

第七章 船體の振動

112. 船體振動の種類と原因

船體の主要な振動の種類を分類して見ると上下の屈曲振動、水平の屈曲振動、振り振動の三種に分けることができる。しかし之は船體の構造上最も可能的な分け方をしただけであつて、もつと委しく考へて見ると餘り明瞭でない。何となれば上下、水平の兩振動は時として或る斜の方向への屈曲の分振動を表してゐることがあるし、又、水平と振りの振動もその何れか一方が主要なものであつて他は自然に誘起される場合があるからである。こゝに上下の屈曲振動と名づけたのは船體を側面から見て屈曲を表す場合であり、水平の屈曲振動とは船を上方から見たときに船體が側面へ撓む場合を示してゐる。以上の外に局部的の種々の振動のあることを忘れてはならない。

船體の振動が重要視されるのは主として客船に於て乗客に不快の感を與へぬ爲と、軍艦及び一般船舶に於て測距器の如き測器類や其他の操作に障礙を及ぼさしめぬ爲と考へられる。しかし構造それ自身の問題上に於ても振動によつて鋸釘等が傷められることが屢、起るやうであるから、この點から見ても一般の貨物船特に油輪船などではやはり振動が蔑視できぬ事柄となる。何れの場合にも共振が最も恐れられてゐる。

船體振動の主要な原因として機關及び推進器を擧げることができる。機關については以前に往復蒸氣機關が盛んな頃はかなり重要視されてをつたけれどもタービンの發達によつて或る程度迄は問題が解決されたやうに思はれたのである。それでも高次の共振振動に對してはやはり不都合な點があり、又種々の補助機關類に於てその原因となるものが大分残されてゐる。近來、往復重油機關が船舶に採用されつゝある爲に再び不衡力の問題が考へられさうであるけれども、最近の斯る機關では同じ大さの氣筒がならんでゐる爲に充分に釣合され得る性質を有し、船體の

振動としては餘り注目する必要がなくなつた譯である。推進器による振動は依然として重要な意味を持つてゐるが委しいことは後に述べる。

船體の屈曲振動は上下、水平共に船の兩端から約1/4の距離に節點を有する振動即ち第一次の屈曲振動が最も多い。高次の振動も勿論起るけれども、普通は第三次位までであつて第四次以上は餘り存在せぬやうである。船體の振り振動は船の中央點に節點が一個ある所の第一次の振り振動が主要なものであつて、高次のもの程起り難いことは、屈曲振動の場合に似てゐる。之等高次の振動が存在し難いことは、一つは斯る高次の振動に相當する週期的外力が餘りないことと、又一つには假令斯る振動が存在しても材料の粘性によつて急激に減衰される爲である。

往復機關が船體に與へる振動は主として屈曲振動であつて、振り振動へも多少の影響を與へる。先づ屈曲振動の方だけ考へて見ると、機關の不釣合の部分は同轉部及び往復運動部の鉛直の慣性力とその傾斜的の偶力とに分つことができる。機關が船體の自由振動型の腹(loop)に當つてゐるときは、上下の慣性力が比較的によく働き、節點に當つてゐるときは傾斜的の偶力がよく作用する。之は勿論比較上のことであつて、斯る外力が働くときに船體の自由振動の型を單に助勢すると考へることは餘り妥當でなく、實際は原動機附近の模様が自由振動のときとは著しく變更されることが種々の研究の結果から推定できる。單氣筒の機關のクランクが主要振動の節點にあるときは振動が餘り起らぬといふ報告さへあるけれども大分疑はしい。しかし三氣筒のときは節點でも振動が起ることはよく認められてゐる。二推進器軸を有する船舶に於て機關が各、獨立となつてゐるときは兩者の同轉速度に多少の差異がある爲、その位相によつて屈曲振動の唸りの如き現象が存在する。又この二推進器軸の場合に兩方の機關運動の位相の關係即ち一方の機關の不衡力が上の方向に向ひ他方のそれが下の方向に向つてゐるやうな場合には船體の振り振動を起す譯である。しかしその勢力は餘り大きくない筈である。

往復蒸氣機關では往復の慣性力やクランクが各氣筒毎に異つてゐる爲に原動機それ自身の釣合上からでも注意を要する。重油機關では之等が各、殆ど一定である爲に釣合が容易に行はれ蒸氣機關のやうな不衡力は少い。タービン機關では振

動の問題を捨ててもよいと初めは考へられたのであつたが、高次の共振振動其他のことからやはり振動を考慮しなければならなくなつたのである。しかし一層大切なのは推進器であつて、如何なる機關の船舶でもこの影響から免れることはできない。

推進器が船體の振動に與へる影響は極めて大きく、且つ容易に除かれさうにも見えない。この研究は主としてSchlick¹⁾が行つたのであるが、推進器が振動の原因となる理由として三つの點を擧げることができる。第一に推進器翼の一枚が他の翼に比して質量が違ふ爲に推進器に不衡力を與へることである。一般に各翼が同じでないと思へられるが、総合的に見るときは推進器の一回轉中に不衡力の一週期があると想像すればよい。従て推進器の一回轉の週期と同じ週期を持つ振動が船體に與へられる譯である。單螺旋器軸を有する船ではかくの如き週期を持つた上下屈曲振動や水平屈曲振動が誘起される。雙螺旋器軸即ち二本の推進器軸を有する船體では上述の振動のほか、上述のものと同週期の振り振動が起される。但しこの場合には兩推進器の平衡力の位相の關係から振り振動のみが優勢であつたり、又上下屈曲振動のみが起つたりすることもある。第二の原因としては推進器翼のどれかのピッチが残りの翼のそれと異なる場合である。斯る状態のもとに於て推進器が一個あることの影響や又二個ある結果は第一の原因のそれ等と全く同様である。第三の原因は推進器の附近を流れる水の影響である。これは特に推進器軸が二本以上ある場合に著しいのであつて、船體振り振動の第一の原因であり同時に又屈曲振動の重要な原因であるといつても差支ない。一般に船尾附近の水の流れ方、即ち遠方の水に對して船尾附近の水の運動は船の外形と水の表面に近いといふことに影響されて均等でない筈である。即ち船壁に近い所程追従流が強く、従て推進器翼の動き方は船壁よりも外方程概して強いものである。表面に近い爲に波性の影響のあることも同様である。今、兩方の軸の翼が同位相にあり、且つ次圖の上の圖に示すやうな向きの同轉をなす場合に、一方の翼がAにあり、他方の翼がA'にあ

¹⁾ O. Schlick, "Our Present Knowledge of the Vibration Phenomena of Steamers," *Transactions of the Institution of Naval Architects, London*, 53 (1911), Part 2, 121-134.

るとすれば、之等の翼はこの位置に於て最も強く働き、且つその反作用として垂直の二本の矢で示す方向へ力を及ぼす。然るに推進器が45°位回轉して下の圖の位置

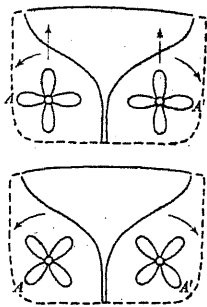
に來ればその働き方が鈍くなり、且つ次の一對の翼も未だ充分なる作用を行ふべき位置に達してをらない。即ち上下の反作用が減少する譯である。更に40°回轉して隣りの一對の翼が最外方へ來れば再び上の圖に於けるが如き作用を起す譯である。このやうにして上下屈曲振動が誘起されるのである。その振動は推進器が一回轉する間に一つの軸の翼の數だけ起るから、一般に單位時間中の船體の振動數は推進器軸の回轉數に一本の軸中にある翼の數を乗じた數に等しいと言ふことができる。

同様にして二本の軸に位相の差があるときは、下圖に示すやうに一本の軸の翼A'の爲に軸に上向きの力が働いてゐるのに他の軸には作用がなく、次の瞬間にはA'の作用がなくなる代りにAの方の効果が現はれて上向きの力が反對の軸に働くことになるから、船體に振りの振動を與へるものである。而して推進器が一回轉する間に振りの完全な繰返しが一本の軸の翼の數だけ起るから、單位時間中の振り振動數は軸の回轉數に一本の軸にある翼の數を乗じたものに等しいことは上下の屈曲振動の場合と同じである。尙、二軸の回轉の向きが同方向のときは、上に述べたのと同様の理由から前と同様な振動數を以て水平の屈曲振動及び振り振動が強く

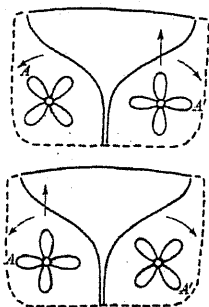
誘起される。しかし何れの場合にしても三種の振動が多少とも混合してゐることは否めない。又、之等の振動が常に船尾に甚しいことは一つの特徴である。

尙、單軸推進器でもその軸が彈性軸に比して下方に離れてをる爲にやはり振り振動を誘起するものである。

局部的の振動としては甲板室や種々の柱狀構造物その他が獨立に振動するこ



第 76 圖



第 77 圖

とであるが、之等は各個の場合に夫々特別の注意を要する。

前にも述べたやうに船體では共振を最も忌み嫌ふのであるから各振動型に對する自由振動數を算定しておくことが極めて大切であるといはねばならぬ。主要な第一次振動のみについて考へると、振動週期は上下、水平、振りの振動の順序に短くなつてゐる。しかし時には上下と水平とが逆のこともある。又、種々の強制振動の観測によると、之等の週期及びその高次のものの共振の所だけに相當して振幅が大きくなるのがわかる。タービンが高次振動を誘起する可能性のあることは、タービンの僅かな回轉變化によつて次々の次數の自由振動週期に遭遇するが爲である。尙、推進器翼の設計に際してその翼數を定めることは振動問題としても非常に大切なことがわかるであらう。

113. 船體の上下及び水平の屈曲振動

船體に上下及び水平の屈曲振動の起る可能性は既に述べた通りであるが、上下屈曲振動並に振り振動の性質に就てはSchlickに負ふ所が非常に多い。Schlickは多くの結論を得る爲に種々の高速の客船や貨客船に就て實物實驗を行ひ、又其等から船體の自由な上下屈曲振動數の實驗式¹⁾を次の如く提出した：

$$N = c \sqrt{\frac{I}{WL^3}} \quad (1)$$

こゝに N は二つの節點を持つ上下屈曲振動の毎分についての振動數、 I は船體の中央部截面のその水平中性軸の周圍にとつた慣性モーメント(呎²×呎³)、 W は船の重量(噸)、 L は船の長さ(呎)とする。而して c の値については驅逐艦の如き瘦形の船では $c=156\ 850$ 、快速の客船即ち大なる大西洋の定期船等では $c=143\ 500$ 、遅い貨物船では $c=127\ 900$ の如き數にすればよいことになつてゐる。之等の振動數は種々の人の實驗や分析、即ち Gümbel²⁾ の結果や Schlick³⁾ 自身のもの、Nicholls の比較⁴⁾、

1) O. Schlick, "Further Investigation of the Vibrations of Steamers," *TINA*, 35 (1894), 350-371.

2) L. Gümbel, "Ebene Transversalschwingungen...", *Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft*, 2 (1901), 211-294.

3) O. Schlick, "On some Experiments made on Board the Atlantic Liner Deutschland during her Trial Trip in June, 1900," *TINA*, 43 (1901), 48-66.

4) H. W. Nicholls, "Vibration of Ships," *TINA*, 66 (1924), 141-163.

Gatewood¹⁾の油輪船の測定などによつて比較的によく適合することが確かめられた。

其後 Horn²⁾は水平屈曲振動が存在することを考へてその目的に向つて実験を試みた。即ち推進器の回転数の低い貨物船について実験を試みた。“Wasgenwald”といふ船で上下の屈曲振動は $N=80\sim 100$ 、振り振動は $N=400\sim 500$ であるのに、 $N=42\sim 43$ 及 $N=62\sim 63$ の如き水平動式の屈曲振動が観測された。之は車軸回転数が 70 位である故によく共振を起したために見出され、又このやうな振動は斯る貨物船に於て非常に起り易いものであることもわかつたのである。

114. 屈曲振動数の算定法其一 (Rayleighの方法及 Ritzの方法)

Rayleigh³⁾の方法は既に屢、述べた通り境界条件を満足するやうな或るノーマル型の振動形を假定し、それに相當する運動勢力とポテンシャル勢力との和を一定と考へ、その場合の振動数の極小値を算定するにある。斯る場合にどうしても拘束がある爲に計算による振動数は必ず正確なものよりも多くなるのである。この方法は船體の振動数の算定に適用でき、且つ實際に應用されてゐるけれども、他の問題の所で既に出てゐるから、こゝでは態と省略することにした。

Ritz⁴⁾⁵⁾の方法も既に説明してあるけれども、こゝでは船體の如き場合の振動問題にあてはめて見よう。便宜上船の断面の慣性モーメント I 及び有效断面積 A がその長さ $2l$ 間で次の如く變化するものと假定する。但し I_0, A_0 は船の中央断面のそれ等である。又 b, c は一定の常數である。

$$\left. \begin{aligned} I &= I_0(1-bx^2), \\ A &= A_0(1-cx^2). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

¹⁾ W. Gatewood, "Period of Vibration of Steam Vessels," *Trans. of the Soc. Nav. Arch. & Mar. Eng.*, 23 (1915), 117-140.

²⁾ F. Horn, "Horizontal- und Torsions-Schwingungen auf Frachtschiffen," *Werft Reederei Hafen*, 6 (1925), 541-548, 577-585.

³⁾ Lord Rayleigh, *Theory of Sound*, 1.

⁴⁾ W. Ritz, *Œuvres* (Paris, 1911); Kriloff, "Sur la méthode Ritz," *C.R.* (1917), 853; T. Pöschl, *Phys. ZS.*, 14 (1913), 410; H. Lorenz, *Phys. ZS.*, 14 (1913), 71.

⁵⁾ N. W. Akimoff, "On Vibrations of Beams of Variable Cross-Section," *Trans. Amer. Soc. Nav. Arch. & Mar. Eng.*, 26 (1918), 111-155.

振動のノーマル座標を $\cos pt$ と書けば船の撓みは $y=y_0 \cos pt$ となる。今、簡單の爲に均一な断面を有する場合の形のノーマル函数を二項だけ取つて書けば

$$y_0 = a_1 u_1 + a_2 u_2 \quad (3)$$

となる。茲に a_1, a_2 は常數であり、又、對稱振動のときには u_i が一般に次の如くなる：

$$u_i = A \cos \frac{kx}{l} + B \cosh \frac{kx}{l} \quad [i=1, 2, \dots] \quad (4)$$

A, B を決定する爲に $x=\pm l$ が自由とすれば、

$$\left(\frac{d^2 u_i}{dx^2} \right)_{x=\pm l} = 0, \quad \left(\frac{d^2 u_i}{dx^2} \right)_{x=\mp l} = 0 \quad (5)$$

から $\tan k + \tanh k = 0$ が出で、この根として $k_1=0, k_2=2.3650, \dots$ の如き値 k_i が得られる。又同時に A/B の比を決定して (4) に代入すれば次式が作られる：

$$u_i = \frac{\cosh k_i \cos \frac{k_i x}{l} + \cos k_i \cosh \frac{k_i x}{l}}{\sqrt{\cosh^2 k_i + \cos^2 k_i}}, \quad [i=1, 2, \dots] \quad (6)$$

(6) を (3) に代入し、然る後 Ritz の方法で a_1, a_2 を決定する。今 ρ を密度、 E を Young 率とし、

$$\lambda = \frac{A_0 \rho p^2}{I_0 E} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \int_{-l}^l (1-bx^2) \frac{d^2 u_i}{dx^2} \frac{d^2 u_j}{dx^2} dx &= \alpha_{ij}, \\ \int_{-l}^l (1-cx^2) u_i u_j dx &= \beta_{ij} \end{aligned} \right\} \quad \begin{matrix} [i=1, 2, \dots] \\ [j=1, 2, \dots] \end{matrix} \quad (8)$$

と書いておく。Ritz の表し方による S は $i=1, 2, j=1, 2$ の場合には

$$S = \int_{-l}^l (1-bx^2) \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 a_i a_j \frac{d^2 u_i}{dx^2} \frac{d^2 u_j}{dx^2} dx - \frac{\rho^2 A_0 p^2}{EI_0} \int_{-l}^l (1-cx^2) \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 a_i a_j u_i u_j dx \quad (9)$$

であつて、之から

$$\frac{dS}{da_1} = 0, \quad \frac{dS}{da_2} = 0 \quad (10)$$

を作れば、之が a_1, a_2, p^2 の間の關係式となり、 a_1, a_2 を消去すれば p^2 を決定すべき

式を與へる。これを Rayleigh の方法の如く、初めから p^2 を任意變數一個のある勢力式で與へておいて p^2 の極小値を出すことと比較して見ると、前にも述べたやうに根本的には Rayleigh のと大した變りがないけれども、たゞ Rayleigh の場合に比して任意變數を數多く取り、この各々の自由度について p^2 の極小値を求めるから、それだけ正確になるといふ利益がある。さて (10) から

$$\sum_{i=1}^2 a_i(\alpha_{ij} - \lambda\beta_{ij}) = 0 \quad [j=1, 2] \quad (11)$$

が得られる。又 (6) から次のことがわかる

$$\frac{d^2 u_1}{dx^2} = 0, \quad \frac{d^2 u_2}{dx^2} = \frac{k_2^2}{l^2} \frac{\cos k_2 \cosh \frac{k_2 x}{l} - \cosh k_2 \cos \frac{k_2 x}{l}}{\sqrt{\cosh^2 k_2 + \cos^2 k_2}}, \quad (12)$$

従て

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{11} &= 0, & \alpha_{12} &= 0, & (\alpha_{21} &= 0), \\ \alpha_{22} &= \int_{-l}^l (1 - bx^2) \left(\frac{d^2 u_2}{dx^2} \right)^2 dx = \frac{31.28}{l^3} (1 - 0.087 bl^2), \\ \beta_{11} &= l(1 - 0.333 cl^2), & \beta_{12} &= 0.297 cl^2, & \beta_{22} &= l(1 - 0.481 cl^2) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

(11) を書き直せば

$$\left. \begin{aligned} a_1(\alpha_{11} - \lambda\beta_{11}) + a_2(\alpha_{21} - \lambda\beta_{21}) &= 0, \\ a_1(\alpha_{12} - \lambda\beta_{12}) + a_2(\alpha_{22} - \lambda\beta_{22}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

a_1, a_2 を消去して (13) の一部を代入し、

$$\lambda^2 \left(1 - \frac{\beta_{12}^2}{\beta_{11}\beta_{22}} \right) - \lambda \frac{\alpha_{22}}{\beta_{22}} = 0 \quad (15)$$

となる。之を解き、 $\lambda=0$ の如き剛體の型を捨てれば、

$$\lambda = \frac{\alpha_{22}}{\beta_{22}} \frac{1}{1 - \frac{\beta_{12}^2}{\beta_{11}\beta_{22}}} \quad (16)$$

(7) から

$$p = \sqrt{\frac{\lambda I_0 E}{A_0 \rho}} \quad (17)$$

であるから、この中へ (16) 及 (13) を入れ、ば週期 $2\pi/p$ が得られる。

應用例 船長 $2l=328$ 呎 (100 米), $I_0=2.316$ 呎⁴ (20 米⁴),

$$A_0 \rho g = \begin{cases} 1.437 \times 32.16 \text{ 封度/呎} \\ (7 \times 9.81 \text{ 噸/米}) \end{cases} \quad b=c = \begin{cases} 2.79 \times 10^{-5} / \text{呎}^2, \\ (0.0003 / \text{米}^2) \end{cases}$$

が與へられたとすれば、排水噸數は

$$D = \begin{cases} \frac{2 \times 1437 \times 32.16}{2240} \int_0^l (1 - 0.000279x^2) dx = 5100 \text{ 噸}, \\ (2 \times 7 \times 9.81 \int_0^l (1 - 0.0003x^2) dx = 5150 \text{ 噸}) \end{cases}$$

$$\alpha_{22} = \begin{cases} 6.46 \times 10^{-6}, \\ (23.40 \times 10^{-5}) \end{cases} \quad \beta_{11} = \begin{cases} 123, \\ (37.50) \end{cases} \quad \beta_{12} = \begin{cases} 36.6, \\ (11.14) \end{cases} \quad \beta_{22} = \begin{cases} 104.7, \\ (31.95) \end{cases}$$

従て

$$\lambda = \begin{cases} 6.97 \times 10^{-8} \\ (.817 \times 10^{-5}) \end{cases}$$

今 $E=4.32 \times 10^9$ 封度/呎² (2×10^7 噸/米²) とすれば、

$$p = \begin{cases} \sqrt{\frac{2316}{1437} \times 4.32 \times 10^9 \times 6.97 \times 10^{-8}} = 23.5. \\ \left(\sqrt{\frac{20}{7} \times 2 \times 10^7 \times .817 \times 10^{-5}} = 21.6 \right) \end{cases}$$

即ち

$$N = \frac{60p}{2\pi} = \begin{cases} 206 / \text{分} \\ (224 / \text{分}) \end{cases}$$

となる。

115. 屈曲振動數の算定法其二 (Morrow の方法)^{1) 2)}

慣性力を外力と考へて静力學的の計算をなすことが特徴である。しかしこれ

¹⁾ J. Morrow, "On the Lateral Vibration of Loaded and Unloaded Bars," *Phil. Mag.*, 11 (1905), 354-374.

²⁾ N. W. Akimoff, "On the Vibrations of Beams of Variable Cross-Section," *Trans. Soc. Nav. Arch. & Mar. Eng.*, 26 (1918), 111-155.

には具體的の説明は避けて計算例によつて振動數算定の方法を示して見る。今、船體を均一な棒と見做してその兩端なる $x=0$ 及 $x=l$ に於て $y=y_1$, $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d^3y}{dx^3} = 0$ であるとす。そこで振動のノーマル函數となるべき型を假りに

$$y = A + Bx + \dots + Gx^6$$

と考へると、上述の境界條件によつて

$$A = y_1, \quad B = -\frac{1}{2}Gl^5, \quad E = \frac{5}{2}Gl^2, \quad F = -3Gl.$$

其他の係数は零となる。又、慣性力を外力と見れば、この場合に外力の和は零に等しいから、 $\int_0^l y dx = 0$ と書ける。即ち

$$\int_0^l (y_1 - \frac{1}{2}Gl^5x + \frac{5}{2}Gl^2x^4 - 3Glx^5 + Gx^6) dx = 0.$$

故に

$$G = \frac{28}{3} \frac{y_1}{l^6},$$

従て

$$y = y_1 \left(1 - \frac{14}{3} \frac{x}{l} + \frac{70}{3} \frac{x^4}{l^4} - 28 \frac{x^5}{l^5} + \frac{28}{3} \frac{x^6}{l^6} \right) \quad (18)$$

然るに棒の振動式が近似的に

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 y \quad (19)$$

であると假定すれば、兩端の變位 y_1 から振動週期 T が

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{-y_1}{y_1}} \quad (20)$$

となる。従て屈曲力平衡の式は

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = -\rho \frac{y_1}{y_1} \int_0^x F y_z(x-z) dz, \quad (21)$$

但し $F\rho$ は棒の單位長さ中の質量、 I は断面の慣性モーメント、 E は Young 率又 y_z は積分に用ひる爲の任意の點の變位を示す

(21) の中へ (18) を入れて見ると次の如くなる:

$$-\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\rho}{EI} y_1 \int_0^x F \left(1 - \frac{14}{3} \frac{z}{l} + \dots + \frac{28}{3} \frac{z^6}{l^6} \right) (x-z) dz.$$

特別に I, F が x について一定のときには上式は次の如くなる:

$$-\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{F\rho}{EI} y_1 \left(0.5x^2 - 0.7 \frac{x^3}{l} + 0.7 \frac{x^6}{l^4} - 0.6 \frac{x^7}{l^5} - 0.16 \frac{x^8}{l^6} \right). \quad (22)$$

この式を x について二度積分すれば

$$-y = \frac{F\rho}{EI} y_1 \left\{ .001993 l^4 - .00925 l^3 x + .0416 x^4 - .038 \frac{x^5}{l} + .0138 \frac{x^8}{l^4} - .00925 \frac{x^9}{l^5} + .00185 \frac{x^{10}}{l^6} \right\}. \quad (23)$$

之が變位の式を示す。この式で $x=0$ と置けば

$$-y_1 = .001993 l^4 \frac{F\rho}{EI} y_1. \quad (24)$$

となるから、之と (20) とを比較して

$$T = \frac{2\pi}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{.001993 F\rho}} \quad (25)$$

が振動週期を與へる。このやうな方法で兩端が自由な棒の振動數の算定ができる。最初の y の表し方に於て x をもつと高次迄取れば一層正確な値が出る。

上述の方法は棒の断面が一定の場合にあてはめて見たのであるが、その考方をあまり變更することなくして、断面の一樣でない船體の如き場合に適用することが可能である。特別の一例として棒の幅が $b=cx$ の如く變化し、 $x=0$ が自由であつて他端 $x=l$ が固定されてゐる場合を考へて見る。(21) を用ひると

$$-EI \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{y_1}{y_1} \int_0^x \rho h c x y_z (x-z) dz, \quad (26)$$

但し h は棒の厚さを示し、 y_1 は $x=0$ に於ける撓みを表す。

さて $y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4$ の如き展開式を假定して、 $x=0$ 及 $x=l$ に於ける條件を用ひ、然る後 $I = \frac{bh^3}{12}$ なることに注意して上の y を式 (26) に代入すれば

$$-\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2\rho y_1}{Eh^2} \left(x^2 - \frac{2}{3} \frac{x^3}{l} + \frac{1}{21} \frac{x^6}{l^4} \right) \quad (27)$$

が得られる。この式を b が變化することに注意して二度積分すれば

$$-y = \frac{2\rho y_1}{Eh^2} \left[.122619 l^4 - .173469 l^3 x + .083 x^4 - .03 \frac{x^5}{l} + .000850 \frac{x^8}{l^4} \right] \quad (28)$$

従て、振動の週期は(20)から

$$T = \frac{2\pi}{l^2} \sqrt{\frac{Eh^3}{2 \times 122619\rho}} \quad (29)$$

となる。今の問題は船の場合の状態と大分違つてはゐるが、全く同様に両端が自由な船の如き場合の計算を行ふことができる。尚、棒の幅だけでなく厚さの方が任意に變化する場合でもその計算法は殆ど同じである。

116. 屈曲振動数の算定法其三 (Tobin の方法)¹⁾

船體が均一な断面を有する場合には簡単に而も正確に振動問題を解決することができるけれども、一樣でない場合は餘り簡単にやれないのは明かなことである。之を種々の方法で解かうとする努力は多くの人によつて企てられてゐる所であるが、Tobin はなるべく數式を用ひずに實船の質量及び断面慣性モーメントの分布から、できる限り正確な振動数を推定しようとしたのである。振動の變形がノーマル座標 ϕ とノーマル函數との積で與へられ得ることは明かである。變化のある断面を取つたときその運動勢力 T' とポテンシャル勢力 V' は次の如く書くことができる:

$$\left. \begin{aligned} 2T' &= (a + \partial a)\dot{\phi}^2, \\ 2V' &= (c + \partial c)\phi^2. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

又、均一な断面を有する場合には各勢力は

$$\left. \begin{aligned} 2T &= a\dot{\phi}^2, \\ 2V &= c\phi^2 \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

で表されるものとする。茲に $a, c, \partial a, \partial c$ は次の如き意味を持つものである。即ち u を均一な棒の振動のノーマル函數、 l を船長、 $m + \partial m$ を各断面毎の質量、 $I + \partial I$ を各断面毎の慣性モーメント、 m を $m + \partial m$ の船の長さについての平均値、 I を $I + \partial I$ の船の長さについての平均値とすれば、

$$\left. \begin{aligned} a &= m \int_0^l u^2 dx, & c &= EI \int_0^l \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)^2 dx, \\ \partial a &= \int_0^l \partial m u^2 dx, & \partial c &= E \int_0^l \partial I \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)^2 dx. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

¹⁾ T. C. Tobin, "A Method of Determining the Natural Periods of Vibration of Ships," *TINA*, 64 (1922), 153-165.

このやうに u 及 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ を均一棒の場合のものに取つておいても結果はそれ程違ふものではない。そこでポテンシャル勢力の極大が運動勢力の極大に等しいと置けば振動数は(30), (31) から、棒が均一及び不均一の時夫々

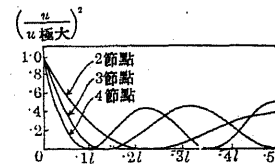
$$N = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{a}}, \quad n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c + \partial c}{a + \partial a}} \quad (33)$$

となる。従て

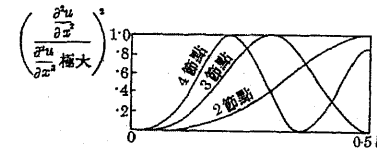
$$p = P \sqrt{\frac{1 + \partial c/c}{1 + \partial a/a}} \quad (34)$$

なる関係が存在する。之等の振動数の関係を決定するには $c, a, \partial c, \partial a$ を是非とも推定しなければならぬ。

(32) に示す量を實際について導き出すには、先づ w^2 と $\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)^2$ を決定しなければならぬ。それには均一の棒の場合をそのまま取ればよいのであつて、一般の力學上からわかる所の両端自由な均一棒の振動形 u 及びその第二次微分係數 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ を取つて下圖の如く表して見る。但し積分に便利なやうに w^2 及 $\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)^2$ を夫々の極大値で



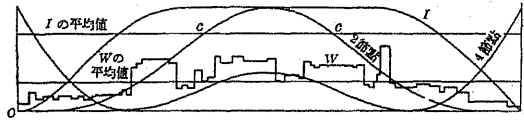
第 78 圖



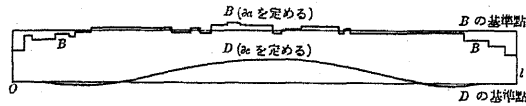
第 79 圖

除した數値で表しておく。次頁の圖に重量分布 W 及び船體各截面の慣性率の分布を示してあるが、又各、 \bar{I} の平均値の線も引いておいた。そこで變化する W と平均の W の差に上に掲げた $(u/u_{\text{極大}})^2$ を乗じたものを次頁の圖の B の如く表す。同様に變化する I と平均の I との差に上に掲げた $\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} / \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{\text{極大}}\right)^2$ を乗じたものを次頁の圖に D として示す。B を船の長さについて積分するときは ∂a が出るし、D を同様に積分すれば ∂c が得られる。又 a 及 c には、上の手續に於て變化する W と平均の W との差を用ひる代りに W の平均値を用ひ、變化する I と平均の I の差を取る代りに I の平均値を用ひておけばよいのである。但し之等 $\partial a, \partial c, a, c$ は夫々の

割合のみを與へるのであるから $\partial a/a, \partial c/c$ の如く取ることによつて初めて具體的の意味がある譯である。



第 80 圖



第 81 圖

尙、前頁の圖に示した曲線の數値を表で示せば下の如くなる：

$$(u/u_{\text{極大}})^2$$

$\frac{x}{l} =$	0	·05	·10	·15	·20	·25	·30	·35	·40	·45	·50
2 節點	1·0000	·5900	·2890	·0980	·0095	·0098	·0740	·1716	·2710	·3435	·3700
3 節點	1·0000	·3697	·0517	·0138	·1579	·3422	·4383	·3900	·2333	·0690	—
4 節點	1·0000	·2058	·0031	·1950	·4132	·3858	·1575	·0020	·1075	·3613	·5056

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} / \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \text{極大}\right)^2$$

$\frac{x}{l} =$	0	·05	·10	·15	·20	·25	·30	·35	·40	·45	·50
2 節點	—	·0010	·0142	·0593	·1521	·2953	·4761	·6885	·8397	·9578	1·0000
3 節點	—	·0079	·0912	·3162	·6393	·9164	·9950	·8180	·4697	·1364	—
4 節點	—	·0267	·2554	·7060	·9990	·8253	·3316	·0078	·1735	·6153	·8687

Tobin は船體のやうに比較的厚い梁形體では回轉慣性が相當に働くに違ひないといふ考からその影響を算定した。即ち運動勢力を T と書けば回轉を考へぬときは

$$2T = \int_0^l m y^2 dx = p^2 \sin^2 2\pi p t \int_0^l m u^2 dx$$

であるのに、回轉の影響を考へるときは

$$2T = \int_0^l m y^2 dx + \int_0^l I \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 dx$$

$$= 4\pi^2 p^2 \sin^2 2\pi p t \left[\int_0^l m u^2 dx + \int_0^l I \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx \right] \quad (35)$$

の如くなるから振動數も從て減少するのである。しかし實際の數値を入れて見ると2節點の場合には2·5%位振動數が減じ、3節點の場合には3·4%位減するのに過ぎない。

Tobinの方法が實船の結果と割合によく一致することは Gatewood¹⁾の分析に照らして明かである。即ち460呎の油輪船の或る状態に於ける振動數が毎分76回であるのに、 $E=12500$ 噸/平方吋として Tobinの方法で計算して見ると振動數が75·4回となる。又、或る大客船の實驗の結果では毎分58·8回と150·0回の如き第一次及び第二次の振動數が測定されたが、計算を施して見ると夫々59·4回及び148·7回の如くなる。即ちかなりの程度まで一致するものである。しかし高次の振動程次第に合はなくなることはやむを得ぬ次第である。

序に附加へるべきことは Horn²⁾が最近に船體の局部的重量を變化させるときに自由振動數に如何なる影響を與へるかといふ問題を研究したことである。しかしその結果は Tobinの如き簡単な方法のものに比して餘り長所があるやうにも思はれない。たゞ船體内の水槽の影響等を論ずるには多少便利かも知れぬ。

117. 屈曲振動數の算定法其四 (横田博士の方法)

横田博士³⁾の方法は船體を断面の一樣でない棒と見做し、而もその兩端が自由

1) W. Gatewood, "Period of Vibration of Steam Vessels," *Trans. Amer. Soc. Nav. Arch. & Mar. Eng.*, 23 (1915), 117-140.

2) F. Horn, "Einfluss lokaler Gewichtsänderungen auf die Eigenschwingungszahl von Schiffen," *Schiffbau*, 20. Nov., 1923, 525-530.

3) 横田成年, "On Vibration of Steamers," 東京帝國大學工學部紀要, 4 (1910), 1-24; 數學物理學會記事, 3 (1906), 91-102.

な場合の振動微分方程式の解を圖式的に出すのであるから、理論的に考へて何等の無理がない。しかし後にわかるやうにその取扱方が多少複雑であることは免れない。今、断面が一様でない棒の振動方程式を書いて見ると

$$\rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(E A k^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) = 0. \quad (36)$$

但し ρA は船の單位長さの質量、 A は有效断面積、 k は断面の中性軸の周囲の断面慣性半径、 E は Young 率、 y は船の撓み、 x は船の長さの方向の座標とする。 $y = u \cos pt$ と書けば u がノーマル函数となり、

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(E A k^2 \frac{d^2 u}{dx^2} \right) = \rho A p^2 u \quad (37)$$

なる方程式が作られる。而して境界条件として船の両端で次式が成立つ、

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = 0, \quad \frac{d}{dx} \left(E A k^2 \frac{d^2 u}{dx^2} \right) = 0. \quad (38)$$

(37) の方程式を積分する爲に圖式の方法を用ひる。即ち先づ U なる一つの曲線を考へ、又、 U_1, U_2, U_3, U_4 を夫々その次々の積分曲線として次の如き関係があるものとする：

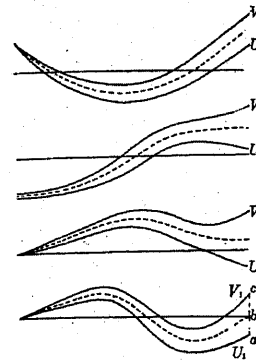
$$dU_1 = U(\rho A p^2) dx, \quad dU_2 = U_1 dx, \quad dU_3 = \frac{U_2 dx}{E A k^2}, \quad dU_4 = U_3 dx. \quad (39)$$

之等をまとめて見ると

$$(\rho A p^2) U = \frac{d^2}{dx^2} \left(E A k^2 \frac{d^2 U_4}{dx^2} \right) \quad (40)$$

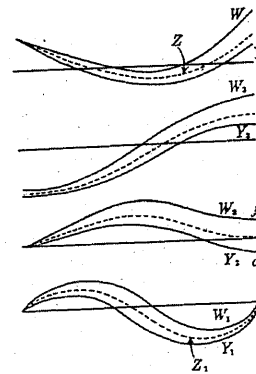
となる。故に $U = U_4$ になるやうに調節すれば U 又は U_4 が (37) の u なる解を表す曲線となる筈である。

之等の積分曲線を作るのに integrator を用ひるか、又は同等な他の方法を用ひればよいのである。而して両端で是非とも $\frac{d^2 u}{dx^2} = 0, \frac{d}{dx} \left(E A k^2 \frac{d^2 u}{dx^2} \right) = 0$ を満足させなければならぬ。しかし両端で u 及 $\frac{du}{dx}$ は特別の拘束がない。又 (39) 中にある所の p^2 は未だわかつてをらぬけれども後に決定しなければならぬ。そこで今 U と U_4 とが全く一致するやうにして U, U_1, U_2, U_3 の曲線を次圖の如く作つて見る。但し之等の間の微分関係は (39) の如く保たれ、 U_1 及 U_2 は左端に於て零となるやうにして



第 82 圖

おく。尚、左端に於ける U は適當に取つてよいけれども、左端の $\frac{du}{dx}$ 及び (39) にあるやうに積分の係數中に入る p^2 は夫々或る一定の値に假定しておく。次に $\frac{du}{dx}$ に異なる値を假定し他は全く同様な条件のもとに曲線を描けば同圖中の V, V_1, V_2, V_3 となる。さて U_1 及 V_1 の右端は夫々 a 及 c なる位置にあるが、この二点を結んで底線に交る點を b とする。こゝに於て U_1 曲線と V_1 曲線の間を \overline{ab} と \overline{bc} との比になるやうに分ける點線を作つて見る。次に U_2, V_2 間、 U_3, V_3 間、 U, V 間を何れも \overline{ab} と \overline{bc} との比に分けるやうな點線を作れば、之等の點線の曲線同志はやはり (39) の如き關係を保つ。何となれば同じ長さの底線を持つてゐる所の U 系統の曲線と V 系統の曲線間を分つのに \overline{ab} と \overline{bc} の比を以てすることと、その分たれた部分間の面積の割合との關係を考へれば極めて明白な事柄であるからである。而して (38) の第二の条件はこの方法で勿論満足した譯である。この問題で特に注意すべきことは p^2 の値は相似の場合の例や近似計算によつて推定できるから之をできるだけ實際の値に近さうなものに假定すべきは勿論である。



第 83 圖

以上の如くして作られた點線の系統は未だ右端に於ける $\frac{d^2 u}{dx^2}$ のみを満足しない。而して p^2 を或る値に假定してあるからこの p^2 に變化を與へて見て $\frac{d^2 u}{dx^2} = 0$ が右端に於て満足できれば幸である。それには前圖に得られた點線を假りに W, W_1, W_2, W_3 と名づけて見る。この W, W_1, W_2, W_3 を出したのと同様な方法で更に p^2 を變更して曲線を出して見ると Y, Y_1, Y_2, Y_3 となる。之等は何れも右端で (38) の第二式を満足してゐるのである。こゝに於て前圖と同様な考により、 d, f 間を基線上の e 點で切り、その分けられた比にすべての曲線間を點線で分け

れば、之等の點線がすべての條件を満足する $u, \frac{du}{dx}, \frac{d^2u}{dx^2}, \frac{d}{dx}\left(EAk\frac{d^2u}{dx^2}\right)$ の割合を表すものである。而して振動の曲線は Z によつて示されてゐる。

p^2 は(39)の第一式から上圖中にある Z 曲線と Z_1 曲線によつて容易に算定できる譯である。尙、この方法は第一次のもののみでなく、高次の振動にも適用できることは勿論である。

横田博士¹⁾は斯の如き方針を立てて69.2米×6.55米×4.04米の驅逐艦について計算を試みた。又、1/25縮尺の模型を作り同じ割合の吃水にして振動試験を行った。之を實際の大きさに換算し且つ材料の異つてゐる爲多くの修正をもなした結果、振動数が下の如くなり、割合によくあつたのである。

振 動 数 (毎分)

	計 算	實際からの換算
2 節 點	229	216
3 節 點	470	450
4 節 點	850	

こゝに注意すべきことは、水中での振動数は慣性流体の爲に計算から出るやうな空中又は真空中の振動数よりも多少少くなるのが原則である。寺田博士²⁾は横田博士の研究と前後して實驗的にこのことを説明されてゐるのであるが、横田博士も亦その後の論文に之を詳しく引用して注意を附加へられた。同様なことは近頃 Moullin³⁾によつて研究を試みられた。又、横田博士の論文中には上述の結果の外に船體の振動問題について種々の事柄に説明を加へてあるけれども、本節には餘り關係がないので省略しておく。

最後に Gumbel⁴⁾の研究について一言しておく。Gumbelも横田博士に多少似

1) 横田成年, 前掲。

2) 寺田寅彦, "On the Vibration of a Bar floating on a Liquid Surface," 數學物理學會記事, 3 (1906), 103-109, *Phys. ZS.*, 7 (1906), 852-855.

3) E. B. Moullin, "Some Vibration Problems in Naval Architecture," *Verh. 5-int. kongr. f. tech. Mech.* (Stockholm, 1930), 3, 28-30.

4) L. Gumbel, "Ebene Transversalschwingungen ...," *Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft*, 2 (1901), 211-294.

た研究を試みた。その方法は積分方程式の考を圖式に適用するものであるが、その方法や考方から見ると横田博士のものに比較して大分劣つてをり、單なる考察にも、又應用するにもあまり價値がないと思はれる。それでこゝでは省略しておいた。

118. 屈曲振動数の算定法其五 (Pavlenkoの方法)¹⁾

Pavlenkoの方法は断面の一樣でない場合の振動體の勢力が時間について不變であること、即ち勢力保持の法則を適用せるものであつて近似的であることは論を俟たぬ。しかも、勢力の考を利用せる Rayleigh や Ritz の方法よりも一層簡單なことは Tobin の方法に似てゐる。しかし又、Tobin の如く實際の船を巧に分析するのでなく、船の形狀を豫め代數式で代表させるのである。隨て Tobin のものよりも尙更不正確となる代りに分析が比較的速かにできるのである。この方法によれば、振動数の算定のみでなく、振動のノーマル型や強制振動の場合の振幅までが推定できるのが一つの特徴であるといふことができる。断面が一樣でないときの振動方程式は

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EI\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right) + \rho_1 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0. \quad (41)$$

但し E, I, ρ_1 は夫々 Young 率, x に於ける断面の慣性モーメント, 單位長さの質量であり, y は振動の撓みを表す。今, y が次の如くノーマル函數 u_i とノーマル座標 ϕ_i の積の形で表されるとする:

$$y = \sum_{i=0}^{\infty} u_i \phi_i. \quad (42)$$

而して自由振動のときの運動勢力は

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l \rho_1 (\dot{y})^2 dx. \quad (43)$$

$u_0 = u, \phi_0 = \phi$ と書き、主要振動だけ取れば

$$T = \frac{1}{2} \phi^2 \int_0^l \rho_1 u^2 dx.$$

1) G. E. Pavlenko, "A Method of Calculating Ship Vibrations," *Engineering*, 121 (1926), 748-749.

$Q = \int_0^l \rho_1 u^2 dx$ と書けば,

$$T = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 Q. \quad (44)$$

ポテンシャル勢力は

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \int_0^l EI \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 \phi^2 dx = \frac{1}{2} \phi^2 \int_0^l EI \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \phi^2 R \end{aligned} \quad (45)$$

である。但し $R = \int_0^l EI \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 dx$ とする。

振動勢力保持の法則は

$$\frac{d}{dt}(T+V) = 0 \quad (46)$$

となるから、(44)、(45) をこの中へ入れて

$$\frac{1}{2} Q \dot{\phi} \ddot{\phi} + \frac{1}{2} R \phi \dot{\phi} = 0,$$

又は

$$Q \ddot{\phi} + R \phi = 0. \quad (47)$$

$\phi \propto \sin pt$ として

$$p = \sqrt{\frac{R}{Q}} \quad (48)$$

この関係は Rayleigh の方法に於ける振動数極小の考を入れぬ前の関係に等しい。上述の事柄は既にわかつてをる所であるが、同様な方法を強制振動の場合に當はめて見ると

$$\frac{\partial}{\partial t}(T+V) = E \sin pot \frac{dy}{dt} \quad (49)$$

となる。但し $E \sin pot$ が或る點に働く週期的外力と考へて差支ない。今、 $y = u \phi$ と書けば(49)は

$$Q \dot{\phi} + R \phi = E u_1 \sin pot \quad (50)$$

となる。但し u_1 は外力の働く點の變位である。(50)の particular solution は

$$\phi = \frac{E u_1 \sin pot}{R - p_0^2 Q} \quad (51)$$

で表される。

さて自由振動数を出すのであるが、 I が拋物線的に變り、

$$I = A_1 + B_1 x + C_1 x^2 \quad (52)$$

の如く表されるものとする。 $x = \frac{l}{4}, \frac{l}{2}, \frac{3l}{4}$ に於て $I = I_1, I_2, I_3$ とすれば、

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= 3I_1 - 3I_2 + I_3, \\ B_1 &= \frac{2}{l}(-5I_1 + 8I_2 - 2I_3), \\ C_1 &= \frac{8}{l^2}(I_1 - 2I_2 + I_3) \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

となる。質量の密度を

$$\rho_1 = A_2 + B_2 x + C_2 x^2 \quad (54)$$

の如く表し、且つ全質量を M 、船の一端から質量中心までの距離を s 、一端の周囲の質量の慣性モーメントを J と書けば、

$$\int_0^l (A_2 + B_2 x + C_2 x^2) dx = M,$$

$$\int_0^l (A_2 x + B_2 x^2 + C_2 x^3) dx = sM,$$

$$\int_0^l (A_2 x^2 + B_2 x^3 + C_2 x^4) dx = J$$

となるから、従て

$$\left. \begin{aligned} A_2 &= 30 \frac{J}{l^3} - 36 \frac{sM}{l^2} + 9 \frac{M}{l}, \\ B_2 &= -180 \frac{J}{l^4} + 192 \frac{sM}{l^3} - 36 \frac{M}{l^2}, \\ C_2 &= 180 \frac{J}{l^5} - 180 \frac{sM}{l^4} + 30 \frac{M}{l^3}. \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

(53)、(55) を R 、 Q の式に入れ、且つ(48)から p を出せばよい譯である。即ち

$$p^2 = \frac{E \left[A_1 \int_0^l \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 dx + B_1 \int_0^l x \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 dx + C_1 \int_0^l x^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 dx \right]}{A_2 \int_0^l u^2 dx + B_2 \int_0^l x u^2 dx + C_2 \int_0^l x^2 u^2 dx} \quad (56)$$

に(53)、(55)の値を代入すればよいのである。(56)に於て u を如何に假定すれば

よいかといふと、最も簡単な方法は均一棒の振動のノーマル型を導くことである。

$$\frac{\rho}{\rho_{最大}} \geq \frac{1}{2}, \quad \frac{I}{I_{最大}} \geq \frac{1}{2}$$

位であれば、斯る均一棒の振動のノーマル型をあてはめても大して間違がなく、誤差は1~2%位に過ぎない。

均一棒の撓み振動の方程式を

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -\rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

として、 $y = u\phi$ と置けば

$$\frac{d^4 u}{dx^4} = \frac{m^4}{l^4} u \quad (57)$$

が作られる。但し

$$\frac{m^4}{l^4} = \frac{\rho A p^2}{EI}$$

であり、(57)の解は一端 $x=0$ が自由として

$$u = A \left\{ \cos \frac{mx}{l} + \cosh \frac{mx}{l} \right\} + C \left\{ \sin \frac{mx}{l} + \sinh \frac{mx}{l} \right\} \quad (58)$$

となる。又、他端 $x=l$ が自由な条件から

$$\frac{A}{C} = \frac{-\sin m + \sinh m}{-\cos m + \cosh m} = \frac{-\cos m + \cosh m}{\sin m + \sinh m} \quad (59)$$

(59) から

$$\cos m \cosh m = 1. \quad (60)$$

さて(56)中の二種の積分は Rayleigh¹⁾ のノーマル函数積分の方法によつて

$$\int_0^l u^2 dx = \frac{l}{4} u_0^2, \quad \int_0^l \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 dx = \frac{m^4}{4l^3} u_0^2, \quad (61)$$

但し u_0 は $x=0$ に於ける u の値とする。残りの四個の積分は、 $\frac{m}{l} x = z$ と書き、

$$\int_0^m z u^2 dz = \frac{1}{2} \int_0^m u^2 dz - \frac{1}{8} \left[4 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)^2 - 3z u \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - 2u \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} + z \frac{\partial u \partial^3 u}{\partial z \partial z^3} \right]_0^m$$

¹⁾ Lord Rayleigh, *Theory of Sound*, 1, Chap. 8.

なる積分式を作つておけば、 $x=0$ 及 $x=l$ に於て

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} = 0$$

といふ条件から容易に積分ができ、従て

$$\int_0^l x u^2 dx = \frac{l^3}{8} u_0^2. \quad (62)$$

同様にして

$$\int_0^m z \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)^2 dz = \int_0^m z u^2 dz + \left[z \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - z u \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} - u \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)^2 \right]_0^m$$

から

$$\int_0^l x \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 dx = \frac{m^4}{8l^2} u_0^2. \quad (63)$$

又

$$\int_0^m z^2 u^2 dz = \frac{z^2}{3} \int_0^m u^2 dz - \frac{1}{6} \left[9z \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)^2 - 9 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} + 9u \frac{\partial u}{\partial z} - 3z^2 u \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} - \frac{3}{2} z \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + z^2 \frac{\partial u \partial^3 u}{\partial z \partial z^3} \right]_0^m + \frac{1}{2} \int_0^m \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 dz,$$

$$\int_0^m \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 dz = -\frac{1}{4} \left[-3u \frac{\partial u}{\partial z} + 2zu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - z \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \frac{\partial^2 u \partial^3 u}{\partial z^2 \partial z^3} - z \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)^2 \right]_0^m$$

従て

$$\int_0^m z^2 u^2 dz = \frac{z^2}{3} \int_0^m u^2 dz - \frac{3}{8} \left[u \frac{\partial u}{\partial z} \right]_0^m + \frac{3}{8} \left[z \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right]_0^m$$

となる。

u が対称のときは

$$u_l = u_0, \quad \left[\frac{\partial u}{\partial x} \right]_0 = - \left[\frac{\partial u}{\partial x} \right]_l$$

u が斜対称のときは

$$u_l = -u_0, \quad \left[\frac{\partial u}{\partial x} \right]_0 = \left[\frac{\partial u}{\partial x} \right]_l$$

従て

$$u_i \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i = -u_0 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_0 \quad \text{及} \quad \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_0^2 = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i^2,$$

且つ

$$\frac{\partial u_0}{\partial x} = u_0 \frac{m C}{l A}. \quad \left[\frac{C}{A} \text{ は (59) に與へてある} \right]$$

即ち

$$\int_0^l x^2 u^2 dx = l^3 u_0^2 \left\{ \frac{1}{12} + \frac{3 C}{4 m^3 A} + \frac{3}{8 m^2} \left(\frac{C}{A} \right)^2 \right\}. \quad (64)$$

同様にして

$$\int_0^m z^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)^2 dz = \left[z^2 \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - z \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - z^2 u \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + z \left(\frac{\partial^3 u}{\partial z^3} \right)^2 - \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right]_0^m + \int_0^m z^2 u^2 dz$$

から

$$\int_0^l x^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 dx = \frac{u_0^2 m^4}{l} \left\{ \frac{1}{12} - \frac{5 C}{4 m^3 A} - \frac{5}{8 m^2} \left(\frac{C}{A} \right)^2 \right\}. \quad (65)$$

以上の種々の計算結果即ち (61) 乃至 (65) を (56) に入れると次式が出る:

$$p = \frac{m^2}{l} \sqrt{\frac{E L}{N}}, \quad (66)$$

こゝに

$$L = q_1(I_1 + I_2) + q_2 I_2, \quad N = p_1 M l - p_2 \left(M s - \frac{J}{l} \right), \quad (67)$$

但し M は全質量, $M s$ は船の一端 $x=0$ の周囲のそのモーメント, J はその慣性モーメントである. 又 p_1, p_2, q_1, q_2 は下の如く表される:

振動次数	q_1	q_2	p_1	p_2
第一 次	0.0437	0.1625	0.5265	1.659
第二 次	0.1061	0.0878	0.3863	0.8177
第三 次	0.1328	-0.01565	0.323	0.439

今一例として, $M=525$ 噸, $I_1=I_2=1/8 I_2$, $I_2=20$ 米⁴, $\rho A=7$ 噸/米, $s=l/2=50$ 米,

• $J=16.3 \times 10^5$ 噸 \times 米² と考へれば,

$$\frac{L}{N} = \frac{0.0437 \cdot \frac{1}{8} I_2 + 0.1625 I_2}{1.659 \times 16.3 \times 10^5 / 10^2 - 525(1.659 \times 50 - 0.5265 \times 100)}$$

$$= \frac{4.67}{11170},$$

$$\sqrt{\frac{E L}{N}} = 91.5; \quad p = 20.5. \quad \text{主要振動数 } N = 196 \text{ 毎分.}$$

之を他の公式と比較して見ると

1. Ritz の方法 $p=21.6$,
2. Tobin の方法 $p=20.1$,
3. Schlick の公式 $p=20.33$

となり, かなり近い値を持つことがわかる. 尙, Pavlenko による振動数は上述の如くなるけれども振動の型は, 均一の棒の場合と同様になることは既に與へた所の式の形を見れば直ちにわかるであらう.

119. 屈曲振動数の算定法其六 (J. L. Taylor の方法)¹⁾

この方法は圖式によるものであつて考方も横田博士のものに多少似てゐるけれども, それ程巧みでもなければ又それ程實用的でもない. 振動方程式

$$\rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(E A k^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) = 0 \quad (68)$$

の如きものを想像して, $\rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ を静力学の場合の荷重と見做す. 次圖中の重量曲線は $g \rho A$ に相當するものであつて, 實際の場合についてよくわかつてゐるものである. $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ は振幅 y に比例するものであるから, 今適當に y を假定し, この y に重量曲線の値を乗すれば之が荷重曲線を與へる事になる. この荷重曲線を船長 L の方向に二重積分を行へば屈曲モーメントの曲線圖が作られる. この屈曲モーメントを豫め作つてある断面の慣性モーメント $A k^2$ で除し, 斯くして得られた曲線を L につき

¹⁾ J. L. Taylor, "Ship Vibration Periods," *Trans. of the North-East Coast Inst. of Engineers and Shipbuilders*, 44 (1928), 143-176.

更に二重積分を行へば(振幅× E)に相当する曲線が出る譯である。この曲線を E で割つておけばそれが適當の尺度で振幅を表す。この導出振幅を初めの假定振幅の曲線と重ね合せて見ればその縮尺に用ひられた係数によつて振動週期が算定できるのである。何となれば $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ の代りに y を用ひてあるから、その縮尺から週期の二乗に相當する量が出るからである。

この方法に於て多くの圖式積分が必要であるけれども、之を實際に應用しようとする種々の困難に遭遇する。第一に初め任意の振幅曲線を假定しなければならぬが、それには多くの相似計算例がわかつてをらねば、殆ど不可能である。殊に初めの假定曲線型と最後の導出曲線型との喰ひ違ひは修正に非常な苦心を要するものである。又船體兩端の條件を合はせることも全然望

みがないとはいへぬけれども、之を積分中に一々適合せしめる事は必しも容易でない。横田博士の方法では之等の事をかなりの程度まで解決してあると考へられる。

最後にこの圖式計算を行ふ場合に水の慣性力を考慮に入れておくことは、前にも述べた通り極めて重要なことである。J. L. Taylorは他の著者に倣つて慣性力に適當の修正を行つてゐる。

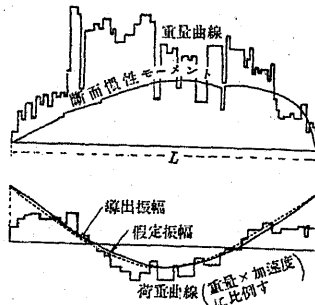
120. 船體の振り振動及びその振動數

船體の振り振動の原因や性質に就ては既に説明した通りであるから、こゝでは主としてその振動數の算定法を述べて見ようと思ふ。この算定法を考へた人は數多くあるが、Schlick¹⁾、Gümbel²⁾、Horn³⁾の如く車軸の問題と殆ど同じに取扱

1) O. Schlick, "On Vibrations of higher Order in Steamers, and on torsional Vibrations," *TINA*, 36 (1895), 287-295.

2) L. Gümbel, "Torsional Vibrations of Elastic Shafts of any Cross Section and Mass Distribution and their Application to the Vibration of Ships," *TINA*, 65 (1912), 219-230.

3) F. Horn, "Horizontal- und Torsions-Schwingungen auf Frachtschiffen," *Werft Reederei Hafen*, 6 (1925), 541-548, 577-585.



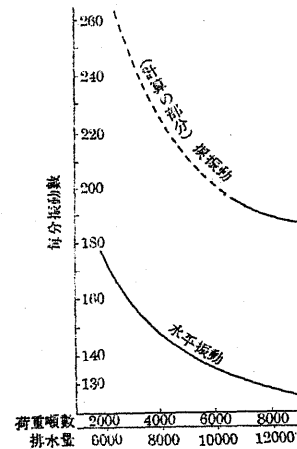
第 84 圖

つた人々もあるし、又 Lewis¹⁾ や Nicholls²⁾ の如く車軸問題に多少の圖式の取扱が含まれてゐるものもある。Taylor³⁾ も亦圖式分析を試みた。

振動數の概念を得る爲に Horn の實驗公式を書いて見ると下の如くなる：

$$\text{毎分の主要振動數 } N = 60c \sqrt{\frac{gGJ_s}{Wr^2L}}, \quad (69)$$

こゝに g は重力加速度(米/秒²)、 G は振り剛性率(噸/每平方米)、 J_s は船體中央部の断面の振り慣性モーメント(米⁴)、 W は排水噸數、 r は船體中心軸の周圍の回轉半徑(米)、 L は船體の全長(米)とし、又、滿載状態に於て $c=0.450$ 、輕い状態では $c=0.475$ 位に取る。尚 r の通常値として $r=0.285\sqrt{\text{船幅}^2+\text{船深}^2}$ として大して誤がない。尙わかり切つたことであるが、(69)の平方根の中の數量は米-噸系統となつてゐるけれども、之を全部呎-噸系統に直しても同じ結果を與へることである。



第 85 圖

Hornによれば船體の振り振動數は水平屈曲振動の二倍近くになつてゐるのが普通である。“Wasgenwald”といふ船の振動數を Horn が計算した所によると、水平と振りの振動數の割合は種々の排水量について左圖の如くなる。但し“Wasgenwald”は3040噸-126.7米×16.45米×8.003米、機關は三氣筒で毎分70回轉位である。

式(69)にある断面の振り慣性率 J_s は取方によつて種々の値が作れるけれども、最も適當な考方は Prescott や Vedeler による中空壙體靜力學的の振り抵抗の出し方である。即ち壙體壁が一つの閉塞曲線をなすときは有效慣性モーメント

が次式で與へられる：

$$J_s = 4A^2 / \sum (l/t), \quad (70)$$

1) F. M. Lewis, "Torsional Vibrations of Irregular Shafts," *Journ. Amer. Soc. Naval Engineers*, 31 (1919), 857-877.

2) H. W. Nicholls, "Vibration of Ships," *TINA*, 66 (1924), 141-163

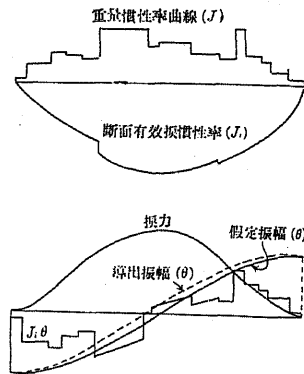
3) J. L. Taylor, 前掲.

但し l は塙壁壁截面の周圍に沿うての長さ, t は壁の厚さ, A は周壁によつて圍まれた面積である. Σ は壁截面に沿うての合計を表してゐる. 二層甲板船の場合にも同様な式が成立つがこゝでは省略しておく. 筆者も亦 Prescott の論文の出た年即ち 1920 年にその公式を一つの靜力學的問題に應用して或る論文に出した.

次に振り振動数を圖上で算定する方法として J. L. Taylor が考へたものを簡単に述べて見る. 振動の方程式は大體に於て

$$J_i \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(G J_i \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad (71)$$

の形となる. J_i は中軸の周圍の質量の回轉慣性モーメント, θ は振り角を表す. 右圖に於て假定振幅 θ を想像し, 之に J_i を乗じて $J_i \theta$ の曲線を作り, 之を x について一度積分し振り力の曲線を作る. その結果を $G I_i$ で除し, 更に一度 x について積分して導出振幅を出すことができる. この曲線を初めの假定振幅 θ の曲線と兩端を一致せしめる爲に要する縮尺率によつて振動数を決定することができるのである. $J_i \theta$ を x について積分するとき x の兩端でその積分が零になるやうに注意すべきはいふまでもない.



第 86 圖

121. 船體の局部的振動及び水平振りの聯成振動

船體の屈曲及び振り振動以外に局部的の振動が無限にある. 勿論之等は屈曲や振りの振動と多少關聯はしてゐるが, しかし特別に取扱つても差支はない. 推進器が船尾附近の水を擾亂する爲に起るその近所の外板や梁柱の振動の如きは局部的振動の最も著しい例であらう. 高速度に於ては相當に考慮すべき問題である. 又, 甲板室や艦橋等が種々の衝擊の爲に起る振動も亦極めて重要な事柄である. 之等は船體としてでなく振動の一般問題の例として研究する方が適當と思はれる.

水平と振り振動との關係し易いことは既に述べてあるけれども, それ等の間に

直接の干涉の起る理由を擧げて見ると, 第一に各截面での重量の上下方向の分布状態がその断面積の重心線即ち彈性軸に一致しないから, 如何なる水平振動にも慣性力によつて局部的の振り力が生じ従て振動を起すことがわかる. 第二に振り振動では任意の截面での回轉軸がその截面の質量の重心線と一致せぬ爲に, 振り振動があれば必ず水平の慣性力が起り, 従て水平屈曲振動が誘發される. 第三に船の長さの方向への質量分布や截面分布が著しく變化してゐる爲に之がどうしても水平と振りの聯成振動を起す原因となるものである. 之等の聯成振動は一般の二元的聯成振動に相當するのであるからその各々の振動週期によつて夫々特異現象を示す.

122. 船體振動の模型實驗及び實物試驗

模型實驗 船體の振動を模型によつて具體的に研究した初めの人 *Henderson*¹⁾ であるといふことができる. 彼は船體と形態の同じ割合を持つ模型即ち 30 吋×2 吋×0.31 吋の鋼の棒を作つて適當な節點で支へ, 電磁石的に振動させ, 振動数は周波計をもつて測定し, 又, 振幅はストロボスコープ及び模型の上に附着せるレンズを通して來る光を顯微鏡で覗くことによつて得られたのである. 但しストロボスコープは直流電動機で回轉させる. この結果は計算で出る値とよく一致した. 次に流體の影響を見る爲に 30 吋×2 吋×0.312 吋の鋼棒と 30 吋×2 吋×0.119 吋の鋼材とを作り, 各々に 30 吋×2 吋×1.25 吋の木材片を膠付けにし, 之等をゴムで巻いて水密にした上で水槽に浮かせておいて電磁石で振動させた. その結果によれば第一の鋼材に屬する場合には空中での振動数が毎秒 89.45~88.80 であるのに, 水中では振動数を減じ, 1/2 吋だけ水中に浸せば振動数が 78.77 位となり, 1 吋だけ浸せば 77.96 位, 1 1/4 吋だけ浸せば 77.59 位となつた. 第二の鋼材に屬する場合には空中での振動数が毎秒 49.60~49.48 であるのに, 水中では 1/2 吋のとき 39.13 位, 1 吋のとき 38.69 位, 1 1/4 吋のとき 38.50 位となつた. 之等から模型と一緒に振動する水の質量を計算するとかなり大きくなる. 同様な實驗は *Mallock*²⁾ も不完全ではあるけれ

¹⁾ J. B. Henderson, "The Vibrations of Ships and the Use of a Dynamical Model for Determining the Elasticity of Ships," *TINA*, 51 (1909), 29-46.

²⁾ A. Mallock "On the Vibration of Ships and Engines," *TINA*, 36 (1895), 296-308.

ども遙かに以前に行つてゐる。

實物試験 船體振動の實物試験は古くから行はれて來た。Yarrow¹⁾ など
がその創始者であつて、其後種々の人に手をつけられて來たのではあるが、しかし實
験から船體振動の主要な分類ができた位なものであつて、實驗結果の充分な分析は
未だ行はれてをらぬやうに見えた。Yarrow は 130 呎位の長さの水雷艇について
推進器を取去つた場合と然らざる場合との實驗を行ひ、これによつて船體の振動が
主として何れに起因するかを研究した。その結果は振動が主として往復の機關に
のみよることを示してゐるけれども、船體の大きさや推進器の性質によつて異なるこ
とは當然である。尙この場合機關が三氣筒であつたが、之に bob-weights をつけて
釣合せた爲に往復動には動瓣装置 (valve gear) を除いても五個のクランク式のも
のがあつたことになる。而して 248 回轉が共振に相當し、機關を釣合せぬときは船
首の上下動が 27/64 吋の振幅を示した。然るにクランク軸に平衡重量をつけて回
轉部の釣合をはかると 20/64 吋となり、bob-weight を往復部につけると 7/64 吋と
なり、共振現象でも機關の釣合によつて振動の少くなることを示した。

次に Schlick²⁾ は二螺旋の通報艦 “Meteor” について振動試験を行ひ、共振現
象を見出すと共に船尾に上下動の外に水平動のあることを見出し、之が船體の振り
振動であることを指摘した。Schlick³⁾ は又 “Deutschland” といふ船で試験を行
ひ、共振を起す外力を確めることに努力した。即ち振動計を船尾に置き且つ電氣的
に機關の運動の位相などを確めることによつて船體の振動は機關の外に推進器の
働が非常に影響することを見出したのである。

船體の振動試験は其後多くの人によつて行はれてゐるが、單に振動計が改良さ
れた位であつて、振動實驗の分析はそれ程發展したやうにも思はれない。

¹⁾ A. F. Yarrow, “On Balancing Marine Engines, and the Vibration of Vessels,” *TINA*, 33 (1892).

²⁾ O. Schlick, “On an Apparatus for Measuring and Registering the Vibrations of Steamers,” *TINA*, 34 (1893), 167-184.

³⁾ O. Schlick, “On some Experiments made on Board the Atlantic Liner Deutschland during her Trial Trip in June, 1900,” *TINA*, 43 (1901), 48-66.

123. 船體振動の輕減法

船體全體の振動を輕減することは最初に述べたやうに、振動の原因を考究して
それをできるだけ除くこと及び一般の振動問題にも共通であるやうに共振を防ぐ
ことに盡きてゐるといつても差支ない。部分的には週期的の關係もある。

振動の共振を防ぐには振動を與へる外力の週期を變更してやるか、又は船體の
振動部分の固有振動數を變へればよい譯である。従て往復機關の往復數、その高調
和部分、推進器の回轉數、その回轉數に一つの推進器にある翼の數を乗じた數¹⁾ の如
きものを船體の或る型の固有振動數からできるだけ離しておくことが極めて望ま
しいのである。又逆に、船體の主要及び高次の固有振動數を強制的振動數と一致せ
ぬやうに船體を設計しておいてもよい譯である。しかし何れにしても高次のもの
程その共振現象が著しくないのであつて、このことは振動問題が比較的簡單に取
扱へることを示すものである。共振現象に限らず高次のもの程振動がよく減衰さ
れることは流體や船體が振動勢力を消耗させたり、又はそれを遠方へ散逸させるこ
とが主な原因であつて、中でも船體の固體粘性によつて振動が老衰²⁾ することも大
きな影響を及ぼすものである。

船體剛度の問題 船體の固有振動數を變更する爲に船體の剛度をできる
だけ大きくすることは、單に船體の振動數を増加して共振の機會を少なくするだけ
なく、任意の強制振動に於てその振幅を小さくすることに非常に役立つものである。
斯る考から見ると船體の一般強度をよくすることは同時に振動問題の一部をも解
決するものといつて差支がない。

載荷の問題 船體の固有振動數の問題に直接關係する事項として重量分
布の事を忘れてはならない。重量分布が慣性に影響することはいふまでもないけ
れども、實際に貨物船などで載荷状態に於て振動數が著しく變更されることが古く

¹⁾ O. Schlick, “Our Present Knowledge of the Vibration Phenomena of Steamers,” *TINA*, 53 (1911), Part 2, 121-134.

²⁾ 末廣恭二, “On the Upper Limit of the Frequency of Transverse Vibration of Prismatic Bars,” 帝國學士院紀事, 4 (1938), 263; 筆者, “On the Decay of Waves in Visco-Elastic Bodies,” 地震研究所彙報, 3 (1927), 50.

から認められてゐる。載荷の増加は剛度の減少と同じ結果を齎すのであるから、貨客混用の船では特に注意すべき事柄であらう。最近 Horn¹⁾ が局部的重量変化によつて船體の振動数が變る割合を計算したことや、Moullin²⁾ の船體の不連続個所による振動数異同の議論の如きはこの問題に多少の發展を與へたものといふことができる。重量分布に密接の關係を有する事項は、船體が振動するときに周囲の流體が船體と共に慣性質量として振動することである。この慣性質量は案外輕視できぬ程度のものであつて、時として船體の質量の數十%に達することさへ推定される。この事柄は遙か以前に寺田博士³⁾、横田博士⁴⁾ が實驗的に推定したのであつて、歐米の船體振動研究家⁵⁾ も近頃漸く認めて來たやうに思はれる。斯の如く慣性質量の存在することは、船體の固有振動数をあまり正確に算定しておいても無意味なことを教へるものである。しかし各種の型の船體についてそれぞれの固有振動数を算定しておくことは互の比較や振動の標準を定める上には決して無益な譯ではない。

機關の問題 船體振動の直接原因を除く爲に機關の不衡力を見出して之を釣合せるとは最も大切な事柄である。最近の重油機關では釣合の研究がよく出來上り、殆ど心配の餘地がない位に迄なつてゐるとはいへ、それ等の設計者はいつでもその注意を怠ることが許されない譯である。これ等の注意に關しては機械の振動の部分で既に説明してあるからこゝではすべて省略しておく。往復機關に於て圓筒の數に應じて夫々不衡力や不衡モーメントのあること、タービン船に於ても同様な力やモーメントのある外に、回轉子の振動や翼の振動のあることなどは何れ

¹⁾ F. Horn, "Einfluss lokaler Gewichtsänderungen auf die Eigenschwingungszahl von Schiffen," *Schiffbau*, (Nov. 20, 1939), 525-530.

²⁾ E. B. Moullin, "Some Vibration Problems in Naval Architecture," *Verh. 3-int. Kongr. f. tech. Mech.* (1930), 3, 28-30.

³⁾ 寺田寅彦, "On the Vibration of a Bar floating on a Liquid Surface," 數學物理學會記事, 3 (1906), 103-109; *Phys. ZS.*, 7 (1906), 852-855.

⁴⁾ 横田成年, "On Vibration of Steamers," 東京帝國大學工學部紀要, 4 (1910), 1-24; 數學物理學會記事, 3 (1906), 91-102.

⁵⁾ E. B. Moullin, 前掲

も重要問題であるけれども、茲には説明せぬことにする。

機關室の位置 機關の据付場所が船の長さのどの邊に當るかといふことは船體の屈曲振動の問題に重要な意味を持つ。即ち力の不釣合の部分が船體振動の腹に當つてゐるとき、及びモーメントの不釣合の部分が節點に當つてゐるときは船體の屈曲振動を最もよく誘起するといはれてゐる。しかし機關と船體との結合の様によつては必しもさうとは思はれない。寧ろ多少異なる點の方が遙かに影響を與へることは振動の強制部分の位置の研究から明かである。油輪船の如く機關の据付場所の特に異なるものでは上述の問題が殊に大切な事柄である。尙、機關が船體に取付けられる方法によつて振動がよく起されることがある。機關はできるだけ固定的の状態に置くことが先づ安全らしく思はれる。しかし又逆に、機關を思ひ切つて弾性的にしてその固有振動数を充分長くしておく、機關自身はよく振動するけれども、船體へは振動が餘り來ないものである。これは強制振動の力學から明かである。多少の冒險はあるけれども、機關をよく固定するのよりも船體の振幅が一層減少するものである。

推進器の問題 推進器翼に不衡力が出来る原因は既に述べてある。推進器翼の質量分布を釣合せるとは必しも困難ではない。しかし翼のピッチを有效的に平均させることは目下の状態としてあまり容易でないのである。況んや推進器翼の附近を通過する流線型を一定にさせて振動の原因を除くことに到つては全く不可能といつても差支がない。故に推進器翼の問題は船體振動の原因として永久に残されることは否めない。之等は他の間接な方法によつてできるだけ除くやうに努力すべきであらう。例へば推進器附近の車軸を適當な方法でよく撓み得るやうにし、推進器組織の固有振動週期を強制週期よりも遙かに長くするのも一つの考方である。

勢力の減衰の問題 最後に船體の振動も外力によつて與へられる波動の一種であることを注意すべきである。従て強制力の存在箇所によつて振動の研究に或る考慮を加へることが當然である。推進器翼による振動は船首に於て必しも船尾程激しくはない。振動の勢力が固體內及び流體中に絶えず散逸され、且つ削減

されて行くが爲である。筆者の研究¹⁾によれば振動週期が短い程斯る現象がよく現はれることがわかつた。又この波動性と老衰性とがある爲に船體の節點なども常に一定の點ではなく、時々刻々に又は一週期内で移動しても差支ないことが知られるのである。

振動子を置く方法 機関と同週期を有する一定の大きさの振動子を適當の方法を以て船体内に取りつけるときは、振動勢力はこの振動子にのみ集中して船體の振動を少なくすることができる。この方法は振動子を非常に大きくしなければ効果が少いから、實際問題としては議論の餘地がある。

艦船用計器の問題 かくの如く船體の振動力を完全に取去ることができぬのに拘らず、一方では又軍艦で用ひる測距器等に於て少しの振動をも恐れるものである。斯る場合には決して軍艦全體の振動をとめる必要がなく、測距器のある所だけが振動を感じなければ充分である。その爲には觀測者をも載せてゐる測距器の臺を一つの振動體にして、その固有振動週期を機關から來る振動週期や砲撃によつて誘起される船體の固有主要振動週期よりも遙かに長くしておけばよいのである。これは單に長週期の變位地震計の原理を用ひたものに過ぎず、換言すれば力學のわかり切つた法則を應用してゐるのに過ぎないのである。このやうにすれば測距器の長週期的振動の變位だけは、零の位置から絶えず少しづつくるふかも知れぬけれども、それは極めて遅い速度であるから測距器等の計測器には大して差支がないであらう。尙斯る長固有週期の臺又は區切を設けることは實際問題としてもそれ程困難なこととも思はれない。

¹⁾ 筆者, "Some Problems of Shocks transmitted in Bars and in Plates," 航空研究所報告, 4 (1923), 第45號, 89-147.