第三章　張力及壓力

(Tension and Compression)

第　一　節

應張力ニ對スル方程式及抗張材ノ强度

(Equation of Tensile Elasticity and Strength of prismatic Tension Rod—Tie)

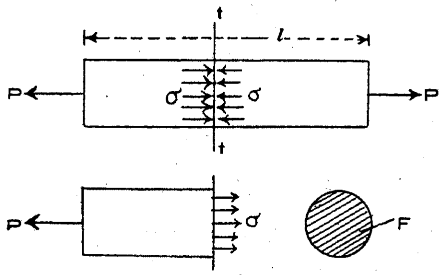


Fig. 61.

既ニ第二章第一節ニ述ベタル如ク今若シPナル張力ガ軸ニ沿フテ(Axially)作用サレタナラバ無論其場合ノ應力ハ斷面ニ均等ニ分布サレルモノト假定スル事ガ出來テ此時ノ斷面ヲF,長サヲlトシσヲ此斷面ニ發生シタ應力トセバ(16)式ニ示ス如ク

$$P = \sigma . F \quad \cdots\cdots\text{(16)式參照}$$

且ツ應力σガkナル許容應力ヲ超過セズ夫レヨリ小ナルカ又ハ等シケレバ安全ナル理デアルカラ

$$\sigma = \frac{P}{F} \leqq k_t$$
$$\leqq \frac{K_t}{s}$$

故ニ設計ニ於テ安全ナル爲メニハ

$$\left.\begin{aligned} P &\leqq \frac{K_t}{s} F \\ &\leqq k_t . F \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (39)$$

從ツテ必要斷面積ヲ求メルニハ

$$F=\frac{P}{k_t}$$

式中 k_t =許容應張力

K_t =應張極强

斯クノ如キ荷重ヲ受ケレバ抗張材 (Tie) ハ變形スベク其變形ト應力トノ關係ハ

$$\varepsilon=\frac{\Delta l}{l}=\frac{\sigma}{E}=\frac{P}{EF} \quad \cdots\cdots\cdots(18)式參照$$

$$\Delta l=\frac{P.l}{E.F} \quad \cdots\cdots\cdots(40)$$

又横ノ方向ニ就イテノ變形ハ

$$\left.\begin{aligned}\beta&=\frac{\Delta d}{d}\\&=-\frac{1}{m}\varepsilon\end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots(25)式參照$$

例題第四, 鋼釬 (Steel bar) ノ强度 4000 *kg/cm*² ナルモノガ安全ニ 3000 *kg* ノ荷重ニ耐ヘントスル時其鋼釬ニ就イテ(*a*)安全率ヲ 5 トシテ其斷面積ヲ何程ニスレバ可ナルカ, (*b*)長サ 5*m* アルモノトシテ上揚荷重ヲ受ケテ何程伸長スルカ, (*c*)角釬トシテ横ノ方向ニ何程縮小スルカ。 答 (*a*) 求ムル斷面積ハ(39)式ニヨリ

$$k_t=\frac{K_t}{s}=\frac{4000}{5}\,kg/cm^2=800\,kg/cm^2$$

$$F=\frac{P}{k_t}=\frac{3000\,kg}{800\,kg/cm_2}=3.75\ cm^2.$$

故ニ求ムルモノハ 3.75 *cm*² ノ斷面積ヲ有スルモノデアレバ圓釬デモ角釬デモ差支ナイノデアル。

(*b*) (40) 式ニ據リ

$$\Delta l=\frac{P.l}{EF}=\frac{3000\,kg\times 500cm}{2,100,000\,kg/cm^2\times 3.75cm^2}=0.19cm.$$

(*c*) (25) 式ニ據リ

$$\Delta d=-\frac{1}{m}\cdot\frac{\Delta l}{l}\cdot d=-\frac{3}{10}\cdot\frac{0.19}{500}\cdot\sqrt{3.75}=-0.00022cm.$$

第二節

可變斷面ヲ有スル抗張材ノ應力

Fig. 62 ハ一端ヲ固定サレタ直材 (Straight rod) デアツテ他端ニハ軸ニ沿フテ P_o ナル荷重ガ作用セラレ居ルモノトスル,先ヅ此荷重 P_o ハ下端 F_o ニ於テハ均等ニ分布サレルカラ

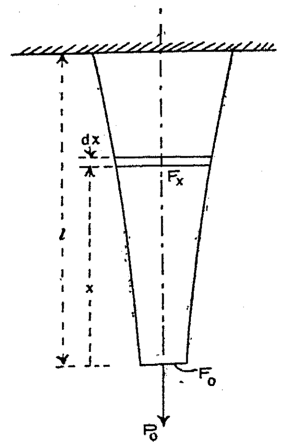


Fig. 62.

$$\sigma_o=\frac{P_o}{F_o}$$

若シ此棒自身ノ重量ヲ考ヘナケレバ下端カラ x 隔ツタ任意斷面ニ於テ

$$\sigma_x=\frac{P_o}{F_x}$$

モシ棒自身ノ重量ヲ考ヘタナラバ此斷面ニ對シテハ長サ x ニ相當スルダケノ棒自身ノ重量ガ加ハルカラ

dW=棒ノ微分長 dx ノ重量

w =棒ノ單位容積ノ重量

トスレバ

$$dW=w.F_x.dx$$

卽チ x ナル長サニ相當スル棒ノ重量ハ

$$W_x=w\int_o^x F_x.dx$$

從ツテ x 點ニ於テ受ケル張力ハ

$$P_x=P_o+w\int_o^x F_x.dx$$

故ニ此點ノ斷面 F_x ノ應力ハ

$$\sigma_x=\frac{P_o+w\int_o^x F_x.\,dx}{F_x}\leqq k_t \quad\cdots\cdots(41)$$

故ニ今若シF_xガxノ函數トシテ與ヘラレテ居ツタナラバ簡單ニ$\int_o^x F_x.\,dx$ガ計算セラレ從ツテσ_xガ算出セラレ得ル。

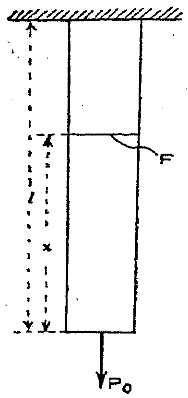


Fig. 63.

又若シ特別ノ場合トシテ Fig. 63 ノ如ク斷面ガ不變ナレバ

$$w\int_o^x F_x.\,dx=w.F.x$$

$$\therefore\quad \sigma_x=\frac{P_o+w.F.x}{F}$$

而シテ最モ危險ナル斷面デアル固定端ニ於テハ$x=l$トシテ

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{max}&=\frac{P_o+w.F.l}{F}=\frac{P_o+W}{F}\leqq k_t\\ \therefore\quad F&=\frac{P_o}{k_t-wl}=\frac{P_o}{k_t\left(1-\frac{wl}{k_t}\right)}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(42)$$

第三節　均等强度ヲ有スル抗張材

(Tension Bar of unifonm strength)

今若シ抗張材ニ於テ其自重ヲ考ヘニ入レテ而シテ何レノ斷面ニ於テモ應力ガ一定ナル樣ナ形ヲ其抗張材ニ與ヘタ場合ニ是レヲ稱シテ均等强度ヲ有スル抗張材或ハ**等强抗張材**ト云フ。

(41)式ニ於テ自重ヲ考ヘニ入レタ場合ノ應力ハ

$$\sigma_x F_x=P_o+w\int_o^x F_x.\,dx$$

此式ニ於ケルσ_xヲ常數ト考ヘ微分シテ

$$\sigma\,dF=wF\,dx$$

$$\frac{dF}{F}=\frac{w}{\sigma}\,dx$$

故ニ是ヲ積分シテ

$$\int\frac{dF}{F}=\int\frac{w}{\sigma}\,dx+C$$

$$log\,F=\frac{w}{\sigma}\,x+C$$

而シテ$x=o$ノ場合卽チ下端ニテハ$F=F_o$デアルカラ

$$C=log\,F_o$$

$$\therefore\quad log\,F=\frac{w}{\sigma}\,x+log\,F_o$$

$$log\,F-log\,F_o=log\frac{F}{F_o}=\frac{w}{\sigma}\,x$$

$$\frac{F}{F_o}=e^{\frac{wx}{\sigma}}$$

卽チ下端カラx隔ツタ點ノ斷面ハ

$$\left.\begin{aligned}F&=F_o.e^{\frac{wx}{\sigma}}\\ &=\frac{P_o}{\sigma}.\,e^{\frac{wx}{\sigma}}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(43)$$

(43)式ニテ與ヘラレル如キ斷面ヲ與ヘテ置ケバ卽チ此式ニ依リ上方ニ進ムニ從ツテ斷面ヲ增シテ置ケバ此抗張材ハ其何レノ斷面ニ於テモ均等ナル强度ヲ持チ得ルノデアル。

例題第五，長 $30m$ ヲ有スル角鋼釬ニ 18,750 kgs ノ張力ガ作用スル場合此角釬ガ均等張度ヲ有スル爲メニ其下端,下端ヨリ $20m$ ノ點及固定端ニ於ケル寸法ヲ求ム,但シ許容應張力ヲ 750 kg/cm^2, 重量ヲ 0.0078 kg/cm^3 ト採ルモノトス。

答，一般式ハ $F=\frac{P_o}{\sigma}e^{\frac{wx}{\sigma}}$ デアツテ自然對數 (Naperian logarithm) ノ底數ハ $e=2.718.282$ $log\,e=0.434$ デアルカラ

$$log\,F=log\frac{P_o}{\sigma}+0.434\frac{wx}{\sigma}$$

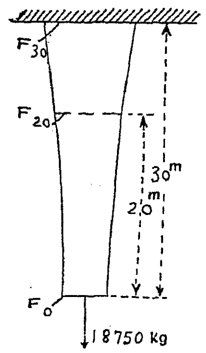


Fig. 64.

1. 下端ニ於ケル斷面

$$F_o=\frac{P_o}{\sigma}=\frac{18750}{750}=25.00\ sg.\ cm.$$

2. 下端ヨリ 20m ノ點ニ對シテハ $x=20m=2000\ cm$ ト置キ

$$\log F_{20}=\log\frac{18750}{750}+0.434\times\frac{0.0078\times2000}{750}$$

$$=1.39794+0.00905=1.4070$$

故ニ　$F_{20}=25.53\ sg.\ cm.$

3. 固定端卽チ下端ニ對シテハ $x=3000\ cm$ ト置キ

$$\log F_{30}=\log\frac{18750}{750}+0.434\times\frac{0.0078\times3000}{750}=1.4115$$

故ニ　$F_{30}=25.79\ sg.\ cm.$

第四節

自重ヲ考慮シタル場合可變斷面ヲ有スル抗張材ノ伸張

Fig. 65 ニ示ス抗張材ノ下端カラ x ノ點ノ應力ハ

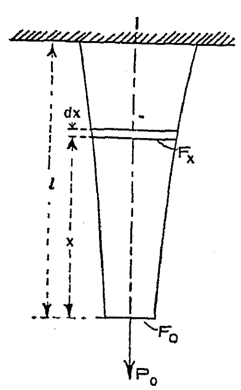


Fig. 65.

$$\sigma_x=\frac{P_o+w\int_o^x F_x.dx}{F_x}$$

今長 dx ニ相當シタ薄片ノ重量ハ極メテ微小ナモノデアルカラ之ヲ無視シ dx 間ニハ σ_x ナル不變應力ヲ受ケルモノト考フレバ dx 間ノ伸長ハ

$$\triangle dx=\frac{\sigma_x}{E}dx=d.\triangle x$$

$$\triangle x=\frac{1}{E}\int_o^x\sigma_x.dx \quad\cdots\cdots\cdots(44)$$

σ_x ガ x ノ函數トシテ與ヘラルレバ極メテ簡單ニ全長ニ對スル伸長ガ求メ得ラレル。

今特殊ノ場合卽チ全長同一斷面ヲ有スルモノトスレバ

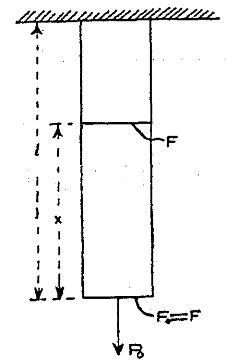


Fig. 66.

$$\sigma_x=\frac{P_o+w.F.x}{F}$$

從ツテ長 x ニ對スル伸長ハ

$$\triangle x=\frac{1}{EF}\int_o^x(P_o+w.F.x)dx$$

$$=\frac{1}{EF}\left(P_o x+\frac{w.F.x^2}{2}\right)$$

全長 l ニ對スル伸長 $\triangle l$ ハ

$$\triangle l=\frac{P_o l+w.F.\frac{l^2}{2}}{E.F}$$

尙 $w.F.l=W=$ 全重量デアルカラ

$$\triangle l=\frac{\left(P_o+\frac{W}{2}\right)l}{EF}\quad\cdots\cdots\cdots(45)$$

第五節　抗張力ニ對スル溫度ノ影響

溫度 t ニ於テ應力無キ棒ノ兩端ヲ不動的ニ固定シ然ル後溫度ガ t_o ニ低下シタモノトスレバ其兩端ニ固定サレタ棒ハ玆ニ收縮セントスル力ヲ生ジ此溫度低下ニ相當シタ張力ヲ受ケル事トナル,今材料ノ膨脹係數 (Coefficient of expansion and contraction) ヲ η ニテ表セバ l ナル長サノ棒ハ若シ其端ガ自由ナルモノトスレバ此溫度ノ低下ニ因ツテ何程收縮スルカト云フニ

$$\triangle l=\varepsilon.l=\eta.l.(t-t_o)$$

然ルニ實際ハ兩端ガ固定サレテ居ルカラ此棒ハ收縮スル事ガ出來ナイ,卽チ此收縮ト等シイ長サノ伸長ヲ受ケルニ相當スル張力ヲ受ケル事トナル,(18)又ハ(40)式ニ據リ

$$\left.\begin{aligned} P &= \frac{E.F}{l}.\Delta l = \frac{E.F}{l}\eta.l.(t-t_o) \\ &= E.F.(t-t_o)\eta \\ \therefore\ \sigma &= E(t-t_o)\eta \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(46)$$

(46)式ヲ見レバ溫度應力ハ棒ノ斷面積及ビ長サニハ關係ノ無イ事ヲ知ル。

膨脹係數ノ値ハ建築用鋼材ニ就イテハ

$\eta = 0.000\,006\,2$ (華氏 1° ニ付)

故ニ收縮ガ出來ナイ樣ニ兩端固定サレテアツタナラバ華氏 1° ノ溫度變化ニツイテ建築用鋼材ガ受ケル應張力ハ其彈性係數ヲ $E = 30{,}000{,}000\ \#/\square''$ ト假定シテ

$$\sigma = 30{,}000{,}000 \times 0.000\,00\,62 \times 1 = 186\ \#/\square''$$

從テ $1ton/\square''$ ノ應張力ヲ生ズルニ必要ナ溫度ノ降下ハ

$$2240 \div 186 = 12°\ (\text{華氏})$$

卽チ兩端固定サレタ場合ニ華氏12°降下スレバ $1ton/\square''$ ノ應張力ヲ增加スル事トナルノデアル。

以上ハ溫度ノ低下シタ場合ノミヲ說明シタガ逆ニ溫度ガ上昇シタ場合ハ此棒ニハ應壓力ヲ生ズル事ハ勿論デアル。

溫度應力ハ棒ノ何レカ一端ヲ可動トスレバ免レ得ル。

例題第六， 徑 1″ 長 10′ ノ鋼釬ヲ大氣溫度以上華氏 100° ニ熱シ其兩端ヲ確實ニ擱保シタル後大氣中ニ放置シテ溫度ヲ低下セシメタルモノトス,若シ溫度低下ニ際シ此鋼釬ノ兩端支點ガ $\frac{1}{40}''$ 引キ縮メラレタリトスル時釬ニ作用スル張力ヲ求ム。

答， 鋼材ハ華氏 1° ニ付其全長ノ 0.000 00 62 ダケ伸縮スルモノトシ且ツ彈性係數ヲ $30{,}000{,}000\ \#/\square''$ ト假定スレバ溫度低下後ニ生ジ居ル伸長總量ハ

$$\Delta l = \varepsilon l = \eta(t-t_o)l - \frac{1}{40}''$$

$$\therefore\ \varepsilon = \eta(t-t_o) - \frac{1}{40}''/l = 0.000\,00\,62 \times 100° - \frac{1}{40}'' \div 120''$$

$$= 0.000\,62 - 0.000\,21 = 0.000\,41$$

$$\sigma = \varepsilon.E = 0.000\,41 \times 30{,}000{,}000\ \#/\square'' = 12{,}300\ \#/\square''$$

徑 1″ ノ鋼釬ニ作用スル全張力ハ

$$P = \sigma.F = 12{,}300\ \#/\square'' \times 0.7854\ \square'' = 9660\ \#$$

$$= 4.31\ tons.$$

第六節　抗張材任意面ニ於ケル應力

抗張材ハ無數ノ細イ纖維カラ成立ツモノト考ヘ且ツ其纖維ヲ一々夫レダケノ斷面ヲ有スル抗張材ト考ヘテモ何等應力ニハ變化ナキ理デアリ且ツ纖維ト纖維トノ接觸面ニハ應力無キモノト考ヘ得ラレル,此ノ前提ノ下ニ Fig. 67 ニ於テ一ツノ抗張材ノ任意斷面ニ沿フテ一邊ヲ有シ奧行 1 ナル小三角壔 (Small triangular prism) ヲ切込ンデ考ヘヤウ,此三角形ノ一邊 df ハ斷面ト一致シ第二邊 df_1 ハ斷面ニ直角ニ第三邊 df_α ハ斷面トハ任意角 α ヲナスモノトスル,然レバ明カニ

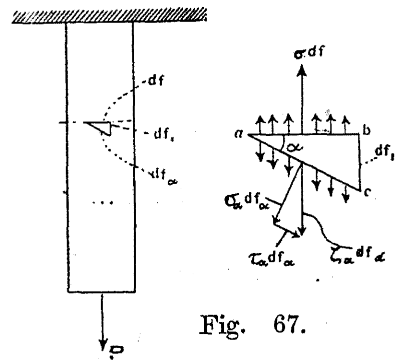


Fig. 67.

$$df = df_\alpha.\cos\alpha \quad df_1 = df_\alpha.\sin\alpha.$$

先ヅ df_1 ノ面ニハ應力無キモノトシ同時ニ紙面ニ平行ナル前後ノ二面ニモ應力無キモノトスル,此小壔ノ df ナル面 ab ニ垂直ニ働ク應力ヲ σ トスレバ ab 面ノ全應力ハ $\sigma.df$ デアツテ其 ab 面ノ中點ニ働クト考ヘラレル,此 $\sigma.df$ ナル力ガ傾斜面 df_α ノ面ニ於ケル應力ト平衡ヲ保タネバナラヌ,故ニ其後者ハ前者ト量ニ於テ等シク方向

反對ニ而シテ作用線ハ一致セネバナラヌ,此場合,傾斜面ノ應力度ヲζ_αトスレバ其全應力ハ$\zeta_\alpha . df_\alpha$デアル,故ニ平衡ノ條件カラ

$$\zeta_\alpha . df_\alpha = \sigma . df$$

此傾斜面ノ應力ヲ二分力ニ分チ ac ノ面ニ垂直ト平行ノ二力トシヤウ,其垂直分力ヲσ_α,平行分力卽チ切線分力 (Tangential component) ヲτ_αトスレバ其全應力ハ各々$\sigma_\alpha . df_\alpha$及$\tau_\alpha . df_\alpha$デアル,而シテ

$$\sigma_\alpha . df_\alpha = \zeta_\alpha . df_\alpha . \cos\alpha = \sigma . df . \cos\alpha$$

$$\tau_\alpha . df_\alpha = \zeta_\alpha . df_\alpha . \sin\alpha = \sigma . df . \sin\alpha$$

尙 $df = df_\alpha . \cos\alpha$ デアルカラ

$$\sigma_\alpha . df_\alpha = \sigma . df_\alpha . \cos^2\alpha$$

$$\tau_\alpha . df_\alpha = \sigma . df_\alpha . \sin\alpha . \cos\alpha .$$

書キ直シテ

$$\left.\begin{aligned} \sigma_\alpha &= \sigma . \cos^2\alpha \\ \tau_\alpha &= \frac{1}{2}\sigma \sin 2\alpha \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (47)$$

此(47)式ハ任意ノ傾斜面ノ應力ヲ表ハスモノデアツテσ_αハ其直應力τ_αハ其應剪力デアル,此σ_α及τ_αノ極限數値ヲ調ベンニハ(47)式ヲαニツキテ微分シテ求メラレル,傾斜面ノ直應力σ_αノ最大ハ$\alpha=0$ノ時卽チ斷面自身ニ於テ生ズル,卽チ斷面ノ直應力ヨリ大ナル直應力ハ何レノ方向ニモ生ジナイ事ヲ知ルベク

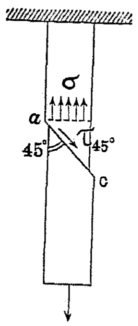


Fig. 68.

$${}_{max}\sigma_{\alpha=0} = \sigma$$

反之傾斜面ノ應剪力ノ最大ハ $\alpha=45°$ ノ時ニ起リ此場合ノ數値ハ直應力ノ夫レノ半ニ相當スル,卽チ

$${}_{max}\tau_{\alpha=45°} = \frac{1}{2}\sigma .$$

此事實ハ屢々張力ニ荷重シタ試驗片ガ其抗剪强ノ弱イ場合其張力ノ方向ニ直角ナ斷面ニ沿フテ應張力デ破壞スル前ニ斷面ニ45°ノ傾斜ヲ爲シタ面ニ沿フテ破壞スル事實アルヲ說明スルモノデアツテ傾斜面ニ沿フテ應剪力ノ存スルガ爲メデアル,Fig. 68 ハ其破壞狀態ヲ圖示スル。

第七節

複應張力ヲ受クル物體ニ於ケル見掛ケ應力ト眞應力

(Apparent and True Stresses of a Body in Compound State of Teusile Stress)

首題ノ意ハ横縮 (Lateral contraction) ノ影響ヲ考慮ニ入レル事ニ外ナラナイノデアツテ今 Fig. 69 ニ示スーツノ立方體ヲ採リ其立方體ハ何レノ方向ニモ等シイ彈性ヲ有スル完全等質體 (Isotropic body) トシ彈性限度ノ應力ノ範圍內ニアルモノトス。

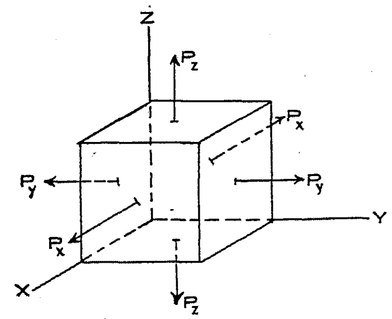


Fig. 69.

此物體ガX軸ノ方向ニP_xナル張力ヲ受ケタモノトスレバ之ニ相當シテX軸ノ方向ニε_xナル變形及ビσ_xナル應力ヲ生ジ,同時ニY軸及Z軸ノ方向ヲ考フレバ此兩軸ノ方向ニモP_xナル張力ニ因ツテ$-\frac{1}{m}\varepsilon_x$ナル變形ヲ生ズル卽チ表記スレバ

X軸ノ方向ニ　變形 ε_x 及應力 $\sigma_x = \varepsilon_x . E$

Y軸　〃　變形 $-\frac{1}{m}\varepsilon_x$

Z軸ノ方向＝　變形 $-\frac{1}{m}\varepsilon_x$

次ニP_yナル張力ガY軸ノ方向ダケニ作用シタモノトスレバ

Y軸ノ方向＝　變形 ε_y 及應力 $\sigma_y=\varepsilon_y.E$

Z軸　〃　變形 $-\frac{1}{m}\varepsilon_y$

X軸　〃　變形 $-\frac{1}{m}\varepsilon_y$

更ニP_zナル張力ガZ軸ノ方向ニ作用シテ

Z軸ノ方向＝　變形 ε_z 及應力 $\sigma_z=\varepsilon_z.E$

X軸　〃　變形 $-\frac{1}{m}\varepsilon_z$

Y軸　〃　變形 $-\frac{1}{m}\varepsilon_z$

今モシ單獨ニ考ヘタ以上三ツノ力ガ同時ニ此立方體ニ働イタト考ヘレバ爲メニ生ズル合成變形ハ各軸ノ方向ニ考ヘテ

X軸ノ方向＝　$\varepsilon_1=\varepsilon_x-\frac{\varepsilon_y+\varepsilon_z}{m}$

Y軸　〃　$\varepsilon_2=\varepsilon_y-\frac{\varepsilon_z+\varepsilon_x}{m}$

Z軸　〃　$\varepsilon_3=\varepsilon_z-\frac{\varepsilon_x+\varepsilon_y}{m}$

トナル.同時ニ　$\varepsilon_x=\frac{\sigma_x}{E}$, $\varepsilon_y=\frac{\sigma_y}{E}$, $\varepsilon_z=\frac{\sigma_z}{E}$　ナルガ故ニ上ノ結果ヲ書キ直セバ

X軸ノ方向ノ變形　$\varepsilon_1=\frac{1}{E}\left(\sigma_x-\frac{\sigma_y+\sigma_z}{m}\right)$

Y軸　〃　〃　$\varepsilon_2=\frac{1}{E}\left(\sigma_y-\frac{\sigma_z+\sigma_x}{m}\right)$

Z軸　〃　〃　$\varepsilon_3=\frac{1}{E}\left(\sigma_z-\frac{\sigma_x+\sigma_y}{m}\right)$

故ニ此合成變形ニEノ乘ゼラレタモノガ眞應力デアルカラ

X軸ノ方向ノ眞應力

$$\left.\begin{aligned} &\sigma_1=\varepsilon_1.E=\sigma_x-\frac{\sigma_y+\sigma_z}{m} \\ \text{Y軸 〃}\quad &\sigma_2=\varepsilon_2.E=\sigma_y-\frac{\sigma_z+\sigma_x}{m} \\ \text{Z軸 〃}\quad &\sigma_3=\varepsilon_3.E=\sigma_z-\frac{\sigma_x+\sigma_y}{m} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(48)$$

此式ニ於ケル $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ ハ見掛ケ應力(Apparent stress)トシテP_x,P_y,P_zノ爲メニ生ジタモノデアツテ是レニ横變形 (Lateral deformation) ヲ加味シタ $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ガ眞應力 (True stress) ヲ表ハス,卽チ横ノ方向ノ應力ガ縱ノ方向ノ應力ニ影響シテ此變化ヲ生ズルノデアル。

第八節　抗壓材ノ强度

(Strength of Copression Member—Strut)

第二章第二節ニ說明シタ如ク外力ガ棒ノ長サヲ縮小スル如ク作用サレタ時ニ此力ガ壓力デアリ此外力ヲ受ケタ棒ヲ抗壓材(Strut)ト云フ,而シテ此抗壓材ヲ實際ニ取扱フ場合ニ是ヲ二類ニ分ツヲ便トスル,其一ツハ短キ抗壓材卽チ短柱,他ハ長キ抗壓材卽チ長柱デアル,前者ハ其破壞ガ直壓挫 (Direct crushing) ニ因ツテ起ルモノ卽チ荷重ガ軸ニ沿フテ作用サレタナラバ應力ハ其斷面ニ均等ニ分布サレ其限度ニ於テ其材料ノ抗壓强ニ達シ壓挫ニテ破壞スルノデアル,後者卽チ長柱ニ於テハ例ヘ荷重ガ軸ニ沿フテ作用サレテモ應力ハ均等的ニ傳導サレズ抗壓材ハ横ノ方向 (Laterally) ニ彎曲シテ其纖維ガ一側ニ於テ引キ切ラレ他側ニ於テ壓シ挫サレテ破壞スルノデアル,此ノ長柱ト短柱トノ限界ヲ普通ドノ邊ニ置クカト云フニ短柱ト稱セラレル範圍ハ

木材	$l<20h$	卽チ	$\frac{l}{h}<20$
煉鐵及鋼	$l<10h$	〃	<10
鑄鐵	$l<5h$	〃	<5
鐵筋混凝土	$l<18h$	〃	<18

式中　l ＝抗壓材ノ長サ

h ＝斷面ノ最小寸法又ハ最小徑(單位ハ l ト同ジ)

勿論此限界ハ極メテ嚴重ニ考ヘル事ハ出來ナイノデアツテ概數ヲ示スニ過ギナイ,其限界ニ近イ抗壓材ニ就イテハ設計ニ際シテ長短二樣ノ計算ヲシテ安全ナルヤ否ヤヲ檢スル事ガ必要デアル,

以上ノ如ク分類シタ二類ノ內長柱ニ關スル事項ハ第八章ニ讓リ本節ニ於テハ總テ短キ抗壓材ノミニ就イテ說明ヲ行フ。

短柱ノ理論ハ抗張材ニ就イテ爲シタト全ク同ジ方法デ取扱ハレル,唯作用力ノ方向ガ反對デアツテ應力モ反對デアル點ガ異ナルダケデアル,卽チ單ニ其符號ヲ逆ニスレバヨイノデアル,從テ本章第一節ヨリ第七節迄抗張材ニ就イテ研究シタ事項ハ其儘抗壓材ニ適用セラレ得ルガ故ニ茲ニハ單ニ其結果ノミヲ列記スルニ止メヤウト思フ。

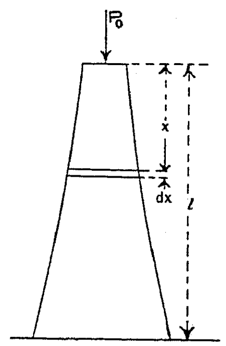


Fig. 70.

應壓力ニ對スル方程式ハ(總テ絕對値ニテ計算スルモノトシテ)

$$\left.\begin{aligned} P &\leq \frac{K_c}{s}F \\ &\leq k_c F \\ F &= \frac{P}{k_c} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(49)$$

可變斷面ヲ有スル抗壓材ニ於テ其自重ヲ考

慮ニ加ヘタ場合ノ應力及收縮ハ Fig. 70 ニ就キ

$$\sigma_x=\frac{P_o+w\int_o^x F_x.dx}{F_x}\leq k_c \cdots\cdots\cdots\cdots(41)\text{式參照}$$

$$\Delta x=\frac{1}{E}\int_o^x \sigma_x.dx \cdots\cdots\cdots\cdots(44)\text{式參照}$$

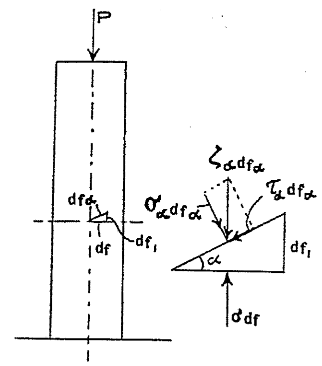


Fig. 71.

溫度ノ影響ハ前述シタ如ク溫度ノ上昇ニ因ツテ壓力ヲ增加スル如ク作用セラルルノデアツテ其應力

$$\sigma=E(t-t_o)\eta \cdots\cdots\cdots\cdots(46)\text{式參照}$$

任意傾斜面ノ應力ハ Fig. 71 ノ如ク表ハサレ

$$\left.\begin{aligned} \sigma_\alpha &= \sigma\cos^2\alpha \\ \tau_\alpha &= \frac{1}{2}\sigma\sin 2\alpha \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(47)\text{式參照}$$

τ_α ノ最大ハ $\alpha=45°$ ノ時ニ起ル,此事實ハ混凝土等ノ試驗ニ於テ Fig. 72 ニ示ス如キ破壞トナツテ表ハルルコト屢々實驗セラルル所デアル。

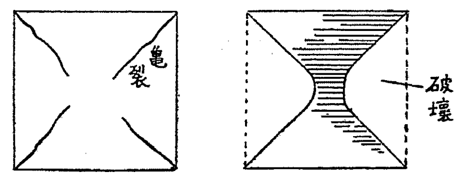


Fig. 72.

第九節　合成抗張材及合成抗壓材

(Composite Tie or Strut)

茲ニ合成ト云フ意ハ彈性ノ異ナル二ツノ物體ガ互ニ獨立シテ働キ得ナイ樣ニ結合セラレ二ツガ共同ノ作用ヲ爲ス如キ場合ヲ意味スルノデアツテ鐵ト木材トガ緊結セラレタ場合又ハ鐵筋混

凝土ノ如ク鐵ト混凝土トガ共同作用ヲ爲ス樣ニ構造サレタ場合ハ卽チ合成材ト成ルノデアル,此場合ニ一方ノ材料ノ應力ヲ σ_1,彈性係數ヲ E_1,斷面積ヲ F_1 ニテ表シ他ノ材料ノ相當值ヲ夫々 σ_2, E_2, F_2 ニテ表セバ此二ツノ材料ガ荷重ヲ受ケタ時共同作用ヲ爲シ全ク等シキ變形卽チ伸縮ヲ爲ス如ク結著セラレタモノトスレバ

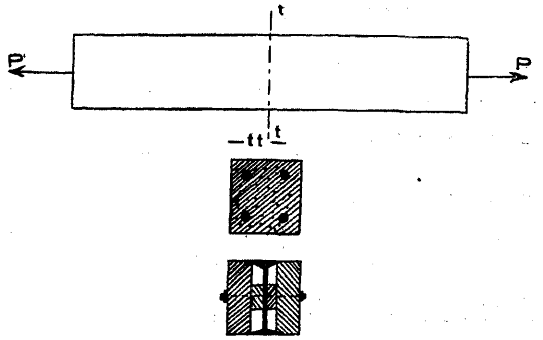


Fig. 73.

$$\varepsilon=\frac{\sigma_1}{E_1}=\frac{\sigma_2}{E_2}\quad\cdots\cdots(a)$$

ナル條件ガ成立スル,一方又若シ其荷重ガ軸ニ沿フテ作用サレテ其應力ガ彈性限度以內ニアレバ應力ハ斷面內ニ均等ニ傳達セラレ外力ト內力ノ總和トガ平衡ニアル爲メニ

$$P=\sigma_1.F_1+\sigma_2.F_2\quad\cdots\cdots(b)$$

(a)式ト(b)式トカラ容易ニ σ_1 及 σ_2 ガ求メラレ

$$\left.\begin{aligned}\sigma_1&=\frac{PE_1}{E_1F_1+E_2F_2}=\frac{P}{F_1+\left(\frac{E_2}{E_1}\right)F_2}=\frac{P}{F_1+\frac{1}{n}F_2}\\ \sigma_2&=\frac{PE_2}{E_1F_1+E_2F_2}=\frac{P}{\left(\frac{E_1}{E_2}\right)F_1+F_2}=\frac{P}{nF_1+F_2}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(50)$$

式中 $n=E_1/E_2=$ 彈性係數ノ比

又共通變形ハ(a)式ヨリ

$$\varepsilon=\frac{\sigma_1}{E_1}=\frac{\sigma_2}{E_2}=\frac{P}{E_1F_1+E_2F_2}\quad\cdots\cdots(51)$$

尙(a)式及(51)式何レカラモ認メラレル如ク兩材料ノ應力 σ_1, σ_2 ハ丁度其二材料ノ彈性係數ノ比ニ等シト云フ關係ニアル,卽チ

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2}=\frac{E_1}{E_2}$$

σ_1, σ_2 ハ其物體ニ同時ニ存在スル應力デアツテ右邊ハ定數デアル,故ニ二ツノ材料ノ極强ノ比ガ若シ彈性係數ノ比ト異ナル場合ニハ或荷重ヲ負フタ時ノ破壞ニ對スル此二材ノ安全率ガ異ナルノデアル,卽チ一方ハ將ニ破壞セントシテ居ルニ拘ラズ他方ハ餘裕綽々タル事トナル,斯クノ如キ共同作用ヲ爲ス物體デハ一方ノ弱イ方ノ材料ヲ標準トシテ設計ヲ行ハナケレバナラヌ。

例題第七, 錬鐵ト鑄鐵トヨリ合成セラルル抗張材アリテ

$$n=\frac{E_1}{E_2}=\frac{28{,}000{,}000}{14{,}000{,}000}=2,\ F_1=F_2=2\square''\ \text{且ツ}\ P=30{,}000\ \#,$$

各材料ノ應力ヲ求ム。

答. (50)式ニヨリ錬鐵ニ對シテハ $\sigma_1=\dfrac{P}{F_1+\frac{1}{n}F_2}=\dfrac{30{,}000}{2\times\frac{1}{2}\times 2}=10{,}000\ \#/\square''$

鑄鐵ニ對シテハ $\sigma_2=\dfrac{P}{n\,F_1+F}=\dfrac{30{,}000}{2\times 2+2}=5{,}000\ \#/\square''$

第四表ヨリ見ル如ク錬鐵ニ對シテハ $K_t=50{,}000\#/\square''$ 鑄鐵ニ對シテハ $K_t=19{,}000\#/\square''$ 卽チ $\dfrac{K_1}{K}=\dfrac{50{,}000}{19{,}000}=2.6$ トナルモ $\dfrac{E_1}{E_2}=2$ ニシテ其比等シカラズ

此場合錬鐵ニ對スル安全率ハ $S_1=\dfrac{50{,}000}{10{,}000}=5$ 鑄鐵ニ對スル安全率ハ $S_2=\dfrac{19{,}000}{5{,}000}=3.8$

今錬鐵ノ安全率ヲ5トシ鑄鐵ノ夫レヲ6トシテ設計スルモノトスレバ

$k_1=\dfrac{50{,}000}{5}=10{,}000\ \#/\square''$, $k_2=\dfrac{19{,}000}{6}=3167\ \#/\square''$ トナル,卽チ $\dfrac{k_1}{k_2}=\dfrac{10{,}000}{3{,}167}=3.1>\dfrac{E_1}{E_2}=2.$

從ツテ k_2 ヲ標準ニ採ツテ $\dfrac{k_1}{k_2}=\dfrac{E_1}{E_2}=n=2$ トナル樣ニ k_1 ヲ求ムレバ $k_1=2\times 3167$ $=6{,}334\ \#/\square''$ ヲ得,斯クテ安全ニ耐ヘ得ル荷重ハ

$$P\leqq 6{,}334\times 2+3{,}167\times 2=19{,}002$$

尙又錬鐵ニ對スル安全率ハ此場合 $S_1=\dfrac{50{,}000}{6{,}334}=7.84=\sim 8$ トナル,卽チ餘裕綽々タルモ蓋シ止ムヲ得ナイ。

問題集第三

(1) 外徑 20cm ナル中空鑄鐵柱アリ,荷重 50t ヲ受ケテ安全率10ヲ有スル爲メニハ該柱ノ壁厚ヲ何程トセバ可ナルヤ,但シ抗壓强 $=7500\ kg/cm^2$ トス。 答 12mm.

(2) 煉瓦壁ノ最下層ニ生ズベキ應壓力ガ安全率20ヲ有スル爲メノ壁ノ高サヲ計算セヨ,但シ $K=100\ kg/cm^2$, 重量 $w=0.0016\ kg/cm^3$ ト假定ス。 答 31.25m.

(3) 抗張長 (Length of tension) トハ懸垂セル壔體ガ自重ノミニヨツテ破壞チ生ズベキ極限長チ云フ,抗張强K,單位容積ノ重量 w ナル場合ニ就キテ抗張長チ求ム,尙木材 (K=790 kg/cm^2, w=0.0005 kg/cm^3) 及鋼材 (K=3800 kg/cm^2, w=0.0078 kg/cm^3) ニツキテ算定セヨ。 答 $\frac{K}{w}$; 15.8 km; 4.87 km.

(4) 鋼材懸垂鈑アリ,全長 90 $ft.$ ニシテ等長ノモノ三本チ接續シテ作ラル,最下端ニ 20,000 # ノ荷重チ吊ル時安全率 5 チ有スル爲メニ必要ナル斷面積チ求ム,但 K=50,000 #/□″, w=480 #/ft^3. 答 $\frac{200}{99}$ □″; $\frac{20000}{99^2}$ □″; $\frac{2000\,000}{99^3}$ □″

(5) 中空鑄鐵圓柱アリ,外徑 10″, 內徑 8″ ニシテ長 10′ 0″ ナリ,荷重 60t チ受ケテ何程收縮スルカ E=8000 t/□″ ニ採レ。 答 0.0318″

(6) 木材ノ矩形抗張材アリ,其幅 12″ 長 40′ 0″ ナリ,今 E=1,2000,000 #/□″ ト假定スル時 270,000 # ノ張力チ受ケテ其伸長 1.2″ チ超過セザル爲メニハ該抗張材ノ厚チ何程トセバ可ナルカ。 答 $7\frac{1}{2}$″

(7) 中空鑄鐵柱斷面積 20□″ チ有シ死荷重 50t チ受クルモノアリ,其收縮量ガ全長ニ對シテ 0.0015 チ超過セザル範圍ニ於ケル最大活荷重チ求ム,但 E=17×10⁶#/□″ トス。 答 205 t.

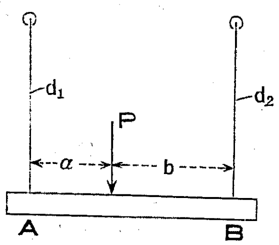
(8) 長 400′ 0″ ノ鋼卷尺チ懸垂シ堅坑深チ實測スル場合其自重ニ依リテ何程伸長スルカ E=30×10⁶ #/□″, w=0.284 #/in^3 トス。 答 0.109″

(9) 前題ニ於テ鋼卷尺ノ下端ヘ 20$lbs.$ ノ錘チ懸ケルモノトセバ其伸長如何,但シ卷尺ノ斷面積 0.013″×0.502″ トス。 答 0.600″

(10) 上端ニ於ケル徑 2″,下端ニ於ケル徑 1″, 長 20″ ナル鋼材アリ, 15,000# ノ張力チ受ケタル時ノ伸長チ求ム,尙均一斷面ニシテ徑 1″ チ有スルモノ及徑 2″ チ有スルモノト比較セヨ,但 E=30×10⁶ #/□″ 答 0.00 637″

(11) 直鈑アリ,斷面 $b.h$ ナル矩形チナシ長 l チ有ス,厚 h ハ不變ニシテ幅 b ハ一端 b_o 他端 b ニ漸次變化ス,張力 P ノ作用チ受ケタル時ノ鈑ノ伸長チ求ム。

答 $\frac{Pl}{Eh(b-b_o)} \, log \frac{b}{b_o}$



(12) AB ナル桁ガ兩端ニ於テ抗張材ニ懸垂セラル抗張材ハ等長ニシテ徑 d_1 及 d_2 チ有ス,桁上ノ何レノ點ニ荷重 P ガ乘リタル時ニ桁ハ水平ノ位置トナルカ。 答 $a{:}b=d_2^2{:}d_1^2$.

(13) 斷面 1cm^2 チ有スル鐵棒水平ニ横ハル,其長 4m ニシテ溫度ノ影響チ受ケテ 1mm ノ延長チ見タリトセバ此伸長チ無カラシムル

爲メニ作用セシムベキ力ノ量如何 (E=2×10⁶ kg/cm^2) 答 500 kg.

(14) 間隔 25′ ノ平行壁ガ徑 1″ ノ鋼鈑ニテ結合セラレ兩端ハ螺頭及床版チ以テ錠着セラル,今溫度 300° F ノ時螺頭チ緊定シタルモノトシ溫度ガ 60° F ニ冷却シタル場合

(a) 兩端不動ノ時

(b) 兩端ニ於テ總計 $\frac{1}{4}$″ ダケ動キタル時

ニ於テ作用スル張力チ求ム,但シ鋼材ノ膨脹係數チ 0.0000062, 彈性係數チ 13,500 t/□″ トス。 答 (a) 15.65 t; (b) 6.89 t.

(15) 軟鋼圓形斷面ノ抗張材アリ,徑 $1\frac{1''}{2}$ 長 8′ 0″ トス,今 7$tons$ ノ荷重チ受ケテ $\frac{1}{16}$″ 伸長シタルモノトシテ次ノ値チ求ム。

(a) 生ズベキ應張力。

(b) 彈性係數。

(c) 任意傾斜面ニ於ケル最大應剪力。

(d) 應剪力ガ 1.5$tons$/□″ ナル或傾斜面ニ於ケル垂直應力。

(e) 此面ニ於ケル合成應力。

答 (a) 3.96 t/□″; (b) 13,700 t/□″; (c) 1.98 t/□″; (d) 3.27 t/□″; (e) 3.60 t/□″.

(16) 圓壔柱アリ軸ニ沿フテ壓力チ受ク,其全長ニ亘リ完全ニ之ニ適合セル圓筒アリテ圓柱ニ生ズベキ横變形ノ半量チ制限スルモノトスル時其軸變形ハ然ラザル場合ニ對シ $(m^2-1)/m^2$ 倍ナル事チ證セヨ。

(17) 立方體ノ上下二面ヨリ σ_1 ナル應壓力チ加ヘ他ノ四面チ緊壓シテ變形無カラシムル時ハ此四面ニ生ズル應壓力如何。 答 $\frac{\sigma_1}{m-1}$

(18) 長サ相等シキ三本ノ針金アリ荷重 3000 # チ垂直ニ吊ル,一本ノ針金ハ鋼線,他ノ二本ハ眞鍮線ニシテ各 $\frac{1}{4}$ □″ ノ斷面チ有ス,今荷重ガ丁度三等分サルルガ如ク針金ノ長サチ調整シタル後更ニ 7000 # ノ荷重チ增加シタル場合ニ生ズベキ應力及鋼線ノ負擔スベキ割合チ求ム,但鋼ニ對スル E=30×10⁶ #/□″,眞鍮ニ對スル E=12×10⁶ #/□″ トス。 答 鋼 19,556 #/□″; 眞鍮 10,222 #/□″;

鋼ノ負擔割 48.89 %.

(19) 鐵筋混凝土柱 20″×20″ ナル正方形チ爲シ徑 1″ 鐵筋 8 條チ有ス混凝土ノ許容應力チ 450 #/□″ トスル時ノ總荷重及柱長 20′ ニ就キテノ收縮チ求ム (n=15; E_c=2,000,000 #/□″). 答 21950 #, 0.047″

(20) 針金ノ彈性係數ガ其斷面中點ニテ E_1 ニシテ漸次外皮ニ於ケル E_2 ニ變化スル時許容應力チ k_t トシテ其耐ヘ得ル荷重チ求ム。 答 $P=\frac{Fk_t}{3}\left(2+\frac{E_1}{E_2}\right)$,