第一章　力及力率

第一節　力及力率 (Force and Statical Moment)

工學上ニ採用サレル力 (Force) ノ單位トシテハ重力單位(Gravitational unit) 卽チ單位質量ニ對シテ地球ガ及ボス引力ノ大キサ或ハ重力 (Gravity force) ヲ以テスル,從ツテ英國式(卽チ呎封度式)ニアリテハ封度 (Pound, lb 又ハ # ニテ表ス)又ハ噸(英噸又ハ米噸) (Ton),佛國式(卽米突式)ニアリテハ瓩 (Kilogram, kg ニテ表ス)又ハ佛噸 (Ton) 等ヲ用ヒル。

材料ノ强度其他ヲ論ズルニ當ツテハ屢單位面積上ニ作用スル力ノ大小ヲ取扱フ,此場合ニ採用サルル單位トシテハ英國式ニアリテハ每平方吋ニ於ケル封度又ハ噸 (Pound per square inch, lb/in² 或ハ #/□″ ニテ表ス又ハ Ton per square inch, ton/in² 或ハ t/□″ ニテ表ス)ヲ用ヒ佛國式ニアリテハ每平方糎ニ於ケル瓩又ハ噸 (Kilogram per sq. centimeter, kg/cm² 又ハ Ton per sq. centimeter ton/cm²) ヲ採用スル。

靜力率 (Statical moment) 或ハ力率 (Moment) ハ力ガ或定點ニ對スル廻轉ノ效力ヲ表スモノデアツテ其力ノ量ト廻轉中心カラ其力ニ至ル距離トノ相乘積ニ依ツテ與ヘラレル,從ツテ其單位ハ廻轉中心カラ單位距離ニ於テ作用スル單位ノ力ニ依ツテ表サレルベク英國式デハ呎封度 (Foot-pound, ft-lb), 呎噸 (Foot-ton, ft-ton), 吋封度 (Inch pound, in-lb), 吋噸 (Inch-ton, in-ton) 等佛國式デハ瓩米 (Kilogram-meter, kg-m), 瓩糎 (Kilogram-centimeter, kg-cm) 等ガ單位トシテ用ヒラレル。

偶力 (Couple or Couple moment) トハ反對ニ向フ等量ノ二力ガ異ナル直線上ニ作用スル時ニ生ズル廻轉力デアツテ無限距離ノ點ニ作用スル無限小ノ力ト考ヘル事モ出來ル,其量ハ該力ノ量ト二力ノ垂直距離トノ積ニテ與ヘラレ從ツテ單位トシテハ力率ニ於ケルト同ジク呎封度,瓩米其他ガ用ヒラレル。

力及力率ノ各種ノ單位ヲ比較スルトキハ第一表ヲ得ル。

第一表　力及力率ノ比較

	英國式		佛國式	
力	1	lb	0.453 6000	kg
	1	ton (Eng.)	1.016 0640	Fr. ton
	1	Am. ton	0.907 2000	Fr. ton
	2.204 5855	lbs.	1	kg
	0.984 1900	ton	1	Fr. ton
力率	1	ft-lb	0.138 2573	kg-m
	1	in-lb	1.152 1440	kg-cm
	1	ft-ton	0.309 6963	ton-m
	7.232 8921	ft-lbs	1	kg-m
	0.867 9471	in-lb	1	kg-cm
單位面積ニ於ケル力	1	lb/in²	0.070 3081	kg/cm²
	1	ton/in²	0.157 4902	ton/cm²
	1	lb/ft²	4.882 5119	kg/m²
	14.223 1047	lbs/in²	1	kg/cm²
	6.349 6003	tons/in²	1	ton/cm²
	0.204 8127	lb/ft²	1	kg/m²

1 ton (Eng.) = 2240 lbs.

1 Am. ton = 2000 lbs.

1 Fr. ton = 1000 kgs.

第二節　力ノ圖示法

(Graphical Representation of Forces)

力ハ其量 (Magnitude), 方向 (Direction) 及位置 (Position) 或ハ作用線 (Line of action) ガ與ヘラルレバ決定サレルモノデアル,從テ力ハ直線ノ長サ,方向及位置ニ依ツテ圖式的 (Graphically) ニ表ハス事ガ出來ル,而シテ力ノ單位ハ前述ノ如ク封度,噸又ハ瓩等ニテ與ヘラレ一方直線ノ長サハ吋,糎等ニテ表ハサレル,故ニ此二ツノ間ノ關係ヲ規約的 (Conventionally) ニキメタナラバ直線ニヨツテ完全ニ力ヲ圖式的ニ紙ノ上ニ表ハス事ガ出來ル,卽チ若シ 1 cm ガ 6 tons ヲ示スモノト規約スレバ $2\frac{1}{4}$cm ノ長サノ直線ハ 13.5 tons ヲ表ハス事トナル,斯クノ如ク力ノ量ハ其規約的ニ決定サレタ縮尺 (Scale) デ測ツテ之ヲ圖上ニ置ク (Lay down) 事モ出來又既ニ置カレタルモノヲ測ル事モ出來ルノデアル。

尙圖上ニ此規約ヲ表ハス爲メニハ普通圖上ニ 1 cm = 6 tons ト記入スルノデアルガ是レダケデハ不充分デアル,コレ紙ハ尺度ト異ツテ濕度其他ノ影響ヲ受ケテ伸縮スルモノデアルカラデアツテ從ツテ圖上ニハ必ズ尺度ノ圖形ヲ記入シテ置カネバナラヌ。

第三節　力ノ合成及分解ノ圖式解法

(Graphical Method for Composition and Resolution of Forces)

(I). 二力ノ合成 (Composition of two forces)

玆ニ P_1 及 P_2 ノ二力ガ一點 a ニ働クモノトシテ此ノ二力ガ ab ト ad トノ直線デ表ハサレタル量,方向及位置ヲ有スルモノトスル,コノ二力ノ合成力 (Resultant force) 卽チ此二力ト同一ノ影響ヲ與ヘ

ルーツノ力ヲ求メンニハ如何ニセンカト云フニ玆ニ二法アル。

(A)　力ノ平行四邊形ニヨル合成(By the parallelogram of forces).

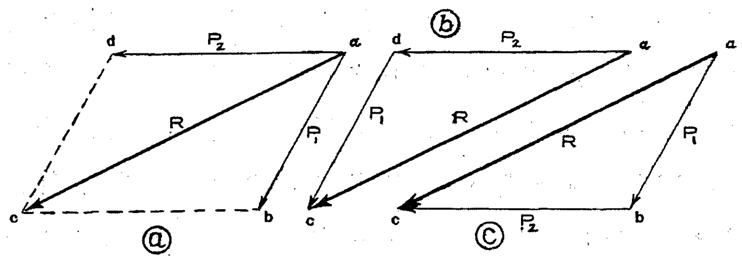

Fig. 1.

(Fig 1. a 參照) 玆ニ與ヘラレタ二力ヲ P_1, P_2 トシ其一ツ P_1 ノ力ノ端 b カラ P_2 ニ平行ナル線ヲ引キ又他ノ力 P_2 ノ端 d カラ P_1 ニ平行ニ一線ヲ引キ其交點 c ヘ始點 a カラ直線ヲ引ケバ此線ハ此二力ノ合成力ヲ表ス,卽チ $abcd$ ナル平行四邊形ヲ完成スレバ其對角線 ac ガ合成力ヲ示スノデアツテ此平行四邊形ヲ**示力平行四邊形** (Parallelogram of forces) ト云フ。

(B)　力ノ三角形ニヨル合成 (By the triangle of forces) (Fig 1. b 及 c 參照)。

Fig 1. b ニ示ス如クーツノ與ヘラレタル力 ad 卽チ P_2 ノ端 d カラ他ノ與ヘラレタル力 P_1 ニ平行ニ且ツ等シク dc ヲ置キ而シテ始點 a カラ終點 c ニ引イタ直線 ac ハ合成力 R ヲ與ヘル,又ハ逆ニ P_1 ノ端 b カラ P_2 ニ平行ニ且ツ等シク bc ヲ引イテモ矢張同ジク $ac=R$ ナル合成力ガ求メラレル,此場合ニ adc (Fig 1 b) 又ハ abc (Fig 1 c) ハ是レヲ稱シテ**示力三角形** (Triangle of forces) ト云フ。

示力三角形ハ示力平行四邊形ノ半分ノ圖形デアル事ハ明カデアル。

斯クノ如クシテ二ツノ力ヲ合成スルト全ク逆ノ方法ヲトレバーツノ力ヲ位置及方向ノ與ヘラレタ二ツノ**分力** (Component) ニ分

ツ事ガ出來ル,例ヘバ玆ニRナル一ツノ力ト一點aニ於テ交ル所ノ二ツノ分力P_1及P_2ニ此Rヲ分解スル事ハFig 1 a ノ如ク平行四邊形ヲ作ルカ又ハFig 1 b 又ハ c ノ如ク示力三角形ヲ用ヒテ容易ニ之ヲ行フ事ヲ得ル,即チ與ヘラレタル力Rヲ表ハス直線abノ兩端a及bカラ與ヘラレタル方向ニ平行線ヲ引キ平行四邊形$abcd$ヲ作ルカ又ハ三角形adc或ハabcヲ完成シタナラバ其平行四邊形又ハ三角形ノ邊ガ即チ與ヘラレタル力Rニ對スル二ツノ分力ヲ示ス事ハ明カデアル。

(II). **作用點ヲ同ジクスル數多ノ力ノ合成** (Composition of any number of forces with the common point of application).

Fig 2. ニ示ス五力 P_1, P_2, P_3, P_4 及 P_5 ガ A ナル共通點ニ對シテ同一ノ平面內ニ作用スルモノトシ其合成力即チ此五力ヲ代表スル一力ヲ求メント欲スルノデアル。

此五力ノ內ノ何レカノ二力例ヘバ P_1 及 P_2 ノ合成力ハ (I) ノ場合ノ方法即チ示力三角形ヲ作ツテ容易ニ求メ得ル,即チ Fig 2 b ノ如ク$\overrightarrow{ab}$ヲP_1ニ等シク且ツ平行ニ置キ$\overrightarrow{bc}$ヲP_2ニ等シク且ツ平行ニ置キ而シテacヲ結ベバ此線R_{1-2}ハP_1及P_2ノ合成力ヲ示ス,次ニ今求メタルacナルR_{1-2}ノ力トP_3トノ合成力ハ又同ジク三角形ノ作圖ニヨツテadナルR_{1-3}ガコレヲ示

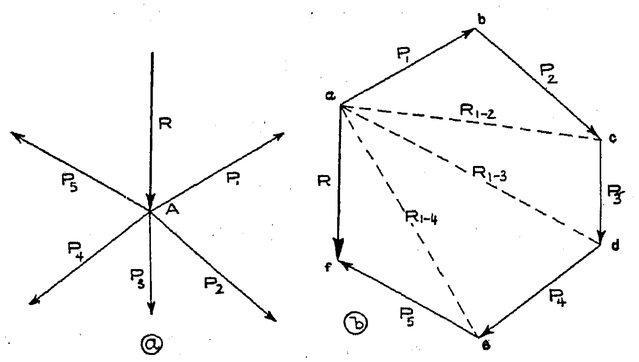

Fig. 2.

ス事ヲ知ル,從ツテ R_{1-3} ハ R_{1-2} 及 P_3 即チ P_1, P_2 及 P_3 ノ合成力ナルヲ知ル,同樣ニシテ同ジ作圖ヲ反復スレバ最後ニ $\overrightarrow{af}$ ナル R ハ P_1, P_2,……, P_5 ノ合成力ナル事ヲ知ル。

此 b 圖ニ於テハ說明ノ便宜上點線ニテ示シタ中間ノ合成力ヲ書入レタケレドモ是レハ最後ノRヲ求メル爲メニハ實際ニハ必要ナキモノデアル,實際ニハ與ヘラレタ力ヲ順次ニ一ツノ力ヲ書キ終リタル端カラ次ノ力ヲ置ク如ク與ヘラレタル力ニ等シク且ツ平行ニ置ケバ玆ニ與ヘラレタル力ノ連續ヨリ成ル多邊形 $abcdef$ ガ書カレル,コノ多邊形ノ始點 a カラ終點 f ニ直線$\overrightarrow{af}$ヲ引イテ此ノ多邊形ヲ閉合スレバ此**閉合線** (Closing line) ガ合成力Rヲ與ヘル。此多邊形ヲ**力邊形** (Force polygon) ト云フ。

b 圖ニ見ル如ク合成力Rノ方向ハ他ノ與ヘラレタル力ノ方向トハ多邊形ノ邊ニ沿フテ進ム場合ニ於テ反對トナル事ヲ知ル,即チ $\overrightarrow{ab}, \overrightarrow{bc}, \ldots\ldots \overrightarrow{ef}$ ト進ンダノニ對シRハ$\overrightarrow{fa}$トナラズシテ$\overrightarrow{af}$トナリ其矢ノ方向ガ他ノ力ニ於ケルト逆ノ方向ヲ有スル事ヲ知ル,合成力ノ方向ハ常ニ他ノ力ノ方向ニ對シ逆デアル。

力ノ數ガ何程アツテモ,ソレガ共通點ヲ持チ同一平面內ニアルモノナレバ次ノ一般作圖法ニヨツテ其合成力ガ求メラレル。

「與ヘラレタ力ニ平行ニ且ツ等シキ線ヲ以テ一ツノ力ヲ置キタル其端カラ次ノ力ヲ書キ初メルト云フ樣ニ順序ヨク與ヘラレタル全部ノ力ヲ記入シテ最後ニ始點カラ終點ニ結合シタ線ガ量及方向ニ於テ合成力ヲ示ス。」

此作圖ニ於テ最後ニ求メラレル結果ハ作圖中ニ力ヲ置ク順序ニハ何等影響サルル事ナキヲ知ル,故ニ作圖ヲ行フニ當ツテ其順

序ハ之レヲ如何ニスルモ差支ナシ,唯線ト線トガ非常ナ鋭角デ交ラシメナイ樣ニ順序ヲ定メルガ作圖ヲ精確ナラシメ圖ヲ明瞭ナラシメル所以デアル。

(III). 共通ノ作用點ヲ有スル力ノ平衡 (Equilibrium of forces with a common point of application).

Fig 3. a ニ示ス如ク五力 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 ガ共通作用點 A ヲ有スルモノトシ此等ノ力ヲ量ト方向トヲ正シク順次一力ヲ置イテカラ次ノ力ヲ置ク如ク配列シタ所ガ b 圖ノ如ク $abcdea$ ノ閉多邊形 (Closed polygon) ヲ作ツタモノトス,然レバ此場合ニ　合成力$=0$　トナリ五力 $P_1, P_2, \cdots\cdots, P_5$ ハ互ニ平衡 (Equilibrium) ヲ保ツノデアル,即チ圖式的ニ之ヲ見レバ一點ニ作用スル力ノ平衡ノ條件トシテハ力邊形 (Force polygon) ガ閉合シ且ツ其力邊形ノ周邊ニ沿フテ進ム時ニ唯一定ノ方向ノ矢ノミヲ有シテ反對ノ方向ノ矢ニ出遇ハナイ事ヲ意味スルノデアル,故ニ今假ニ閉多邊形ノ邊ノ何レカ一力ノ方向ヲ反對ニ取ツテ考フレバコレガ他ノ總テノ力ノ合成力トナルノデアル。

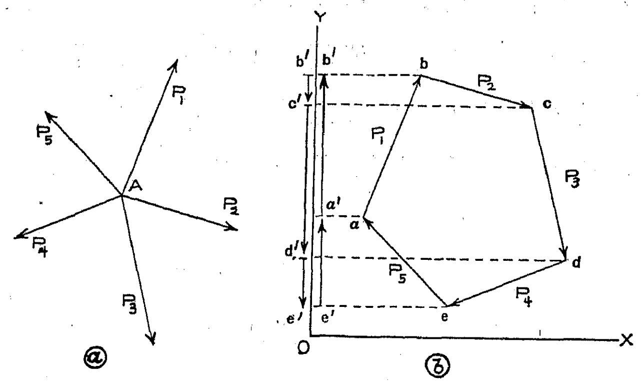

Fig. 3.

扨 b 圖ノ多邊形ノ五邊ヲ任意ノ直線OYトコレニ直角ナルOXトノ方向ニ投射シテ此方向ノ分力ニ就イテ考フレバ OY ノ方向

ニ於ケル分力ノ和即チ OY 線ニ投射サレタ分力ノ總和ハ零ナル事ヲ知ル,此事實ハ OX ノ方向ニ就イテモ同樣デアル,從ツテ平衡ノ條件ヲ式ニ表ハセバ

$$\left.\begin{array}{ll} \Sigma(\text{水平分力})=0 \quad \text{即チ} & \Sigma H=0 \\ \Sigma(\text{垂直分力})=0 \quad \text{即チ} & \Sigma V=0 \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

(IV). 異ナル作用點ヲ有スル力ノ合成 (Composition of forces with any point of application) (Fig 4. 參照).

一點ニ働カナイ $P_1, P_2, \cdots\cdots, P_5$ ナル力ノ合成力 R ヲ見出スニハ先ヅ其內ノ何レカ二ツ例ヘバ P_1 ト P_2 ノ二力ノ交點 A ガ其共通作用點トナル樣ニ夫等ノ力ヲ移動セシメ然ル後示力平行四邊形又ハ三角形ノ方法ニ依ツテ其合成力 R_{1-2} ヲ見出ス事ガ出來ル,次ニ此ノ R_{1-2} ト P_3 トヲ以テ其合成力ヲ見出シ順次斯クノ如ク反復シテ遂ニ最後ノ合成力 R ヲ見出シ得ルニ至ル,然シ此場合ノ作圖ニ於テ中間ノ合成力ノ量及方向ハ別圖ニ於テ決定スルガ便利デアル,即チ b 圖ノ如ク與ヘラレタル力ヲ多邊形ニ置キ其始點 a カラ各對角線ヲ引キ其合成力ヲ見出スノデアル,即チ $ac=R_{1-2}$ ハ P_1 ト P_2 トノ合成力デアリ $ad=R_{1-3}$ ハ R_{1-2} ト P_3 或ハ P_1, P_2 及 P_3 ノ合成力デアル,此 b 圖ニ見出サレタル合成力 R_{1-2} 即 ac ノ方向ニ平行ニ P_1 ト P_2 トノ交點 A カラ平行

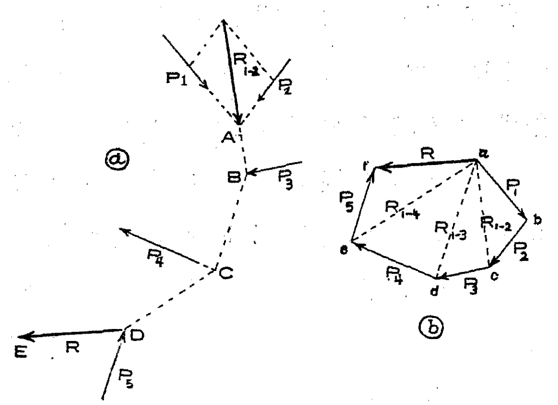

Fig. 4.

線ヲ引キ其線ガP_3トBニ於テ交ルモノトセバ其Bカラ*ad*卽 R_{1-3} ニ平行線ヲ引キP_4トCニ會セシメCヨリ*ae*卽 R_{1-4} ニ平行線ヲ引キ之レガP_5トDニ出會フトセバ此Dヨリ*af*ニ平行ニ引カレタ線DEハ最後ノ合成力 (Final resultant) Rノ方向ヲ示スモノデアツテ其量ハ*b*圖ノ*af*ニテ示サレル,*a*圖ノ ABCDE ナル多邊形ヲ稱シテ $P_1, P_2, \cdots, P_5$ ニ對スル**合成力多邊形** (Resultant force polygon) ト云ヒ而シテ *abcdef* ハ單ニ**力邊形** (Force polygon or Force diagram) ト稱スルノデアル。

今若シ力ト力トガ非常ナ鋭角ヲ有スル如キ場合アリトスレバ此時ニハ此二力ノ交點ガ圖面 (Drawing paper) ノ外ニ出ル事ガアル,此場合ニハ上述ノ方法デハ合成力ヲ求メル事ガ出來ナイ,殊ニ全部ノ力ガ平行シテヲル場合ニ然リトスル,斯クノ如キ場合ニハ次ニ説明スル一般的方法ヲ用ヒネバナラヌ,其説明トシテ先ヅ最モ簡單ナル場合卽チ二力 P_1, P_2 ガ殆ンド平行ニ働ク場合ヲ考ヘル,Fig 5 ノ P_1 ト P_2 トハ *a* 圖ニ示ス如ク與ヘラレタモノトシ其量及方向ヲ正シク*b*圖ニ置キP_1ヲ*ab*ニP_2ヲ*bc*ニ置ケバ

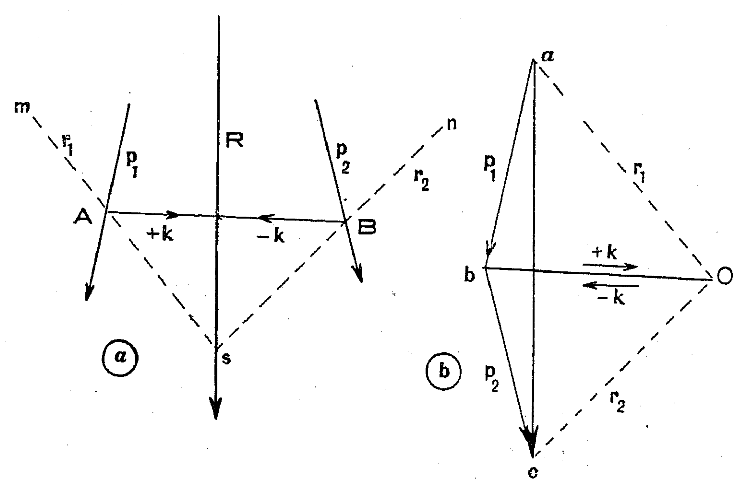

Fig. 5.

*ac*ガ此二力ノ合成力Rノ量及方向ヲ與ヘルノデアル,今Rノ作用スル位置ヲ求メル爲メニ茲ニ實在スルP_1, P_2ノ外ニ任意ノ量及方向ヲ有シ且ツ等シクシテ反對ニ向フ (Equal and opposite) 二力 $+K, -K$ ヲ採ツテ考ヘル,是等ノ力ノ作用點ハP_1, P_2上ノ任意點A, Bトシ且ツ*b*圖ニ於テKノ量ヲ *bO* ニテ表ハスモノトスル,然ル時ハ*b*圖ニ於テ*ab*ナルP_1ト*bO*ナル$+K$トデ*aO*卽チr_1ナル合成力ヲ與ヘル,次ニ同圖デ*Ob*ナル$-K$ト*bc*ナルP_2トニ依ツテ合成力*Oc*卽チr_2ヲ與ヘル,而シテ$+K$ト$-K$トハ消殺 (Cancel) スルガ故ニコレハ無イモノト同ジデアル,從テ*b*圖ニ於テRハP_1トP_2トノ合成力デアルト同樣ニr_1トr_2トノ合成力デアルト見ル事モ出來ル,從テ今*b*圖ニ於テ得タr_1, r_2ヲ*a*圖上ニ置ケバ卽チA點ヲ通ジテr_1ニ平行ニ*mA*ヲ置キB點ヲ通ジテr_2ニ平行ニ*Bn*ヲ置イテ是等ノ線ヲ延長シテ其交點*s*ヲ見出シタナラバ*s*ハ合成力Rノ働ク位置ヲ示スモノデアリ同時ニRノ量及方向ハ*b*圖ニ於テ既ニ求メラレテ居ル事ヲ知ル此*a*圖ニ於ケル多邊形ノ邊*mA*, *Bn*ハ*b*圖ト參照スレバ判ル如ク*b*圖ノOナル**極** (Pole) カラ引カレタル**極射線** (Polar ray) 卽チ *Oa*, *Ob*, *Oc* ニ平行デアツテ是レヲ稱シテ**平衡多邊形** (Equilibrium polygon) 或ハ**索邊形** (Funicular polygon) ト云フ。

平衡多邊形ノ形ハ極Oノ採リ方ニヨツテ變化スルノデアツテ*Ob*=Kナル力ハ任意ニ定メラレルモノデアルカラ從ツテ*Ob*ノ採リ方ニヨリ力P_1, P_2ニ對シテ無限ノ平衡多邊形ヲ作リ得ル事トナル,然シ何レモ同ジ性質ヲ有スル事ハ勿論デアツテ其兩端邊 (Extreme sides) ノ延長線ノ交點ハ卽チRガ作用スル點デアル。

實際ノ作圖ニ當ツテハ先ヅ始メニ與ヘラレタ力 P_1, P_2 ニ平行ニシテ且ツ等シク b 圖ニ力邊形 (Force polygon) abc ヲ作リ其閉合線 (Closing line) ac ニヨツテ合成力 R ノ量及方向ヲ知ル,次ニ b 圖ニ於テ任意ノ極 O ヲ擇ビ Oa, Ob, Oc ノ極射線ヲ引ク,更ニ a 圖ニ於テ與ヘラレタル力ノ一方例ヘバ P_1 ノ上ノ任意ノ點 A ヲ通ジテ極射線 Oa ニ平行ニ mA ヲ引キ更ニ $AB \parallel Ob$, $Bn \parallel Oc$ トシ mA ト Bn トヲ延長シテ其交點 s ヲ求ムレバコレガ合成力 R ノ働ク作用點ヲ與ヘルノデアル。

Fig. 5 ハ二力ノ場合ニ就イテ説明シタガ全ク同樣ニシテ同一平面內ニ散布サレタ任意ノ數ノ力ニ對シ力邊形及平衡多邊形ヲ作圖シテ合成力 P ノ位置及量ヲ見出ス事ガ出來ル。

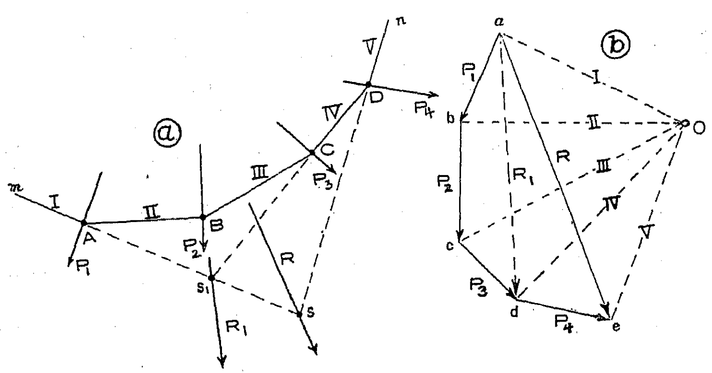

Fig. 6.

今 Fig. 6 ニ示サレタ P_1, P_2, P_3 及 P_4 ノ四力ニ對スル合成力ヲ求メンニハ b 圖ニ於テ與ヘラレタ力ヲ量及方向ヲ正シク置キ力邊形 $abcde$ ヲ得任意ノ極 O ヲ採リ極射線 I, II, ……, V ヲ引ク,次ニ此極射線ニ平行ニ平衡多邊形ヲ作レバ其兩端邊ノ延長ガ R ノ働ク位置ヲ與ヘルノデアツテ先ヅ a 圖ノ P_1 ノ上ニ任意ノ點 A ヲ擇ビ極射線 Oa, Ob, …… ニ平行ニ A カラ $mA \parallel Oa$, $AB \parallel Ob$, $BC \parallel Oc$, $CD \parallel$

Od, $Dn \parallel Oe$ ノ線ヲ順次ニ引キ出來タ平衡多邊形 $mABCDn$ ノ兩端邊 mA, Dn ノ延長線ノ交點 s ヲ求メレバ b 圖ニ於テ見出シタ R ノ作用スル位置ヲ與ヘル。

モシ與ヘラレタ全體ノ力ニ對スル合成力デナク單ニ P_1, P_2 及 P_3 ノ三力ノミノ合成力ガ知リタイ時ニハ此三ツノ力ニ對スル平衡多邊形ノ兩端邊ハ第一邊 mA ト第四邊 CD トデアルカラコノ二邊ノ延長線ノ交點 s_1 ヲ通ジテ此三力ノ合成力 R_1 ガ作用スルノデアル。

尙與ヘラレタ力ヲ力邊形ニ置ク場合ニ其順序ハ全ク無關係デアル,單ニ力邊形ノ邊ト極射線トノ順序ニ注意シテ平衡多邊形ヲ引ケバ同ジ結果ヲ與ヘル筈デアル,例ヘバ Fig. 7 ニ於テ力邊形ニ置イタ力ノ順序ヲ P_1, P_3, P_2 トスレバ極射線 II ハ力邊形ニ於ケル P_1 ト P_3 トノ間ニアルカラ平衡多邊形ニ於テモコレニ平行ナ II ノ邊ハ P_1 ト P_3 トノ間ニ書入レ次ニ III ノ極射線ハ P_3 ト P_2 トノ間ニ引カレテ居ルカラ a 圖ニ於テモ P_3 ト P_2 トノ間ニ書入レル樣ニスレバヨイ,同樣ニ IV ノ邊ヲ引ケバ I ト IV トノ交點 s ハ R ノ作用點ヲ示スノデアル。

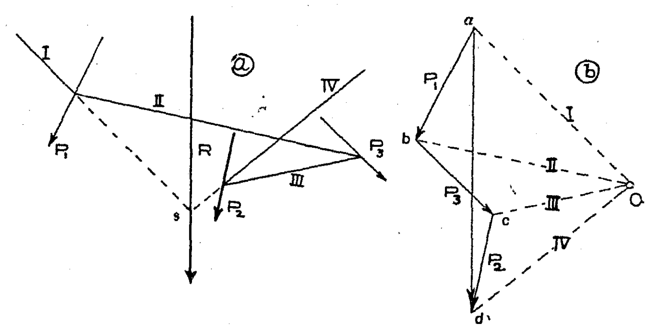

Fig. 7.

(V). 異ナル極ニ對スル二個ノ平衡多邊形ノ關係。

Fig. 8 ニ於テ三ツノ與ヘラレタ力 P_1, P_2 及 P_3 ニ對シ極 O ト O′

トノ二ツヲ採リ極Oカラノ極射線ガ I, II, III, IV デアリ極O′カラノ極射線ガ I′, II′, III′, IV′ デアルトスレバ此ノ二種ノ極射線ニ各相當シタ平衡多邊形 I II III IV 及 I′ II′ III′ IV′ ニ於テ I ト I′, II ト II′, III ト III′, IV ト IV′ トヲ交ラシメルト是等ノ交點ハ一ツノ直線上ニアリ且ツ此直線ハ二ツノ極O及O′ヲ結ンダ直線 OO′ ニ平行デアル。

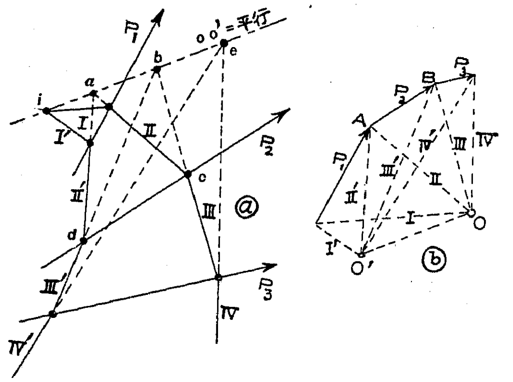

Fig. 8.

〔證明〕 二ツノ多邊形 ABOO′ 及 $abcd$ ニ於テ五ツノ相當邊ガ互ニ平行デアル,卽チ $ad \parallel AO'$, $bc \parallel BO$, $dc \parallel AB$, $ac \parallel AO$ 及 $db \parallel O'B$, 從ツテ $ab \parallel O'O$ トナル,同樣ニ說明シテ $be \parallel O'O$, $ia \parallel O'O$ トナルベク卽チ $iabe$ ハ OO′ ニ平行ナル直線デアル。

(VI) 偶力卽チ無限距離ニ作用スル無限小ノ力 (Couple—Infinitely far and infinitely small force as the resultant of finite forces)

Fig. 9. a ニ其位置ノ示サレタ如キ四ツノ力 P_1, P_2, P_3, P_4 ヲ b 圖ノ如ク其量及方向ヲ正シク置イテ多邊形トシタ時ニ此多邊形ガ閉合 (Close) シタモノトスル,然ル時ハ

合成力＝0

デアル,卽チ任意ノ二軸ヲ採ツテ考フレバ各力ノ其軸ノ方向ニ於ケル分力ノ和ハ

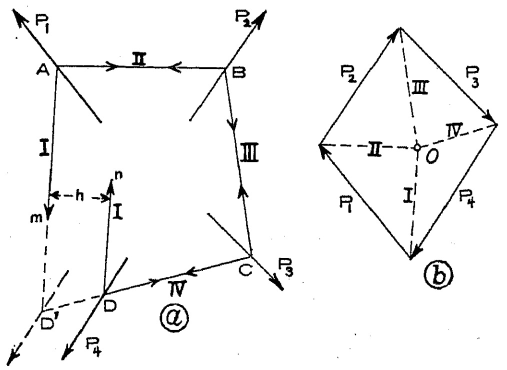

Fig. 9.

$$\Sigma H=0 \quad \Sigma V=0$$

ナル平衡條件ヲ滿ス事トナル,卽チ此四力ハ平衡ヲ保ツ樣ニ見ユルモ此等ノ力ハ一點ニ働イテ居ル力デハナイノデアルカラ平衡ヲ滿タスモノデアルト斷言スル事ハ出來ナイ。

ⓑ圖ノ極Oカラ極射線 I, II, III, IV ヲ引キコレニ相當シタ平衡多邊形ヲⓐ圖ニ作レバ圖ニ見ル如ク此多邊形 mABCDn ハ必ズシモ一般的ニハ閉合シナイ,卽チ極射線 I, I ニ相當スル二邊 mA 及 Dn ガ一致シナイ,今ⓐ圖ノ平衡多邊形 ABCD ニ於テ茲ニ平衡力 (Equilibrium force) ガ働クモノト考フレバ卽チA點ニハ I, P_1 及 II ノ三力ガ働イテⓑ圖ニ示ス如ク平衡ヲナスモノトシB點ニハ II, P_2, III ノ三力ガ平衡ニアリC點ニハ III, P_3 及 IV ニテ平衡ヲ保チD點ニテハ IV, P_4 及 I ガ平衡ニアルモノトスレバ各點ニ於テ互ニ平衡ニアル所ノ三力ガ働イテ居ルノデアルカラ全體トシテ平衡ガ成立ツ譯デアル,而シテ其平衡力ノ内デIヲ除イタ他ノ II, III 及 IV ハ等シキ力ガ反對ニシカモ同一直線上ニ働ク故ニ互ニ打消 (Cancel) サレルベキモ mA 線上ニ働クIト Dn 線上ニ働クIトハ量ハ等シイケレドモ同一線上ニ作用シナイカラ打消サレズシテ殘ル,卽チ P_1, P_2, P_3, P_4 ノ四力ハ彼等自ラノ外ニ更ニ二ツノIト云フ力ガ加ハツテ始メテ平衡ニアル事ヲ知ル,Iノ二力ガ加ヘラレナケレバ平衡ガ成立タナイノデアル,此Iノ二力ハ平行デアル故ニ同一平面上無限距離ニ於テ交ルベク其合成力ハ無限小デアルト考ヘラレル,卽チ P_1, P_2, P_3, P_4 ノ四力ノ合成力トシテ茲ニ無限距離ニ無限小ノ力ヲ持ツ理デアル.而シテ此 Fig. 9 ノ I, I ナル力ハ等シクシテ反對ノ方向ニ向フ故ニ偶力ヲ構成スベク其相互ノ距離 h

ハコレヲ**偶力ノ挺率**(Arm of couple or Leverage)ト云ヒ力ト挺率トノ乘積 $I \times h$ ヲ稱シテ**偶力率** (Moment of couple) ト云フ,此乘積ノ値ハ極Oノ位置ニハ無關係デアル,故ニ此乘積ヲ以テ偶力ノ尺度(Measure)トスル。

始メニ述ベタ如ク力邊形ⓑハ閉合シタノデアルカラ移動(Translation)ニ對スル運動ノ傾向ハ皆無デアル事ヲ知ツタノデアルガ@圖ニ於テ見ル如ク四力ハ平衡ヲ保ツテ居ナイ事ヲ發見シタ,即チ平衡ヲ保ツニハ $I \times h$ ノ偶力ガ加ヘラレル事ヲ要ス,換言スレバ四力ノ合成力トシテ $-I \times h$ ナル偶力ヲ存シ廻轉(Rotation)ニ對スル運動ノ傾向ヲ有スルノデアル。

(VII) 作用點ヲ異ニスル力ノ平衡。

Fig. 9 @ニ於テモシ P_4ナル力ヲ量及方向ヲ其儘トシ唯位置ダケヲ平行ニ移動セシメテ多邊形ノ邊IトIVトノ交點D′ニ働クモノトスル,然ル時ハ@圖ノ二力I及Iハ一致シ互ニ打消スヲ以テ P_1,P_2,P_3,P_4ノ四力ハ別ニ他ノ力ヲ加ヘナイデ彼等自ラニテ互ニ平衡ニアル事ヲ知ル,即チ前述ノ偶力 $I \times h$ ハ P_4ノ移動ニヨツテ零トナリ同時ニ四力ノ平衡ヲ保ツ爲メニ必要デアツタ所ノ無限距離ニアル無限小ノ力ガ無クナツタノデアル,換言スレバ同一平面內ノ異ナル點ニ働ク力ノ靜的平衡 (Static equilibrium) ニ對スル必要且ツ充分ナル條件ハ移動及廻轉ニ對スル運動ノ傾向ヲ有シナイト云フ事デアツテ圖式的ニハ其與ヘラレタ力ガ一ツノ閉多邊形ヲ作リ尙且ツ其平衡多邊形モ亦閉合スルト云フ事デアル。

解析的ニ此平衡ノ條件ヲ表ハセバ

$$\left.\begin{array}{lll} \Sigma(\text{水平分力})=0 & \text{即チ} & \Sigma H=0 \\ \Sigma(\text{垂直分力})=0 & & \Sigma V=0 \\ \Sigma(\text{力　率})=0 & & \Sigma M=0 \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

トナリ其最後ノ式 $\Sigma M=0$ ハ偶力ガ零トナルベキ條件ヲ示スノデアル,(2)式中最初ノ二式ハ(1)式ト一致スルモノデアル。

(VIII) 同一平面內ニアル平行力ノ合成

前ニ說明シタ平衡多邊形ヲ應用シテ合成力ヲ見出ス方法ハ其與ヘラレタ力ガ平行ノ時ニ特ニ便利デアル,茲ニ $P_1,P_2,\cdots P_4$ナル四ツノ平行力ガ與ヘラレテ其合成力ヲ求メンニハ先ヅ Fig. 10 ⓑニ於テ其四力ヲ力邊形ニ置イテ一ツノ直線即チ**示力線** (Force line) ae ヲ得次ニ任意ニ極Oヲ選ビOヨリ引イタ極射線 $Oa,Ob,Oc,\cdots Oe$ 即チ I,II,III,…V ニ相當シテ引カレタ平衡多邊形ヲ $mABCDn$ トスル,然ル時ハ始メニ其量ヲ ae ニ依ツテ決定シテ置イタ合成力 R ハ平衡多邊形ニ於ケル兩端邊 I 及 V ノ交點 s ヲ通ジテ働ク事ヲ知ル。

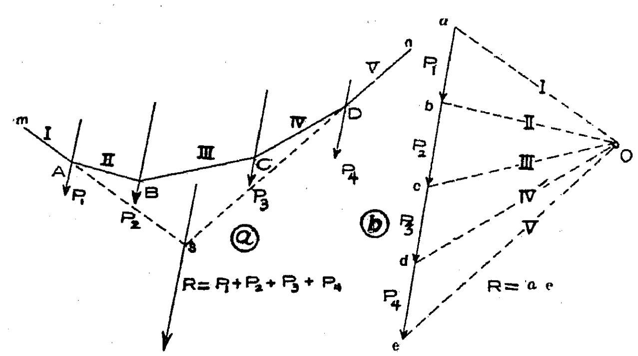

Fig. 10.

此場合與ヘラレタ力ノ內ノ何レカガ反對ノ方向ヲ有スルモ何等差支ナイノデアツテ Fig. 11 ニ其一例ヲ示ス.

P_1,P_2,P_3,P_4ノ四力ヲ與ヘラレタモノトシ Fig. 11 @ニ其作用スル位置ヲ示スモノトセバ力邊形ⓑニ於テ $ab=P_1$, $bc=P_2$, $cd=P_3$, $de=P_4$

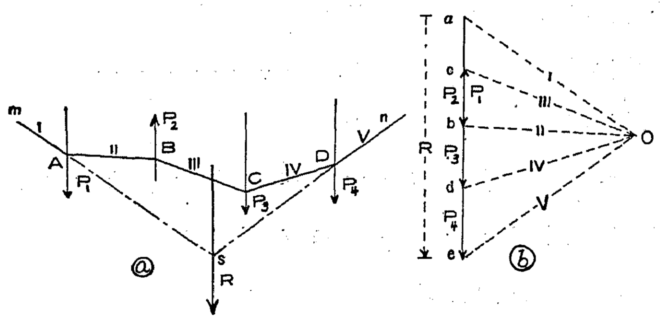

Fig. 11.

ト置ク,合成力ハ明カニ ae=R デアル,任意極Oヲ選ビ極射線 I,II,III,…V ニ相當シテ平衡多邊形 mABCDn ヲ順序正シク注意シテ引ケバ其兩端邊 mA,Dn ノ交點 s ハ與ヘラレタ四力ノ合成力Rノ作用スル點デアル。

(IX) 力ノ分解 (Decomposition of forces in a plane)

首題ニ就キテハ既ニ其一部ヲ説明シタ,即チ一ツノ與ヘラレタ力Rヲ一點 a ニ於テ其Rニ出遇フ樣ナ方向ノ與ヘラレタ二力ニ分ツ事ハ既ニ本章第三節 (I) (Fig. 1 參照)ニ於テ述ベタ所デアッテ示力平行四邊形又ハ三角形ヲ作ル事ニ依ッテ容易ニ解キ得タノデアル,今Pナル力ヲコレニ平行デアル位置ノ與ヘラレタ二力ニ分ツ法ヲ説明シヤウ,本法ハ前項ニ説明シタ平行力ノ合成ヲ反對ニ行ヒ平衡多邊形ヲ逆ニ應用スレバヨイノデアル。

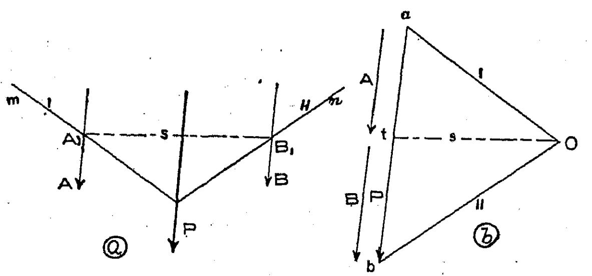

Fig. 12.

Fig. 12 ニ於テ與ヘラレタル力ヲP,分力ノ位置ヲA及Bトス,今此三力ヲ任意ノ平衡多邊形即チ I s II 又ハ mA_1B_1n デ連絡シ別ニⓑ圖ニ於テ力Pノ端 a ト b ト

カラ此平衡多邊形ⓐノ邊I及IIニ平行線ヲ引キ其交點ヲOトシ,此Oヲ通ジテ平衡多邊形ノ邊 s ニ平行ナ線 s ヲ引キ是レガ示力線Pヲ t ニテ切ツタモノトスル,然レバコノ線分 at=A, tb=B ハ求ムル所ノモノトナル。

此證明ハ極Oニ相當シタル極射線及平衡多邊形ニ依ツテ平行力A及Bヲ合成スル作圖ヲ照合スレバ明カデアル,即チ ab=A+B ハ量ニ於テハPデアリ其作用點ガ兩端邊IトIIトノ交點ヲ通過スベキデアッテ總テノ條件ヲ滿スヲ見ルノデアル。

是レト同ジ方法デ玆ニ次ノ如キ實用上重要ナル問題ヲ解キ得ル,即チ多クノ平行力 P_1, P_2, P_3… ト平衡ヲ保ツベキ而シテ位置ノ與ヘラレ且ツ與ヘラレタル力ニ平行ナル二力A及Bヲ求メントスルナラバ其作圖ヲ Fig. 13 ノ如ク行ヒ得ル。

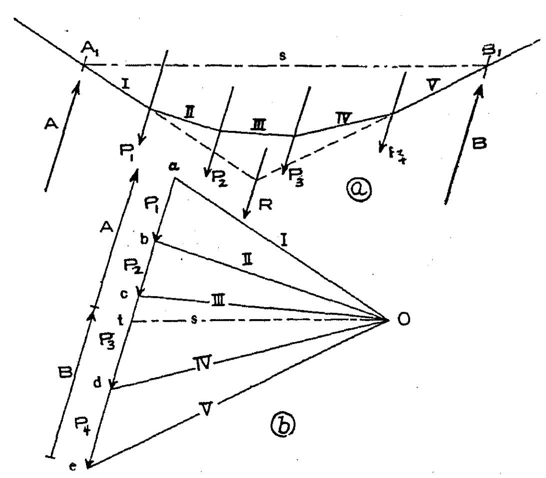

Fig. 13.

Fig. 13 ⓑニ於テ與ヘラレタ力ヲ量及方向ヲ正シク置キテ力邊形 abcde ヲ作リ任意ノ極Oカラ極射線 I, II, III, IV, V ヲ引キコレニ相當シタル平衡多邊形ヲⓐ圖ニ引ケバ其兩端邊I及VガカA及Bノ作用線ヲ A_1 及 B_1 ニテ切リタルモノトス.然レバ A_1 ト B_1 トヲ結ブ事ニ依ツテ平衡多邊形ヲ閉合シ而シテ又ⓑ圖ニ於テ極Oカラ此求メタ閉合線 s ニ平行ナ線ヲ引キ示力線 ae ヲ t ニテ

切レバ此 t ハ求ムル分割點ヲ與ヘル,即チ ta ノ長サガ A ナル力ノ量ヲ示シ et ノ長サガ B ナル力ノ量ヲ示スノデアル,何トナレバ Oat ナル三角形ヲ見レバ A ナル力トIト s トニテ三角形ヲ爲スヲ見ル,コレハ ⓐ圖ノ A_1 點ニ於ケル此三力ノ平衡ヲ示スノデアルカラ ta ガ A ナル事ヲ知ルノデアル,全ク同樣ニ三角形 Oet ハ V,s 及 B ナル三力ガ B_1 點ニ於テ爲ス平衡ヲ示スノデアル。

本題ハ四力ト平衡ヲ保ツベキ二力ヲ見出サントシタノデアルガ假ニIトVトノ交點 s ニ $R=\Sigma P$ ナル與ヘラレタル四力ノ合成力ガ働イテ居ル場合ニ此Rナルー力ヲコレニ平行デ且ツ位置ノ與ヘラレタ二力A及Bニ分解スル事ヲ要求サレタモノト考フレバ本問題ハ全ク Fig. 12 ニ說明シタト同ジ解法トナリ容易ニ是ヲ了解スル事ガ出來ヤウ。

更ニ一歩ヲ進メテ Fig. 14 ノ如ク與ヘラレタル一力Rト平衡ヲ保チ且ツ其位置ノ與ヘラレタル(一點ニ出遇ハナイ事ヲ要ス)三力 X, Y, Z ヲ見出サント欲スル場合此解法ヲ說明シヤウ。

Fig. 14 ニ於テ四力 R,X,Y,Z ノ內何レカ二ツ宛ヲ相交ラシメル,例ヘバRトZ,XトYトヲ交ラシメ其交點ヲ S_1, S_2 トシヤウ,此交點 S_1 ト S_2 トヲ通シテ等量ニシテ反對ニ向フ二力 ±L ヲ採ツテ考フ,而シテ先ヅ初メニRナル與ヘラレタル力ト平衡ヲ保ツベキ且ツ S_1 ニ働ク二ツノ力ZトLトヲ求メル,即チⓑ圖ニRナル力ヲ方向ノ與ヘラレタZトLトニ分解シ其方向ヲ逆ニスル時ハ

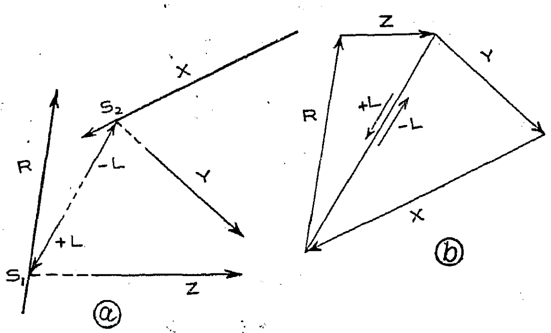

Fig. 14.

S_1 ニ働ク求ムル平衡力Z及Lガ求メラレル,次ニ S_2 點ニ就キテ考フ,假定シタ通リ S_2 ニハ等量ニシテ反對ニ向フ $-L$ ガアルノデアルカラ此力 $-L$ ヲ是レト平衡ヲ保ツベキ且ツ與ヘラレタル二方向ヲ有スルXトYトニ分解スル事ⓑ圖ノ如クニシテ其量及方向ヲ求メ得ル,最後ニ $+L$ ト $-L$ トハ等シクシテ反對ニ向フヲ以テ互ニ打消シ結局一ツノRナル力ト平衡ヲ保ツベキ且位置ノ與ヘラレタル X, Y, Z ノ三力ガ求メラレタ事トナル。

若シ Fig. 14 ガRナル力ヲ方向及位置ノ與ヘラレタル而シテ一點ニ交ラナイ三分力ニ分解スルト云フ問題デアツタナラバ Fig. 14 ニ求メタ三力 X,Y,Z ヲ反對ノ方向ニ働クモノトスレバヨイノデアル.

尙一ツノ力ヲ同一平面內ニアル四ツ又ハ四ツ以上ノ分力ニ分解スル事ハ不定 (Indeterminate) デアル.又三分力ニ分ツニシテモ是等ガ一點ニ會スル場合ニモ解答ハ不定デアル。

例題一. Fig. 15 ニ示ス荷重ヲ受クル桁ノ兩支點 A,B ニ於ケル反力ヲ求メ計算ヨリ得タルモノト比較セヨ。

答. Fig. 15 參照

A,B 兩支點ニ生ズル反力ヲ求メルトハ卽チ與ヘラレタ外力ト平衡ヲ保ツベキ且ツ與ヘラレタ A,B 二點ニ作用スベキ二力ヲ求メルト云フト同ジ事デアルガ故ニ解法ハ次ノ如ク行ハレル,卽チ先ヅ示力線上ニ外力ヲ順次羅列シ任意極Oヲ選ビOヨリ出タ極射線 I,II,‥‥ニ平行ニ平衡多邊形ヲ I,II,‥‥ヲ作圖シ兩端邊ガ A,B 支點ヲ通ズル垂直線トノ交點ヲ求メコレヲ結ブ閉合線 s ニ平行ニOヲ通ジテ射線ヲ引ケバ示力線上ニ求ムル反力 A=89.9 ton, B=73.1 ton ヲ測リ得ル。

次ニ計算ヨリ反力ヲ求ムル爲メニ外力ガB支點ニ對スル力率ハ反力ガ同點ニ對スル力率ニ等シキ事ヲ式ニ立テ

$$A.\times 27^m = 13^t \times 1{,}5^m + 13^t \times 4.5^m + \cdots\cdots + 17^t \times 24^m$$

$$\therefore\ A = 89.944 \text{ tons.}$$

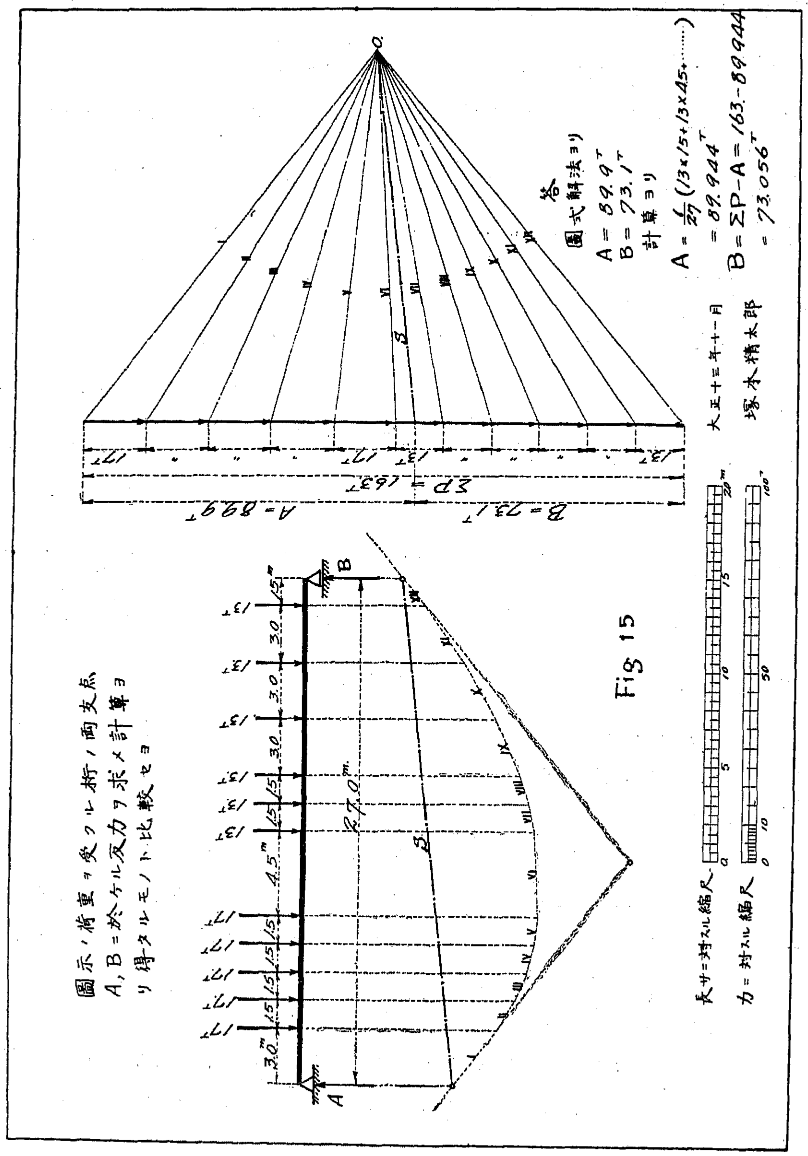

Fig 15

全ク同樣ニ計算シ又ハ外力ノ和ガ反力ニ等シキ條件カラ

$B=\Sigma P-A=163-89.944=73.056$ tons.

第四節 重心ノ圖式算定法

(I). 面積ノ圖式算定法 (Graphical determination of surface area)

1. 三角形 (Triangle)

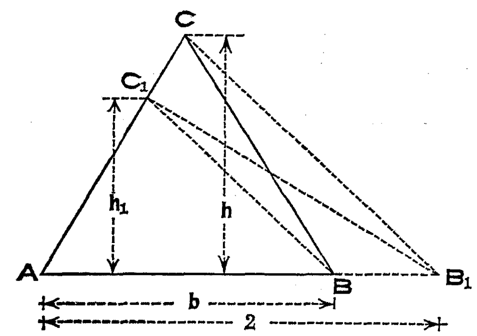

Fig. 16.

三角形面積＝底×高÷2 デアルカラ今若シ與ヘラレタ三角形 ABC (Fig. 16 參照)ヲ變形シテコレト等積ニシテ且ツ底ノ長ガ2(單位長二ツ)ヲ有スル如キ三角形 AB_1C_1 ニ變形シタルモノトスレバ其三角形ノ高ヲ h_1 トシ

$$面積\ F=AB.\frac{h_1}{2}=2.\frac{h_1}{2}=h_1$$

從ツテ面積ハ h_1 ニテ與ヘラレル事ヲ知ル,故ニ今面積ヲ in^2 單位ニテ求メントスルニハ底 $AB_1=2''$ ニ採リ求メタ h_1 ノ長サヲ in デ測レバ其單位ヲ in^2 トシテ面積ヲ與ヘル,此作圖ヲ行フニハ先ヅ底 AB ニ沿ヒ單位尺度ニテ $AB_1=2$ トシ其端 B_1 ヲ頂點 C ニ結ビ B 點カラ B_1C ニ平行線ヲ引ケバ $\triangle AB_1C_1=\triangle ABC$ ヲ得,而シテ $\triangle BCC_1$ 及 $\triangle BC_1B_1$ ハ同一底邊ニテ等シキ高サヲ有スルノデアルカラ面積ガ等シクナルノデアル。

此方法ヲ應用シテ $\triangle ABC$ ヲ等積ニシテ且ツ與ヘラレタル高 h_1 ヲ有スル他ノ三角形ニ變形スルニハ Fig. 17 ニ於テ底 AB ヨリ h_1

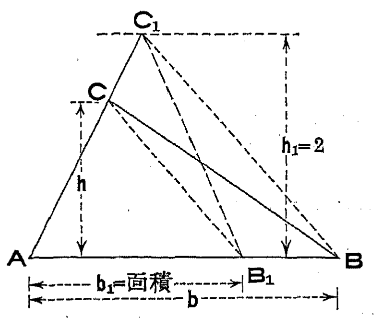

Fig. 17.

ノ距離ニテ AC 邊上ニ一點 C_1 ヲ設ケ C_1B ニ平行ニ CB_1 ヲ引ク而シテ C_1B_1 ヲ結ベバ $\triangle AB_1C_1=\triangle ABC$ トナル, 而シテ此與ヘラレタル高 $h_1=2$ ナラシムレバ求メタル底 AB_1 ハ三角形ノ面積ヲ與ヘル事トナル。

2. 四邊形 (Quadrilateral)

a. 矩形及平行四邊形 (Rectangle & Parallelogram).

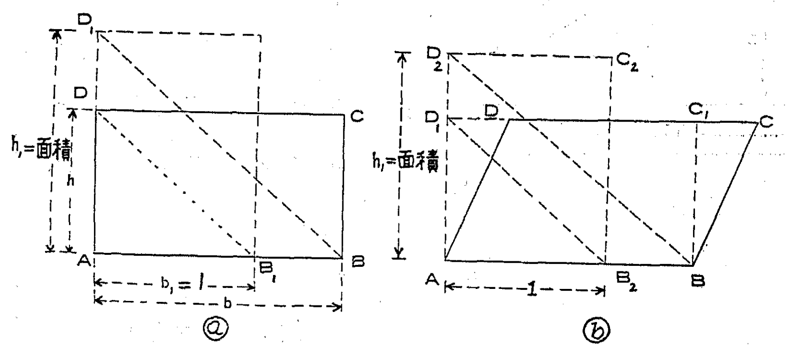

Fig. 18.

ABCD ナル矩形(平行四邊形ハ等積ノ矩形ニ變形シ)ヲ等積ヲ有シ且底 b_1 ヲ有スル如キ他ノ矩形ニ變形スルニハ底邊ニ沿ヒ $AB_1=b_1$ トシ B カラ B_1D ニ平行ニ BD_1 ヲ引ク時ハ D_1 ニテ表ハサレル $AD_1=h_1$ ハ求ムル矩形ノ高サデアル,即チ

$$b:b_1=h_1:h \qquad \therefore \quad b.h=b_1.h_1$$

$$\therefore \quad AB_1C_1D_1=ABCD$$

今若シ始メニ置イタ $AB_1=b_1=1$ (單位長)トスレバ

h_1=求ムル矩形ノ面積,

全ク同樣ニ平行四邊形 ABCD ハ等積ノ矩形 ABC_1D_1 ニ變形シタ後ⓑ圖ノ如ク作圖セラレル。

b. 梯形 (Trapezoid). 與ヘラレタ梯形ヲ之ト等シキ面積ヲ有スル平行四邊形ニ變形スルニハ其平行ナラザル邊例ヘバ CB ヲ E ニテ二等分シ E ヲ通リ AD ニ平行線ヲ引ケバ $ABCD=AB_1C_1D$ (Fig 19 參照)次ニ此面積ヲ線長ニテ表ハス作圖ヲ行フニハ前述セル所ト同樣ニ底邊=1 トナル樣ナ矩形ニ變形セバ其高サガ面積ヲ與ヘル。

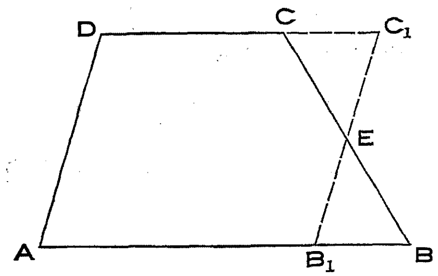

Fig. 19.

c. 不規則四邊形. 先ヅコレヲ等積ノ三角形ニ變形スル爲メニ對角線 BD ヲ引キ (Fig. 20 參照) C カラコレニ平行線 CB_1 ヲ引キ D ト B_1 トヲ結ブトキハ $\triangle AB_1D=ABCD$ トナル,何トナレバ $\triangle DCB=\triangle DB_1B$ トナルカラデアル,斯クテ等積ノ三角形ヲ得タル後三角形ノ求積法トシテ説明シタル所ヲ應用シ $\triangle AB_1D=\triangle AB_2D_2$ ナラシメタ時其高 $h_1=2$ ト置ケバ底 AB_2 ハ求ムル面積ヲ與フ。

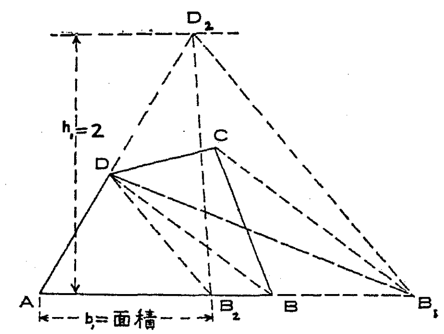

Fig. 20.

3. 多邊形 (Polygon).

多邊形ノ面積ハ四邊形ヲ三角形ニ變形シタト同方法ニテ其邊

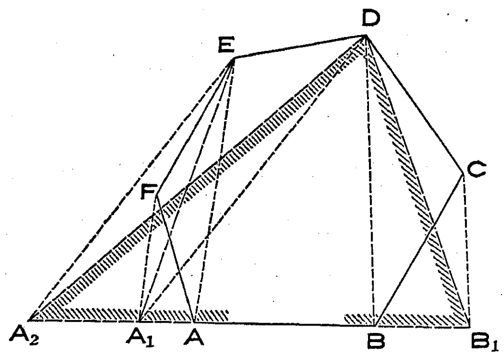

Fig. 21.

數ヲ順次ニ少ナクシ遂ニ三角形ニ至ラシメテ求メラレル,即チ Fig. 21 ニ示ス如キ六邊形ニ於テハ

$CB_1 \parallel BD$, $\triangle BB_1D=\triangle BCD$

ナラシメ更ニ

$A_1F \parallel AE$, $\triangle AA_1E=\triangle AFE$

ナラシメル,同様ニシテ最後ニ求メタル

$\triangle A_2B_1D=ABCDEF.$

三角形ノ求積ハ前述シタ方法ニ據ル。

二ツノ直線ノ間ニアル折線 ABCD ニテ形成セラレタ圖形ヲ A ヲ通ズル直線ニテ其左右相等シキ面積ヲ保有スル如ク分割センニハ先ヅ

$CC_1 \parallel BD$, $\triangle BC_1D=\triangle BCD$

ナラシメ全ク同様ニシテ

$BD_1 \parallel AC_1$, $\triangle AD_1C_1=\triangle ABC_1$

トスレバ直線 AD_1 ハ求ムルモノデアル。

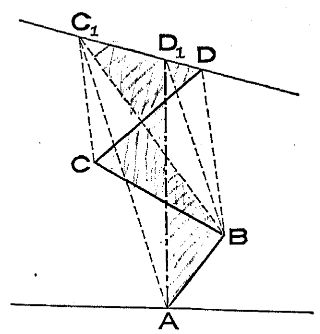

Fig. 22.

4. 扇形及弓形 (Circular sector & Segment)

扇形 OAB ニ於テ弧長 $AB=b$ トスレバ

$$\frac{\text{扇形 OAB}}{\pi r^2}=\frac{b}{2\pi r}$$

$$\therefore\ \text{扇形 OAB}=\frac{1}{2}r.b. \cdots\cdots(3)$$

此關係ヨリ明カナル如ク扇形面積ハ底 b 高 r ナル三角形ニテ表

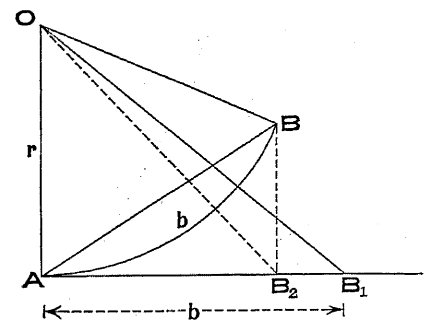

Fig. 23.

ハシ得ル,故ニ A ニ於テ弧ニ切線ヲ引キ此切線上ニ精密ニ弧長ヲ $AB_1=b$ ト置ク,斯クテ求メラレタ $\triangle AOB_1$ ガ扇形 OAB ノ面積ヲ表ハス。

弓形 AB ノ面積ヲ求メンニハ OA ニ平行ニ BB_2 ヲ引キ OB_2 ヲ結ベバ $\triangle AOB$ ト $\triangle AOB_2$ トハ相等シ,故ニ扇形カラ $\triangle AOB$ ヲ引イタ殘リノ弓形 AB ハ $\triangle B_1B_2O$ ニテ與ヘラレルノデアル。

モシ圓弧ガ非常ニ扁平ナル時ニハ此曲線ヲ拋物線ト見ルモ差支ナク拋物線形ハ次ノ如クシテ矩形又ハ三角形ニ直シ得ル,即チ

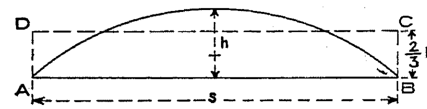

Fig. 24.

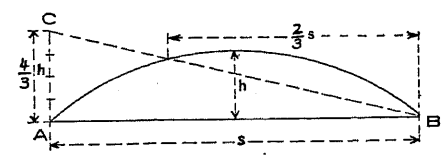

Fig. 25.

Fig. 24 ニ示ス如ク同一底ヲ有シ高ガ拱矢 (Rise) ノ $\frac{2}{3}$ ナル矩形又ハ Fig. 25 ノ如ク高ガ拱矢ノ $\frac{4}{3}$ ナル三角形ト見テ充分精密デアル。

[II] 重心ノ圖式算定法 (Graphical determination of the center of gravity).

1. 三角形。

任意邊 AB ノ中點 D ヲ頂點 C ニ結ベバ此直線 CD ノ上ニ重心ノ存スル事ヲ知ル,即チ CD ハ一ツノ重心線 (Gravity line) デアル,同様ニ又 AC 邊ノ中點 E ヲ對頂 B ニ結ベバコレモ一ツノ重心線デアル,故ニコノ二ツノ重心線ノ交點 S ハ求ムル所ノ重心デアル。

又ハ一本ノ CD 又ハ BC ノミニテ重心ノ位置ヲ知ル事ヲ得ル,即

チ重心ハ底カラ高サノ$\frac{1}{3}$ノ點ニ存スル事ヲ知ルガ故ニ CD 又ハ BE ヲ三等分シタ點 S ガ求ムル重心デアル。

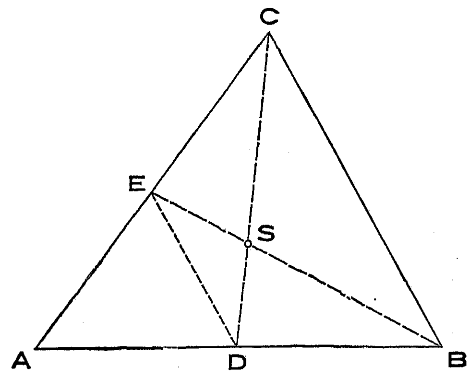

Fig. 26.

2. 四邊形。

其整正ナルモノ卽チ平行四邊形,矩形及正方形ハ何レモ其二ツノ對角線ヲ以テ二ツノ等シキ三角形ニ分チ得ルガ故ニ此二ツノ重心線ノ交點ニヨリテ重心ガ與ヘラレル。

梯形. Fig. 27 ニ於ケル梯形 ABCD ノ平行二邊 AB 及 CD ノ中點 E 及 F ヲ結ベバ EF ハ一ツノ重心線デアル,他ノ重心線ハ次ノ如クニシテ求メラレル,梯形ヲ對角線 AC ニテ二ツニ切ツタモノトセバ其各三角形 ABC 及 ACD ノ重心ハ前述ノ方法ニテ容易ニ求メラレル,今求メタ重心ヲ S_1 及 S_2 トセバ S_1 ト S_2 トヲ結ブ線ハ一ツノ重心線トナル,故ニ前ノ EF ナル重心線ト S_1S_2 ナル重心線トノ交點ハ求ムル重心 S デアル。

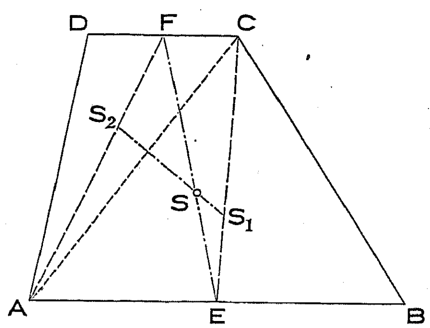

Fig. 27.

更ニ梯形ニ於ケル簡單ナル他ノ解法ヲ說明センニ玆ニ與ヘラレタル梯形ノ平行邊 AB 及 CD ヲ各反對ノ方向ニ延長シ AB ヲ右ヘ長 CD=b' ダケ,又 CD ヲ左ヘ長 AB=b ダケ延長シ求メタ二點 G

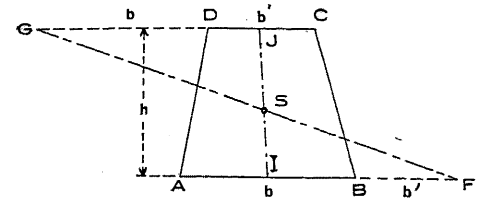

Fig. 28.

及 F ヲ結ビコノ線ト前述シタ AB 及 CD ノ中點 I 及 J ヲ結ブ重心線トノ交點ガ求ムル重心デアル。

此事實ヲ證明スルタメ AB,CD ヲ左右共ニ延長シ Fig. 29 ニ示ス如ク採リ GF,EH ヲ結ビ其交點ヲ S トシ S ガ AB 邊トノ隔リヲ y_1,CD 邊トノ隔リヲ y_2 トス,今梯形ヲ對角線 AC ニヨツテ二分スレバ出來タ二ツノ三角形ハ面積 $\frac{b'h}{2}$ 及 $\frac{bh}{2}$ ヲ有ス,故ニ梯形 ABCD ノ底 AB ニ對スル力率ハ

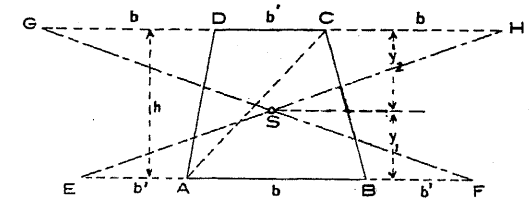

Fig. 29.

$$M=\frac{b.h}{2}\cdot\frac{h}{3}+\frac{b'h}{2}\cdot\frac{2h}{3}=\frac{b+2b'}{6}h^2$$

從ツテ其重心ノ位置ハ此力率ヲ面積 $F=\frac{b+b'}{2}h$ デ割ツテ求メラレ底邊ヨリ

$$\left.\begin{aligned} y_1&=\frac{1}{3}\,\frac{b+2b'}{b+b'}\,h \\ \text{全ク同樣ニシテ頂邊ヨリノ距離ハ}\quad & \\ y_2&=\frac{1}{3}\,\frac{2b+b'}{b+b'}\,h \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

從ツテ

$$\frac{y_1}{y_2}=\frac{b+2b'}{2b+b'}$$

ヲ得,コレハ S 點ガ重心ナルタメノ $\frac{y_1}{y_2}$ ノ比デアル,然ルニ Fig. 29 ニ於テ發見シタ S 點ノ位置ハ明カニ此條件ニ適合スル.故ニ S ハ求ムル重心デアル.

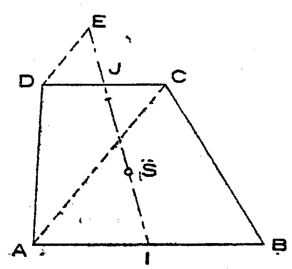

Fig. 30.

梯形ノ重心算定ノ他ノ簡單ナル方法ハ Fig 30 ニ示ス如ク對角線 AC ニ平行ニ D ヲ通ズル線ヲ引キ其平行邊 AB 及 CD ノ中點 I 及 J

ヲ結ブ重心線トノ交點ヲEトセバ IS=$\frac{1}{3}$IE ナル如キS點ハ求ムル梯形ノ重心デアル。

此事實ヲ證明センニハ Fig. 31 ノ如ク EF ∥ AC, CG ∥ IJ ヲ引ケバ △IEF ト △ACG トニ於テ

$$h':\left(\frac{b}{2}+b'\right)=h:\left(\frac{b}{2}+\frac{b'}{2}\right)$$

$$\therefore\ h'=\frac{b+2b'}{b+b'}h$$

$$y_1=\frac{1}{3}h'=\frac{1}{3}\,\frac{b+2b'}{b+b'}\,h$$

コレ前ニ求メタ重心ノ位置 y_1 ヲ示ス(4)式ト一致スルモノデアル.故ニ S ハ求ムル重心デアル。

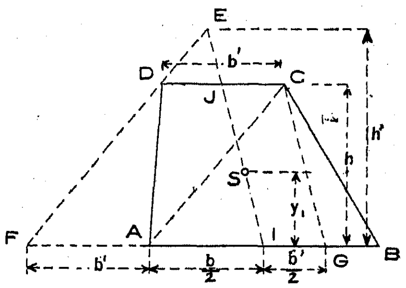

Fig. 31.

不規則四邊形ノ重心ヲ求メンニハ Fig. 32 ニ示ス如ク對角線 AC ニテ二ツノ三角形ニ分チ其重心ヲ求メテ夫々 S_1 及 S_2 トスレバ S_1 ト S_2 トヲ結ブ線ハ一ツノ重心線トナル,全ク同樣ニ他ノ對角線 BD ニテ二ツノ三角形ニ割リ其各々ノ重心ヲ S_3 及 S_4 トスレバ S_1S_2 及 S_3S_4 ノ二線ノ交點ハ求ムル重心 S デアル。

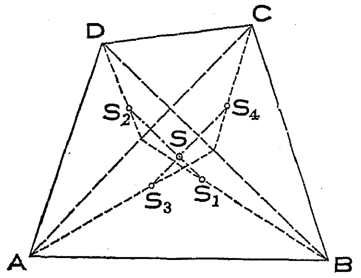

Fig. 32.

3. 多邊形。

多邊形ノ重心ヲ求メンニハ對角線デコレヲ數多ノ三角形ニ分チ其三角形ノ重心ヲ既ニ説明シタ方法デ決定スル,次ニ各三角形ノ面積ヲ各其重心ニ於テ任意方向ニ働ク力ト考ヘテ力邊形及平衡多邊形ヲ作レバ其多邊形ノ兩端邊ノ交點ヲ通ジテ其方向ニ全面積

ガ働ク事ヲ知ル,コレ卽チ一ツノ重心線デアル,第二ノ重心線ハ各三角形ノ面積ヲ其重心ニ於テ他ノ方向ニ働ク平行力ト考ヘレバ同樣ニシテ求メラレ此見出シタ二ツノ重心線ノ交點ガ其多邊形ノ重心ヲ與ヘルノデアル。

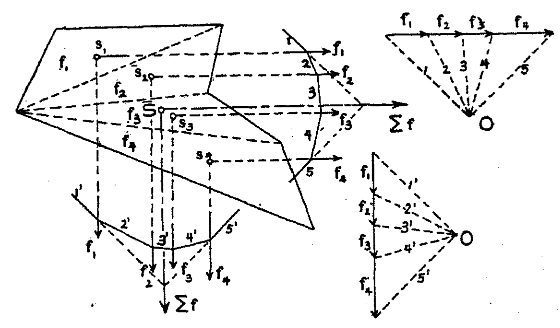
Fig. 33.

Fig. 33 ハ前述ノ方法デ不規則六邊形ノ重心ヲ求メタノデアル,圖上ニテハ便宜上一ツノ平行力ヲ垂直,他ヲ水平ニ置キアルモコレハ何レノ方向デモヨイノデアル,三角形一個一個ノ面積ハ計算カラモ又圖式カラモ求メルコトガ出來ル。

4. 複成形 (Compound figures)

複成形ノ場合ニハ先ヅ面積ノ容易ニ計算出來且ツ重心ノ定メ易イ簡單ナル形ニ分割スル,然ル後各面積ヲ夫々ノ重心ニ作用スル平行力ト考ヘ力邊形及索邊形ニヨツテ二ツノ重心線ヲ求メ其交點トシテ重心ヲ定メルノデアル。(Fig. 34 參照)

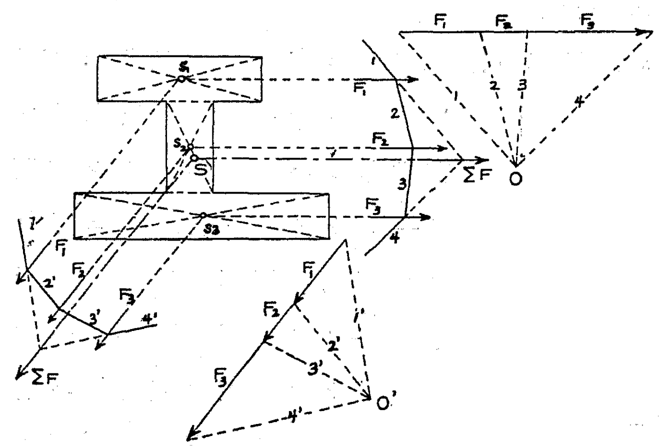
Fig. 34.

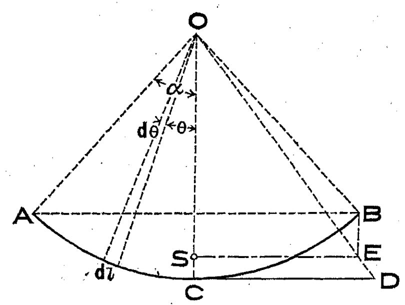

Fig. 35.

5. 扇形及弓形

圓弧 (Circular arc) ノ重心ヲ求ムル場合ヲ先ヅ說明セン=Fig. 35=於テ圓弧 CB ノ長サヲ直線 CD ノ長サ=等シク採リ OD ヲ結ブ,次= BE 線ヲ OC =平行=引キ E ヲ通ジテ ES ヲ AB =平行=作レバ其 OC 線トノ交點 S ハ求ムル重心デアル。

〔證明〕圓弧ノ極微長 dl ヲ採ツテ考ヘ其 O 點=對スル力率ハ $r.\cos\theta.dl=r^2.\cos\theta.d\theta$ デアル故=全圓弧=對シテハ之ヲ積分シ

$$\text{靜力率}=2\int_o^\alpha r^2.\cos\theta.d\theta=2r^2\sin\alpha$$

又今圓弧長 AB$=2l$ トセバ重心ノ位置 OS$=y$ ハ

$$y=\frac{2r^2\sin\alpha}{2l}=\frac{r^2.\sin\alpha}{l}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

然ル=前掲ノ作圖方法=據レバ

$$y=\mathrm{OS}=\frac{\mathrm{SE.OC}}{\mathrm{CD}}=\frac{r.\sin\alpha.r}{l}=\frac{r^2.\sin\alpha}{l}$$

故=S ハ求ムル圓弧ノ重心ヲ示ス。

扇形ノ重心ヲ求メン=扇形ハ頂點ヲ O =有スル小三角形 Oab ノ集リト考ヘル事ガ出來且ツ其重心 s ハ O ヲ中心トシ半徑ヲ $\frac{2}{3}r$ トスル圓弧ノ上=存在スルガ故=扇形ノ重心ハ結局半徑 $\frac{2}{3}r$ ノ圓弧ノ重心ト一致スル事トナル,從テ其解法ハ前述圓弧=於ケルト全ク同樣=行フコトヲ得ルノデアツテ

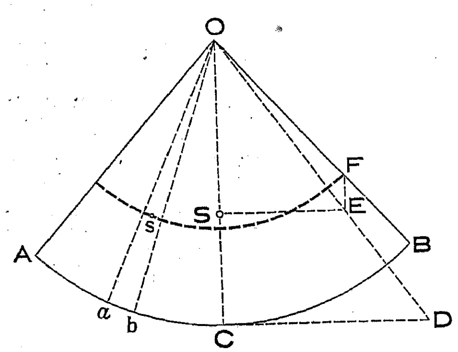

Fig. 36.

Fig. 36 =示ス如ク先ヅ弧 CB ノ長サヲ直線 CD =等シク取リ OD ヲ結ブ,次= OB ヲ F =三等分シ F ヨリ OC =平行線 FE ヲ引イテ其 OD 線ト交ル點ヲ E トシ E ヨリ OC =垂線ヲ下シテ S ヲ得ルトセバ S ハ求ムル重心デアル。

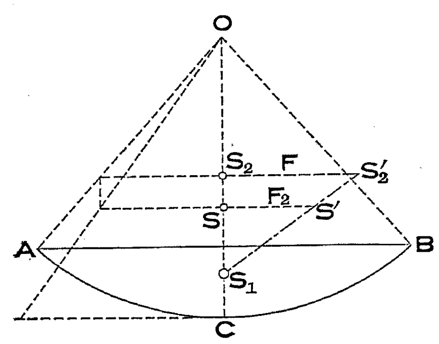

Fig. 37.

弓形ノ重心ヲ求メン=ハ Fig. 37 =於テ先ヅ扇形 OACB ノ重心 S, 其面積 F, 三角形 OAB ノ重心 S_2 其面積 F_2 ヲ求メタル後 OC 線=直角ナル方向=於テ $S_2S'_2=F$ (扇形全面積), $SS'=F_2$ (三角形面積) ヲ置キ $S_2'S'$ ヲ結ビテコレヲ延長シ OC 線ト S_1 =交ラシムレバ S_1 ハ求ムル弓形ノ重心トナル。

何トナレバ今 S_1 ヲ求ムル弓形ノ重心トスレバ扇形ノ重心 S =働ク扇形總面積 F ハ三角形重心 S_2 =働ク三角形面積 F_2 ト弓形重心 S_1 =働ク弓形面積 F_1 トノ合成力=相當スル故=今此等面積ノ S_1 點=對スル力率式ヲ立テレバ

$$F\times S_1S=F_2\times S_1S_2$$

$$\therefore\ \frac{S_1S}{F_2}=\frac{S_1S_2}{F}$$

然ル=作圖ヲ行ツタ結果ヲ見レバ此條件ガ滿足セラレ居ルヲ見ル.故= S_1 ハ求ムル弓形ノ重心デアル。

弓形ガ扁平ナル場合=ハ之ヲ拋物線形ト考ヘテ差支ナキ事ハ前述シタ通リデアル,然ル時ハ拋物線形ノ重心ハ其拱矢 h ノ $\frac{2}{5}$ =アル事ヲ知ルガ故= Fig. 38 =示ス如ク作用シテ其重心ヲ求ム

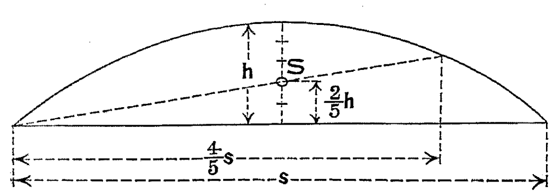

Fig. 38.

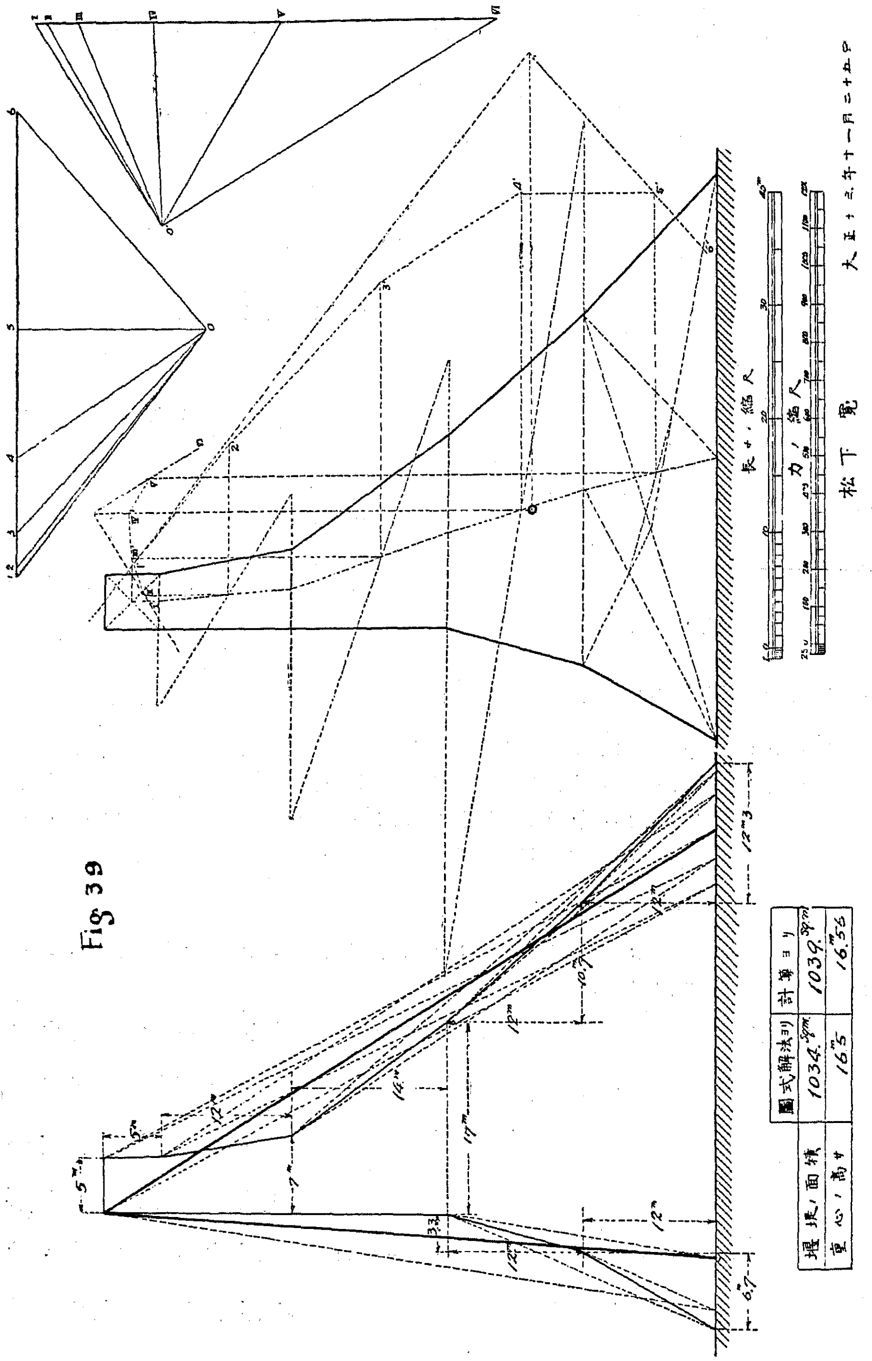

Fig 39

圖示ノ堰堤斷面ニ就キ其斷面積及重心ヲ求ムル事

ル事ヲ得ル。

例題第二 Fig. 39ニ示ス堰堤斷面ノ面積及重心ヲ求ム。

答。 Fig. 39 參照。

左圖ハ面積ヲ求ムル作圖,右圖ハ重心ヲ決定スル作圖デアツテ其說明ハ之ヲ略スル,讀者就イテ其詳細ヲ檢セラレタイ。

第五節 靜力率 (Statical Moment of Forces)

一ツノ力 P ノ或中心或ハ或極ニ對スル**靜力率** (Statical moment) トハ其力 P ト其中心カラ力迄ノ垂直距離 e トノ積ヲ意味スル,此力率ヲ M トセバ

$$M=P.e \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

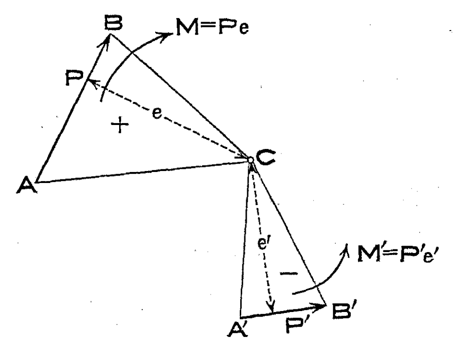

Fig. 40.

卽チ幾何學的ニハ力 AB ヲ底トシ其中心 C ヲ頂點トスル三角形 ABC ノ面積ノ二倍ニ相當スル,而シテ其力率ノ方向(Sense)ハ力ノ方向カラ自ラ定マル,例ヘバ Fig. 40 ニ示シタ P ナル力ト P′ ナル力トノ力率ハ其方向ニ於テ相反スル,何トナレバ P ノ力率 P.e ハ右廻リ (Clockwise) デアツテ普通正トスベキニ對シ P′ ノ力率 P.′e′ ハ左廻リ (Counterclockwise) デアルカラ負ノ力率デアル。

定理, 一平面內ニ働ク幾多ノ力ガ同平面內ノ或點ニ關スル力率ノ和ハ其合成力ノ同點ニ關スル力率ニ等シ。

此事實ヲ證明スル爲メニ Fig. 41 ニ於テ P_1, P_2 ノ二力ヲ考ヘ其合成力ヲ R.力率ノ中心ヲ C トス,今此二力 P_1, P_2 ノ交點 A ヲ中心 C ニ結ビ AC 線ニ直角ニ CF ヲ引キ此 CF 線ヘ力 P_1, P_2 及 R ヲ投射シタモノトスレバ

$CE=P_1$ ノ投射 $=P_1'$

$EF=P_2$ ノ投射 $=P_2'$

$CF=R$ ノ投射 $=R'$

P_1 ノ C ニ對スル力率　$M_1=2.\triangle ABC=AC.P_1'$

P_2 ノ C ニ對スル力率　$M_2=2.\triangle ADC=AC.P_2'$

R ノ C ニ對スル力率　$M=2.\triangle AGC=AC.R'$

而シテ $R'=P_1'+P_2'$ ナル事ハ圖上ニ明カナル故ニ

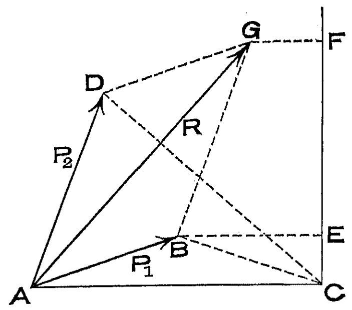

Fig. 41.

$$M=AC.R'=AC(P_1'+P_2')=M_1+M_2.$$

此定理ヲ應用シテ與ヘラレタル多クノ力ノ力率ヲ求メンニハ先ヅ此多クノ力ノ合成力ヲ求メ其合成力ガ與ヘラレタル中心ニ對スル力率ヲ求ムレバヨイノデアル。

(I). 同一面內ニアル數多ノ力ノ靜力率ヲ求ムル事。

茲ニ與ヘラレタル四面力 P_1, P_2, P_3 及 P_4 ノ中心 C ニ對スル靜力率ヲ求メントスル場合ニハ先ヅ此四力ノ合成力ヲ求メネバナラヌ,卽 Fig. 42 ⓑ ノ力邊形ニ於ケル ae ハ卽チ其量ヲ示ス,其合成力ノ作用スル位置ヲ求メンニハ先ヅ ⓑ 圖ニ於テ既ニ求メタ合成力 R ニ垂直ニ H ナル極距 (Pole distance) ヲ有スル任意ノ極 O ヲ設ケ

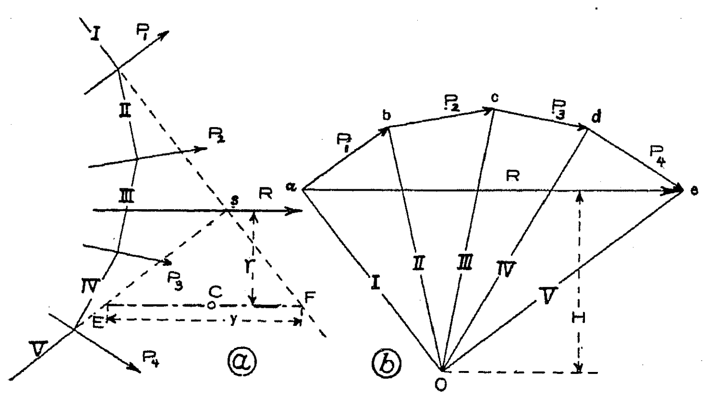

Fig. 42.

テ極射線ヲ引キ之ニ相應シテ ⓐ 圖ニ平衡多邊形ヲ作レバ其第一邊 I ト最後ノ邊 V トノ交點 s ヲ通ジテ合成力 R ノ作用スル事ヲ知ル。

斯クテ R ノ位置及方向ガ求メラレタナラバ中心 C カラノ垂直距離 r ガ容易ニ求メラレ從ツテ C ニ對スル合成力ノ力率ハ

$$M_C=R.r. \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (6')$$

此值ハ計算ニヨリテモ又ハ次ノ如ク圖式的ニモ容易ニ求メラレル,卽チコレヲ

$$\frac{M_C}{r}=\frac{R}{1}$$

ナル關係ニ置キ Fig. 43 ニ示ス如ク a ニ交ル二線ノ上ニ $ad=R, ab=1, ac=r$ ト置ケバ ce ナル線ヲ bd ニ平行ニ引イテ得ラルル ae ナル長ハ

$$ae=\frac{ad.ac}{ab}=\frac{R.r}{1}=M_C.$$

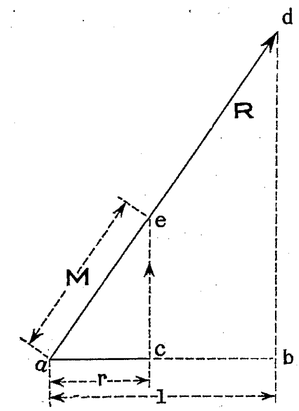

Fig. 43.

以上說明シタ力率ノ計算方法ハ次ノ如ク行フガ一層便利デアル,卽チ Fig. 42 ニ於テ與ヘラレタル中心 C ヲ通ジテ合成力 R ニ平行線ヲ引キコレガ平衡多邊形ノ最初及最後ノ邊ノ間ニ挿マレタ長 $EF=y$ トス,然レバ ⓐ 圖ト ⓑ 圖トヲ比較シテ $\triangle sEF \backsim \triangle Oae$ トナル故ニ

$$r:y=H:R$$

$$\therefore \ H.y=R.r$$

然ルニ $R.r=M_C$ ナルガ故ニ中心 C ニ對スル四力ノ力率ハ

$$M_C=H.y \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (7$$

式中　H＝合成力Rヨリ極O迄ノ極距 (Pole distance).

此法ノ便利ナル點ハ極Oハ任意ニ選ビ得ル故ニ極距Hヲ初メカラ整數(Round number)ニ採リ置ク事ガ出來ル點デアル,モシ初メニ H=1 ト置イテ作圖ヲ行ツタナラバ力率M=yトナリy自身ガ力率ヲ示ス事トナル。

尙注意スベキハR.rニテ力率ヲ計算スル場合ニRハ力ノ單位ニテ測リrハ長サノ單位ニテ測ラネバナラヌガH.yナル式ニテ力率ヲ求メル場合ニハH及yノ內何レカ一方ヲ力ノ單位ニテ他ヲ長サノ單位ニテ測レバヨイノデアル。

求メ得タル力率ノ方向ハ合成力Rノ位置及方向ニ依ツテ定マル,Fig. 42ニ示ス四力ノ合成力Rハ(a)圖ノ如クs點ヲ通ジテ右ニ向フガ故ニ中心Cニ對シテハ右廻リ即チ正力率トナル。

尙作圖ニ用ヒラレタ縮尺ニ就イテ更ニ説明ヲ加ヘテ置カウ,今力ヲ圖示スルニ力ノ縮尺トシテ假ニ 1cm=a ton ヲ表スモノトスルトキハ圖上ニ於ケル長 s_1 cm アル線分ハ as_1 ton ヲ表ス事トナル,全ク同樣ノ事實ハ長サニ就イテモ云フ事ガ出來ルノデアツテ長サノ縮尺トシテ 1cm=b m ヲ採レバ圖上長 s_2 cm アル線分ハ bs_2 m ヲ表ス事トナル,從ツテ Fig. 42 ニ於テ今力ノ縮尺トシテ 1cm=a ton, 長サノ縮尺トシテ 1cm=b m ヲ採ルトキハ其結果ヲ M=R.r ナル式ニテ計算スル場合Rノ圖上長ガ s_1 cm アリ r ノ圖上長ガ s_2 cm アルトキハ其實際ノ數値ハ as_1 ton 及 bs_2 m デアルガ故ニ解答ハ $as_1 \times bs_2 = abs_1s_2$ ton-m トナル筈デアル,更ニ Fig. 43 ノ如キ作圖ヲ行フニ當ツテ力ノ縮尺 1cm=a ton, 長サノ縮尺 1cm=b m ヲ採ルモノトシ作圖ニ於テ ac (Fig. 43參照)=1cm ト置クトキハ最後ニ求メタ力率M.ニ對スル縮尺ハ

1cm=ab ton-m トナリ圖上Mノ長サガ s cm アレバ其數値ハ abs ton-m トナルモノデアル。

M=H.yノ式ヲ用ヒテ力率ノ計算ヲ行フニ當ツテモ全ク同樣ノ關係ガ成立スルノデアツテ力ノ縮尺1cm=a ton, 長サノ縮尺1cm=b m ヲ採用シタモノトシ極距Hノ圖上ノ長ヲ c cm ニ置イタトキ求メタyノ長ガ s cm アツタトスレバ求ムル力率ハ $abcs$ ton-m デアツテH及yノ何レカヲ力ノ縮尺デ他ヲ長サノ縮尺デ測ツタトスルモ答ハ同ジデアル,斯クノ如キ場合圖式解法ニ於テ一般ニ採用サルル縮尺ノ採リ方ハH及yヲ力及長ノ別々ノ縮尺デ測ツテ掛ケ合ス代リニ直接力率ニ對スル縮尺(yノ長ヲ測ツテ力率ヲ求ムル)トシテ 1cm=abc ton-m ト採ルノデアツテ尺度ヲ用ヒテ最後ノyノ圖上長 s cm ヲ測レバ直チニ求ムル答 M=$abcs$ ton-m ガ得ラレル,以上ノ説明ニ於テハ單位トシテ cm, ton, m 等ヲ假定シタガコレハ勿論他ノ如何ナル單位ヲ用フルモ全ク同ジ譯デアル。

(II). 同一面內ニアル平行力ノ力率ヲ求ムル事。

(I) ニ説明シタ方法ハ平行力ノ力率ヲ求ムル場合ニ適用スル事ヲ得,例ヘバ平行力A,P_1及P_2ノ三力ノ中心Cニ對スル力率ヲ求メントスル場合ニハ先ヅ示力線 $abcd$ ヲ引キ合成力ノ量 ad=R ヲ知ル,此 ad ナル合成

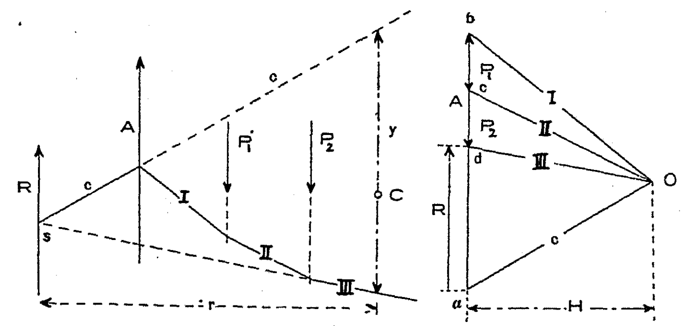

Fig. 44.

力ニ對シ極距Hヲ有スル極Oヲ擇ビOカラ各力ノ端ヘ極射線 c,I,II,III ヲ引ク,此 c ナル極射線ハ示力線ノ始點 a ニ引カレ III ハ力線ノ終點 d ニ引カレタモノトスレバ此極射線ニ平行ニ引イテ作ツタ平衡多邊形ニ於テ c 及 III ガ兩端邊トナリ R ニ平行ニ C ヲ通ジテ引イタ直線ガ此兩端邊間ニ挾マレタ長ヲ y トスレバ

$$M_C=H.y \quad \cdots\cdots(7)$$

求メタモノハ正力率デアル,何トナレバ此三力ノ合成力ハ量ハ ad ナルガ其位置ハ端邊 c ト III トノ交點 s ヲ通ジテ上方ニ働クガ故ニ中心Cニ對シテハ右廻リ卽チ正デアル。

此解法ヲ應用スル時ハ次ニ述ベル如キ極メテ重要ナル問題ヲ解クコトガ出來ル。

今 $P_1,P_2,\cdots,P_6$ ノ如キ平行力ガ與ヘラレタ場合此等ノ全體ノ力ガ或一ツノ中心Cニ對スル力率及ビ其內ノ或力例ヘバ P_1,P_2,P_3 ダケノ力ガ他ノ中心 C_1 ニ對スル力率ヲ同一ノ圖上ニ求ムル事ガ出來ル。

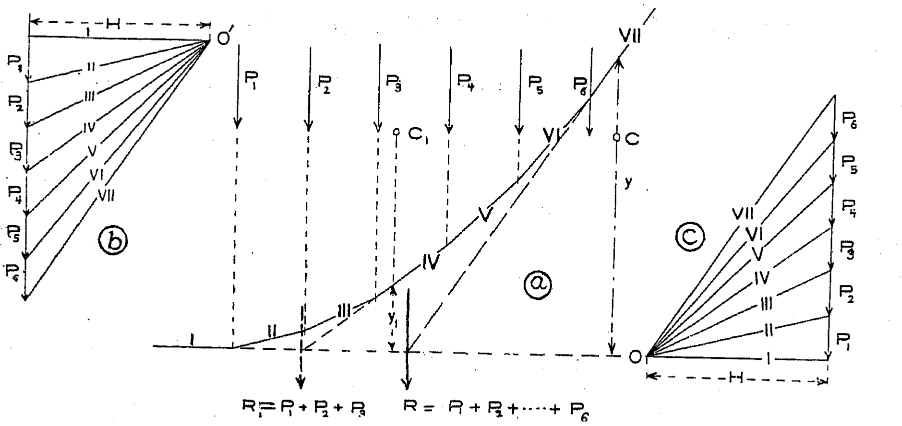

Fig.　45.

先ヅ Fig, 45 ⓑ 又ハ ⓒ ノ如ク與ヘラレタ力 $P_1,P_2,\cdots P_6$ ヲ其順序ニ置キ(ⓑ圖ニテハ上ヨリ下ニ順次ニ,ⓒ圖ニテハ下ヨリ上ヘ順次ニ)任意ノ極距Hヲ以テ第一極射線ガ力ノ方向ニ直角トナル樣ニ極Oヲ採リ(卽チⓑ圖ニ於テハO,ⓒ圖ニ於テハO')其極射線ニ平行ニ平衡多邊形ヲ作リ其第一邊ヲ延長スル,次ニ與ヘラレタル力率中心Cヲ通ジテ力ニ平行ナ線ヲ引キ,コレガ兩端邊I及VIIノ間ニ挾マレタ長ヲyトスル,然レバ $P_1,P_2,\cdots,P_9$ ナル全部ノ力ノC點ニ對スル力率ハ

$$M_C=-H.y$$

負號ヲ採レルハRナル力ガ下向ニ且ツC點ノ左方ニ働キ左廻リノ力率トナルカラデアル。

同樣ニ P_1,P_2,P_3 ナル三力ガ C_1 點ニ對スル力率ノ和ハ

$$H_{c_1}=-H.y_1.$$

上述ノ結果ハ次ノ如ク云ヒ表ハシ得ル。

「平行力ニ對スル平衡多邊形ニ於テ其第一邊ヲ力ノ方向ニ直角ニ作リ之ヲ横距軸トスル時ノ其多邊形ニヨツテ生ズル縱距ハ其縱距線上ニ存スル力率中心ニ對スル其縱距ヨリ前方ニアル力ノ力率ニ比例ス。」

第六節

空間ニ於ケル力ノ靜力率及合成力

(I). 平行力ノ靜力率及合成力。

平行力 $P_1,P_2,\cdots P_6$ ガ空間ニ存在スル時其力ノ方向ニ直角ナル平面Eヲ假定シ此等ノ平行力ハ此面ヲ夫々 $A_1,A_2,\cdots A_6$ ニ於テ切合フ

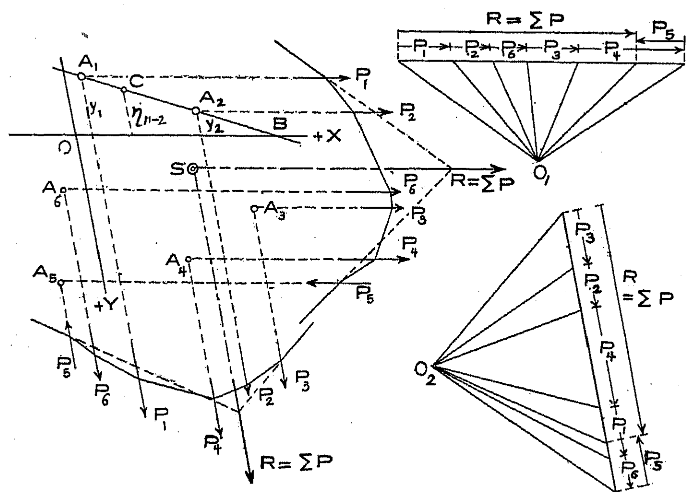

Fig.　46.

モノトス,卽チ Fig. 46 ニ於テ紙面ガ此平面ニ相當シ力ハ紙面ニ直角ニ作用スルモノト假定スル,今 P_m (m ナル文字ヲ附シテ一般的ノ意ヲ表ス)ナル力ハE平面ヲ A_m 點ニテ切ルモノト考ヘ其 A_m 點ノ座標ガ (x_m, y_m) ニテ與ヘラルル時ハ

$$P_m.\,x_m,\quad P_m.\,y_m$$

ヲX及Y軸ニ對スル P_m ノ**靜力率** (Statical moment) ト云フ,而シテ與ヘラレタル力 $P_1, P_2, \cdots, P_6$ ノ合成力RガE平面ヲ切ル點Sノ座標ヲ ξ, η トスレバ此合成力ト各個ノ力トノ力率ノ關係ハ次式ニテ與ヘラレル。

$$\left.\begin{array}{l} R.\eta = P_1y_1 + P_2.y_2 + \cdots\cdots + P_6.y_6 = \Sigma P.y \\ R.\xi = P_1x_1 + P_2.x_2 + \cdots\cdots + P_6.x_6 = \Sigma P.x \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

卽チ任意軸ニ對スル合成力Rノ力率ハ與ヘラレタル各個ノ力ノ其軸ニ對スル力率ノ和ニ等シ。

此證明ハ容易ニ次ノ如ク行ハレル.先ヅ與ヘラレタ多クノ力ノ內ノ何レカ二力例ヘバ P_1, P_2 ノ存在スル平面E′(此平面ハE平面卽チ紙面ニ直角デアル)ヲ考ヘ此二力ヲ合成シテC點ニ働ク R_{1-2} ヲ得タモノトシE′平面ガX軸ヲ切ル點ヲBトセバ此點ニ對スル R_{1-2} ノ力率ハ勿論同點ニ對スル P_1 及 P_2 ノ力率ノ和ニ等シ

キガ故ニ

$$R_{1-2}.\,\overline{CB} = P_1.\overline{A_1B} + P_2.\overline{A_2B}$$

從ツテ今此C點ノ縱距ヲ圖示ノ如ク η_{1-2} トスレバ明カニ

$$R_{1-2}.\ \eta_{1-2} = P_1.y_1 + P_2.y_2$$

次ニ今求メタ R_{1-2} ト P_3 ナル力トヲ含ム平面ニ就イテ此二力ヲ合成スレバ R_{1-3} ヲ得ベク更ニ R_{1-3} ト P_4 トヲ合成シテ P_{1-4} ヲ得,順次カクノ如ク進メバ次式ノ關係ヲ得ル。

$$R_{1-3}.\ \eta_{1-3} = R_{1-2}.\ \eta_{1-2} + P_3.y_3 = P_1.y_1 + P_2.y_2 + P_3.y_3$$

$$R_{1-4}.\ \eta_{1-4} = R_{1-3}.\ \eta_{1-3} + P_4.y_4 = P_1.y_1 + P_2.y_2 + P_3.y_3 + P_4.y_4$$

此結果ハ(8)式ニ示ス如ク合成力ノX軸ニ對スル力率ハ各個ノ力ノ同軸ニ對スル力率ノ和ニ等シキ事ヲ示ス,全ク同樣ニシテY軸ニ對スル(8)式ヲ證明スル事ヲ得ル。

(8)式ヲ用フレバS點ノ座標ニ對シテ次ノ値ヲ得。

$$\eta = \frac{\Sigma P.y}{\Sigma P},\quad \xi = \frac{\Sigma P.x}{\Sigma P}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

尙圖式的ニS點ノ位置ヲ求メンニハ與ヘラレタ力ガ平面Eニアルモノノ如ク考ヘテ初メ先ヅX軸ニ平行ニ次ニハY軸ニ平行ニ働ク力ト考ヘ其各々ノ場合ニ就イテ平衡多邊形ノ作圖ヲ應用シ此二方向ニ於ケル合成力ノ位置ヲ求ムレバ其交點Sガ求ムル合成力RノE平面ニ於ケル作用點トナル。

此作圖ニ於テ注意スベキ事ハ力Pノ方向デアツテ正負相混ズル時ニハ誤ナクク之ヲ區別セネバナラヌ,例ヘバ Fig. 46 ニ於テハ P_5 ノミガ他ノ力ト異ナル方向ヲ有スルガ故ニX軸ノ方向ニツキ考フル場合ニモY軸ノ方向ニ就キ考フル場合ニモ其方向ハ逆ニ採ラレネバナラヌ事ヲ示ス。

(II). 任意ノ力ノ合成。

任意ノ方向ヲ有シ且ツ空間ノ任意ノ點ニ働ク力ヲ合成スルニ

ハ先ヅ任意ニ茲ニ平面Eヲ考ヘ其與ヘラレタル力トノ交點ヲ決定シ而シテ此點ニ於テ力ヲ平面Eニ垂直ト平行トノ二ツニ分ツ,然ル後平面Eニ垂直ノ總テノ分力ハ(I)ニ述ベタ方法デ合成シ其合成力ヲNトスル,一方E平面ニ平行ニ働ク分力ハE平面ノ上ニアル力デアルカラ本章第三節ニ説明シタ方法デ合成シコレヲQトスル,此二段ニ分チ求メタNトQトガモシ交ルナラバコレヲ合成シテ一ツノ合成力ヲ求ムル事ガ出來ル,モシNトQトガ交ラナケレバ其儘二力トシテ存シ之ヲ一力ニ合成スル事ハ出來ナイ。

今若シ與ヘラレタ力ガ任意面Eニ平行ニ作用スル如キ場合ニハ此平面トノ交點ガ求メ得ラレナイ,從ツテ前述ノ方法ハ應用スル事ガ出來ナイ,此場合ニハ次ノ如キ解法ヲ用ヒル Fig. 47ニ於テ與ヘラレタル力ヲPトセバ此Pト交リ平面Eニ直角ナル等シクシテ反對ニ向フ任意ノ二力P′及P′ヲ作用セシメタモノト考ヘル,然レバ此P′ト與ヘラレタPトヲ合成シテP″ナル傾斜力ヲ得其E平面トノ交點ヲ求メル事ガ出來ル,今此交點Aニ於テP″ヲPトP′トニ分解シタモノト考フレバ此P′ハ他ノ一ツノP′トニテ一ツノ偶力率M=P′.eヲ生ジ同時ニ切線分力Pハ平面ニ沿フテ作用スル事トナル,換言スレバ空間ニ働クPハ任意平面内ニ作用スルPト今一ツノ偶力率Mトニ分解セラレ得ルノデアル。

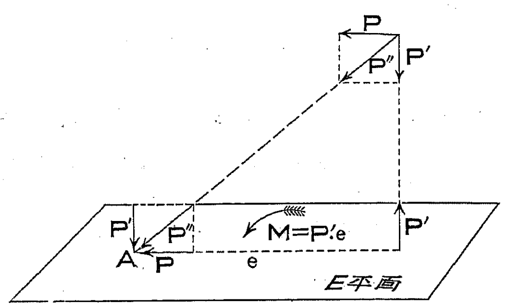

Fig. 47.

第七節 平行面力ノ高次力率

(Higher Moment of Parallel Forces in the Same Plane)

(I). **クールマン氏法** (Culmann's metheod)

Fig. 48ニ於テ $P_1,P_2,\cdots P_5$ ヲ同一平面内ニ作用スル平行力トシ其平面内ニアル平行軸LLヨリ同一方向ニ測ツタ距離ヲ $x_1,x_2,\cdots,x_5$ トス,然ル時ハ力ト距離トノ積ノ和

$$P_1.x_1^n+P_2.x_2^n+P_3x_3^n+\cdots\cdots=\Sigma P.x^n$$

ヲLL軸ニ對スル力Pノ n 次ノ力率ト云フ,其 $n=1$ ナル時ニハ靜力率, $n=2$ ナル時ニハ慣性能率(Moment of inertia)ト云フ。

今若シ或力Pニ對シ $P.x^{n-1}$ ノ値ヲ知ルモノト假定セバコレヨリ一次高キ $P.x^n$ ナル力率ハ

$$P.x^n=(P.x^{n-1}).x$$

ナル關係ヨリ $(P.x^{n-1})$ ナル力ヲ考ヘ其LL軸ニ對スル靜力率ヲ求メレバ $P.x^n$ ヲ得ルノデアル,即チ此理ヲ應用シテ高次力率ハ容易ニ求メラレルノデアツテ先ヅ與ヘラレタル力ノ靜力率ヲ求メ次ニ之ヲ力トシテ第二ノ靜力率即チ二次力率ヲ得更ニ之ヲ力トシテ三次力率ヲ得,順次斯クノ如ク反復シテ n 次ノ力率ヲ求メ得ルノデアル。

Fig. 48 ⓑニ於テ與ヘラレタ力 $P_1,P_2,\cdots\cdots$ ヲ置イテ示力線FNヲ作リ x ヲ測ツタト同ジ方向ニ極距Hヲ測ツテ極Oヲ定メ極射線I,II,…,VIニ平行ニ平衡多邊形ABCDEヲ作ル,其多邊形ノ各邊ヲ延長シタモノガ軸LLヲ1,2,3,…ニテ切ツタモノトス,然ル時ハ

茲ニ生ジタ三角形 $\left\{\begin{array}{l}1A2,\ 2B3,\ 3C4,\ 4D5,\ 5E6\\ FOG, GOJ, JOK, KOM, MON\end{array}\right.$ ハ夫々相似トナリ且ツ極距Hハxノ方向ニ測ラレ居ル故ニ次ノ比例式ヲ得ル。

$$x_1:\overline{12}=H:P_1,\quad x_2:\overline{23}=H:P_2,\cdots\cdots$$

故ニ $$P_1.x_1=H.\overline{12},\quad P_2.x_2=H.\overline{23},\cdots\cdots$$

$$\therefore\quad \Sigma P.x=H(\overline{12}+\overline{23}+\overline{34}+\cdots\cdots\cdots\cdots)$$

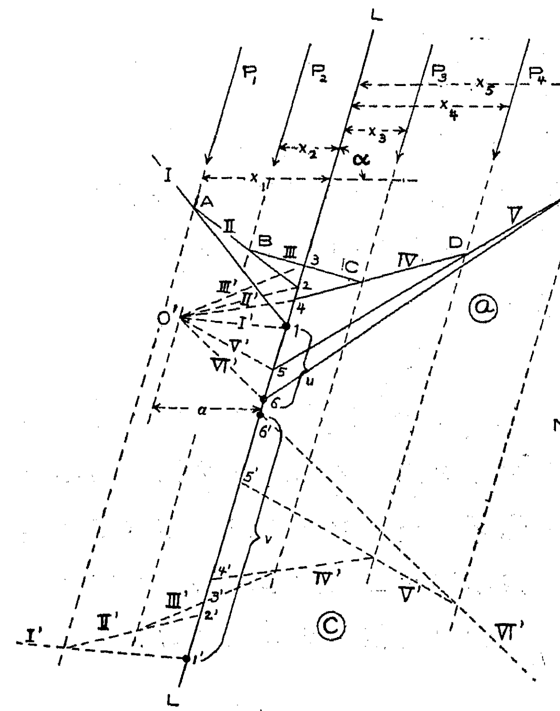

Fig. 48.

而シテ此式ノ右邊括弧ノ内ノ $\overline{12},\overline{23},\cdots$ ハコレヲ加ヘ合ハセル時其符號ヲ考ニ入レ代數和ヲ求メネバナラヌ,而シテ $P.x$ ヲ求メルニ當ツテxノ正負ハ $\overline{12},\overline{23},\cdots$ ノ正負ト一致スベキモノデアツテ圖上LL軸ノ右方ノxヲ正トスレバ正ノ範圍ハ x_3,x_4,x_5 卽チ $\overline{34},\overline{45},\overline{56}$ デ

アツテ負ノ範圍ハ x_1,x_2 卽チ $\overline{12},\overline{23}$ デアル,依テ代數總和ハ

$$\overline{12}+\overline{23}+\overline{34}+\cdots\cdots=\overline{16}=u$$

$$\therefore\quad \Sigma P.x=H.u\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

此事實ハ本章第五節ニ說明シタ所カラモ直接求メ得ル。

次ニ $\Sigma P.x^2$ ヲ求メンニハLL軸上ニアル線分 $\overline{12},\overline{23},\cdots$ ヲ力ト考ヘxノ方向ニ測ツタ極距aヲ有スル任意極O′ヲ作リO′カラI′,II′,III′,……ノ極射線ヲ引キコレニ對スル平衡多邊形ⓒヲ作ル,其各邊ガLL軸ト交ル點ヲ1′,2′,3′,…トセバ前同様ニ

$$x_1:\overline{1'2'}=a:\overline{12},\quad x_2:\overline{2'3'}=a:\overline{23},\cdots\cdots$$

且ツ $$P_1.x_1=H.\overline{12},\quad P_2.x_2=H.\overline{23},\cdots\cdots$$

デアル故ニ此關係ヲ挿入シ

$$P_1.x_1^2=H.a.\overline{1'2'},\quad P_2.x_2^2=H.a.\overline{2'3'},\cdots\cdots\cdots$$

從テ $$\Sigma Px^2=H.a.(\overline{1'2'}+\overline{2'3'}+\cdots\cdots\cdots)=H.a.\overline{1'6'}=H.a.v$$

故ニ二次ノ慣性能率ハ

$$I=\Sigma Px^2=H.a.v\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

此式ニテHヲ力ノ尺度ニテ測レバa及vハ長サノ尺度デ測レバヨロシ,H及aハ極距デ豫メ任意ニ採リ得ル故ニ整數ニ置ケバ便デアル。

全ク同様ニ $\Sigma P.x^3$ ヲ求メンニハ $\overline{1'2'},\overline{2'3'},\cdots$ ヲPノ方向ニ働ク力ト考ヘコレニ對シ極距bヲ有スル極ヲ採リ平衡多邊形ヲ作圖セバ其兩端邊ガLL軸上ニ挾ンダ長サヲwトシ

$$\Sigma P.x^3=H.a.b.w\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

更ニ $\Sigma P.x^n$ ヲ見出スニハ同様ノ作圖方法ヲn個ノ平衡多邊形ニ對シテ繰返シ行ヘバ求メラレル。

凡テノ極距ハxノ方向ニ測ラレ居ル事ハ注意スベキ事デアル。

(II). **モール氏法** (Mohr's method)

本法ハ慣性能率(二次力率)ヲ求ムル方法トシテ極メテ便利ナモノデアル,卽チ第一ノ平衡多邊形カラ直接二次ノ力率ヲ求メ得ルノデアル。

先ヅ Fig. 48 @ノ平衡多邊形ABCDEト其兩端邊 I,VI 及 LL 軸ニテ包マレタ面積ヲ F トスレバ

$$F = \triangle 1A2 + \triangle 2B3 + \triangle 3C4 + \cdots\cdots$$
$$= \frac{1}{2}\sin\alpha.(x_1.\overline{12} + x_2.\overline{23} + x_3.\overline{34} + \cdots\cdots)$$
$$= \frac{\sin\alpha}{2H}(P_1x_1^2 + P_2x_2^2 + P_3x_3^2 + \cdots\cdots)$$
$$= \frac{\sin\alpha}{2H}\Sigma Px^2$$

式中　α=L軸トxノ方向トノ間ノ角

前式ヲ書キ直セバ

$$I = \Sigma Px^2 = \frac{2HF}{\sin\alpha} \cdots\cdots(13)$$

今モシ $\alpha=90°$ トナル如ク作圖スレバ卽チxノ方向ヲ力PノX方向ニ直角ニ採ルモノトスレバ

$$I = 2H.F \cdots\cdots(14)$$

故ニ極距Hヲ知リ面積Fヲ測面器 (Planimeter) 其他ノ手段ニテ求ムル時ハ容易ニ慣性能率Iガ得ラレル。

本法デ二次以上ノ力率ヲ求メル事ハ出來ナイガ實際ニ遭遇スル問題トシテハ二次ノ慣性能率以外ニ出ヅル事ハ稀デアル。

問題集第一

(1) 10 *lbs* ノ物體ヲ釣ルニ長 3 *ft.* 及 4 *ft.* ノ絲ヲ以テシ天井ニ於テ 5 *ft.* ヲ隔ツル

二點ニ結ビ附ケタリ,各絲ノ張力ヲ求ム。

答. 8 *lbs.* 及 6 *lbs.*

(2) 120 *lbs* ノ一力ヲ與ヘテ之ヲ互ニ直角ヲ爲ス次ノ二力ニ分解セヨ。

(*a*) 其一ガ 75 *lbs* ナル場合

(*b*) 其一力ガ合成力ト 34° 7′ヲ爲ス場合

答. (*a*) 93.65 *lbs.* 合成力トノ角 38° 41′

(*b*) 99.34 *lbs.* 及 67.31 *lbs.*

(3) 水平棒 AB アリ長 13′ ニシテ A 端ハ鉸トナリ B 端ハ單純ニ支持サレテ垂直反力ヲ受ク.四力 8,5,12 及 17 *lbs.* ガ AB ヲ A 端ヨリ 1,4,8 及 12 *ft.* ノ點ニテ AB ノ方向ト 70°,90°,120° 及 135° (時針方向ニテ)ヲ爲シテ作用スル時鉸ニ働ク壓力ノ量及方向ヲ求ム。

答. 21.6 *lbs.* AB ト 134°

(4) ABCD ハ邊長 20″ ヲ有スル正方形トシ AB ノ中點ヲ E トス, 7,8,12,5,9 及 6 *lbs* ノ力ガ AB,EC,BC,BD,CA 及 DE ノ方向ニ作用スル時此物體ガ平衡ニアル爲メニ必要ナル一力ノ量位置及方向ヲ求ム。

答. 11.46 *lbs.* A ヨリ 28.6″. AD 邊ト 197° ヲナス。

(5) 同一平面內ニアル數個ノ力ガ

(*a*) 一點ニ作用シタルトキ

(*b*) 數多ノ異ナル點ニ作用シタルトキ

必要ニシテ且充分ナル圖式的平衡條件ヲ述ベヨ。

(6) 三角形三周邊ノ重心ト其面積ノ重心トハ正三角形ニ非ザル限リ一致セザル事ヲ證セヨ。

(7) 圖示ノ如キ四力ガ中心 Z ニ對スル力率ヲ圖式ニテ求メヨ。

答. 11.9 *in-tons.*

(8) A,P_1,P_2,P_3 及 P_4 ノ五平行力ガ圖示ノ如ク作用スル桁ニ於テ其桁中點 C ニ對スル是等五力ノ靜力率ヲ求ム。

答. 253 *m-tons.*