第十四編　土積計算法

(Calculation of Earth Volume)

252　概　　說

測量をなす一つの目的は一定の計畫に對して土工の量卽ち土積 (Earth Volume)を計算することである。從つて其の計畫の種類に依て次の如く分けられる。

（1） 細長き容積の測定—鐵道、道路、水路等の築造の際に於ける土積の計算に用ふる。

（2） 廣い面積に亘る容積の測定—敷地の地均、水田、貯水池の土積の計算に用ふる。

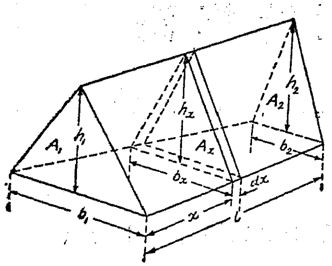
此の二つの場合に依り計算の方法迄異り、卽ち (1)は多く垂直斷面を用ひ(2) は之に反し水平斷面を取るのが普通である。然し兩者の中間のものは何れを用ひても差支へない。

第一章　細長き土地の場合

253　擬壔公式 (Prismoidal Formula)

擬壔とは平行な二つの平面上に夫々或る閉曲線 (Closed Curve) にて圍まるゝ底面又は端面を有し、母線 (Generatrix Line) が之等兩端の曲線に沿うて移動し、又元の位置に戻つた時に生ずる立體を云ふ。兩端の面は如何なるものでも差支は無く、唯平行と云ふ事が必要條件である。端面の中三角形は最も簡單な場合で、外の場合は何れも三角形の集合と考へ得る。

第 614 圖に示す場合に於て



第 614 圖

b_1, b_2＝兩端面に於ける底幅

h_1, h_2＝兩端面に於ける高さ

A_1, A_2＝兩端面の面積

l ＝兩端面間の距離即ち擬壔の長さ

b_x, h_x, A_x＝x なる距離に於ける底幅、高さ及び面積

とすれば

$$A_1=\frac{1}{2}b_1h_1,\qquad A_2=\frac{1}{2}b_2h_2,\qquad A_x=\frac{1}{2}b_xh_x$$

但し $b_x=b_1+(b_2-b_1)\frac{x}{l}$ 及び $h_x=h_1+(h_2-h_1)\frac{x}{l}$

$$\therefore\quad A_x=\frac{1}{2}b_xh_x=\frac{1}{2}\left\{b_1+(b_2-b_1)\frac{x}{l}\right\}\left\{h_1+(h_2-h_1)\frac{x}{l}\right\}$$

之を擬壔全體に就いて即ち $0\to l$ に積分すれば擬壔の容積 V を得

$$V=\int_0^l A_x\,dx=\frac{1}{2}\int_0^l\left\{b_1+(b_2-b_1)\frac{x}{l}\right\}\left\{h_1+(h_2-h_1)\frac{x}{l}\right\}dx$$

$$=\frac{l}{6}\left\{\frac{1}{2}b_1h_1+4\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{b_1+b_2}{2}\cdot\frac{h_1+h_2}{2}\right)+\frac{1}{2}b_2h_2\right\}$$

今 A_m＝兩端面の中央の面積＝$\frac{1}{2}\cdot\frac{b_1+b_2}{2}\cdot\frac{h_1+h_2}{2}$ とすれば

$$V=\frac{l}{6}(A_1+4A_m+A_2)\cdots\cdots(230)$$

此の擬壔公式は最も正確な値を示すが、兩端面が複雜で A_m を見出し難い場合は用ひられない。其の樣な場合には更正を施すか距離 l を短縮する。

等間隔に斷面積を測り且つ斷面間に急激なる地表の變化が無ければ之を總

括して土積を計算することが出來る。

$A_0, A_1, A_2, \cdots\cdots, A_n$＝始點からの各斷面積

l＝各斷面の間隔

とすれば

$$V_1=\frac{l}{6}(A_0+4A_1+A_2),\qquad V_2=\frac{1}{6}(A_2+4A_3+A_4),\cdots\cdots$$

$$V_n=\frac{l}{6}(A_{2n-2}+4A_{2n-1}+A_{2n})$$

$$\therefore\quad V=V_1+V_2+\cdots\cdots+V_n$$

$$=\frac{l}{6}\Big\{A_0+4(A_1+A_3+\cdots\cdots+A_{2n-1})$$

$$+2(A_2+A_4+\cdots\cdots+A_{2n-2})+A_{2n}\Big\}\cdots\cdots(231)$$

254 兩端面平均法 (Averaging End Areas)

簡單に兩端面の平均を以て容積を表はすもので

$$V_e=\frac{l}{2}(A_1+A_2)\cdots\cdots(232)$$

式が簡單な爲と土積計算が極めて近似的である爲め普通は專ら此の式を用ひて居る。正確に云へば眞の容積を與へない。其の更正量を ΔV_e とすれば

$$\Delta V_e=V-V_e$$

$$=\frac{l}{6}(A_1+4A_m+A_2)-\frac{l}{2}(A_1+A_2)$$

$$=\frac{l}{12}\left\{2(b_1h_1+b_2h_2)+b_1h_2+b_2h_1\right\}-\frac{l}{2}\left(\frac{1}{2}b_1h_1+\frac{1}{2}b_2h_2\right)$$

$$=\frac{l}{12}(b_1h_2+b_2h_1-b_1h_1-b_2h_2)$$

$$=\frac{l}{12}(b_1-b_2)(h_2-h_1)\cdots\cdots(233)$$

普通 b と h とは比例する場合が多いから此の ΔV_e は負、從つて $V_e>V$

一般には此の兩端面平均法に依る容積は眞の容積よりも過大となる。但し此の誤差は工費の計算上安全なる側に傾く。

255 中央斷面法 (Method of Middle Area)

最も簡單なる方法で

A_m＝中央斷面の面積

V_m＝中央斷面法に依る容積

とすれば

$$\left.\begin{aligned} V_m&=A_m l \\ &=\frac{l}{2}\left(\frac{b_1+b_2}{2}\ \frac{h_1+h_2}{2}\right)=\frac{l}{8}(b_1+b_2)(h_1+h_2) \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(234)$$

更正量を $V-V_m=\varDelta V_m$ とすれば

$$\varDelta V_m=V-V_m$$

$$=\frac{l}{6}(A_1+4A_m+A_2)-lA_m.$$

$$=\frac{l}{12}\left\{b_1h_1+(b_1+b_2)(h_1+h_2)+b_2h_2\right\}-\frac{l}{8}(b_1+b_2)(h_1+h_2)$$

$$=\frac{l}{24}(b_1-b_2)(h_1-h_2)\cdots\cdots\cdots\cdots(235)$$

(233) 式と符號を異にし其の値は半分である。故に此の場合は $V_m<V$ 卽ち眞の容積より過少である。

第二章 廣き土地の場合

256 矩形柱體法 (Rectangular Prism Method)

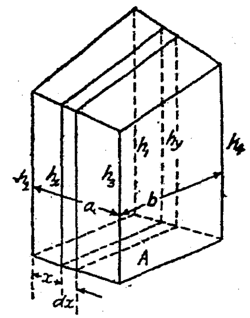
第 615 圖の如き矩形柱體に於て

h_1, h_2, h_3, h_4＝矩形柱體の四隅に於ける高さ

A＝水平投射面＝ab

h_x, h_y＝$h\,h_2$ 面より x の距離にある平行な垂直面の兩端の高さ

とし厚さ dx の單位容積 dv を考へると



第 615 圖

$$dv=\frac{b}{2}(h_x+h_y)dx$$

又 $h_x=h_2+(h_3-h_2)\dfrac{x}{a}$ 及び $h_y=h_1+(h_4-h_1)\dfrac{x}{a}$

$$\therefore\quad dv=\frac{b}{2}\left\{h_2+(h_3-h_2)\frac{x}{a}+h_1+(h_4-h_1)\frac{x}{a}\right\}dx$$

從つて $V=\displaystyle\int dv=\frac{b}{2}\int_0^a\left\{h_2+h_1+(h_3+h_4-h_1-h_2)\frac{x}{a}\right\}dx$

$$=\frac{b}{2}\left[(h_1+h_2)x+(h_3+h_4-h_1-h_2)\frac{x^2}{2a}\right]_0^a$$

$$=\frac{ab}{2}\left\{(h_1+h_2)+(h_3+h_4-h_1-h_2)\frac{1}{2}\right\}$$

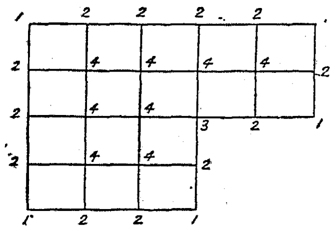
$$=\frac{ab}{4}(h_1+h_2+h_3+h_4)$$

卽ち $V=\dfrac{A}{4}(h_1+h_2+h_3+h_4)\cdots\cdots\cdots\cdots(236)$

卽ち矩形柱體の體積は四頂點の高さの平均に其の水平投射面積を掛けたものに等しい。

今建物或は運動場其の他平坦な敷地を必要とする時全面積を縱橫等距離に杭を打ち込み、水準儀を用ひて各點の地盤高(Ground Height) を測り、從つて地均しの高さ卽ち施行基面(Formation Level)の高さを知れば切取又は盛土の高さを知る事が出來、之に前式を適用して一區劃の面積を求められる。

$$V=\frac{A}{4}(h_1+h_2+h_3+h_4)=\frac{A}{4}\Sigma h$$



第 616 圖

第616圖の如き矩形の集合した場合

$\Sigma h_{(1)}$＝第616圖に1と記した點に於ける高さの合計(即ち(1)，(2)，(3)は頂點に於て高さを共通とする矩形の數)

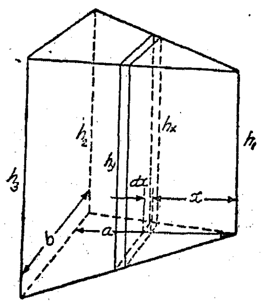
$\Sigma h_{(2)}, \Sigma h_{(3)}, \Sigma h_{(4)}$＝前と同樣第616圖に2，3，4と記した點の高さの合計とすれば

$$V=\frac{A}{4}\left\{\Sigma h_{(1)}+2\Sigma h_{(2)}+3\Sigma h_{(3)}+4\Sigma h_{(4)}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (237)$$

上の算式は矩形中の地表が一平面と見做される場合に適用せられ、若し一平面上に無い場合は更に細分するか或は次に述べる三角柱體法を用ふる。

257　三角柱體法（Triangular Prism Method）

前と同樣に第617圖に於ても



第 617 圖

$$dv=\frac{b}{2a}(h_x+h_y)x\,dx$$

$$h_x=h_1+(h_2-h_1)\frac{x}{a}$$

及び　$$h_y=h_1+(h_3-h_1)\frac{x}{a}$$

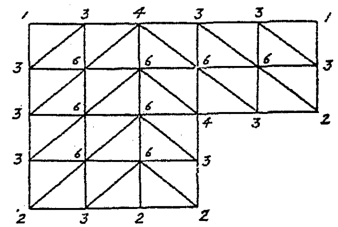
$$dv=\frac{b}{2a}\left\{h_1+(h_2-h_1)\frac{x}{a}+h_1+(h_3-h_1)\frac{x}{a}\right\}dx$$

$$V=\int dv=\frac{b}{2a}\int_0^a\left\{2h_1x+(-2h_1+h_2+h_3)\frac{x^2}{a}\right\}dx$$

$$=\frac{b}{2a}\left[h_1x^2+(-2h_1+h_2+h_3)\frac{x^3}{3a}\right]^a$$

$$=\frac{b}{2a}\left[h_1a^2+(-2h_1+h_2+h_3)\frac{a^2}{3}\right]$$

$$V=\frac{ab}{6}(h_1+h_2+h_3)\cdots\cdots\cdots\cdots (238)$$



第 618 圖

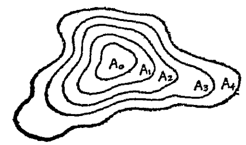
故に第618圖の如く前の區劃を更に三角に分けた場合には

$$V=\frac{A}{6}(\Sigma h_1+2\Sigma h_2+3\Sigma h_3$$
$$+4\Sigma h_4+6\Sigma h_6)\cdots\cdots (238)$$

となる。但し符號は前と同じ。

258　等高線に依る法

高等線を利用して容積を測る事は前に高等線の應用として第209節に述べた。即ち第619圖の如く等高線入りの地形圖があれば測面器で $A_0, A_1, A_2, \cdots\cdots A_n$ 等の等高線に夾まれた面積を測り、之に前記の公式を適用して容積を算出する。



第 619 圖　等高線に依る法