

第十五編 三角測量

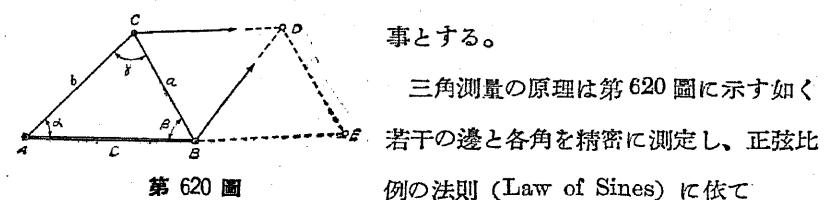
(Triangulation)

第一章 三角測量概説

259 三角測量の目的及特徴

三角測量は三角術 (Trigonometry) の理論を應用して地球表面上遠く距なる諸點の位置及び是等の諸點を結ぶ線の長さ及び方向を精密に定むる測量である。更に進んで天體観測 (Astronomical Observation) と相俟つて是等諸點の緯度 (Latitude)、経度 (Longitude) 及び絶対高 (Absolute Height) を定め、更に地球の形及び大きさ等も計算する事が出来る。されば三角測量は現今最も精密な測量であるのみならず測地學的研究に不可缺のものである。但し以下に述ぶる三角測量は主として地球表面を平面と見做し得る約 10 km 四方の範圍内の測量で、土木、礦山及び農林方面の基本測量に適當する。所々測地學的三角測量 (Geodetic Triangulation) に關する事項を断片的に夾む

事とする。



第 620 圖

三角測量の原理は第 620 圖に示す如く若干の邊と各角を精密に測定し、正弦比例の法則 (Law of Sines) に依て

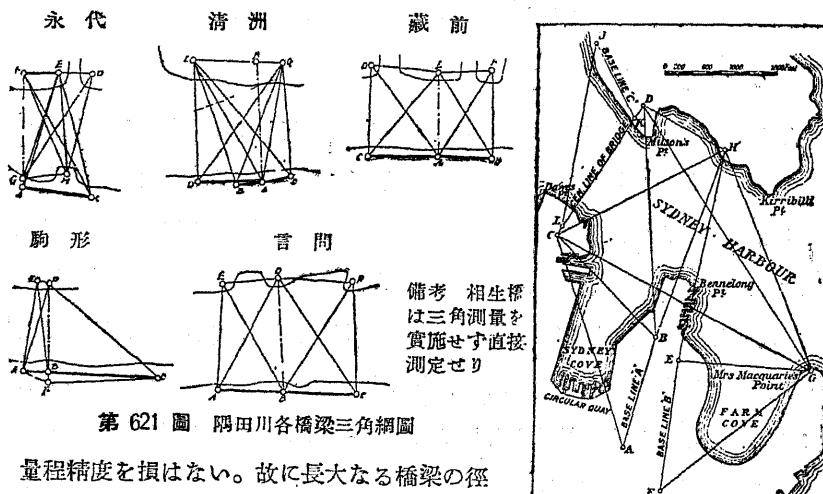
$$a = \frac{c}{\sin \gamma} \sin \alpha, \quad b = \frac{c}{\sin \gamma} \sin \beta \dots \dots \dots (239)$$

として計算する。此の精密に實測する邊を基線 (Base Line) と云ひ、測定せられる點即ち三角形の頂點を三角點 (Triangulation Station) と云ふ。之

等の三角形が集つて三角網 (Triangulation Net) を形成する。

次に三角測量の特徴を調べて見ると

(1) 基線を測れば後は角測のみで各邊を測定する必要がない。即ち測點距離を増大しても或は市街地又は障害物多く實測不可能な場合でも他の測



第 621 圖 関田川各橋梁三角網圖

量程精度を損はない。故に長大なる橋梁の徑間測定に應用せられる (第 621-622 圖参照)。第 622 圖 Sydney 港橋三角網圖

(2) 完全な條件の存在する事。即ち此の條件は精度を調べる時或は観測値を補正するに役立つ。例へば第 620 圖では $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ の如きである。

(3) 精度の高い事。以前 Invar 尺が經緯測量 (Traverse Survey) に用ひられない頃は三角測量は大面積を測るに最も精密な測量であつたが、現今では高低及び障害物の少い地域では經緯測量に依り迅速且つ經濟的に同程度の精度を出し得る。依て一般的に最高精度とは云へないが、本邦の如く山嶽地帯で森林、河川等の障害物の多い場合には、三角測量は他の何れの測量法に比しても最も高い精度を保つ。

(4) 大面積の測定に適する事。大面積の測定には其の測點數を減じて其の相互距離を大にする、三角測量では今迄の最大邊は 300 km にも達して居る。

唯條件式の多い丈け、其の計算及び整正方法が複雑なのは同時に缺點とも云へやう。

三角測量の作業は次の如く分れる。

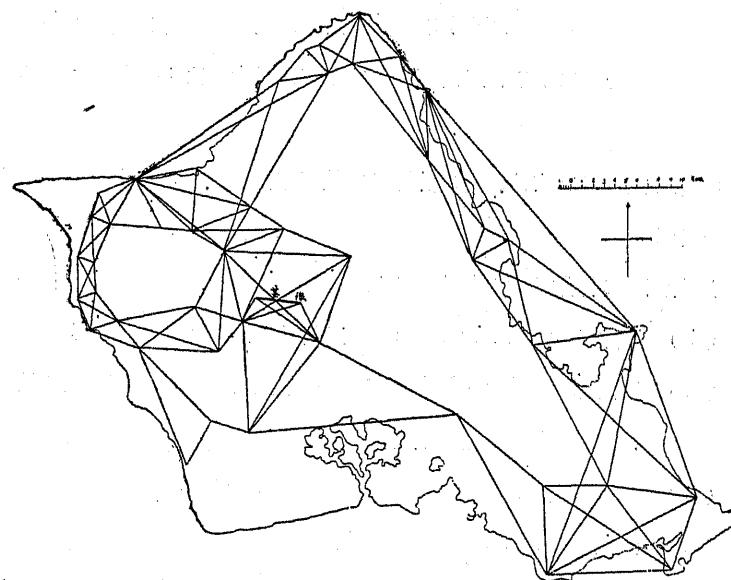
- (1) 摂點 (Reconnaissance) —— 三角點の位置を撰定する事
- (2) 造標 (Erection of Signal) —— 三角點を表す測標を造り且つ他點より覗ふ規標を造る作業
- (3) 基線測定 (Measurement of Base Line)
- (4) 測角 (Angle Measurement)
- (5) 天體觀測 (Astromical Observation) —— 真方位又は經緯度を知るが土木其他の三角測量には特別の場合の外不要である。
- (6) 計算 (Computation) —— 測定結果を整正し、邊長或は角度を出す。

260 三角系及び三角列 (Triangulation System and Type of Triangles)

三角網の排列状態に依て次の二つの三角系に分けられる。

(1) 格子系 (Gridron System) (第 623 圖) 三角網が格子状をなすもので、主として主要點の位置測定又は沿岸地測量 (Coastal Survey) に用ひられる。

(2) 放散系 (Central System) 放散系は三角網が四方に放散するもので、主に面積測定の場合に用ひられる。放散系も無限に廣がる時は其の整正非常に厄介であるから適當な區間毎に三角網を獨立して計算をする。第 624



第 623 圖 Hawaii 諸島 Oahu 島三角測量
(U.S.C. & G.S.)

圖(巻末折込)は陸地測量部施行の本邦一等三角網である。本邦は幸ひ細長き列島である爲め格子系と放散系とを組合した形になつて居る。

又三角の並べ方に依て次の三種の三角列に分ける。

- (1) 単列三角形 (Single Row Triangles)
- (2) 六角形 (Hexagons) 或は中心形 (Central Point Figures)
- (3) 四邊形 (Quadrilaterals) 或は交叉三角形 (Interlacing Triangles)

此の三種を比較すれば第 31 表の如くなる。

三角點の數が 12 である場合は第 32 表及び第 625 圖の如くなる。

之に依れば

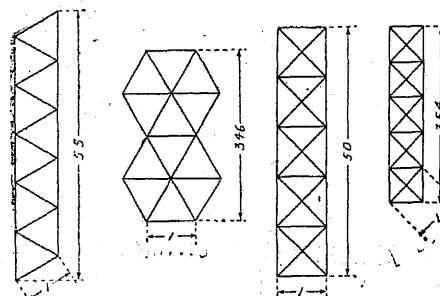
- (1) 単列三角形は同一測點數に對して達し得る距離最も長く、從て隔遠

第 31 表 三角列の比較

三角列	三角點の數	被覆距離	被覆面積	邊長の合計	條件の數
單列三角形	N	$\frac{1}{2}(N-1)$	$\frac{\sqrt{3}}{4}(N-2)$	$2N-3$	$N-2$
六角形	N	$\frac{\sqrt{3}}{5}(N-2)$	$\frac{3\sqrt{3}}{10}(N-2)$	$\frac{11N-17}{5}$	$\frac{7}{5}(N-2)$
四邊形 底邊=1	N	$\frac{1}{2}(N-2)$	$\frac{1}{2}(N-2)$	$2.914N-4.828$	$2(N-2)$
四邊形 斜邊=1	N	$\frac{1}{2\sqrt{2}}(N-2)$	$\frac{1}{4}(N-2)$	$2.060N-3.413$	$2(N-2)$

第 32 表 三角點數 $N=12$ の場合の比較

三角列	三角點の數	被覆距離	被覆面積	邊長の合計	條件の數
單列三角形	12	5.5	4.33	21	10
六角形	12	3.46	5.19	23	14
四邊形 底邊=1	12	5.0	5.0	30.14	20
四邊形 斜邊=1	12	3.54	2.5	21.3	20



第 625 圖 三角列の比較

する點を最も簡単に連絡するに用ひらる。但し條件の數最小なる爲め精度最も低く、又途中に於ける三角形の影響を受け易い。河川、隧道等の三角測量には此の種が多い。

(2) 六角形は同一測點數に對して被覆面積最も廣く從て農地測等の廣大な面積を測定するに適し。其の

精度は單列三角形と四邊形との中間に位する。

(3) 四邊形は條件式の數最も多く最も精度が高い、故に基線三角網 (Base Net) の部分又は特に精度を要する部分に用ひられる。其の被覆面積の小なると、整正の複雑なるは缺點である。

261 三角の等級 (Orders of Triangle)

廣き面積に亘り大規模の三角測量を行ふ場合には、三角網に等級を附けて邊長及び其の精度を等級に依て變化せしめ混雜を防ぐと共に漸次に細部測量に適する様に排列する。

各國の大地測量に於ては其の國の地勢と測量方式とに依て三角點の相互の平均距離を次の如く定めて居る。

三 角 の 等 級	日本 1)	英 國 2)	獨 遊 3)	北米合衆國 4)
一等三角 (Primary Triangle)	km 40—50	km 60—100	km 20—50	km 30—150
一等三角補點	25	—	—	—
二等三角 (Secondary Triangle)	8	10—20	10—20	10—60
三等三角 (Tertiary Triangle)	4	2—6	3—10	1—15
四等三角	2	—	1—3	—

1) 參照本部陸地測量部

2) The Ordnance Survey of Great Britain and Ireland

3) Preußische Landesaufnahme

4) Coast and Geodetic Survey

又單に三角網を分けて

(1) 大三角 (Major Triangle) 或は精密三角 (Triangle of High Precision)

(2) 小三角 (Minor Triangle) 或は普通三角 (Triangle of Ordinary Precision)

とする時は前者は一二等三角或は測地學的三角を指し、後者は三等以下の三角即ち平面三角を示すのである (卷末第 626 圖参照)。

本邦では陸地測量部の三角點を利用し得るから大規模の三角測量は必要としない、又普通土木工事其他種々の目的に行ふ三角測量は邊長 2 km を越ゆる事稀で、其の等級も特別の場合の外二種以上となる事は無い。

第二章 摂 點 (Reconnaissance)

262 摂 點

三角測量に於ける摂點とは(1)基線及び各三角點の適當なる位置の撰定及び(2)之に必要な準備作業を云ふ。摂點の巧拙は測量の難易、時間、工費及び精度に重大なる關係を有し、其の位置に種々の制限を有し、且つ内部の細部測量の基本點となるから充分なる経験と判断とを要し、能く其の土地を踏査して位置を定むるを要する。

三角點の撰定に際しての注意を述ぶれば

(1) 三角網は成る可く正三角に近きものを用ふる事。第 627 圖に示す如く 0° 又は 180° に近い sine を用ひる時は其の誤差の割合が多く、而も三角形の邊長計算には殆んど此の正弦函數を用ひるから 0° 又は 180° 附近の角度は宜しくない事が判る。普通の三角測量にては内角は $30^\circ \sim 150^\circ$ の範圍内とし、大三角の時は $40^\circ \sim 100^\circ$ 位とすべきである。地形の關係上此の條件を充されない時は特別な考慮を必要とする。

(2) 三角網は其の目的に依り最も簡単且つ測點數の少きものを摂ぶこと。

(3) 既成地圖上に試みに三角網を組み其の三角點豫定地を略々定める事。

(4) 三角點は互に見透しの利く事。單に一方の見透しのみで三角點を定

めると、時として第628圖の如く非常に困難に遭遇する。必ずPole等を持て互に見透しを附けてから確定する。7~8倍の双眼鏡を携へて居ると大變樂である。

(5) 出来る丈け三角點の高低を避ける事、然し之は(4)と相反する場合が多い。

(6) 三角點は測量す可き土地の状況

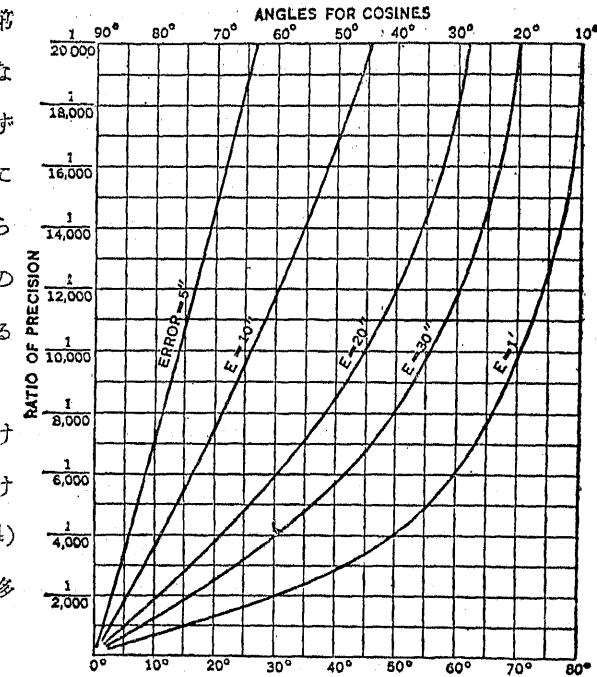


第628圖

に適合し細部測量との連絡に便利であること。
(7) 三角點は地盤強固にして測點移動の虞れなく、器械据付及び測角に便で、且つ交通、出水其他の障害を受けざる所であること。

(8) 塔頂等観標に利用し得るものは極力之を利用する事。

(9) 森林中に測點を設ければ他點よりの見透し困難なるのみならず、時には大規模の伐開(Cleaning)を要する故成るべく之を避ける事。但し一部の伐開は測點に必ず伴ふものである。



第627圖 sine 及び cosine に対する角度誤差に依る精度

第二章 摂 点

(10) 視準線が成るべく地面を離れること、空氣の屈折の影響を受け易く又煤煙等の爲め視準を妨げられる。

又基線を選定するには次の注意を要する。

(1) 基線は少くとも三角網の兩端各々一線を設け計算値との照査に供す。此の照査用の基線を検基線(Check Base)と云ふ。三角網の長き時は基線長の25~50倍毎或は10~20km毎に基線を設けるが宜い。

(2) 基線を設ける場所は平坦水平で杭打其他に便利である事。 $\frac{1}{30}$ 以上 の勾配を有しないこと、止むを得ず急勾配の地で基線を測る時は數區間に分けたり、或は傾斜距離を測つて更正する。

(3) 基線は三角網との連絡が簡単である事。

(4) 基線の位置及び長さは良好な基線三角網(Base Net)を以て基本三角網と連絡し得ること。

(5) 基線は河川、溝渠、鐵道、擁壁等の障害物を横断しない事。

(6) 三角網の附近に適當なる基線無き時は良好な基線位置迄三角網を延長するか或は計算に依て基線を延長する。

基線の長さ(Length of Base)は三角測量の精度に直ちに影響し、其の長さの長い程精度を増すものであるから、小規模の三角測量にては地形と経費の許す限り三角網の一邊を基線として測るが宜い。基線三角網に四邊形を用ふる場合は基線は其の連絡邊の0.25~0.3位で差支へ無いが、然らざる場合は0.5内外の長さを必要とする。又基線は普通100m以下にはせぬが宜い。

263 摂點用の器械器具 (Instruments for Reconnaissance)

摂點に際し携帶すべきものは

(1) 角度を測るもの

六分儀 (Sextant) 或は懷中六分儀 (Pocket Sextant)、裝稜羅盤 (Prismate Compass)。大規模の時は山嶽用轉鏡儀 (Mountain Transit)

(2) 高さを測るもの

掌準器 (Hand Level)、無液氣壓計 (Aneroid Barometer)。

(3) 距離を測るもの

巻尺 (Tape)、歩數計 (Pedometer)。

(4) 此の外向桿 (Pole) 及び旗 (Flag)、双眼鏡 (Field Glass)、測量すべき土地の地形圖即ち陸地測量部 $\frac{1}{50000}$, $\frac{1}{25000}$ 或は $\frac{1}{10000}$ 地圖等。

(5) 附屬器具

伐開用具 (鋸、斧、鎌等)、登山用具 (綱、綱梯子等)、醫療用具 (救急藥、繩帶等)、大規模の時は露營用具等。

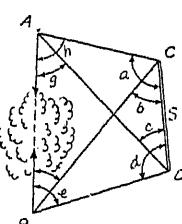
264 見透し線の方向

森林其他の爲に一三角點から他の三角點に至る見透しが妨げられる事が多く、依て測點の一方或は兩方から伐開を行はねばならぬ。

第 629 圖にて AB を互に見透の附かざる線とすれば之等二點から見透しの利く點 C 及び D を撰び、 C 點にて $\angle a$ 及び $\angle b$ を、 D 點にて $\angle c$ 及び $\angle d$ を測り更に CD の距離 S を測れば三角形の解法に依て $\triangle ABD$ 及び $\triangle BCD$ を解き AC, AD, BC 及 BD の長を知る。 第 629 圖

故に $\triangle ABC$ 或は $\triangle ABD$ より $\angle e, \angle f, \angle g, \angle h$ の中何れかを用ひて見透し線の方向を見付ける。

平板を用ひて圖上三角測量を行ふと此の計算が省かれて宜い。



265 測點の高さ (Height of Station)

測點の高さは其の地と中間地との高低關係に依て定まる、若し平坦地であれば主として兩測點間の距離に依て定まる。即ち地球の曲率に依て平坦地にも或る高さが必要となる、尤も空氣の屈折に依て其の幾分かは補はれる。

h =測點の高さ

k =空氣の屈折係數=0.15 (日本)

r =地球の平均半徑=6370 km

a =兩測點間の距離

とすれば

$$h > \frac{1-k}{2r} a^2 \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (260)$$

で、(2) 式の表は上巻 307 頁にある。普通の小三角では邊長 5 km 以上は稀で理論上よりも三脚のみで宜しく、且つ他の原因に依る障害が多く、上式で高さを決定する必要は無い。

266 圖形の強度 (Strength of Figure)

圖形の強度とは圖形の形に依る邊の計算値の精度を云ふ。三角形の邊の計算には既知邊及び未知邊の對角の sine を用ひるから若し其の對角に 0° 或は 180° に近い角を含む時は必然的に強度が弱められる。此の邊の計算に用ひられる角を距離角 (Distance Angle) と云ひ、邊の計算に關係無き第三角を方向角 (Azimuth Angle) と云ふ。蓋し之は既知邊に對して未知邊の方向を與へるからである。夫で方向角に關係なく距離角のみを 90° に近き角を與ふるやうにすれば強度を増す。此の圖形の強度に關して米國の Coast and Geodetic Survey にては次の如き式を出して居る。

$$P^2 = \frac{4}{3} d^2 \frac{D-C}{D} \Sigma [\delta A^2 + \delta A \delta B + \delta B^2] \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (261)$$

$\triangle ACB$	42°	62°	11	$R_3 = 0.60 \times (11 + 15) = 15.6$
$\triangle DCB$	38°	49°	15	
$\triangle DBA$	38°	71°	10	
$\triangle DCA$	29°	31°	41	$R_4 = 0.60 \times (10 + 41) = 30.6$

故に一列の三角網に對しては各圖形の最上強度のもの(R_1)に重きを置き、特に其の強度を等しくする様に圖形の形を選ぶ。又 ΣR_1 及び ΣR_2 の一定の値換言すれば或る個數の圖形列の後には再び新基線を測つて相當弱くなつた三角網の強度を増さねばならぬ。然し三角網の強度のみ満足しても其の進行が遅ければ圖形の數が多くなり結局不經濟になる。

第三章 造 標 (Erection of Signal)

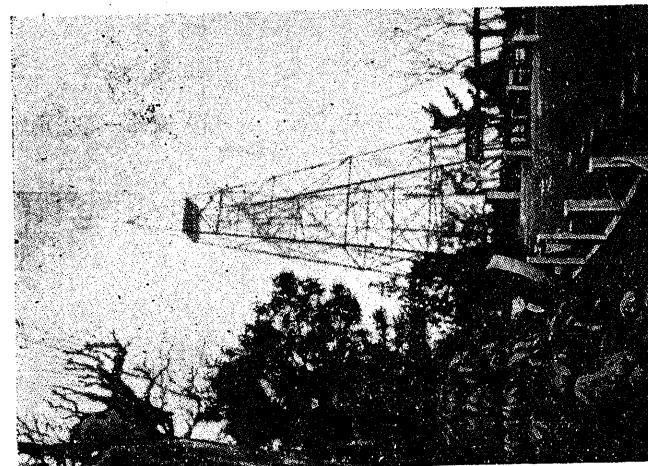
267 三角點の構造 (Construction of Triangulation Station)

三角點は普通の測點と同じ性質であるが、観測距離大に、従つて測定方法、使用器械も大規模となるので特別の構造を要する様になる。三角點の具備すべきものは

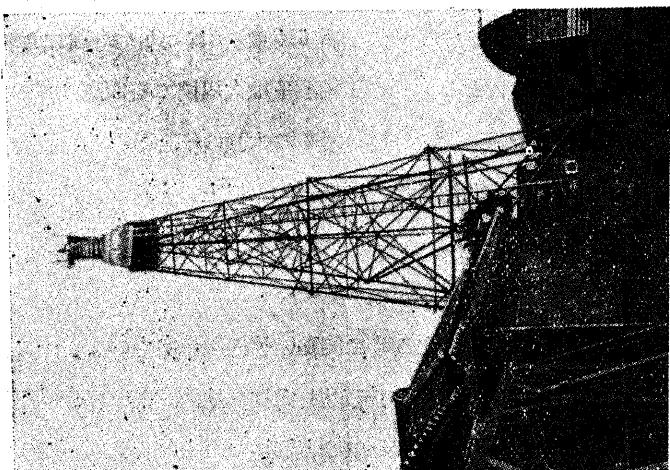
- (1) 観測臺 (Observing Equipment) — 他の三角點を観測する爲の臺
- (2) 観標 (Signal or Target) — 他の三角點より視準する目標
- (3) 測標 (Station Mark) — 三角點の位置を確定する標識

此の三つの中心は同一垂線上に在るを要する。

平坦地又は緩傾斜地で見透しの利く場合は三脚 (1.3 m 位) のみで高さとしては充分である、但し器械の振動又は移動には充分注意を要する。軟弱な地盤の時は三脚の位置に杭を打ち込み、観測者の爲めにも杭打した踏臺を作

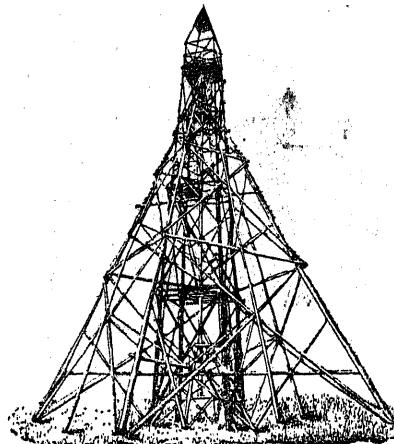


第 632 圖 東京市芝區愛宕山の三等三角高儀
(机板高 24 米)



第 631 圖 東京市麻布區舊東京天文臺構内の
一等三角點高儀 (机板高 26 米)

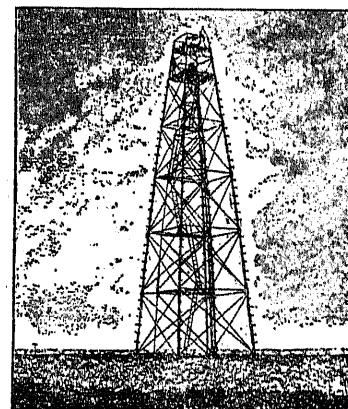
る。3~5m 以上の高さを要する時は特別構造とする。一般に高い測点を必要とする時は器械を支持する臺と観測者の載る臺とは各独立構造とし観測者の移動の爲に器械が振動しない様にする。第 631-632 圖は參謀本部陸地測量部の三角點観測臺及視標の一例である。第 633-634 圖は一等三角點の例



第 633 圖 獨逸に於ける一等三角高視標
で、特に廣大なる面積を占むる米國の三角測量は大規模で塔の高さ 40m 以上に及ぶもの少なからず。又近頃(1927)從來の木製の塔を改良して組立用鐵塔として居る。本邦にても北海道に於ては 40m 以上のものを用ひた場合が度々あつた。

268 視標 (Signal and Target)

視標とは他の三角點より視準する時に測点の位置を示すもので、夫に伴ふ結構をも含む。此の外山頂の突出岩、獨立樹、電柱其他消防用望樓、尖塔、回光信號等皆視標となり得る。此の視標の中心と器械の直立軸とは同一垂線にあるを要するが、特に在來の構造物を利用した時は器械測點を他に置いて歸心



法に依て更正する事がある。斯の如き測點を離心測點 (Eccentric Station) と云ふ。視標の備ふ可き要件は

- (1) 視標及び結構は成る可く前後左右より觀て對稱に造ること。
- (2) 柱は固く地上に埋込み風其他の事故の爲に障害を受けざる様強固な

構造とする事

- (3) 視標の中心と器械の軸とを同一垂線に在らしめる事

視標は凡ての距離及び背景に對して明瞭に認め得らるゝのみならず、其の見ゆる部分の中心は光線の如何に係らず眞の中心と重なり合ふを要する。視標の高さは測點に對して夾む角度が $30''$ 以上たるを要する、即ち視準距離の約 $\frac{1}{7000}$ 以上たる要する。視標の幅は勿論測角の精度に直接影響を及ぼすものであるから細きを可とするが、又線に依て容易に二等分し得る程度で無くては却て誤差を伴ふ。又線も大きなものは約 $10''$ 位の角度を夾むから視準距離 500m に對して $2\sim3$ cm を夾む事となり、丁度向桿(3 cm)が視標として都合が宜い。新らしい器械に對しては測點に對して $2\sim5''$ 位になる様にすれば適當である。

視標の背景 (Back Ground) は視準の難易、従つて測角の精度に影響する事が少くない。普通の赤白の向桿は視標として最も都合宜く、背景が山野の場合には紅白の旗を附けるが宜い。又圓筒狀又は圓錐狀視標 (Cylindrical or Conical Signal) を用ゐる時は日光の照射に依つて陰になる方は遠方よりの視準利かず、従て視準方向を誤る事がある。斯の如く見掛けの中心が眞の中心を表はさないものを視標の變相 (Phase of Target) と云ひ、之を除く爲に視標に十字木を附けるか又は特別構造とする。

今 $r = \text{視標の半徑}$

D =観標と器械との距離

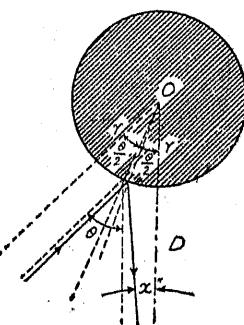
θ =視準線と光線の方向との角度

z =観標の變相に依る誤差($''$)

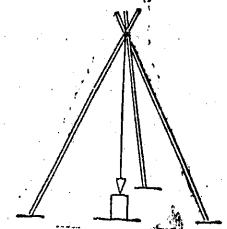
とすれば

$$z = \frac{r \sin^2 \frac{\theta}{2}}{D \sin 1''} \dots\dots\dots\dots\dots(263)$$

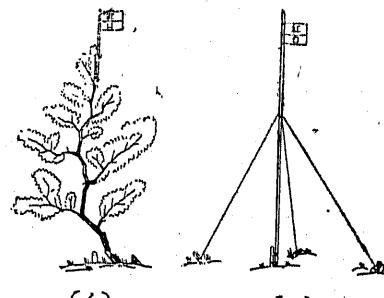
第 636 圖は三叉から下振を測標の中心上に垂れた



第 635 圖



第 636 圖



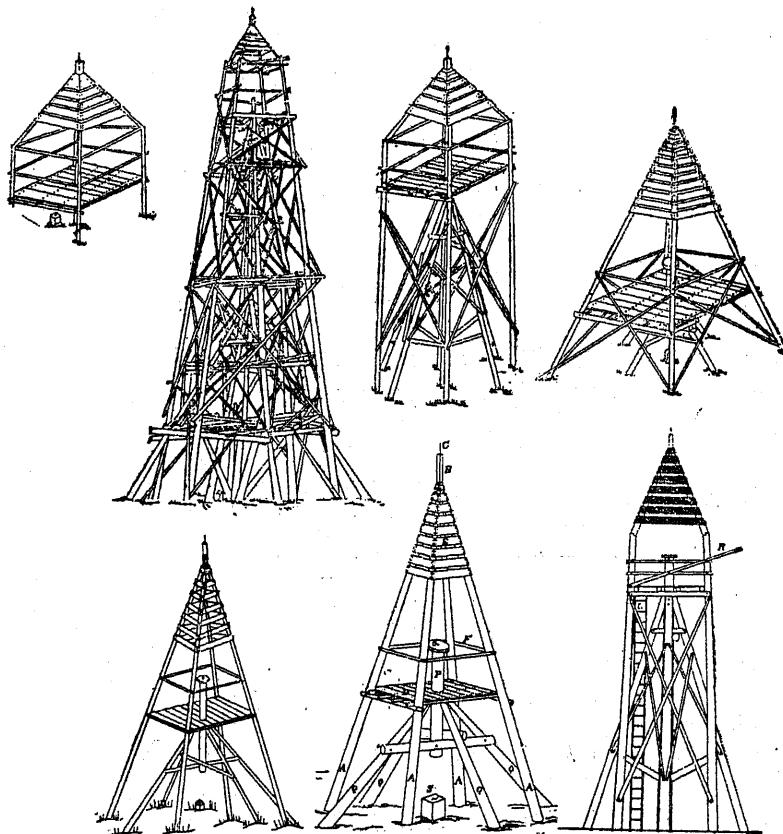
第 637 圖 標旗

(イ) 標旗を竹竿又は木桿に附設す。

(ロ) 標旗は紅白二色の金巾を用ひ、之を竿又は木桿に附着して建設す。張綱は棕梠綱若くは蘆綱を用ふ。

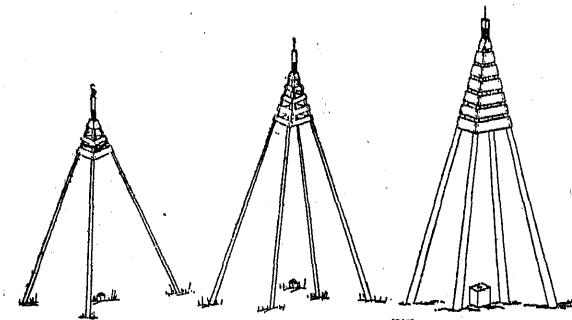
もので 300 m 程度の視准に用ひられる。普通最も用ひられるは第 637 圖の如く紅白の向桿又は眞直な竹木に旗を附けたもので、500 m 程度には最も適當である。旗を大きければ遠距離視準にも適するが、風壓の影響を受け易く、支持を強固にしなければ傾き易い。垂直にするには下振を用ひるが宜い。此の種のものを標旗 (Flag Signal) と云ふ。高い樹木を代用すれば最も宜い。第 638-640 圖は本邦の三角測量に使用された観標の例である。

第 641 圖は獨逸の小三角用観標である。米國では主に小三角には第 642 圖



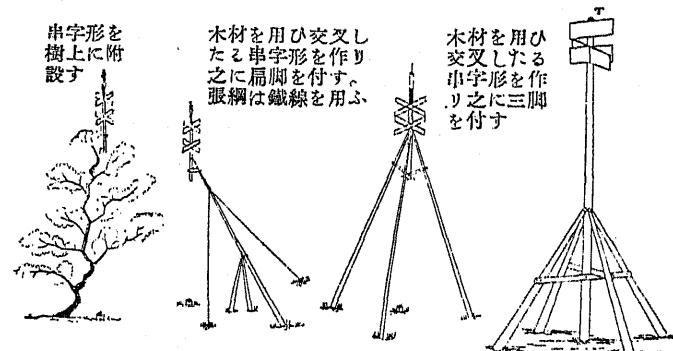
第 638 圖 一等三角観標圖

木材を用ひ錐體状に作り上部に白塗したる覆板を附着し、中部に測床を設くの如き三脚観標 (Tripod Signal) を用ひて居る。又第 643 圖に示す観標は Mississippi River Survey で作られ、變相を防ぐ爲め特別な構造になつて居る。即ち直径 10 cm の針金の環を長さ 1.22 m の細金で圖の如く蠟付けとし、夫に交互に直角の方向をなす様に黑白の布を張つて居る。尙必要の場合



第 639 圖 二三等三角観標圖

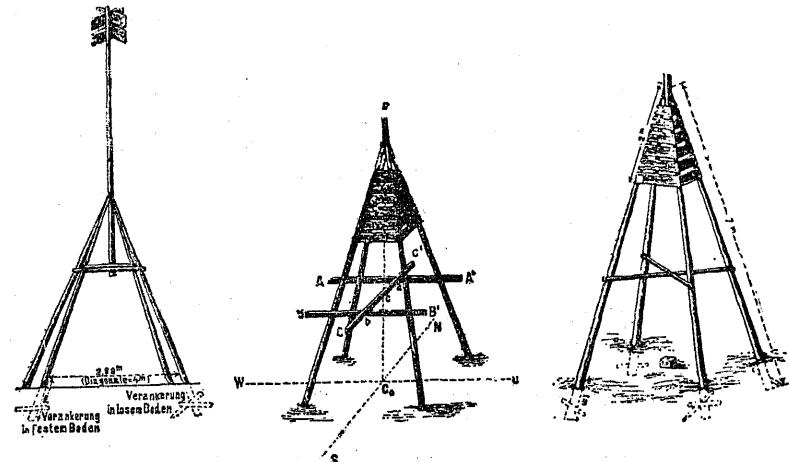
木材を用ひ錐體状に作り上部に白塗したる覆板を附着す、覆板の数は 7 段 5 段 3 段の三種とす



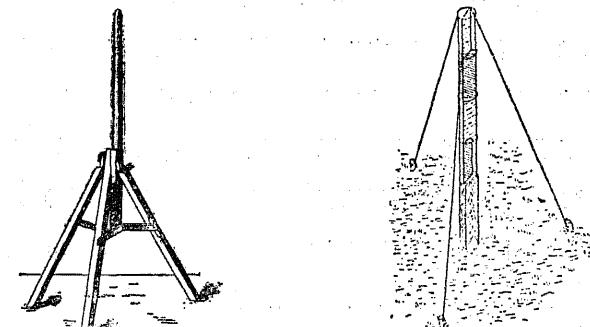
第 640 圖 三等三角観標圖

には三脚観標の上にも之を附ける。

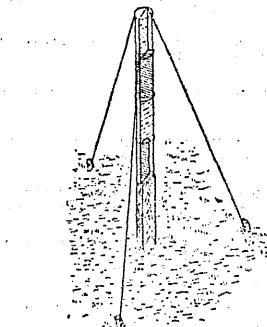
此の外小三角測量の場合は殆んど用ひられないが大三角の場合に重要な観標として回照器 (Heliotrope) 及び夜間観標 (Night Signal) がある。回照器は第 644 圖に示す如く太陽の光線を反射鏡に依つて他の三角點の方向に投射する器械で、同じく夜間観標とは夜間視準に用ふる回光燈 (Signal Lamp) で其の種類も多いが普通には Acetylene 燈か乾電池を連結した電燈である。



第 641 圖 獨逸に於ける三等三角観標



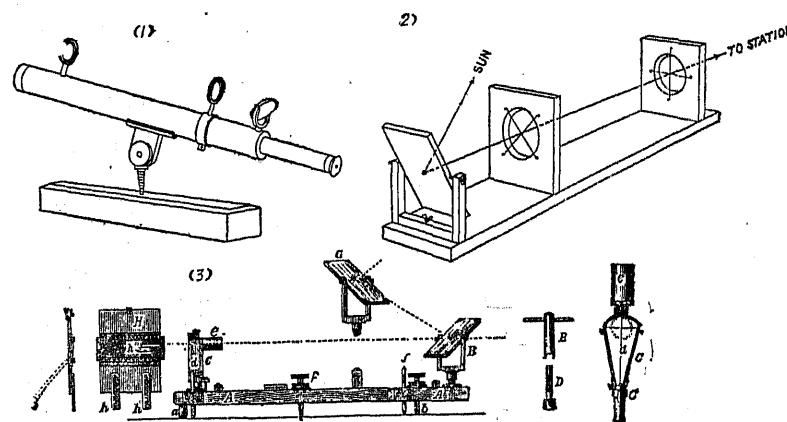
第 642 圖 三脚観標 (米國)



第 643 圖 U.S. Mississippi River Survey に於ける観標

陸地測量部にては關東震災地復舊一等三角測量* の時晝間は主として回照器を、夜間は Acetylene 回光燈を用ひ、東京三角點では 1 分明滅の 200 燈電燈 (後には 500 燈) を用ひた。

* 陸地測量部、關東震災地復舊測量記事 (昭和 5 年 2 月) (1930)



第 644 圖 四 照 器

(1) 望遠鏡回照器 (2) 急造回照器 (3) 独逸陸地測量部回照器

269 測標 (Station Mark) 或は標石

三角點には其の位置を確定する爲に測標即ち標石を埋めて保存する。測標は強固で永久動かず且つ見易くなくてはならぬ。夫で測標は石又は木で永久的のものには花崗岩若くは之に類似の石質を用ひ、木標の場合は頂上に釘を打ち三角點を示す。石標は普通柱石 (Post) 及び盤石 (Plate) より成り、盤石を地中に埋め柱石は之を基礎として埋定し其の上部 15 cm 位を地上に現はす。柱石及び盤石共に中央に十字を刻み其の中心を以て三角點の位置を示す。

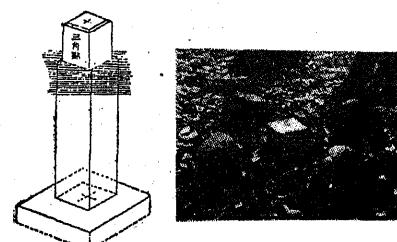
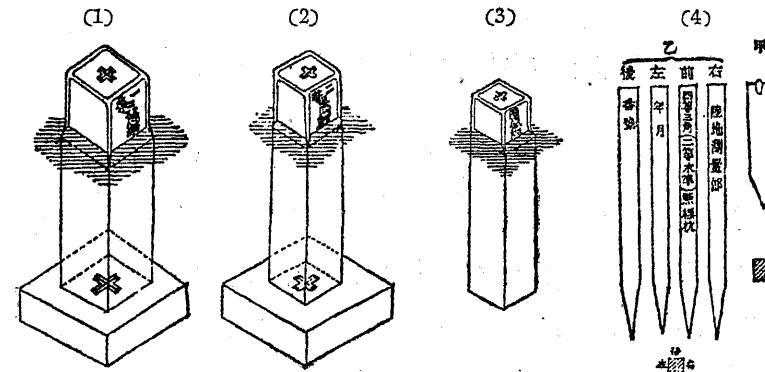


圖 645 圖 三角點標石

地盤の軟弱で移動の虞れある場合は混凝土で周圍を根固めし、又寒地で凍害を受け易い時は結氷線以下に更に地下標 (Underground Make) を埋める。第 645 圖は標石の一例で

同じく第 646 圖は本邦の三角點標石



第 646 圖 本邦三角點標石及標杭

(1) 一等三角點標石

標石は柱石、盤石の二箇より成立す。但し柱石は盤石を基礎として埋定し、地表面に現出すること概ね六寸とす。標石の石質は花崗石若くは之に類似の石材とす (以下各點標石の石の石質は之に同じ)、標石の表面に一等三角點と刻す。標石は方約六寸、全長約二尺七寸盤石は方約一尺三寸五分、厚さ四寸。

(2) 二等 (三等) 三角點標石

陸地測量部に於て設置するものは二等、三等の別に從ひ表面に二等三角點、三等三角點と刻す。標石の成立及埋石は一等三角點に異ならず但し地表面に現出すること概ね五寸とす。標石は方約五寸、全長約二尺六寸盤石は方約一尺二寸、厚さ約三寸。

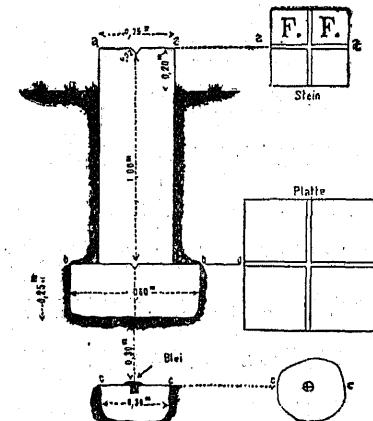
(3) 圖根三角 (圖根三角樁) 標石

表面に圖根點又は圖根補點と刻し地表面に現出する事概ね五寸。方約四寸、全長約二尺三寸。

(4) 四等三角 (二等水準) 標杭

標杭甲は木材を以て之を作り (四等三角點の樹上規標に在りては規標中心の鉛垂下に) 地と平坦に設置するものにして其の中心に鐵釘を入れ其側に乙杭を建つ

の例である。四等三角點は一時的のもので木の標杭を用ひて居る。第 647 圖も獨逸の標石の例である。



第 647 圖 獨逸に於ける三角點標石

第四章 基線の測定 (Measurement of Base Line)

270 概 説

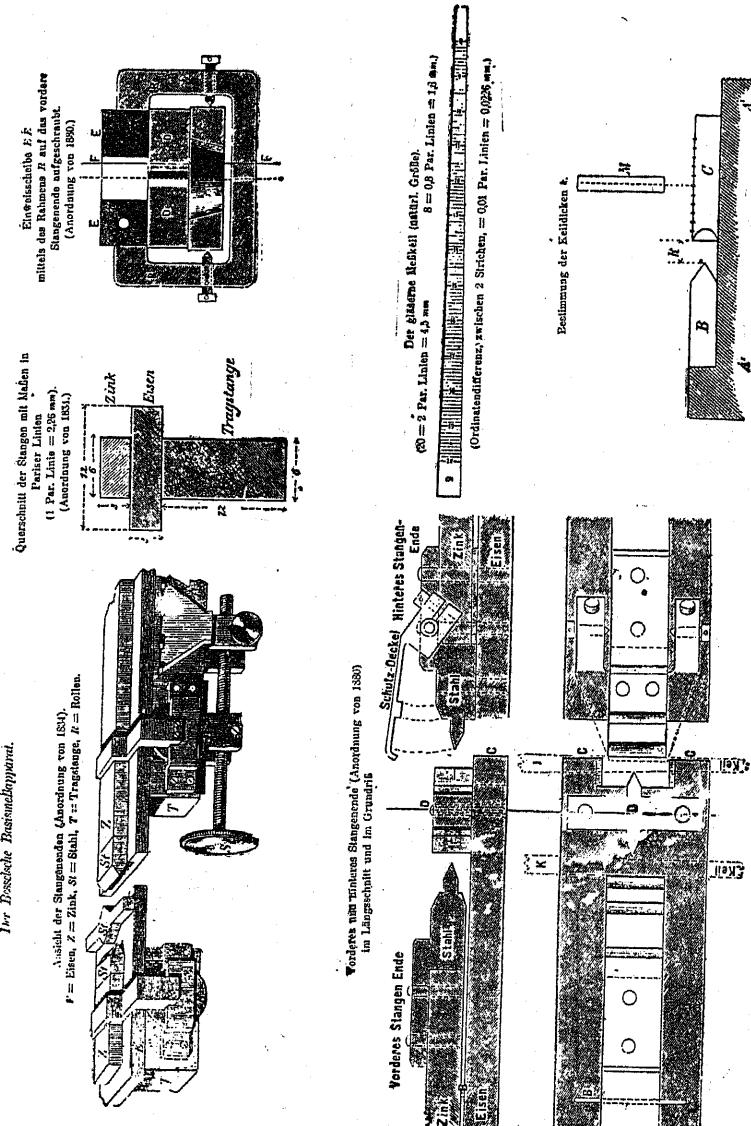
三角測量は基線を増大して各邊長を計算する故、基線の誤差は直ちに全體に影響を與へる。從て最も精密な方法を以て測る可きである。

現今迄用ひられた基線測定用の器械を分類すれば大體次の三種とする事が出来る。

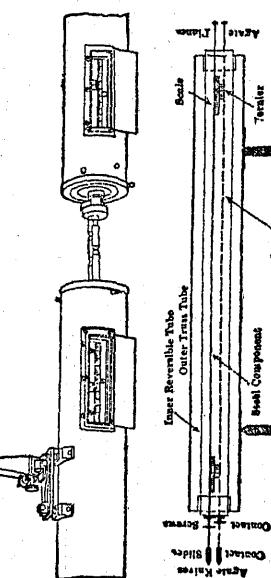
(1) 接觸装置 (Contact Apparatus) に依るもの 此の装置では基線尺の兩端を一定の長さに定め其の端を順次に接觸させて測つて行く、從て基線尺の端を動かす滑子 (Slide) を有して居る。獨逸の Bessel (1834), 米國の Duplex Bar (1897) 及び Hilgard (1881) 等の基線尺は之に屬する。我が參謀本部陸地測量部でも明治 41 年 (1908) 遂は専ら Hilgard 式 4 m 基線尺に依て基線を測つて居つた (第 648-650 圖参照)。

(2) 光學装置 (Optical Apparatus) に依るもの 此の装置では基線尺の中軸に記されてある細線に依て長さを示される。此の一側の基線尺に對して其の兩端に各測微鏡を有する支架が置かれ夫れにて細線の読みを取る。斯くて観測を進め乍ら前進する。此の例としては米國の氷漬基線尺 (Iced Bar) (1892) がある。之は最も誤差の原因となる溫度の影響を除く爲に基線尺を溶けつゝある氷中に漬けて測るものである。

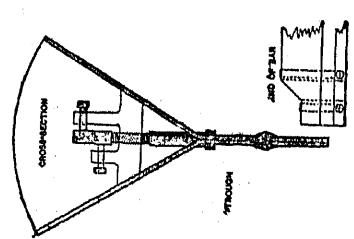
是等基線尺は 19 世紀の末各國陸地測量の必要上在來の鋼卷尺に代るべく苦心考案されたもので、精度は高いが其の製作、取扱の困難なるは勿論、從



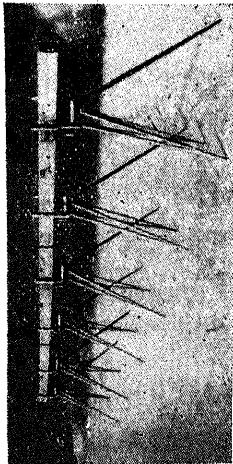
第 643 圖 Bessel 基線測定装置



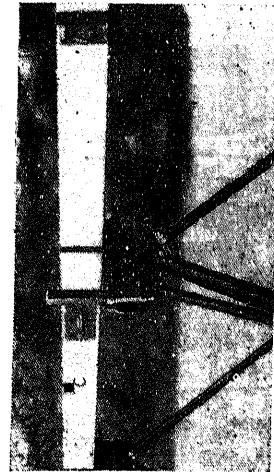
第 649 圖 Duplex Par Apparatus (U.S. Coast Survey)



第 651 圖 米漢基線尺(断面)



第 650 圖 (其の一) Hilgard 式基線尺 (陸地測量部)



第 650 圖 (其の二) 同上 3 角接續

て經濟的ならず一般測量用とはならなかつた。

(3) 卷尺及び針金 (Tape and Wire) Invar が發見されてから基線測量は専ら卷尺又は針金を用ひ、取扱ひ容易に作業迅速に且つ經濟的に行ひ得る様になつた。夫で次に之等に就て述べる事とする。

271 Invar 基線尺

Invar (not vary) は 1897 年佛國 Sevre の萬國中央度量衡局の Dr. Ch. Ed. Guillaume の發見に係る Nickel 鋼 (Fe 63.6%, Ni 36%, C 0.4%) で溫度に對する膨脹係数の極めて低いのを特色とする。其の係数は種々に報告されて居るが大體鋼の膨脹係数の約 $\frac{1}{30}$ 位 ($0.0000003 \sim 0.0000004^{\circ}\text{C}$) である。實例として參謀本部陸地測量部の Invar 基線尺の數値を舉ぐれば

第 34 表

基線尺番號	三鷲村比較基線長と比較の結果		1°C に對する伸張係数	
	引張力 10kgf に於ける 溫度 15°C の長さ	中等誤差	α	β
線狀尺 663	25-0.01	± 0.055	+0.000000060	-0.0000000003
線狀尺 665	-0.95	± 0.007	+0.000000060	-0.0000000003
線狀尺 666	+0.07	± 0.007	+0.000000060	-0.0000000003
絶狀尺 12644	25-0.13	± 0.006	+0.000000856	-0.00000000209
絶狀尺 12645	-0.86	± 0.005	+0.000000928	-0.00000000451

$$l_t = l_0(1 + \alpha t + \beta t^2) \quad \dots \dots \dots \quad (264)$$

基線測量に卷尺及び針金の有效なる事を知り之を基線測量に應用したのは瑞典 Stockholm の Edw. Jäderin 教授で、1878 年頃より研究を初め 1885 年には論文を出して測定に關する理論及び實際に關する説明を與へたが、中にも最も大切な點は溫度が基線尺の長さを決定する最大要素であると云ふ

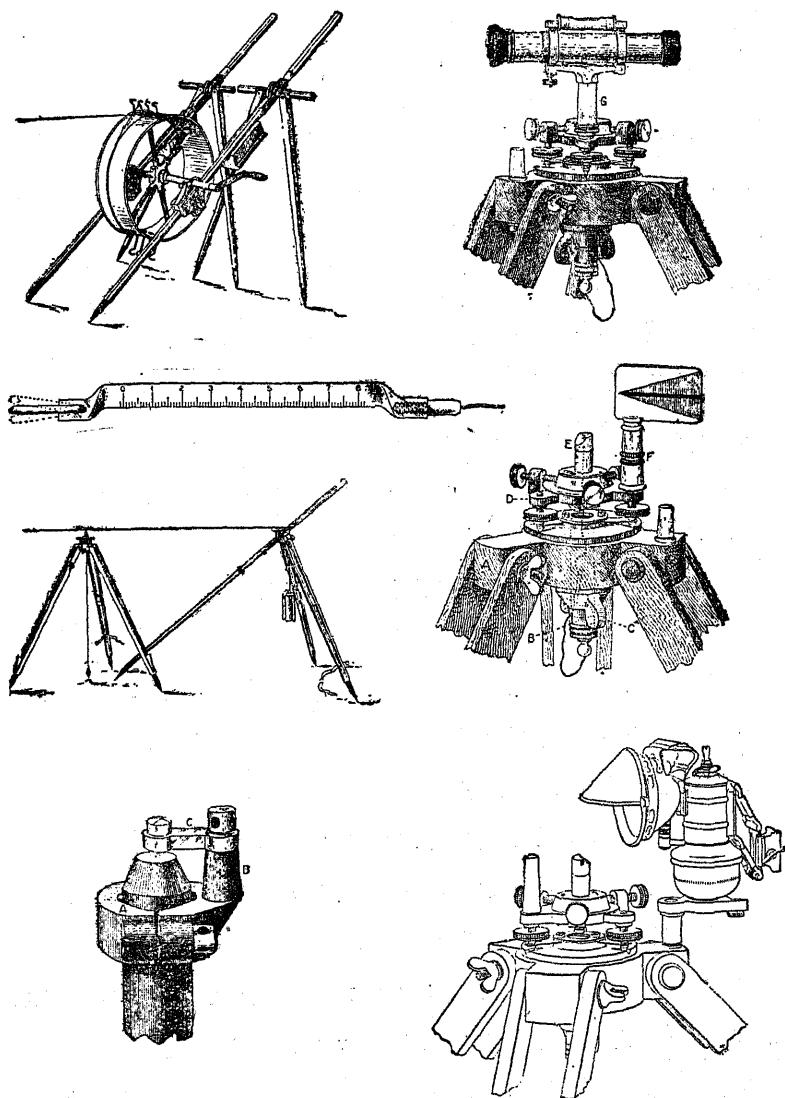
點である。依て Invar の發見と共に大に其の實用的價値を増し 20 世紀以後の各國の基線測量は皆此の式の基線尺に依て居る(第 36 表参照)。

Invar は比較的軟で容易に曲り且つ鋼の如き彈性を有しない、夫で手荒く取扱ひ又は鏈れたりすると直ちに其の長さを變する。唯普通 25 kg 以下の張力では伸張を生ぜず、基線測量にては 10~15 kg の張力であるから此の心配はない。故に最も注意して取扱ふは勿論であるが、使用しない時も直徑 40 cm 以下に巻いてはいけない。又使用の度毎に長さを變するのみならず、自然的に分子の配列を變じ年々長さを變する、夫で基線尺 2~3 本を有して毎日比較して其の長さの變化を検する。又測量の前後には標準の比較基線尺と比較する事を忘れてはならない。

Invar 線状尺(針金)の長さは其の絶対値を検定する爲めに 4 m 基線尺を用ひたのと兩端観測值を記す距離の關係から各國共 24 m を用ひ、又引張力も針金の太さ等の關係から 10 kg を可とする如く、各國共佛國 Firma Carpentier(Paris) 製を使用して居る。但し陸地測量部では 5 m 基線尺を有する故其の倍數に近い 25 m を採用して居る。

又 Invar 紐状尺(卷尺)は英米兩國に於て昔から用ひて居るもので 50 m のものを使用して居る。卷尺は風に影響されるが運搬に便利で、振れの修正が容易である。又引張りには彈衡(Spring Balance)又は重量を使用する。陸地測量部のものは線状尺と同様 25 m 英國 Agar Baugh 製である。

以上の線状尺又は紐状尺は何れも其の兩端に約 8~10 cm の長さを有する mm 每に刻める分割を有し、其の 0 から他端の 0 又は 1 より 1 迄の如く相應する分割間の長さは 25 m である。本邦にては未だ Invar 基線尺は製造されて居ない。



第 652 圖 Invar 基線測定装置

272 鋼卷尺

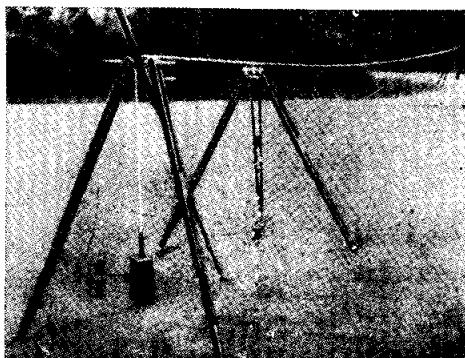
(Steel Tape)

鋼卷尺は普通基線用として最も取扱い易く、夜間若くは曇天等の気温の変化の少き時期を選んで最上の注意をなしで行へば約百萬分の一程度の推差に達し得る。基線測量に用ひられる鋼卷尺は長さ30m, 50m或は100m, 幅10~15mm, 厚0.20~0.25mm, 断面積 2.0 mm^2 位である。普通測量に用ふる鋼卷尺と異なり

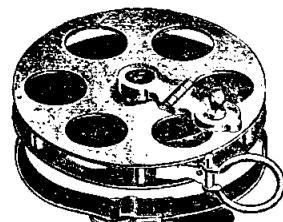
- (1) 標準温度、標準張力の下に於ける標準尺度との差異
- (2) 檢定に用ひた標準温度（普通 15°C ）
- (3) 温度に対する膨脹係数
- (4) 檢定に用ひた標準張力
- (5) 断面積、重量並に弾性率

が判らねばならぬから、普通市場に在るものよ

りも要求する程度のものを注文するが宜い。何等指示無き卷尺に對しては膨脹係数 0.000011°C , 重量 0.16 gr/cm 位に採つて宜い。測定の時は2~3本を用意し別々に基線を測つて其の結果を比較し又測量の前後に標準尺度と比較する事もInvar基線尺と同じ。普通の鋼卷尺は全長に目盛があり、且つ其の幅が廣い爲め讀尺の位置を一定しなければ誤差を増加する。



第653圖 Jäderin式 Invar 基線尺
(陸地測量部)



第654圖 鋼卷尺

273 基線の測定法 (Measurement of Base Line)

基線の測定法にも先づ使用器械に依り

(1) Invar 基線尺を使用する精密なる場合

(2) 鋼卷尺を使用する普通精度の場合

とがあり、又測定法自身に就ても

(1) 中間支持杭を置かない所謂垂曲線法 (Catenary Method)

(2) 中間支持杭を置く所謂水平法 (Horizontal Method)

の二つとなる。普通 Invar 基線尺の場合は中間支持杭を置かないから、基線の測定法も從て二つに分けて述べるを便宜とする。

(1) Invar 基線尺の場合 Invar 基線尺を使用する大地測量の場合は其の準備作業が相當厄介である。茲では土木其他に必要なる範圍に止める。一般に針金又は卷尺を兩端のみで支持すれば所謂垂曲線をなし、此の卷尺の目盛即ち垂曲線の長さから兩端間の水平距離を出す時は面倒な更正が必要で從て直に誤差の原因となる。夫で初め卷尺を標準基線尺と比較する時標準温度、標準張力の下に兩端點を水平に置いた時の兩目盛の水平距離を比較して置けば、再び野外で同一條件の下に張つて直ちに水平距離を知る事が出来る、之の如く兩端點以外支持杭を使用しない法を垂曲線法と云ふ。

先づ基線の一端より轉鏡儀を以て他點を覗ひ、一方彈衝を附けた25m鋼卷尺にて基線全長に亘り毎25mの中間杭(Intermediate Peg)を打ち、其の基線中にある點を表はす爲に特別な裝置をなすか或は銅板又は真鍮板上の十字細線で表はす。卷尺の兩端が成る可く水平になる様にするが各中間杭の高低差が $0.80\sim1.0\text{ m}$ 以内ならば差支へない、但し測定後傾斜距離を更正する爲に各中間杭の水準測量を必要とする。傾斜 $\frac{1}{30}$ 以上となる時は卷尺の滑り

第十五篇 三角測量

迅速となり観測し難き故、斯る點には其の傾斜を 1:30 以下となす如く特別設備をなすを要する。

Invar を使用する時は兩端點の投影設備は最も注意を要する。兩端點は同時に三角點であるから其の中心を巻尺上に投影する。陸地測量部にては兩端點地上 1m に之を投影す可き馬型の架臺を設け、之に指標臺を嵌入する様に設備し、垂直器 (Lot Instrument) にて之を馬型架上に投影し指標の位置を正しく之に合せて居る。

次に一端から出發して順次に各中間杭の間に巻尺を張り、張力を懸け兩端同時観測を行ひ各指標の読みを記す、之と同時に氣温を記録する。観測は少し宛巻尺を滑らし 5 回同様の観測をなし、其の兩讀定値の差 0.4 mm 以上のがあれば更に今 1 度反覆する。斯くして出發點から他點に到り更に反対方向に、即ち巻尺及び観測者の向きを反対にして同一の操作をなして往復観測を行ひ、又個人誤差を消す爲に観測者の位置を換へる。Invar にては温度の測定は左程重要なものでない。作業開始前能く空氣中に置き附近空氣の温度を示す様に注意すれば宜い。

例 參謀本部陸地測

量部饗庭野基線測量

使用尺度 25m Invar

綫尺 5 條。測定の結果は次の如くである。

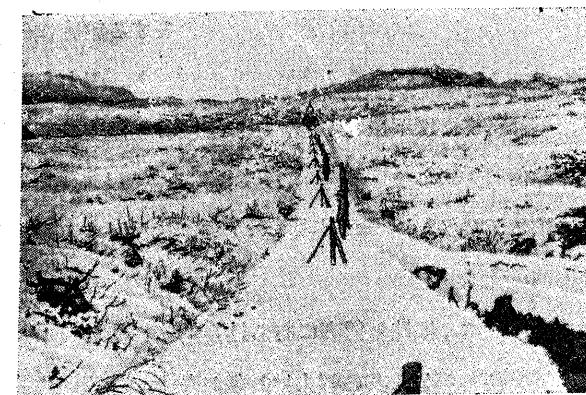
明治 18 年 (1885)

Hilgard 4m 基線尺を以て測定した長さに比し 8.7mm の差を生じた。



第 655 圖 アエバノ 饗庭野に於ける基線測量の状況

第四章 基線の測定



第 656 圖 饗庭野に於ける基線接點杭設置の状況

第 35 表

尺の番號	測定方向 東端、西端	測 定 値		差	中 數		
		m	mm				
203	→	3065	+824.69	+3.37	3065+826.38		
	←	828.06					
662	←	824.66		+2.68	826.00		
	→	827.34					
663	←	825.71		+0.54	825.98		
	→	826.25					
665	←	825.82		+2.06	826.86		
	→	827.91					
666	→	826.64		-1.13	826.98		
	←	825.51					
				m mm			
				3065+826.26			
				111.06			
				m mm mm			
				3065+715.2±0.112			
測定上の長さ 海面上への更正							
中等海水面上の長さ							

(2) 鋼巻尺の場合 普通の鋼巻尺の目盛は其の水平なる時の長さを示すから、之で基線を測る場合は成るべく直線をなす様に換言すれば弛み (Sag) の成る可く少くなる様に中間を支へねばならぬ。此の支持装置及び引張装置

れて就ては後に述べる。鋼卷尺による測定法は其の要する精度に依てきまる。

特別の装置を用ひず巻尺の両端を肉眼で水平に保ち、張力も引張る人の手で加減し、地盤傾斜すれば下振を下し、單に寒暖計で温度を測る位にすれば殆んど天候の如何に拘はらず $\frac{1}{5000}$ の精度を得る。但し此の $\frac{1}{5000}$ と云ふのは測定法に依る偶差 (Accidental Error) で、標準尺度との誤差を含んで居ない。

$\frac{1}{50000}$ の精度を得るには杭を同高に打ち込み精密に基線の中心を定め、又は杭の頭を一様な傾斜とし、其の張力は彈衡に依り、温度も $\frac{1}{2}^{\circ}\text{C}$ 位迄精密に測り且つ曇天の時に行はねばならぬ。此の程度の精度が最も要求される。

更に進んで $\frac{1}{500000}$ の精度を得るには出来る丈けの注意をなす。即ち温度は特別の寒暖計を用ひて $\frac{1}{10}^{\circ}\text{C}$ を読み、張力も $\frac{1}{10}\text{kg}$ 還讀む。一定距離毎に杭を打つて同高とするか又は傾斜の多い所では勾配を與へ、尙各點の基準面上の高さを算出し摩擦を減する様な装置をすれば宜い。兩端點の投影と温度の誤差が最も大であるから充分注意して、天候も曇天又は空氣の移動の少しき朝夕に行ふ可きである。

274 支持及び引張り装置 (Method of

Supporting and Stretching)

基線測量をなすには次の三つの装置を必要とする。

- (1) 支持装置 (Supporting Apparatus)
- (2) 引張装置 (Pulling or Stretching Apparatus)
- (3) 溫度測定装置 (Thermometric Apparatus)

(1) 支持装置 Invar にて垂曲線法に依る時は引張器に依る外中間で支へない、故に以下鋼卷尺に於ける場合である。基線が卷尺の長さより長い時

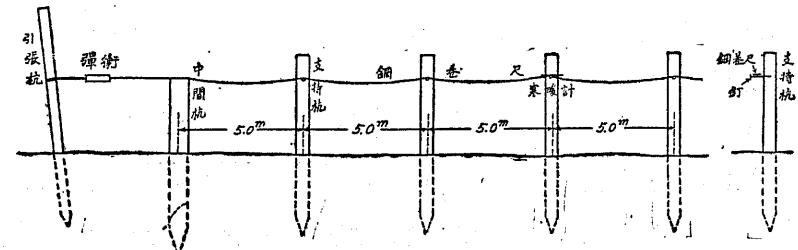
は布卷尺で測り一方から轉鏡儀で視準して中間杭の位置を定める。此の中間杭は徑 12 cm か又は 10×10 cm 長さ 1 m 位の木杭で、其の間隔は卷尺長

よりも少し短くして餘裕を保たしめる(第 657 圖)。此の中間杭の間の弛みを除く爲に支持杭 (Supporting Peg) を必

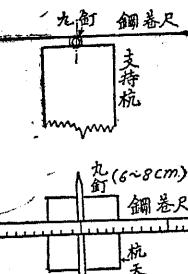
要とする、即ち 5~15 m の間隔に 5×5 cm 位の支持杭を、一端より轉鏡儀で方向を覗ひ他方水準儀にて其の頭を同高とし乍ら打込む。

之等の中間杭及び支持杭の上に鋼卷尺を張る時、各杭頭に於ける摩擦を減する爲に第 658 圖の如く基線の方向に直角に 6~8 cm の釘を置いて轉子とする事がある。然し此の式の缺點は風、振動其他の爲に外れ又は落ち易い事で、轉子を夾んで四隅に釘を打ち又卷尺を支持する釘を打たねば充分な役をしない。

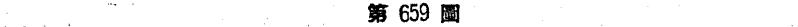
又第 659 圖の如く杭の側面に水平に釘を打つて等高にし、此の釘に卷尺を掛ける方法は普通に行はれて居るが、第 660 圖(A)の如く支持杭を置けば少



第 657 圖

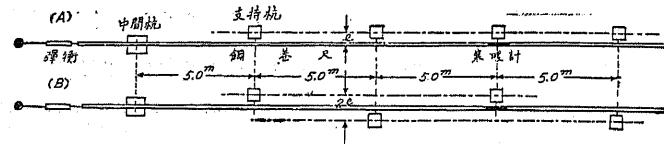


第 658 圖



第 659 圖

し外れ易い代りに杭の設定が容易で、(B) の如く支持杭を互ひ違ひに配列すれば外れ難い代りに多少設定が困難である。又板上に観測すれば水平になり



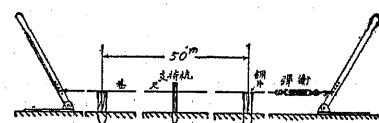
第 660 圖

理想的ではあるが摩擦が多く又面倒で此の方法は餘り用ひられて居ない。



第 661 圖 Sydney 港橋基線測量(第 622 圖基線 “B”)

ならば杭丈け先に打つて静穏の日に観測を行ふ。50 m の杭の頭には亞鉛又は銅片を釘で打ち付け此の上に卷尺の目盛を移す。中間の支持杭は横に水平に釘を打つて夫で卷尺を支へる。又一對の木製の挺子が観測者の載る木板に連結され此の挺子で必要な張力を與へる事が出来る。此の張力は 13 kg である



第 662 圖 米國に於ける基線測定装置

が、卷尺を比較した時の張力を用ふる事もあり、夫は其の一端にある彈衡に依て知る。

(2) 引張装置 Invar 基線尺に依る時は第 663 圖に示す Jäderin 式引

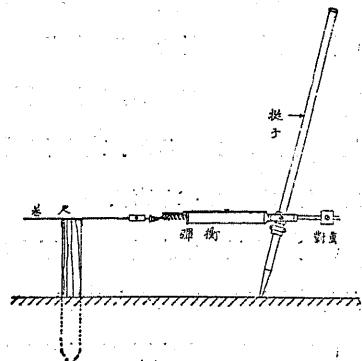
張器を用ふる。之は 2 個を以て 1 組とする三脚で a なる大脚及び滑車 p に掛る重量に依て卷尺 t を引張つて居り、 b, b' の二脚に依て卷尺の高さを加減する。此の器械を据えるには先づ卷

尺の捨て金に應じて a 脚を端點から適當の距離に且つ基線上に置き、 a の他點 c を肩に掛け b, b' の兩脚を兩手で支へて適當な高さに据える様にする。分銅は 10 kg が普通で滑車のみだから摩擦は殆んど無い。

米國 Coast and Geodetic Survey にて

ては第 664 圖の如き特別の引張装置を用ひて居る。之は挺子に彈衡及び對量を連結し挺子の一端を地中に樹立して彈衡を見乍ら引張る。

普通の鋼卷尺の場合は第 665 圖の如き所謂彈衡 (Spring Balance) を卷尺に附けて手力又は挺子にて引張る。磨擦が相



第 664 圖 米國 Coast and Geodetic Survey 型引張器

當あるから Balance は兩端各 1 個宛着け引張る時は一端を固定して他端より張力を加減する方が読み易い。從來の経験に依る

第 665 圖 彈衡

と引張力は 6 ~ 10 kg 位が適當の様で 5 kg

以下では餘り結果が良くない。又張力を漸次増加し次に次第に減じて測る法は屢々有効なる測定法となるが、矢張り張力を減する時誤差を生じ易い。

(3) 溫度測定装置 基線測定の精度を左右するものが溫度誤差である事が詳つてから溫度測定が俄かに重要視されるに至つた、然しひ不幸にも基線尺の溫度を精密に測る事は非常に困難なる事が解つた。卷尺が氣温と同じ昇降を示せば宜いが、金屬は副射に依る熱の移動が多く太陽のみならず地面の影響を受ける。又地表附近の空氣は溫度を異にする層より成り、地表の傾斜多く此の數層に跨る時は此の影響を受ける。更に引張つた時風があれば其の爲に振動を起し機械的に卷尺の溫度を變化せしめる。

斯くの如く種々の原因に依て變化する卷尺の溫度を測るに、野外では普通の棒状水銀寒暖計を用ひて居る。寒暖計は其の場所の空氣の溫度を示し直接卷尺の溫度を示さない。普通に行はれる方法は寒暖計を適當な二三ヶ所に卷尺に水平に固定するか、或は小三脚にて吊し水銀球を卷尺に接せしむる。尙此の外に注意すべき事は

- (1) 卷尺及び寒暖計を使用する以前少くとも 30 分前から大気に曝して外界の氣温と一致せしむる事。
- (2) 寒暖計を水平に固定すれば其の部の卷尺の重量が變り、從て弛みが變るから成るべく中間支持杭附近に置くこと。
- (3) 卷尺が地上から少し (1m位) 離れるが宜しい、地面に接したり草木に觸れるのは最も悪い。
- (4) 風の影響ある時は幕を張つて之を防ぐ。
- (5) 曇天の時が最も卷尺の溫度が大氣の溫度と一致するから結果が宜い。
- (6) 寒暖計を使用する前比較し異差を知る事。

第 666 圖は卷尺の溫度を測る寒暖計で、後部には之を卷尺に取付くる爲の



第 666 圖 卷尺用寒暖計

摺みを有する。取付けた時丁度卷尺の面が水銀球に接する様になつて居る。最も精密なる方法としては「針金の電氣抵抗が溫度と共に増加する」事を利用して測るものである。今 0° 及び t° に於ける針金の電氣抵抗を R_0 及び R とすれば

$$R = R_0(1 + \alpha t)$$

但し α = 電氣抵抗の溫度係数 (Temperature Coefficient of Electric Resistance)

この法は野外用に不向きで検定所で卷尺を検定する時の外用ひられない。

Invar 基線尺の場合は單に普通の寒暖計で附近の氣温を測れば宜く、基線尺に接する必要は無い。

第五章 測定基線の更正

275 測定基線の更正 (Corrections of Measured Base Line)

基線に用ふる卷尺又は針金の眞長を見出す事は困難な事で、普通其の要求する精度に依て次の方法の何れかに依る。

(1) 比較器 (Comparator) に依て直接標準尺度と比較する法 本邦に於て最も標準となる可き尺度は日本帝國メートル正原器及び副原器 (長さ 1m) であるが、之等と直接に比較することは困難である。故に先づ Guillaume

第36表 長さの膨脹係数(攝氏一度に対する係数)

物質	温度	膨脹率	測定者	物質	温度	膨脹率	測定者
		0.0000				0.0000	
アルミニウム	40°	2313	Fizeau	銀	40°	1921	Fizeau
	50°	2336	"	亜鉛	40°	2918	"
	40°	2924	"	錫	40°	2234	"
鉛	50°	2948	"	洋銀	0°-100°	1836	Pfaff
	0°-100°	2799	Matthiessen	銅	71.5		
鐵	0°-100°	1182	Dulong, Petit	亜銅	27.7	40°	1859 Fizeau
(電磁器用)	40°	1210	Fizeau	錫	0.3	50°	1879 "
軟鐵	50°	1228	"	鉛	0.5		
	40°	1061	"	銅	71	0°-100°	1906 Matthiessen
鐵(淡黒色)	50°	1075	"	亜鉛	29		
鋼	-45°-100°	0086	Andrews	青銅	86.3	40°	1782 Fizeau
	40°	1322	Fizeau	錫	9.7	50°	1802 "
銅(佛國產)	50°	1362	"	亜鉛	4.0		
	0%Ni	20°	110 Kaye	銅	48.0		
	10%Ni	20°	130	亜鉛	9	-191°-16°	1925 Henning
	20%Ni	約20°	195	錫	6		
ニッケル	30%Ni	20°	120	白金イリジウム	40°	0884	Fizeau
	36%Ni (Invar)	20°	009	白金	50°	0892	"
	40%Ni	20°	060	Ir	100°	105 Le Chatelier	
	50%Ni	20°	097	白金ロヂウム	300°	0928 Day, Sosman	
	80%Ni	20°	125	白金	900°	1024 "	
	100%Ni	20°	128	Rh	1400°	1107 "	
	-191°-126°	0136	Valentin-	管形	0°-100°	0883 Regnault	
	-54°-29°	0062	er 及 Wallot	玻璃	10°	0851 Recknagel	
ニッケル	-43°-17°	0035	"	普通	40°	0882 "	
	-17°-21°	0044	"	鏡用	40°	0777 Fizeau	
	0°-20°	00902	Guillaume	フリント	50°-60°	0788 Pulfrich	
	40°	1279	Fizeau	クラウン	50°-60°	0954 "	
	50°	1286	"	普通寒暖	15°-92°	0802 "	
銅	40°	1678	"	計用冷却	0°-100°	0813 Winkel-	
	50°	1698	Dulong, Pettit	セシモノ	0°-100°	mann	
白金	0°-100°	1718	"	同不冷却	エナ、硼	0°-100° 053 "	
	0°-100°	0884	Petti	硅寒暖計	0°-100°	Holborn Gruneisen	
	40°	1443	Fizeau	用冷却セシモノ	0°-100°	059 "	
	50°	1451	"	同不冷却	0°-100°	0589 "	
金	0°-100°	1470	Dulong, Pettit	細管	0°-500°	0622 "	
				金剛石	40°	0118 Fizeau	

第五章 測定基線の更正

$$\text{及び } E = \frac{f}{\lambda} = \frac{fL}{L} \quad (b)$$

$$\text{或は } \lambda = \frac{fL}{E} \quad (c)$$

(c) 式に (a) 式を代入して

$$\lambda = \frac{PL}{AE} \quad (d)$$

又標準張力 P_0 の時は

$$\lambda_0 = \frac{P_0 L}{A E} \quad (e)$$

依て張力 P_0 を P に變へた時は緊張の更正 Δ_f を實測値に加へねばならぬ。

$$\Delta_f = \lambda - \lambda_0 = + \frac{L}{AE} (P - P_0) \quad (266)$$

此の中 A は使用卷尺に就いて測微尺 (Micrometer) で精密に測る。 E の値は銅で $2.1 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$, Invar で $1.5 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$ と置いて差支へない。

278 弛みに対する更正 (Correction for Sag or Dip)

一般に一様な重量を有するものが兩端で支へられ其の間に自身の重量に依て懸垂する時は垂曲線 (Catenary) と云ふ曲線をなす。故に卷尺も其の支持杭間は垂曲線をなし、地表の實長を表はさないから、從て弛みの更正を必要とする。

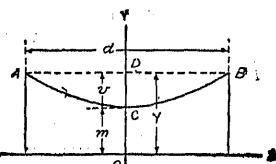
今第 667 圖に示す如く兩支點 A, B の高さが等しく、且つ徑間を d とすれば其の中央 CD に於て v なる弛みを生ずる。曲線 ACB の長さを l とし又圖の如く OX, OY の直交軸を取れば垂曲線の方程式は次の如くなる。

第十五編 三角測量

$$y = \frac{m}{2} \left\{ e^{\frac{x}{m}} + e^{-\frac{x}{m}} \right\} \quad \dots \dots \dots \text{(a)}$$

但し e = ナピア基數 (Base of Napierian Logarithms) = 2.7182818285

m = 助變數



第 667 圖

故に S を垂曲線の長さとすれば微積分學の定義に依り

$$S = \int \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2} dx$$

依て (a) 式から $\frac{dy}{dx}$ を作り、之に代入すれば

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} \left(e^{\frac{x}{m}} - e^{-\frac{x}{m}} \right)$$

$$\therefore S = \int \sqrt{1 + \frac{1}{4} \left(e^{\frac{x}{m}} - e^{-\frac{x}{m}} \right)^2} dx = \frac{m}{2} \left(e^{\frac{x}{m}} - e^{-\frac{x}{m}} \right) \dots \text{(b)}$$

である。(a) 式を展開すれば

$$\begin{aligned} y &= \frac{m}{2} \left(e^{\frac{x}{m}} + e^{-\frac{x}{m}} \right) = \frac{m}{2} \left(1 + \frac{x}{m} + \frac{x^2}{2! m^2} + \dots \right. \\ &\quad \left. + 1 - \frac{x}{m} + \frac{x^2}{2! m^2} - \dots \right) \\ &= m \left(1 + \frac{x^2}{2m^2} + \frac{x^4}{24m^4} + \dots \right) \end{aligned} \quad \text{(c)}$$

又 (b) 式を展開すれば

$$\begin{aligned} S &= \frac{m}{2} \left(1 + \frac{x}{m} + \frac{x^2}{2! m^2} + \frac{x^3}{3! m^3} + \frac{x^4}{4! m^4} + \dots \right. \\ &\quad \left. - 1 + \frac{x}{m} - \frac{x^2}{2! m^2} + \frac{x^3}{3! m^3} - \frac{x^4}{4! m^4} + \dots \right) \\ &= x \left(1 + \frac{x^2}{6m^2} + \frac{x^4}{120m^4} + \dots \right) \end{aligned} \quad \text{(d)}$$

第五章 測定基線の更正

となる。 x が m に對して小なる時は (c) 及び (d) 式は共に收斂級數であるから、括弧内の第三項以下を省略し得る。從て $X = \frac{d}{2}$ とすれば (c) 式から

$$Y = m \left(1 + \frac{d^2}{8m^2} \right) \quad \dots \dots \dots \text{(e)}$$

故に垂曲線の弛みは

$$v = Y - m = \frac{d^2}{8m} \quad \dots \dots \dots \text{(f)}$$

$$\text{即ち } m = \frac{d^2}{8v} \quad \dots \dots \dots \text{(g)}$$

故に (d) 式の曲線の長さを前記の ACB 長さ l とし、其の第三項以下を省略すれば

$$l = d \left(1 + \frac{1}{24} \frac{d^2}{m^2} \right) \quad \dots \dots \dots \text{(h)}$$

(h) 式の m を (g) 式を代入すれば

$$l = d \left(1 + \frac{8}{3} \frac{v^2}{d^2} \right) \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

之れ即ち曲線 ACB の長さである。但し以上の展開に依らず曲線を拋物線

$$\frac{x^2}{d^2} + \frac{y^2}{4v^2} = \frac{1}{4}$$

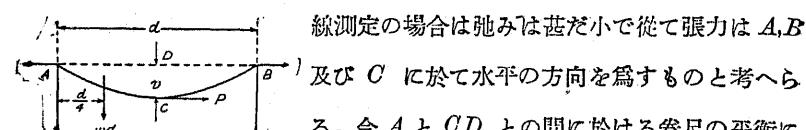
$$l = \frac{1}{2} \sqrt{16v^2 + d^2} + \frac{d^2}{8v} \log \left(\frac{4v + \sqrt{16v^2 + d^2}}{l} \right)$$

$$= d \left\{ 1 + \frac{2}{3} \left(\frac{2v}{d} \right)^2 - \frac{2}{5} \left(\frac{2v}{d} \right)^4 + \dots \right\}$$

第三項以下を省略して

$$l = d \left(1 + \frac{8}{3} \frac{v^2}{d^2} \right) \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

此の式中 v の量は測定が困難であるから他の量で置換せねばならぬ。普通基



第 668 圖

線測定の場合は弛みは甚だ小で從て張力は A, B 及び C に於て水平の方向を爲すものと考へらる。今 A と CD との間に於ける巻尺の平衡に就て考ふれば

w =巻尺の単位長の重量

$P=C$ に於ける張力

として A 點に對する力率を取れば第 668 圖から

$$Pv - \frac{wd}{2} \cdot \frac{d}{4} = 0 \text{ 又は } v = \frac{wd^2}{8P} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(j)$$

(j) 式を (i) 式に代入すれば

$$l = d \left\{ 1 + \frac{8}{3} \frac{1}{d^2} \left(\frac{wd^2}{8P} \right)^2 \right\} = d \left\{ 1 + \frac{1}{24} \left(\frac{wd}{P} \right)^2 \right\} \cdots\cdots(k)$$

依て一徑間に施すべき弛みの更正 δ_s は

$$\boxed{\delta_s = d - l = - \frac{d}{24} \left(\frac{wd}{P} \right)^2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(267)$$

即ち弛みの更正是常に負号を有する。

基線を鋼卷尺で測定する場合は中間に多數の支持杭があり從つて連續桁と見做すべきであり、嚴密には (267) 式は勿論不適當であるが此の相違は極めて僅かであるから普通 (267) 式を使つて居る。從て巻尺の徑間が相等しからず n 個の徑間即ち $d_1, d_2, d_3, \dots, d_n$ ある時は弛みの全更正 Δ_s は

$$\Delta_s = - \sum_{r=1}^n \frac{d_r}{24} \left(\frac{wd_r}{P} \right)^2 = - \frac{w^2}{24P^2} \sum_{r=1}^n d_r^3 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(268)$$

若し n 個の徑間が等しく

$$L = d_1 + d_2 + d_3 + \dots + d_n = nd$$

ならば

$$\Delta_s = - \frac{L}{24} \left(\frac{wd}{P} \right)^2 = - \frac{w^2 L^3}{24n^2 P^2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(269)$$

279 弾性率の測定 (Measurement of the Modulus of Elasticity)

鋼卷尺の弾性率は正確には實驗室内で巻尺と同断面同性質の試験片に就いて行はねばならぬ。然し在來の巻尺に就いては前掲の鋼の弾性係数を其の儘用ひて差支へない。一般に張力を多く加ふれば弛みが少くなり同時に伸びを增加する。故に張力の増減に依て生ずる伸びの増減を測れば逆に巻尺の弾性率を測定する事が出来る。

今 P_0 =小なる張力	P_1 =大なる張力 ($P_0 < P_1$)
$S_0 = P_0$ に依る弛み	$S_1 = P_1$ に依る弛み ($S_0 > S_1$)
A =巻尺の断面積	E =巻尺の弾性率
a =張力の増加に依る巻尺の長さの伸び	
L =標準張力に於ける巻尺の全長	
d =徑間	w =巻尺単位長の重量
M =自由端に於ける巻尺の動き即ち見掛けの伸び	

とすれば

$$M = a + (S_0 - S_1) \text{ 即ち } a = M - S_0 + S_1$$

となり弾性率の定義からして

$$E = \frac{P_1 - P_0}{A} \div \frac{M - S_0 + S_1}{L} = \frac{(P_1 - P_0)L}{A(M - S_0 + S_1)} \\ = \frac{P_1 - P_0}{A} \left\{ \frac{M}{L} - \frac{(wd)^2}{24} \frac{(P_1^2 - P_0^2)}{P_1^2 P_0^2} \right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(270)$$

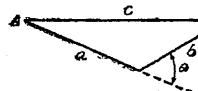
但し

$$\delta g' = -\frac{\sin^2 1'}{2} \theta^2 l = -0.000\,000\,042\,31 \theta^2 l \quad \dots\dots\dots(278)$$

従て全更正 $\Delta g'$ は

$$\Delta g' = -0.000\,000\,042\,31 \times \theta^2 l \quad \dots\dots\dots(279)$$

282 折基線の更正 (Correction for Broken Base)



第670圖

基線はどの場合にも直線に設定するが、若し誤差があつて折基線 (Broken Base)となつた時

は次の如く直線距離に更正する。第 670 圖に於て
 a, b =折基線 c =直基線 (Straight Base)

θ =折基線の互になす外角 (3° より小なる時とす)

とすれば

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta = (a+b)^2 - (1-\cos \theta)2ab = (a+b)^2 - 4ab \sin^2 \frac{\theta}{2} \\ &= (a+b)^2 - ab \theta^2 \sin^2 1' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c &= (a+b) \left\{ 1 - \frac{ab \theta^2}{(a+b)^2} \sin^2 1' \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &= (a+b) \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{ab \theta^2}{(a+b)^2} \sin^2 1' - \frac{1}{8} \left(\frac{ab \theta^2}{(a+b)^2} \sin^2 1' \right)^2 - \dots \right\} \\ &= (a+b) - 0.000\,000\,042\,31 \theta^2 \frac{ab}{a+b} \end{aligned}$$

$$\text{故に } \Delta_B = -0.000\,000\,042\,31 \theta^2 \frac{ab}{a+b} \quad \dots\dots\dots(280)$$

若し $\theta > 3^\circ \sim 5^\circ$ ならば通常の公式 $c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta$ に依て解く。

283 平均海水面上への更正 (Reduction to Mean Sea Level)

小三角の場合即ち三角網が略同一水平面上にある時は必要ないが、高さを異なる場合は必要である。第 671 圖で

B =測定基線の長さ

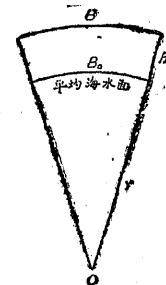
r =地球の平均半径=6370 km

B_0 =平均海水面上の基線の長さ

h =測定基線の平均高度

とすれば

$$\begin{aligned} \frac{B}{B_0} &= \frac{r+h}{r} = 1 + \frac{h}{r} \\ B_0 &= B \frac{r}{r+h} = B \left(1 + \frac{h}{r} \right)^{-1} \\ &= B \left(1 - \frac{h}{r} + \frac{h^2}{r^2} - \dots \right) = B \left(1 - \frac{h}{r} \right) \end{aligned}$$



第671圖

高度の更正を Δh とすれば

$$\Delta h = B_0 - B = -B \frac{h}{r} \quad \dots\dots\dots(281)$$

284 缺基線の計算 (Computation of Gaps in Base Lines)

時として基線が河川其他の障害物の爲め其の一部分の實測を妨げらるゝことがある。例へば第 672 圖の如く $AB=a$, $CD=b$ を實測し $BC=x$ を實測不能の箇所とすれば A, B, C, D を見透す一點 O に器械を据えて α, β, θ を

第672圖 缺基線の計算

測つて $BO=x$ を計算する事が出来る。

補助線として AO に垂直に BE, CF を DO に垂直に CG, BH を引けば

$$\triangle ABE \sim \triangle ACF, \quad \frac{BE}{CF} = \frac{BA}{CA}, \quad \frac{BO \sin \alpha}{CO \sin(\alpha+\beta)} = \frac{a}{x+a}$$

$$\frac{BO}{CO} = \frac{a \sin(\alpha+\beta)}{(x+a) \sin \alpha} \quad \dots\dots\dots(a)$$

及び $\triangle BDH \sim \triangle CDG$, $\frac{BH}{CG} = \frac{BD}{CD}$, $\frac{BO \sin(\beta+\theta)}{CO \sin \theta} = \frac{x+b}{b}$

$$\frac{BO}{CO} = \frac{(x+b) \sin \theta}{b \sin(\beta+\theta)} \quad \dots \dots \dots \text{(b)}$$

(a) 及び (b) 式より

$$\frac{a \sin(\alpha+\beta)}{(x+a) \sin \alpha} = \frac{(x+b) \sin \theta}{b \sin(\beta+\theta)}$$

$$(x+a)(x+b) = \frac{ab \sin(\alpha+\beta) \sin(\beta+\theta)}{\sin \alpha \sin \theta}$$

$$x = +\sqrt{\frac{ab \sin(\alpha+\beta) \sin(\beta+\theta)}{\sin \alpha \sin \beta}} + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 - \frac{a+b}{2} \dots (282)$$

此の方法に依れば基線の精度及び A, D, O の取り方に依て決定される。

第六章 基線測量の精度

285 基線測量の誤差の原因 (Sources of Errors

in Base Line Measurement)

基線測定に於ける誤差の原因を擧ぐれば次の如くである。

(1) 基線測量に用ふる尺度の誤差即ち間違つた基線尺を使用した時の誤差——鋼卷尺は新らしい時正しくても使用に依て其の長さを變じ、殊に新しくとも相當の誤差のあるものが普通だから、使用的の前後には正確な標準尺と比較して其の誤差の量を知らねばならぬ。

(2) 温度の變化に依る誤差——此の誤差は精密な基線測量の場合には他の何れの誤差よりも大で、鋼卷尺にて 1°C の變化は約 $\frac{1}{100000}$ の誤差を生ずる。如何にしても卷尺の正確な溫度は測る事が出来ず、従つて溫度の影響の少ない Invar を用ふるか或は空氣の溫度が卷尺と同様になる曇天の日

に行ふが宜い。

(3) 緊張又は張力の誤差——彈衡の不正確、摩擦に依る張力の變化等である。卷尺が板上に支へられる時には張力の誤差は大して影響しないが、中間支持の場合は張力の變化に依て直ちに弛みが異なるから頗る重要なとなる。彈衡は簡単に検査が出来るから使用前必ず検査する。

(4) 弛みの誤差——實際上弛みの計算を正確に行ふ事は困難なので從て弛みの小となる様 10 kg 以上の張力を用ふる。

(5) 卷尺が水平に支持されてない爲の誤差——支持杭の高さを水準儀で調べて之に傾斜の更正をすれば殆んど誤差は起らない。然し傾斜はつとめて避くべきである。傾斜せる鋪装道路上で基線を測る様な場合には誤差の原因となり得る。

(6) 基線が直線をなして居ない爲の誤差——折基線になると計算が面倒だから一端から轉鏡儀で見透して正確に直線に入れる事。

(7) 平均海平面へ更正の誤差——平地に於ける小三角形の場合は此の誤差は省略し得る。

(8) 兩端三角點の直線距離を測らず、從て眞の基線とならない爲の誤差

(9) 中間杭、支持杭の移動、又は接續點に於ける指標の不精密に依る誤差

(10) 尺を讀む時に起る個人誤差——之は人を換へて行へば宜い。

(11) 風の影響——風が卷尺に直角に吹く時は全長に亘りて荷重を受け新たな横の弛みを生ずると共に、振動して觀測を著しく不精密にする。此の風の影響は正確に計算する事が出来ないから、強い横風の吹く時に基線を測らぬが宜い。

286 基線測量の精度 (Accuracy of Base

Line Measurement)

(1) 等精度観測 (Unweighted Measurement) の場合 若し基線を一端より他端に向て數回同様に測る時は其の観測長は等輕重率 (Equal Weight) と考へられる。従て是等の算術平均が其の長さの或是値 (Most Probable Value) を示す。此の單観測の推差は次の式で與へられる。

 n =観測回数 Σv^2 =残差の平方の和 r_1 =單観測の推差

$$r_1 = 0.6745 \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n-1}} \quad \dots \dots \dots \quad (283)$$

又 n 回観測の算術平均に對する推差は r_a =算術平均の推差

$$r_a = \frac{r_1}{\sqrt{n}} = 0.6745 \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n(n-1)}} \quad \dots \dots \dots \quad (284)$$

(2) 異精度観測 (Weighted Measurement) の場合 若し輕重率 p を有する場合は單位輕重率の單観測の推差は

$$r_1 = 0.6745 \sqrt{\frac{\Sigma p v^2}{n-1}} \quad \dots \dots \dots \quad (285)$$

輕重率 p の観測の推差は

$$r_p = \frac{r_1}{\sqrt{p}} = 0.6745 \sqrt{\frac{\Sigma p v^2}{p(n-1)}} \quad \dots \dots \dots \quad (286)$$

輕重率附算術平均 (Weighted Arithmetical Mean) の推差は

$$r_{p_a} = \frac{r_1}{\sqrt{\sum p}} = 0.6745 \sqrt{\frac{\Sigma p v^2}{\sum p(n-1)}} \quad \dots \dots \dots \quad (287)$$

(3) 重複観測 (Duplicate Measurement) の場合 比較的小さな基線測量では單に二回丈け同様に測定して其の結果を平均して充分である。其の場

合は d を二回觀測に於ける差とすれば

$$v_1 = +\frac{d}{2} \quad \text{及び} \quad v_2 = -\frac{d}{2}$$

之を (283) 式に代入し更に r_1 を r_2 に置き換へれば次の式を得る。距離 l の單観測の推差

$$r_1 = 0.6745 \sqrt{\frac{d^2}{2}} = 0.4769 \sqrt{d^2} = \pm 0.4769 d \quad \dots \dots \dots \quad (288)$$

同様に (284) 式に之を施す時は算術平均の推差として

$$r_a = 0.6745 \sqrt{\frac{d^2}{4}} = 0.3373 \sqrt{d^2} = \pm 0.3373 d \quad \dots \dots \dots \quad (289)$$

即ち換言すれば

$$r_a = \pm \frac{1}{3} d \quad \dots \dots \dots \quad (290)$$

(4) 區分観測 (Sectional Measurement) の場合 基線が巻尺の長さより長き時は區分して觀測を行ふ。今

 $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$ =各區に於ける或是値 L =全長に對する或是値 $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$ =各區の $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$ に對する推差 r_L =全長に對する推差

とすれば

$$L = l_1 + l_2 + \dots + l_n = \Sigma l \quad \dots \dots \dots \quad (291)$$

$$r_L = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 + \dots + r_n^2} = \sqrt{\Sigma r^2} \quad \dots \dots \dots \quad (292)$$

(5) 推差的一般法則

 L =全長 r_L =全長に對する推差

t = 基線尺の長さ

r_t = 一回観測に對する推差

n = 観測回数

とすれば

$$r_L = \sqrt{\sum r_t^2} = \sqrt{nr_t^2} \text{ 及び } n = \frac{L}{t}$$

故に $r_L = \sqrt{\frac{L}{t} r_t^2} = \frac{r_t}{\sqrt{t}} \sqrt{L}$ (293)

即ち同じ條件の観測に於ては基線の推差は其の全長の平方根に比例する。

(6) 軽重率の法則

(293) 式より $r_L = m \sqrt{L}$ 但し m = 観測の條件に依る係数

又一方 $r_L = s \cdot \frac{1}{\sqrt{p}}$ で此の s は輕重率及び観測の條件に依て定る係数で、今 $s=m$ と置けば $r_L = m \cdot \frac{1}{\sqrt{p}}$ 従て

$$m \sqrt{L} = m \cdot \frac{1}{\sqrt{p}}, \quad p = \frac{1}{L} \text{ (294)}$$

故に『同じ條件の観測に於ては基線の輕重率は其の長さに逆比例する』と云ふ事が出来る。

287 基線測量精度の實例

本邦陸地測量部及び各國基線測量精度は第 37-33 表に示される。

278 基線測量の速度 (Speed of Base)

Line Measurement)

基線測定の速度は必要精度、基線長、使用器皿、土地の形狀等に依て異なる。今二三の例を示せば第 39-41 表の如し。

第 37 表 本邦基線一覽表

名稱	所在地	測定年	所要日數	器械の種類	端點の標高(m)		中等海面上測定の誤差(m.m)	最大邊長(m)
					南端	北端		
1, 相模野川縣相模國高座郡明治15年(1882)	神奈川縣相模國高座郡	106日	「ヒルガード式」 4米基線尺	92.9 35.93	9.97 10839.975	± 2.931 ± 6.970	76071.151 32350.487	
2, 三方原靜岡縣遠江國引佐郡明治16年(1883)	静岡縣遠江國引佐郡	—	"	84.83 233.66	9.75 3065.7239	± 3.94 ± 0.766	33974.591 44017.198	
3, 豊後野添縣近江國高島郡明治18年(1885)	近江國高島郡	56日	"	263.16 31.40	27.36 2832.2124	± 1.688 ± 1.688	44193.672	
4, 西林村德島縣阿波國阿波郡明治20年(1887)	阿波國阿波郡	51日	"	36.73 116.10	3301.8951	± 0.893	39995.354	
5, 天神野鳥取縣伯耆國東伯郡明治21年(1888)	東伯郡	54日	"	55.14 14.83	27.36 3161.0071	± 1.685	31887.448	
6, 久留米福岡縣筑後國舞鶴郡明治22年(1889)	舞鶴郡	45日	"	59.37 106.27	5875.5088	± 1.451	69668.987	
7, 笠野原鹿兒島縣大隅國肝屬郡明治25年(1892)	大隅郡	63日	"	221.67 145.61	5129.5872	± 1.869	55817.797	
8, 鹿野原山形縣羽前國最上郡明治27年(1894)	最上郡	76日	"	447.66 63.55	447.66 3295.9120	± 0.739	56000.933	
9, 須坂長野縣信濃國上高井郡明治29年(1896)	上高井郡	68日	"	333.25 43.06	4065.0309	± 0.518	33402.032	
10, 鶴見平青森縣陸奥國上北郡明治31年(1898)	上北郡	51日	"	74.43 14.96	4065.0309	± 0.518	46026.593	
11, 札幌北海道石狩國札幌市明治33年(1900)	札幌市	74日	"	4539.7703 北端埋設	4539.7703	± 1.418	46026.593	
12, 別荘北海道根室國目梨郡明治36年(1903)	目梨郡	89日	"	63.55 16.96	4069.8502	± 0.376	35269.742	
13, 聖門北海道北見國宗谷郡明治41年(1908)	宗谷郡	113日	"	7.96 7.24	2677.5055	± 0.405	38854.748	
14, 沖繩沖繩縣琉球國中國郡明治44年(1911)	中國郡	85日	"	3.83 7.41	4151.6773	± 0.409	30435.230	
15, 指揮北海道千島國紗那郡大正2年(1913)	紗那郡	42日	"	8.54 13.14	4105.6081	± 0.786	41611.150	
16, 宜蘭臺灣臺北州羅東郡大正3年(1914)	羅東郡	39日	"	2.30 7.41	4225.8415	± 1.845	36346.198	
17, 埔里社臺灣臺中州能高郡大正3年(1914)	能高郡	21日	"	438.59 438.72	2575.7965	± 0.391	44381.013	
18, 太原臺灣高雄州鳳山郡大正5年(1916)	鳳山郡	41日	"	12.84 12.84	4961.3844	± 1.485	33625.078	
19, 大豊臺灣臺中州大正11年(1922)	臺中州	55日	"	37.74 20.34	4959.6897	± 0.656	49126.493	
20, 太穂臺灣臺北州新竹郡大正15年(1926)	新竹郡	42日	"	71.66 125.15	4599.4504	± 0.678	未測定	

第38表 各國基線測量一覽表

國名	基線名	測量年	長	Prob.Error	使用基線尺	精度
Canada	Cleau	1909	12536.4075	± 5.138	50m Invar tapes	1/2,440,000
"	Belle ville	1913	13449.5539	± 4.643	"	1/2,897,000
"	Dika	1914	12258.5500	± 2.049	"	1/5,983,000
"	Stayner	1915	13849.5702	± 1.980	"	1/6,995,000
"	Erfeld	"	14484.5428	± 2.550	"	1/5,680,000
"	L. Islet	1917	12801.9726	± 2.352	"	1/5,480,000
"	Westmoreland	"	9959.9816	± 2.827	"	1/3,537,000
"	Fort Rupert	1919	5547.2141	± 1.524	"	1/4,962,000
"	Ait Leocot Ireland	1921	12373.2835	± 1.462	"	1/8,463,000
U.S.A.	Ambrose	1912	10479.1774	± 3.5	50m Invar tapes	1/2,994,000
"	Provo	"	14559.2511	± 4.6	"	1/3,165,000
"	El Paso	1913	11288.5852	± 3.1	"	1/3,642,000
"	Cheyenne	{ 1914	6650.4367	± 2.8	"	1/2,375,000
"	Sandiferdee	{ 1921	7627.5753	± 22.1	"	1/345,000
"	Dryden	"	6675.3886	± 5.5	"	1/1,214,000
"	Paloma	"	8044.2860	± 9.0	"	1/894,000
"	Zapata	"	7495.3672	± 3.2	"	1/2,342,000
"	Carizzo	"	10126.2145	± 13.7	"	1/739,000
"	Stanfield	"	16596.6680	± 7.6	"	1/2,184,000
"	Paisley	"	14527.5683	± 11.9	"	1/1,221,000
"	Allsi	"	3190.9638	± 3.3	"	1/367,000
"	Admiralty Bay	"	3798.5644	± 4.2	"	1/900,000
"	Jacksonville	"	8948.7279	± 10.8	"	1/829,000
"	Little Rock	"	7456.8828	± 7.6	"	1/986,000
"	Caple ville	"	6622.0937	± 4.8	"	1/1,255,000
"	Prescott	"	6012.4271	± 8.2	"	1/1,953,000

第十五編 三角測量

第六章 基線測量の精度

U.S.A.	Vega	1914	2645.9101	± 7.3	50m Invar tapes	1/1,732,000
"	Reion	{ 1921	16388.9711	± 12.0	"	1/1,524,000
"	Savanna	"	7543.8632	± 8.4	"	1/898,000
Belgique	Lommel	1912	2300.5683	± 1.77	24m Invar wires	1/1,360,000
Brasil	Bose de I Est	{ 1.05 { 1907	7701.1740	± 4.37	50m Steel tapes	1/1,581,000
"	du Centre	"	5460.5343	± 4.00	"	1/1,350,000
"	du Sud	"	20352.7609	± 18.48	24m Invar wires	1/1,101,000
"	du Sud-Est	"	7522.2532	± 7.04	"	1/1,071,000
Chili	Pintados	1910	8344.9058	± 1.62	"	1/5,151,000
"	Chacayal	1911	7014.3828	± 2.04	"	1/3,438,000
Mexico	Berme Jile	{ 1908	10400.0656	± 2.09	"	1/4,976,000
"	Colombre	"	6525.9330	± 1.58	"	1/4,130,000
Russe	Osch	1909	8322.1160	± 10.00	"	1/832,000
"	Omsk	"	6728.3912	± 0.63	"	1/10,680,000
"	Pavlydar	1911	16959.6713	± 0.95	"	1/17,852,000
"	Sablino	1910	12676.3821	± 1.90	"	1/6,670,000
France	Tunis. F.	1910	5198.7305	± 1	4m Invar bar apparatus	
"	O. Medeiries	"	3042.6592	± 1	24m Invar wires	
"	Medeiries	"	10156.9650	± 1	24m Invar wires and	
"	Blida	{ 1910 { 1913	9999.6245	± 1	4m Invar bar apparatus	
"	Oran	1910	9363.8785	± 1	24m Invar wire and	
"	Lyon	1911	8481.7525	± 1	4m Invar bar wire	
"	Lagoua	1512	6624.8594	± 1	24m Invar wire	
German Army	Yeden	1517	1248.9496	± 0.54	"	1/2,313,000
"	Longsway	"	1539.3652	± 0.47	"	1/3,275,000
"	Yarancenue	"	2353.6377	± 1.02	"	1/2,307,000

第39表 北米合衆国に於ける基線測量作業の速度

基線名	観測時日	使用基線尺	測定距離	測定時間	測定速度
Ambrose Base	1912 May 16	50m Invar Tapes	km 3. 00	h m 2 55	km/h 1.03
	" 18		8. 00	5 40	1.41
	" 20		9. 90	5 15	1.89 1.51
Provo Base	1912 Oct. 3	"	12. 00	7 15	1.66
	" 7		10. 00	6 00	1.67
	" 8		7. 10	3 35	1.98 1.73
El Paso Base	1913 July 16	"	4. 00	3 00	1.33
	" 17		10. 60	7 35	1.40
	" 18		4. 00	3 05	1.30
	" 20		4. 00	2 55	1.36 1.36
	1913 July 8		4. 00	2 30	1.60
Cheyenne Base	" 10	"	9. 30	5 00	1.86 1.77

第40表 獨逸陸軍に於ける基線測量作業の速度

基線名	観測時日	使用基線尺	測定速度
Yeden	1917 Aug. 2 10	24m	km/h 0. 6
Longway	Aug. 22 29	Invar Wires	0. 61
Yaranchenne	Sept. 8 18		0. 71

又本邦陸地測量部に於ける例を示せば次の如し。

第41表 陸地測量部に於ける基線測量作業の速度

基線名	観測時日	使用基線尺	測定距離	測定時間	測定速度
樺太南部 大谷基線	1922 July 18 20	25m and Tapes	km 5.00 "	h m 9 07 7 29	km/h 0. 55 0. 67

第七章 水平角の測定

樺太南部 大谷基線	25m Invar Wires and Tapes	21	5. 00	7 03	0.71
		22	"	7 39	0.65
		23	"	6 45	0.74
		24	"	6 08	0.82
		25	"	6 25	0.78
		27	"	6 25	0.78
		28	"	6 16	0.80
		29	"	6 12	0.81
					0.73
關東震災地 相模野基線	25m Invar Wires	5. 210	—	—	0.684
		"	—	—	0.783
		"	—	—	0.762
		25m Invar Tapes	—	—	0.780
樺太北部 敷香基線	25m Invar Wires	—	—	—	0.674
		5. 000	—	—	0.692
		"	—	—	0.920
		"	—	—	0.790
	25m Invar Tape	—	—	—	0.868
		"	—	—	0.742

第七章 水平角の測定

289 水平角測定用の器械

三角測量に於ける水平角の測定は基線測定と相並んで最も重要である。從て夫れに用ふる經緯儀は普通の測量用轉鏡儀よりも大型で精密に水平角を測定し得る様に製作されて居る。即ち普通の轉鏡儀に比較して(1)最良の材料を使用し(2)中心軸の合致又は取付に注意し或は(3)分度誤差(Errors of Graduation)を少くする外、其外形に於ける著しい變化は次の二點に歸する。

(4) 水準螺旋(Leveling Screws)が常に3個である事。3個の水準螺旋の方が4個のものよりも平面を決定するに有効であるのみならず、各螺

旋を夫々三脚頭上に置いて障害を防ぐ事が出来る。

(5) 平盤水準器 (Plate Level) に代つて望遠鏡の直上に極めて鋭敏な等準器 (Striding Level) を装置して居る、之は平盤の水平のみならず直接に横軸の水平を知る。

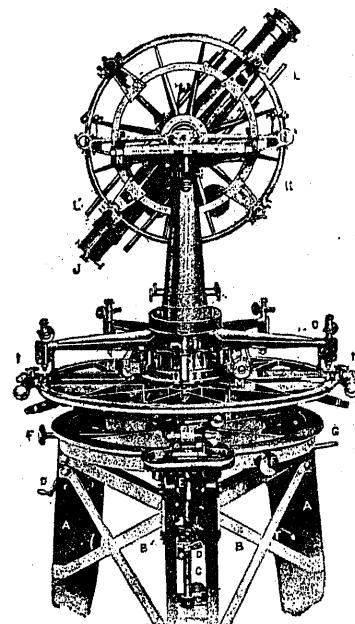
以前 (19世紀の半頃) は分度圓の大なる程從て器械の型の大なる程精密であると考へられ、其の結果分度圓の直徑 90 cm と云ふ大型の器械 (第 673 圖) も實際に使用されたが、其の後研究及び経験の結果 (1) 小分度圓にも大分度圓と同程度に精密に度盛りを爲し得る事及び (2) 分度の精度は分度圓の大きさよりも寧ろ目盛機械 (Dividing Engine) の精度に依る事等が詳り、以來斯の如き大型は製作及び運搬の困難の爲めに全く使用せられず、現今にては精密なるものにても直徑 25~30 cm を越えない。

三角測量用經緯儀は大別して二種類とする。即ち

(1) 反覆型器械 (Repeating Instrument)

(2) 方向型器械 (Direction Instrument)

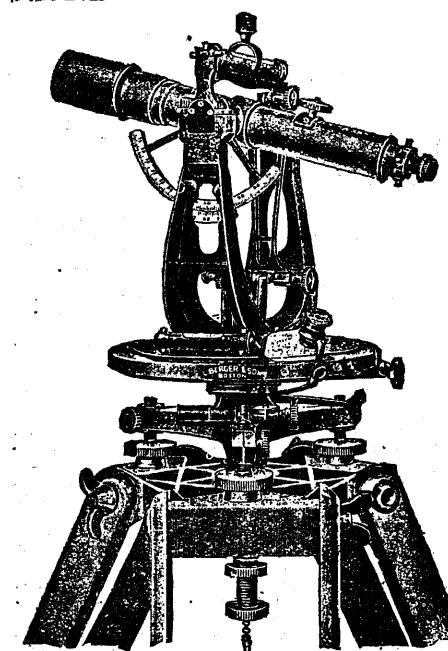
反覆型は普通轉鏡儀と略同じ構造を有して取扱ひ容易で主に小三角に用ひられ、一二等の大三角に於ては専ら方向型が用ひられる。土木工事に用ふる邊長 1 km 以下の小三角の場合は普通の測量用轉鏡儀を以て代用し得る。



第 673 圖 90 cm 經緯儀
(Great India Survey)

290 反覆型器械 (Repeating Instrument)

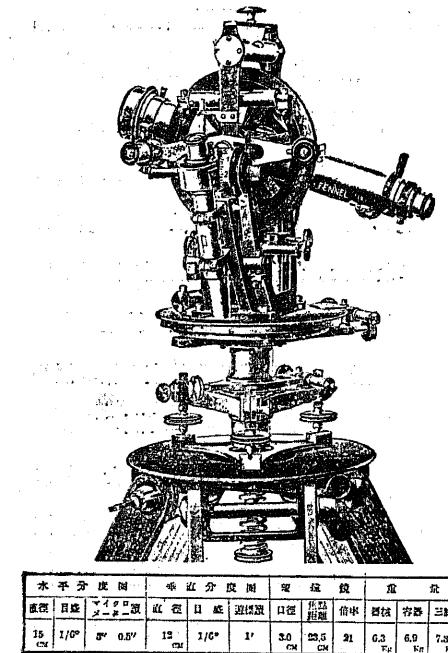
反覆型の器械は測量用轉鏡儀と同じく分度圓及び下部装置に附屬する外軸 (Outer Axis) と遊標及び上部の視準装置に附屬する内軸 (Inner Axis) の二軸を有し、之等の二軸は何れも緊螺旋及び微動螺旋を有し、各獨立に任意の位置に固定し又移動する事が出来る。此の反覆型は 1790 年頃初めて佛國に於て使用され、之に依て同一角を何回も繰返して観測し視準誤差及び讀角誤差の大部分を除き精密な結果を擧げ得る様になつた。最初は單に反覆の回数を増せば如何様にも精密な結果を得ると考へられて居つたが、研究の結果一定の限度を越えて何回も反覆しても緊付螺旋の滑り、振れ或は内外直立軸の偏心



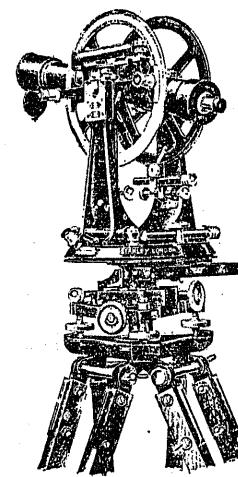
第 674 圖 20 cm 反覆型轉鏡儀
(米國 Berger & Sons)

等の現象の爲めに時間の空費以外効果の無い事が詳つた。故に極めて精密な測角には此の器械は用ひられない。大きさの標準は直徑 25~30 cm のもので 5" 讀み、同じく 20 cm 位で 10" 讀み位である。遊標の読みを 5" 以上にする事は行はれない、即ち直接 5" 以下の読みを必要とする場合には反覆型の器械は用ひられない。第 674~676 圖は反覆型の例である。反覆型は通常取扱ひの關係上望遠鏡を横軸の周りに廻轉し得る所謂轉鏡儀型

(Transit Type) となつて居るが、是は必ずしも反覆型の要件では無い。



第 675 圖 測微鏡付反覆經緯儀
(獨逸 Otto Fennel)



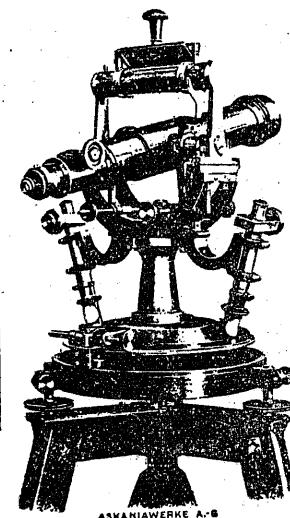
第 676 圖 反覆型轉鏡經緯儀
(英國 Stanley)

291 方向型器械 (Direction Instrument)

方向型の器械は反覆型と異なり更に精密なる測角に用ひられるもので、單に一個の可動軸を有して居るのである。換言すれば唯一個の微動螺旋を有するのみで、分度圓を移動し固定する爲に別の緊付螺旋を有するものもあるが、之には微動螺旋が附屬して居ないから測角に先づて視準線を任意の方向に合せて反覆法を行ふ事は出來ない。又反覆型の缺點である望遠鏡支脚の不安定を除き其の重量を集中する爲め望遠鏡は横軸の周りに迴轉する事が出來

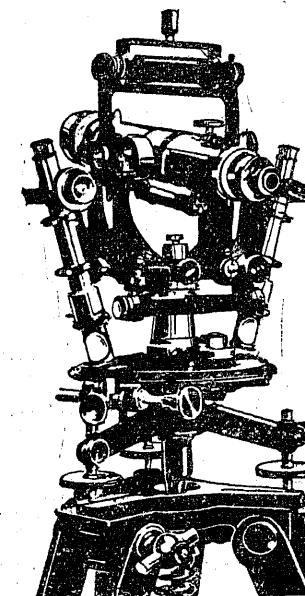
Nr.	Bezeichnung	Durchm. a. d. Ablesestelle cm	Teilung sexagesimal	Horizontalkreis		Teilung centesimal	Ablesung centesimal	Schätzung
				Ablesung	Schätzung			
4	Gtm 27	21,0	1/120 5"	1/120 5"	1/108 10"	1/108 10"	1/108 10"	1/108 10"
5	Gtm 27	27,0	1/120 2"	1/120 2"	1/108 0.2"	1/108 0.2"	1/108 0.2"	1/108 0.2"

Öffnung	Fernrohr Brennweite mm	Ver- größerung	Kasten		Gewicht	
			I	II	III	kg
55	450	88	45	54	49	19.5
61	520	45	52	63	53	27.0
				63	47	22.9
					45	11.0



第 677 圖 Karl Bamberg

一、二等經緯儀 (方向型)



Bezeichnung	Durchmesser an der Ablesestelle cm	Teilung sexagesimal	Horizontalkreis		Teilung centesimal	Ablesung centesimal	Schätzung
			Ablesung	Schätzung			
Gtm 13.5	18.5	1/60 10d"	1d"	1/16g 5"			

Öffnung	Fernrohr Brennweite mm	Ver- größerung	Kasten		Gewicht		
			I	II	cm	cm	
.40	240	20	30	31	81	45.5	8.0 8.8 6.1

第 678 圖 Karl Bamberg 三等經緯儀 (方向型)

す。望遠鏡を反転する場合には標準器を外し望遠鏡を前後取換へて置く様になつて居る。即ち米國で云ふ經緯儀 (Theodolite) によく當嵌つて居る。遊標の代りに 2~3 個の測微鏡 (Micrometer Microscope) を装置し、其の精密なものは直接 $1''$ を視、更に判断に依て $0.1''$ を推讀し得る。通常直立分度を備へて居ない。

第 677 圖は獨逸 Karl Bamberg 製一、二等經緯儀で、第 678 圖は同じく三等經緯儀である。本邦の

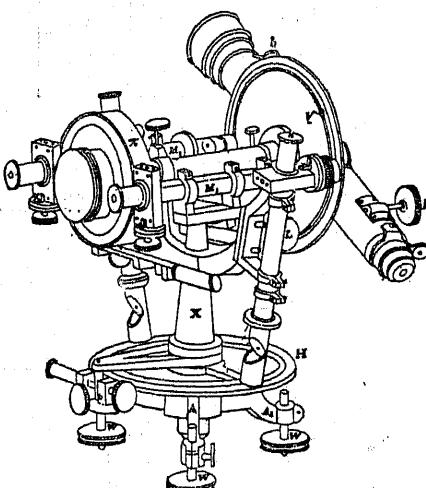
參謀本部陸地測量部で使用さ

れて居るのも此の型で、一等
三角測量には 0.2 秒讀直徑 27

cm の經緯儀を、二等三角測
量には直徑 21 cm のものを、

同じく三等三角用として直徑
14 cm の經緯儀を用ひて居る。

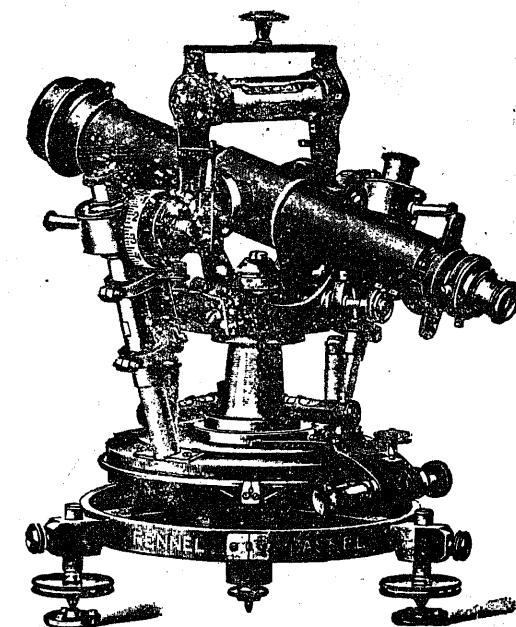
昔は第 679 圖の如き偏心經
緯儀が用ひられて居つた。



第 680 圖は Otto Fennel 製 第 679 圖 Karl Bamberg 三等經緯儀 (偏心方向型) 方向經緯儀である。方向經緯儀に直立分度を取付ける場合には全體の重量の平均を取る必要上、偏心的に望遠鏡を配置せねばならぬ。第 681 圖は同じく Otto Fennel 製の偏心經緯儀である。

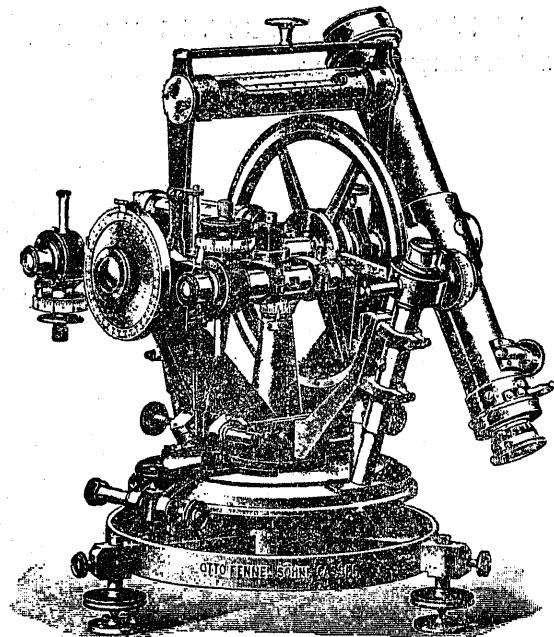
經緯儀の大型となるに従ひ重量が増大し運搬に不便な事は本邦の如き山地多き地方で特に感ぜられる。近時作られる器械の中には普通轉鏡儀の如く望遠鏡を横軸の周りに迴轉する事が出來、垂直分度を具備し而も其の重量の如

きも特に増大せず、在來の大型方向經緯儀で見らるゝ如き精密度を發揮し得るものも少くない。第 682 圖に示す Wild 精密經緯儀 (Precise Theodolite) は其の例で器械 10.3 kg, 金屬蓋 5.7 kg, 三脚 7.5 kg の輕量にも拘はらず顯



A Nr	Durchmesser an der Ab- lesung cm	Horizontalkreis				Fernrohr				Gewichte		
		Teilung exagesimal 360°	Ableseung Schlitzung	Teilung zentesimal 400°	Ableseung Schlitzung	Öffnung cm	Länge cm	Vergroßerung	Empfindlichkeit der Reiterhölle	Instrument kg	Kasten kg	Stativ kg
508	13,5	$\frac{1}{10}^{\circ}$	10''	1''	$\frac{1}{5}^{\circ}$	20''	2''	3,4	28,5	27	20	6,8
509	16,0	$\frac{1}{10}^{\circ}$	5''	0,5''	$\frac{1}{5}^{\circ}$	20''	2''	4,0	34,5	30	15	9,4
510	20,0	$\frac{1}{12}^{\circ}$	5''	0,5''	$\frac{1}{10}^{\circ}$	10''	1''	4,8	41,5	36	12	13,3
511	25,0	$\frac{1}{12}^{\circ}$	2''	0,2''	$\frac{1}{10}^{\circ}$	10''	1	5,4	51,5	45	10	19,6

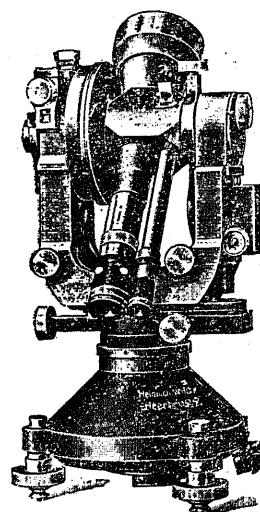
第 680 圖 Otto Fennel 方向型經緯儀



A Nr.	Durchmesser der Leinwand in cm	Horizontal- und Vertikalkreis				Fernrohr	Röhre	Instrument	Gewichte						
		Teilung sexagesimal 360°	Ableseung Schätzung	Teilung zentesimal 400°	Ableseung Schätzung				Länge cm	Vergroßerung	Röhre	Kasten kg	Stativ kg		
512	13,5	1/6°	10"	1"	1/5°	20"	2"	3,0	25,0	22	15"	12"	9,4	9,3	9,6
513	16,0	1/6°	5"	0,5"	1/5°	20"	2"	3,4	28,5	26	12"	10"	13,5	12,0	10,6
514	20,0	1/12°	5"	0,5"	1/10°	10"	1"	4,0	34,5	30	10"	8"	18,0	17,0	11,7
515	25,0	1/12°	2"	0,2"	1/10°	10"	1"	4,8	41,5	37	8"	5"	26,4	18,6	13,9

第 681 圖 Otto Fennel 方向經緯儀 (偏心)

微鏡に依て 0.2 秒を読み得る。其他 1" 読程度の轉鏡儀に就ては上巻を参照せられ度い。尙ほ方向經緯儀の中には三脚を用ひず特別の支臺上に定置するものあり、然らざる型でも出來得る限り混凝土、木等の支臺に支持されるが



對物鏡ノ有效口径	60 毫
三個ノ接眼鏡ノ各倍率	24 倍 30 倍 40 倍
プリズム接眼鏡ノ倍率	30 倍
望遠鏡ノ長さ	260 毫
横水平器泡管ノ感度	2 毫 = 封約 7 秒
視準器泡管ノ感度	2 毫 = 封約 12 秒
讀定顯微鏡ノ倍率	37 倍
水平分度環ノ直徑	140 毫
垂直分度環ノ直徑	95 毫
水平分度環一分割ノ值	4 分
垂直分度環一分割ノ值	4 秒
秒筒一分割ノ值	0.2 秒
水平視準ハ接眼鏡ノ焦點調節用環ノ次ノ調整旋 = 依リテ調整スペ	
器械ノ重量	10.3 斤
金屬底盤ノ重量	5.7 斤
三脚ノ重量	7.5 斤

第 682 圖 Wild 精密經緯儀

宜しい。

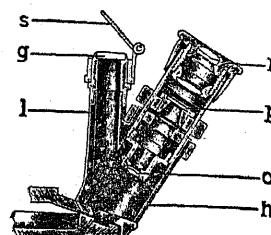
292 顯微測鏡或は測微鏡 (Micrometer Microscope)

一般に分度圓の度盤を 5' 以下にする事は好ましく無い、故に更に小なる読みを取るには (1) 遊標か (2) 顯微測鏡を用ひる。遊標は最も簡単であるが、5" 程度となると視差 (Parallax) が相當影響を及ぼし読みが不確實になり、從て 1" 程度の読みには用ひられない。然るに眼の性質として一定間隔を二等分或は 10 等分するのは割に容易であるから、之を利用して機械的又は光學的に小角を測るのが顯微測鏡である。顯微測鏡にも次の二種類がある。即ち

(1) 推定讀微鏡 (Estimating Micrometer) 或は遊標讀微鏡 (Vernier Microscope)

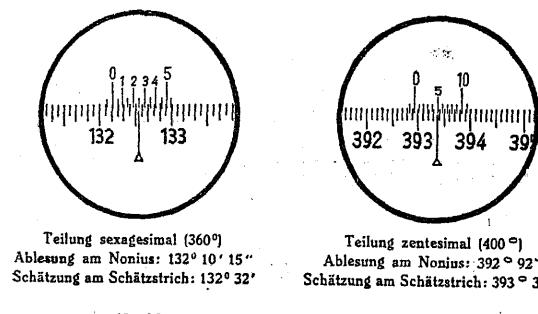
(2) 螺旋顯微測鏡 (Screw Micrometer Microscope)

推定讀微鏡は通常の顯微鏡の中に特別の目盛りを有するもので、此の目盛の像を分度圓の目盛りに投射して小角を推讀する、故に之は通常の遊標と略其の原理と同じくして居る。第 683 圖は推定讀微鏡の斷面を示し第 684 圖は之に依る視野の有様を示す。此の場合主尺の目盛 $5'$ で $n=10$ であるから $30''$ 読みの順遊標に當る。此の装置も顯微鏡の擴大

第 683 圖 水平分度附屬
遊標讀微鏡

度が増すに従つて読みが不確實になり、且つ視野の中に分度圓の目盛の表はるゝ數が少くなり、結局 $5''$ 以下の設定には

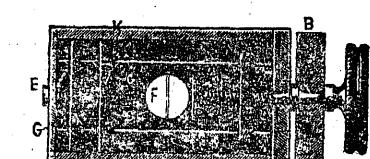
専ら螺旋顯微測鏡が



第 684 圖 水平分度用讀微鏡の視野

使用せられる。

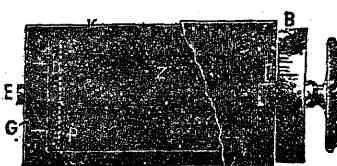
螺旋顯微測鏡は顯微鏡に螺旋測微計 (Screw Micrometer) を附屬したもので、適當に製作されたものは $0.1''$ を讀むことを得、普通のものでも $1''$ を読み $0.1''$ を推定する事が出来る。方向經緯儀が最も精密なる所以は此の螺旋測微計に在る。第 685 圖は第 677 圖の經緯儀の顯微測鏡の内部構造を示すものである。測微函 (Micrometer Box)



第 685 圖

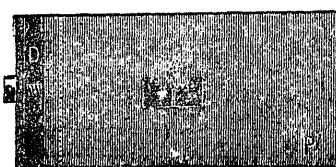
K の中に滑子 (Slide) A が嵌入し、之に平行線 (Parallel Hair) F が張られてある。此の滑子 A 及び平行線 F は螺旋 S に依て動かされ、螺旋 C, C' は A を絶えず固定板 P の方に押し付けて居る。夫で此の平行線の中心を視域内の目盛線に合せる事が出来る。 F の移動量は螺旋 S の廻轉量に比例するから、螺旋 S 及び分度圓筒 (Micrometer Drum) B の一廻轉する時の平行線 F が丁度視域内の一目盛だけ移動する様にすれば、其の一廻轉の端数は B と示標 (Index) l (第 686 圖) とに依て讀むことが出来る。第 686 圖及び第 687 圖の P 又は P' の覆板 (Cover Plate) は連接片 D に依て函

K に連絡して居る。螺旋 E は D を少しく動かして P を正しき位置に置かしめる。第 686 圖の覆板 P には矩形の観穴があり、其の上面に平行線の正しき位置を示す示標 Z がある。分度圓筒

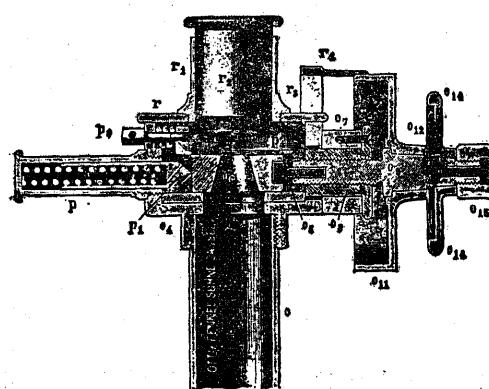


第 686 圖

の端数は B と示標 (Index) l (第 686 圖) とに依て讀むことが出来る。第 686 圖及び第 687 圖の P 又は P' の覆板 (Cover Plate) は連接片 D に依て函



第 687 圖



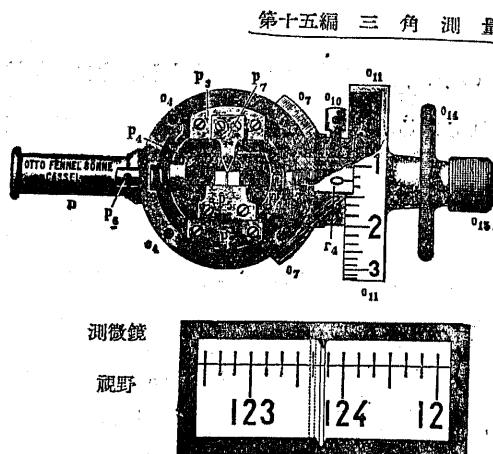
第 688 圖 Otto Fennel 螺旋測微鏡の断面 (I)

B が零を示す時は平行線は丁度示標 Z の上にある事になる。一般に分度圓筒の一廻轉は平行線を一目盛だけ移動せしめ、例へば分度圓の目盛りが $5'$ で螺旋の 5 廻轉が平行線 F' を一目盛りだけ動かすとすれば、此

の場合は第 687 圖の如く R なる 5 個の鋸歯を附けて其の一つを以て l' を表はさしめる。第 688-689 圖は Otto Fennel 型經緯儀の螺旋測微鏡の断面及び其の構造を示す。

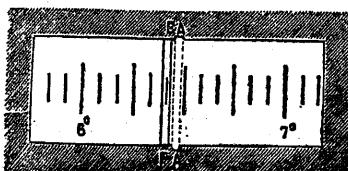
今第 690 圖に示す如く

水平分度の目盛りが $5'$

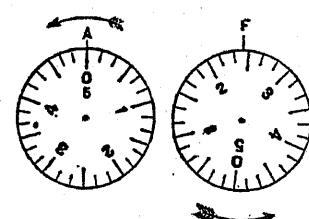


第 689 圖 Otto Fennel 螺旋測微鏡の断面(2)

で分度圓筒の一回轉が平行線を一目盛り丈け動かすものとし、平行線の中心が $6^{\circ}25'$ と $6^{\circ}30'$ との中間に在つて AA の位置を取る時分度圓筒の読みが 0 とする。分度圓筒を廻轉して平行線の中心が $6^{\circ}25'$ を夾んで FF' の位置を



第 690 圖



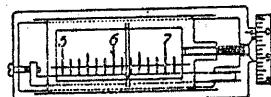
第 691 圖

取る時分度圓筒の読みが第 691 圖(右)の如く $2'26''$ を示せば此の時の読みは $6^{\circ}25'+2'26''=6^{\circ}27'26''$ である。

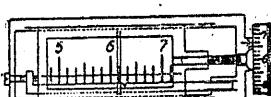
次に測微器に就ての二例を示す。第 692 圖は分度圓の目盛 $10'$ で、分度圓筒の一回轉は平行線を一目盛り丈け進める、即 $10''$ 読みである。依て主尺上

り直ちに $6^{\circ}10'$ 同じく測微螺旋より $6'40''$ を得、其の読みは $6^{\circ}16'40''$ とな

る。第 693 圖は之に反し分度圓の目盛りは $5'$ で分度圓筒の 5 回轉を以て平行線を一目盛り丈け進める。即ちこ



Setting = $6^{\circ}10'$ plus distance from web to next division on left



In this case the circle being divided into five minute spaces the reading is $6^{\circ}2'45''$ as two turns plus 45 small divisions were required to bring the webs back into the six degree division.

第 692 圖

の場合は直接 $1''$ 読みである。同様にして鋸歯の数及び分度圓筒の読みに依て $6^{\circ}2'45''$ を得る。

293. 測角の方法 (Method of Observing Angle)

測角に二種類あり、即ち

(1) 反覆法 (Method of Repetition or Repeating Method)

(2) 方向法 (Direction Method)

反覆法は各角を單獨に精密に測定するもので、同一角を何回も繰返して測定し、最後に其の總和を観測回数で除して各角の大きさを求むるものである。

方向法は一點の周囲に他の測點が在る時、或る方向を基本として他の方向を順次測定し、各角を方向の差として見出すものである。此の何れを用ふるかに就ては、三角測量の規模又は使用器械に依る可きもので、三角測量にては普通 $1''$ 程度の測角は少くとも必要であるから、反覆型或は普通測量用轉鏡儀の場合は必然的に反覆法を用ふるを要する。反覆法に依れば $10''$ 読みの器械で少くとも誤差を $\frac{1}{10}$ に縮小する事が出来る。反覆型では反覆法、方

向法何れも行ひ得るが、方向型では反覆測角を行ひ得ない。尤も測角の方法自身としては反覆法よりも方向法が合理的であるから、器械さへ精密ならば反覆する必要は無い。

294 反覆測角法

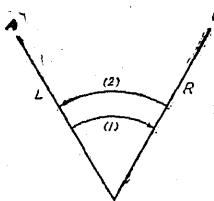
(1) 第一法 反覆測角の普通な方法は初め望遠鏡正位 (Telescope Normal) (即ち望遠鏡水準器が望遠鏡の下に在る位置) で左方の測點から右方の測點に視準して反覆測角して其の合計を反覆回數で除して第一の値を得る。更に今度は望遠鏡倒位 (Telescope Inverted or Reversed) (即ち望遠鏡水準器が望遠鏡の上に在る位置) で同一角を右方の測點から左方の測點に視準して同一回數反覆測角して其の合計角を反覆回數で除して第二の値を得る。此の二つの値の平均値を以て其の角の値とする。

反覆回數は其の合計角が 360° 又は其の倍数となる如く取る。或は簡単に 3 の倍数を取る。

次に 3 回反覆の例を示す。

(i) 望遠鏡正位置

- (1) 遊標を 0° 又は他の任意の角に合せて上緊 (Upper Clamp) を施した後下緊 (Lower Clamp) を弛めて左方の測點 A を視準し両方の遊標を読む。
- (2) 上緊を弛めて右方の測點 B を視準し、遊標に依て角の大きさを略測する (1 回)。
- (3) 下緊を弛めて A を視準する。
- (4) 上緊を弛めて B を視準する (2 回)。



第 694 圖 反覆法
(第一法)

- (5) 下緊を弛めて A を視準する。
- (6) 上緊を弛めて B を視準する (3 回)。

凡ての遊標を丁寧に読み、反覆回數にて除して正位置の平均角を知る。

(ii) 望遠鏡倒位置

- (1) 右方の測點 B を視準して両方の遊標を読む。
- (2) 上緊を弛めて左方の測點 A を視準し、遊標に依て角の大きさを略測する (一回)。
- (3) 下緊を弛めて B を視準する。
- (4) 上緊を弛めて A を視準する (2 回)。
- (5) 下緊を弛めて B を視準する。
- (6) 上緊を弛めて A を視準する (3 回)。

同様に凡ての遊標を丁寧に読み、反覆回數にて除して倒位置の平均角を求める。斯くて求めた正、倒各位置に於ける角を平均して反覆法に依る角を得る。

(2) 第二法 反覆測角の最上と思はれる方法は角の大小、緊付螺旋の動作如何に係らず常に器械を同一方向に廻轉し乍ら反覆測角するもので、人間

の右手が普通左手よりも器用である性質から考へて、其の方向は常に右廻し (Clockwise) である。故に此の方法では第 695 圖に於て、先づ内角 (Interior Angle) $\angle AOB$ を測り次に外角 (Exterior Angle) $\angle BOA$ を測つて両方の値を加へ 360° に

第 695 圖 反覆法(第二法) 等しくない時は此の差異の量を折半して各角に加へて更正する。此の方法の長所とする所は内角を測る場合でも外角を測る場

合でも同じ方法で、從て兩方から同じ誤差が生じ、此の内外角を加ふれば誤差は2倍され其の量は 360° との比較に依て詳る。實際測角の場合には内角の觀測を終へた後遊標を合せ直す事をせず其の儘で外角の測定に移る。然る時は分度圓上にて内角及外角は自然に加へられ、一組(One Set)の觀測の終りには遊標は 0° (360°)を示す可きである。普通次の順序で行ふと最も都合が宜い。

- (1) 内角 {
 1 望遠鏡正位 (3回)
 2 望遠鏡倒位 (3回)
- (2) 外角 {
 3 望遠鏡倒位 (3回)
 4 望遠鏡正位 (3回)

勿論内角6回(正倒各々3回)の平均角と外角6回(正倒各々3回)の平均角との平均に依つても差支へない。

次に12回(6回複組)反覆の例を示す(第695圖)。

(1) 器械を据付け水平にし、遊標Aを 0° に合せ遊標Bを讀む。

望遠鏡を正位置にして

- (2) 下緊を弛めて右廻りにて左方の測點Aを視準する。
- (3) 上緊を弛めて右廻りにて右方の測點Bを視準する(1回)。
- (4) 下緊を弛めて遊標Aを讀み角を略測する。

遊標の讀みを其儘にして

- (5) 下緊を弛めて右廻りにてAを視準する。
- (6) 上緊を弛めて右廻りにてBを視準する(2回)。
- (7) 下緊を弛めて右廻りにてAを視準する。
- (8) 上緊を弛めて右廻りにてBを視準する(3回)。

次に望遠鏡を倒位置にして

- (9) 下緊を弛めて右廻りにてAを視準する。
- (10) 上緊を弛めて右廻りにてBを視準する(4回)。
- (11) 下緊を弛めて右廻りにてAを視準する。
- (12) 上緊を弛めて右廻りにてBを視準する(5回)。

- (13) 下緊を弛めて右廻りにてAを視準する。
 - (14) 上緊を弛めて右廻りにてBを視準する(6回)。
 - (15) 下緊を弛めて兩方の遊標を讀む。
- 望遠鏡倒位置の儘遊標の読みを變へずに
- (16) 下緊を弛めて右廻りにてBを視準する。
 - (17) 上緊を弛めて右廻りにてAを視準する(1回)。
 - (18) 下緊を弛めて右廻りにてBを視準する。
 - (19) 上緊を弛めて右廻りにてAを視準する(2回)。
 - (20) 下緊を弛めて右廻りにてBを視準する。
 - (21) 上緊を弛めて右廻りにてAを視準する(3回)。

再び望遠鏡を正位置に直して

- (22) 下緊を弛めて右廻りにてBを視準する。
- (23) 上緊を弛めて右廻りにてAを視準する(4回)。
- (24) 下緊を弛めて右廻りにてBを視準する。
- (25) 上緊を弛めて右廻りにてAを視準する(5回)。
- (26) 下緊を弛めて右廻りにてBを視準する。
- (27) 上緊を弛めて右廻りにてAを視準する(6回)。
- (28) 下緊を弛めて兩方の遊標を讀む。

之で一組の測角を終つた事になる。

295 方向測角法

(1) 第一法 先づ器械を据付けてから望遠鏡正位置にて第一の測點を視準し總ての測微鏡を讀み、次に右廻り(Clockwise)に廻轉して順次に他の測點を視準し其の都度測微鏡を讀み、其の読みの差に依て角度の値を知る。右方の最後の測點を越えて尙右廻りに回轉を續ければ遂に最初の測點に來り茲に地平(Horizon)を閉合する(此の時最初と最後の読みの差は各角に等分分配する)が、之は時間を費すのみで効果が少ないので通常は之を行はず最

後の測點を視準した後最初の測點の方に戻し新らしい観測を続ける。望遠鏡倒位置にて尙同じ事を繰返し此の前後4回の観測を以て一組とする。若し一組の観測中で不都合なものが有れば他の観測の如何に係らず此の組を全部棄却して了ふ。一點から出る角度が多い場合も此の組合せとなる。

次に單角 (Single Angle) 及び複角 (Double Angle) の場合の例を示す。

單角の場合の測定順序

(1) 器械を水平に据付ける。

望遠鏡を正位置にして

(2) 左方の測點 A を視準して測微鏡を讀む。

(3) 右方の測點 B を視準して測微鏡を讀む。

(4) A を視準して測微鏡を讀む。

更に望遠鏡を倒位置として

(5) A を視準して測微鏡を讀む。

(6) B を視準して測微鏡を讀む。

(7) A を視準して測微鏡を讀む。

之で一組の測定を終了する。次に

(1) 分度圓を移動し再び水平に据付ける。

望遠鏡を倒位置の儘で

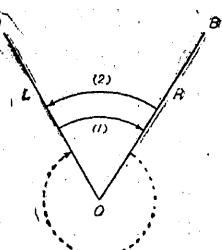
(2) A を視準して測微鏡を讀む。

(3) B を視準して測微鏡を讀む。

(4) A を視準して測微鏡を讀む。

更に再び望遠鏡を正位置に戻して

(5) A を視準して測微鏡を讀む。



第 696 圖 方向法

(6) B を視準して測微鏡を讀む。

(7) A を視準して測微鏡を讀む。

之で他の一組を終了する。

複角の場合の測定順序

(1) 器械を O 測點に据付けて水平にする。

望遠鏡を正位置にして

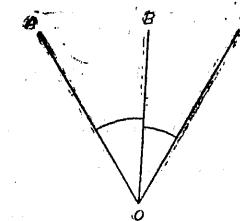
(2) 左方の測點 A を視準して測微鏡を讀む。

(3) 中間の測點 B を視準して測微鏡を讀む。

(4) 右方の測點 C を視準して測微鏡を讀む。

(5) B を視準して測微鏡を讀む。

(6) A を視準して測微鏡を讀む。



第 697 圖 方向法(複角)

望遠鏡を倒位置にして

(7) A を視準して測微鏡を讀む。

(8) B を視準して測微鏡を讀む。

(9) C を視準して測微鏡を讀む。

(10) B を視準して測微鏡を讀む。

(11) A を視準して測微鏡を讀む。

之で一組の観測が出来上る。次に

(1) 分度圓を移動し再び器械を水平に据付ける。

望遠鏡を倒位置の儘で

(2) A を視準して測微鏡を讀む。

(3) B を視準して測微鏡を讀む。

(4) C を視準して測微鏡を讀む。

(5) B を視準して測微鏡を讀む。

(6) A を視準して測微鏡を讀む。

再び望遠鏡を正位置にして

(7) A を視準して測微鏡を讀む。

- (8) B を視準して測微鏡を讀む。
- (9) C を視準して測微鏡を讀む。
- (10) B を視準して測微鏡を讀む。
- (11) A を視準して測微鏡を讀む。

之で他の一組を終る。

(2) 第二法 之は時間及び労力を節約する爲めに視準方向を半減したもので、角の數が多い場合は視準方向が少ないから良好とは云へないが、充分な組の観測をなせば第一法と同程度に達し得る。

單角の場合の測定順序 (第 696 圖参照)

- (1) 器械を水平に据付ける。

望遠鏡を正位置にして

- (2) A を視準して測微鏡を讀む。
- (3) B を視準して測微鏡を讀む。

次に望遠鏡を倒位置にして

- (4) B を視準して測微鏡を讀む。
- (5) A を視準して測微鏡を讀む。

之で一組である。更に次の組に入り

- (1) 分度圓を移動して再び水平に据付ける。

望遠鏡を倒位置の儘で

- (2) A を視準して測微鏡を讀む。
- (3) B を視準して測微鏡を讀む。

再び望遠鏡を正位置にして

- (4) B を視準して測微鏡を讀む。
- (5) A を視準して測微鏡を讀む。

複角の場合の測定順序 (第 697 圖参照)

第一組 (First Set)

- (1) 器械を水平に据付ける。

望遠鏡を正位置にして

- (2) A を視準して測微鏡を讀む。
- (3) B を視準して測微鏡を讀む。
- (4) C を視準して測微鏡を讀む。

望遠鏡を倒位置にして

- (5) C を視準して測微鏡を讀む。
- (6) B を視準して測微鏡を讀む。
- (7) A を視準して測微鏡を讀む。

第二組 (Second Set)

- (1) 分度圓を移動し再び器械を水平に据付ける。

望遠鏡を倒位置の儘で

- (2) A を視準して測微鏡を讀む。
- (3) B を視準して測微鏡を讀む。
- (4) C を視準して測微鏡を讀む。

再び望遠鏡を正位置に戻して

- (5) C を視準して測微鏡を讀む。
- (6) B を視準して測微鏡を讀む。
- (7) A を視準して測微鏡を讀む。

測點の周囲の角が多い場合も同様に測る事が出来る。

観測回数は使用器械即ち三角測量の規模に依て一定し難いが、陸地測量部では前述の經緯儀を用ひて一等三角 12 対回、一等三角補點及び二等三角 6 対回、三等三角 3 対回として居る。但し一對回とは望遠鏡の正位及び倒位に依る 2 回の観測を云ふのである。

日中晴天の時特に夏季には太陽の副射熱に依り種々の障害を引起す、即ち種々の溫度を有する空氣の流れに依て望遠鏡を通して見る観標が不明瞭になり或る場合には全然見えなくなる。幸ひ之は防ぎ得ても側方屈折 (Sidewise Refraction) の爲に観標の變相を生ずるは免れない、又一般に太陽熱の爲に観標等は太陽の動く方向に曲るもの認めらる。故に測角は成るべく空氣の溫度の一定した朝晩方から日出迄、午後日没前等、特に曇天で無風の日は最も宜しく終日觀測が出来る。最も好結果を與へるのは夜であるが多少晝より厄介で、唯天體觀測を兼ねて行ふ場合には非常に便利である。又測角の前或は最中に器械を日光に直射させると器械の不同膨脹の爲に整正を壞すのみならず、屢々其の直立軸の捩れの原因となる。

297 偏心測點の更正 (Reduction of Eccentric Station)

塔頂等を観標とした場合は、器械を据付くる測點即ち偏心測點 (Eccentric Station) を近くに設け、他の測點を視準して同様な精密度を以て所謂偏心角 (Eccentric Angle) を測り、之等の値を計算に依て眞の測點よりの角度に改める、之を偏心測點の更正と云つて居る。第 698 圖に於て

C =眞の測點

E =偏心測點

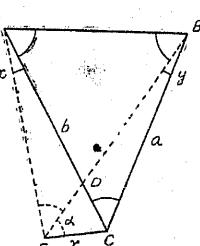
$\triangle ACB$ =求むる三角形

$\triangle AEB$ =測定した三角形

$AC=b$ $BC=a$ $EC=r$ (偏心距離)

$\angle CAE=x$ $\angle CBE=y$ $\angle BEC=\alpha$

$\angle ACB=C$ $\angle AEB=E$



第 698 圖

とすれば

$$C+y=E+x, \quad C=E+(x-y) \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (a)$$

$$\text{然し } \frac{\sin x}{\sin(E+\alpha)} = \frac{r}{b} \quad \text{及び} \quad \frac{\sin y}{\sin \alpha} = \frac{r}{a}$$

$$\text{故に } \sin x = \frac{r \sin(E+\alpha)}{b} \quad \text{及び} \quad \sin y = \frac{r \sin \alpha}{a} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (b)$$

x 及び y が非常に小なる時は

$$\sin x = x \sin 1'' \quad \text{及び} \quad \sin y = y \sin 1''$$

と書く事が出来る。

$$\therefore x = \left(\frac{r}{\sin 1''} \right) \frac{\sin(E+\alpha)}{b} \quad \text{及び} \quad y = \left(\frac{r}{\sin 1''} \right) \frac{\sin \alpha}{a} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (c)$$

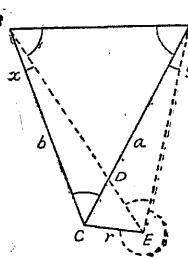
$$\therefore C = E + \frac{r}{\sin 1''} \left\{ \frac{\sin(E+\alpha)}{b} - \frac{\sin \alpha}{a} \right\} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (295)$$

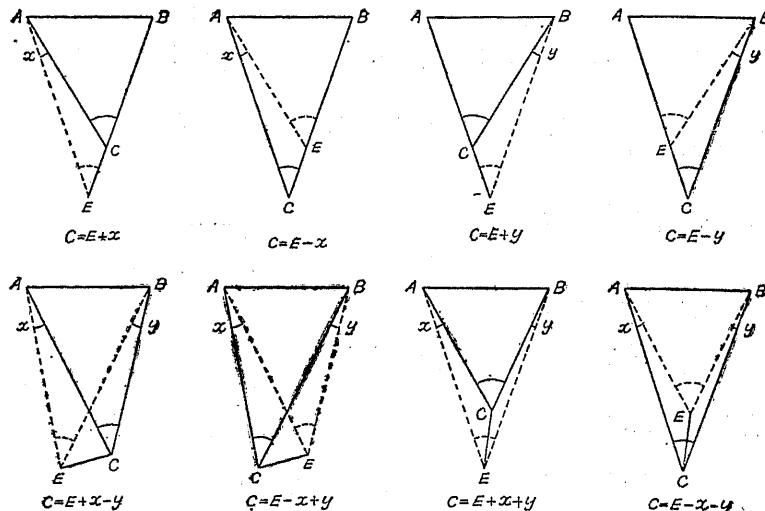
但し E に加ふ可き更正量は秒で表はされ $C \geq E$ に従つて + 又は - になる。然し $180^\circ \sim 360^\circ$ の sine は - である事を考へて α の値を $CE=r$

から時計と反対の方向に EB に向つて取る時は(即ち EB から $CE=r$ に向ふ時は時計の向きに) 第 699 圖の如き場合でも同様の結果を得る。

第 700 圖は 180° より小なる角に對して起り得る偏心測定の總ての場合を示したものである。

第 699 圖





第 700 圖 偏心測點

第八章 三角形の誤差

298 三角邊の平方誤差 (Mean Square Error of Triangle Side)

第 701 圖に於て

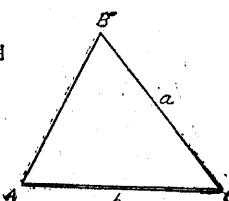
A, B, C =観測輕重率 p_1, p_2, p_3 を有する測定角

b =基線 (此の誤差は考へない)

とし、邊 a の平方誤差を求める。

$$F = a = b \cdot \frac{\sin A}{\sin B}$$

條件方程式は



第 701 圖

$$A+B+C=180^\circ$$

A, B を観測値の項で表はせば

$$A = M_1 + v_1 = M_1 + \frac{1}{p_1 \left[\frac{1}{p} \right]} \{180^\circ - (M_1 + M_2 + M_3)\}$$

$$B = M_2 + v_2 = M_2 + \frac{1}{p_2 \left[\frac{1}{p} \right]} \{180^\circ - (M_1 + M_2 + M_3)\}$$

$$dF = \frac{\partial F}{\partial M_1} dM_1 + \frac{\partial F}{\partial M_2} dM_2 + \frac{\partial F}{\partial M_3} dM_3$$

$$= \left(\frac{\partial F}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial M_1} + \frac{\partial F}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial M_1} \right) dM_1 + \left(\frac{\partial F}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial M_2} + \frac{\partial F}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial M_2} \right) dM_2$$

$$+ \left(\frac{\partial F}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial M_3} + \frac{\partial F}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial M_3} \right) dM_3$$

$$= a \sin 1'' \left[\left\{ \left(1 - \frac{1}{p_1 \left[\frac{1}{p} \right]} \right) \cot A + \frac{1}{p_2 \left[\frac{1}{p} \right]} \cot B \right\} dM_1 \right.$$

$$\left. + \left\{ - \frac{1}{p_1 \left[\frac{1}{p} \right]} \cot A - \left(1 - \frac{1}{p_2 \left[\frac{1}{p} \right]} \right) \cot B \right\} dM_2 \right]$$

$$+ \left\{ - \frac{1}{p_1 \left[\frac{1}{p} \right]} \cot A + \frac{1}{p_2 \left[\frac{1}{p} \right]} \cot B \right\} dM_3$$

故に邊 a の輕重率を P_F とすれば

$$\frac{1}{P_F} = a^2 \sin^2 1'' \left[\left\{ \left(1 - \frac{1}{p_1 \left[\frac{1}{p} \right]} \right) \cot A + \frac{1}{p_2 \left[\frac{1}{p} \right]} \cot B \right\}^2 \frac{1}{p_1} \right.$$

$$\left. + \left\{ - \frac{1}{p_1 \left[\frac{1}{p} \right]} \cot A - \left(1 - \frac{1}{p_2 \left[\frac{1}{p} \right]} \right) \cot B \right\}^2 \frac{1}{p_2} \right]$$

$$\begin{aligned}
 & + \left\{ \frac{1}{p_1 \left[\frac{1}{p} \right]} \cot A - \frac{1}{p_2 \left[\frac{1}{p} \right]} \cot B \right\}^2 \frac{1}{p_3} \quad \dots \dots \dots (296) \\
 & = a^2 \sin^2 1'' \left[\left(\frac{1}{\frac{1}{p}} \right) \left(\frac{1}{p_1 p_2} + \frac{1}{p_1 p_3} \right) \cot^2 A \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{\left(\frac{1}{p} \right)} \left(\frac{1}{p_1 p_2} + \frac{1}{p_2 p_3} \right) \cot^2 B + \frac{2}{\left(\frac{1}{p} \right) p_1 p_2} \cot A \cot B \right]
 \end{aligned}$$

若し $p_1 = p_2 = p_3 = 1$ であれば

$$\frac{1}{P_F} = \frac{2}{3} a^2 \sin^2 1'' (\cot^2 A + \cot^2 B + \cot A \cot B) \dots \dots \dots (297)$$

次に u =單觀測の平方誤差 (")

$m(a)$ =邊 a の平方誤差

とすれば

$$m(a) = u \sqrt{\frac{1}{P_F}} = u \sin 1'' a \sqrt{\frac{2}{3} (\cot^2 A + \cot^2 B + \cot A \cot B)} \dots \dots \dots (298)$$

$$\frac{m(a)}{a} = u(a) = u \sin 1'' \sqrt{\frac{2}{3} (\cot^2 A + \cot^2 B + \cot A \cot B)} \dots \dots \dots (299)$$

等邊三角形の場合は

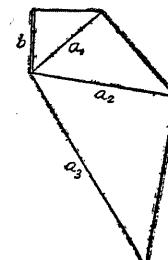
$$\cot A = \cot B = \cot C = \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$u(a) = \sqrt{2} u \sin 1'' \cot 60^\circ = u \sin 1'' \sqrt{\frac{2}{3}} = 0.00000396 u \quad (300)$$

$u=1''$ とすれば $u(a)=0.000004$ 即ち 1 km に就き 4 mm の誤差を生ずる。

299 三角列の誤差

第702圖に於て b を基線とし、第一の三角形より a_1 を、更に第二に a_2



第702圖

斯くして n 番目の三角形よりして a_n を計算する。此の場合は (299)式を應用して

$$\begin{aligned}
 u(a_n) &= \frac{m(a_n)}{a_n} \\
 &= \frac{u}{\rho} \sqrt{\frac{2}{3} (\cot^2 A + \cot^2 B + \cot A \cot B)} \quad \dots \dots \dots (301)
 \end{aligned}$$

但し $[\cot^2 A] = \cot^2 A_1 + \cot^2 A_2 + \cot^2 A_3 + \dots \dots + \cot^2 A_n$

簡単にする爲に各三角形の角の輕重率を總て 1 とし、又總ての三角形を相似とすれば

$$u(a_n) = \frac{u}{\rho} \sqrt{\frac{2n}{3} (\cot^2 A + \cot^2 B + \cot A \cot B)} \quad \dots \dots \dots (302)$$

今 $\cot A = \cot B = \cot C = \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ とすれば

$$\begin{aligned}
 \frac{m(a_n)}{a_n} &= u(a_n) = \frac{u}{\rho} \sqrt{\frac{2n}{3} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \right)} \\
 &= \frac{u}{\rho} \sqrt{\frac{2}{3} \sqrt{n}} = 0.000004 u \sqrt{n} \quad \dots \dots \dots (303)
 \end{aligned}$$

300 三角形の高さの誤差

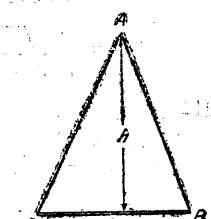
第703圖に於て $\triangle ABC$ の高さ h の平均平方誤差を求める。

$$h = \frac{b}{\sin A} \sin B \sin C$$

其の條件式は $A + B + C = 180^\circ$

であるから $a_2 = +1, a_3 = +1$

$$f_1 = \frac{\partial h}{\partial A} = \frac{-b}{\sin^2 A} \sin B \sin C \cos A$$



第703圖

$$= -h \cot A = -c_1 h$$

$$f_2 = \frac{\partial h}{\partial B} = \frac{b}{\sin A} \cos B \sin C = h \cot B = +c_2 h$$

$$f_3 = \frac{\partial h}{\partial C} = \frac{b}{\sin A} \sin B \cos C = h \cot C = +c_3 h$$

従て是等の値を

$$\frac{1}{p} = \left[\frac{ff}{p} \right] - \frac{\left[\frac{af}{p} \right]^2}{\left[\frac{au}{p} \right]}$$

に適用すれば

$$\begin{aligned} \frac{1}{p} &= h^2 \left(\frac{c_1^2}{p_1} + \frac{c_2^2}{p_2} + \frac{c_3^2}{p_3} \right) - \left[\frac{1}{p} \right] \left(\frac{c_1}{p_1} - \frac{c_2}{p_2} - \frac{c_3}{p_3} \right)^2 \\ &= h^2 \frac{p_1(c_2 - c_3)^2 + p_2(c_1 + c_3)^2 + p_3(c_1 + c_2)^2}{p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3} \end{aligned} \quad (304)$$

$$\therefore \frac{m(h)}{h} = u(h) = \frac{u}{\rho} \sqrt{\frac{p_1(c_2 - c_3)^2 + p_2(c_1 + c_3)^2 + p_3(c_1 + c_2)^2}{p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3}} \quad (305)$$

(304) 或は (305) 式の分子に $c_1 = \cot A$, $c_2 = \cot B$, $c_3 = \cot C$ を當嵌むれば

$$p_1 \frac{\sin^2(B-C)}{\sin^2 B \sin^2 C} + p_2 \frac{\sin^2 B}{\sin^2 A \sin^2 C} + p_3 \frac{\sin^2 C}{\sin^2 A \sin^2 B}$$

今 $B=C$ 即ち二等邊三角形であれば第一項が消え、更に $p_2=p_3$ とすれば

$$u(h) = \frac{u}{\rho} \sqrt{\frac{2}{(2p_1 + p_2) \sin^2 A}} = \frac{2u}{\rho \sin A} \sqrt{\frac{1}{4p_1 + p_2 + p_3}} \quad (306)$$

更に $p_1=p_2=p_3=1$ とすれば

$$\frac{m(h)}{h} = u(h) = \frac{u}{\rho} \frac{1}{\sin A} \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (307)$$

301 四邊形の對角線の平均平方誤差

四邊形の一對角線を基線に選び、對角線を挾む 8 個の内角を測れば他の對

角線を計算する事が出来る。第 704 圖に於て b = 基線

とし D の平均平方誤差を $m(D)$ とすれば

$$\begin{aligned} (m(D))^2 &= \left(\frac{u}{\rho} \right)^2 \times \left\{ \frac{p_1 b^2 \cos^2(C-B+\beta) + p_2 a^2 \cos^2 \gamma + p_3 c^2 \cos^2 \alpha}{\sin^2 A(p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{p_1' b'^2 \cos^2(C'-B'+\beta') + p_2' a'^2 \cos^2 \gamma' + p_3' c'^2 \cos^2 \alpha'}{\sin^2 A'(p_1' p_2' + p_1' p_3' + p_2' p_3')} \right\} \end{aligned} \quad (308)$$

第 704 圖

是の公式は基線の増大を行ふ場合に應用される。今

第 705 圖の如く $\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C$ にして且つ $\beta=90^\circ$, $B=C$ とすれば

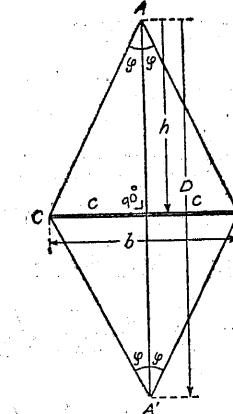
$$(m(D))^2 = \left(\frac{u}{\rho} \right)^2 \left\{ 2 \frac{2h^2}{\sin^2 A(2p_1 + p_2)} \right\} \quad (309)$$

$$\begin{aligned} \frac{m(D)}{2h} &= \frac{m(D)}{D} = u(D) \\ &= \frac{u}{\rho} \frac{1}{\sin A} \sqrt{\frac{1}{(2p_1 + p_2)}} \end{aligned} \quad (310)$$

之は (306) 式より簡単に導き出される。即ち

$$m(D) = m(h) \sqrt{2}$$

$$\text{即ち } u(D) = \frac{u(h)}{\sqrt{2}} \quad (311)$$



第 705 圖

(310) 式の値を小ならしめるには角 A の外 p_1, p_2 に就て考慮せねばならぬ。

$p_1 + p_2 + p_3 = p_1 + 2p_2 = [p]$ 従て $p_1 = [p] - 2p_2$ であるから $f = 2p_1 + p_2$ とすれば

$$f=2[p]-4p_2+p_2=2[p]-3p_2$$

之は $p_2=0$ の場合に最大となり、其の時は $p_1=[p]$ 従て

$$u(D)_{min} = \frac{u}{\rho} \frac{1}{\sin A} \sqrt{\frac{1}{2[p]}} \quad (312)$$

次に $\sin A$ を増大率 $\frac{D}{b}=v$ にて置き換へる。之は第705圖にての $\frac{h}{c}=v$ となるから $\sin A=2 \sin \varphi \cos \varphi$

$$\sin \varphi = \frac{c}{\sqrt{c^2+h^2}}, \quad \cos \varphi = \frac{h}{\sqrt{c^2+h^2}}$$

$$\text{従て } \frac{1}{\sin A} = \frac{1+v^2}{2v} \quad (313)$$

$$u(D) = \frac{u}{\rho} \frac{1+v^2}{2v} \sqrt{\frac{1}{2p_1+p_2}} \quad (314)$$

依て此の最小の場合は (312) 式と同じく

$$u(D)_{min} = \frac{u}{\rho} \frac{1+v^2}{2v} \sqrt{\frac{1}{2[p]}} \quad (315)$$

302 四邊形の増大の法則

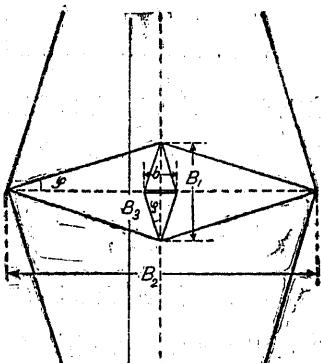
第706圖は四邊形に依る増大を繰返した場合である。菱形が何れも相似形であれば (310) 式に依て

$$u(B_1) = \frac{u}{\rho} \frac{1}{\sin A} \sqrt{\frac{1}{2p_1+p_2}}$$

$$u(B_2) = \frac{u}{\rho} \frac{1}{\sin A} \sqrt{\frac{2}{2p_1+p_2}}$$

之は第702圖の場合と同様で、 r 回増大すれば

$$\frac{m(B_r)}{B_r} = u(B_r)$$



第706圖 四邊形に依る増大

$$= \frac{u}{\rho} \frac{1}{\sin A} \sqrt{\frac{1}{2p_1+p_2}} \sqrt{r} \quad (316)$$

$r=2$ 即ち 2 回増大の場合は

$$u(B_r) = \frac{u}{\rho} \frac{1}{\sin A} \sqrt{\frac{2}{2p_1+p_2}} \quad (317)$$

$$\text{今 } B_2 : b = v \quad \text{即ち} \quad B_2 : B_1 = B_1 : b = \sqrt{v}$$

とすれば (313) 式と同様に

$$\frac{1}{\sin A} = \frac{1+v}{2\sqrt{v}} \quad (318)$$

$$u(B_2) = \frac{u}{\rho} \frac{1+v}{2\sqrt{v}} \sqrt{\frac{2}{2p_1+p_2}} \quad (319)$$

前と同様に最も精密な場合は $p_1=p_1+p_2+p_3=[p]$ 従て

$$u(B)_{min} = \frac{u}{\rho} \frac{1+v}{2\sqrt{v}} \sqrt{\frac{1}{[p]}} \quad (320)$$

扱て此處で (315) 式の一回増大の場合と (320) 式の二回増大の場合を等しくする事が出来る。 $u(B_2) : u(B) = q$ とすれば

$$q = \frac{1+v}{\sqrt{2v}} : \frac{1+v^2}{2v} = \frac{1+v}{1+v^2} \sqrt{2v} \quad (321)$$

$q=1$ とすれば

$$v^4 - 2v^3 - 2v^2 - 2v + 1 = 0 \quad \text{即ち} \quad v = 2.89$$

を得る。同様に

$$v=5 \quad \text{の場合} \quad q=0.730$$

$$v=10 \quad \text{の場合} \quad q=0.487$$

従て大體 3 倍増大から、2 回増大の方が 1 回増大よりも精密になつて来る。

例題 $v=10, u=\pm 1''$, $[p]=p_1+p_2+p_3=8+2+2=12$ 及び $p_1=4p_2$ の場合

(319) 式に依て

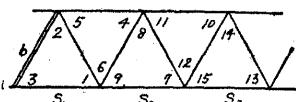
$$u(B) = \frac{1''}{206265} \times \frac{1+10}{2\sqrt{10}} \times \sqrt{\frac{2}{2.8+2}} = \frac{1}{350000}$$

303 單列三角系に於ける誤差の傳播 (Distribution of Errors in Single Row Triangles)

第 707 圖の單列正三角系の全體に就いての精度を論ずるので

$$(1)=(2)=(3)=\dots=60^\circ$$

$$s_1=s_2=s_3=\dots=s_n=s$$



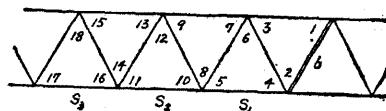
第 707 圖

$$u=\text{各角の平均平方誤差}$$

とする。途中の變化を省略して結果だけを記せば、全長 $s_1+s_2+s_3+\dots+s_n=n s$ に對する平均平方誤差 $m(ns)$ は

$$m(ns) = \frac{u}{\rho} s \cot 60^\circ \sqrt{\frac{4n^3 - 3n^2 + 5n}{3}} \quad (322)$$

$$\frac{m(ns)}{ns} = u(ns) = \frac{u}{\rho} \cot 60^\circ \sqrt{\frac{4n^2 - 3n + 5}{3n}} \quad (323)$$



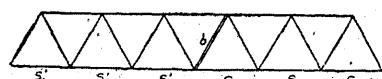
第 708 圖

同様に第 708 圖の如く $s_1+s_2+s_3+\dots+s_n$ を取れば全長の平均平方誤差は

$$m(ns) = \frac{u}{\rho} s \cot 60^\circ \sqrt{\frac{4n^3 + 3n^2 + 5n}{3}} \quad (324)$$

故に第 707 圖の場合と第 708 圖の場合を一緒に考へる時は、第 709 圖

の如く其の全長は



第 709 圖

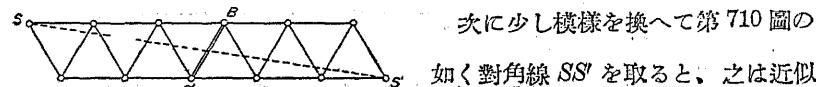
$$s_1+s_2+s_3+\dots+s_n+s'_1+s'_2+s'_3+\dots+s'_{n'} \dots$$

となり、其の平均平方誤差は (312) 及び (324) 式より

$$m(ns+n's) = \frac{u}{\rho} s \cot 60^\circ \sqrt{\frac{(4n^3 - 3n^2 + 5n) + (4n'^3 + 3n'^2 + 5n')}{3}} \quad (325)$$

今 $n'=n$ 及び $n+n'=v$ とすれば

$$m(vs) = \frac{u}{\rho} s \cot 60^\circ \sqrt{\frac{8v^3 + 10v}{3}} = \frac{u}{\rho} s \cot 60^\circ \sqrt{\frac{v^3 + 5v}{3}} \quad (326)$$



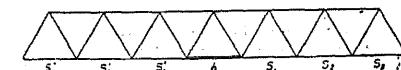
第 710 圖

次に少し横様を換へて第 710 圖の如く對角線 SS' を取ると、之は近似的に $SS'=SB+S'B'$ と置いて差支ない

いから (322) 式に $2n=v$ を置いて

$$\begin{aligned} m(vs) &= \frac{u}{\rho} s \cot 60^\circ \sqrt{\frac{8n^3 - 6n^2 + 10n}{3}} \\ &= \frac{u}{\rho} s \cot 60^\circ \sqrt{\frac{2v^3 - 3v^2 + 10v}{6}} \end{aligned} \quad (327)$$

更に第 711 圖に示す如く基線 b を三角列の方向に取れば其の一方側の全邊長 $s_1+s_2+s_3+\dots+s_n$ に對しては



第 711 圖

$$m(ns) = \frac{u}{\rho} \cot 60^\circ \sqrt{\frac{4n^3 + 9n^2 + 5n}{3}} \quad (328)$$

其の全長 $s_1+s_2+s_3+\dots+s_n+s'_1+s'_2+s'_3+\dots+s'_{n'}$ に對しては (328) 式を 2 倍する譯には行かない、何となれば基線 b に對する角は兩側の邊に影響を及ぼすからである。故に $s_1+s_2+s_3+\dots+s_n+s'_1+s'_2+s'_3+\dots+s'_{n'}$ に對して獨立に解いて

$$m(b+ns+n's) = \frac{u}{\rho} \cot 60^\circ \sqrt{\frac{(n+n')^2 + \frac{4n^3 + 6n^2 + 5n}{3} + \frac{4n'^3 + 6n'^2 + 5n'}{3}}{3}}$$

.....(329)

 $n=n'$ と置く時は

$$m((2n+1)s) = \frac{u}{\rho} s \cot 60^\circ \sqrt{\frac{8n^3 + 24n^2 + 10n}{3}} \quad \dots \dots \dots (330)$$

基線部分 b は誤差無しとするから其の全長は $(2n+1)s$ である。今 $2n+1=v$ と置けば

$$m(v_s) = \frac{u}{\rho} s \cot 60^\circ \sqrt{\frac{v^3 + 3v^2 - 4v}{3}} \quad \dots \dots \dots (331)$$

今(326),(327)及び(331)式を比較して見ると(331)式の場合の誤差が他の場合よりも少し多い、言ひ換へば基線 b は三角列の方向に置くよりも三角列を横切つて設くる方が宜い事になる。然し三角系の数が多く n 又は v が非常に大なる時は n^3 に比して n 或は n^2 を省略し得るから總ての公式が同一であると觀て差支へ無い。又三角系を 2 倍する場合 v を含む式の方は其の誤差が僅かに $\sqrt{2}$ 倍にしかならないが n を含む式は $\sqrt{2^2} = 2\sqrt{2}$ 倍となり、丁度誤差が 2 倍になる。即ち言ひ換へば三角系中唯一ヶ所に基線を設くる場合は兩端何れかに置くよりも眞中に置く方が宜い事を示す。

近似式を示せば

$$m(ns) = \frac{u}{\rho} s \cot 60^\circ \sqrt{\frac{4n^3}{3}} \quad \dots \dots \dots (332)$$

$$u(ns) = \frac{m(ns)}{ns} = \frac{u}{\rho} \cot 60^\circ \sqrt{\frac{4n}{3}} \quad \dots \dots \dots (333)$$

 $\cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ を代入すれば

$$u(ns) = \frac{u}{\rho} \cdot \frac{2}{3} \sqrt{n} \quad \dots \dots \dots (334)$$

 $u = \pm 1''$ とする

$$u(ns) = 0.000\ 003\ 23 \sqrt{n} \quad \dots \dots \dots (335)$$

之が三角列の一端に在る基線から n 回延長した時の誤差の割合を示す。若し基線が眞中にあり兩側に $\frac{v}{2}$ 回延長した場合は

$$u(v_s) = \frac{u}{\rho} \frac{1}{3} \sqrt{v} = 0.000\ 001\ 62 \sqrt{v} \quad \dots \dots \dots (336)$$

第九章 實測角の整正

304 概 説

三角網の整正とは實測角を幾何學上の條件に對照し其の矛盾を合理的に訂正する事を云ひ、之が爲には次の二つの條件を満足しなくてはならぬ。

(1) 測點條件 (Station Condition) 或は局所條件 (Local Condition)

任意の一測點に其の頂點を有する諸角の間に存在する幾何學的關係を示す條件で、次の二種に分れる。

(1) 一點に於ける諸角の和は其の全角を一角として測つた角度に等しい。

(2) 一點の周圍に於ける總ての角の和は 360° に等しい。

(2) 圖形條件 (Figure Condition) 或は一般條件 (General Condition)

三角網が安定なる閉合圖形をなす爲に諸角の間に存する幾何學的條件で矢張り次の二種に分れる。

(1) 三角形の内角の和は 180° で、四邊形の内角の和は 360° である。

(2) 三角網中の任意の一邊の長さは計算の順序に係らず常に同一であること。

是等の測點條件及び圖形條件を併せて條件等式 (Condition Equation) と云ひ、之を満足する様に實測角を整正せねばならぬ。

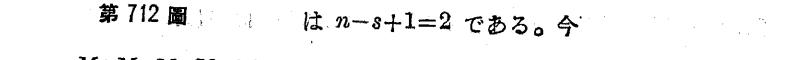
305 測點整正 (Station Adjustment)

(1) 條件等式の數 若し一測點 O から s 個の測點が視準される場合、其の總ての角を決定するには少くとも $(s-1)$ 個の角を觀測しなければならぬ。今新しく其の一つの角を測れば、此の角は直接觀測に依り見出される外、前の $(s-1)$ 個の角からも求められ、此の二つの結果に矛盾があれば之が測點條件になる。一般に一測點に於て獨立に n 個の角を測れば其時の條件等式の數は

$$n-(s-1)=n-s+1 \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots (337)$$

$n=s$ とすれど条件等式は唯一個である。

(2) 測點整正法 第 712 圖の如く一點 O より他測點 A, B, C, D と成す角を測る時、單に M_1, M_2, M_3 のみを實測すれば條件式を生じないが、更に之等を組合せた M_4, M_5 等を測定すれば茲に測點の條件式を生ずる。此の場合は $n=5, s=4$ 故に條件等式の數は $n-s+1=2$ である。今



第 712 圖

M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 = 實測值

v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 = 推差即ち更正量

とすれど、圖形から次の二條件を得る。

$$M_4+v_4=M_1+v_1+M_2+v_2 \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots (a)$$

$$M_5+v_5=M_1+v_1+M_2+v_2+M_3+v_3 \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots (b)$$

$$\text{即ち } v_1+v_2-v_4=M_4-(M_1+M_2)=\omega_1 \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots (a')$$

$$v_1+v_2+v_3-v_5=M_5-(M_1+M_2+M_3)=\omega_2 \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots (b')$$

$$\text{故に } v_1+v_2-v_4-\omega_1=0 \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots (a'')$$

$$v_1+v_2+v_3-v_5-\omega_2=0 \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots (b'')$$

尙ほ最小自乗法の理に依り $v_1^2+v_2^2+v_3^2+v_4^2+v_5^2=[vv]$ は最小でなければならぬ。斯の如き v_1, \dots, v_5 の値を見出す爲 K_1, K_2 なる未定係数 (Correlatives) を用ひて次の如き Ω を作り $[vv]$ を最小ならしむる代りに Ω を最小ならしめて同じである。

$$\Omega=[vv]-2K_1(v_1+v_2-v_4-\omega_1)-2K_2(v_1+v_2+v_3-v_5-\omega_2) \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots (c)$$

從て Ω を v に就て微分して零と置くときは

$$\left. \begin{array}{ll} \frac{\partial \Omega}{\partial v_1}=0 & \text{或は } v_1=K_1+K_2 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_2}=0 & v_2=K_1+K_2 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_3}=0 & v_3=K_2 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_4}=0 & v_4=-K_1 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_5}=0 & v_5=-K_2 \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots (d)$$

是等の v_1, \dots, v_5 の値を (a'') 及び (b'') に代入すれば

$$\left. \begin{array}{l} 3K_1+2K_2-\omega_1=0 \\ 2K_1+4K_2-\omega_2=0 \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots (e)$$

之れを未定係数式 (Correlative Equation) 又は正等式 (Normal Equation) と云ふ。之を解いて

$$K_1=\frac{1}{4}(2\omega_1-\omega_2)$$

$$K_2 = \frac{1}{8}(3\omega_2 - 2\omega_1)$$

更に (d) 式より

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= v_2 = \frac{\omega_1}{4} + \frac{\omega_2}{8}, \\ v_4 &= \frac{\omega_2}{4} - \frac{\omega_1}{2} \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} v_3 &= -v_5 = \frac{1}{8}(3\omega_2 - 2\omega_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(338)$$

條件方程式の數が 2 個以上の場合も同様の操作をなして整正をなし得る、唯條件式の數が増す程其の整正が複雑になる。

(3) 一點の周囲の角度の整正 第 713 圖
の如く一測點 O から $AOB=M_1$, $BOC=M_2$,
……と n 個の角を測り地平を開合した場合は其の條件等式は

$$\begin{aligned} v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n &= 360^\circ - (M_1 + M_2 + \dots + M_n) = \omega \dots\dots\dots(a) \end{aligned}$$

今 $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n = M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$ の輕重率
とすれば前同様に $[pvv] = \text{最小}$ ならしむれば宜い。

$$\Omega = [pvv] - 2K(v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n - \omega) \dots\dots(b)$$

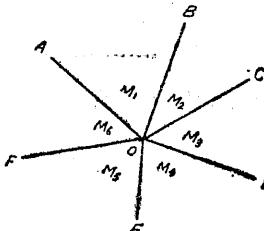
$$\frac{\partial \Omega}{\partial v_1} = 0, 2p_1v_1 - 2K = 0, K = p_1v_1, v_1 = \frac{K}{p_1} \dots\dots(c)$$

同様に

$$v_2 = \frac{K}{p_2}, v_3 = \frac{K}{p_3}, \dots, v_n = \frac{K}{p_n} \dots\dots(d)$$

之を (a) 式に代入すれば

$$K\left(\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3} + \dots + \frac{1}{p_n}\right) = \omega \dots\dots(e)$$



第 713 圖

$$\text{従て } K\left[\frac{1}{p}\right] = \omega, \quad K = \frac{\omega}{\left[\frac{1}{p}\right]} \dots\dots\dots(f)$$

依て觀測角に施す可き更正角は

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{\omega}{p_1\left[\frac{1}{p}\right]}, & v_2 &= \frac{\omega}{p_2\left[\frac{1}{p}\right]}, & v_3 &= \frac{\omega}{p_3\left[\frac{1}{p}\right]}, \\ \dots\dots, v_n &= \frac{\omega}{p_n\left[\frac{1}{p}\right]} \end{aligned} \dots\dots\dots(339)$$

若し $p_1 = p_2 = p_3 = \dots = p_n = p$ であれば

$$v_1 = v_2 = v_3 = \dots = v_n = \frac{\omega}{n} \dots\dots\dots(340)$$

即ち 360° から各角の合計を引いた差の $\frac{1}{n}$ を各角に割當てれば宜い。

〔例題〕 一點の周囲の三角が次の値を取る時は

$$M_1 + v_1 = 54^\circ 01' 55'' + v_1 \text{ 輕重率 1}$$

$$M_2 + v_2 = 66^\circ 40' 0'' + v_2 \text{ " 1}$$

$$M_3 + v_3 = 59^\circ 18' 20'' + v_3 \text{ " 1}$$

$$\text{合計 } 180^\circ 00' 15'' + v_1 + v_2 + v_3$$

$$\therefore v_1 + v_2 + v_3 + 15'' = 0$$

$$v_1 = v_2 = v_3 = -\frac{15}{3} = -5''$$

更正角は

$$54^\circ 01' 50'' + 66^\circ 39' 55'' + 59^\circ 18' 15'' = 180^\circ 00' 00''$$

306 圖形整正 (Figure Adjustment) 或は一般整正 (General Adjustment)

(1) 條件等式の數 唯一値の基線を測つて三角網の各部分に生ずる幾何學的條件を知る事が出来る。即ち若し三角網中に s 個の測點があるとすれば

基線の兩端の測點は判つて居るから残りの $s-2$ 個を見出せば宜い。一般に基
線の兩端に於て角を測れば第三の點を決定する事が出來る。更に此の第三點に連る邊にて其の兩端の角を測れば第 4 の點を決定する。斯くして $s-2$ 個の測點を決定するには $2(s-2)$ 個の角が必要になる。
従て獨立角の總數を n とすれば、餘分の角の數即ち

第 714 圖

である。是等の條件は次の角等式及び邊等式に分たれる。

(2) 角等式 (Angle Equation) 平面三角形の内角の和は 180° に等しく、第715図の如き球面三角形 (Spherical Triangle) の内角の和は $180^\circ + \varepsilon$ である。 ε は球面過剰 (Spherical Excess) と云ひ

$$F = \text{三角形の面積}$$

r = 地球の平均半径

ρ =Radian

とすれば

第 715 題

尙 $R = \text{三角頂點の緯度 } \phi \text{ の平均に相應する子午圈の半径}$

N =同じく子午線に直角を断面の半径

とされけ

$$r = \sqrt{RN}$$

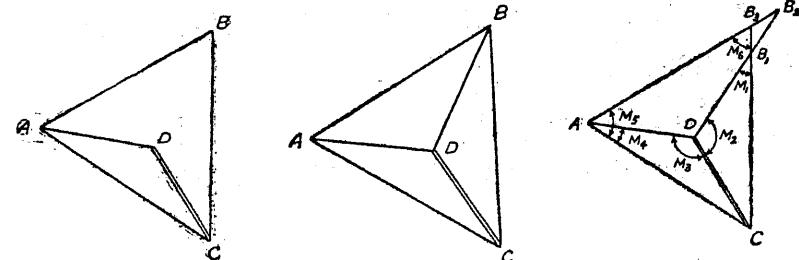
$$\varepsilon \text{ (in sec)} = \frac{\rho ab \sin C}{2RN} = \frac{ab \sin C}{zRN \sin 1''} \quad \dots \dots \dots (341)_2$$

計算の便宜上

第九章 實測角の整正

11. $m \equiv f(\phi)$ として表はして居る。

(3) 邊等式 (Side Equation) 一個の三角形或は單列三角形に於ては與へられた邊から任意の邊を計算する方法は唯一通りしか無いが、若し三角形が交叉して複雑に連絡されてあれば、種々の道を経て計算が出来る。此の種々の道を経た計算が一致するを要するので初めて等邊式を生ずる。例へば第716図にて CD を基線とすれば、各邊は CD より一通りの方法に依てのみ計



第 716 圖

·第 717 圖

第 718 圖

算せられ、從て測點條件の外には僅かに 2 個の角等式が生ずるのみである。然し今第 717 圖の如く D から DB を視準すれば全く變り AB, DB, CB が一點 B に相會すと云ふ新な條件を生ずる。此の事は第 718 圖の様に書いて見れば直ちに B_1, B_2 及び B_3 が一致す可き事が詳る。是れを方程式の形に表へすには次の様な方法を探る。

$\triangle CDB_1$ から

$\triangle CAD, \triangle CAB$ から

$$\frac{CD}{CB} = \frac{\sin CAD}{\sin CDA} \cdot \frac{\sin CB_A}{\sin CAB_2} = \frac{\sin M_4}{\sin M_3} \cdot \frac{\sin M_6}{\sin M_5} \dots (b)$$

若し各角の輕重率が異なり p_1, p_2, p_3 である時は

$$\Omega = [pvv] = \text{最小} \quad \text{及び} \quad v_1 + v_2 + v_3 - \omega = 0$$

$$\Omega = [pvv] - 2K([v] - \omega) = \text{最小} \quad \dots \dots \dots \quad (\text{a})$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \Omega}{\partial v_1} = 0 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_2} = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} p_1 v_1 = K \\ p_2 v_2 = K \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} v_1 = \frac{K}{p_1} \\ v_2 = \frac{K}{p_2} \end{array} \right\} \quad (\text{b})$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \Omega}{\partial v_3} = 0 \\ p_3 v_3 = K \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} v_3 = \frac{K}{p_3} \end{array} \right\} \quad (\text{c})$$

$$K \left\{ \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3} \right\} = \omega \quad K = \frac{\omega}{\left[\frac{1}{p} \right]} \quad (\text{d})$$

$$\text{故に } v_1 = \frac{\omega}{p_1 \left[\frac{1}{p} \right]}, \quad v_2 = \frac{\omega}{p_2 \left[\frac{1}{p} \right]}, \quad v_3 = \frac{\omega}{p_3 \left[\frac{1}{p} \right]} \quad (\text{e})$$

308 四邊形の整正 (Adjustment of Quadrilateral)

(1) 概説 四邊形は其の對角線と邊にてなす 8 個の角を測る時は、其の生ずる條件に依り最も精密に整正する事を得る。普通對角線の交點は全く使用しない。四邊形に於て生ずる圖形條件は $n - 2s + 4 = 8 - 8 + 4 = 4$ で其の中

$$\text{角等式 } l - s + 1 = 6 - 4 + 1 = 3 \quad (l = \text{直線の合計})$$

$$\text{邊等式 } l - 2s + 3 = 6 - 8 + 3 = 1$$

で整正に於ては是れ丈けを使用する。四邊形には此の外にも多くの條件が生ずるが、夫は以上の 4 個の條件より歸納される當然の條件であるから不必必要である。四邊形の整正には次の如く二通りの解法があり

(1) 嚴密なる方法 (Rigorous Method)

(2) 近似的方法 (Approximate Method)

重要な場合には (1) を用ひる。

(2) 嚴密なる方法 四邊形に於て其の對角線に依り形成される 4 個の三角形の中 3 個を取り、其の相互間の幾何學的關係より導き出される 3 個の角等式と 1 個の邊等式とを組合せ、之等が同時に満足される様に解く法である。此の整正に未定係數を用ふるから未定係數法 (Correlate Method) とも云つて居る。4 個の三角形から 3 個の三角形を取出す方法は 4 通りあり、此の取り方に依つて整正の量が多少變るかも知れないから重要な場合には其の平均を取る。今第 719 圖に於て

①, ②, ..., ⑧ = 觀測角 (局所整正を終つた)
 v_1, v_2, \dots, v_8 = 最も眞に近い更正角

とする。

(A) 角等式

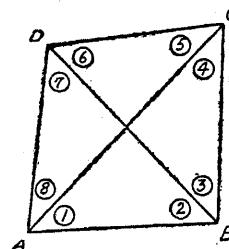
$\triangle ABC$ より

$$(i) \quad \left\{ \begin{array}{l} ((\textcircled{1} + v_1) + (\textcircled{2} + v_2) + (\textcircled{3} + v_3) + (\textcircled{4} + v_4) - 180^\circ \\ = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + \omega_1 = 0 \\ \omega_1 = \textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{4} - 180^\circ \end{array} \right.$$

$\triangle BCD$ より

$$(ii) \quad \left\{ \begin{array}{l} ((\textcircled{3} + v_3) + (\textcircled{4} + v_4) + (\textcircled{5} + v_5) + (\textcircled{6} + v_6) - 180^\circ \\ = v_3 + v_4 + v_5 + v_6 + \omega_2 = 0 \\ \omega_2 = \textcircled{3} + \textcircled{4} + \textcircled{5} + \textcircled{6} - 180^\circ \end{array} \right.$$

$\triangle CDA$ より



$$(iii) \begin{cases} ((\textcircled{5}+v_5)+(\textcircled{6}+v_6)+(\textcircled{7}+v_7)+(\textcircled{8}+v_8)-180^\circ \\ =v_5+v_6+v_7+v_8+\omega_3=0 \\ \omega_3=\textcircled{5}+\textcircled{6}+\textcircled{7}+\textcircled{8}-180^\circ \end{cases}$$

$\triangle DAB$ より

$$(iv) \begin{cases} (\textcircled{7}+v_7)+(\textcircled{8}+v_8)+(\textcircled{1}+v_1)+(\textcircled{2}+v_2)-180^\circ \\ =v_7+v_8+v_1+v_2+\omega_4=0 \\ \omega_4=\textcircled{7}+\textcircled{8}+\textcircled{1}+\textcircled{2}-180^\circ \end{cases}$$

(B) 邊等式

$\triangle ABC, \triangle CDA$ 及び $\triangle DAB$ より

$$\frac{AB}{AC} = \frac{\sin(\textcircled{4}+v_4)}{\sin(\textcircled{2}+v_2+\textcircled{3}+v_3)}, \quad \frac{AC}{AD} = \frac{\sin(\textcircled{7}+v_7+\textcircled{5}+v_6)}{\sin(\textcircled{5}+v_5)},$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{\sin(\textcircled{2}+v_2)}{\sin(\textcircled{7}+v_7)}$$

$$\frac{AB}{AC} \cdot \frac{AC}{AD} \cdot \frac{AD}{AB} = 1 \text{ となる故}$$

$$(v) \quad \frac{AB}{AC} \cdot \frac{AC}{AD} \cdot \frac{AD}{AB} = 1$$

$$= \frac{\sin(\textcircled{4}+v_4)}{\sin(\textcircled{2}+v_2+\textcircled{3}+v_3)} \cdot \frac{\sin(\textcircled{7}+v_7+\textcircled{5}+v_6)}{\sin(\textcircled{5}+v_5)} \cdot \frac{\sin(\textcircled{2}+v_2)}{\sin(\textcircled{7}+v_7)}$$

$\triangle ABC, \triangle CDA$ 及び $\triangle BCD$ より

$$(vi) \quad \frac{BC}{AC} \cdot \frac{AC}{CD} \cdot \frac{CA}{BC} = 1$$

$$= \frac{\sin(\textcircled{1}+v_1)}{\sin(\textcircled{2}+\textcircled{3}+v_2+v_3)} \cdot \frac{\sin(\textcircled{6}+\textcircled{7}+v_6+v_7)}{\sin(\textcircled{8}+v_8)} \cdot \frac{\sin(\textcircled{3}+v_3)}{\sin(\textcircled{6}+v_6)}$$

$\triangle BCD, \triangle DAB$ 及び $\triangle ABC$ より

$$(vii) \quad \frac{BC}{BD} \cdot \frac{BD}{CD} \cdot \frac{CD}{BC} = 1$$

$$= \frac{\sin(\textcircled{6}+v_6)}{\sin(\textcircled{4}+\textcircled{5}+v_4+v_5)} \cdot \frac{\sin(\textcircled{1}+\textcircled{8}+v_1+v_8)}{\sin(\textcircled{7}+v_7)} \cdot \frac{\sin(\textcircled{4}+v_4)}{\sin(\textcircled{1}+v_1)}$$

$\triangle DAB, \triangle BCD$ 及び $\triangle CDA$ より

$$(viii) \quad \frac{AD}{BD} \cdot \frac{BD}{CD} \cdot \frac{CD}{AD} = 1$$

$$= \frac{\sin(\textcircled{2}+v_2)}{\sin(\textcircled{1}+\textcircled{8}+v_1+v_8)} \cdot \frac{\sin(\textcircled{4}+\textcircled{5}+v_4+v_5)}{\sin(\textcircled{3}+v_3)} \cdot \frac{\sin(\textcircled{8}+v_8)}{\sin(\textcircled{5}+v_5)}$$

(1) 前記の 8 個の角等式及び邊等式より一例として $\triangle ABC, \triangle CDA$ 及び $\triangle DAB$ の間に成立つ 3 個の角等式及び 1 個の邊等式を取り次の聯立方程式

$$(v) \quad \frac{\sin(\textcircled{4}+v_4)}{\sin(\textcircled{2}+v_2+\textcircled{3}+v_3)} \cdot \frac{\sin(\textcircled{7}+v_7+\textcircled{6}+v_6)}{\sin(\textcircled{5}+v_5)} \cdot \frac{\sin(\textcircled{2}+v_2)}{\sin(\textcircled{7}+v_7)} = 1 \dots (a)$$

$$(i) \quad v_1+v_2+v_3+v_4+\omega_1=0 \dots (b)$$

$$(iii) \quad v_5+v_6+v_7+v_8+\omega_3=0 \dots (c)$$

$$(iv) \quad v_7+v_8+v_1+v_2+\omega_4=0 \dots (d)$$

を解いて整正角 v_1, v_2, \dots, v_8 を求める。

一般に $\log \sin(M+v)$ は v を非常に小さき數とすれば Tailor の定理に依り

$$\log \sin(M+v) = \log \sin M + \mu \cot M \frac{v}{\rho} \dots (e)$$

$$\text{但し } \mu=0.434295 \quad \rho=206265''$$

故に (a) 式の邊等式の對數を取れば

$$\begin{aligned} & \log \sin \textcircled{4} + \alpha_4 v_4 + \log \sin(\textcircled{7}+\textcircled{6}) + \alpha_{6,7}(v_6+v_7) + \log \sin \textcircled{2} + \alpha_2 v_2 \\ & - \left\{ \log \sin(\textcircled{2}+\textcircled{3}) + \alpha_{2,3}(v_2+v_3) + \log \sin \textcircled{5} + \alpha_5 v_5 + \log \sin \textcircled{6} + \alpha_7 v_7 \right\} \\ & = 0 \dots (f) \end{aligned}$$

$$\text{但し } \alpha_4 = \mu \cot \textcircled{4} \frac{1}{\rho}, \quad \alpha_{6+7} = \mu \cot (\textcircled{6} + \textcircled{7}) \frac{1}{\rho}, \quad \alpha_3 = \mu \cot \textcircled{2} \frac{1}{\rho} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \dots (g)$$

$$\alpha_{2+3} = \mu \cot (\textcircled{2} + \textcircled{3}) \frac{1}{\rho}, \quad \alpha_5 = \mu \cot \textcircled{5} \frac{1}{\rho}, \quad \alpha_7 = \mu \cot \textcircled{7} \frac{1}{\rho}$$

$$\text{又 } l_2 = \alpha_2 - \alpha_{2+3}, \quad l_3 = -\alpha_{2+3}, \quad l_4 = \alpha_4, \quad l_5 = -\alpha_5, \quad l_6 = \alpha_{6+7}, \quad l_7 = \alpha_{6+7} - \alpha_7$$

$$\omega_5 = \log \sin \textcircled{4} + \log \sin (\textcircled{7} + \textcircled{6}) + \log \sin \textcircled{2} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \dots (h)$$

$$-\log \sin (\textcircled{2} + \textcircled{3}) - \log \sin \textcircled{5} - \log \sin \textcircled{7}$$

とすれば邊等式は次の如く一次式となる。

$$l_2v_2 + l_3v_3 + l_4v_4 + l_5v_5 + l_6v_6 + l_7v_7 + \omega_5 = 0 \quad \dots \dots \dots (i)$$

依て茲に 4 個の観測方程式 (Observation Equation) を得る。

$$v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + \omega_1 = 0 \quad \dots \dots \dots (j)$$

$$v_5 + v_6 + v_7 + v_8 + \omega_3 = 0 \quad \dots \dots \dots (k)$$

$$v_1 + v_2 + v_4 + v_7 + v_8 + \omega_4 = 0 \quad \dots \dots \dots (l)$$

$$l_2v_2 + l_3v_3 + l_4v_4 + l_5v_5 + l_6v_6 + l_7v_7 + \omega_5 = 0 \quad \dots \dots \dots (m)$$

此の 4 式に夫々 $-2K_1, -2K_2, -2K_3, -2K_4$ なる未定係数を乘すれば右邊は常に零に等しく、各角が同一精度を以て測定せられたとすれば、最小自乗法の理に依て

$$\Omega = [vv] - 2K_1(v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + \omega_1) - 2K_2(v_5 + v_6 + v_7 + v_8 + \omega_3) \\ - 2K_3(v_1 + v_2 + v_7 + v_8 + \omega_4) \\ - 2K_4(l_2v_2 + l_3v_3 + l_4v_4 + l_5v_5 + l_6v_6 + l_7v_7 + \omega_5) \quad \dots \dots \dots (n)$$

は最小なるを要する。故に

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \Omega}{\partial v_1} = 0, \quad 2v_1 - 2K_1 - 2K_3 = 0 \quad \therefore v_1 = K_1 + K_3 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_2} = 0, \quad 2v_2 - 2K_1 - 2K_3 - 2l_2K_4 = 0 \quad \therefore v_2 = K_1 + K_3 + l_2K_4 \end{array} \right\}$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial v_3} = 0 \quad 2v_3 - 2K_1 - 2l_3K_4 = 0 \quad \therefore v_3 = K_1 + l_3K_4$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial v_4} = 0 \quad 2v_4 - 2K_1 - 2l_4K_4 = 0 \quad \therefore v_4 = K_1 + l_4K_4$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial v_5} = 0 \quad 2v_5 - 2K_2 - 2l_5K_4 = 0 \quad \therefore v_5 = K_2 + l_5K_4$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial v_6} = 0 \quad 2v_6 - 2K_2 - 2l_6K_4 = 0 \quad \therefore v_6 = K_2 + l_6K_4$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial v_7} = 0 \quad 2v_7 - 2K_2 - 2K_3 - 2l_7K_4 = 0 \quad \therefore v_7 = K_2 + K_3 + l_7K_4$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial v_8} = 0 \quad 2v_8 - 2K_2 - 2K_3 = 0 \quad \therefore v_8 = K_2 + K_3$$

此等の値を観測方程式に入れれば 4 個の未定係数を含む 4 個の聯立方程式を得。

$$\left. \begin{array}{l} 4K_1 + 0K_2 + 2K_3 + (l_2 + l_3 + l_4)K_4 + \omega_1 = 0 \\ 0K_1 + 4K_2 + 2K_3 + (l_5 + l_6 + l_7)K_4 + \omega_3 = 0 \\ 2K_1 + 2K_2 + 4K_3 + (l_2 + l_7)K_4 + \omega_4 = 0 \\ (l_2 + l_3 + l_4)K_1 + (l_5 + l_6 + l_7)K_2 + (l_2 + l_7)K_3 \\ + (l_2^2 + l_3^2 + l_4^2 + l_5^2 + l_6^2 + l_7^2)K_4 + \omega_5 = 0 \end{array} \right\} \dots \dots \dots (352)$$

之を未定係数式 (Correlate Equation) と云ひ、之を解いて K_1, K_2, K_3, K_4 の値を出し (351) 式に代入すれば更正角 v_1, v_2, \dots, v_8 が見出される。

(2) $\triangle ABC, \triangle CDA$ 及び $\triangle BCD$ より

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\sin(\textcircled{1} + v_1)}{\sin(\textcircled{2} + \textcircled{3} + v_2 + v_3)}, \frac{\sin(\textcircled{7} + \textcircled{6} + v_7 + v_8)}{\sin(\textcircled{8} + v_5)}, \frac{\sin(\textcircled{3} + v_3)}{\sin(\textcircled{5} + v_6)} = 1 \\ v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + \omega_1 = 0 \\ v_5 + v_6 + v_7 + v_8 + \omega_3 = 0 \\ v_3 + v_4 + v_5 + v_6 + \omega_2 = 0 \end{array} \right\}$$

(3) $\triangle BDC, \triangle DAB$ 及び $\triangle ABC$ より

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sin(⑥+v_6)}{\sin(⑤+④+v_5+v_4)}, \frac{\sin(①+⑧+v_1+v_8)}{\sin(⑦+v_7)}, \frac{\sin(④+v_4)}{\sin(①+v_1)}=1 \\ v_3+v_4+v_5+v_6+\omega_2=0 \\ v_7+v_8+v_1+v_2+\omega_4=0 \\ v_1+v_2+v_3+v_4+\omega_1=0 \end{array} \right.$$

(4) $\triangle DAB, \triangle BCD$ 及び $\triangle CDA$ より

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sin(②+v_2)}{\sin(①+⑧+v_1+v_8)}, \frac{\sin(④+⑤+v_4+v_5)}{\sin(③+v_3)}, \frac{\sin(⑧+v_8)}{\sin(⑤+v_5)}=1 \\ v_7+v_8+v_1+v_2+\omega_4=0 \\ v_3+v_4+v_5+v_6+\omega_2=0 \\ v_5+v_6+v_7+v_8+\omega_3=0 \end{array} \right.$$

(2), (3), (4) の如き他の組合せに依る更正量の比較は特別に重要な場合の外行はない。

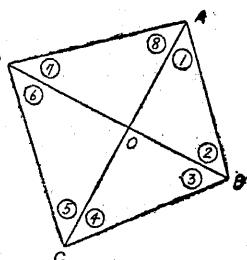
(3) 近似的方法 初めに角等式に依つて整正し、其の結果に邊等式を適用して四邊形を整正すれば解法が非常に簡単になる。厳密に云へば邊等式の整正は最初の角等式の整正を害するが其の量は普通小であるから差支へない。

(A) 角等式

第720図にて各角は一様な精度で測られたとし、符號を前と同様にすれば

$$\left. \begin{array}{l} v_1+v_2+v_3+v_4+\omega_1=0 \\ v_3+v_4+v_5+v_6+\omega_2=0 \\ v_5+v_6+v_7+v_8+\omega_3=0 \end{array} \right\} \dots \dots \dots \text{(a)}$$

是等の三式に各 $-2K_1, -2K_2, -2K_3$ を乘すれば



第720図

$$\begin{aligned} \Omega = & [vv] - 2K_1(v_1+v_2+v_3+v_4+\omega_1) - 2K_2(v_3+v_4+v_5+v_6+\omega_2) \\ & - 2K_3(v_5+v_6+v_7+v_8+\omega_3) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \text{(b)}$$

が最小なるを要する。故に

$$\left. \begin{array}{l} v_1=K_1 & v_5=K_2+K_3 \\ v_2=K_1 & v_6=K_2+K_3 \\ v_3=K_1+K_2 & v_7=K_3 \\ v_4=K_1+K_2 & v_8=K_3 \end{array} \right\} \dots \dots \dots \text{(c)}$$

之等を (a) 式に代入すれば

$$\left. \begin{array}{l} 4K_1+2K_2+\omega_1=0 \\ 2K_1+4K_2+2K_3+\omega_2=0 \\ 2K_2+4K_3+\omega_3=0 \end{array} \right\} \dots \dots \dots \text{(d)}$$

(d) 式の未定係数式を解いて

$$\left. \begin{array}{l} K_1=\frac{1}{8}(-3\omega_1+2\omega_2-\omega_3) \\ K_2=\frac{1}{8}(+2\omega_1-4\omega_2+2\omega_3) \\ K_3=\frac{1}{8}(-\omega_1+2\omega_2-3\omega_3) \end{array} \right\} \dots \dots \dots \text{(e)}$$

之を (c) 式に代用すれば

$$\left. \begin{array}{l} v_1=v_2=\frac{1}{8}(-3\omega_1+2\omega_2-\omega_3) \\ v_3=v_4=\frac{1}{8}(-\omega_1-2\omega_2+\omega_3) \\ v_5=v_6=\frac{1}{8}(+\omega_1-2\omega_2-\omega_3) \\ v_7=v_8=\frac{1}{8}(-\omega_1+2\omega_2-3\omega_3) \end{array} \right\} \dots \dots \dots \text{(353)}$$

或は $W = \frac{1}{2}\omega_1 - \omega_2 + \frac{1}{2}\omega_3$ とすれば

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = v_2 = -\frac{1}{4}\omega_1 - \frac{1}{4}W \\ v_3 = v_4 = -\frac{1}{4}\omega_1 + \frac{1}{4}W \\ v_5 = v_6 = -\frac{1}{4}\omega_3 + \frac{1}{4}W \\ v_7 = v_8 = -\frac{1}{4}\omega_3 - \frac{1}{4}W \end{array} \right\} \cdots \cdots \cdots (354)$$

(B) 邊等式

角等式より見出した (353) 又は (354) 式の値を實測角に加ふれば是等の整正角は邊等式を満足するを要する。今

$$M'_1 = M_1 + v_1, \quad M'_2 = M_2 + v_2, \quad \dots, M'_s = M_s + v_s,$$

$$v_1, v_2, \dots, v_s = M'_1, M'_2, \dots, M'_s$$
 に施すべき整正角

とし第 720 圖にて對角線の交點 O を極に取れば

$$\frac{\sin(M'_1 + v'_1)}{\sin(M'_2 + v'_2)} \frac{\sin(M'_3 + v'_3)}{\sin(M'_4 + v'_4)} \frac{\sin(M'_5 + v'_5)}{\sin(M'_6 + v'_6)} \frac{\sin(M'_7 + v'_7)}{\sin(M'_8 + v'_8)} = 1 \cdots (f)$$

或は $l_1, l_2, \dots, l_s = 表差$

$$\left. \begin{array}{l} \omega_1 = \log \sin M'_1 + \log \sin M'_3 + \log \sin M'_5 + \log \sin M'_7 \\ \quad - (\log \sin M'_2 + \log \sin M'_4 + \log \sin M'_6 + \log \sin M'_8) \end{array} \right\} \cdots (g)$$

とすれば

$$l_1 v'_1 + l_2 v'_2 + l_3 v'_3 + l_4 v'_4 + l_5 v'_5 + l_6 v'_6 + l_7 v'_7 + l_8 v'_8 + \omega_4 = 0 \cdots (h)$$

而して

$$\Omega = [v'v'] - 2K(l_1 v'_1 + l_2 v'_2 + l_3 v'_3 + \dots + l_8 v'_8 + \omega_4) = 最小 \cdots (i)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \Omega}{\partial v'_1} = 0 \quad v'_1 = l_1 K \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v'_2} = 0 \quad v'_2 = l_2 K \\ \dots \dots \dots \dots \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v'_8} = 0 \quad v'_8 = l_8 K \end{array} \right\} \cdots \cdots \cdots (j)$$

(j) 式を (h) 式に代入して

$$[l]K + \omega_4 = 0, \quad K = -\frac{\omega_4}{[l]} \cdots \cdots \cdots (k)$$

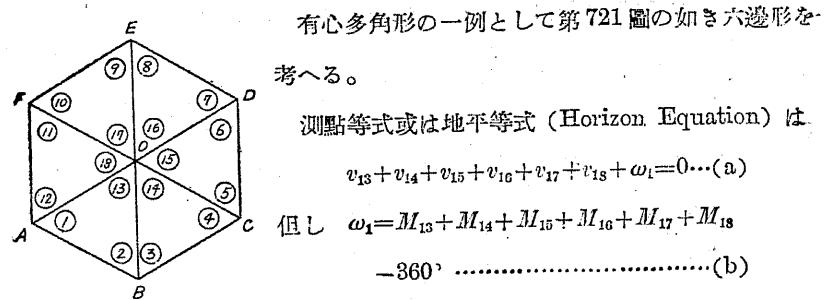
$$\text{故に } v'_1 = -\frac{l_1}{[l]} \omega_4, \quad v'_2 = -\frac{l_2}{[l]} \omega_4, \quad \dots, \quad v'_8 = -\frac{l_8}{[l]} \omega_4 \cdots (355)$$

若し $l_1 = l_2 = l_3 = \dots = l_8 = 1$ とすれば

$$\left. \begin{array}{l} v'_1 = v'_3 = v'_5 = v'_7 = -\frac{1}{8}\omega_4 \\ v'_2 = v'_4 = v'_6 = v'_8 = +\frac{1}{8}\omega_4 \end{array} \right\} \cdots \cdots \cdots (356)$$

(356) 式に依れば角等式の整正を害しない事になる。唯 l_1, l_2, \dots, l_8 相互の差が小となる程此の整正角は正しくなつて来る。

309 有心多角形の整正 (Adjustment of Central Polygon)



第 721 圖

の一個で、其の角等式は 6 個である。

$$\left. \begin{array}{l} v_1 + v_2 + v_{13} + \omega_3 = 0, \quad \omega_2 = M_1 + M_2 + M_{13} - 180^\circ \\ v_3 + v_4 + v_{14} + \omega_5 = 0, \quad \omega_3 = M_3 + M_4 + M_{14} - 180^\circ \\ v_5 + v_6 + v_{15} + \omega_4 = 0, \quad \omega_4 = M_5 + M_6 + M_{15} - 180^\circ \\ v_7 + v_8 + v_{16} + \omega_5 = 0, \quad \omega_5 = M_7 + M_8 + M_{16} - 180^\circ \\ v_9 + v_{10} + v_{17} + \omega_6 = 0, \quad \omega_6 = M_9 + M_{10} + M_{17} - 180^\circ \\ v_{11} + v_{12} + v_{18} + \omega_7 = 0, \quad \omega_7 = M_{11} + M_{12} + M_{18} - 180^\circ \end{array} \right\} \dots (c)$$

邊等式は次の1個である。

$$l_1v_1 + l_2v_2 + l_3v_3 + l_4v_4 + l_5v_5 + l_6v_6 + l_7v_7 + l_8v_8 + l_9v_9 + l_{10}v_{10} + l_{11}v_{11} + l_{12}v_{12} + \omega_8 = 0 \dots (d)$$

$$\begin{aligned} \text{但し } \omega_8 &= \log \sin M_1 + \log \sin M_3 + \log \sin M_5 + \log \sin M_7 + \log \sin M_9 \\ &+ \log \sin M_{11} - (\log \sin M_2 + \log \sin M_4 + \log \sin M_6 \\ &+ \log \sin M_8 + \log \sin M_{10} + \log \sin M_{12}) \end{aligned} \dots (e)$$

$$\begin{aligned} \Omega &= [vv] - 2K_1(v_{13} + v_{14} + v_{15} + v_{16} + v_{17} + v_{18} + \omega_1) \\ &- 2K_2(v_1 + v_2 + v_{13} + \omega_2) - 2K_3(v_3 + v_4 + v_{14} + \omega_3) \\ &- 2K_4(v_5 + v_6 + v_{15} + \omega_4) - 2K_5(v_7 + v_8 + v_{16} + \omega_5) \\ &- 2K_6(v_9 + v_{10} + v_{17} + \omega_6) - 2K_7(v_{11} + v_{12} + v_{18} + \omega_7) \\ &- 2K_8(l_1v_1 + l_2v_2 + l_3v_3 + \dots + l_{12}v_{12} + \omega_8) = \text{最小} \end{aligned} \dots (f)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \Omega}{\partial v_1} = 0 \quad v_1 = K_2 + l_1K_8 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_2} = 0 \quad v_2 = K_2 + l_2K_8 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_3} = 0 \quad v_3 = K_3 + l_3K_8 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_4} = 0 \quad v_4 = K_3 + l_4K_8 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \Omega}{\partial v_5} = 0 \quad v_5 = K_4 + l_5K_8 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_6} = 0 \quad v_6 = K_4 + l_6K_8 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_7} = 0 \quad v_7 = K_5 + l_7K_8 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_8} = 0 \quad v_8 = K_5 + l_8K_8 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_9} = 0 \quad v_9 = K_6 + l_9K_8 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_{10}} = 0 \quad v_{10} = K_6 + l_{10}K_8 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_{11}} = 0 \quad v_{11} = K_7 + l_{11}K_8 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_{12}} = 0 \quad v_{12} = K_7 + l_{12}K_8 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_{13}} = 0 \quad v_{13} = K_1 + K_2 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_{14}} = 0 \quad v_{14} = K_1 + K_3 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_{15}} = 0 \quad v_{15} = K_1 + K_4 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_{16}} = 0 \quad v_{16} = K_1 + K_5 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_{17}} = 0 \quad v_{17} = K_1 + K_6 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_{18}} = 0 \quad v_{18} = K_1 + K_7 \end{array} \right\} \dots (357)$$

是等を (a), (c), (d) 式に代入すれば

$$\begin{aligned}
 6K_1 + K_2 + K_3 + K_4 + K_5 + K_6 + K_7 &+ \omega_1 = 0 \\
 K_1 + 3K_2 &+ (l_1 + l_2)K_8 + \omega_2 = 0 \\
 K_1 + 3K_3 &+ (l_3 + l_4)K_8 + \omega_3 = 0 \\
 K_1 + 3K_4 &+ (l_5 + l_6)K_8 + \omega_4 = 0 \\
 K_1 + 3K_5 &+ (l_7 + l_8)K_8 + \omega_5 = 0 \\
 K_1 + 3K_6 &+ (l_9 + l_{10})K_8 + \omega_6 = 0 \\
 K_1 + 3K_7 &+ (l_{11} + l_{12})K_8 + \omega_7 = 0 \\
 (l_1 + l_2)K_2 + (l_3 + l_4)K_3 + (l_5 + l_6)K_4 + (l_7 + l_8)K_5 + \\
 (l_9 + l_{10})K_6 + (l_{11} + l_{12})K_7 + \\
 (l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + \dots + l_{12}^2)K_8 + \omega_8 &= 0
 \end{aligned}$$

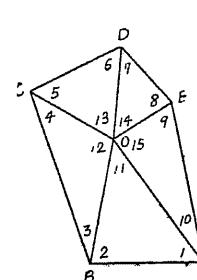
.....(358)

之等の等式より K_1, K_2, \dots, K_8 の値を出し (357) 式より v_1, v_2, \dots, v_{18} の値を出す事が出来る。

斯の如く同時解法 (Simultaneous Solution) は最も理想的であるが图形の数が増すに従ひ夫に比例して条件式の数を増し、従つて連續した三角系の場合には其の計算が甚だ複雑して来る。夫で各場合に應じ適當な間隔を置いて三角網を切斷し其の範圍内丈けの条件を満足す様に整正する。勿論區分した三角網が大である程理想的條件に近づく事は云ふ迄も無い。三角の規模が小となるに従ひ小さく區分するか或は以後に述べる様な近似法を用ふる。

〔例題〕 第 722 圖に示す如く有心五角形の整正。但し實測角の値は次の如し。

$$\begin{aligned}
 M_1 &= 52^\circ 34' 45'' & M_2 &= 79^\circ 20' 10'' & M_3 &= 31^\circ 06' 30'' \\
 M_4 &= 43^\circ 09' 20'' & M_5 &= 53^\circ 54' 00'' & M_6 &= 61^\circ 15' 25'' \\
 M_7 &= 44^\circ 18' 50'' & M_8 &= 79^\circ 24' 40'' & M_9 &= 72^\circ 32' 00'' \\
 M_{10} &= 22^\circ 24' 20'' & M_{11} &= 48^\circ 04' 45'' & M_{12} &= 105^\circ 44' 15''
 \end{aligned}$$



$$M_{13} = 64^\circ 50' 20'' \quad M_{14} = 56^\circ 16' 35''$$

$$M_{15} = 85^\circ 03' 40''$$

各角の精度を同一と見做し、又更正角を $v_1, v_2, v_3, \dots, v_{15}$ とすれば、次の條件方程式を得る。

測點條件

$$\begin{aligned}
 M_{11} + v_{11} + M_{12} + v_{12} + M_{13} + v_{13} + M_{14} + v_{14} \\
 + M_{15} + v_{15} = 360^\circ
 \end{aligned}$$

$$v_{11} + v_{12} + v_{13} + v_{14} + v_{15} - 25'' = 0 \quad \dots \dots \dots (a)$$

第 722 圖

有心五角形 角等式

$$\triangle ABO \quad M_1 + v_1 + M_2 + v_2 + M_{11} + v_{11} = 180^\circ$$

$$v_1 + v_2 + v_{11} + 170^\circ 59' 40'' = 180^\circ$$

$$v_1 + v_2 + v_{11} - 20'' = 0 \quad \dots \dots \dots (b)$$

$$\triangle BCO \quad M_3 + v_3 + M_4 + v_4 + M_{12} + v_{12} = 180^\circ$$

$$v_3 + v_4 + v_{12} + 180^\circ 00' 05'' = 180^\circ$$

$$v_3 + v_4 + v_{12} + 5'' = 0 \quad \dots \dots \dots (c)$$

$$\triangle CDO \quad M_5 + v_5 + M_6 + v_6 + M_{13} + v_{13} = 180^\circ 00' 00''$$

$$v_5 + v_6 + v_{13} + 179^\circ 59' 45'' = 180^\circ 00' 00''$$

$$v_5 + v_6 + v_{13} - 15'' = 0 \quad \dots \dots \dots (d)$$

$$\triangle DEO \quad M_7 + v_7 + M_8 + v_8 + M_{14} + v_{14} = 180^\circ 00' 00''$$

$$v_7 + v_8 + v_{14} + 180^\circ 00' 05'' = 180^\circ 00' 00''$$

$$v_7 + v_8 + v_{14} + 5'' = 0 \quad \dots \dots \dots (e)$$

$$\triangle EA0 \quad M_9 + v_9 + M_{10} + v_{10} + M_{15} + v_{15} = 180^\circ 00' 00''$$

$$v_9 + v_{10} + v_{15} + 180^\circ 00' 00'' = 180^\circ 00' 00''$$

$$v_9 + v_{10} + v_{15} + 0'' = 0 \quad \dots \dots \dots (f)$$

邊等式

$$\log \sin M_2 + l_2 v_2 + \log \sin M_4 + l_4 v_4 + \log \sin M_6 + l_6 v_6 + \log \sin M_8 + l_8 v_8$$

$$+ \log \sin M_{10} + l_{10} v_{10} = \log \sin M_1 + l_1 v_1 + \log \sin M_3 + l_3 v_3 + \log \sin M_5 + l_5 v_5$$

$$+ \log \sin M_7 + l_7 v_7 + \log \sin M_9 + l_9 v_9 \quad \dots \dots \dots (g)$$

之を簡単にして

$$-12.14K_2 - 12.5K_3 - 3.8K_4 - 17.7K_5 + 44.5K_6 + 5497.33K_7 - 2367 = 0 \quad \dots (p)$$

(j), (k), (l), \dots, (p) を聯立方程式として解く。

$$(j) \quad 5K_1 + K_2 + K_3 + K_4 + K_5 + K_6 = 25''$$

$$(k) + (l) + (m) + (n) + (o)$$

$$5K_1 + 3K_2 + 3K_3 + 3K_4 + 3K_5 + 3K_6 - 1.64K_7 = 25''$$

$$(j) \times 3 \quad 15K_1 + 3K_2 + 3K_3 + 3K_4 + 3K_5 + 3K_6 = 75''$$

$$\begin{array}{rcl} 10K_1 & & +1.64K_7 = 50'' \\ \hline K_1 = 5'' - 0.164K_7 & \dots & (q) \end{array}$$

(k) 式に (q) 式を代入して

$$5'' - 0.164K_7 + 3K_2 - 12.14K_7 = 20'' \quad 3K_2 = 15'' + 12.304K_7$$

$$K_2 = 5'' + 4.101K_7 \quad \dots \quad (r)$$

(l) 式に (q) 式を代入して

$$5'' - 0.164K_7 + 3K_3 - 12.5K_7 = -5'' \quad 3K_3 = -10'' + 12.664K_7$$

$$K_3 = -3.33'' + 4.221K_7 \quad \dots \quad (s)$$

(m) 式に (q) 式を代入して

$$5'' - 0.164K_7 + 3K_4 - 3.8K_7 = 15'' \quad 3K_4 = 10'' + 3.964K_7$$

$$K_4 = 3.33'' + 1.321K_7 \quad \dots \quad (t)$$

(n) 式に (q) 式を代入して

$$5'' - 0.164K_7 + 3K_5 - 17.7K_7 = -5'' \quad 3K_5 = -10'' + 17.864K_7$$

$$K_5 = -3.33'' + 5.955K_7 \quad \dots \quad (u)$$

(o) 式に (q) 式を代入して

$$5'' - 0.164K_7 + 3K_6 + 44.5K_7 = 0 \quad 3K_6 = -5'' - 44.336K_7$$

$$K_6 = -1.666'' - 14.779K_7 \quad \dots \quad (v)$$

(r) - (v) 式を (p) 式に代入すれば

$$-12.14(5'' + 4.101K_7) - 12.5(-3.33'' + 4.221K_7) - 3.8(3.33'' + 1.321K_7)$$

$$-17.7(-3.33'' + 5.955K_7) - 44.5(-1.666'' - 14.779K_7) + 5497.33K_7 = 2367$$

之を簡単にして

$$\begin{aligned} & -60.70 - 49.780K_7 + 41.66 - 52.637K_7 - 12.65 - 5.020K_7 \\ & + 58.94 - 105.402K_7 - 74.13 - 657.670K_7 + 5497.330K_7 = 2367 \end{aligned}$$

$$\text{故に } -46.88'' + 4626.82K_7 = 2367$$

$$\therefore K_7 = 0.521''$$

$$K_6 = -1.666'' - 14.779K_7 = -1.666'' - 14.779 \times 0.521''$$

$$\therefore K_6 = -9.366''$$

$$K_5 = -3.33'' + 5.955K_7 = -3.33'' + 3.1''$$

$$\therefore K_5 = -0.23''$$

$$K_4 = 3.33'' + 1.321K_7 = 3.33'' + 0.69''$$

$$\therefore K_4 = 4.02''$$

$$K_3 = -3.33'' + 4.221K_7 = -3.33'' + 2.2''$$

$$K_3 = -1.13''$$

$$K_2 = 5'' + 4.101K_7 = 5'' + 2.136''$$

$$K_2 = 7.136''$$

$$K_1 = 5'' - 0.164K_7 = 5'' - 0.085''$$

$$K_1 = 4.915''$$

故に $v_1, v_2, v_3, \dots, v_{15}$ の値を見出す事が出来る。

$$v_1 = K_2 - 16.1K_7 = -1.244'' \quad v_9 = K_6 - 6.6K_7 = -12.806''$$

$$v_2 = K_2 + 3.96K_7 = 9.199'' \quad v_{10} = K_6 + 51.1K_7 = 17.254''$$

$$v_3 = K_3 - 34.9K_7 = -19.31'' \quad v_{11} = K_1 + K_2 = 12.051''$$

$$v_4 = K_3 + 22.4K_7 = 10.54'' \quad v_{12} = K_1 + K_3 = 3.785''$$

$$v_5 = K_4 - 15.6K_7 = -3.95'' \quad v_{13} = K_1 + K_4 = 8.935''$$

$$v_6 = K_4 + 11.5K_7 = 10.02'' \quad v_{14} = K_1 + K_5 = 4.685''$$

$$v_7 = K_5 - 21.6K_7 = -11.48'' \quad v_{15} = K_1 + K_6 = -4.451''$$

$$v_8 = K_5 + 3.9K_7 = 1.80''$$

故に眞の角度は次の如くなる。

$$M_1 + v_1 = 52^{\circ}34'45'' - 1.244'' = 52^{\circ}34'43.756''$$

$$M_2 + v_2 = 79^{\circ}20'10'' + 9.199'' = 79^{\circ}20'19.199''$$

$$\begin{aligned}
 M_3 + v_3 &= 31^{\circ}06'30'' - 19.31'' = 31^{\circ}06'10.690'' \\
 M_4 + v_4 &= 43^{\circ}09'20'' + 10.54'' = 43^{\circ}09'30.540'' \\
 M_5 + v_5 &= 53^{\circ}54'00'' - 3.95'' = 53^{\circ}53'56.050'' \\
 M_6 + v_6 &= 61^{\circ}15'25'' + 10.02'' = 61^{\circ}15'35.020'' \\
 M_7 + v_7 &= 44^{\circ}18'50'' - 11.48'' = 44^{\circ}18'38.520'' \\
 M_8 + v_8 &= 79^{\circ}24'40'' + 1.80'' = 79^{\circ}24'41.800'' \\
 M_9 + v_9 &= 72^{\circ}32'00'' - 12.806'' = 72^{\circ}31'47.194'' \\
 M_{10} + v_{10} &= 22^{\circ}24'20'' + 17.254'' = 22^{\circ}24'37.254'' \\
 M_{11} + v_{11} &= 48^{\circ}04'45'' + 12.051'' = 48^{\circ}04'57.051'' \\
 M_{12} + v_{12} &= 105^{\circ}44'15'' + 3.785'' = 105^{\circ}44'18.785'' \\
 M_{13} + v_{13} &= 64^{\circ}50'20'' + 8.935'' = 64^{\circ}50'28.935'' \\
 M_{14} + v_{14} &= 56^{\circ}16'35'' + 4.685'' = 56^{\circ}16'39.685'' \\
 M_{15} + v_{15} &= 85^{\circ}03'40'' - 4.451'' = 85^{\circ}03'35.549''
 \end{aligned}$$

310 近似的整正法

三角網の整正に於ての條件等式を同時に満足する様に解く事は最も合理的であるが、其の計算が複雑で其の繁に耐へない。そこで一方三角網を區分して獨立せしむると共に、他方其の解法を簡単ならしめる。近似的整正法とは所要の條件方程式を別々に解いて各條件毎に其の更正の量を求めて各角に分布するもので、結果は近似的であるが其の計算容易で小三角の場合に應用される。

〔例題〕 第722圖の場合に近似的整正法を行つて見る。

測點條件

$$\begin{aligned}
 v_{11} + v_{12} + v_{13} + v_{14} + v_{15} &= 25'' \\
 K_1 &= \frac{25''}{5} = +5.00''
 \end{aligned}$$

角等式

$$\triangle ABO \quad v_1 + v_2 + v_{11} = +20'' - 5'' = +15'' \quad K_2 = \frac{15''}{3} = +5''$$

$$\begin{aligned}
 \triangle BCO \quad v_3 + v_4 + v_{12} &= -5'' - 5'' = -10'' \quad K_3 = \frac{10}{3} = -3.33'' \\
 \triangle CDO \quad v_5 + v_6 + v_{13} &= +15'' - 5'' = +10'' \quad K_4 = \frac{10}{3} = +3.33'' \\
 \triangle DEO \quad v_7 + v_8 + v_{14} &= -5'' - 5'' = -10'' \quad K_5 = \frac{10}{3} = -3.33'' \\
 \triangle EA0 \quad v_9 + v_{10} + v_{15} &= 0'' - 5'' = -5'' \quad K_6 = \frac{5}{3} = -1.67''
 \end{aligned}$$

邊等式

$$\begin{aligned}
 &(\log \sin M_1 + \log \sin M_3 + \log \sin M_5 + \log \sin M_7 + \log \sin M_9) - (\log \sin M_2 \\
 &+ \log \sin M_4 + \log \sin M_6 + \log \sin M_8 + \log \sin M_{10}) = 2367 \\
 &(l_1 + l_3 + l_5 + l_7 + l_9) + (l_2 + l_4 + l_6 + l_8 + l_{10}) = 187.36 \\
 &K_7 = +\frac{2367}{187.36} = +12.64''
 \end{aligned}$$

三角形	角番號	實測角	更 正 量 (秒)							整正角	
			K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7		
A	1	52°34'45''		+5.00					-12.64	-7.64	52°34'37.36''
B	2	79°20'10''		+5.00					+12.64	+17.64	79°20'27.64''
O	11	48°04'45''	+5.00	+5.00						+10.00	48°04'55.00''
B	3	31°06'30''			-3.34				-12.64	-15.98	31°06'14.02''
C	4	43°09'20''			-3.33				+12.64	+9.31	43°09'29.31''
O	12	105°44'15''	+5.00		-3.33					+1.67	105°44'16.67''
O	5	53°54'00''				+3.33			-12.64	-9.31	53°53'50.69''
D	6	61°15'25''				+3.34			+12.64	+15.98	61°15'40.98''
O	13	64°50'20''	+5.00			+3.33				+8.33	64°50'28.33''
D	7	44°18'50''					-3.34		-12.64	-15.98	44°18'34.02''
E	8	79°24'40''					-3.33		+12.64	+9.31	79°24'49.31''
O	14	56°16'35''	+5.00				-3.33			+1.67	56°16'36.67''
E	9	72°32'00''						-1.66	-12.64	-14.30	72°31'45.70''
A	10	22°24'20''						-1.67	+12.64	+10.97	22°24'30.97''
O	15	85°03'40''	+5.00					-1.67		+3.33	85°03'43.33''

311 二基線間の三角網諸角の整正

簡単な三角又は左程精密でない三角網では唯一一本の基線を設ける場合もあるが、一般には二本以上の基線を設けて其の精度を調べる。始基線より更正を終へた角度を用ひて順次に邊長を計算し、最後に第二の基線に至り計算と實測の長さを比較し、其の差が一定の許容誤差より大なれば即ち測量の不正確な證據で測量をやり直す。此の許容誤差は測量の規模に依つて異なり、精密な大三角では $\frac{1}{100,000}$ 内外、小三角にても $\frac{1}{10000} \sim \frac{1}{5000}$ 以内たるを要する。米國では次の様な標準を用ひて居る。

一等三角	二等三角	三等三角	四等三角
$\frac{1}{25,000}$	$\frac{1}{10,000}$	$\frac{1}{5,000}$	$\geq \frac{1}{5,000}$

若し其の差が許容誤差以内であれば、兩端基線を一定不動のものとして中間の三角網に更正を加へる。

第723圖に於て

 B_1, B_2 =兩端の實測基線 α =未知邊に對する角 β =既知邊に對する角

とすれば

第723圖

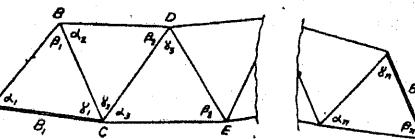
$$\log BC = \log B_1 + \log \sin \alpha_1 - \log \sin \beta_1$$

$$\log CD = \log BC + \log \sin \alpha_2 - \log \sin \beta_2$$

$$\therefore \log CD = \log B_1 + (\log \sin \alpha_1 + \log \sin \alpha_2) - (\log \sin \beta_1 + \log \sin \beta_2)$$

之を繰返す時は

$$\log B_n = \log B_1 + \sum \log \sin \alpha_i - \sum \log \sin \beta_i \quad \dots \dots \dots \text{(a)}$$



第九章 實測角の整正

今 $v'_1, v'_2, \dots, v'_n = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ の更正角 $v''_1, v''_2, \dots, v''_n = \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ の更正角 $a_1, a_2, \dots, a_n = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ の $\log \sin$ の表差 $b_1, b_2, \dots, b_n = \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ の $\log \sin$ の表差

とすれば一般に

$$\left. \begin{aligned} \log \sin(\alpha + v') &= \log \sin \alpha + av' \\ \log \sin(\beta + v'') &= \log \sin \beta + bv'' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{(b)}$$

(b) 式を (a) 式に代入すれば

$$\log B_n = \log B_1 + \sum \log \sin \alpha - \sum \log \sin \beta + \sum(av') - \sum(bv'') \dots \dots \dots \text{(c)}$$

$$\text{若し } \log B_1 - \log B_n + \sum \log \sin \alpha - \sum \log \sin \beta = \omega \dots \dots \dots \text{(d)}$$

とすれば

$$\sum(av') - \sum(bv'') + \omega = 0 \dots \dots \dots \text{(e)}$$

即ち三角網の邊等式である。次に角等式の數は

 γ =三角の α, β を除く他の角 $v'''_1, v'''_2, \dots, v'''_n = \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ の更正角

とすれば

$$\left. \begin{aligned} v'_1 + v''_1 + v'''_1 &= 0 \\ v'_2 + v''_2 + v'''_2 &= 0 \\ &\dots \dots \dots \\ v'_n + v''_n + v'''_n &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{(f)}$$

$$\therefore \Omega = [vv] - 2K \{ \sum(av') - \sum(bv'') + \omega \} - 2K_1(v'_1 + v''_1 + v'''_1)$$

$$- 2K_2(v'_2 + v''_2 + v'''_2) - \dots \dots \dots$$

$$- 2K_n(v'_n + v''_n + v'''_n) = \text{最小}$$

$$\begin{array}{lll} \therefore v_1' = a_1 K + K_1 & v_1'' = -b_1 K + K_1 & v_1''' = K_1 \\ v_2' = a_2 K + K_2 & v_2'' = -b_2 K + K_2 & v_2''' = K_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ v_n' = a_n K + K_n & v_n'' = -b_n K + K_n & v_n''' = K_n \end{array} \quad \left. \right\} \text{(h)}$$

(h) 式を (e) 及び (f) 式に代入して次の未定係数式を得る。

$$\{[aa] + [bb]\}K + (a_1 - b_1)K_1 + (a_2 - b_2)K_2 + \dots + (a_n - b_n)K_n + w = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (i)$$

(j) 式を (i) 式に代入して

$$\left\{ \{[aa]+[bb]\} - \frac{1}{3} \cdot \{[aa]+[bb]-2[ab]\} \right\} K + \omega$$

$$= \frac{2}{3} \{ [ax] + [bb] + [ab] \} K + \omega = 0$$

$$\frac{\omega}{2\{[aa]+[bb]+[ab]\}} = \tau$$

とすれば

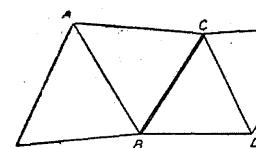
第九章 實測角の整正

$$K = -3\tau \quad K_1 = (a_1 - b_1)\tau \quad K_2 = (a_2 - b_2)\tau \quad \dots \dots \dots \\ K_n = (a_n - b_n)\tau \quad \dots \dots \dots \quad (359)$$

依て三角網の更正角は次の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} v_1' &= -(2a_1 + b_1)\tau & v_1'' &= (a_1 + 2b_1)\tau & v_1''' &= (a_1 - b_1)\tau = -(v_1' + v_1'') \\ v_2' &= -(2a_2 + b_2)\tau & v_2'' &= (a_2 + 2b_2)\tau & v_2''' &= (a_2 - b_2)\tau = -(v_2' + v_2'') \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ v_n' &= -(2a_n + b_n)\tau & v_n'' &= (a_n + 2b_n)\tau & v_n''' &= (a_n - b_n)\tau = -(v_n' + v_n'') \end{aligned} \right\} \quad (360)$$

以上の整正法は合理的であると共に其の計算が相當複雑であるから、小三角の場合特に角の整正値其ものよりも三角網を合理的に組立つるを目的とする場合には次の如き近似法が行はれる。實測基線を基として次第に邊長を算出する時は兩基線の中央で他の基線に連絡する三角形に接続するに至る。例へば第 724 圖に於て基線 B_1 に屬する三角形 ABC より計算した邊 BC の



第 724 圖

長さと、基線 B_2 に属する三角形 BCD より計算した BC の値が異なる時は其の兩者を平均して邊 BC の計算長とし、他の邊長を訂正せず此等の $\triangle ABC$ 及び $\triangle BCD$ が幾何學的に合理なる圖形を爲す様に内角の大きさのみを訂正する。

[例題] 次の如き場合の近似整正及び精度を求む。

三 角	角	角 度	邊 長
A	A	$66^{\circ} 12' 10''$	$A B$
B	B	$32^{\circ} 53' 19''$	377.413 m
C	C	$80^{\circ} 54' 31''$	
B	B	$73^{\circ} 9' 18''$	$C D$
C	C	$44^{\circ} 52' 39''$	379.190 m
D	D	$61^{\circ} 58' 3''$	

$\triangle ABC$ より BC の長さを求むれば

$$\begin{aligned} \log BC &= \log 377.413 + \log \sin 66^\circ 12' 10'' - \log \sin 80^\circ 54' 31'' \\ &= 2.5768167 + 9.9614113 - 9.9945096 \\ &= 2.5437184 \end{aligned}$$

$$BC = 349.7182 \text{ m}$$

次に $\triangle BCD$ より BC の長さを求むれば

$$\begin{aligned} \log BC &= \log 379.190 + \log \sin 61^\circ 58' 3'' - \log \sin 73^\circ 9' 18'' \\ &= 2.5788569 + 9.9458039 - 9.9809538 \\ &= 2.5437070 \end{aligned}$$

$$BC = 349.7090 \text{ m}$$

$\therefore BC$ の平均値 = 349.7136m

$\triangle ABC$ に於ける角度の更正は

$$\sin A = \frac{\sin 89^\circ 54' 31'' \times 349.7136}{377.413}$$

$$A = 66^\circ 12' 3.8'' \quad \text{即ち} \quad A \text{ の更正量} = 3.8 - 10 = -6.2''$$

$$\therefore B = 32^\circ 53' 19'' + 6.2'' = 32^\circ 53' 25.2''$$

$\triangle BCD$ に就ても同様の方法で角度を訂正する。B 及び C の變化は直ちに其の対邊 AO 及び BD にも變化を生ずる。又此の場合の三角測量の精度は普通 BO 邊の差異に依て表はすを便とする故

$$\frac{349.7182 - 349.7090}{349.7136} = \frac{0.092}{349.7136} = \frac{1}{26300}$$

第十章 三角網の邊長計算

312 三角網の邊長計算

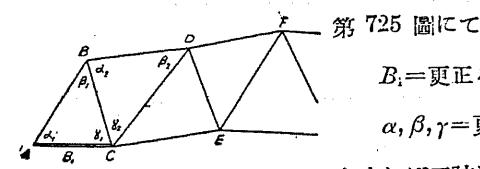
基線及び實測角の整正が終れば、次に之等を用ひて基線より順次に邊長を計算する。邊長を計算するには次の二方法がある。

(1) 絶對法 (Absolute Method) 或は正弦法 (Sine Method)

(2) 縦横距法 (Coordinate Method)

絶對法は $\log \sin$ を用ひて順次に邊長を計算するもので、計算簡單であるから最も用ひられて居るが、途中の三角形の強度に依て影響を受け、從て三角網が長く或は其の規模の大なる場合には之に依らず、適當なる點を原點として縦横の直角軸を採つて測點の縦距及び横距を計算するが宜い。之に依れば測點の位置が判るのみならず、製圖の場合も誤差が少く且つ子午線の方向が測定された場合に都合が宜い。

313 絶對法 (Absolute Method) 或は正弦法 (Sine Method)



第 725 圖にて

B_1 = 更正を施した基線

α, β, γ = 更正を施した内角

第 725 圖 とすれば正弦法則 (Law of Sines) に依て

$$\log BC = \log B_1 + \log \sin \alpha_1 - \log \sin \beta_1 \quad \dots \dots \dots \quad (361)$$

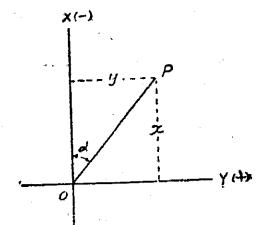
$$\text{更に } \log CD = \log BC + \log \sin \alpha_2 - \log \sin \beta_2$$

$$= \log B_1 + \log \sin \alpha_1 + \log \sin \alpha_2 - \log \sin \beta_1 - \log \sin \beta_2$$

同様に之を繰返して他の邊長を見出すを得。

314 縦横距法 (Coordinate Method)

真子午線 (True Meridian)、磁氣子午線 (Magnetic Meridian) 或は他の任意の方向を縦軸とし、之に直角に横軸を取れば、一點 P の位置は第 726 圖の如く縦距 x 及び横距 y で表はされる。此の時 OP の方位角 (Pearing) は $\alpha = \tan^{-1} \frac{y}{x}$ である。一般に



第 726 圖

測量の種類	倍角差	観測誤差	三角誤差	邊の出合
一等本點	—	1.5"	1"	—
同 補點	—	2"	2"	—
二等三角	10"	4"	5"	—
三等三角	15"	8"	10"	對數第5位に5
四等三角	20"	10"	—	同 8

備考 (1) 倍角差とは各對回に於ける左右兩讀定數の和の差異

(2) 観測誤差とは一等三角にありては毎對回に於ける兩結果の差異

二、三、四等三角にありては同一方向角に於て各對回左右兩決果の差數の差異

又各等三角點の計算は第44表の精度を以て行はれる。

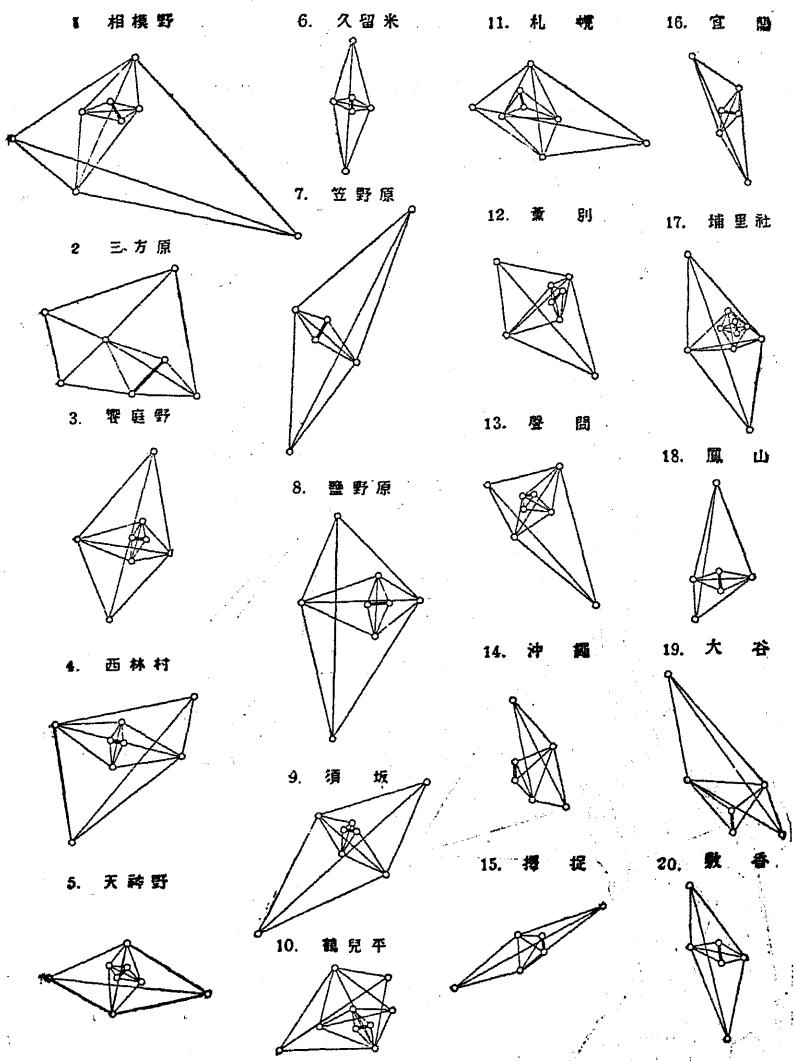
第44表 陸地測量部三角點計算の精度

三角點の等級	邊の長さ	角の値	平面直角縦横線	經緯度
一等本點	對數8位	秒の小數3位	meterの小數3位	秒の小數4位
一等補點	同 7位	同 2位	同 3位	同 4位
二等三角點	同 6位	同 1位	同 2位	同 3位
三等三角點	同 6位	同 1位	同 2位	同 2位

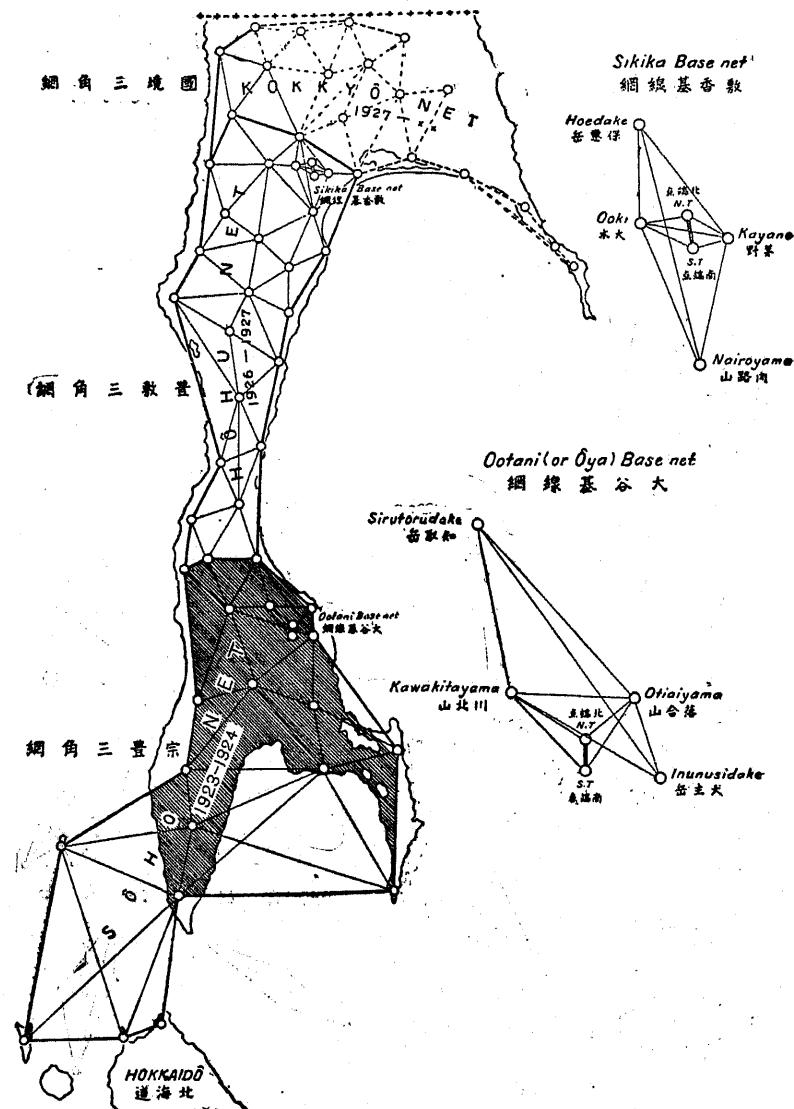
又三角點の位置及び各點間の方向線の方位を決定する爲め次の如く原點及び原方位を定めて居る。

區域	原 点	原 方 位
本邦内地 及び樺太	舊東京天文臺子午環の中心 東經 $139^{\circ}44'40''$.5020 北緯 $35^{\circ}39'17''$.5148	舊東京天文臺より上總鹿野山三 角點に至る 方位角 $156^{\circ}25'30''$, 156
臺灣	虎仔山一等三角點の中心の位置 東經 $120^{\circ}58'25''$.975 北緯 $23^{\circ}58'32''$.34	埔里社基線南端より虎仔山一等 三角點に至る 方位角 $63^{\circ}46'57''$, 18

第十一章 陸地測量部三角點を利用して測點を測設する法



第730圖 基線三角網一覽圖



第732圖 樺太一等三角網圖

318 陸地測量部三角點を利用して測點を測設する法

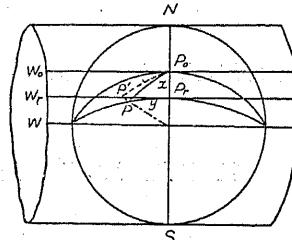
三角測量を行ふ場合參謀本部陸地測量部の設けたる大小三角點及び水準基標等を利用すれば、極めて便利で且つ精密な測量を行ふ事が出来る。其の利益とする點は

- (1) 最も面倒な基線測量及び多數の角を反覆観測し計算を行ふ必要無く、從つて作業日數の夥しい節約になる。
- (2) 測量の障害となる樹木の伐裁に依る面倒な交渉、多額の経費及び時日を要する事がない。
- (3) 市街地測量が障害なく容易である。
- (4) 遠隔の獨立した測量區域を互に聯絡する事が容易である。即ち中間は測量が無い場合にも多數の三角網を組む必要がなくなる。
- (5) 方位角測定の必要が全然ない。
- (6) 區域内の任意の所から、或は數ヶ所から作業を開始しても差支へない。
- (7) 以上の諸事項の當然の結果として労力費、材料費等が節約される。

陸地測量部の $\frac{1}{50000}$ 地形圖一葉内に含まる、三等以上の三角點及び一等水準點の成績は『三角及び水準測量成績表』として發行され、此の成績表には點の配置圖及び三角點の經緯度、平面直角坐標、標高、真北方向角、關係三角點に至る方向角及び其の距離の對數、並に水準點の真高等を記載してある。地球面上の經緯度を平面上の縱横距に直すには種々な方法があるが、以下工學博士中原貞三郎氏が發表せられたる方法* 即ち所謂中原式測量法を轉載する。

(*) 土木學會誌、第5卷第2號（大正8年4月）339—362頁

此の方法の原理は所謂圓筒投影法 (Cylindrical Projection) であつて、第



第 734 圖

734 圖の如く地球上の一地点 P_0 附近の位置を平面上に設定するには P_0 を通る子午線 (Meridian) に於て地球に接する圓筒を考へ球面に於ける P_0 附近の三角點 P を該圓筒上に投影し P' を得。後此の圓筒を第

の位置を原點に對する縦横距で表はすのである。

此の方法は河川、港灣、道路或は都市計畫等の基本測量に用ひられる。

此の方法の詳細なる理論的説明に就ては前記の土木學會誌或は土木建築雑誌第 2 卷第 3~6 號の論文を閲讀せられたい。以下單に其の方法のみを述べる。

319 原點に對する縦距及び横距の計算

原點は測量者が任意に定むべきもので既知の三角點を用ひても、或は必ずしも實在點でなく緯度、經度何度何分と假想しても差支へない。一般に原點は成るべく測量區域内の中央に取る方が宜しい。

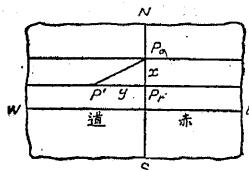
今 l_0 = 原點の經度 l = 求點の經度 $\Delta l = l - l_0$ (秒)

φ_0 = 原點の緯度 φ = 求點の緯度 $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0$ (秒)

$$R_1 = \frac{a(1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 \varphi)^3}} \quad \text{子午線の緯度 } \varphi \text{ に於ける曲率半径}$$

$$R_2 = \frac{a}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \varphi}} \quad \text{同點に於て子午線と直角に交る弧の曲率半径}$$

獨逸の Bessel の計算 (1841 年) に依れば



第 735 圖

$$a = \text{地球の長徑 (Major Half Axis)} = 6377397.155 \text{ m}$$

$$b = \text{地球の短徑 (Minor Half Axis)} = 6356078.963 \text{ m}$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 0.00667437223$$

$$\log a = 6.8046434637 \quad \log b = 6.8031892839$$

$$\log e^2 = 7.8244104237$$

$$\rho'' = \frac{180^\circ \times 60 \times 60}{\pi} = 206264.8062471''$$

$$\log \rho'' = 5.3144251332$$

$$\log \frac{1}{2\rho''} = 4.38454487, \quad \log \frac{1}{6\rho''^2} = 8.59299843$$

更に $A = \frac{R_1}{\rho''}$ 緯度の移動に依て其の差著しき爲め原點と求點との中間緯度に依て對數を引く

$$\left. \begin{aligned} B &= \frac{R_2}{2\rho'' R_1} \\ C &= \frac{R_2}{\rho''} \end{aligned} \right\} \quad \text{求點の緯度を用ひて對數を引く}$$

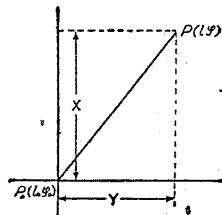
X = 求點の縦距 (單位 m)

Y = 求點の横距 (單位 m)

とすれば

$$X(\text{in meter}) = \frac{R_1}{\rho''} \left\{ \Delta\varphi'' + \frac{\Delta l''^2 \sin \varphi \cos \varphi}{2\rho''} \frac{R_2}{R_1} \right\} \\ = A \{ \Delta\varphi'' + B \Delta l''^2 \sin \varphi \cos \varphi \} \quad \dots \dots \dots \quad (378)$$

$$Y(\text{in meter}) = \Delta l'' \cos \varphi \frac{R_2}{\rho''} - \frac{\Delta l''^3 \cos \varphi s \cdot n^2 \varphi R_1}{6\rho''^3} \\ = C \cos \varphi \Delta l'' \left\{ 1 + \frac{\Delta l''^2 \sin^2 \varphi}{6\rho''^2} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (379)$$



第 736 圖

計算に用ふる A, B, C の値は第 45 表に依て求め得る。

第45表

緯度 $20^{\circ} - 50^{\circ}$ 近の準備計算 $\frac{R_2}{R_1}$, $\frac{R_1}{p''}$, $\frac{R_2}{p''}$ 對數表

φ	[1]		[2]		[3]	
	$\log \frac{R_2}{R_1}$	差(−)	$\log \frac{R_1}{p''}$	差(+)	$\log \frac{R_2}{p''}$	差(+)
$20^{\circ} 00'$	0.00256915		1.4871818/8		1.49033794	
10	56371	544	82695	817	39066	272
20	55823	548	83517	822	39340	274
30	55271	552	84345	828	39616	276
40	54715	556	85178	833	39893	277
50	54156	559	86017	839	40173	280
21 00	53593	563	86861	844	40454	281
10	53027	566	87711	850	40738	284
20	52457	570	88566	855	41023	285
30	51883	574	89427	861	41319	287
40	51306	577	90293	866	41598	288
50	50725	581	91164	871	41889	291
22 00	50140	585	92041	877	42181	292
10	49552	588	92923	882	42475	294
20	48961	591	93810	887	42771	296
30	48366	595	94703	893	43068	297
40	47767	599	95601	898	43368	300
50	47165	602	96504	903	43669	301
23 00	46560	605	97412	908	43971	302
10	45951	609	98325	913	44276	305
20	45338	613	99243	918	44582	306
30	44723	615	1.48800167	924	44890	308
40	44104	619	01095	928	45199	309
50	43481	623	02029	934	45510	311
24 00	42856	625	02967	938	45823	313
10	42227	629	03911	944	46138	315
20	41595	632	04859	948	46454	316
30	40959	636	05812	953	46771	317
40	40320	639	06770	958	47091	320
50	39679	641	07733	963	47412	321
25 00	39034	645	08701	968	47734	322
10	38585	649	09673	972	48058	324
20	37734	651	10650	977	48384	326
30	37079	655	11632	982	48711	327
40	36422	657	12619	987	49040	329
50	35761	661	13610	991	49371	331
26 00	35097	664	14605	995	49702	331
10	34430	667	15005	1000	50036	334
20	33761	669	16610	1005	50371	335
30	33088	673	17619	1009	50707	336
40	32412	676	18633	1014	51045	338
50	11733	679	19651	1018	51384	339
27 00	31052	681	20674	1023	51725	341

φ	1]		2]		3]	
	$\log \frac{R_2}{R_1}$	差(−)	$\log \frac{R_1}{p''}$	差(+)	$\log \frac{R_2}{p''}$	差(+)
27 00'	0.00231052		1.48820674		1.49051725	
10	30367	685	21700		52047	342
20	29680	687	22731		52411	344
30	28990	690	23767		52756	345
40	28296	694	24806		53103	347
50	27601	695	25850		53451	348
28 00	26902	699	26898		53800	349
10	26200	702	27950		54151	351
20	25496	704	29007		54503	352
30	24789	707	30067		54856	353
40	24080	712	31131		55211	355
50	23368	715	32200		55567	356
29 00	22653	718	33272		55925	358
10	21935	720	34348		56283	360
20	21215	723	35428		56643	362
30	20492	725	36512		57005	362
40	19767	727	37600		57367	364
50	19040	731	38692		57731	365
30 00	18309	732	39787		58096	367
10	17577	735	40886		58463	367
20	16842	738	41989		58830	369
30	16104	740	43095		59199	370
40	15364	742	44205		59569	371
50	14622	745	45318		59940	372
31 00	13877	747	46435		60312	374
10	13130	749	47556		60686	375
20	12281	752	48680		61061	375
30	11629	753	49807		61436	377
40	10876	756	50937		61813	378
50	10120	758	52071		62191	379
32 00	9362	761	53209		62570	380
10	86061	762	54349		63950	382
20	07839	765	55493		63332	382
30	07074	767	56640		63714	383
40	06307	768	57790		64097	385
50	05539	771	58943		64482	385
33 00	04768	773	60099		64867	387
10	03995	775	61259		65254	387
20	03220	777	62421		65641	388
30	02443	778	63586		66029	388
40	01665	781	64754		66419	390
50	00884	782	65925		66809	391
34 40	00102	785	67099		67200	392
10	0.00199317	786	68275		67592	393
20	98531	788	69454		67985	394
30	97743	790	70636		68379	395
40	96953	791	71821		68774	396
50	96162	793	73008		69170	396
35 00	95369	793	74198		69567	397

第十五編 三角測量

φ	[1]		[2]		[3]	
	$\log \frac{R_2}{R_1}$	差(−)	$\log \frac{R_1}{P''}$	差(+)	$\log \frac{R_2}{P''}$	差(+)
35°00'	0.00195369	795	1.48874198	1192	69963	396
10	94574	797		75390	1195	399
20	93777	798		76585	1198	400
30	92979	800		77783	1199	400
40	92179	801		78982	71162	400
50	91378	803		80185	71562	402
36 00	90575	805		81389	71964	402
10	89770	806		82596	72366	403
20	88964	807		83805	72769	404
30	88157	809		85016	73173	404
40	87348	811		86230	73577	405
50	86537	812		87445	73982	406
37 00	85725	813		88663	74388	407
10	84912	814		89883	74795	407
20	84098	816		91104	75202	408
30	83282	817		92328	75610	409
40	82465	819		93554	76019	409
50	81646	819		94781	76428	410
38 00	80827	821		96011	76838	410
10	80006	822		97242	77248	411
20	79184	823		98475	77659	412
30	78361	824		99710	78071	412
40	77537	826	1.48900946	1236	78483	412
50	76711	826		02184	78895	412
39 00	75885	828		03424	79309	414
10	75057	828		04665	79722	415
20	74229	829		05908	80137	415
30	73400	831		07152	80551	414
40	72569	831		08397	80966	415
50	71738	832		09644	81382	416
40 00	70906	834		10893	81798	417
10	70072	833		12142	82215	417
20	69239	835		13393	82632	417
30	68404	836		14645	83049	418
40	67568	836		15899	83467	418
50	66732	837		17153	83885	419
41 00	65895	838		18409	84304	418
10	65057	838		19665	1256	418
20	64219	839		20923	1258	420
30	63380	840		22181	1258	419
40	62540	840		23441	1260	420
50	61700	841		24701	1261	421
42 00	60859			2562	86822	420
10	60018	841		27224	1262	421
20	59176	842		28487	87663	421
30	58334	843		29751	1264	422
40	57491	843		31015	88084	422
50	56648	843		32280	1265	421
43 00	55804	844		33545	1265	422

第十一章 陸地測量部三角點を利用して測点を測設する法

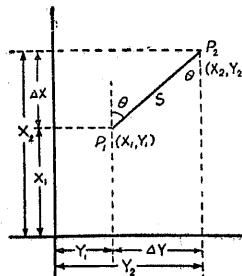
φ	[1]		[2]		[3]	
	$\log \frac{R_2}{R_1}$	差(−)	$\log \frac{R_1}{P''}$	差(+)	$\log \frac{R_2}{P''}$	差(+)
43°00'	0.00155804	844	1.4893545	1266	1.49089344	422
10	5460	844	34811	1266	89771	422
20	54116	845	36077	1267	90193	422
30	53271	845	37344	1267	90615	423
40	52426	845	38611	1268	91038	422
50	51581	845	39879	1268	91460	423
44 00	50736	845	41147	1268	91883	423
10	49891	846	42415	1269	92306	423
20	49045	846	43684	1268	92729	422
30	48199	846	44952	1269	93151	423
40	47353	846	46221	1269	93574	423
50	46507	846	47490	1269	93997	423
45 00	45661	846	48759	1269	94420	423
10	44815	846	50028	1269	94843	423
20	43969	846	51297	1269	95266	423
30	43123	845	52566	1269	95689	423
40	42278	846	53835	1268	96112	423
50	41432	846	55103	1268	96535	423
46 00	40586	845	56372	1268	96958	423
10	39741	846	57640	1268	97381	422
20	38895	845	58908	1268	97803	423
30	38050	845	60176	1267	98226	422
40	37205	844	61443	1267	98648	423
50	36361	845	62710	1266	99071	422
47 00	35516	844	63976	1266	99493	422
10	34672	843	65242	1266	99915	422
20	33829	843	66508	1265	1.49100337	421
30	32986	843	67773	1264	00758	422
40	32143	843	69037	1263	01180	421
50	31300	841	70300	1263	01601	421
48 00	30459	842	71563	1263	02022	420
10	29617	841	72825	1262	02442	421
20	28776	840	74087	1262	02863	420
30	27936	840	75347	1260	03283	420
40	27096	839	76607	1259	03703	420
50	26257	838	77866	1257	04123	219
49 00	25419	838	79123	1257	04542	419
10	24581	837	80380	1256	04961	418
20	23744	837	81636	1254	05319	418
30	22907	835	82890	1254	05797	418
40	22072	835	84144	1252	06215	418
50	21237	834	85396	1251	06633	417
50 00	20403	834	86647	1251	07050	417

320 方位角及び距離の計算

第 737 圖にて

$$X_1, Y_1 = \text{與點の縦横距} \quad \Delta X = X_2 - X_1$$

$$X_2, Y_2 = \text{求點の縦横距} \quad \Delta Y = Y_2 - Y_1$$

 θ = 方位角 S = 距離 T = 全周方位角

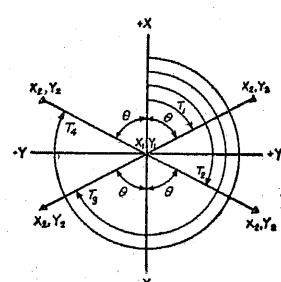
第 737 圖

とすれば

$$\tan \theta = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \quad \dots \dots \dots (380)$$

$$S = \frac{Y_2 - Y_1}{\sin \theta} = \frac{X_2 - X_1}{\cos \theta} \quad \text{即ち} \quad S = \frac{\Delta Y}{\sin \theta} = \frac{\Delta X}{\cos \theta} \quad \dots \dots \dots (381)$$

(381) 式にて θ の小なる時は $\cos \theta$ を、大なる時は $\sin \theta$ を用ふる方が宜い。尚全周方位角 T は求點 X_2, Y_2 の位置に依て次表の如く變化するから計算に當り符號 (+)(-) の取扱ひに注意を要する。



第 738 圖

求點位置		ΔX	ΔY	全周方位角 T
象	I	+	+	$T_1 = \theta$
限	II	-	+	$T_2 = 180^\circ - \theta$
	III	-	-	$T_3 = 180^\circ + \theta$
	IV	+	-	$T_4 = 360^\circ - \theta$

321 補助三角點の縦横距、方位角及び距離計算

陸地測量部三角點を直ちに枝距測量に用ひ得る場合は寧ろ少なく、普通は

測量に最も便利な所に補助として三角點を新設する。之を補助三角點と云ひ既知三角點から其の位置を視準して定める。

第 739 圖に於て

$$A, B, C = \text{既知三角點} \quad P = \text{補助三角點}$$

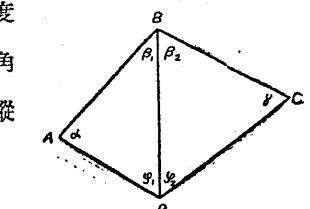
 $\alpha, \beta_1, \beta_2, \gamma = \text{既知三角點より補助三角點に至る方向線の角度}$
 $\varphi_1, \varphi_2 = \text{補助三角點の } A, B, C \text{ に夾む角度}$

$$X_{AP}, Y_{AP}, \theta_{AP} = AP \text{ の縦横距及び方位角}$$

 $X_A, Y_A, X_C, Y_C = A \text{ 及び } C \text{ 三角點の縦横距}$

$$X_P, Y_P = \text{補助三角點 } P \text{ の縦横距}$$

とすれば



第 739 圖

$$AP = AB \frac{\sin \beta_1}{\sin \varphi_1}, \quad X_{AP} = AP \cos \theta_{AP}, \quad Y_{AP} = AP \sin \theta_{AP} \quad \dots \dots \dots (382)$$

$$X_P = X_A + X_{AP}, \quad Y_P = Y_A + Y_{AP}$$

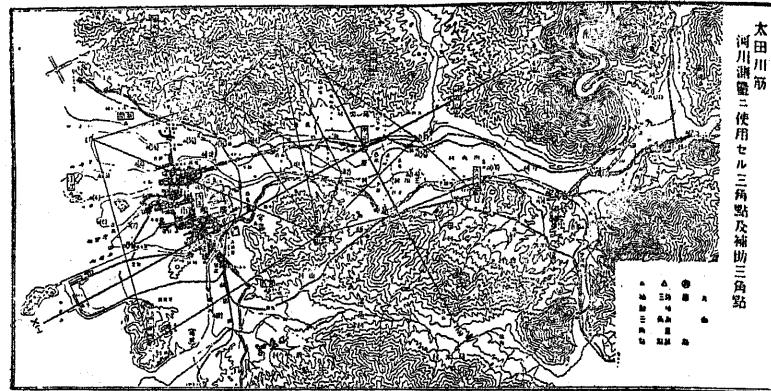
$$\text{及び } CP = BC \frac{\sin \beta_2}{\sin \varphi_2}, \quad X_{CP} = CP \cos \theta_{CP}, \quad Y_{CP} = CP \sin \theta_{CP} \quad \dots \dots \dots (383)$$

$$X_P = X_C + X_{CP}, \quad Y_P = Y_C + Y_{CP}$$

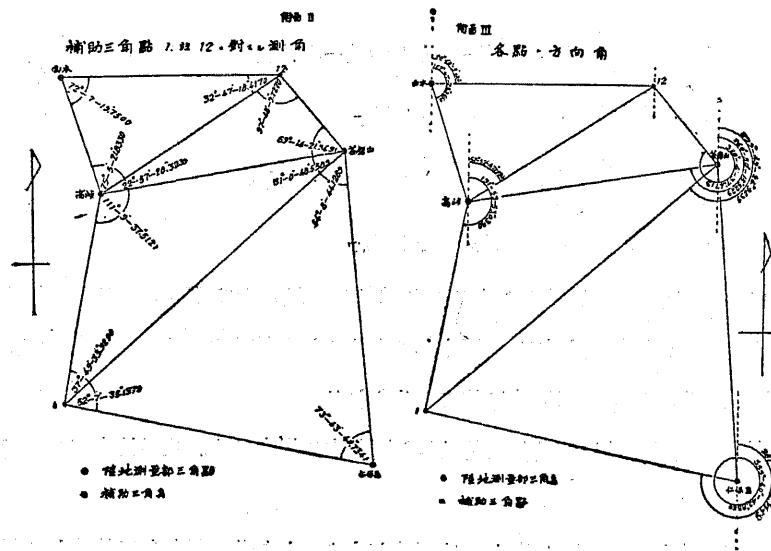
(382) 及び (383) 式より求めた各 2 個の X_P 及び Y_P を平均して補助三角點 P の縦横距とする。斯くて求められた補助點同志の方位角及び距離は (380) 及び (381) 式に依て求められる。

補助三角點を陸地測量部三角點から測角する場合には、次の注意が必要である。

- (1) 觀測角の更正に際しては區域が小さいから其の誤差を三等分して割り宛てゝ宜しく、最小自乗法に依る必要はない。



第740圖(其の一)



第740圖(其の二)

原點「木の元」に対する求點の縦横距表

縦横距 求點	X	Y	縦横距 求點	X	Y
江 波	- 8627.441	- 2991.557	原 追	+ 9947.182	+ 2960.869
仁 保 島	- 8557.532	+ 2056.931	大 谷	+ 6813.972	+ 6508.572
新 開	- 6160.980	- 4066.068	寺 追	+ 4085.692	+ 4934.534
袖 木 谷	- 4239.314	- 5806.322	大 手	- 5057.592	- 866.023
高 峰	- 3180.266	- 3289.552	山 本	- 849.618	- 4011.437
神 宮 山	+ 3001.435	+ 342.308	尾 長	- 4537.748	+ 2353.568
阿 生 山	+ 5391.729	+ 1732.866	茶 磨 山	- 2393.063	+ 1591.103
大 久 保	+ 2416.516	+ 2741.854	武 田 山	+ 1294.567	- 1809.493

三角點緯度經度表

緯度 三角點	緯 度	經 度	緯度 三角點	緯 度	經 度
			經度		
木の元	34°26'27".9498	132°28' 4".2611	阿生山	34°29'22".9390	132°29'12".1868
江 波	34°21'47".9184	132°26' 7".1730	大久保	34°27'46".3675	132°29'51".7032
仁 保 島	34°21'50".1956	132°29'24".7690	原 追	34°31'50".7800	132°30' 0".3796
新 開	34°23' 7".9580	132°25'25".0751	大 谷	34°30' 9".0304	132°32'19".4262
袖 木 谷	34°24'10".2986	132°24'16".8976	寺 追	34°28'40".5130	132°31'17".6600
高 峰	34°24'44".7114	132°25'55".4344	大 手	34°23'43".7976	132°27'30".3524
神 宮 山	34°28' 5".3646	132°28'17".6756	茶 磨 山	34°25'10".2755	132°29' 6".5778

第740圖(其の三)

- (2) 觀測は誤差を少くする爲め三角點三ヶ所以上よりする事。
- (3) X 軸は真北を示すから觀測の時方位角を測る必要はない。
- (4) 陸地測量部成表の三角點の x, y は其の平均計算を得る目的にて其の部員の爲に便宜上記入したもので、原點を去るに従つて誤差を生ずるから、必ず經緯度表から (378) 及び (379) 式を用ひて計算す可きである。

第 740 圖は此の測量法の應用された一例である。其の計算に就ては

水利と土木 第 3 卷第 3 號（昭和 5 年 3 月）

を参照せられ度い。