一に反射される波は振幅が非常に小である。之は震源附近の振動型に特別の型を與へるものである。尙、擾乱部分が次第に長くなるに従て一般の振幅が小さくなることは勢力保持の者にもよく符合してゐる事柄である。

有限長の調和波が前進して層にぶつかるときは、その層の中で幾回となく重複反射をなし、同時に波動勢力を少しづゝ周囲に分散するものである。結果から見ると層の定常振動を誘起させたやうに見えるけれども、實際の機構は上述の如きものである。計算の結果によれば弾性率や密度の割合が層と外部とに於て無限大の割合に異なつてゐるのでなければ實際の定常振動を起すことができないのである。但し、不規則な入射波(有限波長の調和波を含む)や衝撃波が來るときは層の固有振動の周期のみは保つ振動が現はれるけれども直ちに減衰するものである。無限に續く等周期調和波がやつて來るときには、その強制振動の周期のみが現はれ、層の固有振動の現はれることは普通の振動理論にある通りである。このときの共振現象は前にも述べたやうに層の物質と層外の物質との密度や弾性が極端に違つてゐるのでなければ勿論起らない。

有限長の調和波が層にあたるときにその有限の擾乱部の長さが層の厚さに比較して大なる場合には、振動群が週期的に且つ間歇的に起るものであり、又その次の振動群は減衰的傾向を持つものである。層の厚さを  $H$  とし、その層中の波動速度を  $V$  とすれば、その間歇的振動は  $2H/V$  なる周期を以て起るものである。從て波動が縦波であるか横波であるかによつてその周期も著しく異なる譯である。

有限擾乱部の長さが層の厚さに比較して短い場合には振動群が互に重なり合つてゐるから、地震計の記象からその區別をなすことは實際問題としてかなり困難を伴ふ。重なり始めや終りのみを拾つて行つて初めて固有振動週期が見つかるのであり、且つこの場合にも後の振動群程どんどん振幅が小になる規則であるから、動もすると取違へる虞れがある。之等は計算例とよく照合することによつて初めて誤を防ぐことができると思ふ。

層が幾つもある場合に波動部分が非常に長く延びるものであるが、振幅もそれにつれて益々減少するものである。之等は勢力保持の法則を數式が自然に表して與れるものである。但し斯る場合に出る結果で注意すべきことは、層列の前面から出る反射が層列の最後の部から出る通過波と同程度に碎けて延びることである。之は重複反射の場合のみに特有なものであつて普通の分散波の場合とは非常に異なるものである。

### 191. 固體粘性による地震波の減衰<sup>1) 2) 3) 4) 5) 6) 7) 8) 9)</sup>

地殻を形成する岩石に地震波が傳播する場合に、波による應力は小なる爲にプラスチック性などからは逃れることができるのであるが、粘性が働いて完全な弾性波と見ることができぬものである。それで固體を粘性の加はつた弾性體、即ち粘彈性

<sup>1)</sup> 長岡半太郎、"On Damped Progressive Waves and the Formation of Tail in Distant Earthquakes," 地質記事 3, (1906), 17-26.

<sup>2)</sup> 筆者、"On the Decay of Waves in Visco-elastic Solid Bodies," 地震研究所彙報, 3 (1927), 43-53.

<sup>3)</sup> B. Gutenberg, "Über Fortpflanzung von elastischen Wellen in viskosen Medien," *Phys. ZS.*, 30 (1929), 230-231.

<sup>4)</sup> E. Meissner u. G. Krumbach, *Handb. d. Exp.-Phys.*, 25, *Geophysik* (1931), I. Teil, 462.

<sup>5)</sup> B. Gutenberg, "Microseisms in North America," *Bull. Seism. Soc., America*, 21 (1931), No. 1, 2-3.

<sup>6)</sup> B. Gutenberg u. H. Schlechtweg, "Viskosität und innere Reibung fester Körper," *Phys. ZS.*, 31 (1930), 745-752.

<sup>7)</sup> 伊藤徳之助, "Über Oberflächen Wellen," *Gerl. Beitr. z. Geophys.*, 30 (1931), 366-407.

<sup>8)</sup> 筆者, "Notes on the Waves in Visco-Elastic Solid Bodies," 地震研究所彙報, 10 (1932), 19-22.

<sup>9)</sup> 筆者, "On the Diffusion of Tremors on the Surface of a Semi-infinite Body," 地震研究所彙報, 5 (1928), 85-91.

體として振動方程式を作つて見ると

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial Y_x}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} + \frac{\partial Y_z}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial Z_x}{\partial x} + \frac{\partial Z_y}{\partial y} + \frac{\partial Z_z}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \quad (79)$$

であることは普通の弾性體の通りであるが、stress-strain relation は粘性係数  $\lambda'$ 、 $\mu'$  の爲に次の如くなる:

$$\left. \begin{aligned} X_x &= \lambda \Delta + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda' \frac{\partial \Delta}{\partial t} + 2\mu' \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x}, \\ Y_y &= \lambda \Delta + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda' \frac{\partial \Delta}{\partial t} + 2\mu' \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial y}, \\ Z_z &= \lambda \Delta + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda' \frac{\partial \Delta}{\partial t} + 2\mu' \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial z}, \\ Y_x &= \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \mu' \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right), \\ Z_y &= \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \mu' \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \\ X_y &= \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \mu' \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right). \end{aligned} \right\} \quad (80)$$

これ等二種の式から直ちに次式が出る:

$$\left. \begin{aligned} \left\{ (\lambda + 2\mu) + (\lambda' + 2\mu') \frac{\partial}{\partial t} \right\} \frac{\partial \Delta}{\partial x} - 2 \left( \mu + \mu' \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial \omega_3}{\partial y} + 2 \left( \mu + \mu' \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial \omega_2}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ \left\{ (\lambda + 2\mu) + (\lambda' + 2\mu') \frac{\partial}{\partial t} \right\} \frac{\partial \Delta}{\partial y} - 2 \left( \mu + \mu' \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial \omega_1}{\partial z} + 2 \left( \mu + \mu' \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial \omega_3}{\partial x} &= \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \\ \left\{ (\lambda + 2\mu) + (\lambda' + 2\mu') \frac{\partial}{\partial t} \right\} \frac{\partial \Delta}{\partial z} - 2 \left( \mu + \mu' \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial \omega_2}{\partial x} + 2 \left( \mu + \mu' \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial \omega_1}{\partial y} &= \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \end{aligned} \right\} \quad (81)$$

但し

$$\left. \begin{array}{l} \Delta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}, \quad 2\omega_1 = \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right), \\ 2\omega_2 = \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad 2\omega_3 = \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right). \end{array} \right\} \quad (82)$$

又,  $\rho$  は密度  $u, v, w$  は  $x, y, z$  方向の変位である。

対称の場合には

$$\left. \begin{array}{l} (\lambda + 2\mu) \nabla^2 \Delta + (\lambda' + 2\mu') \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \Delta = \rho \frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2}, \\ \mu \nabla^2 \omega + \mu' \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \omega = \rho \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} \end{array} \right\} \quad (83)$$

が得られる。

今簡単な例として縦波が直線的に進行する場合を考えると, 方程式は

$$\left( (\lambda + 2\mu) + (\lambda' + 2\mu') \frac{\partial}{\partial t} \right) \nabla^2 u = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (84)$$

となる。先づ  $u = A e^{-i(\omega t - kx)}$  と置けば

$$\frac{p}{f} = -\frac{\lambda' + 2\mu'}{2\rho} f_i \pm \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho} - \left( \frac{\lambda' + 2\mu'}{2\rho} \right)^2 f^2} \cong -\frac{\lambda' + 2\mu'}{2\rho} f_i \pm \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (85)$$

今  $\sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = v_1$ ,  $\frac{\lambda' + 2\mu'}{2\rho} = w_1$  と書けば, 次の解が出る:

$$u = A e^{i(\omega t - v_1 x)} e^{-w_1 f x}. \quad (86)$$

之に Fourier 積分

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty d\xi \int_{-\infty}^\infty f(\lambda) \cos \xi (x - \lambda) d\lambda$$

を用ひて一般化すると,  $t=0$  で  $u=\varphi(x)$  の如き擾乱のある場合には

$$u = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \cos f v_1 t e^{-w_1 f x} df \int_{-\infty}^\infty \varphi(\lambda) \cos f(x - v_1 t - \lambda) d\lambda \quad (87)$$

であり,  $t=0$  で  $u=\varphi(x)$  の如き波のあるときには

$$u = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty e^{-w_1 f x} df \int_{-\infty}^\infty \varphi(\lambda) \cos f(x - v_1 t - \lambda) d\lambda \quad (88)$$

となる。擾乱の場合の一例として  $\varphi(\lambda) = \frac{B}{b} e^{-\frac{\lambda}{b}}$  と取れば

$$u = \frac{B}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-\left( \omega_1 t + \frac{b^2}{4} \right) f^2} \cos f x \cos f v_1 t df$$

となる。計算をすると次の如くなる:

$$u = \frac{B}{2\sqrt{4w_1 t + b^2}} \left[ e^{-\frac{(x+v_1 t)^2}{4w_1 t + b^2}} + e^{-\frac{(x-v_1 t)^2}{4w_1 t + b^2}} \right].$$

次の例として  $\varphi(\lambda) = \frac{B\lambda}{b^2} e^{-\frac{\lambda^2}{b^2}}$  と取れば

$$u = \frac{B}{2\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-\left( \omega_1 t + \frac{b^2}{4} \right) f^2} b f \sin f x \cos f v_1 t df$$

であり, 計算を行つて

$$u = \frac{Bb}{2} \frac{1}{(4w_1 t + b^2)^{\frac{3}{2}}} \left[ (x + v_1 t) e^{-\frac{(x+v_1 t)^2}{4w_1 t + b^2}} + (x - v_1 t) e^{-\frac{(x-v_1 t)^2}{4w_1 t + b^2}} \right]$$

が得られる。

筆者は同様な方法によつて二次元傳播の問題や表面の Rayleigh 波の研究をなしたが, 同じやうな性質のあることがわかつた。

之等の結果から, 波動の働く如何に鋭い場合でも, 遠方へ行くに従ひ漸次鈍くなり, 波動形の長さは次第に長くなることが知られる。又, 粘性によつて波動の速度に違ひがあるやうに見えるけれども, 断る場合には波動は一波長も進まぬ内につぶれてなくなることが明かである。このことは筆者の論文にも委しく述べてある。

固體粘性の爲には波動速度が波長に關係しないといふことは地震學上極めて重要なことであつて志田博士の地震の押しと引きの問題はこの爲に變更されないことが知られるのである。

地震波の減衰問題は長岡博士<sup>1)</sup>によつて古く手をつけられてゐるけれども當時は固體粘性が今とは異なる考方で取扱はれてゐたので, 少少改良すべき點も存し

<sup>1)</sup> 長岡半太郎, 'On Damped Progressive Waves and the Formation of Tail in Distant Earthquakes,' 地震記事, 3 (1906), 17-26.

たのである。又, Hosali<sup>1)</sup>も同じ問題を割合新しく研究したが極く簡単なことしかやれなかつた。

### 192. 地震動に関するその他の物理的問題

以上で地震波に対する力學的や物理學的大略の抽象的説明をなした積りであるが、少し深く考へると其他にもまだ多くの問題がある。その二三を茲に挙げて見よう。

普通考へる地震波の問題は變位それ自身は小さくなくてもその歪みが非常に小さいと考へてゐる。即ち Hooke の法則が行はれる範囲内の問題を取扱つてゐるのである。實際上からいつてもそれで充分である様に考へられる。しかし地表の極く表面にある砂や泥の部分ではその應力や歪みは恐らく或る極限を超えてゐるであらう。その様なものでなくとも岩石の或る種ではやはり Hooke の法則が行はれない所まで行つてゐるかも知れない。この様な問題に對して長岡博士<sup>2)3)4)</sup>は非常に古くから研究され、その形も例へば、 $u$  を變位、 $t$  を時間、 $a, b, c$  を常數として

$$\frac{d^2u}{dt^2} + au + bu^2 + cu^3 = 0 \quad (89)$$

の如く變位の一次のみでなく、種々の次數のものが彈性力としてきく場合の理論的研究を試み、ときには梢圓函數を以て明確なる解決を與へられた。

長岡博士<sup>5)6)</sup>は又多くの岩石の彈性率を測定し、以て種々の深さ、種々の場所に於て地震波が如何なる速度になり得るかを決定された。

Hencky<sup>7)</sup>は最近材料の高壓力のもとにある彈性的性質を考慮に入れて面白い

1) N. M. Hosali, "On Seismic Waves in a Visco-elastic Earth," *Proc. Roy. Soc.*, 104 (1923), 271-278.

2) 長岡半太郎, "On the existence of secondary vibrations in seismic waves," *數物記事*, 2 (1903-05), 443-442.

3) 長岡半太郎, "Asymmetric Vibrations," *帝國學士院記事*, 3 (1927), 23-27.

4) 長岡半太郎, "Asymmetric Vibrations of Finite Amplitudes," *帝國學士院記事*, 3 (1927), 61-63.

5) 長岡半太郎, "Elastic Constants of Rocks and the Velocity of Seismic Waves," *震. 調. 歐. 報.* 第 4 號 (1900), 47-67.

6) 長岡半太郎, "The rigidity of the earth and the velocity of seismic waves," *數物記事*, 2 (1903-05), 353-356.

7) H. Hencky, "On the Propagation of Elastic Waves in Materials under High Hydrostatic Pressure," *Phil. Mag.*, 14 (1932), 254-258.

計算をなし、その結果高壓に於ける地震波はその縱波に於て著しい速度の増加があるといふ結論を與へた。長岡博士<sup>1)</sup>は同じく彈性率の考や、その他の研究結果から地球の深部を通過するやうな波動の道すぢをも理論的に推定されたのである。この外、國富<sup>2)3)4)</sup>、和達<sup>5)</sup>、本多<sup>6)</sup>等の諸技師は、實際の震波結果から岩石の性質が地方により異なり、地震傳播速度が震央に對して圓形對稱的に行かぬことを確めた。今村博士<sup>7)</sup>はその長周期地震計によつて地球内部の核を通過して來た横波を初めて發見し、地球の心に當る所でも捩りの剛性のあることを證明した。

日下部博士<sup>8)9)10)11)12)13)14)</sup>も地震の目的に向つて岩石の物理的性質を根本から研究し、靜力學的にも振動的にも又熱の影響をも考に入れて岩石の彈性をしらべ、以て地震波の速度<sup>15)</sup>を決定すべき材料を與へ、併せて岩石の履歴現象の研究結果から餘震其他の問題に参考資料を與へた。同博士の岩石物理の研究は地震動の性質<sup>16)</sup>に

1) 長岡半太郎, "Trajectories of Seismic Rays," *帝國學士院記事*, 3 (1927), 28-31.

2) 國富信一, "日本に於ける地震傳播に關する研究," *氣象集誌*, [2], 3, 第 11 號; 同, 6, 第 3 編。

3) 國富信一, *Gerl. Beitr. z. Geophys.*, 17 (1927), Ht. 1.

4) 國富信一, "Propagation of Seismic Waves in Japan," *中央氣象臺歐文彙報*, 6 (1932), 207-211.

5) 和達清夫, "Preliminary Report of the Irregular Propagation of Seismic Waves in the Kwantung-district," *中央氣象臺歐文彙報*, 6 (1932), 239-250.

6) 本多弘吉, "A Note on the Anomaly of the Velocity of the Seismic Waves," *中央氣象臺歐文彙報*, 6 (1932), 189-192.

7) 今村明恒, *帝國學士院記事*, 8 (1932).

8) 日下部四郎太, "On the modulus of rigidity of rocks," *數物記事*, 1 (1901-03), 103-114.

9) 日下部四郎太, "Modulus of rigidity of rocks...," *數物記事*, 2 (1903-05), 142-148.

10) 日下部四郎太, "On a kinetic method of measuring the modulus...," *數物記事*, 2 (1903-05), 197-206.

11) 日下部四郎太, "Kinetic measurement of the modulus...," *數物記事*, 2 (1903-05), 341-352.

12) 日下部四郎太, "On the Modulus of Rigidity of Rocks," *震. 調. 歐. 報.*, 第 14 號 (1902), 1-73.

13) 日下部四郎太, "A Kinetic Measurement of the Modulus of Elasticity for 158 Specimens of Rocks, and...," *震. 調. 歐. 報.*, 第 22 號 (1906), 27-49.

14) 日下部四郎太, "Effect of Heat on the Kinetic Modulus of Elasticity of Rocks," *數物記事*, 3 (1906), 110-116.

15) 日下部四郎太, "Modulus of Elasticity of Rocks and Velocities of Seismic Waves with a hint to the Frequency of After-shocks," *震. 調. 歐. 報.*, 第 17 號 (1904), 1-48.

16) 日下部四郎太, "A Note on the Direction of Earthquake Motion," *數物記事*, 3 (1906), 10-16.

までも應用の道が擴がつてゐるのである。志田博士<sup>1)</sup>は地殻の潮汐現象其他から地球の彈性の研究を試みた。

寺田博士は中谷理學士<sup>2)</sup>と共に、不規則な衝撃が或る固有振動を有する物體に加はるときに、その固有振動がよく誘起されることを模型實驗を以て證明し、地震にも斯ることが多かるべきことを説かれた。又、地震動に伴ひ地殻に極めてのらしい振動が誘起され、之が傳はることもあるが、この性質は物理的に見て意味深遠なるものがある。斯る問題に對して今村博士<sup>3)</sup>はその長週期の地震計其他を用ひて速早く觀測結果を得られた。尙、地震動測定に對して地震と地震計との間に適應性といふことも看過できぬ問題であるが、このことに就ては中村博士<sup>4)</sup>、松澤博士<sup>5)</sup>、河角理學士<sup>6)</sup>の數理的研究が殊に参考になると考へられる。

### 193. 地震記録の各位相に就て

地震の記録は誰も知る通り、震源距離や震源の深さによつて、著しく異なるものであつて、餘り遠方でない地震では初期微動Pに始まつて、次にS位相が起り、更にL位相が續くのである。初めのPとSとはLに比較すると振幅が遙かに小さく、繰返し振動の見掛けの週期も短い様である。P、Sは夫々縱波、横波によるものと考へられ、Lは表面波即ちLoveの波であると考へられてゐる。このLは比較的に不規則であつて、概して波動方向に對して直角の水平變位が多い。L波の始まりよりも稍遅れて非常に規則正しく且つLよりも寧ろ大なる振幅のM位相、即ちRayleigh波

1) 志田順, "On the Elasticity of the Earth," 京都帝國大學理學部紀要, 4 (1912).

2) 寺田寅彦、中谷宇吉郎, "Experiments on the Effect of an Irregular Succession of Impulses upon a Simple Vibrating System," 地震研究所彙報, 5 (1928), 193-110.

3) 今村明恒, "On the Observations of Slow Earthquake Motions," 帝學紀, 3 (1927), 282-286.

4) 今村明恒, "Further Note on Seismic Observations with Long Period Horizontal Pendulums," 帝國學士院紀事, 4 (1928), 367-370.

5) 中村左衛門太郎, "On the Estimation of the First Motion of Earthquakes," 帝國學士院紀事, 3 (1927), 32-34.

6) 松澤武雄, "Earthquake Motion with a Constant Acceleration," 帝國學士院紀事, 3 (1927), 68-71.

7) 河角廣, "地震動と地震記録," 地震, 4 (1932), 71-94.

が混ずることがある。これ等は日本全體に擴がるやうな地震の記録に多く見られるものである。震源距離の一層近い所、例へば關東地方内で更に近い所に起つたやうな地震ではSとLとは殆ど重なつてその區別もつかぬやうなことがある。Rayleigh波MはSとLとの區別のつく位の距離でも現はれぬことが屢々ある。P波とS波とは前にも説明したやうに、彈性體が均一でありさへすれば殆ど一定速度で傳播するから、Pが起つてからSが起るまでの時間を測れば震源距離を推定することができる。この時間を初期微動繼續時間といふ。勿論震源の深さのことを考に入れるときは、時間と距離とは必しも比例せず、殊に普通は震央距離(震源の真上の地表上の點からの距離)を問題にするから、彈性體が均一であつても、時間が比例しないのは當然のことである。それでこの深さなどを考に入れた實驗式が作られてゐる。又、S波や他の波の始まりは、それ等の波の振幅が何れも大して大小がないときや、後に起る位相の方が小振幅でもよく認め得るのは、一つの種類の振動が後の方程、小振幅になるといふ性質がある爲であつて、之は理論的<sup>1)</sup>にも充分説明ができるのであり、記録検査上に大なる便宜を與へるものである。

地震波殊にP波やS波には分散性が實際上殆ど存在しない。而して方向性がどこまでも維持されることは既に述べた通りである。それで初期微動の始まりが押しの性質であつても又は引くやうな性質であつても、それが震源から見て方角さへ一定であれば、任意の震源距離で同じ引き又は押しが認められるのである。この性質は志田博士<sup>2)</sup>によつて初めて認められ、其後多くの地震學者は之によつて震源の大體の機構を推定することによく利用してゐる。S位相の所にもPと重なつて不明瞭ではあるがこのやうなことがあり、河角氏<sup>3)</sup>、本多氏<sup>4)</sup>等が研究中である。

1) 筆者、西村源六郎, "Dispersion of a Shock in Echoing- and Dispersive-Elastic Bodies," 地震研究所彙報, 8 (1930), 321-337.

2) 筆者, "On the Transmission of Seismic Waves on the Bottom Surface of an Ocean," 地震研究所彙報, 9 (1931), 115-143.

3) 志田順、大正十年上加茂觀測所に於ける講演。

4) 河角廣, "地震波の傳播(第二報)," 地震, 4 (1932), 548-580

5) 本多弘吉、前掲。

近地地震の大體の性質は上の如くであるが、地球上を遠くまで傳播するやうな地震では震動がもつと複雑になつてゐる。例へば  $P$  から  $S$  の始まるまでの間に一つ或は數個の異なる位相が認められる。之は  $P$  が一度又は二度地球曲面上で反射して來たものが遅れて地震計に出るからである。同様に  $S$  が始まつてから後にも主要動  $I$  に入る前に幾度も異なる位相が認められる。これは  $S$  が地球曲面で反射して來るときや、 $P$  が一度又は何度も反射して來る場合、又は  $P$  が曲面に當つて  $S$  を出したり、 $S$  から  $P$  が出たりする爲である。之等を記號で表すと  $P, PP, PPP, \dots, S, SS, SSS, \dots, PS, PPS, SP, SSP, \dots$  等となる。一例を取つて説明すると、 $PPS$  は初めの  $P$  が一度表面で反射して  $P$  を出し、この  $P$  が更に表面に當つて  $S$  を出し、この  $S$  が観測點に來たといふことになるのである。

大して遠くない地震には以上の外に尙特別の位相がある。それは地下數十粅の所に著しい不連續面がある爲に或る震央距離では  $P$  波が一度この中を通つて現はれるのであるが、或る一定の近さまでになるとこの中を通過せずに上の固體のみを通過して來るもののが出て来る。さうすると下を通過したものと上のみを通過したものとで初動の位相が違つて出來る。振幅は下の固體を通つたものはどうしても小さく出るのである。この結果或る一定の震央距離をへだてると位相が異なり且つ振幅の非常に小なるものが初動の前に現はれ始めるといふことになる。遠地地震を主として考へるとこのものが實は普通の  $P$  波であつて、一定の震央距離以内で最初現はれる位相は別種のものになるのである。之を  $\bar{P}$  波と稱し、1914年 S. Mohorovičić が見出したものである。これに就ては後に委しく述べることにするが、同様な性質は  $S$  波にもあつて  $S$  及  $\bar{S}$  で區別されてゐる。

地球の内核を通つて來る縱波は  $P'$  又は  $P$  なる符號を以て示され、antipode の近くに達する地震には之が含まれてゐる。今村博士<sup>1)</sup> は最近長週期地震計を以て地球の内核を通過して來た横波を見出しそのことを  $S''$  と名づけた。今迄の研究では内核を通つて來たものは縱波しか觀測されなかつたものであるが、同博士の研究によつて極めて長週期の横波が見出されたのである。

<sup>1)</sup> 今村明恒、帝國學士院紀事、8 (1932)。

この外に近地、遠地に限らず  $P$  波の始まる少し前に別の型を有する微動が常に同じ位の繼續時間を以て現はれることがある。その繼續時間は極めて短いが、松澤博士<sup>2)</sup> などによると之は深所から來た縱波や横波が二つの不連續面で屈折して  $P$  波と  $S$  波とに分れるからであつて、之等のことから地表近くに存在する一二の層の厚さと其等の中での弾性波の速度が確められたのである。

遠地地震に於て  $P$  と  $\bar{P}$  又は  $S$  と  $\bar{S}$  との區別があるやうに地表に二つの層があつてその表面の層に地震が起ると、表面層を直接傳はつて來た波動  $\bar{P}, \bar{S}$  及び深部の固體を廻つて來た波動  $P, S$  の外に中間層を傳はつて來た波動ができる。之を普通  $P^*, S^*$  を以て示し、地震動に更に別の位相を與へるものである。

主要動の終りに近い所では非常にゆつくりした搖れが續くのが普通である。

これについては大して明瞭な説明は未だ與へられてをらぬやうである。

尙ほ地震動が數百粅といふやうな深い震源から起る場合にその震央とも稱すべき普通の地表での震動は著しく變つた性質を示すものであつて、普通初期微動が極めて長く、初期微動の繰返し振動の周期が短く、且つ  $P$  位相の振幅は  $S$  のそれに比して割合に大きい。又、表面波の如きものがつゞくことが少ないのである。

種々の位相のことを考へて近地地震と遠地地震とを比較しても著しい相違がある。震源距離が遠くなるに従つて振動の繰返しの周期が漸次長くなり、非常に遠方では振幅はそれ程小でないにも拘らず、周期が長い爲に殆ど氣の付かないものであつて、地球をまはるやうな地震波では數十秒といふ周期さへも珍しくないものである。之等は固體の粘性抵抗の爲に地震波が減衰してその鋭さのなくなることと、又種々の分散性の爲に波長が少しづゝ延びる傾向があるのである。

#### 194. 近距離地震の震源及び震波走時曲線

近地地震によつて傳はつて來る地震波に  $\bar{P}, \bar{S}, P^*, S^*, P, S$  のあることは既に述べた。極めて近い地震では  $\bar{P}, \bar{S}$  を其儘  $P, S$  に取つて差支なく、波動速度は極く表面の花崗岩層を傳はるものと見てよい。かゝる地層での  $P$  の速度  $V_1$  は 5 粅每秒、横波の速度  $V_2$  は約 3 粅每秒位である。震央距離を  $\Delta$  とし、初期微動繼續時間を  $\tau$  と書

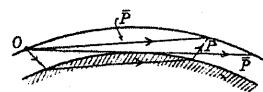
<sup>2)</sup> 松澤武雄、後出。

ければ大體に於て  $\tau = \Delta(1/V_s - 1/V_i)$  であり、從て  $\Delta \approx 7.5\text{t}$  となる。大森博士<sup>1)</sup>は種々の観測結果から日本内地の地震に對して

$$\text{震央距離(杆)} = 7.42 \times \text{初期微動継続時間}$$

なる關係を出された。しかしながら之は極く近い關東地方に起つた地震を東京で觀測するやうな場合のみにあてはまるのであつて、少し遠くなるとこの關係が成立しなくなる。それは深い所にある速度の速い物質を地震波が通る爲である。

一體、P波、S波の性質を説明するには地下の構造を豫め推定して之を地震波の速度と比較研究しなければならぬ。<sup>2)</sup> 歐洲の地震學者が種々の初期微動の性質を



第 159 圖

しらべた所が震央距離が 200 杆乃至 300 杆までは普通の法則から大して外れないのに、それ以上になると普通の初期微動の前に振幅が非常に小さくはあるけれども逆の位相の波動が現はれ始め、この位相部は震

央距離が一層遠くなると共に益々延び、17 000 杆位の所迄現はれることがわかつた。

A. Mohorovičić は 1909 年 Kulpatal の地震の觀測から、この説明として地表下 60 杆迄は  $V_i = 5.5$  杆每秒位の均一の物質から成り、それから下は  $V_i = 7.8$  杆每秒位の異なる物質があればよいとした。即ち上層で起つた地震の波が一度下の方へもぐつて P 波として出て來ると、その速度が速い爲に、震央距離 200~300 杆位に於て初めてから地表に出る地震波  $\bar{P}$  を追ひ越してしまひ、從て上述のやうな現象が現はれることがわかつたのである。之は Jahrb. d. meteor. Obs. Agram. Zagreb, 1910 に出でる筈である。我國では須田理學士<sup>4)</sup>が遅くこの研究をなした。又和達博士<sup>5)</sup>も後に同様な研究を試みた。この波は一度下へもぐる爲に勢力が散逸して P の振幅は  $\bar{P}$  に比して餘程小さいことがわかる。このことは後に S. Mohorovičić や Gutenberg の觀測で一層確められた。其後 1923 年 Conrad は A. Mohorovičić に基づ

<sup>1)</sup> 大森房吉、東京帝國大學理學部紀要, 11 (1899), 147.

<sup>2)</sup> G. Angenheister, Handb. d. Phys. (Geiger-Scheel), 6 (1928), 617.

<sup>3)</sup> 松澤武雄、地震, 1 (1929), 第 2 號。

<sup>4)</sup> 須田曉次、"Some Applications of Theory of Mohorovičić Waves," 地. 物. 輯, 4 (1927), 第 3 號。

<sup>5)</sup> 和達清夫、"On the Mohorovičić Wave observed in Japan," 中央氣. 歐文集報, 1 (1927), 89~96.

く P 波の出る所よりももつと手前の震央距離で小さな尚一つの波動の現はれる事を見出した。之は上層の下に尚一つの層があつてその爲に最上層から起つた波動が中間層をもぐつて来るからであるととなしたのである。Gutenberg は之を計算して、最上層、中間層、下部物質に於ける P 波の速度が夫々 5.5 杆每秒、6 杆每秒、8 杆每秒とし、層の厚さは最上層と中間層が夫々 30~40 杆、20~30 杆であればよいとなしたのである。Jeffreys は層の厚さに對して最上層、中間層が夫々 12.4 杆、23~25 杆とした。然るに松澤博士<sup>3)</sup>は日本に於ける測定の研究結果から日本の附近では速度が縦波では夫々 5 杆、6.1 杆、7.55 杆とし、横波では夫々 3.15 杆、3.6 杆、4.5 杆、又層の厚さは上層と中間層が夫々 20 杆、30 杆である事を發見した。之等の波を既述の記號で書くと  $\bar{P}, P^*, P, \bar{S}, S^*, S$  となるのである。而して松澤博士は  $P$  の初めて現はれる所は 120 杆でよい事をも決定した。即ちこの中で  $P$  の速度が最も速く、 $\bar{S}$  が最も遅い譯である。之等は同時に地殻の構造を教へて與れるものであつて、最上層が花崗岩層 (granitic)、第二層が玄武岩層 (basic)、下層が超鹽基性層 (ultrabasic) である。而して密度は夫々 2.7, 3.0, 3.5 である。下層は地表下 50 杆から始まり、遂に表面下 1 200 杆迄及んでゐる。松澤博士<sup>3)</sup>等は更に地表上の極めて薄い層 (4 杆位) を考へて之を通過する波動の位相  $U_1, U_2$  を出した。P 波の速度は學者によつて値が少しづゝ違つてゐる。K. Zöppritz と L. Geiger は 7.2 杆、S. Mohorovičić と Gutenberg は 8.0 杆、Conrad は 7.88 又は 8.12 杆、Jeffreys は 7.41~8.10 杆、和達博士は 7.8~8.0 杆に取つた。これから下は表面下 2 900 杆まで硫化物からなり、密度は 5.5 乃至 6.0、速度は縦波が 12~13 杆每秒、横波が 7~7.5 杆每秒となつてゐる。これから下は表面下 6 370 杆即ち地球の中心まではニッケル鋼の核が占め、密度 9.5、縦波の速度 10 杆每秒、横波の速度は多分 5.5 杆每秒位となつてゐる。之等は近地地震には大して關係がないけれども序でに述べておいた。尚最も表面には厚さ 0~3 杆の堆積層があつて

<sup>1)</sup> 松澤武雄、"Observation of some Recent Earthquakes and their Time-Distance Curves, I, II, III, IV," 地震研究所彙報, 5 (1928), 1~28; 6 (1929), 177~204, 205~212, 213~229.

<sup>2)</sup> 松澤武雄、福富孝治、"Zwei merkwürdige Wellengruppen bei einigen Erdbeben in Kwantung und die dritte Mitteilung über den vorlaufenden Teil der Erdbebenbewegungen," 地震研究所彙報, 10 (1932), 499~516.

その速度は2~3杆毎秒位となつてゐる。<sup>1)</sup> 松澤博士の研究は大正十二年九月一日の關東大地震、大正十四年五月二十三日の但馬地震、昭和二年三月七日丹後大地震、昭和二年十月二十七日越後地震等の各々の走時曲線から得られた結果であつて、その一例として、越後地震の走時曲線を示せば左圖の如くなる。走時曲線とは種々の點の震央距離とそれ等の點に地震波の到達する時間との關係をいふのである。而して震央に極く近い所は曲線の傾斜少く、又

$P^*, \bar{P}$  の重なる所では傾斜が急に變化することが普通である。この圖から走時の關係を示せば

$$\bar{P}: T(\text{秒}) = 34.8 + 0.204\Delta(\text{杆}),$$

$$P^*: T(\text{秒}) = 40.5 + 0.156\Delta(\text{杆})$$

となる。關東大地震では

$$\bar{P}: T = 0.48 + 0.194\Delta,$$

$$P: T = -2.81 + 0.163\Delta - \frac{3.9}{10^6}\Delta^2 - \frac{2.8}{10^3}\Delta^3, \quad [200 < \Delta < 600]$$

$$P: T = 12.538 + 0.1270\Delta - \frac{3.31}{10^6}\Delta^2, \quad [600 < \Delta < 1400]$$

丹後の大地震では

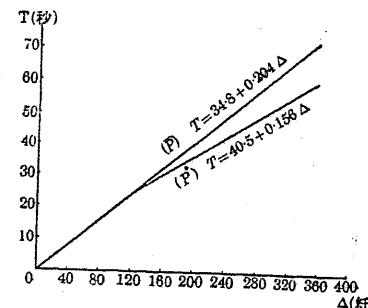
$$\bar{P}: T = -2.0 + 0.20\Delta,$$

$$P^*: T = -0.075 + 0.169\Delta,$$

$$P: T = -0.43 + 0.1539\Delta - \frac{2.08}{10^6}\Delta^2, \quad [120 < \Delta < 400]$$

$$P: T = -1.08 + 0.1522\Delta - \frac{1.875}{10^6}\Delta^2, \quad [400 < \Delta < 600]$$

<sup>1)</sup> B. Gutenberg, "Die Geschwindigkeit der Erdbebenwellen in den obersten Erdschichten ...," *Geol. Beitr. z. Geophys.*, 15 (1926), 51.



第160圖 昭和二年十月廿七日越後地震の走時曲線。

このやうにして S 波其他の幾多の研究を進めて遂に前述の如き結果を得たのである。丹後地震の東京に於ける地震記象を示せば右の如くである。

松澤博士<sup>1)</sup>は別に二三の人々と共に地震波が下層部から上述の層を通して表面へ來るときに屈折によつて別種の波を起し、その爲に普通地震初動部と思はれる所より 1.5 秒程前に主として上下動の方の微動のあることを發見した。同様に主要動即ち横波の來る前にも別種の波があることがわかり、之等のことから同博士の二つの層に對する確信を深めたやうである。

今村博士<sup>2)</sup>は表面層を三つ置いて考へ、松澤博士よりも尙更一般的の場合を研究された。松澤博士と同様な研究を新資料から総合的研究を行つたものに河角理學士<sup>3)(4)(5)(6)</sup>があり、又外國のものでは Jeffreys<sup>7)</sup> や Wrinch<sup>8)</sup> 女史などの研究がある。

南 California では人爲地震其他から數百杆の範囲の記録を取り、之から  $P^*$ ,  $S^*$  其他の位相を取り、表面層の厚さ等を出してゐる。その速度は普通の場合と大して變らぬが非常に近い所では極く表面の層の影響がきいて 2.6 杆毎秒位の遅い速度

<sup>1)</sup> 松澤武雄、長谷川憲副、波江野清蔵、山田國親、鈴木武夫, "On the Forerunners of Earthquakemotions of Certain Earthquakes," 地震研究所彙報, 4 (1928), 85-106; 7 (1929), 241-260.

<sup>2)</sup> 今村明恒、岸上冬彦、小平孝雄, "The Effect of Superficial Sedimentary Layer upon the Transmission of Seismic Waves" 帝國學士院紀事, 5 (1929), 206-209.

<sup>3)</sup> 河角廣, "昭和三年五月廿一日千葉縣下に起りたる地震の走時曲線," 地震, 1 (1929), 477-496.

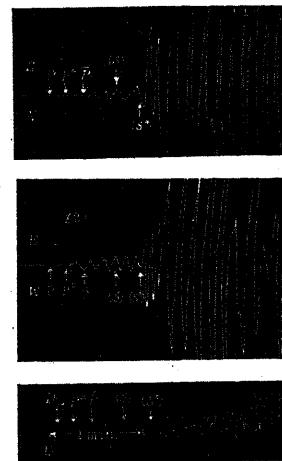
<sup>4)</sup> 河角廣, "地震波の傳播," 地震, 3 (1931), 451-483.

<sup>5)</sup> 河角廣, "On the Velocity of  $P$ -wave...," 學研輯.

<sup>6)</sup> 河角廣, "Study on the Propagation of Seismic Waves," 地震研究所彙報, 10 (1932), 94-129.

<sup>7)</sup> H. Jeffreys, "On Near Earthquakes," *Month. Notice Roy. Astr. Soc., Geophys. Suppl.*, 1 (1926), 385-402.

<sup>8)</sup> Dorothy Wrinch & H. Jeffreys, "On the Seismic Waves from the Oppau Explosion of 1921, Sep. 21," *M.N.R.A.S., Geophys. Suppl.*, 1 (1928), 15-31.



第161圖 本海にて觀測せる 1927 年  
三月七日の丹後地震の記録。

の波が見られた。之等の委しい研究は Wood 及 Richter<sup>1)</sup> や Gutenberg<sup>2)</sup> の報告に出てゐる。

以上のやうな分析的考方とは多少異なつてゐるが地震波の傳播速度を實際の觀測結果から研究せるものには大森博士や今村博士の數多くの論文<sup>3)4)5)6)7)8)9)10)11)12)13)14)</sup> がある。之等の中には稍遠方の地震についてのものもあり、又非常に近く堆積層に傳はつて毎秒 1 輪位のものもある。地震動の種々の位相についての性質を研究せる兩博士の報告<sup>15)16)17)</sup> の外に Geiger 及 Gutenberg<sup>18)19)</sup>, Conrad<sup>20)</sup>, Krumbach<sup>21)</sup>,

1) H. O. Wood & C. F. Richter, "A Study of Blasting Recorded in Southern California," *Bull. Seism. Soc. America*, 21 (1931), 28-46.

2) B. Gutenberg, "Travel Time Curves at Small Distances, and Wave Velocities in Southern California," *Gerl. Beitr. z. Geophys.*, 35 (1932), 6-50.

3) 大森房吉, "地震波傳速速度測定第一回報告," *震. 調. 報.*, 第 21 號 (1898), 21-30.

4) 今村明恒, "同第二回報告," *震. 調. 報.*, 第 21 號 (1898), 31-43.

5) 大森房吉, "人爲地震波速度測定報告," *震. 調. 報.*, 第 21 號 (1898), 17-20.

6) 今村明恒, "地震波傳播速度測定第三回報告," *震. 調. 報.*, 第 32 號 (1900), 121-126.

7) 大森房吉, "Horizontal Pendulum Observations of Earthquakes...," *震. 調. 歐. 報.*, 第 5 號 (1901), 1-82; 同, 第 6 號 (1901), 1-181; 第 18 號 (1903), 1-142; 第 21 號 (1905), 9-102.

8) 今村明恒, "On the Transit Velocity of the Earthquake Motion originating at a near Distance," *震. 調. 歐. 報.*, 第 18 號 (1904), 97-115.

9) 大森房吉, "On the Methods of Calculating the Velocities of...," *震. 調. 歐. 報.*, 1 (1907), 5-6.

10) 大森房吉, "Note on the Transit Velocity of Formosa Earthquakes of April 14, 1906," *震. 調. 歐. 報.*, 1 (1907), 73-74.

11) 大森房吉, "On the Dependence of the Transit Velocity of Seismic Waves on the Nature of Path," *震. 調. 歐. 報.*, 3 (1909), 61-68.

12) 大森房吉, "地震の初期微動に関する調査," *震. 調. 報.*, 第 29 號 (1899), 37-45.

13) 大森房吉, "近距離地震の初期微動繼續時間に就きて," *震. 調. 報.*, 第 88 號 甲, (1918), 1-6.

14) 今村明恒, "初期微動繼續時間と震原距離との關係," *震. 調. 報.*, 第 95 號 (1921), 103-117.

15) 大森房吉, "地震動の性質に關する調査第一回報告," *震. 調. 報.*, 第 32 號 (1900), 9-18.

16) 大森房吉, "地震動に關する調査," *震. 調. 報.*, 第 41 號 (1903), 9-61.

17) 今村明恒, "Note on the Direction and Magnitude of the Vibrations in Different Phases of the Earthquake Motion," *震. 調. 歐. 報.*, 1 (1907), 125-132.

18) L. Geiger u. B. Gutenberg, "Über Erdbebenwellen, VI," *Gött. Nachr.*, 1912, 623-675.

19) B. Gutenberg, "Neue Auswertung der Aufzeichnungen der Erdbebenwellen...," *Phys. ZS.* (1925).

20) V. Conrad, "Das Schwadorfer Beben...," *Gerl. Beitr. z. Geophys.*, 20 (1928), 240-277.

21) G. Krumbach, "Zur Frage der Laufzeitkurven, II," *ZS. f. Geophys.*, 5 (1929), 303-314.

Neumann<sup>22)</sup>などの論文もある。遠地地震のみに就ての研究には大森博士<sup>23)</sup>や岸上助教授<sup>24)</sup>の報告が價値あるものである。

極く近い地震で觀測點を幾つも置いて震波速度や震源を求めるることはかなり面白く、且つ非常によい結果を得るものである。このやうな方法は今村博士<sup>25)</sup>によつて創められ、那須技師<sup>26)</sup>は丹後地震や伊豆地震に於て同時に震災地附近の三點又はそれ以上の觀測點から震源と震波速度を觀測し、今村博士<sup>27)</sup>などの研究に好材料を與へたのみでなく、震源の地中に於ける空間的時間的分布といふことによい暗示を與へた。尚高橋助教授<sup>28)</sup>は三點觀測から直ちに圖式上で原點を求める方法を考案し、以て種々の地震殊に丹後地震の場合に應用した。和達博士<sup>29)</sup>もそれ以前に同様な考案をなした。震央だけ出す簡易な方法は石川氏<sup>30)</sup>が考へてゐる。福富理學士はもつと多くの點から震源を求める事を研究中である。このやうな方法や實例は外國のやうに極く手近に地震のない所では殆ど研究のできない事柄である。大森博士のときには時期が早くそれ程の研究はできず、單に初期微動繼續時間のみの委しい研究位しかできなかつたのである。

22) F. Neumann, "An Analysis of S-waves," *Bull. Seism. Soc. America*, 20 (1930), 15-32.

23) 大森房吉, "On the Estimation of the Time of Occurrence at the Origin of a Distant Earthquakes...," *震. 調. 歐. 報.*, 1 (1907), 1-4.

24) 大森房吉, "遠地地震の觀測," *震. 調. 報.*, 第 29 號 (1899), 47-55.

25) 岸上冬彦, "昭和二年三月七日丹後大地震の外國に於ける觀測結果," *地震*, 1 (1929), 723-743.

26) 今村明恒, "Note on the Seismic Triangulation in Tokyo," *震. 調. 歐. 報.*, 第 18 號 (1904), 91-95.

27) 那須信治, "On the Aftershocks of the Tango Earthquake," *帝國學士院紀要*, 4 (1928), 378; 地震研究所彙報, 6 (1929), 245-331; 同, 7 (1929), 133-152; "A Stereometrical Study of the Great Tango Earthquake...," 東京帝國大學理學部紀要, 第 2 類, 3 (1929), 29-129.

28) 那須信治, 岸上冬彦, 小平孝雄, "Recent Seismic Activities in the Idu Peninsula," 地震研究所彙報, 9 (1931), 22-35.

29) 今村明恒, "北伊豆大地震の計測學的研究," 地震研究所彙報, 9 (1931), 36-49.

30) 高橋龍太郎, "A Graphical Determination of the Position...," 地震研究所彙報, 6 (1929), 231-244.

31) 和達清夫, 中央氣象臺歐文彙報, 1 (1928), 162.

32) 石川高見, "Eine neue Methode die Epicentrum ... zu finden," 中央氣. 歐. 彙. 1 (1927), 157-160.

以上の外に地震記象上的一般的の性質については大森博士<sup>1)</sup>やSchlüster<sup>2)</sup>の総合的研究報告があることを附加しておく。

明治以来關東大震災に到るまでの目星しい地震に關して大森,今村,中村左衛門太郎,中村清二,寺田,松澤,那須,保田,須田,白鳥,國富,其他の諸氏の調査報告<sup>3)-25)</sup>は著し

- 1) 大森房吉, 東京帝國大學理學部紀要, 11 (1899), 147.
- 2) 大森房吉, “地震観測法一般,” 震. 調. 報., 第 50 號 (1905), 1-100.
- 3) W. Schlueter, “Schwingungsart und Weg der Erdbebenwellen,” *Gerl. Beitr. z. Geophys.*, 5 (1903), 314-359, 401-466.
- 4) 大森房吉, “地震動強度と被害との關係調査報告,” 震. 調. 報., 第 21 號 (1898), 45-50.
- 5) 大森房吉, “東京に於ける福岡地震餘波の觀測調査,” 震. 調. 報., 第 29 號 (1899), 11-16.
- 6) 大森房吉, “宮古地震觀測の調査,” 震. 調. 報., 第 29 號 (1899), 57-79.
- 7) 大森房吉, “明治二十四年十月二十八日濃尾大地震に關する調査,” 震. 調. 報., 第 28 號 (1899), 79-95; 同, 第 32 號 (1900), 67-87; 同歐文報告, 第 4 號 (1900), 13-24.
- 8) 今村明恒, “藝術地震調査報告,” 震. 調. 報., 第 53 號 (1906), 2-22.
- 9) 大森房吉, “臺灣地震調査一般,” 震. 調. 報., 第 54 號 (1906), 1-223.
- 10) 今村明恒, “明治四十二年姫川地震調査報告,” 震. 調. 報., 第 70 號 (1910), 1-63.
- 11) 今村明恒, “明治二十九年陸羽地震,” 震. 調. 報., 第 77 號 (1913), 78-87.
- 12) 今村明恒, “明治四十四年喜界島地震,” 震. 調. 報., 第 77 號 (1913), 88-102.
- 13) 今村明恒, “東京大阪兩市街地に於ける震度の分布,” 震. 調. 報., 第 77 號 (1913), 17-42.
- 14) 今村明恒, “大正三年秋田縣仙北郡大地震調査報告文,” 震. 調. 報., 第 81 號 (1915), 1-30.
- 15) 大森房吉, “The Eruption and Earthquakes of the Asama-yama,” 震. 調. 歐. 紀., 6, 7 (1914).
- 16) 大森房吉, “The Sakura-jima Eruptions and Earthquakes,” 震. 調. 歐. 紀., 8 (1914-22), 1-525.
- 17) 大森房吉, “大正七年信州大町地方激震調査報告,” 震. 調. 報., 第 94 號 (1921), 16-69; 第 98 號 (1922), 23-30.
- 18) 大森房吉, “島原地震調査報告,” 震. 調. 報., 第 99 號 (1922), 1-21.
- 19) 大森房吉, “The Omachi Earthquakes of 1918,” 震. 調. 歐. 紀., 10 (1922), 1-41.
- 20) 大森房吉, “The Semi-destructive Earthquake of April 26, 1922,” 震. 調. 觀測錄, 第 3 號 (1922), 1-30.
- 21) 須田曉次, 海洋氣象臺報告 (1924).
- 22) 今村明恒, 中村左衛門太郎, 小幡彦一, 松澤武雄, 保田柱二, 中村清二, 那須信治, 寺田寅彦, “關東大震災報告 (甲) 地震篇,” 震. 調. 報., 第 100 號 (1925), 1-358.
- 23) 今村明恒, “On the Recent Destructive Earthquake of 1923,” 帝. 學. 紀., 6 (1930), 419-422.
- 24) 白鳥勝義, “Notes on the Destructive Earthquake in Sagami Bay on Sept. 1, 1923,” 地. 物. 誌., 2 (1924-25), 173-192.
- 25) 國富信一, “Seismometrical Study of the great Kwantu Earthquake occurred on September 1st, 1923,” 中央氣. 歐. 業., 3 (1930), 149-162.

い數に上つてゐる。之等の中には建築其他の方面のものもあるけれども多くは震學的又は地震調査に類するものが多い。又關東大震後の地震調査<sup>1)-11)</sup>は一層活氣を呈して來たのである。こゝに一々説明することは省略するが何れも貴重なる文獻といはねばならぬ。其他本邦古來の有名な地震を集めたものや其他我國の地震研究の一般については大森博士<sup>12)13)</sup>, 菊池博士<sup>14)</sup>, 寺田, 松澤兩博士<sup>15)</sup>等の綜合報告が非常に有益である。

この外、我國に於ける地震活動に就ては大森, 長岡, 今村, 末廣等の諸博士が研究され、大森博士<sup>16)17)18)19)</sup>や今村博士<sup>20)</sup>は地震の前震餘震に就ての統計的の調査を行は

- 1) 今村明恒, 山崎直方, 松澤武雄, 那波光雄, 谷口忠, “但馬地震調査報告,” 震. 調. 報., 第 101 號 (1927), 1-76.
- 2) 今村明恒, 那須信治, “On the Destructive Tango Earthquake of March 7, 1927; A Stereometrical Study...,” 帝. 學. 紀., 3 (1927), 227-231.
- 3) 中村左衛門太郎, “On the Earthquake of March 7, 1927 in Tango, Japan,” 東北理科報告, 18 (1929), 419-472.
- 4) 國富信一, “Note on the North Tango Earthquake of March 7, 1927,” 中央氣. 歐. 業., 2 (1930), 65-90.
- 5) 國富信一, “Note on the Destructive Earthquake of Middle Etigo occurred on Oct. 27, 1927,” 中央氣. 歐. 業., 1 (1928), 238-254.
- 6) 今村明恒, “伊豆大地震の計測學的研究,” 地震, 3 (1931), 1-38.
- 7) 今村明恒, “A Seismometric Study of the Destructive North Idu Earthquake of Nov. 26, 1930,” 地. 物. 誌., 8 (1930-31), 51-66.
- 8) 今村明恒, 那須信治, “On the Recent Ito Earthquakes,” 帝. 學. 紀., 6 (1930), 190-198.
- 9) 今村研究室, “伊東地震に就て,” 地震, 2 (1930), 215-220, 281-300.
- 10) 那須信治, “伊東地震の觀測,” 地震, 2 (1930), 301-306.
- 11) 國富信一, “Note on the North Idu Earthquake of 1930,” 中央氣. 歐. 業., 4 (1931), 73-102.
- 12) 大森房吉, “本邦大地震概說,” 震. 調. 報., 第 68 號 乙 (1910), 1-180.
- 13) 大森房吉, “本邦大地震概表,” 震. 調. 報., 第 88 號 乙 (1918), 1-71.
- 14) 菊池大麓, “Recent Seismological Investigation in Japan,” 震. 調. 報., 第 19 號 (1904), 1-120.
- 15) 寺田寅彦, 松澤武雄, Scientific Japan (1926), 第 13 章.
- 16) 大森房吉, “Note on the After-shocks of the Hokkaidō Earthquake of March 22nd, 1894,” 震. 調. 歐. 報., 第 4 號 (1900), 39-45.
- 17) 大森房吉, “琉球に關する調査及報告,” 震. 調. 報., 第 2 號 (1894), 103-139; 第 30 號 (1900), 5-29.
- 18) 大森房吉, “Note on the After-shocks of the Mino-Owari Earthquakes...,” 震. 調. 歐. 報., 第 7 號 (1902), 27-51.
- 19) 大森房吉, “大地震の前き搖れに就きて,” 震. 調. 報., 第 68 號 (1910), 31-38; 震. 調. 歐. 紀., 2 (1908), 89-100.
- 20) 今村明恒, “上總東部に起りたる地震群と大地震の前震との比較,” 震. 調. 報., 第 92 號 (1920), 101-108.

れた。長岡博士<sup>1)</sup>は餘震の數理的考察を廻らし、又今村博士<sup>2), 3)</sup>、末廣博士<sup>4)</sup>は關東地方の地震活動の性質を観測の結果によつて解析的に取調べたのである。

地震活動の一般の性質を知るには Galitzin<sup>5)</sup>、Sieberg<sup>6)</sup>、Gutenberg<sup>7)</sup>、Knott<sup>8)</sup>、Walker<sup>9)</sup>、Jeffreys<sup>10)</sup> 今村<sup>11)</sup>、中村<sup>12)</sup>、松山<sup>13)</sup>、日下部<sup>14)</sup>、其他の諸氏の地震學に關する一般的教科書その外、末廣博士<sup>15)</sup>の講演錄などを見れば参考となる點が多いと思ふ。又 Wiechert 及 Zöppritz の地震の論文<sup>16)</sup>は後に述べる遠地地震の問題と共に地震の實際に即した理論的研究上には讀まねばならぬ文獻と見られてゐる。

### 195. 地球内部を通る走波曲線の數理的決定法

地震波動の振幅の問題は彈性力學等から研究しなければならぬけれども、その波動の道筋は光學に於ける屈折の問題と同じやうに幾何學的に解くことができる。この問題は Rutzki<sup>17)</sup>が積分方程式を用ひて初めて研究し、續いて Wiechert, Zöpp-

<sup>1)</sup> 長岡太郎, "On a Residual Phenomenon illustrating the Aftershocks of Earthquakes," 數物記事, 4 (1907-08), 68-68.

<sup>2)</sup> 今村明恒, 保田桂二, "On Seismic Zones of the Kwantō District as Revealed by..." 帝學紀, 3 (1927), 279.

<sup>3)</sup> 今村明恒, "On Seismic Activity of the Kwantō District," 天地物誌, 5 (1927-28), 127-136.

<sup>4)</sup> 末廣恭二, "On the Focal Depths of Earthquakes and the Group of Seismic Waves" 帝學紀, 4 (1928), 41-44.

<sup>5)</sup> B. Galitzin, *Vorlesungen über Seismometrie* (O. Hecker の譯書, Leipzig, 1914).

<sup>6)</sup> A. Sieberg, *Geologische, physikalische und angewandte Erdbebenkunde* (1928).

<sup>7)</sup> B. Gutenberg, *Lehrbuch der Geophysik* (Berlin, 1926).

<sup>8)</sup> C. G. Knott, *The Physics of Earthquake Phenomena* (Oxford, 1908).

<sup>9)</sup> G. W. Walker, *Modern Seismology* (London, 1918).

<sup>10)</sup> H. Jeffreys, *The Earth* (Cambridge, 1925).

<sup>11)</sup> 今村明恒, 地震講話 (1924).

<sup>12)</sup> 中村左衛門太郎, 地震 (1924).

<sup>13)</sup> 松山基範, 較近の地震學 (1925).

<sup>14)</sup> 日下部四郎太, 地震學汎論.

<sup>15)</sup> 末廣恭二, "Engineering Seismology," *Proc. Amer. Soc. Civ. Eng.*, 58 (1932), No. 4.

<sup>16)</sup> E. Wiechert & K. Zöppritz, "Über Erdbebenwellen I, II," *Göt. Nachr.*, 1907, 1-135.

<sup>17)</sup> M. P. Rutzki, "Über die scheinbare Geschwindigkeit der Verbreitung der Erdbeben," *Gerl. Beitr. z. Geophys.*, 3 (1898), 495.

ritz, Geiger, Gutenberg<sup>18), 19)</sup> によって實際化された。一方理論的研究は別に Herglotz<sup>20)</sup>が深くしらべ、又 Knott<sup>21)</sup>其他の多くの人々が研究を試みた。

今,  $r, \theta$  を地球中心に對する波動線上の座標とし,  $i$  を $\gamma$ なる點に於て波動方向が $\gamma$ の方向となす角,  $v$  を $\gamma$ に於ける波動速度,  $\bar{v}, \bar{r}$  を $i, v, r$ の地球表面に於ける値,  $i, v, r$  を波線が地表面から一番深くなつた所に於ける  $i, v, r$  の値,  $T$  を震源から觀測點までの走時,  $\Delta$  を震源から觀測點までの地表に沿うての距離,  $\mathfrak{B} = d\Delta / vT$  とし(之は見掛けの地表速度),  $\mathfrak{B}_\Delta$  を $\Delta$ なる震央距離に於ける $\mathfrak{B}$ の値,  $\mathfrak{B}_r$  を走波線の一番深い點の座標が $\gamma$ となるべき震央距離  $\Delta_r$  に於ける $\mathfrak{B}$ の値,  $\bar{i}_\Delta, \bar{i}_r$  を $\Delta, \Delta_r$ なる地表上の距離に於ける $i$ の値,  $\Delta_i, t_i$  を走波線の inflexion point に相當する震央距離と走時,  $h$  を震源の深さ,  $t_i$  を震源から震央までの走時とする。 $e_{1,2,3,\dots} = 90^\circ - i_{1,2,3,\dots}$  であつて之が $1, 2, 3, \dots$ なる層に於ける emergency angles であるとし,  $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots$  を層 $1, 2, 3, \dots$ に於ける走波線の曲率半径とする。

震源が表面にある場合 右圖を参照し、同心球に於ける屈折の法則によつて次の關係

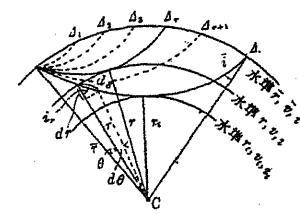
$$\frac{\bar{v}}{v} \sin i = \frac{\bar{r}}{r} \sin i = \frac{t_i}{v_i} = c \quad (90)$$

が成立つ。見掛けの表面速度 $\mathfrak{B}$ は次の如くなる:

$$\mathfrak{B} = \frac{\bar{v}}{\sin \bar{i}} = \frac{v}{\sin i} \frac{\bar{r}}{r}. \quad (91)$$

從て上の二式から(又は直接に)次の關係が出る:

$$\frac{\bar{r}}{\mathfrak{B}} = \frac{t_i}{v_i} \quad (92)$$



第 102 圖

<sup>1)</sup> K. Zöppritz u. L. Geiger, "Über Erdbebenwellen, III," *Göt. Nachr.*, 1909, 400-423.

<sup>2)</sup> K. Zöppritz, L. Geiger, u. B. Gutenberg, "Über Erdbebenwellen, V," *Göt. Nachr.*, 1912, 121-136.

<sup>3)</sup> G. Herglotz, "Über das Bendorfsche Problem der Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Erdbebenstrahlen," *Phys. ZS.*, 8 (1907), 145-147.

<sup>4)</sup> C. G. Knott, "The Propagation of Earthquake Waves through the Earth, and connected Problems," *Proc. Roy. Soc., Edinburgh*, 39 (1919), 157-208.

震央距離  $\Delta$  なる一つの走波線について考へると

$$\frac{r}{v} \sin i_r = \frac{r_t}{v_t} = \frac{\bar{r}}{\mathfrak{B}_\Delta} \quad (93)$$

である。茲に  $i_r$  は今考へた走波線の  $r$  に於ける  $i$  を特に名づけたのである。次に別に最深の座標が  $r$  なる一つの走波線を考へる。これについて  $\frac{d\Delta_r}{dT} = \mathfrak{B}_r$  と置けば

$$\frac{r}{v} = \frac{\bar{r}}{\mathfrak{B}_r} \quad (94)$$

となる。上の二式を比較すると

$$\sin i_r = \frac{\mathfrak{B}_r}{\mathfrak{B}_\Delta}. \quad (95)$$

一般に、震央距離  $\Delta$  なる走波線を考へると、これが半径  $r$  なる點を通るときに半径  $r$  の方向をなす角  $i_r$  の正弦は、 $r$  を最深部とする別の走波線の見掛けの表面速度と震央距離  $\Delta$  に相当する走波線の見掛けの表面速度との比に等しい事がわかる。

$\Delta$  に相当する走波線中で  $r$  なる半径の所の傾斜  $i_r$  を更に考へるに

$$\sin i_r = \frac{rd\theta}{ds}, \quad \cos i_r = \frac{dr}{ds}, \quad (96)$$

従て

$$d\theta = \frac{dr}{r} \tan i_r = \pm \frac{dr}{r} \frac{\sin i_r}{\sqrt{1 - \sin^2 i_r}} = \pm \frac{dr}{r} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\mathfrak{B}_r}\right)^2 - \left(\frac{1}{\mathfrak{B}_\Delta}\right)^2}}. \quad (97)$$

$\Delta$  なる震央距離を走る走波線の最深部の  $\theta$  は  $\theta = \frac{\Delta}{2\bar{r}}$  である。従て

$$\frac{\Delta}{2\bar{r}} = \frac{1}{\mathfrak{B}_\Delta} \int_{\mathfrak{B}_r = \bar{v}, r = \bar{r}}^{\mathfrak{B}_r = \bar{v}, r = \bar{r}} \frac{d \log_e r}{\sqrt{\left(\frac{1}{\mathfrak{B}_r}\right)^2 - \left(\frac{1}{\mathfrak{B}_\Delta}\right)^2}} \quad (98)$$

今、 $\left(\frac{1}{\mathfrak{B}_r}\right)^2 = \xi$   $\left(\frac{1}{\mathfrak{B}_\Delta}\right)^2 = x$  と置けば

$$\frac{\Delta}{2\bar{r}} \mathfrak{B}_\Delta = \int_{\xi=x}^{\xi=\left(\frac{1}{\bar{v}}\right)^2} \frac{d(\log_e r)}{\sqrt{\xi-x}} d\xi \quad (99)$$

となる。この積分をなす爲に Abel の積分方程式即ち

を考へると、この式の解は

$$u(\xi) = \frac{\sin \pi \lambda}{\pi} \frac{d}{d\xi} \int_{\xi}^a \frac{f(x)}{(x-\xi)^{1-\lambda}} dx \quad (100)$$

で表される。さて (99) を考へると

$$f(x) = \frac{\Delta \mathfrak{B}_\Delta}{2\bar{r}}, \quad u(\xi) = \frac{d}{d\xi} \log_e r, \quad a = \frac{1}{\bar{v}^2}, \quad \lambda = \frac{1}{2}$$

であるから、その解が次式で示される：

$$\frac{d}{d\xi} \log_e r = \frac{1}{2\bar{r}\pi} \frac{d}{d\xi} \int_{\xi=\xi}^{\left(\frac{1}{\bar{v}}\right)^2} \frac{\Delta \mathfrak{B}_\Delta}{\sqrt{x-\xi}} dx.$$

従て

$$\log_e \frac{\bar{r}}{r} = \frac{1}{2\bar{r}\pi} \int_{\xi}^{\left(\frac{1}{\bar{v}}\right)^2} \frac{\Delta \mathfrak{B}_\Delta}{\sqrt{x-\xi}} dx. \quad (101)$$

之から後は種々の走波線に對する  $\Delta$  をとり、 $\Delta$  を變数と考へればよい。極限  $\left(\frac{1}{\bar{v}}\right)^2$  に對しては  $\mathfrak{B}_\Delta = \bar{v}$ 、 $\Delta = 0$  であり、極限  $\xi = \left(\frac{1}{\bar{v}}\right)^2$  に對しては  $\Delta = \Delta_r$  である。従て

$$\log_e \frac{\bar{r}}{r} = -\frac{1}{\pi \bar{r}} \int_{\Delta=0}^{\Delta=\Delta_r} \frac{\Delta d \frac{\mathfrak{B}_r}{\mathfrak{B}_\Delta}}{\sqrt{\left(\frac{\mathfrak{B}_r}{\mathfrak{B}_\Delta}\right)^2 - 1}}. \quad (101')$$

この式によつて走波線の最深點の  $r$  を  $\Delta_r$  の函數として定めることができる。今、 $\frac{\mathfrak{B}_r}{\mathfrak{B}_\Delta} = p$  と書けば

$$\log_e \frac{\bar{r}}{r} = -\frac{1}{\pi \bar{r}} \int_{\Delta=0}^{\Delta=\Delta_r} \Delta d \cosh^{-1} p.$$

之を part によつて積分し、極限を入れると次の如くなる：

$$\log_e \frac{\bar{r}}{r} = \frac{1}{\pi \bar{r}} \int_{\Delta=0}^{\Delta=\Delta_r} q d\Delta. \quad [\text{但し } p = \cosh q] \quad (102)$$

實際の震源では走時  $T$  を震央距離  $\Delta$  の函数として表す。之を走時曲線と名づける。之から又  $\Delta$  の函数として計算することができる。之を速度曲線と名づける。之等の問題に對しては松澤博士<sup>1)</sup>の著書が参考になる。

#### 震源の深さの影響

以上は震源が地表面にある場合の計算であつたが、

震源が深くなる點にあるときには、S. Mohorovičić<sup>2)</sup>がやつたやうに次の如き方法を用ひればよい。Hを震源とすればこのHを通つて一つの走波線を描き  $\Delta_1 H \Delta'_1$  とする。このやうにすると  $\Delta_1$  に震源のある場合にHを通過して行く走波線は  $\Delta'_1$  に達すべきである。逆にHから互に反対の方へ進む走波線は  $\Delta_1$  にも達し  $\Delta'_1$  にも達することは當然である。このやうにしてHを通り假りに設けた震央距離  $\Delta_1, \Delta'_1$  の間だけ走る走波線は無数にあるが、この中で表面速度の最も遅いものは、若し速度が内部程速いやうな土地では、Hを最深點とする走波線  $\Delta_1 \Delta'_1$  でなければならぬ。從て之を震央とする實際の走時曲線に於て  $\Delta_1$  と  $\Delta'_1$  とが inflexion points になる筈である。

今震源HからEまで達する時間を  $t_0$ 、Eから  $\Delta_1$  及  $\Delta'_1$  に達する時間を夫々  $t_1, t'_1$  と書けば、Hから  $\Delta_1$  及  $\Delta'_1$  に達する時間は夫々  $t_0 + t_1, t_0 + t'_1$  となる。從て  $\Delta_1$  から  $\Delta'_1$  まで達する時間は

$$T_1 = t_1 + t'_1 + 2t_0 \quad (103)$$

となる。  $\Delta_1, \Delta'_1$  を震央距離そのものと考へることにすれば、上述の時間内に表面距離は

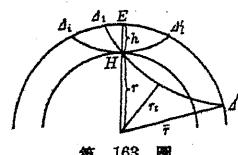
$$D_1 = \Delta_1 + \Delta'_1 \quad (104)$$

を走ることになる。それでこのやうにしてEを通過する種々の走波線を考へてその走時  $T_1, T_2, T_3, \dots$  及び表面距離  $D_1, D_2, D_3, \dots$  即ち

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= \Delta_1 + \Delta'_1; & T_1 &= t_1 + t'_1 + 2t_0, \\ D_2 &= \Delta_2 + \Delta'_2; & T_2 &= t_2 + t'_2 + 2t_0 \end{aligned} \right\} \quad (105)$$

<sup>1)</sup> 松澤武雄、地球物理學 (1926)。

<sup>2)</sup> S. Mohorovičić, "Die reduzierte Laufzeitkurve..." *Geol. Beitr. z. Geophys.*, 13 (1914), 217-240.



第 163 圖

の間の關係を作れると非常に都合がよい。これは一種の走時曲線と考へられ、reduced time-distance curve と名づけられる。實際問題では  $\Delta_1, \Delta'_1, \Delta_2, \Delta'_2, \dots, t_1, t'_1, t_2, t'_2, \dots$  等を容易に得ることができるけれども、 $t_0$  は定まらない。しかし inflexion points に當る  $\Delta_1, \Delta'_1, t_1, t'_1$  を出せば、 $D_1 = 2\Delta_1$  は正確に定まる。それでこの點から  $T$  を表す曲線を延長して  $D=0$  の線と交る點を出せば、この點が近似的の意味で  $T$  の源點を示すものである。このやうにすれば逆に  $t_0$  を定めることができる。又震源の深さは Wiechert-Herglotz の方法に従ひ

$$\log_e \frac{\tilde{r}}{r} = \frac{1}{\pi^2} \int_{D=0}^{D=D_1} q d\Delta \quad [\text{但し } D_1 = \Delta_1 + \Delta'_1] \quad (106)$$

によつて決定される。qは前に出したものと同じ意味をもつ。

震源の深さは震央から餘り遠くない多くの點の觀測値がわかつてをれば種々の方法で出すことができる。

同心球上にある各地層と夫々の中の速度を知つて走波線の作圖をなすこととは必しも容易でない。これについては Wiechert 及 Zöppritz<sup>3)</sup>、其他<sup>4)</sup>の近似的方法がある。委しいことはそれ等の論文を参照すれば了解ができると思ふ。

#### 196. 遠距離地震その他の震源及び震波走時曲線

走時曲線の問題は 1906 年 Wiechert と Zöppritz<sup>5)</sup> とによつて創められ前に述べた積分方程式の考を用ひ且つ適當なる作圖を考察することによつて非常に成功したといつてもよいが、之では震源の深さが考慮に入つてゐなかつたのである。而して Zöppritz は實際の二三の地震の例を取つてこれを確めたのである。殆ど同時に 1907 年には Herglotz<sup>6)</sup> も亦實際問題を捉へ、積分方程式の理論を應用して委しい研究を試みた。其後 1912 年には Geiger 及 Gutenberg<sup>7)</sup> がもつとよい data を用

<sup>1)</sup> <sup>2)</sup> E. Wiechert u. K. Zöppritz, "Über Erdbebenwellen, I, II," *Göttinger Nachr.*, 1907, 1-135.

<sup>3)</sup> E. Wiechert u. L. Geiger, "Bestimmung des Weges der Erdbebenwellen im Erdinnern," *Phys. ZS.*, 11 (1910), 294-311.

<sup>4)</sup> G. Herglotz, "Über das Benndorfsche Problem der Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Erdbebenstrahlen," *Phys. ZS.*, 8 (1907), 145-147.

<sup>5)</sup> L. Geiger u. B. Gutenberg, "Über Erdbebenwellen, VI," *Nachr. Ges. Wiss., Göttingen*, 1912, 623-675.

ひて委しい研究を行い、同年には Rudolph 及 Szirtes<sup>1)</sup> が同様な問題を取扱つた。1915年には Meissner<sup>2)</sup> や Hecker<sup>3)</sup> の報告があり、遅れて 1921 年には Angenheister<sup>4)</sup> が論文を出してゐる。之等に於ては何れも震源の深さが看過してある。然るに S. Mohorovičić<sup>5)</sup> は震源の深さを考慮に入れて reduced time-distance curve を作つて問題に進歩を與へた。

Wiechert と Zöppritz とが出てゐる走時曲線は Samoa 観測所の観測結果から震央距離 10 000 杆に及び、對蹠點にまで到つてゐる。然るに  $\Delta$  が  $103^\circ$  から  $143^\circ$  までの間は  $P$  波が見えなくなつた。而して  $143^\circ$  で  $P$  らしきものが現はれたけれども、 $103^\circ$  までの曲線から推定したものよりも 2 分間も遅れてをることがわかつた。1912 年の Gutenberg<sup>6)</sup> の研究によるとこの傾向は一層はつきりしてゐたのである。Angenheister は後に太平洋の地震の結果から  $103^\circ$  と  $143^\circ$  との間には  $P$  が缺けてゐないばかりでなく、 $103^\circ$  から後は少し遅れて別の  $P$  即ち  $P'$  ( $P_c$ ) が現はれ、且つこの両方の  $P$  は何れも極めて微弱なものであることを見出し、且つ  $143^\circ$  の所では  $P'$  よりも  $P$  が 3 分間も早く出ることがわかつた。初めの  $P$  は  $156^\circ$  位まではどうにか存在し、 $P'$  はすつと繼續し  $143^\circ$  からは一層強くなることを知つたのである。この  $P'$  (又は  $P_c$ ) は地下 2900 杆より下にある地球内部の核を通つたものであることが了解されたのである。尤も斯る程度の深さに核があつてそこを通る波動速度に異常があることは 1914 年頃既に Gutenberg が研究したけれども委しい data が缺けてゐたのである。

尚、 $P$  が地表で反射して更に表面に出て來たものは  $PP$  である。

<sup>1)</sup> E. Rudolph u. S. Szirtes, "Das Kolumbianische Erdbeben vom 31. Jan., 1906," *Gerl. Beitr. z. Geophys.*, 11 (1912), 132-199.

<sup>2)</sup> O. Meissner, "Neue Laufzeiten für die reflektierten ersten und zweiten Vorläufer," *Gerl. Beitr. z. Geophys.*, 14 (1915), 49-53.

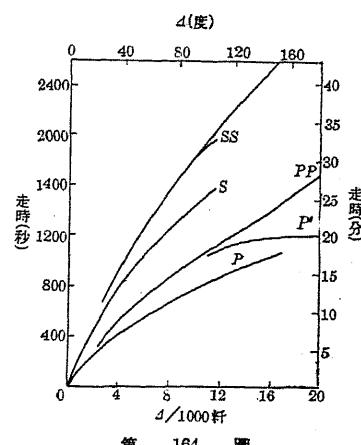
<sup>3)</sup> O. Hecker, "Verbesserung der Laufzeitkurve," *Gerl. Beitr. z. Geophys.*, 14 (1915), 14-16.

<sup>4)</sup> G. Angenheister, "Beobachtungen an pazifischen Beben," *Gött. Nachr.*, 1921, 113-146.

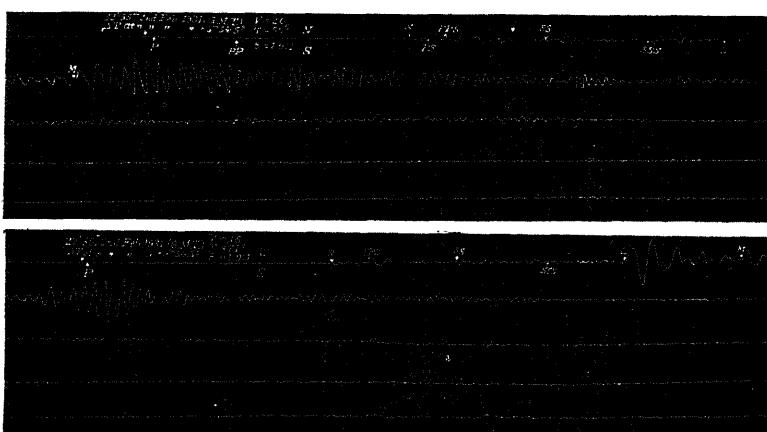
<sup>5)</sup> S. Mohorovičić, "Die reduzierte Laufzeitkurve...," *Gerl. Beitr. z. Geophys.*, 13 (1915), 217-240.

<sup>6)</sup> B. Gutenberg, "Über Erdbebenwellen, VIIa," *Nachr. Ges. Wiss., Göttingen*, 1914.

様に  $S$  にも  $SS$  が認められる。1921 年には S. Mohorovičić が走時の表を出し、又 Gutenberg<sup>7)</sup> は以前から地球の核の深さ其他についての研究をなしてゐたので之等のこととに興味を持ち、1927 年頃には非常に委しい計算結果を發表し、以て地球内部の構造を一層明かにした。この研究では  $PP$ ,  $SS$  等の外に  $PPP$ ,  $PPS$  其他の反射のあらゆる可能性を考慮に入れて震震結果を取扱つてゐる。右圖は Gutenberg や Angenheister の研究結果から得られた實際の走時曲線の一例である。



第 164 圖 實際の地震記象の一例を下圖の如く示した。これは 1931 年二月二日の New



第 165 圖 1931 年 New Zealand 地震の本震に於ける記録 (地震観測報告より取る)

<sup>7)</sup> B. Gutenberg, "Die Geschwindigkeit der Erdbebenwellen...," *Gerl. Beitr. z. Geophys.*, 15 (1926), 53-63.

<sup>8)</sup> B. Gutenberg, "Der Aufbau der Erdkruste," *ZS. f. Geophys.*, 3 (1927), 371-377.

Zealand の地震の本郷に於ける記録であつて、振動週期 60 分の長周期地震計によつたものである。

斯の如くして遠地地震の走時曲線其他の分析は地震の問題よりも寧ろ地球内部の構造研究に對して非常によい道具となるものである。從て遠方の地震の方が地球物理學上寧ろ貴重なるものといはねばならぬ。

遠地地震から地球の内部の構造を知る企ては以上の外に非常に多くの人々によつて試みられ、Krumbach<sup>1)</sup>, Wiechert<sup>2)</sup>, Turner<sup>3,4)</sup>, Inglada<sup>5)</sup>, Jeffreys<sup>6)</sup> の研究等はその中でも有名なものである。又震源の深さに關聯しては特に Rosenthal<sup>7)</sup> Jeffreys<sup>8)</sup> 等の研究がある。

走時曲線を初めて出した Zöppritz の結果又近くは Turner<sup>9)</sup> などの研究結果は最近の地震學發達によつて大分改良すべき點があり、Jeffreys<sup>10)</sup> は Turner の地震觀測國際輯報の最近四年間のものの中から八十五の地震を選んで計算し走時曲線を修正した。それによると震央距離 20° の邊に出る波は 15% の速度增加があ

1) G. Krumbach, "Zur Frage der Laufzeitkurven...", *ZS. f. Geophys.*, 1 (1924-25), 380-387.

2) E. Wiechert, "Über die Beschaffenheit des Erdinnern," *Nachr. Ges. Wiss., Gött.*, 1924, 251-256.

3) H. Turner, "On the Arrival of Earthquake Waves at the Antipodes," *Monthly Not. Roy. Astron. Soc., Geophys. Suppl.*, 1 (1926), 1-13.

4) H. Turner, "Revised Seismological Tables and the Earth's Liquid Core," *Monthly N.R.A.S., London, Geophys. Suppl.*, 1 (1926), 425-446.

5) V. Inglada, "Die Berechnung der Herdkoordinaten eines Nahbebens..." *Gerl. Beitr. z. Geophys.*, 19 (1928), 73-98.

6) H. Jeffreys, "The Pamir Earthquake of 1911 Feb. 18, in Relation to the Depths of Earthquake Foci," *Monthly Not. Roy. Astr. Soc., Geophys. Suppl.*, 1 (1923), 22-31.

7) E. Rosenthal, "Über die Tiefenbestimmung von Erdbebenherden," *Gerl. Beitr. z. Geophys.*, 13 (1914), 28-63, 106-147.

8) H. Jeffreys, "The Time of Transmission and the Focal Depth of Large Earthquakes," *Monthly Not. Roy. Astr. Soc., Geophys. Suppl.*, 1 (1928), 500-521.

9) H. Turner, "Revised Seismological Tables and the Earth's Liquid Core," *Monthly N.R.A.S., Geophys. Suppl.*, 1 (1926), 425-446.

10) H. Jeffreys, "The Revision of Seismological Tables," *M. N. R. A. S., Geophys. Suppl.*, 2 (1931), 329-348.

り、從て地下 270 杆の邊に不連續面のあるべきことを指摘した。我國では河角理學士<sup>11)</sup>がこの結果に疑を持ち盛んに研究中であり、その一部は既に發表された。この最近の説による變更は別として 1907 年の Wiechert から 1926 年 Jeffreys の研究までに出された地球内の不連續面を表で示せば下の如くなる。(数字は地表下の深度を杆で表したもの。)

深さ	0~1000 杆	1000~2000 杆	2000~3000 杆
Wiechert-Zöppritz (1907)	—	1 500	—
Zöppritz	—	1 350	—
Geiger-Gutenberg (1912)	—	1 193, 1 712	2 454
Gutenberg (1914)	—	1 200, 1 700	2 450, 2 900
A. u. S. Mohorovičić (1909, 1915)	60, 120, 400	1 200, 1 740	2 000
Knott (1919)	80, 700	1 400	—
Galitzin (1919)	106, 232, 492	1 442	2 700
Wiechert (1922)	—	1 700	2 600
Jeffreys	12, 25, 37	—	—

震源の深さについては、我國でも今村博士<sup>12)</sup>や大森博士其他の人が充分研究して來たが、外國でも前節で述べたやうに非常に多くの人の論題に上つた。Jeffreys<sup>13)</sup>や Banerji<sup>14)</sup>などもその例である。しかし之等は何れも深くて數十杆位のものであつて特別に深いものはなかつたのである。然るに英國の Turner<sup>15)</sup>は前から深さ 200 杆位のものが存在することを指摘してゐた。和達博士<sup>16)</sup>は我國に於ける非常に多くの地震の中には數百杆の震源の深さのあるものが時々存在することを發見し

1) 河角廣, "On the Velocity of P-wave, ..." *學. 研. 増. 物. 輯.*

2) 河角廣, "Study on the Propagation of Seismic Waves," *震研彙報*, 10 (1932), 94-129.

3) 今村明恒, "震源の深さに關する調査報告," *震. 調. 報.*, 第 3 號 (1903), 49-60.

4) H. Jeffreys, "The Time of Transmission and the Focal Depth of Large Earthquakes," *Monthly Not. Roy. Astr. Soc., Geophys. Suppl.*, 1 (1928), 500-521.

5) S. K. Banerji, "On the Depth of Earthquake Focus," *Phil. Mag.*, 49 (1925), 65-80.

6) H. H. Turner, "Further Note on the Depth of Earthquake Foci," *Monthly Not. Roy. Astr. Soc., Geophys. Suppl.*, 1 (1923), 50-52.

7) 和達清夫, "Shallow and Deep Earthquakes," *中央氣. 歐. 案.*, 1 (1928), 162-202; 2 (1930), 1-36; 4 (1931), No. 4; 同, "深層地震の存在と其の研究," *氣象集誌* [2], 3, 第 6 號; 同, "深海地震の特異性及び三種類の地震に就いて," *氣象集誌*, [2], 6, 第 1 號.

た。それは地震現象に於て普通の場合と著しく相違し、例へば初期微動が非常に廣い面積に涉つて同じ位で而も數十秒もあることや、初期微動に上下動が多く且つその振幅が主要動のそれに比較して割合に大なること、初期微動等の振動週期が極めて小刻みであること、震害も大體廣い面積に涉つてゐることなどである。和達博士は尙斯る地震の起る場所は我國の中で或る特定の地域内に限られてゐることを見出し、尙進んでは異常震域即ち震源距離に關係なくして震力の大なる土地の性質をも、かゝる地震波動に關聯せしめて説明を行つたのである。この研究に對しては Turner<sup>1)</sup> も感激して一文を中央氣象臺へ寄せた位である。

尙遠地地震で表面波即ち Love 波や Rayleigh 波が非常によく出ることはあかつてゐるが、この場合に層のある Love 波や Rayleigh 波が特に現はれ、地表 50 輪位の層を含んだ長周期の波動が起され得るものであることがよく知られてゐる。

### 197. 振動に就て

土地は地震がなくても絶えず微動をなしてゐるものである。交通機關や工場の影響を除いても尙、小振幅の振動をなしてゐるのである。これを振動 (tremors, microseisms) と稱し、振幅は非常に小であるけれどもその振動週期は割合に長い。普通起るのは 4 秒から 8 秒位のものと、12 秒から 30 秒位のものと二種ある。初めのものは非常に静穏な大気状態でも起り、且つその振動は或る一定の週期のものが數時間も繼續して起る。後のものはその限度内に於て種々の週期のものが混じており、荒天の状態のときに起るのである。このものは明かに風が土地や建物にあたつた爲に起るのであつて、地表から少し中へ入ると非常に小さな振動となり又風が止むと直ちにやむのである。然るに第一の規則正しい振動は面白い性質があつて、海岸に於てはもとより海岸からかなり遠い所、即ち歐洲の山地や米國の内地のやうな所でも常に観測され、又、地表から非常に深い所でも殆ど同じ位の振幅となつてゐる。而して振動週期が長ければ長い程振幅も大なる傾向を有してゐる。又、上下の振幅が水平の振幅と同じ位であつて明かに Rayleigh 波の性質を備へてゐるも

1) H. H. Turner, "Shallow and Deep Earthquakes," 中央氣. 歐. 総., 2 (1930), 179-188.

のである。

果してさうであるとすれば、之の原因として海の怒濤を考へても差支ない。しかしそれには Gutenberg<sup>2)</sup> が考へたやうに怒濤が海岸の岩にぶつかつてその衝撃が遠方へ傳はる爲であるといふ説と、 Banerji<sup>3)</sup> の如く淺海に於て波立つ爲にその壓力變化が海底に與へられ、 それから土地の波動として傳はる説、 又 Gherzi<sup>4)</sup> の如く氣壓變化そのものが土地に脈動を與へるといふ説などがある。 Schünemann<sup>5)</sup> も亦風力そのものによつて起る土地の脈動を研究した。 Gherzi はこの外に種々の原因を與へてゐる。しかし Gherzi のものは餘り徹底的でないし、 Banerji の説を考へても、 水底にまで波動に相當する靜壓力が傳へられるとも思はれない。 さうして見ると Gutenberg の説が最もよいやうであるが、 さりとて脈動が出るには必しも斷崖を必要ともしないやうである。 我國では沖縄地方に颱風のあるとき既に東京に脈動が現はれるといふ程である。 之は沖縄地方から Rayleigh 波として來たものか、 又は水の長波となつて早く東京地方の海岸へ來てこれから地の脈動が傳はるかは明瞭でない。 我國では大森博士<sup>6)7)8)9)10)11)</sup> が脈動の性質及び之に關聯せる問題を非

2) B. Gutenberg, "Die seismische Bodenruhe," *Gerl. Beitr. z. Geophys.*, 11 (1912), 414; "Bodenruhe durch Brandung und durch Frost," *ZS. f. Geophys.*, 4 (1928), 246-250; "Microseisms in North America," *Bull. Seism. Soc., Amer.*, 21 (1931), 1-24.

3) S. K. Banerji, "Microseisms Associated with Disturbed Weather in Indian Seas," *Phil. Trans. Roy. Soc., London*, 229 (1930), 287-328.

4) E. Gherzi, "Etude sur les microséismes," *ZS. f. Geophys.*, 1 (1925), 163; "Note sur des microséismes solitaires...," *ZS. f. Geophys.*, 4 (1928), 422-424; "Microseisms Associated with Storms," *Gerl. Beitr. z. Geophys.*, 25 (1930), 145-147.

5) H. Schünemann, "Die seismische Bodenruhe zweiter Art in Hamburg und ihre Ursache," *ZS. f. Geophys.*, 8 (1932), 216-226.

6) 大森房吉, "地の脈動一年中の分布," *震. 調. 報.*, 第 49 號 (1905), 21-22.

7) 大森房吉, "Tilting of the Ground during a Storm," *震. 調. 歐. 紀.*, 1 (1907), 167-161.

8) 大森房吉, "On Micro-tremors," *震. 調. 歐. 紀.*, 2 (1908), 1-6.

9) 大森房吉, "Horizontal Pendulum Record obtained at Mito during a Storm," *震. 調. 歐. 紀.*, 2 (1908), 13-16.

10) 大森房吉, "Report on the Observation of Pulsatory Oscillations in Japan," *震. 調. 歐. 紀.*, 3 (1909), 1-35; 5 (1913), 109-137.

11) 大森房吉, "Tokyo Harbor's Tidal Wind Waves and the Ground Tremor and their Relation," *震. 調. 報.*, 第 94 號 (1921), 1-6.

12) 大森房吉, "The Great Earthquake of November 1, 1921, and its Ground Tremor," *震. 調. 報.*, 第 94 號 (1921), 7-8.

常に委しく研究した。又筆者<sup>1)</sup>も數理的研究を行ひ和達博士<sup>2)</sup>や本多理學士<sup>3)</sup>は振動型を特別に變つたものと假定して振動を研究した。

### 198. 交通機關又は工場の爲の振動とその傳播速度

都市の交通機關が頻繁になつて電車、自動車、汽車等の振動力が騒音として傳はるのみでなく、その勢力の大部分は土地を直接傳はる地動となるのである。而してその振動は概して週期的のものが多く、且つその週期は原動力の週期又は車體の固有週期に關係することもあるが、時には土地が層状をなしてをつてその固有振動に相當するものが誘起する事もある。末廣博士<sup>4)</sup>の観測によれば秒の數分の一の週期が多いといふことであるが、それが果して層によるか、車體に關係した週期の或る函数をなすかはその解決にかなりの困難がある。又、傳播する振動は大體 Rayleigh 型のものらしく、土地の表面を傳はつて四方へ擴がるものである。その振幅も上下と水平とが大體同じ位である。果して表面波であるとすれば観測點が源點から  $\alpha$  なる距離にあるときには、その點の振幅  $y$  は

$$y = C \frac{1}{\sqrt{r}} e^{-\frac{\alpha r}{L}}$$

の如き形をなすものである。 $e^{-\frac{\alpha r}{L}}$  は土地に減衰力がある爲に出る係数であつて、 $L$  は波長であり、 $\alpha$  は土地によつて定まる定数である。 $\frac{1}{\sqrt{r}}$  は波動が二次元的に擴がる爲に自然にこのやうな形を取らなければならぬ。Bornitz<sup>5)</sup>によれば  $\alpha/L^2$  は振動週期 1/2 秒位のときに地表に近い Tertiary では  $\frac{\alpha}{L^2} = 0.00021/\text{米}$  位であり、Carboniferous では  $\alpha/L^2 = 0.00208/\text{米}$  などといふ結果も出てゐる。しかし  $L$  によつ

<sup>1)</sup> 筆者、西村源六郎、"Movement of the Ground due to Atmospheric Disturbance in a Sea Region," 地震研究所彙報, 9 (1931), 291-309.

<sup>2)</sup> 和達清夫、"Preliminary Report on the Pulsatory Oscillation in Tokyo," 中央氣、歐、彙, 1 (1927), 35-49.

<sup>3)</sup> 本多弘吉、"The Pulsatory Oscillations and the Stationary Surface Tremors of Love Type," 中央氣、歐、彙, 3 (1930), 177-181.

<sup>4)</sup> 末廣泰二、"Engineering Seismology," Proc. Amer. Soc. Civ. Eng., 58 (1932), No. 4, p. 63.

<sup>5)</sup> G. Bornitz, "Über die Ausbreitung der von Grosskolbenmaschinen erzeugten Bodenschwingungen in die Tiefe" (Berlin, 1931).

て變るべきものであるから、確かなことはわからない。即ち、Mintrop<sup>1)</sup>によると第四期層で振動週期 0.02 秒のときに  $\alpha = 0.0023/\text{米}$  である。Angenheister によれば振動週期 20 秒の波動では  $\alpha = 0.00000031/\text{米}$  となつてゐる。

Angenheister 及 Schneider<sup>2)</sup>は工場や交通機關の影響を見る爲に 0.1 秒と 0.04 秒の週期を有する振動をモートルによつて起し、その波動を最長 100 米の距離まで測定し、週期の小なるものの方が急激に減衰することを確めた。Schneider<sup>3)</sup>は交通機關の爲の影響を一層委しくしらべた。

これ等の關係から原動力が建物の近くにあるとき、即ち市街地や工場ではどうしても振動を受けるにきまつてゐる。殊に建物が高くなると、少しの振動によつても建物の上部の方が非常によく揺れることは理論からも明かである。Reiher<sup>4)</sup>が八階の建物でやつた實驗結果からも明かである。Reiher の實驗は地階にある毎分 150 回轉をなす 650 馬力の冷凍壓縮機の爲の振動が起るとき Geiger の振動計を以て各階を測定したのである。これによると上層程よく振動し且つ共振のときは最も著しく振動したのである。

機關の爲の土地の振動を最も早く研究したのは Mintrop<sup>5)</sup>であつて 1911 年頃 Göttingen の町で瓦斯往復機關による土地の振動の傳播を委しく研究した。測定用には同氏の加速度計式地震計を用ひた。この研究結果は前記 Bornitz<sup>6)</sup>のものと同じ位の成果を収めたのである。同様な研究は後に Geiger<sup>7)</sup>によつても行はれ、

<sup>1)</sup> L. Mintrop, "Ueber die Ausbreitung der von Massendräcken einer Grossgasmaschine erzeugten Bodenschwingungen," Diss. Göttingen, 1911.

<sup>2)</sup> G. Angenheister u. W. Schneider, "Messungen von Boden und Gebäuden hervorgerufen durch Maschinen und Fahrzeuge," ZS. f. tech. Phys., 9 (1928), 115-118.

<sup>3)</sup> W. Schneider, "Seismographische Messungen der durch Strassenbahnwagen hervorgerufenen Bodenerschütterungen," ZS. f. tech. Phys., 9 (1928), 11-14.

<sup>4)</sup> H. Reiher, "Schwingungerscheinungen an einem Hochhaus," ZVDI, 74 (1930), 601-604.

<sup>5)</sup> L. Mintrop, 前掲。

<sup>6)</sup> G. Bornitz, 前掲。

<sup>7)</sup> J. Geiger, "Störende Fernwirkungen von ortfesten Kraftmaschinen, insbesondere Verbrennungsmaschinen," ZVDI, 67 (1923), 736.

又 Gerb<sup>1)</sup> や Rausch<sup>2)</sup> は特に機関臺の振動に注目した。殊に Rausch は機関臺のあらゆる freedom を考慮して機関と臺との共振をできるだけ避けることを考へ、實際上の構造にまで注意を拂つた。機関臺は振動を防止する目的には、餘り剛にすることは考へものである。むしろ剛度を少くして機関と共に振動する固有周期を長くしておく方が、機関自身は空間でよく振れるけれども、床面の方は位相の關係から餘り振動しないものである。

交通機関殊に自動車による土地の振動は Essers 及 Kappes<sup>3)</sup>, Langer 及 Thomé<sup>4)</sup>, Menges<sup>5)</sup> などの研究が有名であつて、Essers 及 Kappes は 5 噸位の自動車を走らせ、それから 20 米位離れた所で Mintrop の振動計を以て測定した。毎時 30 輪以上の速度になると振動が大分大きくなり、約 0.006 輪位の振幅になることを見出した。しかし之等は東京などの市街地から見れば寧ろ振動が少い方であると思ふ。Langer 及 Thomé は Aachen 式加速度計を自動車に載せて走らせた。その加速度は市街地でも非常に大きいことがわかつた。しかし之は道路のみでなく自動車それ自身の振動も含まれてゐるのは勿論である。

最近、星野技師<sup>6)</sup> が東京の種々の場所で鋪装道路上を自動車を走らせ、その爲の土地の振動を測定した所が、大抵の場合にその速度に關係なく毎秒 20 前後程度の振動数が現はれ、又振動方向は Rayleigh 波型のものが見られたといふことである。又、車體の重いときの方が振幅が小であつた。之は車體の固有周期が土地の凹凸の

<sup>1)</sup> W. Gerb, "Beseitigung von Fundamentschwingungen durch Massenausgleicher," *ZVDI*, 74 (1930), 1652-1653.

<sup>2)</sup> E. Rausch, "Richtige und fehlerhafte Maschinengründungen," *ZVDI*, 75 (1931), 1069-1074, 1133-1137.

<sup>3)</sup> E. Essers u. C. Kappes, "Bodenerschütterungen durch Kraftfahrzeuge," *ZVDI*, 71 (1927), 495-496; *ZS. f. Geophys.*, 3 (1927), 44.

<sup>4)</sup> P. Langer u. W. Thomé, "Stosshaftigkeit von Strassen und Verkehrserschütterungen durch Strassenfahrzeuge," *ZVDI*, 72 (1928), 1561-1567.

<sup>5)</sup> H. I. Menges, "Schädliche Erschütterungen des Strassenverkehrs," *ZS. f. tech. Phys.*, 9 (1928), 311-315.

<sup>6)</sup> 星野市郎, "自動車による道路の振動に就て," 地震談話會 (昭和七年十月十八日)。

爲の強制週期よりも長い場合の方が車體といふ振動體に強制變位を餘り起さないといふ力學的考を以て説明ができると思ふ。又、同氏の研究によると車體の空氣タイヤの方が無垢タイヤよりも土地の振動が少く、殊にその性質は高速度の場合程著しいといふことである。

Reiher<sup>1)</sup> は自身の研究に Angenheister や Schneider, Langer, Thomé 等の研究を加へて取まとめ、以て高層建築物、水力發電所、機械の hammering action 等の爲に土地の振動や建物の振動が如何に誘起するかをしらべてその結果を發表した。その一部を表で示せば下の如くになる：

	振動数 (Hertz)	振幅 $a$ (粋)	加速度 (粋/秒 <sup>2</sup> )	測定者
土地の固有振動	10 (25)	—	—	Angenheister (ZS. f. tech. Phys., 1929)
	10 (25)	.0017	4-8	
	10 (20)	.0085	34	
自動車による土地の振動	28	40 略		W. Schneider (ZS. f. tech. Phys., 1929)
市街鐵道による土地の振動				
鋪道上の交通機関の爲の土地の振動			100	Langer u. Thomé (ZVDI, 1928, S. 1561)
			3000	
空氣タイヤ 無垢タイヤ				

同様に委しい研究<sup>2)</sup> は Hall も出してゐるが、之は構造物の振動の所で既に述べてある。

交通機関の爲に建物の方へ振動が傳はることは明かである。之を防禦する爲に建物と道路との間で地下に振動を反射させたり、吸收する考案が種々ある。これについて簡単なる説明は Hort<sup>3)</sup> の論文に出てゐる。

地表の極く近くにある地層は遠方に傳はる地震波の場合とは異なる速度や振

<sup>1)</sup> H. Reiher, "Neuere Beobachtungen über Gebäudeerschütterungen," *Verh. S.-int. Kongr. f. techn. Mech.* (Stockholm, 1930), 294-300.

<sup>2)</sup> A. B. Eason, *The Prevention of Vibration and Noise* (London, 1928).

<sup>3)</sup> W. Hort, "Schwingungsschutz bei Hochbauten," *ZVDI*, 75 (1931), 567-569.

幅を與へるものであつて、米國南 California の人爲的地震<sup>1)</sup>、大森博士<sup>2)</sup>の人爲的地震の測定にも出てゐるやうに、米國の場合に約 2 杆、大森博士の場合に 1 杆の如き低い速度が出るものである。又、獨逸でやつた實驗<sup>3)</sup>では第四期層の場合に P 波が 2.1 杆毎秒であり、Carboniferous では 4.5 杆と出でる。

このやうな研究は那須理學士<sup>4)</sup>が昭和二年本鄉帝大理學部の舊館の取毀しが行はれた際に大學構内に二箇所、第一高等學校内に一箇所の觀測所を設け、今村式十三年式微動計と大森式微動計とを置いて微動を測定した。時間を見る爲に一點のクロノメーターから電線で各所へ時間を傳へる様にした。又、昭和三年には重錘の落下試験、即ち 30 乃至 60 吋のものを數枚落してその振動を測定した。この時は小振幅であつた爲に光學的方法を用ひた。最初の試験では左圖 (I) の如く縦波と横波の如き位相部が現はれた。その速度は夫々大略 780 米毎秒と 440 米毎秒であつてこの圖の (1), (2) が之等を示す。第二回の試験では左圖 (II) の如く兩種の速度が夫々 800 米毎秒、420 米毎秒と出たのである。

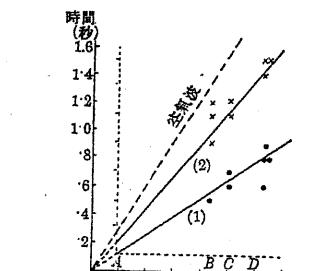
之等の速度は堆積層を傳へる地震波のそれと考へられるが、地表にある砂泥のやうなところはもつと遅く場合によつては數十米位のこともあり得るやうに思はれる。

<sup>1)</sup> H. O. Wood & C. F. Richter, "A Study of Blasting Recorded in Southern California," Bull. Seism. Soc. America, 21 (1931), 28-46.

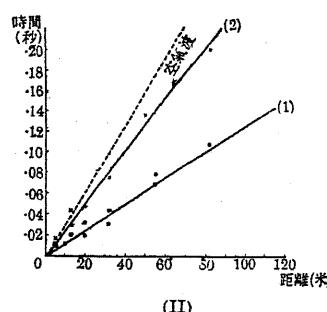
<sup>2)</sup> 大森房吉, "人爲地震波速度測定報告," 震、調、報, 第 21 號 (1898), 17-20.

<sup>3)</sup> G. Bornitz, 前掲。

<sup>4)</sup> 那須信治, "人爲的地震の傳播速度の測定," 地震, 1 (1929), 335-344.



(I)



(II)

第 166 圖

斯様な問題で一層進歩した研究法は波江野理學士<sup>1)</sup>が行つたやうにラヂオ地震計を用ひる方法であつて、同氏が秋田縣の或る河床の性質を見る爲に行つた結果は非常に好成績を示した。その結果は P 波の速度 2 杆乃至 3 杆の速度を與へてゐるが、その押しと引きの性質の如きは非常によく現はれたといふことである。機械が精密な爲に空氣波の到來も極めてよく現はれた。之等の研究は振動そのものを分析するのみでなく、地下の物質の性質を見る事ができ、土木や鐵業上の目的に對し非常に有用なものである。同氏<sup>2)</sup> 其他は同じ方法を用ひて更に中央線多摩川橋梁基礎の調査をなし、その地表附近の構造を明かにした。それによると河床の 8.5 米位までの深さと、それから下 60 米位及びその下とで性質が異なり、夫等の縦波及び横波の速度は夫々毎秒 1.1 杆、1.8 杆、3.6 杆及び 6.7 杆、1.05 杆、2.1 杆となることがわかつた。

土地に傳へる波動問題は最近種々の人の興味をひき、例へば Jones<sup>3)</sup> の如きは地表の limestone の層に人爲振動を與へて波動速度を測定し、その層の爲の遮折現象を實驗的にしらべ、且つ各層の厚さを推定した。この研究に於て震波線の幾何學的波動理論が用ひてある。

### 199. 地震波による地下検索法

地震波を人爲的に起して地下の地質其他を探求する方法は前節に述べた波江野理學士其他の研究が相當してゐるが、之等は主として人爲的(落下重錘又はダイナマイト爆發)に起されて地下を通る地震波が反射、屈折又は通過の異常速度の方法を利用するのである。波江野理學士がやつた所の地下の砂礫層を見出すと同様に石油のある各層までも見出すことができる。この場合には石油といふ物質を直接検索するのではなく、石油のある所は大抵 salt dome といふ異なる岩石層があつて、こ

<sup>1)</sup> 波江野清藏, "山形縣梵字川上流峡谷に於ける河底砂礫層測定に就て(第一報)," 地震, 3 (1931), 680-684.

<sup>2)</sup> 波江野清藏、三川逸郎、萩原尊禮、吉山良一, "地震法による中央線多摩川橋梁基礎調査に就て," 地震, 4 (1932), 469-473.

<sup>3)</sup> J. H. Jones, "The Diffraction of Elastic Waves at the Boundaries of a Solid Layer," Proc. Roy. Soc., London, 137 (1932), 325-343.

の表面に沿うて石油がたまるものである。それで地震波を送つてこの岩石層を見出せばよい譯である。同様にして地震波は一般の鑛業や土木の目的に使用することができる。之等の目的に對して地震計其他の地球物理的方法を應用することを geophysical prospecting と稱し、昔から非常によく應用されており、米國 Texas の石油產地などではこの方法を極度に應用してゐるやうである。之等に關する委しい説明は Edge 及 Laby<sup>1)</sup>, Keys<sup>2)</sup>, Wien-Harm<sup>3)</sup> の全集 那須技師<sup>4)</sup> の書物等によく出てゐる。

<sup>1)</sup> A. B. Broughton Edge & T. H. Laby, *The Principles and Practice of Geophysical Prospecting (Seismic Methods)* (Cambridge 1931).

<sup>2)</sup> D. A. Keys, *Applied Geophysics (Seismic Methods)* (Cambridge, 1929).

<sup>3)</sup> Wien-Harm, *Handbuch d. Exp. Phys.*, 25 (1930), III.

<sup>4)</sup> 那須信治, 地震計に依る地下探求法, 岩波講座(礦物, 岩石) (1931).