

## 第 IV 章 動水學的應力現象

著者が此處で動水學的應力現象といふのは、水の飽和した、空氣を含まない土壤中に於て、壓力變化の際に起る處の空隙水の流れに依つて生ずる應力を指すのである。第 12 節に依れば、土の空隙が完全に水で満たされて居るときには、土壤中を支配して居る壓力が變化すると、その壓力變化を生じた領域内の含水量が變化する。含水量の變化は當然水の流出又は流入を起させるし、又透過する物質の透水性が僅少であるときは、水の流れは相當の勾配を必要とするから、水の飽和した、細かい粒子から成る土壤中では、外力に依つて起される壓力變化は先づ最初に空隙水中を支配して居る靜水壓力に相當の局所的差異を起させるのである。此の壓力差は物質の透水性の程度に應じて長短はあるが、或る時間經過して初めて消散するものなのである。此の應力の消散が繼續して居る途中では、土に外部から作用して居る壓力の一部分は固體相の應力には依らずに、流れ出る空隙水が固體相の要素即ち土粒子上に作用する流水壓力に依つて支持されて居るのである。こうした事情があるから、外力を加へた爲に水の飽和した土壤中に起る状態變化といふものは、剛體又は空隙が空氣で満たされて居る土壤の状态變化とは根本的に異つて居るのである。自然の成層位置に在る大多數のロームや風化表層下のクレイ等の空隙は完全に水で満たされて居るから、之等の土を力學的に取扱ふときには、以上述べて來た動水學的應力現象を考慮に入れなければならない。今迄、流水壓力の土質力學的重要性は殆ど注目されなかつたし、又此の様な種類の問題は一度も數學的に取扱はれたことがない。

## 第16節 土の透水性

土壤の透水性の大小は既に知られて居る様に、水理學に於ては透水係數で表はされる。此の係數は勾配  $i=1$  のとき單位時間當り流れの方向と直角を成す透過物質の斷面を透水する水柱の高さを示す。

$k$ : 透水係數

$i$ : 勾 配

$F$ : 流れに直角方向の斷面積

$Q$ : 此の斷面を單位時間に透過する水量

とすると Darcy の法則に依つて水量  $Q$  は次式で表はされる。

$$Q = kiF \dots\dots\dots(89)$$

Darcy の法則は透過される物質の空隙中に於て渦亂流が起らないときにのみ成立するものである。中粒砂、細粒砂並びに細かい粉體の空隙中では勾配が適當であるときには、渦亂流は全く現はれない。併し乍ら Darcy の法則の嚴密な適用は勿論これらの物質に對しても議論の餘地はあるが、比較的僅かな偏倚はこの際注意しなくても充分吾々の目的を達しうるのである。

## a). 砂の透水係數を實驗的に決定すること

此の實驗の原理は、與へられた壓力高で、與へられた厚さの砂層を透過する水量を測定することである。實驗を行ふ際第一に注意すべきことは、導管又は其の他の裝置の空隙が砂の空隙と同様に空氣を含まない様にする<sup>137)</sup>ことである。そうでない場合には Forchheimer に依ると、長時間經つて内部の空氣が全く空隙から溶液を通して流れ去るやうになると、透水性は最初の1時間の透水性の2倍に増大する。此の條件を出来るだけ簡単に

充たすため著者は透水係數を決定する際には在來用ひられて居た函形の裝置ではなく、圓筒形の裝置を利用し、且砂中に水を通すとき水平方向ではなく鉛直方向とした。砂を内部に水平に目の細かい眞鍮金網を張つた直徑13 糎の金屬圓筒の中に詰める。砂を詰める前に圓筒中の水位を下方から次第に上方へと金網から 0.5 糎の高さ迄上昇させ、金網に附着して居る氣泡を適量計で取除く。實驗中水は砂層を上方から下方へと流れる。圓筒の上縁は水が溢流する様にし、勾配は圓筒の眞鍮金網の下部に取付けた流出孔のゴックで調節する。壓力高は金網と圓筒の底との間の高さ7 糎の空間に接續して居るスタンドグラスで讀み取る。勾配は壓力高を砂層の厚さで割ればよい。觀測誤差を除く爲に壓力高を種々變へた場合の流量をも決定し、之れを圖上に示すと壓力高と流量の關係は直線關係であるから、此の直線の傾斜角から透水係數を計算して求めることにした。

壓力高及び透過砂層の厚さと共に水溫、砂の詰め方、空隙量、粒子の比重(比重瓶で測定する)、壓密能(公式(4))、相對密度(公式(5))及び篩分析の結果を記録して置く。表-27 Nr-1 に依ると透水係數の値は非常に空隙率に關係することがわかる。Darcy の法則、公式(89)からの偏倚は微細砂、細粒砂、中粒砂に關する實驗に於ては確認されなかつた。即ち壓力高と流量の關係を圖上に示すと、例外なく何れも直線となつて現はれた。

## b). 粘着性土壤の透水係數の直接測定法

北アメリカの技術者達が採用した實驗方法では、(Lahontan<sup>38)</sup> 堰堤、Cold-Spring<sup>40)</sup> 堰堤、Palouse-Projekt 等の土堰堤の土質調査)土を圓筒形の容器に壓入した。此の壓入した土の層の厚さは100 糎以上であり、透過した水

表-72

材料	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	有効粒径 $d_{10}$ ㎗	不均等度 $U$	空隙率 $e$	$e_0$	$\epsilon_{min}$	壓密能 $F$	相対密度 $D$	透水係数 $k_c(10^3 C)$ 粗砂	$k_{red}$	$\frac{k_{red}}{d^2/w}$	$\frac{c}{\gamma_0}$
1 浪砂圖-1.d.	0.0116	1.64	0.982 0.757 0.634	0.982	0.634	0.550	0.00	0.0216 0.0118 0.0089	0.0219 0.0195 0.0203 <sup>199)</sup>	163 145 152	750 663 700 <sup>199)</sup>
2 砂丘砂圖-1.c. 及び圖-2.c.	0.0186	1.18	0.547	0.850	0.512	0.660	0.897	0.0185	0.0602	174	800
3 著しく角張つた 透明な川砂(石灰、 石炭、石灰、風化長石)	0.022	2.04	0.753	1.047	0.753	0.390	1.00	0.041	0.068	140	646
4 3に同じ	0.028	2.50	0.697	0.952	0.697	0.365	1.00	0.061	0.118	151	696
5 3に同じ	0.064	1.40	0.785	0.855	0.743	0.151	0.624	0.266	0.408	100	460
6 著しく角張つた 粒子の幾分ローレン質の川砂	0.013	5.84	0.537	0.840	0.504	0.663	0.902	0.0022	0.0075	44.3	208*

199)  $k_{red}$  及び  $\frac{c}{\gamma_0}$  の計算値の相違は公式(43)の適用限界を示すことになる。

は土の層の下に在る濾過層を通して流出管に依つて導かれる。かゝる實驗法は砂の研究に於ては、そのまゝ適用されるであらう。併し乍ら粘着性土壤では、その空隙量、従つて又透水係数は圖-14に依れば載荷の経歴及び荷重に依つて非常に異なるから此の方法では役に立つ様な實驗値をうることは不可能である。北アメリカの實驗にみられる様に試験すべき材料を圓筒形の容器に壓入し、土が上方へ膨脹するのを妨げずに水を通したならば、土は膨れ上り、容器壁の間では収縮し、裂目が出る様になる。此の測定値は價値がない。何故ならば土の試料の緊硬形態も又透過される土中を支配して居る壓力の状態をも知ることが出来ぬからである。其の上既に説明した如く、この方法に依る實驗結果は濾過膜に依つて著しく影響される。

以上述べたアメリカの實驗の缺點を取除き、透水係数と空隙量の關係を自由に決定する爲に、著者は圖-21に示す様に實驗中土の層は一定の壓力を受けて居る様な装置を造つた。装置の個々の細かい部分は、土の填充の

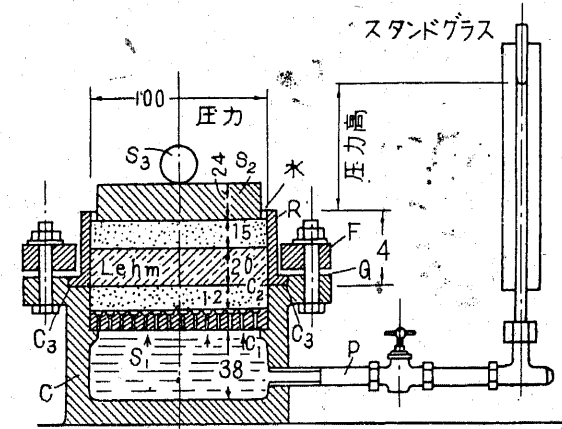


圖-21

際、水が透過すべき空隙から空気を容易に追出せる様に構成されてある。C (圖-21) は青銅の容器であり、 $C_1$  に突出した縁を有して居る。此の縁の上に多くの孔を有し上を篩目 0.3 耗の眞鍮金網で蔽つた青銅板  $S_1$  がある。容器 C に縁  $C_2$  の高さ迄水を満たし、板  $S_1$  を置き、適量計で眞鍮金網に附着せる気泡を取去り、その上に  $C_2$  の高さ迄純粹な中粒の石英砂 ( $d=0.5$  耗) を満たし次いで水面下の圓形面  $C_2C_3$  を濾紙で蔽ひ、このときに砂粒が圓形面上に乗つて居ない様に注意する。この間に青銅の輪 R に實驗すべき試料を 2 糎の厚さに軟塑性の出来るだけ空気を含まない状態で詰める。扱てこのクレイを詰めた輪 R を取り、僅か傾けて、下ろすときに空気を側方に追出せる様にして、水で蔽はれた圓形面  $C_2C_3$  の上に載せる。つゞいてゴム輪 G と青銅輪 F を載せ、容器 C の輪縁と F をネヂ締めする。こゝで土の層の表面を水で濡らし濾紙を置いてその上に石英砂 (0.5 耗) を 1.5 糎の厚さに圖-13 c, d に示した様に敷く。石英砂上に青銅の圓板  $S_2$  を置き、その浅い溝の上に鋼球  $S_3$  を載せて、挺子で荷重をかける。

板  $S_1$  と圓筒の底との間の空間は導管 P に依つて高さ 100 糎、直徑 6 耗のスタンドグラスに接続して居る。荷重をかけたのちにスタンドグラスに水を満たす。之に依つて、土の層の下側は略 0.1 氣壓の壓力を受け且水は約  $i=50$  の勾配で材料中を透過する。輪 R と板  $S_2$  の間の狭い輪形の空間では通常土の層を流れ出して来るよりも澤山の水が蒸發するから時々水を加へて此の輪の水面を輪の上縁の高さに保つて置かなければならない。スタンドグラス内を水が沈降する速度は次第に低下して行く。1 日に 3 回水位を読み取り、壓力高とその際の沈下速度から透水係数を計算する。

著者は常に同じ緊硬度のクレイの捏粉を詰めた 3 個の装置を同時に使用

した。この装置中でクレイの受ける壓力は 60 疋 ( $0.75$  疋/糎<sup>2</sup>) 125 疋及び 190 疋 (1.6 及び 2.4 疋/糎<sup>2</sup>) であつた。半分程クレイを含んだ土壌ではスタンドグラス中の水が捏粉を通して透過する迄には通常 4~6 週間かゝつた。水位を読み取つたのち土の層の下で水温を計り記録した。寒暖計は板  $S_1$  の下部の容器 C に水平に押しこんだ 1.5 糎の幅にコルクで包んだ全面水に圍まれた眞鍮管の中に置いた。僅かの温度差で既にスタンドグラス中の水位に相當の動搖を與へるから装置は出来るだけ一定温度の部屋の中に置かなければならない。之等 3 個の装置と共に尙第四の装置を使用する。この装置では水は下降方向に土の層を透過し、その含水量は液狀限界に對應させて置く。クレイは液狀塑性の状態に於てはもう全く膨脹しないから、土壌の試料は此の装置中では載荷されて居ないことになる。此の他は圖-21 と同じ原理でこの装置を造つた。唯輪 R の下側は眞鍮金網を張り、輪の上縁の上に 0.6 耗の直徑のスタンドグラスを持つて居る蓋を螺旋でしめつけた。

實驗終了後は土の試料を装置から取出し、 $100^{\circ}\text{C}$  で乾燥した後その含水量を決定する。

既に述べた様にアメリカの實驗結果の利用價值には疑問がある。何故ならばこの結果は濾過膜の形成に依つて影響されて居るからである。著者の提出した實驗方法では濾過膜の形成は起らない。これは一つの層の厚さを他の層の 3 倍にして、二つの同じ性質の土の層に就て實驗を平行して行へば直ちにわかる。研究すべき土の層の透水性が濾過膜の存在に依つて損はれる場合には濾過膜の透水性を層の厚さの函數として假定することが出来ないから薄い土の層は厚い層よりも本質的に小さな透水係数を有することになるであらう。併し乍らこの二つの層の透水係数は殆ど一致することを

示した。又液狀塑性のクレイ（含水量＝液性限界）に関する実験の際には、濾過工程は最上部の土の層を擦き落して濾過を繰返した。実験結果はこれに依つても亦影響されなかつた。

此の装置で決定した透水係数は次の間接法に依つて與へられる値と非常によく一致する（例へば圖-22 b の點 4-a）といふ事實はこの方法の使用價值を決定的に證明して居る。直接法で見出した値は圖-22の空隙-透水係數曲線上に 1~12 の記號で表はしてある。

#### c). 粘着性土壤の透水係数の間接測定法

著者が直接法に依つて見出した係數をみると、粘着性土壤は砂の場合よりも非常に急激に空隙率と共に減少し、その上塑性限界に於て殆ど零になることが認められる。直接法に依る透水係數の最小値は  $1.65 \times 10^{-7}$  糎/分即ち 0.0866 糎/年である。併し乍ら半固性のクレイの收縮といふ現象はクレイが塑性限界以下でも透水性を有して居ることを證明して居る。粘着性土壤の半固性緊硬形態に對する透水係數の絕對値を見出し、且 Darcy の法則が半固性の土を透過する場合にも適用されるかどうかを調べる爲には、土の層の表面に作用して居る壓力を高めると、其の空隙率は圖-14 に從つて減少し、又空隙水の一部分は流れ出すといふことを考慮に入れて置かねばならない。壓力と空隙率との間の關係が實驗上確定され、壓密過程の時間的經過が觀測される場合には、第21 節 b) に導いた公式に依つて觀測値から各空隙率に對する透水係數を計算しうる。

著者は、壓力を一定に保持して居る様な装置を何等規定しなかつたから、他の幾分不明瞭な方法を選んだが、とにかく目的は達した。亦此の實驗はクレイ中の應力消散の速度はクレイの透水係數に關係するといふ事實に基いて居る。此の方法で見出した空隙率-透水係數曲線上の點は圖-22の  $a_1$ 、

b) で a から e 迄の記號で示した。

間接法に於ては透過すべき水は實驗試料の前面に止まつて居るから濾過膜の形成といふことは起りえない。唯厄介な事項は透水係數の計算に際して（第21節 b), c)）考慮しなかつた消散しない摩擦應力（第12 節 d)）の問題である。何故ならば此の應力は常に土壤中を支配して居る壓力状態に一定の影響を及ぼして居るからである。併し乍ら動水學的應力の消散は摩擦應力の消散よりも本質的に緩慢に起るから著者は後者の影響を無視しうると信ずる。

實驗を行ふ爲に、氣乾せる土を粉末にし 0.6 耗目の篩を通し次第に水分を加へて陶器皿の中で押つぶし、匙で捏粉にする。かくして製作した捏粉は勿論完全に空氣を含んで居ないといふことはない。併し乍ら直接法を適用するに當つては、水は2箇月以上も壓力を受けて、捏粉を透過するのであるから、内部に含まれて居る空氣は氣泡から溶液へと移つて行くものと假定しうるのであらう。其の他氣泡の存在しないことは装置に自然の山土を填充するか、又は煮沸せる懸濁質から沈澱した沈泥で實驗を行ふといふことから確言しうる。

間接法の個々の技術的なことは第21 節 b), c) に於て、此の方法の理論と關聯して記述しよう。

#### d). 粒徑及び空隙量から透水係數を計算すること

透水係數に對する空隙量及び相對密度の影響を考へない多くの公式のうち代表的な例として Allen Hazen の公式を引用しよう。Allen Hazen に依れば最もゆるく詰めた純粹の濾過砂 ( $D=0$ ) の透水係數は  $10^\circ\text{C}$  で次の様になる。

$$k = 116 d_w^2 \text{ 糎/秒} \dots\dots\dots (40)$$

$d_w$ : 有効粒徑 (糎)

$d_w$  はこれより小さい直徑を有するすべての粒子の全重量は砂の全重量の 10% であるといふ條件から決定される。A. Hazen に依れば均等な粒子の際は  $150d_w$  迄の値をとりうるし又大小粒子の混合して居る砂では  $60d_w$  迄低下する。均等性の程度を規定する爲に A. Hazen は砂を 60% の細粒部分と 40% の粗粒部分に分割する粒徑  $d'_w$  を決定し、 $d'_w/d_w$  を不均等度と稱した。圖-1 に於ては粒徑  $d_w$  及び  $d'_w$  を與へる粒徑曲線上の點の幾何學的位位置を示して居る (縦坐標 10% 及び 60% の水平直線)。粒徑曲線上の  $d_w$  及び  $d'_w$  の粒徑に對應する點の横坐標の差は公式 (2) に依れば不均等度  $d'_w/d_w$  の對數と直線關係に在る。それ故に粒徑曲線が急であることは物質の均等性に對する一つの尺度であり、粒徑曲線が殆ど平行して居る土はその有効粒徑が異つて居ても同じ不均等度を有して居る。

A. Hazen の公式は單に特別にゆるく詰めた砂の透水性を見積るときにのみ適用される。動水學的應力現象を數學的に取扱ふ際に、與へられた物質の透水係數と空隙率の間に成立する關係を認識して考慮に入れて居ない。此の關係は Slichter に依つて初めて理論的に研究された。透水法則を理論的に導くことは、未だ、同じ大きさの球を規則正しく並べた塊の透水性の計算にのみ限られて居るのは已むをえないし、又この際直ちに同じ大きさの球の色々の配列をさせた塊を示さねばならぬといふ困難さが生じて來る。併し乍らかかる研究の結果は透水係數と空隙率の間に存在する重要な關係の批判に對して極めて價値ある基礎を與へるのである。

Slichter は 8 個の球の中心が一つの偏菱形の端を形成して居る様な球の配列を考へた。偏菱形の各側面の稜角を  $\alpha$  とする。塊の空隙量  $n$  は次式で

計算される。

$$n = 1 - \frac{\pi}{6(1 - \cos \alpha)\sqrt{1 + 2 \cos \alpha}}$$

$\alpha = 90^\circ$  では各球は 6 個の球と接觸し空隙量  $n$  は最大値 47.6% になり、 $\alpha = 60^\circ$  では一球の接觸點は 12 個になり空隙量は最小であつて 26% である。水筋は幾分曲つて居り、断面は三角形であり、その斷面積は各點毎に異つて居る。

$h$ : 偏菱形の高さ

$h'$ : 偏菱形の上下水平側面の中心點に在る水筋間の横距離とすると

$$h' = h \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha \sqrt{1 + 2 \cos \alpha}}$$

屈曲した水筋の長さは約  $1.042 h'$  になる。 $F$  を水筋の最も狭い部分の斷面積とすると、平均の水管の斷面積は  $1.43 F$  になる。Slichter は問題を簡單にして、此の三角形斷面をこれと等しい圓形斷面で置き換へ、又屈曲した水筋は折線に代へた。此の假定を基礎として彼は透水係數の値を次式で與へた。

$$k = \frac{d^2}{96} \left( \frac{\sin \alpha - \frac{\pi}{4}}{\sin \alpha} \right)^2 \frac{1}{1-n} \cdot \frac{\gamma}{\eta_t} \dots\dots\dots(41)$$

こゝに、 $d$ : 球の直徑 (糎)

$\eta_t$ : 溫度  $t$  に於ける水の粘性係數

$\gamma$ : 水の比重

$\gamma = 1$ ,  $\eta_t$  は  $10^\circ\text{C}$  の値を入れると上の公式は次の如くなる。

$$k = 771 \frac{d^2}{c} \text{ 糎/秒} \dots\dots\dots(42)$$

こゝで、 $c$  は空隙量  $n$  の函數であり、 $n$  の種々の値に對して公式 (42) が

ら次の値がえられる。

$$\left. \begin{array}{cccccc} n = 0.26 & 0.28 & 0.30 & 0.34 & 0.38 & 0.42 & 0.46 \\ e = 0.852 & 0.888 & 0.428 & 0.515 & 0.612 & 0.723 & 0.850 \\ c = 84.30 & 65.90 & 52.50 & 34.70 & 24.10 & 17.30 & 12.80 \end{array} \right\} (42a)$$

$n=46\%$  に対しては公式(42)では  $k=60.3 d^2$  公式(40)では  $116 d^2$  又 A. Hazen に依れば  $160 d^2$  である。此の著しい差異は、著者の考へでは、Slichter の研究した球塊の空隙は皆等しいけれども自然の砂は大小異つた空隙を有して居るといふ事情に歸せられると思ふ。計算結果に依ると空隙量と粒径が與へられた際の透水係数は空隙の廣さの不均等度と共に増加することを確信しうる。此の見解の正しいことは、空隙率の減少に伴ふ砂の透水係数の減少は公式(42)の Slichter の場合よりも幾分急激であるといふ事實からも推察しうる。併し乍ら公式(42)は以上の事情にも拘らず  $k$  と  $n$  の間の關係を批判するに當つて、價値多い觀點を提出して居るのである。

公式(42)とは別個に、47% 以上の空隙量を有して居る砂に対しても亦適用性を有し且實際上に現はれて來る事情に適應する様な公式を見出す爲に著者は次の様な考察を行つた。

水筋の最も廣い個所は最も狭い個所の5倍の斷面積を持つて居る。従つて與へられた透水量の際、水筋の最も狭い個所に對する水筋の單位長當りの損失壓力高は廣い場所に於けるものゝ25倍である。此の様な性質の水管を通る水の流れは一組の平行に並べられたる篩を横ぎる水の流れと同じである。篩の單位面積當りの篩目の數は砂層斷面の單位面積當りの砂粒の數即ち  $\frac{[定數]^2}{1-n}$  と直線關係で増加する。こゝに  $n$  は空隙量とする。又篩の性質が與へられた際の損失勾配は流れの方向に單位長當りの篩の數と直

線關係で増加する。

研究を續けるに際し、 $\alpha = \frac{F}{F_1}$  即ち篩目の斷面積  $F$  と水筋の平均斷面積  $F_1$  との商は砂の密度とは無關係であると假定する。實際には  $\alpha$  の値は密度の増加と共に増加する。 $\alpha$  の値を不變であると假定した爲に生ずる誤差を或る程度迄相殺する爲に流れの方向の單位長當りの篩の數も亦砂の密度とは無關係であると假定する。此の假定の下では砂の透水性は單に篩目の大きさと篩の單位面積當りの篩目の數のみの函數となる。水管の長さは大體砂の密度には無關係であるから單位容積當りの水管の容積は空隙量に等しいといふ條件から次の方程式が成立する。

$$F_1 \times (1-n)^{\frac{2}{3}} \times 定數 = n$$

$$F = \alpha F_1 = \frac{\alpha n}{(1-n)^{\frac{2}{3}} \times 定數}$$

併し空隙量が  $n_0 > 0$  になると篩目は閉ぢてしまふから篩目の斷面  $F$  に對して次式が適用される。

$$F = \frac{\alpha(n-n_0)}{(1-n)^{\frac{2}{3}} \times 定數}$$

實驗的に  $n_0$  の値は大體 0.13 と見出されて居る。篩目當りの透水量は損失壓力高が與へられた際は毛細管の場合と同じ様に斷面積の平方と比例して増加する。即ち

$$\left( \frac{n-0.13}{1-n} \right)^2$$

と正比例して増加する。全透水量を求めるには篩目當りの流量に單位面積當りの篩目の數  $\frac{1}{1-n}$  を掛けねばならない。最後に空隙量が與へられた際篩目の斷面は有効粒径  $d$  の平方に比例して増加し、又流速は水の粘

性に逆比例することを考慮すると透水係數として次式をうる。

$$k = \left(\frac{C}{\eta_0}\right) \left(\frac{\eta_0}{\eta_t}\right) \left(\frac{n-0.13}{\sqrt[3]{1-n}}\right)^2 d^2 = C_1 d^2 \left(\frac{\eta_0}{\eta_t}\right) \dots (43)$$

こゝに  $\eta_0$ : 標準温度に於ける水の粘性係數 (通常 10°C)

$\eta_t$ : 温度  $t$  に於ける水の粘性係數

$C$ : 物質に特有な常數

$C_1$ : 物質及び空隙量に關係する係數

公式 (43) に依つて示される關係は圖-22 の曲線  $C_s$  で圖示した。公式 (41) に於ける  $d$  の値を曲線が  $S_0$  を通る様に選べば、曲線  $C_s$  は  $S_0$  から  $S_u$  に至る範圍では、この公式よりも遙かに複雑な Slichter の公式に依つて得られる曲線と殆ど一致する。

公式 (43) を用ひれば、各透水係數を標準温度 10°C、標準空隙量 50% の場合に換算出来る。こうして得られた透水係數を換算透水係數 ( $k_{red}$ ) と稱する。此の係數値は種々の砂の透水性に及ぼす粒子の性質や不均等性の影響を批判する時の根本的な基礎資料になる。表-27 欄-10 に依ると、 $\rho$ - $\mu$  を含まない砂に對する  $k_{red}$  の値は 10°C に於て

$$k_{red} = (174 \sim 100) d_w^2 \dots \dots \dots (44)$$

になる。

係數の値は砂の不均等係數とは可成り無關係に見えるが、粒子の性質はこれに反して明かに影響を及ぼして居る。公式 (43) は Slichter の公式と同様に透水係數に對する空隙率の影響は唯近似的にのみ計算して居るのであるから、與へられた物質に對して種々の透水係數から換算した  $k_{red}$  は完全に一致することはない (表-27 欄-10)。

$\left(\frac{C}{\eta_0}\right)$  の値は表-27 欄-11 に依れば滑らかな砂に對しては 800、荒い角

張つた粒子の砂に對しては 460 の程度である。この値を公式 (43) に入れると次式がえられる。

$$k(\text{糎/秒}) = (800 \sim 460) \left(\frac{\eta_0}{\eta_t}\right) \left(\frac{n-0.13}{\sqrt[3]{1-n}}\right)^2 d^2 \dots \dots \dots (43 a)$$

有効粒徑は糎單位。 $\rho$ - $\mu$  を含んだ砂に對して  $\left(\frac{C}{\eta_0}\right)$  の値は、本質的に 460 より小さい (表-27 材料 Nr-6)。

e) 粘着性土壤の空隙率と透水係數の關係

砂の空隙量と透水係數の間を支配して居る關係を導き出す爲に砂を一組の篩と假定し、その篩目は流抵抗の位置を示すものとする。此の模型は鱗片状の物質から成る物質に對しては當嵌まらない。壓力の影響を受けると鱗片は多少壓力の方向に垂直の位置ををる。それ故に方向が異なれば透水性も異ると考へなければならぬ。其の上水筋は圓みがなく、スリット形の断面である。既に知られて居る様にスリット形の水路を通して流れる水量は與へられた勾配に對して、スリットの幅の 3 乗に比例して増加する。水筋は葉状にお互にからみ合つた鱗片の間を曲りくねつて居り、厚さ 1 のクレイ層を通る水がたどる水筋の長さは  $e$  の値が小さいとき又は中位るときは流れの方向の單位長に存在するクレイの鱗片の數と大體比例して増加する。壓力の變化は  $e$  の變化を惹き起すから流れの方向と壓力の方向が一致して居る間は此の鱗片の數は  $\frac{1}{1+e}$  と正比例して増加する。スリット型の水筋の幅は空隙率と共に變化するけれども、其の數と幅がクレイの密度に無關係であると假定すると、その断面は  $e$  に正比例して増加することになる。最後にクレイの透水性は砂の場合と同様に或る空隙率 ( $e_0 > 0$ ) に達すると水筋が局部的狹少を起すために消滅してしまふといふ條件を考慮に入れれば、透水係數に對して次の式がえられる。





この式で  $s$  はスリット形水筋の幅の半分であり、 $c_1$ 、 $\alpha$  は常數であるがこの値は當分決定されない。有効スリット幅  $2s$  は公式 (45a) を導いたときと同じ考へ方をする、 $\epsilon - \epsilon_0 = \epsilon - 0.15$  に正比例して減少する。同じ様な形の粒子を有する同じ空隙率の種々の物質に於てはスリットの幅は有効粒徑  $d$  と同じ様な状況に在るから結局次の様になる。

$$s = \alpha d (\epsilon - 0.15) \dots\dots\dots (47)$$

$\alpha$ : 常數

$s$  のこの値を (46) に入れると、

$$\eta_0' = \eta_0 \left[ 1 + \left( \frac{c_1}{\alpha^x} \right) \frac{1}{d^x (\epsilon - 0.15)^x} \right] = \eta_0 \left[ 1 + \frac{c}{d^x (\epsilon - 0.15)^x} \right] \dots (48)$$

$c = \frac{c_1}{\alpha^x}$  は粒徑には無關係な粒子形状にのみ關係する常數である。公式

(45a) の  $\left( \frac{C}{\eta_0} \right)$  の値に  $\left( \frac{C}{\eta_0'} \right)$  を入れると、

$$k = \left( \frac{C}{\eta_0} \right) \left( \frac{\eta_0}{\eta_0'} \right) \frac{(\epsilon - 0.15)^3 (1 + \epsilon)}{1 + \frac{c}{d^x (\epsilon - 0.15)^x}} d^2$$

$$= \left( \frac{C}{\eta_0} \right) \left( \frac{\eta_0}{\eta_0'} \right) \frac{(\epsilon - 0.15)^3 + (1 + \epsilon)}{(\epsilon - 0.15)^x + \frac{c}{d^x}} d^2 \dots\dots (49)$$

扱て公式 (49) に依つて、 $\alpha$  が如何なる値をとつたときに、透水係數の測定値と、公式 (45a) に依つて計算した値との間の差を消しうるかを研究しよう。著者が透水係數を測定したすべてのローム及びクレイに就て研究を行ひ、 $\alpha$  の値は 7.7~9.0 といふ著しく狭い範圍内の値をとり、平均 8.0 であることを見出した。

クレイ Nr-1 に対しては、 $\alpha = 8.0$  とすると、

$$k = 3.34 \times 10^{-7} \cdot \frac{\eta_0}{\eta_0'} \cdot \frac{(\epsilon - 0.15)^3 (1 + \epsilon)}{(\epsilon - 0.15)^3 + 0.0166} \text{ 糎/分} \dots\dots (50)$$

點 1~4 及び點群 I の  $a \sim e$  は何れも公式 (50) に依つて決定された曲線  $C_I'$  (圖-22 a 及び b) に密接して居る。圖面の外に在る點 1 では實驗値は ( $\epsilon = 1.90$ )  $k = 45.7 \times 10^{-7}$  計算値は  $k = 54.0 \times 10^{-7}$  糎/分になる。それ故公式は十分に、その決定的な要素を含んで居る様に思はれる。同じ性質の粒子を有する色々の有効粒徑のすべてのクレイに對して、有効粒徑  $d$ 、空隙率  $\epsilon$ 、透水係數  $k$  の間の關係は公式 (49) に於て  $\alpha = 8.0$   $\frac{c}{\alpha^x} = 0.0166$  とすれば一義的に定まつて來る。この様なクレイ N の曲線  $C_N'$  の唯一點を實驗で見出し、公式 (49) に依つて決定される曲線がこの選ばれた點を通る様に  $d$  の値を決定すると、公式が正しい場合にはすべての他の點もこの曲線上に在る筈である。

$d_1$ : クレイ I の有効粒徑

$d_n$ : クレイ N の有効粒徑 とし

$d_n = m d_1$  と置くと、

研究して居る曲線の方程式は次の様になる。

$$k = 3.34 \times 10^{-7} \cdot \frac{\eta_0}{\eta_0'} \cdot \frac{(\epsilon - 0.15)^3 (1 + \epsilon)}{(\epsilon - 0.15)^3 + \frac{0.0166}{m^3}} m^2 \text{ (糎/分)} \dots (51)$$

公式 (51) は事實上非常に満足すべき結果を與へて居る。そこで例へば點群 III から點 6 を抜き出し  $\alpha = 0.76$  とすると公式 (51) に依つて決定された曲線  $C_{III}'$  は點 6 を通る。他のすべての實驗で決定した値は曲線  $C_{III}'$  の近傍に在る。圖面の外部に在る群 III の點 5 ( $\epsilon = 1.97$ ) の實驗値は  $k = 40 \times 10^{-7}$  糎/分であり、計算は  $\epsilon = 1.97$  に對して値  $k = 35 \times 10^{-7}$  糎/分となる。材料 V に對してはあまりよく一致しない。何故ならばこの土壤は沈

泥含有量が僅少である爲に最早クレイとは言ひえないし、又何等著しい塑性を有して居ないからである。

粘着性土壌では水の粘性の増加は硬塑性緊硬形態に至つて初めて起るのであるから、軟塑性の緊硬形態に對しては、公式(47)は公式(45a)と一致する。砂(圓い粒子)及びクレイ(鱗片狀粒子)が兩方とも同じ有効粒徑を有し、又クレイの透水係数が水の粘性の増加に依つて影響されない場合に、これら兩者の透水係数が如何なる關係に在るかを調べることは極めて興味あることである。クレイ I の有効粒徑は沈泥分析の結果を基礎として  $d=0.00006$  糎と見積られた(粗浮泥及び細浮泥の中間)。粘性の増加を考慮して居る項を公式(51)から除外すると次の様になる。

$$k = 3.34 \times 10^{-7} \left( \frac{\eta_0}{\eta_t} \right) (\epsilon - 0.15)^2 (1 + \epsilon) \text{ 糎/分}$$

$$= 5.56 \times 10^{-9} \left( \frac{\eta_0}{\eta_t} \right) (\epsilon - 0.15)^2 (1 + \epsilon) \text{ 糎/秒}$$

$$= \left( \frac{C}{\eta_0} \right) \frac{\eta_0}{\eta_t} (\epsilon - 0.15)^2 (1 + \epsilon) d^2$$

$d^2$  の値は  $0.00006^2 = 36 \times 10^{-9}$  糎<sup>2</sup> になるから  $\left( \frac{C}{\eta_0} \right) = 1.54$  である。上の式で  $\epsilon = 1.00$  (空隙量 50%)、 $\eta_t = \eta_0$  と置くと  $k$  は  $k_{red}$  (換算透水係數) になり次式をうる。

クレイに對して  $k_{red} = 1.90 d^2$  (糎/秒).....(52)

砂に對して  $k_{red} = (174 \sim 100) d^2$  (糎/秒).....(44)

砂とクレイの  $k_{red}$  の値の間のこの甚だしい相違は此處でもクレイの鱗片狀構造に對する一つの證據を與へて居る。一つの鱗片の容積は換算粒徑の等しい丸味のある粒子の容積の數分の一にすぎない。(51 頁参照) 従つて、クレイの單位容積當りの粒子の數はこれと換算粒徑の等しい砂の單位

容積當りの粒子の數よりも著しく多い。此の數は水筋の全長及び壓力損失を支配するからクレイの透水係數は換算粒徑の等しい砂に比して、本質的に小さいのである。

f). 非常に狭いスリット内に於ける水の粘性<sup>149)</sup>

クレイ I の有効粒徑は  $d=0.00006$  糎程度である(粗浮泥と細浮泥の中間)。クレイ粒子の鱗片形狀を考慮に入れて水筋の平均幅の半分  $s$  は空隙率  $\epsilon=1.00$  のときクレイ鱗片の等置有効粒徑  $d$  の  $\frac{1}{6} \sim \frac{1}{9}$  と假定し、この  $s$  の値を公式(47)に入れると次式をうる。

$$s = \left( \frac{1}{6} \sim \frac{1}{9} \right) d = ad(\epsilon - 0.15) = ad(1.00 - 0.15) \dots \dots (47a)$$

此の式から  $\alpha = 0.196 \sim 0.131$  がえられる。 $\frac{c}{d^3} = \frac{c_1}{a^3 d^3}$  の値は公式(50)に依ると 0.0166 である。それ故に

$$0.0166 = \frac{a^3 d^3}{c_1} \quad \text{又は} \quad c_1 = 0.0166 a^3 d^3$$

これに既に與へた  $\alpha$  及び  $d$  の値を入れると

$$c_1 = 6.02 \times 10^{-42} \sim 2.42 \times 10^{-43}$$

公式(46)は次の形になる

$$\eta'_0 = \eta_0 \left[ 1 + \frac{6.02 \times 10^{-42}}{s^3} \right] \sim \eta_0 \left[ 1 + \frac{2.42 \times 10^{-43}}{s^3} \right] \dots (46a)$$

$s$  は糎單位

圖-22c では  $\alpha = 0.196 \sim 0.131$  と假定して計算した粘性係數の  $\eta'_0$  の値を縦軸にとり、 $s$  を横軸として示した。點線で畫いた曲線は  $\alpha = 0.196$  の曲線である。粘性の増加は  $2s = 2 \times 50 \mu\mu$  で既に著しい。之れ以上スリットの幅が狭くなると粘性係數は急激に増加する。

## g). 粒子の大きさ、粒子の形状及び塑性限界の間の關係

實驗結果に依ると、クレイ分の多い材料の塑性限界はその空隙率と一致し、この限界で材料は實驗上不透水性になる。即ち透水係数は  $0.5 \times 10^{-7}$  ~  $0.2 \times 10^{-7}$  糎/分よりも小さくなることが示された。此の段階は前に詳しく論じたと同じ様に水の粘性の増加に依つて導かれる。圖-24b に依れば毛細管水の蒸發速度の低下も亦同じ段階（塑性限界以上）内に屬して居る。膠質浮泥の塑性限界は極限值  $e=0.63$ （鹽化バリウムの粗浮泥）及び  $e=2.40$ （Atterberg<sup>147</sup> に依れば赤鐵礦の細浮泥）の間に在る。クレイの透水係数は塑性限界を超過する瞬間に  $0.2 \times 10^{-7}$  糎/分になると假定し且又、公式(51)に於て、 $e$  の値に今提出した限界値  $\epsilon_{\min}=0.63$  及び  $\epsilon_{\max}=0.24$  を入れると此の公式の  $m$  の値  $m_{\min}=0.245$  及び  $m_{\max}=1.14$  がえられる。 $m=1.14$  の値は圖-22a に於て、曲線 C' に對應する。 $m_{\min}/m_{\max}=4.65$  であるから最も粗い塑性材料の等價粒徑は最も細かい材料のそれの幸うじて5倍になるにすぎない。此れは明かにありえないことであり、 $m_{\min}$  と  $m_{\max}$  の間の差異が僅少なことは約  $e=2.00$  以上の空隙率の材料は最早單粒子構造ではなく蜂窩構造を示し、従つて公式(51)を導き出した考へ方は最早適用されないといふ事情に歸せられる。

更に同じ等價粒徑を有し、粒徑曲線（圖-1）が相似である様な二つの材料が、異つた塑性限界を示すときには、以上の事實から、水筋の幅は有効粒徑の同じ際には粒子の扁平さが増すにつれて低下するから高い塑性限界を有する材料の粒子は他の材料の粒子よりも著しい鱗片構造を有して居ると結論することが出来る。此の理由から（公式 49a）の値の粒子形状との關係）公式(51)は粘着性土壌の透水係数を比較するに當つて、粒子形状の相似のものに對してのみあてはまるのである。

1.3~2.0 以上の空隙率を有するクレイを透過する水の流れは最早嚴密には Darcy の法則に従はないといふ現象は注目すべきである。勾配が  $i=50$  から 10 ~ 15 に低下すると此のクレイと水の混合物の透水係数も亦急激に減少し適當な勾配になつて初めて一定になる。高勾配と低勾配の轉換を多數回繰返すと高勾配及び中間の勾配に對する透水係数の間の區別は僅少になる。此の現象は、クレイは空隙率が大きいときは單粒子構造ではなく蜂窩構造を有して居るといふ事實に歸せられる。蜂窩構造を有する物質の組織は不安定で脆い。高い過剩壓力を受けると流水は最も廣い水筋の壁を押し合ひ最も抵抗の小さい流路を形成する。此の際不安定な粒子群は分解し、透水されて居る塊は一時的な構造變化と共に殘留構造變化をも蒙るのである。

砂の含有量の多い浮泥の透水係数は、二つの異つた材料即ち砂と浮泥の性質の結合として取扱はねばならない。塊は比較的浮泥の含有量が少い爲に砂が既に高度の壓密に達して居る間でも浮泥は尙難液性の緊硬形態にあることが出来る。此の事象は混合物の塑性限界の位置に對する砂混合の影響からも起る。塑性限界  $P$  の粒着質のクレイに同じ重量だけの砂を混合すると、混合物の塑性限界は  $\frac{P}{2}$ （混合物の乾燥重量比）に成る筈である。併し乍ら Atterberg<sup>148</sup> に依ると塑性限界は常に  $\frac{P}{2}$  より大きい。兩者の混合物の塑性限界は Alterberg の研究では  $13 \left( \frac{P}{2}=11 \right)$  に對し及び  $16 \left( \frac{P}{2}=13 \right)$  に對しに成つた。此の事情がある爲に浮泥 V（圖-22a）の塑性限界は材料の透水性が本質的に  $0.2 \times 10^{-7}$  よりも高く、水の粘性の増加がまだ認められない様な空隙率の所に在るのである。其の上此の浮泥に對しては空隙率 1.0 の際既に Darcy の法則からの偏倚が起つて居る。これは粒着質の

クレイでは1.5~2.0の空隙率で初めて起るものである。塊の空隙に詰まつて居る浮泥は砂の組織が密な成層をなすにも拘らず明かに尙未だ蜂窩構造を有して居るのである。

#### h). 粘着性土壌を透過する溶液の流れ

一つの溶液がクレイを透過する際には、溶解されて居る物質は吸着されるから粒子の表面附近では液體は正常の粘性ではなく飽和溶液の粘性を有して居るのである。其の上塑性状態のクレイでは水筋は非常に狭いから固態相に依つて作用される分子附着子はこの水筋に於て純粹の水の粘着力を高める様に作用する。それ故に溶解されて居る物質が水筋に於て濃度を増すことはとにかくクレイの透水性に著しい影響を與へる筈である。<sup>149)</sup> Raman に依れば加里鹽及び僅かの量であるがナトリウム鹽は透水性を減少させる。特にこのことは鹽化物及び硝化物にあてはまる。加里鹽殊に苛性ソーダは透水係数を減少させるであらう。併し乍らこのことは粉末化された土壌に對してのみあてはまるのであつて、この際は溶液は透水性の變化と共に解離に依る構造變化を起させる。粉末化されない土壌の透水性に對する溶液の影響はクレイの吸着飽和に依つて惹き起される塑性限界の移動の中に現はれて來る。

#### i). 壓力と透水係數の間の關係

空隙率 $\epsilon$ の各々の値に就て、その透水係數 $k$ と材料を側面膨脹を妨げ乍ら、ゆる詰め状態からその状態に迄壓密する爲に必要な力との積を作り、空隙率、透水係數圖に於て、この積を縦坐標として示すと、圖-22aの曲線 $K_a$ 、 $K_I$ 、 $K_{III}$ 及び $K_V$ をうる。砂に對する曲線 $K_a$ は殆ど對稱波の形を有して居る。クレイの曲線 $K$ はこれに反して、塑性緊硬形態の範圍では可成り水平であり塑性限界以上では急激に低下する。をれ故に塑性主要

緊硬形態に對しては近似的關係

$$kp_s = \text{定數} = c \dots\dots\dots (53)$$

が成立つ。

初期密度が壓力 $p_0$ に對應する様なクレイの捏粉層に荷重をかけると壓力 $p_s$ に對應する透水係數は同じ程度の近似さで次の方程式に依つて、決定される。

$$k(p_s + p_0)c \dots\dots\dots (53a)$$

壓力 $p_0$ は公式(24)の壓力 $p_c$ と同じ物である。

此の關係は第21節で行つた動水學的應力現象を數學的に取扱ふに際して非常に役立つ。表-19の材料I、III、Vでは $c$ の値は158、110及び800瓦/厘年であつた。

#### k). Darcyの法則の適用限界

<sup>150)</sup> F. H. King や <sup>151)</sup> F. H. Newell に依れば多孔質の砂岩や非常に細かい砂に在つては、著者が1.5~2.0の空隙率を有するクレイに就て確認したと同様に、勾配が減少すると共にその透水係數が減少する相である。Kingが研究した非常に不均質な塵埃の細さのもの迄も含んだ砂に在つては、透水量は勾配が6から1.2に低下したときに1/5に低下しただけではなく更に6~37%も減少した。他方又 <sup>151)</sup> U. Mosoni は0.37~0.55耗の粒徑の火山灰に就て實驗した際勾配を0.47から10.73へ増加したとき透水係數は0.42から0.14厘/秒へと低下するのを觀測した。それ故にKingやNewellが見出したものは正反對である(非常に勾配の高いときの渦亂流?)。

以上掲げたDarcyの法則からの偏倚の原因は上に述べた砂の性質や詰め方に就ての報告が不完全である爲に殆ど確言しえない。著者は0.1~1.3耗の砂に就て等粒、混合粒、ゆる詰め、密詰め等60種の實驗を行つた。

各實驗共上方から下方へと水を透過させ次いで逆方向に流し、勾配は 0.5 ~ 5.0 の範囲内で變化させた。流れは例外なくすべて Darcy の法則に従つた。密に詰めた石英粉 ( $e=0.67$ ) に就て行つた廣範圍な實驗に於て、勾配に無關係な透水係數  $k=4.63 \times 10^{-5}$  糶/秒をえた。又塑性又は半固性のロームやクレイの透水量は勾配と正比例して増加するといふことから、各種の粉體を通る水流は、流れが整流である限りは Darcy の法則に従ふといふことが承認出來た。蜂窩構造を有するクレイにみられる偏倚は單に空隙水流の機械的作用のみに歸せられる。即ち流水壓力に依つて透過される物質中に起る半ば彈性的な半ば永久的な構造變化に依るのである。之は柔かいゴム管がそれを透過する水流に依つて蒙る所の勾配に關係する斷面變形に比較されるべきものである。

第 17 節 地下水流の靜力學的作用

Darcy の法則に依つて、砂層を透過する地下水流の速度は勾配の函數であることが確認された。此の節では地下水流が透過する砂層に及ぼす壓力作用を見出すことが問題である。此の壓力作用の知識は河川構造物の基礎破壊の理論の根據を造るのである (第28節)。

a). 垂直方向に上昇する地下水流の限界勾配<sup>152)</sup>

均質な透水係數  $k$  の砂層に在つては水は理論的には各點に於ける水平面に垂直に流れる、即ち一つの流線に従つて運動するのである。實際には不規則な形狀の砂粒の咬み合せの結果その軌道から連續的に押されて居るのである。此の狀況が流體摩擦及び水筋の斷面の可變性と結合して壓力水頭損失を造り出すのである。

$k$ : 砂の透水係數

$dF$ : 斷面

$dl$ : 角柱狀物體素片の長さ、軸は流れの方向と一致して居る。

$dQ$ : 角柱狀素片を單位時間に透過する流量

$v$ : 流速

$i$ : 勾配

$dh$ : 水筋  $dl$  上の壓力水頭損失

とすると、Darcy の法則に依つて (公式 39)

$$v = \frac{dQ}{dF} = ik$$

壓力水頭損失は

$$dh = idl = \frac{dQdl}{dF} \cdot \frac{1}{k}$$

そして力

$$dp = dh \cdot dF = dQ \cdot dl \cdot \frac{1}{k} \dots \dots \dots (54)$$

は透過される素片の内部に於て個々の粒子上に流れの方向に働くすべての流水壓力の和を示す。此の力は透過される土壤中の各點に於て流線の切線方向に作用する質量力と考へることが出来る。注目せる點を通して土の單位體積當り次の強さを有する。

$$p = \frac{dp}{dF \cdot dl} = \frac{1}{k} \cdot \frac{dQ}{dF} = i \dots \dots \dots (55)$$

之は今後簡單に流水壓力と稱する。

扱て斷面積  $F$ 、高さ  $l$  の角柱狀の土を取り、その軸を平行に下方から上方へと透水する場合を考へよう。

$n$ : 砂の空隙量

$\gamma_1=2.65$  粒狀物質の平均比重

水の比重を1として、浮力を差引けば砂の單位重量は

$$\gamma = (1-n)(\gamma_1-1) = 1.65(1-n) \dots \dots \dots (56)$$

$n=0.5$  (ゆる詰めの砂)  $n=0.4$  及び  $n=0.3$  (密詰め) に對しては  $\gamma=0.826$ ,  $0.991$  及び  $1.155$  となる。上昇する透水流の速度を0から次第に高めて行くと流水壓力  $p$  も亦増加する。終には

$$p_1 = i_1 \gamma \dots \dots \dots (57)$$

に達し、此の勾配に於て流水壓力は水中に堆積せる砂の單位重量と等しくなる。勾配  $i_1$  は限界勾配と稱される。

上に述べた様に  $v$  の値は  $0.826 \sim 1.155$  の間に在り平均1である。即ち限界勾配  $i_1$  は略1に等しく従つて限界流速は大體透水係數に等しくなる。扱て勾配が  $i_1$  の値以上に達したとき何が起るか問題になる。重力はこの瞬間には流水壓力に依つて相殺される。他方流速は粒子を浮遊させるには未だ尙小さい。Stokes の公式 (8) に依れば  $d=0.01$  及び  $0.1$  糎の粒子を溫度  $15^\circ\text{C}$  で浮き上らせるには  $0.873$  及び  $87.3$  糎/秒の流速が必要である。此の流速は限界勾配  $i_1$  のときの流速の  $50 \sim 100$  倍である。それ故に粒子の浮遊といふことは何等問題にならぬし只その移動が起るのである。最初に注意した様に水は粒子の咬み合せの爲に理論的な流線を沿ふて流れることはない。粒子の重量が流水壓力に依つて相殺される様になつたとき、水は砂粒子を上方に洗ふことに依つてその水筋から除くことは出来ない。何故ならば流速はそれだけ大きくないからである。恐らく粒子の廻轉や移動に依つて理論的な流線を通れる様に砂塊の配列をかへたり弛めたりするのであらう。それは結果として透水係數の著しい増加を生ずる様な水筋の擴張を行ふことが出来る。經驗に依れば限界勾配は事實上砂の弛みを齎らすのである。流速を0から次第に高めて行くと、限界勾配  $i_1$  に達

する迄は砂の透水係數は一定である。粒子の移動は全砂塊内で同時に瞬間的に起り、此の際細粒部分が上方に押上げられ砂の表面に堆積するのである。全砂塊が弛められるにも拘らず粒子の位置移動は常に局所的な砂の破開に依つて誘導されて居るのである。位置移動を起した砂塊の透水係數  $k_1$  は最初の砂の密度に依つて、 $k$  の  $1.5 \sim 2$  倍になり、之れ以上勾配が増加しても變化しない。それ故に砂塊の弛みは一つの固定したものである。振動は限界勾配に何等顯著な影響を與へない。上に展開した公式の妥當性を局所的に變化する流速の場合に對しても實驗的に檢定する爲に超過壓力  $H$  の水を、砂を満した漏斗に通した。水は漏斗の軸と平行に下から上へと流れる。此の場合には全流水壓が砂塊の全重量に等しくなつた瞬間に砂塊の位置移動が起ると考へる。

$k$ : 砂の透水係數

$r_1, r_2$ : 圓錐形砂塊の下部の小さい基面及び上部の大きい基面の半徑

$d$ : その高さ (砂層の厚さ)

$r$ : 下部基面上の高さ  $y$  に於ける半徑

$i$ : 勾配

$v$ : 此の高さに於ける流速

$Q$ : 單位時間當りの全流量

とすると、公式 (39) に依れば

$$v = \frac{Q}{r^2 \pi} = ik$$

全流水壓力は公式 (55) に依つて次の如くなる

$$P = \int_0^a r^2 \pi i dy = \int_0^{ax} r \pi \frac{Q}{kr^2 \pi} dy = \frac{Q}{k} d \dots \dots \dots (58)$$

全壓力水頭損失  $H$  から流量を計算する爲に次の關係式を利用する

$$H = \int_0^a i dy = \frac{Q}{\pi k} \int_0^a \frac{dy}{r^2}$$

$$y = d \frac{r-r_1}{r_2-r_1} \quad \text{から} \quad dy = \frac{d}{r_2-r_1} dr$$

それ故に

$$H = \frac{Qd}{k\pi(r_2-r_1)} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{Qd}{k\pi(r_2-r_1)} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

従つて

$$Q = \frac{Hk\pi r_1 r_2}{d}$$

此の値を公式 (58) に入れると

$$P = H\pi r_1 r_2$$

砂塊の重量は  $G = \frac{1}{3} d\pi(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2) \gamma$  である。

表-28 で  $P_1$  の値は、砂の位置移動が起る限界壓力高  $H_1$  から計算した流水壓力である。 $G$  は砂塊の重量、 $P_1$  と  $G$  は等しい筈であるから商  $P_1/G$  は理論と實驗の差を示すことになる。

表-28

材 料	層の厚さ (糎)	限界流水壓力 $P_1$ (瓦)	砂の重量 $G$ <sup>159)</sup> (瓦)	$P_1/G$
砂 2.	5.7	387	339	1.14
表-29	9.5	920	808	1.14
	13.7	1870	1620	1.16

b). 載荷透水の際の砂の限界勾配

勾配  $i < i_c$  の際に透水係数は一定であることが觀測されたが、これは、土粒子間に働いて居る摩擦力は、流水壓力が全面的に流水壓力を相殺する

瞬間迄は砂の僅かな構造變化さへも十分妨げうることを示して居るのである。それ故砂中を下方から上方へと透水させる際砂の表面に十分透水性を有する荷重即ち鉛の散弾などをのせると限界勾配は  $i_1$  から  $i_2$  へと高まる筈である。勾配  $i_2$  は次の關係式から計算される。

$$Fl i_2 = Fl \gamma + S$$

$$\therefore i_2 = \gamma + \frac{S}{Fl} \dots \dots \dots (59)$$

公式 (59) と (57) を比較すると、荷重  $S$  は限界勾配に於ては空間  $Fl$  に一樣に分配されその爲砂の比重を高めるのと同じ影響を有することが認められる。此の容積  $Fl$  が大きくなればなる程、限界勾配への  $P$  の作用は小さくなる。

表-29 は公式 (59) と (57) の檢定の爲に行つた實驗の結果を示す。實驗は第19節 a) に於て記述した圓筒形透水装置で行つた。載荷しない砂層の實驗結果と公式 (57) に依つて計算した限界勾配とはよく一致する。勾配  $i_1'$  の實驗値は全部その計算値  $i_1$  より幾分大きい。併し乍ら載荷した砂の表面では實驗値は公式 (59) で計算した値より本質的に大きい。此の差異の原因は實驗方法の中に見出しうる。載荷された砂は容器の壁の間で膨脹しその爲に流水壓力の相當の部分が壁面摩擦に取られるといふことに原因がある。此の膨脹は砂層の厚さが容器の直徑の  $1/3$  のとき既に完全に現はれ容器の側壁をたゞいても除きえない。

公式 (59) に示した關係は次の現象の原因となる。: 砂層を水が均一な流速を以て下方から上方へと透過するとき砂層の上部を同じ比重の粗い砂で置き換へると流量は増加するが限界壓力高は不變である。これに似た様な簡單な關係は、砂粒子が種々の透水性の層から成立つて居る場合に對して



もあてはまる。此の關係は河川の沖積層が大部分層状を爲して居る場合には實際上的意義がある。

流れの方向が重力と或る角度を爲すときには透過される素片上に働く質量力は重力の方向ではなくそれと合力の方向と一致する。

材	料	1	2	3	4	5	6	7	8
		有効粒徑 $d_w$ (糎)	不均等度 $U$	空隙率 $e$	壓密能 $F$	相對密度 $D$	透水係數 $k_v$ (糎/秒) (10°C)	粒子の比重 $\gamma_s$ <sup>155)</sup>	乾燥砂の比重 ( $e$ の際)
1	濱砂圖-1d	0.0116	1.64	0.757	0.550	0.646	0.0118	2.65	1.51
2	砂丘砂圖-1c及び圖-2c	0.0180	1.18	0.547	0.660	0.897	0.0185	2.65	1.71
3	著しく角張つた透明な粒子の河砂(石英、石灰風化、長石)	0.022	2.04	0.753	0.890	1.00	0.041	2.63	1.50
4	3)と同じ	0.028	2.50	0.697	0.805	1.00	0.061	2.63	1.55
5	4)	0.064	1.40	0.785	0.151	0.624	0.260	2.63	1.48
6	著しく角張つた粒子の幾分ローム分を含んだ川砂	0.013	5.84	0.537	0.663	0.902	0.0022	2.63	1.71

155) 比重瓶で測定。  
156) 散弾荷重。浮力を差引いてある。

表-29

9	10	11	12		13
			計算	實測	
浮力を差引いた砂の比重	層の厚さ (糎)	荷重 磅/糎 <sup>2</sup>	$i$	$i/n$	$i/n$
0.94	3.8	—	0.94	1.01	1.01
1.06	3.1	3.80	1.81	1.23	1.23
0.98	13.0	6.80	2.63	1.60	1.60
0.96	13.0	3.80	1.49	1.96	1.96
0.91	6.2	6.00	1.44	2.66	2.66
1.06	5.8	—	1.06	1.04	1.04
0.98	5.8	3.80	1.63	1.52	1.52
0.96	5.8	6.60	2.20	1.92	1.92
0.91	5.8	9.90	2.77	1.91	1.91
0.98	1.5	—	0.98	1.15	1.24
0.96	3.0	—	0.98	1.13	1.21
0.91	6.0	—	0.98	1.16	1.24
0.96	6.5	—	0.96	0.96	1.00
0.91	7.2	—	0.92	1.05	1.14
1.06	6.2	—	1.06	1.15	1.08
0.98	6.4	3.80	1.57	1.60	1.02
0.96	6.4	6.60	2.69	2.30	1.10
0.91	6.4	9.90	2.61	3.74	1.44

第18節 地下水の毛細管性上昇

地下水領域から砂又は土の空隙への水の上昇は空隙の廣さが不規則である爲に現象は非常に複雑であるが、その過程は毛細管束中に於ける水の上昇と比較することが出来る。毛細管及び多孔質物質を通る流れに関して細部迄立入つた理論は E. W. Washburn<sup>154)</sup> が發表した。併し乍ら此處では土壤中に於て觀測される現象を理解する爲の理論的根據を造り出すことのみが重要なのであるから、此の現象の経過を決定すべき重要な要素に關して考察を行ふに止めた。公式を導く際に固定壁と水面の間の接觸角は無視したのである。

a). 地下水面の毛細管性上昇

直徑  $d$  の圓筒形の毛細管中では水の表面張力に依る水面の高まりは自由水平面上次の量になる。

$$h = \frac{4T}{rg} \frac{1}{d} \dots\dots\dots(60)$$

$T$  は水の表面張力、 $\gamma$  は比重、 $g=981$  糎/秒重力加速度。

水の表面張力は温度の上昇と共に低下するが粘性の様に著しくはない。温度が  $0^{\circ}\text{C}$  から  $30^{\circ}\text{C}$  へ上昇すると、水の表面張力は  $1:0.94$  に減少する。粘性は此のとき  $1:0.45$  に低下するのである。

毛細管上昇高はそれ故に殆ど問題でないが、上昇速度はこれに反して著しく温度に影響される。  $100\mu\mu$  以下のスリット中の水の表面張力に關しては今日尙殆ど知られて居ない。毛細管壓力の極大値  $p'_{1/2}$  から (第14節 a) 及び b)) 非常に狭いスリット中に於けるその値は正常の場合よりも本質的に大きいことが結論される。自然の土壤中に於ては混在して居る蠟、油又は他の水と混和しない液體の爲に表面張力は本質的に低下する。<sup>157)</sup> 温度  $100^{\circ}\text{C}$  では表面張力の正常値は  $75$  ダイン/糎であるから毛細管上昇高は次の様になる。

$$h(\text{糎}) = \frac{4 \times 75}{981} \frac{1}{d} = \frac{0.306}{d} \dots\dots\dots(60a)$$

毛細管が圓筒形ではなく、狭い場所を通してお互に連結して居る膨みから成つて居る場合には (60a) 式に於て  $d$  の値は換算直徑  $d_1$  で置きかへねばならない、 $d_1$  の値は水が管中を上昇する高さ  $h_1$  に關係する。之に反して毛細管に水を満し次いで水面を低下させると、水の洗下は  $h_1 > h$  で既に停止する。砂中の空隙の直徑は空隙を連絡して居る間隙よりも少くとも  $4 \sim 5$  倍大きい。従つて地下水面が砂中を洗下して行くときは、自由水面と、空隙を水が満たして居る境界面との間の高さの差は砂中に於て水の表面が毛細管作用に依つて自由水面上高まりうる高さよりも本質的に大きいのである。

飽和した空隙水の毛細管上昇高は、飽和した空隙水の領域と毛細管性濕

潤の領域の限界を認識することが出来ないから、觀測に依つて決定することは困難である。併し乍ら恐らく上昇速度から飽和した空隙水の表面の大體の高さを決定しうるであらう。

- $k$  : 砂の透水係數
- $e$  : その空隙率
- $h_1$  : 飽和せる空隙水の毛細管上昇高
- $z$  : 毛細管上昇が始まつてから  $t$  時間後の水面の高さ
- $i$  : 空隙水が上昇する際の勾配

とする。

水を  $h_1 - z$  迄高める力は高さ  $h_1 - z$  の水柱の重量に等しい。此の力を働かす仕事は流れ抵抗及び排除される空氣の放出に對する抵抗に打勝つ仕事及び上昇の際水に與へる運動のエネルギーを造り出す仕事から成立つて居る。概算してみると流れ抵抗は他の抵抗に比して非常に大きいから、吾々の研究の目的から考へて後者を無視し、流れの経過は簡単に Darcy の法則に依つて敘述出来るといふことを確言しうる。此の公式に依れば單位時間に砂の單位斷面積を通して上昇する水量は次の様になる。

$$ki = k \frac{h_1 - z}{z}$$

$e$  を砂の空隙率とすると厚さ  $1$  の水の層は厚さ  $\frac{1+e}{e}$  の砂層の空隙を満たす。それ故に毛細管水の上昇速度は

$$\frac{dz}{dt} = k \frac{h_1 - z}{z} \cdot \frac{1+e}{e}$$

之を積分すると

$$\frac{kt}{h_1} \cdot \frac{1+e}{e} = \ln \frac{h_1}{h_1 - z} - \frac{z}{h_1} \dots\dots\dots(16)$$

此の式に係數値を入れると 0.01 糎よりも大きい粒子の砂では高さ  $z$  は非常に短い時間で既に毛細管上昇高  $h_1$  に殆ど等しくなる筈であることがわかる。扱つかゝる砂で實驗した際に濕度は非常に早い速度で或る高さ  $h_0$  迄上昇し次いで上昇速度は突然に低下し、これから後の砂の濕潤化には數日間かゝり且、速度は次第に小さくなり緩慢に行はれることが觀測された。觀測せる上昇過程と公式(61)に依つて表はされる上昇過程を比較して、著者は上昇高  $h_0$  は飽和せる空隙水面の上昇高  $h_1$  と殆ど同一であるといふ結論に達した。

砂の空隙の平均の廣さは大體空隙率  $e$  の 3 乗に正比例して減少する。それ故に毛細管上昇高も  $e^3$  と比例して増加する筈である。併しこのことは實際には起らない。上昇高は明かに砂の咬み合せの完全さの程度に大いに関係するから、觀測した現象を考慮して毛細管上昇高に對して決定的である空隙の直徑  $d_p$  を  $e$  に正比例して増加させることが必要である。それ故に次式があてはまる。

$$d_p = \beta d e \dots\dots\dots(62)$$

こゝに  $d$  は有効粒徑、 $\beta$  は粒子の性質に關係する常數である。

(62)の値を公式 (61a) に入れると、

$$h_1(\text{糎}) = \frac{0.306}{\beta d e} = \frac{c_1}{d e} \dots\dots\dots(60b)$$

此の  $h_1$  の値と (43)

$$k = \left(\frac{C}{\eta_0}\right) \left(\frac{\eta_0}{\eta_t}\right) \left(\frac{n-0.13}{\sqrt[3]{1-n}}\right)^2 d^2 = C_1 d^2 \left(\frac{\eta_0}{\eta_t}\right) \dots\dots(43)$$

よから時間  $t$  と、此のときの毛細管上昇高  $z$  との間に成立つ公式 (61) は次の形をとる。

$$\frac{kt}{h_1} \cdot \frac{1+e}{e} = \ln \frac{h_1}{h_1-z} - \frac{z}{h_1} = \frac{C_1}{c_1} d^2 t \left(1+e\right) \frac{\eta_0}{\eta_t}$$

方程式 (43) 及び (61a) に依つて空隙量、時間及び毛細管上昇高  $z$  の間の關係が決定する。

表-29(2) の砂丘砂は圖-2 a と同じ様に空隙率  $e=0.85$  のとき 10 分間で 4.75 糎の高さ迄水が昇る。上に述べた觀察に基いて、この上昇高を飽和した空隙水面の上昇高  $h_1$  と等しいとすると、 $h_1=4.75$ 、 $e=0.85$ 、 $d=0.0186$  糎であるから  $\beta$  に對しては公式(60 b)に依つて 4.07 をうる。 $\beta=4.07$  は空隙率  $e=1.00$  (特にゆるく詰めた場合) のとき砂丘砂の空隙の有効幅は有効粒徑の 4.07 倍になることを意味して居る。公式(61 a)を用ひて、 $\beta=4.07$  から空隙率  $e=0.655$  のときの此の砂の毛細管上昇高は

$$h_1 = \frac{0.306}{4.07 \times 0.0186 \times 0.655} = 6.17 \text{糎}$$

觀測値は  $h_1=6.50$  糎である。

著者の研究した砂の空隙量は  $n=0.5$  及び  $n=0.33$  ( $e=1.00$  及び  $0.47$ ) の範圍内であつた。砂丘砂に對して、 $c_1$  の値は上に計算した  $\beta=4.07$  を公式(60b)に入れると  $c_1 = \frac{0.306}{\beta} = \frac{0.306}{4.70} = 0.0752$  になる。空隙率  $e=1.00$  に對應する透水係數は  $k_{red}$  である。これは砂丘砂に對して表-27 に依れば溫度  $10^\circ\text{C}$  の際の  $k_{red}$  になる。 $e=0.47$  の空隙率に對する透水係數は公式 (43) で計算出來  $k=42d^2$  になる。従つて  $C_1$  の値は 174 と 42 の間に在る。此の値を方程式(61 a)に入れると  $\frac{C_1}{c_1} (1+e)$  の限界値は次の如くなる。

$$\frac{C_1}{c_1} (1+e) = 4625 \text{ (最もゆる詰め } e=1.00)$$

$$\frac{C_1}{c_1} (1+e) = 825 \text{ (最も密 } e=0.49)$$

表-29 の角質の砂 5 では空隙率  $e=0.93$  のとき水は 2 分間に  $h_0=4.00$

纏の高さ迄昇る。これから  $\beta=1.28$  がえられる。此の砂の透水係数は 0.50

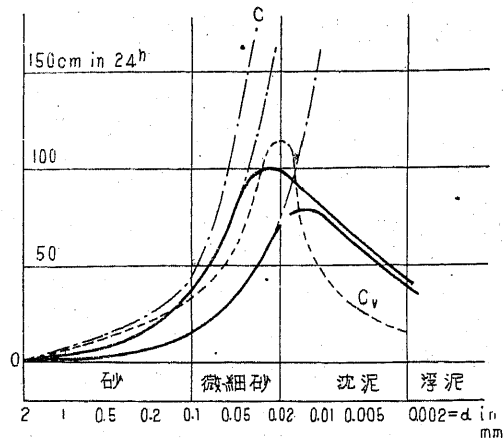


圖-23

及び 0.33 の空隙量の際  $k=100$  及び  $24.0 \frac{d^2 \gamma_w}{\eta}$  になる。之等の係数值から公式 (61a) の  $\frac{C_1}{c_1} (1+\epsilon)$  に對して、限界値 839 及び 150 がえられる。

圖-23 に於ては沈澱生成物の粒子の大きさを横軸にとり、(61a) で計算した上昇高を縦軸にとつてある。 $\beta$  及び  $C_1$  の値は平均値をとつた。實線の曲線は  $t=24$  時間の上昇高であり、破線の方は  $t=\infty$  に對するものである。上の方の曲線は空隙率  $\epsilon=0.43$ 、下の方の曲線は空隙率  $\epsilon=1.00$  である。此の理論的な結果は、點線  $C_v$  で示した Atterberg<sup>158)</sup> の觀測した結果とは此の曲線の最大値が  $d=0.20$  耗で起ることからみてもよく一致する。 $d < 0.01$  耗の粒徑に對しては Atterberg の曲線  $C_v$  は急激に下がることは注目すべきである。この低下は恐らく (61a) を導く際考慮しなかつた非常に狭い毛細管内の水の粘性の増加に基くものであらう。破線曲線  $C$  は  $t=\infty$  に對して、Atterberg の觀測した毛細管上昇高を示して居る。併し乍ら Atterberg の係数は飽和せる空隙水の表面の高さ  $h_1$  を示すのか又は毛細管性濕潤領域の上端 ( $b_2$ ) を指すかに就ては、著者は何も知らない。

#### b). 毛細管性濕潤化及び砂層のサイフォン作用

水中に浸した布の端を容器の縁に掛けると容器中の水は布切れの端を傳つて外に滴り落ちる。即ち布切れはサイフオンの様な作用をする。此の觀測に刺戟されて、著者は V 字型断面の導管をサイフオンの様に曲げこの導管が、容器を長い間には空にするのに利用される様に固定した。水は導管の凹角を上昇し水柱の断面は高さが増すと共に小さくなる。水柱は導管の頂點を通り、下降して居る分枝を通つて此の下端で流れ出て居る。

スリット型の導管中の水の上昇は、砂塊中に於て、毛細管性水柱が飽和した空隙水表面以上に上昇し、これが砂の空隙を全部満たすに砂を濕潤化して行く過程と比較しうる。濕潤化される領域の厚さ  $h_2-h_1$  は飽和した空隙水面の毛細管性上昇と同様に相似な粒子形狀を有する物質に對しては有効粒徑と逆比例して増加し且、上昇高  $h_1$  と同じ大きさの程度であることが實驗から認められた。それ故に濕潤化の上限界は自由水面上  $h_2=2h_1$  (公式 60) の高さに在る。

最初に述べた導管のサイフォン作用の觀測に従へば、砂もこれが不透水性鞍狀層土に在る地下水位の異つた二つの地下水領域を結びつけ、その頂部が (鞍狀層の表面) 以上の状態の如き砂の毛細管性濕潤の上限界以下に在るときはサイフオンの様に作用することが期待される筈である。此の考へは W. W. McLaughlins<sup>159)</sup> の觀測結果に依つて實證された。彼の實驗では端に金網を張つた 326 米の長さの 25 糎  $\times$  25 糎の正方形断面の木管に土を満したしたものを用ひた。管は鉛直方向と  $15 \sim 45^\circ$  傾けた。此の木管の鈎形の下方に曲つた端を水を満した容器中に入れた。21 日後には水は容器から木管の下端に迄滲み込み尙 3~4 日後には金網を通して滴り落ちた。

土堰堤の水止めの芯が堰堤の頂部迄達して居ないときは、堰堤の頂部を形成して居る目の詰まつて居ない土塊のサイフォン作用は堰堤の谷側の麓

に在る法面の崩壊を惹起することがある。

第 19 節 粘土層の表面に於ける水の蒸發

水の飽和した土の層の表面から水が蒸發する速度の土質力學的意義は、此の速度が空隙水の蒸發に依つて惹起される粘土質沈澱物の剛體化の過程に大きな影響を及ぼすといふ點に在る。粉末化されて居ない且植物質を含まない粘土質土壤中に於ては、土の空隙が小さい爲にあらゆる事情下に於て水が表面迄上昇して來るから上層が乾燥の結果收縮限界に達し空氣が土の内部に入りこんで來る時迄は、土壤表面は飽和した空隙水の表面と一致して居る。クレイの含水量と蒸發速度の間に在る關係を確立する爲にクレイ捏粉で作つた蒸發の自由表面を持つた二三の角柱を同時に外に置き角柱の重量減少を觀測した。圖-24a 曲線  $A_1$  は、當初  $e_0 = 1.51$  の空隙率のクレイ I から室溫で乾燥して作つた角柱に於ける時間と含水量から計算した空隙率の間の關係を示して居る。曲線  $A_1'$  は當初の空隙率  $e_0 = 0.81$  の同じ材料の角柱に對應するものであり、曲線  $A_v$  は沈泥 V の角柱に對應するものである。曲線  $A_w$  は自由表面の蒸發水量及び時間の關係を示す。圖-24b に於ては水の蒸發速度即ち單位時間、單位面積當り蒸發する水量を單位とした供試體の毛細管水の蒸發速度が、空隙率  $\epsilon$  の函數として示されて居る。此の蒸發速度は**相對蒸發速度**と稱される。各曲線に塑性限界 ( $p$ )、收縮限界 ( $s$ ) 及び水量消失とそれに依つて起る體積變化との比較に依つて見出された點  $W$  を記入した。此の  $W$  點では空氣が角柱の内部に入りこみ始める。比較の爲に圖-24b には青色粘土 IV の蒸發速度を曲線  $C_{IV}$  として記入した。

圖-24 b の曲線から、土全體に就て相對蒸發速度は塑性限界迄は殆ど

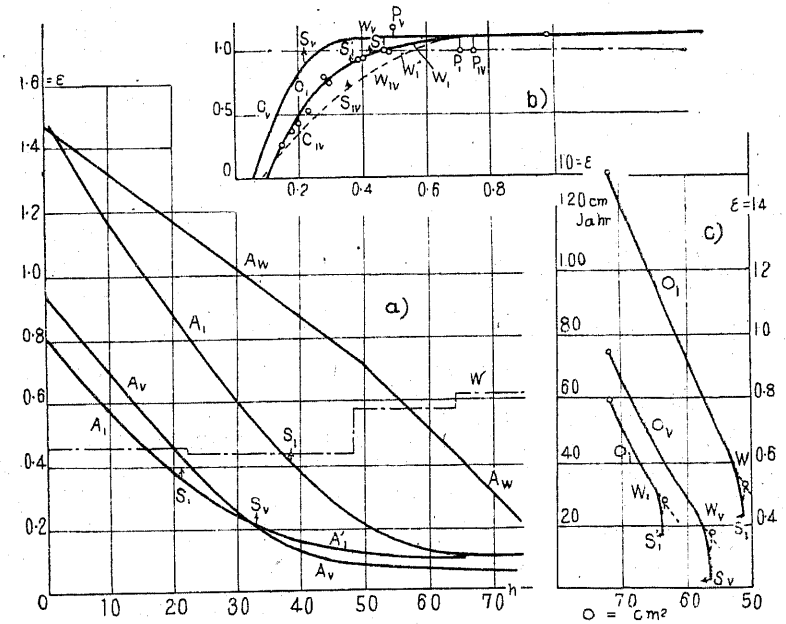


圖 - 24

一定であつて自由表面に於けるよりも約 10% 大きいことがわかる。<sup>161)</sup> 著者はこの現象を塑性限界に於て顯著に現はれる水の分子結合に歸して居る。即ちそれは流れの進行中に於て粘性の増加を齎らし、又既に述べた如く毛細管水の表面張力の増加となつて現はれる。收縮限界の附近即ち圖-24b の點  $W$  に於ては、蒸發表面の角柱の外側からその内部へと後退するにも拘らず相對蒸發曲線は何等の轉移點をも指示しないといふ事情は特に注目して置かねばならない。濕潤なる空氣中に於て角柱は收縮限界にて既に湿度計の水分に達して居る。

塑性限界以上では 1 年を時間の單位として換算した蒸發高は室溫が高いため約 50~70 糎になつた。自然状態に於ては蒸發速度は溫度、濕度、

風の狀態、土壤の傾斜、土の色等に大いに關係するから、局所的な狀況を充分知つたとしてもせいぜい年蒸發高を粗く見積りうるに過ぎない。氣溫及び空氣の濕度は空氣の不飽和度即ち空氣が與へられた狀況の下で保持しうる蒸發量とそれが事實上保有して居る蒸發量との間の差異を決定する。

表-30 は蒸發速度に對する不飽和度の影響を示して居る。可溶鹽は土に滲みこむとその蒸發速度を低下させる。特に重要な風の影響に關しては

表-30<sup>182)</sup>

相對濕度 (%) <sup>183)</sup>	氣 溫 (攝氏)	蒸 發 高 (糧/年)
84	10.7	8.8
84	12.0	14.6
84	17.0	18.3
74	17.6	34.0
79	17.7	22.6
89	17.0	13.9
91	17.2	9.1

表-31<sup>184)</sup>

土壤の種類	風の性質	風速に依る蒸發高					米/秒
		0	3	6	9	12	
石英砂	—	20	295	400	483	563	17~17.°C
	冷たい風(12°)	—	—	—	—	542	
	暖かい風(40°)	—	—	—	—	1780	
ローム粉	濕潤な風	—	—	412	—	—	
	乾燥せる風	—	—	788	—	—	

Hensele に依る 厚さ30糧の層のよく濡れた材料に就て行つた實驗がある(表-31)。

其上蒸發面が上層の乾燥の結果土の内部へと轉移するや否や蒸發速度は空氣を含む表層を形成して居る構造の形の函數となる。暑い乾燥した

地方に於ては表層中に收縮裂開を生ずる。濕潤な溫和な氣候では週期的な降雨に依つて濡らされて居る表層は植物の成長及び微生物の影響に依つて粉末構造となり、従つて水學的な觀點に於ては風化土壤とは根本的に異つて居る。多くの切取の傾斜面では降雨時には腐蝕されない土の上部から水が斜面上をチヨロチヨロと流れ出るから風化土壤は地下水を保持して居る不透水性層の現象を呈して居る。降雨の後風化土壤に於ける蒸發は腐蝕表層が既に根本的に排水され空氣が入りこんだ後に初めて起る。

## 第20節 動水學的應力現象の時間的經過に對する熱力學理論の應用

動水學的應力現象の概念は第IV章の頭初に述べた。動水學的應力現象の作用は長期間に亘つて水中に沈積した沈泥層が沈下する際に最も顯著に現はれる。

沈下の進行經過を數式的に取扱ふと試みたのは Forchheimer のみである。“沈泥が或る厚さ以上になると、滴下過程は個々の小片の沈降としてではなく沈泥層を透過する水の上昇として把握されるべきである。此の際水は常に同じ力—全沈泥塊の超過重量—に依つて上昇させられるのである”。併し乍ら著者が Forchheimer の公式の檢定の爲に行つた實驗では計算の結果と測定の結果の間に何等の一致も見られなかつた。此の原因は

Forchheimer が公式を誘導する際に沈下する物質の超過重量の全部の値を上昇力として扱つた點に在る。それ故に單に此の過程の最初の期間を噸に取扱つたにすぎない。此の最初の期間は懸濁質の濃度の増加の期間と看做しうる。併し乍ら懸濁質から水底に沈澱した沈泥が一つの連がり合つた塊を形成する、即ち沈澱した小片群が力學的な交互作用を行ふ迄に近づ

き合ふと直ちに、之れ迄沈澱經過を決定的に支配して居た處の重力と流體摩擦の二つの要素の他に第三の要素が加はる、：即ち小片から小片への壓力傳達である。此の壓力傳達の結果沈泥塊は自己應力の状態になり、フツクの法則には不完全にしか従はない物質と同様に、これ以上の壓密に對しては一つの抵抗を與へる。粒子の自重の影響に依る懸濁質の濃度の増加と既に沈澱した、従つて應力能力のある沈泥の自重に依る壓密との間の本質的な相違は此の事實に依るのである。重力、流體摩擦、壓縮抵抗の合成作用の例として先づ第一に比較的簡単な特殊例を取扱ふ。

#### a). 上昇壓力の壓密作用の時間的、空間的經過及び熱力學理論の應用

圖-26a の曲線  $C_p$  は實驗に依つて見出した空氣を含まない粘土質土壤の壓力-空隙率の關係を表はして居る (方程式 24)。曲線  $C_k$  は空隙率  $e$  と透水係數  $k$  との間の關係を示す。曲線  $C_p$  及び  $C_k$  に依つて表はした厚さ  $h$  の水中に在る土の層の表面は單位面積當り  $p_0$  の荷重を受けて居る。今此の層の基礎は不透水性であり、層の横方向の膨脹は丈夫な境界に依つて妨げられて居るものとする。單位壓力  $p_0$  を  $p$  だけ増加すると圖-26a に示す如く空隙率即ち土の含水量は  $e_0$  から  $e_1$  に透水係數は  $k_0$  から  $k_1$  に減少する。此の際増加壓力  $p_1$  の影響に依つて水は土から絞り出される。そして此の過程は土の含水量が壓力  $p_0 + p_1$  に對應する空隙率  $e_1$  に低下し終つたときに初めて終了したと看做しうるのである。扱て此の過程の時間的經過を問題にしよう。

増加壓力  $p_1$  は比較的小さいと假定すれば、曲線  $C_p$  の區間  $p_0 p_1$  は切線  $T_p$  に依り、又  $k_0$  から  $k_1$  に減少する透水係數はその平均値  $k$  に依つて置き換へることが出来る。壓力が  $p_0$  から  $p_0 + p$  へ上昇するときにはクレイの含水量は乾燥實質の單位體積當り、

$$e - e_0 = -\frac{e_0}{p_2} p = -ap \dots \dots \dots (63)$$

だけ變化する。  $p$  を無限小  $dp$  とすると

$$de = -adp \dots \dots \dots (63a)$$

となる。空隙率は同時に乾燥實質の單位體積當りの含水量  $q$  を與へるのであるから次式が成立する。

$$dq = -adp \dots \dots \dots (63b)$$

$a$  は壓密係數と稱すべきであらう。此の値は壓力  $p$  の函數であるから比較的小さな壓力變化に對してのみ一定と看做すことが出来る。

動水學的應力現象の經過の數學的取扱ひを簡單にする爲すべての場合に對して次の様な協定をしよう。即ち體積の單位は底面積 1 糎<sup>2</sup> 高さは、乾燥實質が 1 糎<sup>3</sup> になる様な角柱で與へる。此の高さは  $1+e$  になり、計算の際長さの單位として用ひる。角柱の長軸の方向を、壓力の方向即ち空隙水流の方法と常に一致する様にすれば此の方向の單位長の長さは變化するものとなり、その眞の長さは  $1+e$  である。土壤供試體が壓密に依つて、空隙率  $e=0$  の際に有する大きさに或る程度工作をしたのである。

長さが變化する單位長を用ひると、透水係數の概念も亦變つて來る。長さの單位を以上の様な規定に依つて用ひるときは透水係數は單位時間に壓力差 1 糎の際底面積 1 糎<sup>2</sup> 厚さ  $1+e$  糎の層を通して流れる流量を示すことになる。此の取扱ひ方は可笑しい様にみえるが熱理論に於て溫度變化の爲に起る長さの變化を考慮しないといふ慣習と本質的には同じことである。これは偏微分方程式を解くために必要な境界條件が簡單になり又透水係數の平均値を用ひることに依つて生ずる誤差を小さくするといふ利益がある。

0 から  $z$  迄の區間から絞り出される水は全部深さ  $h-z$  (圖-26b) に於け

る厚さ  $dz$  の薄層を透過する。此の流れが生ずる爲には勾配即ち薄層の上部及び下部の空隙水中を支配して居る静水學的過剩壓力  $h$  の間の差が必要である。 $z=h$  では過剩壓力は 0 である。  $h-z$  の深さでは、明かに土壤表面に作用する單位荷重  $p_0+p_1$  と深さ  $h-z$  に於て土粒子から土粒子へと下方に傳達される壓力  $p_0+p$  との差に等しい。即ち

$$w = p_1 - p \dots\dots\dots(64)$$

となる。

深さ  $h-z$  に於ける透水断面を通り上方へと流れる單位時間當りの流量を  $Q$  とすると、此の流れを起すに必要な勾配は Darcy の法則を用ひると

$$i = \frac{Q}{k} = -\frac{dw}{dz} \dots\dots\dots(65)$$

荷重  $p_0+p_1$  が一定のまゝであるときには水の排出が繼續して行く層の内部を支配して居る壓力  $p$  は次第に減少して行く。何故ならば若し壓力  $p$  が一定であるならば、含水量も一定の筈であり従つて空隙水流も起らないからである。深さ  $h-z$  に於て微小時間  $dt$  中に材料中を支配する壓力  $p_0+p$  の増加( $dp$ )は公式 (63) に依れば

$$\frac{dQ}{dz} = a \frac{dp}{dt} = -a \frac{dw}{dt} \dots\dots\dots(66)$$

こゝに  $\frac{dp}{dt}$  は深さ  $h-z$  に於ける壓力  $p_0+p$  の單位時間當りの増加を示す。 $Q$  の値は公式(65)に依つて與へられるから流出過程の微分方程式はそれ故に次の様になる。

$$\frac{k}{a} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{\partial w}{\partial t} \dots\dots\dots(67)$$

此の方程式は均質な媒質中に於ける一次元の不定常熱傳導理論の基本方

程式と同じである。此の事實から粘土質土壤中の應力消散と局部的に熱せられるか、又は冷却された物體の熱擴散との間の關聯性が認められる。熱の流れは勾配ある場合の水の流れと同じ様に取り扱ひうる。定常熱傳導は定常的地下水流に對應せしめうる。今  $z$  軸に平行な熱傳導を考へよう。

- $T$  : 物體の溫度
- $W$  : 單位時間に單位横断面を通して流れる熱量
- $r$  : 熱傳導係數

とすると溫度勾配は次式に依つて與へられる。

$$i = \frac{W}{r} = -\frac{dT}{dz} \dots\dots\dots(68)$$

溫度が物體の内部に於て、熱傳導の經過中に變化する場合には熱量は物質素片を出入する熱量とは最早等しくならない。此の過程は不定常熱傳導と稱される。

- $U$  : 單位容積當りの熱量
- $c$  : 比熱

とすると

$$dU = cdT \dots\dots\dots(69)$$

公式(68)及び(69)を公式(65)及び(63 b)と比較すると、動水學的應力理論の問題に不定常熱傳導の理論を應用するには次の様な置換を行へばよい。

- 熱量  $U$  = 含水量  $q$
- 比熱  $c$  = 壓密係數  $a$
- 溫度  $T$  = 空隙水中の動水學的過剩壓力  $w$
- 熱傳導係數  $r$  = 透水係數  $k$

更に以上の物理的量的の間には次の如き一致した現象がみられる。



熱力學

クレイの水理學

- (A) 比熱は熱量の増加と共に増加する。
- (A) 壓密係數は含水量の増加と共に増加する。
- (B) 物體は熱量の減少と共に収縮する。
- (B) クレイは含水量の減少と共に収縮する。

動水學的應力理論に於ける長さの單位は熱傳導理論に於ける絕對零度の物體の長さの單位に對應すべきものである。

頭初に提出した、壓力上昇に依つて惹起される水の飽和した粘土質土壤層の壓密増加の過程に關する問題は數學的な立場からは一つの無限に長い厚さ  $h$  (絕對溫度に於ける厚さ) の平板に於て其の下面は熱放散が起らない様にして溫度  $w=p_1$  の上表面を 0 度に下げるといふ熱傳導の問題に對應して居るものである。熱傳導係數を  $k$ 、比熱を  $a$  とする。問題を簡單にする爲に溫度 0 度の空間内に於て、上下二面から熱放散を行ふ  $2h$  の厚さの板の上半分と考へてもよい。それ故に境界條件の一つを省略しうる。それ故に載荷された土壤層に於ける流れの過程はその上下面が透水性である厚さ  $2h$  の土壤層内に於けるものと同一である。

公式(67)で  $\frac{k}{a} = c$  と置き靜水學的過剩壓力  $w$  に  $w=p_1-p$  を入れると

$$c \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{\partial p}{\partial t} \dots\dots\dots(70)$$

更に此の層の上端が縦軸の  $2h$  となり壓力  $p_0+p_1$  が横軸の 0 に合する様に坐標原點を移動すると、方程式(70)の境界條件は次の様になる。

$$t=0, \quad 2h > z > 0 \quad \text{に對し} \quad p=f(z)=-p_1 \dots\dots\dots(71)$$

$$z=0, \quad \text{及び } t \text{ の全部に對し} \quad p=0 \dots\dots\dots(72)$$

$$z=2h, \quad \text{及び } t \text{ の全部に對し} \quad p=0 \dots\dots\dots(73)$$

方程式 (70) は常數係數の線型齊次方程式である。特解を組合せたものが方程式の一般解になるから、最初に最も簡単な特解を見出し次で此の特解から複雑な境界條件を満足する式を求めることにする。吾々の目的を考へて次の特解を用ひる。

$$p=C_1 e^{c_1 t + c_2 z}$$

$C_1, c_1, c_2$  は常數である。これを (70) 式に入れると

$$c_1 = c c_2^2$$

のとき  $c_2$  の任意の値に對して方程式は成立する。

特に  $c_2 = \pm i c_3$  とおき上式に入れると、次式をうる。

$$p=C_2 e^{-c c_3^2 t} e^{i c_3 z} \dots\dots\dots(74)$$

$$\text{及び } p=C_3 e^{-c c_3^2 t} e^{-i c_3 z} \dots\dots\dots(75)$$

$$\text{扱て } e^{\pm i c_3 z} = \cos c_3 z \pm i \sin c_3 z$$

であるから  $C_2, C_3$  を適當にえらび (74) 式及び (75) 式を加減すると次の如き特解をうる。

$$p=e^{-c c_3^2 t} \cos c_3 z \dots\dots\dots(76)$$

$$\text{及び } p=e^{-c c_3^2 t} \sin c_3 z \dots\dots\dots(77)$$

方程式 77 は  $C_3$  の任意の値に對して境界條件(72)を満足する。又  $n$  を任意の數として  $c_3$  の値を  $\frac{n\pi}{2h}$  で置きかへると此の方程式は境界條件(73)式をも満足する。條件(71)式に對應する形を見出す爲に特解(77)式を用ひて、次式の級數を作る。

$$p=a_1 e^{-\frac{c n^2 t}{4h^2}} \sin \frac{\pi z}{2h} + a_2 e^{-\frac{4c n^2 t}{4h^2}} \sin \frac{2\pi z}{2h} + \dots + a_n e^{-\frac{n^2 c n^2 t}{4h^2}} \sin \frac{n\pi z}{2h} \dots\dots(78)$$

此の級數は境界條件(72)、(73)式を満足する。こゝで  $t=0$  とおくと

$$p = a_1 \sin \frac{\pi z}{2h} + a_2 \sin \frac{2\pi z}{2h} + \dots + a_n \sin \frac{n\pi z}{2h}$$

此の級数の係数  $a_1, a_2, \dots, a_n$  は級数の和  $p$  が  $z=p_1$  に等しくなる様に即ち境界条件(71)式を満足する様に決定しよう。フーリエの級数を用ひると係数  $a_1, a_2, \dots, a_n$  に對して、次の値をうる。

$$a_n = -\frac{p_1}{h} \int_0^{2h} \sin \frac{n\pi z}{2h} dz$$

従つて、級数(78)式は次の様になる

$$p = -\frac{p_1}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ e^{-\frac{n^2 c \pi^2 t}{4h^2}} \sin \frac{n\pi z}{2h} \int_0^{2h} \sin \frac{n\pi z}{2h} dz \right]$$

積分すると、

$$p = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4p}{n\pi} \left[ e^{-\frac{n^2 c \pi^2 t}{4h^2}} \sin \frac{n\pi z}{2h} (1 - \cos n\pi) \right]$$

坐標原点は壓力  $p_0 + p_1$  に一致する様にとつてあるから、土壌中の高さ  $z$  の點を與へられた時間に支配して居る壓力は次の様になる。

$$q = p_0 + p_1 + p = p_0 + p_1 \left\{ 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n\pi} \left[ e^{-\frac{n^2 c \pi^2 t}{4h^2}} \sin \frac{n\pi z}{2h} (1 - \cos n\pi) \right] \right\}$$

$n$  の偶數項は  $(1 - \cos 2n\pi) = 0$  であるから消える。従つて

$$q = p_0 + p_1 \left[ 1 - \frac{4}{\pi} \sin \frac{\pi z}{2h} e^{-\frac{c\pi^2 t}{4h^2}} - \frac{4}{3\pi} \sin \frac{3\pi z}{2h} e^{-\frac{9c\pi^2 t}{4h^2}} - \dots \right. \\ \left. \dots \frac{4}{(2n+1)\pi} \sin \frac{(2n+1)z}{2h} e^{-\frac{(2n+1)^2 c \pi^2 t}{4h^2}} \right] \dots \dots \dots (80)$$

$t$  の値が増加すると  $q$  の値も増加する。そして層の含水量は減少する。 $t_1$  時間経過したのちに、壓力  $p_0 + p_1$  を與へて居たピストンの位置を固定してしまふことに依つて、之れ以上の壓縮の増加を妨げると、此の過程は新しい形態を示す。層の含水量はこの時以來不變のまゝであり、一方壓縮

面に作用する供試體の反力は時間と共に小さくなり。一つの限界値  $p_{\infty}$  に達する。此の状態變化は層の内部に於て行はれ、これは、不規則に熱せられた熱放散を妨げた板の内部に起る斷熱的溫度變化に對應するものである。初期状態  $t=t_1$  に對する熱分配は方程式(79)で  $t=t_1$  とおいたときの値  $p$  に依つて決定される。板の表面の溫度は時間と共に0から  $w=p-p_{\infty}$  迄増加し、板の下面の溫度は減少する。微分方程式(70)の境界條件は次の様になる。

$$t=t_1 \text{ に對し, } p=f(z) \text{ 方程式(79)に依る} \dots \dots \dots (81)$$

$$z=0 \text{ 及び } t \text{ のすべての値に對し } \frac{\partial p}{\partial z} = \delta \dots \dots \dots (82)$$

$$z=2h, \text{ 及び } t \text{ のすべての値に對し } \frac{\partial p}{\partial z} = \delta \dots \dots \dots (83)$$

境界條件(82)及び(83)式は特解(76)式で  $c_n = \frac{n\pi}{2h}$  と置けば満たされる。

完全解は前に行つた様に級數に依つて求める。

**例題** 不透水性盤上の沈泥層が沈澱後  $p=4$  吨/糎<sup>2</sup> の持續荷重の影響に依つて、空隙率  $\epsilon=0.54$  に成る迄壓密されて居るとする。層の厚さは此の時に20米であり材料の性質は表-19. 沈泥 V の性質と一致して居る。今浮泥表面上の載荷重を4 吨/糎<sup>2</sup> から5 吨/糎<sup>2</sup> に増加する。

荷重は透水性であり従つて過剰な水は妨げられず上方へと流れ出ることが出来る。壓密過程の時間的経過を問題にする。浮泥の自重に依る壓力は4 吨/糎<sup>2</sup> に比して小さいから計算の際は省略する。浮泥の物理常數の他に壓力-空隙率圖、空隙率-透水係數圖が與へられて居るものとする。

壓力-空隙率圖から、荷重5 吨/糎<sup>2</sup> の際浮泥の空隙率は  $\epsilon=0.25$  になることがわかる。空隙率が  $\epsilon=0.54$  から  $\epsilon=0.52$  に低下すると透水係數は  $8.4 \times 10^{-7}$  か

ら  $2.6 \times 10^{-7}$  糎/分に減少し、従つて、 $\epsilon=0.45$  から  $0.52$  の空隙率に對して平均値として  $3.0 \times 10^{-7}$  糎/分 即ち  $0.158$  糎/年 を用ひればよい。長さの單位の眞の長さは荷重を増加する前には  $1+\epsilon_0=1.54$  であり、 $t=\infty$  の後即ち増加荷重の作用が終了した後は  $1+\epsilon_1=1.52$  糎 になる。従つて、平均長は  $\frac{1.52+1.54}{2}=1.53$  糎である。平均透水係數の値を換算した長さに直すと

$$k = \frac{0.158}{1.53} = 1.108 \text{ 糎/年}$$

浮泥層の換算した厚さは

$$h = \frac{2000}{1.53} = 1300 \text{ 糎}$$

壓密係數は公式 (68) に依つて、増加荷重  $p_1=1000$  瓦/糎<sup>2</sup> に作用される空隙率の  $0.54$  から  $0.52$  への低下から計算される。

$$a = \frac{0.52-0.54}{1000} = 0.00002 \text{ 瓦/糎}^2$$

従つて公式 (70) に於ける常數  $c$  の値は

$$c = \frac{0.108}{0.00002} = 5150 \text{ 瓦/糎}^2 \text{ 年}$$

以上の値  $h=1300$  糎、 $c=5150$  瓦/糎<sup>2</sup> 年を公式 (80) に入れると、變數  $t, z$  のみの式をうる。此の式から各任意の時間  $t$  に對して、浮泥中を支配して居る應力分布が決定される。圖-26d には、 $t=1, 10$  及び  $20$  年に對應する應力分布を實線で示した。

此の例題は、浮泥  $V$  の様な膠質物質では壓密は非常に緩慢に深部に滲入するのみであることを示して居る。膠質分が多く、その組成が黄色クレイ I (表-19) を思はせる浮泥に對しては  $t=1$  年の壓力深さの曲線は大約  $t=10$  年の壓力深さの曲線圖-26d と一致して居ることが見出された。

圖-26d は壓密經過の最初の期間に於て増加荷重は殆ど全部空隙水の流水壓力に依つて受持たれることを示して居る。それ故に、土壤層の壓密されない部分を

或る程度迄浮遊させる。

### b) 重要な動水學的應力現象に對する熱力學理論の應用

圖-25 は塑性のクレイを満した箱型締切堤を示す。板張りを水平方向

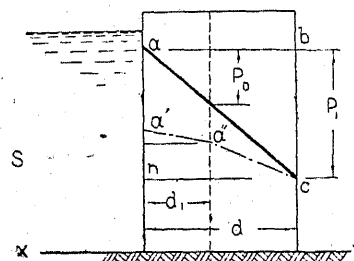


圖-25

に透水する際の壓力水頭損失はクレイ中を流れる際の損失に比較して非常に小さいからクレイ層の左側面は水と接觸して居り右側では空隙水が蒸發すると假定することが出来る。

締切堤を築造した後箱詰めの空隙中に流れが入りこんで來る過程の時間

的經過は二つの期間に區分される。第一の期間に於ては流れの速度は時間と共に又場所と共に變化し(不定常流)第二の期間に於ては定常流である。不定常流から定常流への轉移は實際上次の様な形で起る。: 箱は硬塑性のクレイで満されて居る。時間  $t=0$  即ち箱にクレイを詰めた直後に於てクレイの緊硬形態の平衡壓力が  $p_0$  であつたとすると、此の期間では場所に無關係な  $w_0 = -p_0$  の大きさの靜水學的負壓がクレイの空隙水中を支配し、且つ空隙水は靜止の状態に在る。箱にクレイを満し掘鑿箇所をポンプアップすると、クレイの受ける状態は次の様になる。: 堰止めて居る水と締切堤の間の接觸面に於ては毛細管壓力及びこれと共にクレイの空隙水中を支配して居る靜水學的負壓は  $0$  になる。水に接する部分は膨脹する。堰止められて居る水面と内側の溜り水の間の勾配は締切堤を横切つて流れる漏水の原因となるのである。中詰めの土が完全に均質なきには(大きな空隙がない)漏水量は締切堤の坑側に於ては、溫暖な乾燥した天氣のときの蒸發量には比較にならない程小さい。それ故に空隙水中を支配して居

る静水學的負壓は山側の面では増大する。蒸發するに至つた水は確かにクレイから吸出されるのであり従つて蒸發個所のクレイは壓密される。緊硬形態の變化(水側の膨脹及び山側の壓密)と結び付いて居る水の移動は、緊硬形態と共にクレイ中を支配して居る勾配状態も亦時間と共に變化するから定常的ではない。

併し乍らクレイの含水量が箱詰めの中の各點に於て、變化した静水學的壓力状態と等しくなると直ちに、勾配の状態の時間的變化は最早行はれず、勾配状態の安定化と共に流れの経過も亦定常的になる。此の期間に於てはクレイの空隙率は箱詰めの中の部分に於ても最早變化しないから締切り堤の表面から蒸發する全水量は堰止めた部分  $S$  からクレイを通して吸收され、流れの経過は熱傳導係數  $k$ 、厚さ  $d$  の圍壁を通る熱の定常流と比較しうる。此の様に考へた圍壁の初期の温度は  $w_0 = -p_0$ 、熱勾配は、圍壁の左側は常に 0、右側は常に  $w_1 = -p_1$  ( $p_1 > p_0$ ) とする。

此の比較を尙完全にするには、最初の期間に經驗した所の箱詰め含水量の變化を考慮しなければならぬ。此の變化を計算するにはクレイの壓密及び膨脹係數から出發しなければならない。

壓密係數  $a_1$  は  $a$  に依れば乾燥實質の單位容積で示したクレイの含水量がクレイ中を支配して居る壓力  $p$  の單位壓力増加に際して減少するときの水量を與へる。膨脹係數  $a_2$  はクレイの含水量が單位壓力だけの低下の際に増加する水量である。 $a_2$  の値は  $a_1$  の値と同様に壓力の大きさに關係し、 $a_1$  が壓力-空隙率圖から求められる様に膨脹曲線から導かれる。壓密係數  $a_1$  は  $a$  に依れば、温度低下の際の比熱に對應する量であるがこれと同様に、膨脹係數  $a_2$  は温度上昇の際の比熱に對應する。膨脹曲線は壓密曲線より本質的に平坦な形であるから膨脹係數  $a_2$  は同じ壓力の際の壓密係

數  $a_1$  よりも本質的に小さい。それ故に熱力學的理論を應用するとき、箱の内容は温度上昇の際の比熱は温度低下の際の比熱よりも本質的に小さい様な物質になる。此の状態は定常的な流れの経過を圖上に示すとき特によく現はれて來る。空隙曲線に對應する熱量曲線は透過される物體の温度が、その初期の温度  $w_0 = -p_0$  に等しくなつた場所<sup>168)</sup>で一つの屈折點を示す。同じことは温度勾配の状況にもあてはまる。何故ならば熱傳導係數に對應するクレイの透水係數は圖-22a に依れば空隙率、即含水量の函数として示されるからである。屈折點の左では最初の期間に於ては圍壁の初期の温度は上昇し、右では低下する。

クレイの透水係數が水側から山側へと減少する事實を無視し又次の計算例の様に定常的狀態を數值的に取扱ふときに、膨脹係數、壓密係數、及び透水係數に對してその平均値をとるとすれば圖-12 於て熱量の曲線は破線  $a' a'' c$  となり、温度勾配のそれは直線  $ac$  となる。

例題 表-19 のクレイ I を幅 160 糎の箱型締切堤の中に詰める。クレイの壓力-空隙率曲線は圖-14a ( $A_1$  及び  $A_1'$ ) に依り、空隙率透水係數曲線は圖-22 (曲線  $C_1'$ ) に依つて與へられる。

クレイの空隙率は箱に詰めた後は、この際膨脹を考慮に入れれば 0.82 になる。

換算した長さ單位の平均値  $1+e$  は  $1+0.82$  糎と置けばよい。それ故に締切堤の換算した厚さは  $d=160 \div 1.82=88$  糎になる。透水係數は  $e=0.82$  の際は  $1.4 \times 10^{-7}$  糎/分 即ち 0.0737 糎/年であるから換算した値は  $0.0737 \div 1.82=0.0404$  糎/年である。乾燥が繼續して、水が築堤の表面から  $v=18$  糎/年の速度で蒸發するときには次第に定常狀態が現はれて來る。水が堰止められた所からクレイを通して、勾配  $i$  で蒸發表面に流れるときには、定常狀態に到達した後の平均透水係數は

本質的に小さいといふ事情があるからこの  $i$  は

$$i > \frac{v}{k} \text{ 又は } i > \frac{18}{0.0494} = 445$$

定常状態の期間に蒸发表面に作用する毛細管壓力は次の如くなる。

$$p_1 = id \text{ 即ち } p_1 > 445 \times 88 = 39200 \text{ 瓦/糎}^2 = 39.2 \text{ 砵/糎}^2$$

此の壓力はクレイ I の收縮限界の換算壓力  $p_k = 100$  瓦/糎<sup>2</sup> よりも小さい。それ故に此の状態は確かに起りうる。之れに反して  $p_1 > p_k$  な値が計算から與へられるとすれば此の結果からは、箱詰めの表面に作用する毛細管壓力は與へられた状態の下に於て、計算値  $p_1$  になるのではなく  $p_k$  になるのであると結論することが出来る。何故ならば  $p_k$  は水の表面張力がクレイ層の表面に作用する壓力の最大値を示して居るからである。此の壓力は今後簡単に收縮壓力と稱する。毛細管壓力が定常状態へ至る途中に於て、表面で  $p_k$  に達するや否蒸发表面はクレイの内部に後退し、箱詰めの空気に接した面に一つの殻が出来る。此の殻は或る程度迄乾燥に対する遮断層として作用する。従つて蒸發速度は殻が生成された瞬間から低下し始め一方毛細管壓力は一定不變の値となる。今の場合では  $p_1 < p_k$  であるから殻形成は起らない。

空隙率  $\epsilon = 0.82$  の等値壓力はクレイ I では  $p_0 = 2$  砵/糎<sup>2</sup> になる。最初の期間中では此の係數及びクレイの平均透水係數は不變であるといふ假定を基礎として、水側から、膨脹及び乾燥の限界 (圖-25 點  $a''$ ) の距離は次の様に計算される。

$$d_1 = a \frac{p_0}{p_k} < 8.8 \times \frac{2}{39.2} = 4.48 \text{ 糎}$$

それ故に水と土は直接に接觸して居るにも拘らず築堤の  $4.448 + 88 = 5.1\%$  は膨脹し、94.8% は反對に壓密される。

以下述べる問題では時間と共に變化する流れの経過 (不定常流) を取扱ふ。

B). 不透水性層上に在る換算した厚さ  $h_1$  空隙率  $\epsilon_0$  の均質なクレイ層の表面に於て、 $t=0$  時間に蒸發が始つたとする。ゆるづめの状態から  $\epsilon_0$  に至る迄クレイが壓密される過程は常に同じ状態であり (一定遮速度で荷重を増加した際の壓密) 空隙率  $\epsilon_0$  の平衡壓力  $p_0$  は非常に大きいから、クレイの自重は之に較べて無視することが出来る。

扱て、蒸發に依つて生ずる壓密の時間的及び場所的な経過に就て論じよう。

此の問題は熱力學の問題で言へば、下端は遮断され、上端は一定の蒸發水量に對應する水量  $Q$  を單位時間、單位面積當りに與へる無限に廣い板を通る熱流の計算である。 $Q$  の値は冷却経過の各瞬間に對して與へられ又初期の溫度は板の各點に於て  $w_0 = -p_0$  である。板の下端に坐標原點をとると、微分方程式の境界條件は次の如くなる

$$\left. \begin{array}{l} t=0, 0 < z < h \text{ で } w_0 = -p_0 \\ z=0, t \text{ の全部に對し } \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \\ t < t_1 \text{ の全部に對し } -a \int_0^h \frac{\partial w}{\partial t} dz = Q \\ z=h, t < t_1 \text{ の全部に對し } Q = -k \frac{\partial w}{\partial z} \end{array} \right\} (8\pm)$$

此の式に於て熱傳導係數 (透水係數)  $a$  は公式 63b の平均壓密係數 (板の比熱に對應する)、 $t_1$  はクレイの含水量がクレイ表面に於て收縮限界に到達し、毛細管壓力は收縮壓力に等しくなる瞬間である。此の時間の物理的な意義は次の考察を爲せば明らかになる。

微分方程式 67 から、(84) 式の境界条件を用ひて、任意時間に層の表面を支配する温度即ち空隙水中の負壓  $w=f(t)$  が計算される。 $w=-(p_0+p_1)$  であるから静水學的負壓は浮泥表面に於ける毛細管壓力に等しい。扱て、毛細管壓力は時間  $t_1$  後に收縮壓力  $p_0$  に達すると其後はもう増加しない。此の値はこの儘一定となり、蒸發速度  $Q$  は ( $t=t_1$  迄は一定であつた) 毛細管壓力の一つの函数となる。それ故に新しい期間に於ては境界条件 (84) 式は次の附加条件で變更しなければならない

$$\left. \begin{array}{l} z=h_1, t>t_1 : \quad w=-p_0=\text{一定} \\ t=\infty, z : \quad w=-p_0=\text{一定} \end{array} \right\} \dots\dots\dots(84a)$$

此の条件を加へると式 84 に現はれた  $t>t_1$  に対する  $Q$  の大きさは一定のものではなく變化すると看做さねばならない。

熱力學の問題として考へると時間  $t=t_1$  に於て状態は次の様に變化する。板の表面の温度は時間  $t_1$  に依つて定まる定數となり、板が單位時間單位面積當り、他の空間に與へる熱量  $Q$  は最早任意に定めることは出來ず、表面の温度並びに時間  $t_1$  に板の内部を支配する温度分布に依つて一義的に決定される。

C). クレイ層の水平表面上を水が流れて居り、クレイの初期緊硬形態の平衡壓力は  $p_0$  である。

項 a) に於て、數學的に取扱つたクレイ層表面の荷重の  $p_0$  から  $p_0+p_2$  への上昇に依つて生ずるクレイの壓密の増加は熱力學の問題では無限長の板が一樣な初期温度の下で  $w_1=-p_1$  だけ冷却した場合になる。之と反對に毛細管壓力  $p_0$  の影響下に在るクレイ層の表面に水を流すといふことはかゝる板の表面が  $w_0=-p$  から  $w=0$  へ突發的に冷却された場合になる。水が表面を流れると膨脹過程が始まるから板の比熱は壓縮係數では

なく膨脹係數に對應することになる。

D) 圖-30a は浮泥の乾燥粒子が  $g$  の速度で單位面積當り、單位時間に沈降する浮泥層の断面である。自重の影響に依る浮泥層内の壓密過程の時間的経過を求めらる。

時間  $t$  後には浮泥層の表面は沈澱容器の不透水性を考へられた底から  $h$  の高さになる。此の  $h$  は前に假定した様に眞の長さではなく  $\epsilon=0$  に換算した浮泥層の厚さである。 $\gamma$  は、浮力を差引いた浮泥の乾燥實質の單位容積の重量であるから

$$h = \frac{g}{\gamma+1} t$$

浮泥層の底面上  $z$  の高さに於て、浮力だけ差引いた載荷重の全量は單位面積當り  $(h-z)\gamma$  となる。此の載荷重の一部  $p$  は浮泥の乾燥實質の傳達に依つて下方へと傳へられ、他の一部  $w=(h-z)\gamma-p$  は空隙水中に於ける静水學的過剩壓力即ち空隙水が  $h-z$  の深さから浮泥表面に至る區域に於ける浮泥粒子上に作用する流水壓力が受持つのである。熱力學の問題で言ふと此の過剩壓力は金屬板の表面 ( $z=h$ ) と、深さ  $h-z$  に於ける温度の差に對應する。扱て、浮泥層の換算した厚さが  $h=h_1$  に達したときに沈澱過程は終了したと假定しよう。此のときには層の厚さは不變となり、一方空隙水中を支配して居る過剩壓力は減少する。 $t=\infty$  のとき  $0 < z < h_1$  に對して、 $w=0$ 、及び  $p=\gamma(h-z)$  である。

壓力上昇に依つて起る乾燥實質の單位容積當りの含水量の變化は公式 (63b) に依れば  $ap$  で與へられ又浮泥層の  $h-z$  の深さに於ける壓力は  $t=\infty$  で  $p=\gamma(h-z)$  であるから圖-10a の三角形  $a_0b$  は縮尺を任意にとると時間  $t=0$  から  $t=\infty$  の間に或る高  $h_1$  迄堆積し次いで此の安定した浮泥層から絞り出された水量を示す。層の厚さ  $h$  に於て既に沈澱過程を中斷し

たのであるから、同じ時間中に、浮泥層から出た水量は三角形  $bcd$  の面積で表はされ、一方水量  $odcc'$  は浮泥層中に止まつて居る。含水量を熱量と考へると厚さ  $h$  の層で此の層中に継続的に止まつて居る水量  $odcc'$  は一つの餘剩熱量を示し、 $t=\infty$  で層のすべての部分で温度が同一であるならば次のことが言へる、即ち  $h$  の値が大きければ大きい程定常状態に達した後層中を支配する温度は低い。

温度スカラーの原点は任意にえらびうる。これを坐標原点  $o$  と一致させる。此の様に假定して、熱力學の問題として解くと次の様になる。圓筒形の側面及び底面が熱發散に對して遮斷されて居る柱が空間中に於て、 $g/(r+1)$  の速度で築造される。最下端の柱素片の初期温度は  $Ob=\gamma h_1$  である。新しく加つた柱素片の初期温度  $w$  は  $w=(h_1-h)$  で決定され柱の高さの増加と共に減少する。扱て、柱の上端の熱を發散する任意の面の温度は築造過程を中斷したる場合には最後に加つた柱素片の初期温度の高さとする、と假定する。又、他の言葉で言へば柱は空間内に於て、上方に成長しその温度  $w$  は上方へと  $w=\gamma(h_1-h)$  で減少する。柱素片の初期温度は下方から上方へと行くにつれて減少するから柱はその熱量を上端から空間へと放散する熱源を示して居る。

圖-30a に於ける曲線  $ce$  の横座標は柱の高さが  $h$  の高さに達した瞬間に柱の内部を支配して居る温度を示す。此の期間に築造を中止すると、柱の上端の温度は常に上端の柱素片の温度  $w_0'=\gamma(h_1-h)$  のまゝである。曲線  $ce$  は  $t=\infty$  時間後に垂直線  $cd$  に移る迄、次第に急傾斜になつて行く。最後の期間に於ては温度は柱の各點に於て  $w_0'=\gamma(h_1-h)$  になる。

以上の過程は二つの期間に區別される。第一の期間は築造當初 ( $t=0$ ) から柱が高さ  $h_1$  に達した時間  $t_1=\frac{h_1(\gamma+1)}{g}$  迄である。第二の期間に於

ては、柱の高さは不變であつて、柱の内部の温度差は消散する。即ち柱の内部に於ける温度は柱の上端の温度迄低下する。數學的に過程の最初の期間は ( $t=0$  から  $t=t_1$  迄) 偏微分方程式 (67) で示され次の境界條件がある。

$$\left. \begin{aligned} h &= \left( \frac{g}{\gamma+1} \right) t \\ z=h, t &= \frac{h(\gamma+1)}{g} \text{ に對して, } w = \gamma(h_1-h) \\ z=0 \text{ に對しては } & \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \end{aligned} \right\} \dots(86)$$

時間  $t=t_1$  に對し、即第一、第二の期間の境界に於ては柱中を支配して居る温度分布は偏微分方程式 67 を積分し  $w=f(z)$  へ上の條件を入れれば求められる。

$t > t_1$  の第二の期間では境界條件は次の様になる。

$$\left. \begin{aligned} t=t_1 \text{ に對して} & : w=f(z) \\ t=\infty, z \text{ の全部に對し} & : w=0 \\ z=h_1, t > t_1 \text{ の全部に對し} & : w=0 \\ z=0, t \text{ の全部に對し} & : \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(86)$$

E) 水中に沈澱し未だ水理學的平衡に達して居ない層を上昇させ、沈澱容器の水面上に浮び上らせると層のこの後の壓密は自重と蒸發の相互作用に依るのである。此の浮泥層の熱力學模型は下端が熱發散から遮斷された無限長の不均等に温められた板である。 $t=0$  (表面の浮上り) に對し温度分布は偏微分方程式 (67) に依り境界條件 (84) 式で決定される。板の表面の温度はこの時には  $w=0$  であり、板は自分の熱の爲に一定の熱量  $Q$  を單位時間に放散する。 $t=0$  以後の板表面の温度は熱損失が單位時間當り  $Q_2 < Q_1$  になる様に調節される。 $Q_2$  の値は浮泥層の表面に於て水が蒸發

する速度に對應して與へられる。此の過程は乾燥過程の最初の期間と同様である。此の期間中に於ては板の表面温度は常に減少する、即ち初期値  $w=0$  以下に低下して行く。

表面温度が時間  $t=t_1$  後に  $w=-p_k$  に達すると過程は第二の期間に移行する。表面温度は不変となり、板から單位時間に單位面積當り發散する熱量  $Q$  は第二の期間に對しては偏微分方程式 67 に依り、境界條件 84a から決定される。時間  $t=t_1$  に於て板中を支配する温度分布は圖-81a に於てハツテした面で示される。

## 第 21 節 粘着性土壤中に於ける應力

### 消散の近似計算

偏微分方程式を用ひて、應力消散の問題を取扱ふことは最も簡単な問題の解法に役立つだけである。境界條件が複雑になる場合又は透水係数の變化を考慮する必要のあるときには計算は非常に冗長になつて来る。この様な場合には計算の數學的嚴密性といふことは一應捨て、研究を應力消散の経過のみに制限することが大切である。簡単な問題を嚴密に取扱つた際にえられた經驗を基礎とすれば、各々の與へられたる載荷状態に於て如何なる状態でクレイ中を支配する壓力  $p$  が深さと共に變化するかは相當確實に豫言出来る様になる。それ故問題を解くといふことは與へられたる載荷状態に於て豫期すべき壓力分布を函數  $p=f(z)$  に依つて叙述するといふことになる。勿論この函數は少くとも時間に關係する大きさを有して居なければならぬ。壓力及び此の際の靜水學的過剩壓力との間の關係は公式 (64) ( $w=p_1-p$ ) に依り、時間  $t$  と單位時間に單位空間に起る含水量の變化と

の間の關係は  $a \partial p / \partial t$  に依り、又、この變化とクレイの空隙水中を支配する勾配状態との間の關係は Darcy の法則 ( $Q=kiF$ ) に依り決定される。従つて、 $p=f(z)$  の假定から出發して過程の時間的経過を計算することが出来る。計算の結果が此の問題をもつと嚴密に取扱つた結果と比較しうる様な場合には、これらは充分満足に一致することがわかる。何故ならば選んだ函數  $q=f(z)$  の性質は計算結果に對して比較的僅かな影響を有するにすぎないからである。その上動水學的應力現象を基礎工法へ利用する際には、動水學的消散過程の時間的経過に對する大體の説明をうるといふことのみが重要なのであり、多くの場合概略の計算で技術者の要求を満たすことが出来る。

#### a). 壓力上昇に依る壓密の時間的経過

この問題は既に第20節a) に於て微分方程式 (70) を用ひて解いた。特別の場合に就いての計算結果は圖-26 d) に再び掲げた。圖中に引いた壓力分布曲線は直線で置き變へ又浮泥中を支配して居る壓力分布を、三角形  $Oab$  で充分近似的に示すことが出来る。座標原點  $O$  は圖-26 c) に於てに於けるクレイ層の單位面積上に作用する壓力  $p_0$  の横座標が  $0$  となる様に選んだ。それ故に壓力分布線  $ab$  の横座標  $p$  はクレイの乾燥實質中を支配する垂直面壓  $p_0$  が、増加荷重  $p_1$  を持つて來た爲に受ける處の増加量を示すことになる。壓力三角形の水平邊長  $Oa=p_1$  は一定であり一方垂直邊  $Ob=z_1$  は時間と共に増加する。

直線的壓力分布の假定で最初に述べた函數  $p=f(z)$  は決定された。この函數は荷重の  $p_0$  から  $p_0+p_1$  への上昇に際して生ずる壓力分布を大約叙述するものであり、又近似計算の基礎として役立つ筈である。函數は次の様になる



$$p = p_1 \frac{z_1 - z}{z_1} = p_1 - p_1 \frac{z}{z_1} \dots\dots\dots(87)$$

$0 < z < z_1$  及び  $z_1 < h$  に對して成立し、 $z > z_1$  では  $p = p_0$  となる。壓力の單位壓力だけの増加は公式 63b の結果に依れば乾燥實質の單位容積當り、單

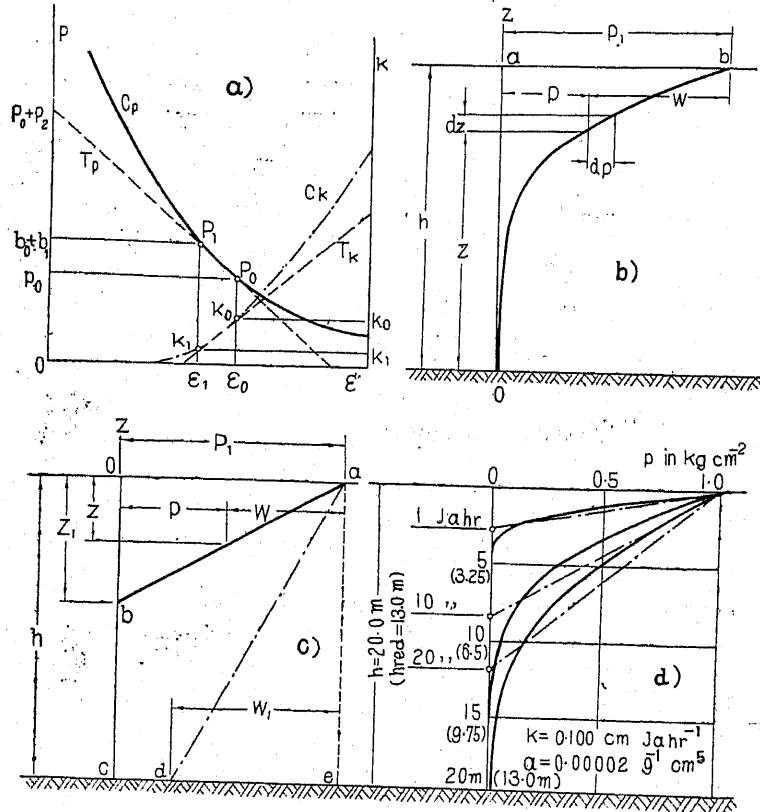


圖 - 26

位容積  $a$  の水を絞り出すのであるから、クレイの表面以下の所にある薄層を通して單位時間單位面積當り次の水量が透過する。

$$Q = a \int_z^{z_1} \frac{\partial p}{\partial t} dz \dots\dots\dots(88)$$

單位時間當りの壓力増加  $\partial p / \partial t$  は公式 (87) から計算される

$$\frac{\partial p}{\partial t} = p_1 \frac{z}{z_1^2} \frac{dz_1}{dt} \dots\dots\dots(89)$$

空隙水中を支配する過剰壓力  $w$  は  $z$  の深さに於ては公式 (64) に依り  $w = p_1 - p$  となる。従つて  $z = z_1$  に對しては  $p = 0$  即ち  $w_1 = p_1$ 、 $z = 0$  に對しては  $p = p_1$  即ち  $w_0 = 0$  である。壓力差  $w_0 - w_1 = p_1$  は全壓力損失を示し、その壓力差を絞り出される水はクレイの内部から表面への道程に於て引受けて居る。 $k$  を透水係數の平均値とすると Darcy の法則から

$$k(w_0 - w_1) = k p_1 = \int_0^{z_1} Q dz$$

$Q$  に對して公式 (88) を用ひ、又、 $\partial p / \partial t$  に對して、公式 (89) を用ひると

$$w_0 - w_1 = p_1 = \frac{a}{k} \int_0^{z_1} dz \int_z^{z_1} p_1 \frac{z}{z^2} \frac{dz_1}{dt} dz$$

3 回積分すると

$$z_1 = \sqrt{6t \frac{k}{a}} \dots\dots\dots(90)$$

この値を (89) 式に入れると

$$p = p_1 \left( 1 - \sqrt{\frac{az^2}{6kt}} \right) \dots\dots\dots(91)$$

例題  $p_0, p_1, h, a$ 、及び  $k$  に對して、嚴密に取扱つた例題 (第 20 節 a) と同じ値を入れると、 $t = 1, 10$ 、及び 20 年に就て圖-26 b に破線で示した壓力と深の關係をうる。此の直線は嚴密な取扱ひに依つてえた平らな曲線と殆んど一致して居る。 $z_1$  の値が  $h_1$  より大きくなると方程式 (91) は最早あてはまらない。そして圖-26 c の三角形の  $Oab$  代りに梯形  $Oacd$  が來る。この時間  $t_1$  は (90) 式から

$$t_1 = \frac{ah^2}{6h}$$

$t < t_1$  に對し一定であり且、 $p_1$  と等しかつた全勾配は  $t_1$  以後は減少する。そして、クレイ中を支配する壓力  $p$  に對して (91) 式を導いたと同じ様な考察から次式をうる事が出来る。

$$p_0 + p = p_0 + p_1 \left[ 1 - \frac{z}{h} e^{-\frac{3kt}{ah^2} - \frac{1}{2}} \right] \dots\dots\dots (92)$$

$t < t_1$  に對して適用、  $t = \infty$  に對しては  $p = p_1$

**b). 一定壓力の際、壓密の増加量からクレイの透水係数を計算すること**

クレイの透水係数を壓縮試験から間接的に決定する爲に公式(91)(92)を利用することが出来る。硬塑性のクレイ捏粉を平らな圓形の底のある厚い壁の金屬筒に數層の厚さの層にして詰める。クレイの層の表面は圖-13cに於けるクレイ層の表面と同じ様に濾紙と石英砂の層で蔽ふ。これを水中に入れ試験機で單位面積當り  $p_0$  の荷重をかける。壓力  $p_0$  の作用が終了した後に壓力を更に  $p_1$  だけ増加する。次いで壓力  $p_0 + p_1$  を一定に保つて置くと、此の壓力の作用に依つて生ずるクレイの層の壓密の時間的增加は各時間にクレイから單位時間單位面積當り絞り出される水量に等しく次式で與へられる(壓密量は變位計でよむ)。

$$Q = a \int_0^{z_1} \frac{\partial p}{\partial t} dz \dots\dots\dots (88)$$

こゝで、公式(90)及び(91)から

$$Q = \frac{1}{4} p_1 \sqrt{\frac{6ka}{t}} \dots\dots\dots (93)$$

又は  $k = \frac{8}{3} \frac{tQ^2}{ap_1^2}$

公式(93)のあてはまるのは  $t=0$  から  $t=t_1 = \frac{ah^2}{6k}$  迄である。

$t > t_1$  のときは、 $Q_1, k_1, t$  の間の關係は (88) 及 (92) 式から次式に依り決定される。

$$Q = \frac{3}{2} \frac{k}{h} p_1 e^{-\left(\frac{3kt}{ah^2} - \frac{1}{2}\right)} \dots\dots\dots (93a)$$

壓力  $p_0$  から  $p_0 + p_1$  迄の區間に於て一定と考へて居た壓密係數  $a$  の値は第 20 節  $a$  で行つた實驗に依つて、クレイの壓力空隙率曲線から導かれる。所與の時間  $s$  に對する水量  $Q$  を見出すには、時間を横軸にとり、時間  $t$  に起る壓密  $s$  を即ちクレイの層が附加荷重  $p_1$  を加へた瞬間以後に生じた壓密  $s$  を縦軸にとり曲線をかく。壓密速度は又絞り出される水がクレイの表面を通して透過する速度を示す。それ故に求める  $Q$  の値は  $t-s$  曲線の切線が横軸となす角度から決定される。實驗は試験機で行はねばならない。こうすれば壓縮される物體の壓密の時間的に増加するにも拘らず、ピストンに依つて加へる壓力を一定に保つことが出来る。

**c). 全壓密量を一定とした場合の應力消散の過程からクレイの透水係数を計算すること**

多くの試験機はピストンの位置が壓力が變化しても變らない様に造られて居る(螺旋試験機)。かゝる機械では壓縮量が變化するときに、壓力を一定に保つことは出来ない。螺旋試験機でクレイの透水係数を決定する爲には第 20 節  $a$  に於て、境界條件 (81), (83) 式で示した状態變化の時間的經過を觀測し、又、局部的に熱せられた物體內の斷熱的溫度變化と比較しなければならぬ。實驗を遂行する爲に前章で述べた様な金屬筒に詰て濾過層で蔽ふたクレイの層を水中に入れ  $p_1$  の荷重をかけ、次で壓縮量を一定のまゝに保つて置く。試験機のピストンに作用する反力は時間と共に減少し近似的に一つの限界値  $p_\infty$  に近づく。クレイの全含水量はこの經過中

に於ては不變であり、空隙水運動は單にクレイ層の内部に生ずるにすぎない。クレイ中を支配する壓力分布はこの場合直線と假定しよう。併し乍ら圖-27aの壓力三角形  $O a' b'$  の高さ  $O b' = z$  のみならず底の長さ  $O a' = p$  も亦時間と共に變化するものとする。時間  $t$  に於ける壓力分布は圖-27aの直線  $a' b'$  で與へられる。微小時間  $dt$  の後にクレイの表面を支配する壓力  $p$  は  $dp$  だけ低下し一方點  $b'$  は  $dz$  だけ下方に下る、それ故層の  $z'$  から  $z$

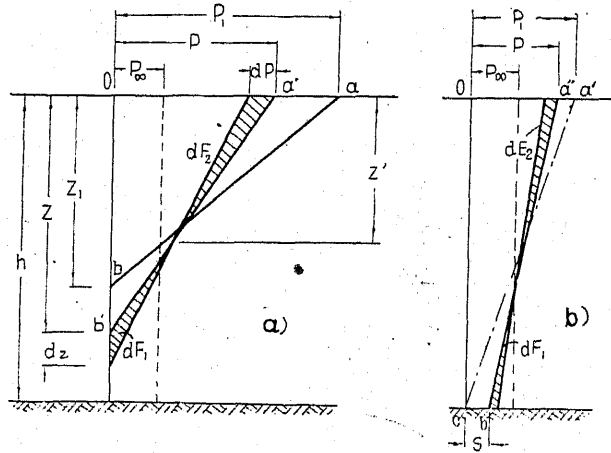


圖-27

迄のクレイ層の含水量は低下するが一方層の上部は膨脹する（含水量の増加）。併し乍ら此の應力消散の最初の期間は非常に僅かな時間繼續するだけであるから透水實驗では觀測されない。

$z$  の値が  $h$  に達すると壓力三角形  $O a' b'$  の代りに壓力梯形  $O a'' b'' c''$  が現はれて來る。クレイの表面に於て支配する壓力  $p$  の  $dp$  だけの減少に對しては、下端に於て作用する壓力  $s$  の増加  $ds$  が對應することになる。 $t = \infty$  では  $p = s = p_{\infty}$  になる。ハツテした部分  $dF_1$  及び  $dF_2$  はクレイ中を

支配する壓力の増加及び減少を與へる。

壓力が  $dp$  だけ増加すると、クレイの乾燥實質の單位容積當りの含水量は  $a_1 dp$  だけ減少する。 $dp$  の減少では  $a_2 dp$  だけ増加する。 $a_1, a_2$  はクレイの壓密及び膨脹係數である。膨脹曲線は本質的に壓密曲線より平坦な形であるから  $a_1 > a_2$  である。空隙水流はクレイ層の内部に於て  $a_1$  及び  $a_2$  が等しくないから、溫度上昇及び降下に對して比熱が異つた値を有する處の不規則に熱せられた板中の斷熱的溫度擴散と同じ様な状態を示す。クレイ層の全含水量は不變であるから  $dF^*$  の領域に於て絞り出された水は  $dF_2$  の領域で吸ひこんだ水量に等しくならねばならない。

$$a_2 dF_2 = a_1 dF_1 \dots\dots\dots(94)$$

三角形  $dF_1$  と  $dF_2$  は相似であるから

$$dp \sqrt{a_2} = -ds \sqrt{a_1}$$

$s = p_{\infty}$  に對し  $p = p_{\infty}$  の境界條件を入れて積分すると

$$s = p_{\infty} - (p - p_{\infty}) \sqrt{\frac{a_2}{a_1}} \dots\dots\dots(95)$$

三角形  $dF_2$  の高さは 96 から次の様になる

$$h \frac{\sqrt{a_1}}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_1}}$$

クレイ層が  $dF_2$  の領域に於て、單位時間單位面積當り吸ひこむ水量は次の様になる

$$Q = a_2 \frac{dF_2}{dt} = -a_2 \frac{1}{2} h \frac{\sqrt{a_1}}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} \frac{dp}{dt} \dots\dots\dots(96)$$

又、水が下から上へと流れる平均勾配は  $(p-s)/h$  である。

Darcy の法則に従ふと

$$Q = k \frac{p-s}{h}$$

このQの式に(96)式を入れ、又sを(95)式で與へると次式をうる

$$\frac{a_2}{2} \frac{h\sqrt{a_1}}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} \frac{dp}{dt} = \frac{k(p-p_\infty)(\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2})}{h\sqrt{a_1}}$$

これより、

$$k = \frac{dp}{dt} \frac{a_1 h^2}{2 \left(1 + \sqrt{\frac{a_1}{a_2}}\right)^2 (p-p_\infty)} \dots\dots\dots(97)$$

クレイが附加壓力  $p_1$  を加へる前に繼續荷重  $p_0$  の影響を受ける場合は座標原點は圖-27a及びbで  $p_0$  だけ左方に移動する。此の爲に公式(94)から(97)が適用されぬといふことはない。何故ならば  $p_0$  の値は之等の公式の適用領域の下限界の示す時間  $t_1$  及び係數  $a_1$  及び  $a_2$  の値に影響するのみだからである。後者は明かに壓力  $p_\infty$  ではなく壓力に  $p_0 + p_\infty$  従ふものである。

**例題** 表-19のクレイIの透水係數を決定する爲に、此のクレイを氣乾状態に於て粉末化し、粗い粒子( $d > 0.6$  糎)を篩で除いた後に、水を加へて加工し含水量82.8% (空隙率  $\epsilon = 0.967$ ) の硬塑性の搗粉とする。乾燥實質の比重は  $\gamma = 2.93$  になる。抽粉を直徑7.9糎の金屬筒の中に入れクレイの表面は既に述べた様な石英砂の濾層で蔽ふ。眞の層の厚さは實驗面當初は4糎とする。此の値は壓力の上昇と共に低下する。壓密には無關係な層の厚さの換算値  $h$  は(第20節a參照)次の様になる。

$$h = \frac{4.0}{1 + \epsilon_0} = \frac{4.0}{1.967} = 2.03 \text{ 糎}$$

クレイの壓力空隙率曲線(圖-14 a. 破線曲線)は既に與へた。壓密曲線は  $A_1$  膨脹曲線は  $A_1'$  の記號がつけてある。濾過層をのせた後に金屬筒を螺旋型試験機に掛け、壓力を階段的に、0から14.1、27.3、57.2、119.3、207.0 糎/糎<sup>2</sup>と高めて行く。此の様に荷重をかけたのちにクレイの壓縮量を48時間一定の儘にして放置しておく。此のとき試験機に記録される壓力は最初は急激に次いで次第に緩慢に低下して行く。此の壓力を時間  $t$  の函數として圖-28 aに示した。(曲線  $C_1 - C_4$ : 初期壓力 207.0 糎/糎<sup>2</sup>に對應する曲線  $C_0$  は圖面の外に全部出てしまふ)。

壓力-時間曲線  $C$  から、壓力低下の速度  $-dp/dt$  を變化する壓力  $p$  と、此の壓

力が壓縮量を一定に保つて置いたときに漸近的に近づく限界壓力  $p_\infty$  との差の函數として示す曲線  $(C)$  がえられる。壓密係數  $a_1'$  及び膨脹係數  $a_2'$  は消散過程の最初の期間に於ては二つの異つた壓力及び  $p$  (圖-27b)に對應するのであり過程が進行するにつれて初めて圖-14 aに示した  $p_\infty$  に對應する限界値  $a_1$  及び  $a_2$  に漸近的に近づくのであるから線は彎曲して居る。

實驗終了後にクレイを金屬筒から取出し層狀に切斷し、各層の空隙率を決定する。測定結果は圖-28 bに示した。クレイの空隙率は層の表面から下方に向つて減少して居る。此の状態は、クレイ層の上部が膨脹は  $a_2 < a_1$  のために豫め行はれた壓縮の一部分になるにすぎないといふ理論に従つて膨脹して居ることを證明して居る。それ故に、曲線の形(圖-28 b)から如何に状態變化が行はれたかを認める：層の上部は最初高壓を受けて膨脹し、一方下部は單に壓密を受けるにすぎない。

次に行ふ透水係數  $k_1$  の計算は觀測結果の計算例として役立つであらう。係數  $k_1$  は初期壓力  $p = 14.1$  糎/糎<sup>2</sup>、空隙率  $\epsilon_1$  及び限界壓力  $p_\infty$  に對應する。空隙率  $\epsilon_1$  は限界壓力  $p_\infty$  に對應する。その値は載荷する前のクレイ搗粉の空隙率  $\epsilon_0 = 0.967$  及びクレイの層が壓力0から14.1 糎/糎<sup>2</sup>へ上昇したときに受けた壓縮  $A_1 = 0.258$  糎に依つて決定される。即ち

$$\epsilon_1 = \epsilon_0 - \frac{A_1}{h} = 0.967 - \frac{0.258}{2.03} = 0.84$$

壓力  $p$  が斷熱的狀態變化  $C_1$  の經過中に漸近的に近づく限界壓力  $p_\infty$  の値は圖-28 aに於て曲線  $(C_1)$  と縱軸の交點の縱座標が與へられる。それは  $p_\infty = 1.72$  糎/糎<sup>2</sup> になる。壓力  $p_\infty = 1.72$  糎/糎<sup>2</sup> に對應する係數  $a_1$  及び  $a_2$  の値は圖-14 aの壓縮曲線  $A_1$  及び膨脹曲線  $A_1'$  の各切線から見出される。但し切點は  $p_\infty = 1.72$  糎/糎<sup>2</sup> の所にとる。此の値は次の様になる。

$$a_1 = 0.425 \times 10^{-4} \text{ 糎}^2/\text{瓦}$$

$$a_2 = 0.110 \times 10^{-4} \text{ 糎}^2/\text{瓦}$$

公式97に數値を入れるときには、此の公式中の長さは規定に従つて換算した長さであり従つて透水係數の計算値は眞の値ではなく換算した値であるといふこ



あるから、式(97b)に於て  $a_1/a_2$  及び  $p-p_{\infty}$  のみが變化する。 $a_1'$  は  $p$  が増加すると共に減少する。 $dp/dt$  の値に對してこの値を採用するとその影響は  $a_1'/a_2'$  の値への影響よりも大きい。従つて、 $dp/dt$  の値は  $p-p_{\infty}$  よりも急激に増加し、速度  $dp/dt$  の曲線 ( $C_1$ ) は直線ではなく、横座標の増加と共に平坦になつて行く一つの曲線である。

以上述べた計算法は數値を入れて行つたものであり、計算結果を利用して造つた全状態變化曲線  $C_1 \sim C_6$  は可成りよく圖-28a に引いた曲線の示す觀測結果から導かれた曲線 ( $C_1$ ) から ( $C_6$ ) 迄と一致する。扱て、公式(97)はクレイの空隙を通る水の流動が Darcy の法則に従ふといふ假定に於てのみ適用する。硬塑性の緊硬形態に對しては(數値計算例の状態變化  $C_1$  及び  $C_2$ ) この根本的假定が至當であることが直接に示された(第16節  $g$  及び  $k$ )。Darcy の法則は塑性緊硬状態から半固性緊硬形態に轉移するときに、その適用性を失つて行くことすれば、97a 式で計算されたものと  $dp/dt$  の眞の値の間の差はクレイの半固性緊硬形態に對しては塑性緊硬形態に對するよりも本質的に大きくなる筈である。扱て、上述の差の大きさの程度はクレイの緊硬形態とは無關係であることを示して居るからクレイの塑性から半固性への轉移に對して Darcy の法則の妥當性は失はれないと考へてよい。

**d). 乾燥に依る浮泥層の壓密**

水中に堆積するクレイ又は浮泥層の表面は、土地の隆起に依つて乾燥を受ける状態になると、その表面に於て表面水の蒸發が起り、その厚さと剛性は經驗に依れば、時間と共に増加して行く様な一つの表層を形成する。毛細管壓力の影響の下に形成されて居るその表層の厚さが、與へられた蒸發速度の下で如何なる法則に依つて増加するかを調べようと思ふ。問題を解くに當つて表層形成の當初、即ち  $t=0$  に於て、クレイ層のすべての部分

に於てその緊硬形態が同じであるといふ根本的な假定をする。收縮壓力  $p_u$  の値は既に知られて居るものとする。

表層形成は熱力學の問題で言へば第20節 b 問題 13 に依れば無限に長い一様に熱せられた平板の表面から板の内部へと進行する冷却經過の問題である。此の經過は微分方程式(67)で示される、境界條件は公式(84)で與へられる。併し乍ら壓密が行はれる際の壓力差は大きいから公式(67)に於て、 $k$  も  $a$  も一定と看做す事は出来ない。それ故にこの方程式を解く事は極めて困難であるから近似的に取扱ふ必要がある。種々の係數の變化を考慮出来る様な近似計算を行はう。クレイの緊硬形態の平衡壓力を  $t=0$  のとき  $p_0$  とし、 $p+p_0$  を與へられた時間に於けるクレイの與へられた點に於ける壓力とすると、この點に對して透水係數は次式に依つて近似的に與へられる。

$$k(p+p_0+p_c) = c_1 \dots\dots\dots(53a)$$

壓力  $p$  と空隙率  $\epsilon$  の間の關係は次式で與へられる

$$\epsilon = -a \ln(p+p_0+p_c) - \beta(p+p_0+p_c) + c \dots\dots\dots(24)$$

係數  $\beta$  は非常に小さいから、この式を簡略化して次式にする

$$\epsilon = -a \ln(p+p_0+p_c) + c \dots\dots\dots(99)$$

公式(63a)に依れば  $d\epsilon = -adp$  であるから ( $a$  は壓密係數)

$$a = \frac{d\epsilon}{dp} = \frac{a}{p+p_0+p_c} \dots\dots\dots(99a)$$

となる。併し乍ら、壓密速度は一定ではない。圖-24 b の曲線  $C$  はクレイの含水量が塑性限界以上になると直ちに減少することを示して居る。圖に於て毛細管壓力  $p+p_0$  を横軸にとりこれに對應する蒸發速度を縦軸にとると大體破線曲線で置換へることが出来る。 $p < p_u$  の壓力に對しては  $v = \text{一定} = v_u$ 、 $p > p_u$  の壓力に對しては大體

$$v = v_u - c_2(p - p_u) \dots \dots \dots (100)$$

こゝに、 $c_2$  は物質に關係する定數である。

壓密經過の最初の期間は（表面が乾燥はじめてからクレイの含水量が表面に於て收縮限界を起す點迄）僅かの時間しか繼續しないから殆ど意味がない。それ故、この期間を取扱ふ際には大略の概算で充分である。時間  $t$  迄クレイ中を支配する壓力分布は圖-29 a の拋物線  $Ob$  で示される。この拋物線は切線を縱軸とし、座標原點はその頂點に置く。横軸の原點は初期の緊硬形態に對する平衡壓力  $p_0$  とする。

$p_1$  : 時間  $t$  迄に層の表面に於ける蒸發に依つて惹起されたクレイ中の壓力増加

$z_1$  : 拋物線の頂點とクレイ表面間の垂直距離

とすると、拋物線の方程式は

$$p = p_1 \left( \frac{z}{z_1} \right)^2 \dots \dots \dots (101)$$

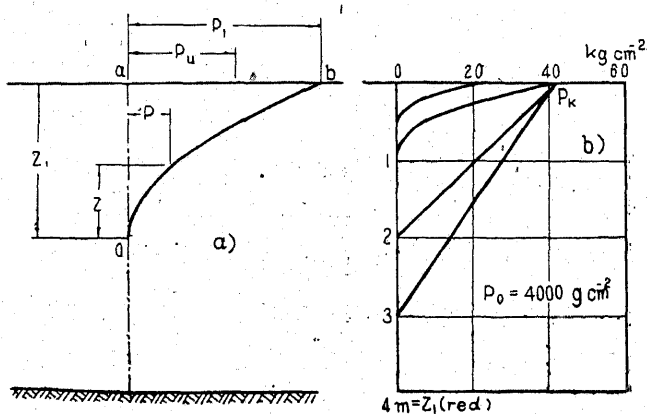


圖-29

$p_1$  並びに  $z_1$  は時間と共に變化する。クレイ層の表面に於ては壓力  $p_0 + p_1$  が作用し拋物線の頂點から  $z$  の高さでは壓力  $p_0 + p$  が働く。クレイ層の表面から蒸發する水はクレイの内部から出て來るものであり、それが蒸發する前にクレイの表面を透過するものである。従つてクレイの表面近くの空隙水中には蒸發速度と等しい流速を生ずるだけの十分の大きさの勾配がなければならぬ。この勾配は公式(64) (クレイ及び空隙水中を支配する壓力間關係  $w = p - p_1$ ) 及び Darcy の法則で決定される。即ち

$$v = k \frac{\partial p}{\partial z} = 2 \frac{k p_1}{z_1} \dots \dots \dots (102)$$

これから  $z_1 = \frac{2k p_1}{v} \dots \dots \dots (102a)$

この  $z_1$  の値を(101)式に入れると

$$p = \frac{v^2}{4k^2 p_1} z^2 = c_1 z^2 \dots \dots \dots (101a)$$

$$C_1 = \frac{v^2}{4k^2 p_1} \dots \dots \dots (101b)$$

$C_1$  は蒸發速度及び透水係數に關係する定數を示す。

クレイの含水量が蒸發過程の頭初以來壓力が  $p_0$  から  $p_0 + p$  へ増加したために  $z$  の高さに於て乾燥實質の單位容積當り減少した水量は公式(99)から次式に依つて計算される。

$$q = a \ln \frac{p + p_0 + p_c}{p_0 + p_c}$$

それ故蒸發過程の頭初以來單位面積當りクレイから絞り出される含水量

は 
$$Q = a \int_0^{z_1} \ln \frac{p + p_0 + p_c}{p_0 + p_c} dz$$

この方程式に(101a)式の  $p$  の値を入れると

$$Q = d \int_0^{z_1} \ln(C_1 z^2 + p_0 + p_c) dz - a \ln(p_0 + p_c) \int_0^{z_1} dz$$

積分すると

$$Q = az_1 \left[ \ln \frac{C_1 z_1^2 + p_0 + p_c}{p_0 + p_c} + \frac{2}{z_1 \sqrt{\frac{C_1}{p_0 + p_c}}} \operatorname{arctg} z_1 \sqrt{\frac{C_1}{p_0 + p_c}} - 2 \right] \quad (103)$$

係数  $C_1$  の値は公式 (101 b) 依れば  $C_1 = v_u/4k_2 p_1$  になる。こゝで  $v$  は壓力  $p_0 + p_1$  の際水分の蒸發する速度であり、 $k$  は毛細管壓力に關係するクレイの最上層の透水係数である。 $v$  及び  $k$  の値は公式 (100) 及び (53 a) で決定する。この値を (101 b) 式に入れると

$$C_1 = \frac{[v_u - c_2(p_1 - p_u)]^2 (p_1 + p_0 + p_c)^2}{4 c_1^2 p_1}$$

表層形成の頭初以來水分が蒸發する速度は

$$v_m = \frac{p_u v_u + \frac{1}{2}(p_1 - p_u)[2v_u - c_2(p_1 - p_u)]}{p_1}$$

絞り出される水量  $Q$  の蒸發に對して必要な時間は、それ故大體

$$t = \frac{Q}{v_m} \dots \dots \dots (104)$$

になる。 $t$  は同時にクレイの表面で壓力が  $p_0$  から  $p_0 + p_1$  に上る迄に經過する時間を與へる。扱て毛細管壓力  $p_0 + p_1$  が收縮壓力の値  $p_k$  に達するや否や表層形成の經過は新しい期間に入る。即ちこのとき乾燥するクレイ層の表面を支配する壓力は一定になるのである。蒸發する水量は毛細管壓力に依つてクレイから絞り出される水量よりも大きくなることは出來ないから、蒸發速度は時間と共に減少しなければならない。このことは互に連なつて居る空隙水の表面(蒸發表面)は限界値  $p_0 + p_1 = p_k$  を超過する爲にクレイ層の表面からその内部へと後退するといふことに依つて起る。蒸發

表面の上部で形成される乾燥クレイ層は空隙水の蒸發速度を低下させる。此の遮斷作用の強さは乾燥表層の厚さと共に増加する。従つて蒸發速度は此の遮斷層の厚さの増加と共に低下する。

第二の期間に於て乾燥せる浮泥層が受ける状態變化はこの節の項 a) にて取扱つた状態變化(一定壓力に依るクレイ層の壓密)と同一である。唯、この場合では状態變化の起る壓力の領域が非常に廣いから公式 (99) a 及 (53 a) で表はされる係数  $a$  及び  $k$  が變化することを考へて置かねばならない。この際、項 a) の考へ方に従つて圖-26 a に示した直線的應力分布の假定から出發することが大切である。問題は先づ最初にクレイの層の表面に働く毛細管壓力が既に  $t=0$  時間で  $p_0$  から既に  $p_k$  に達して居り其後一定であるものとして取扱はれる。座標原點を浮泥表面に置き縦軸の表面下の部分は (-) とする。

$$p_1 = p_k - p_0 \quad \text{收縮壓力と平衡壓力 } p_0 \text{ の間の差}$$

$$p : \quad \text{深さ } z \text{ に於ける壓力と平衡壓力 } p_0 \text{ との間の差}$$

とすると圖-26 c に依れば  $p_1, p$  及び  $z$  の間に次の關係がある。

$$p = p_1 - p_1 \frac{z}{z_1} \dots \dots \dots (105)$$

$z_1$  は單位時間に  $dz_1/dt$  だけ増加するとすると深さ  $z$  に於て支配して居る壓力が單位時間當り増加する量は次の如くなる。

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{p_1 z}{z_1^2} \frac{dz_1}{dt}$$

クレイの壓密係数  $a$  は公式 (99 a) に依り次の如くなる。

$$a = \frac{a}{p + p_0 + p_c} = \frac{az_1}{z_1(p_1 + p_0 + p_c) - p_1 z}$$

$z$  の深さに在る水平斷面を水が透水する速度はそれ故次の様になる。



$$v = \int_z^{z_1} a \frac{\partial p}{\partial t} dz = \frac{\alpha p_1 dz_1}{z_1^2 dt} \int_z^{z_1} \frac{z}{p + p_0 + p_c} dz$$

$$= \frac{\alpha p_1 dz_1}{z_1 dt} \int_z^{z_1} \frac{z}{z_1(p_1 + p_0 + p_c) - pz} dz$$

$p_1 + p_0 + p_c = p_i$  と置き積分すると

$$v = \frac{\alpha}{z_1} \left[ \frac{p_i}{p_1} z_1 \ln \frac{z_1 p_i - z p_1}{z_1 (p_i - p_1)} - z_1 + z \right] \frac{dz_1}{dt} \dots\dots\dots(106)$$

空隙水中を支配する負圧は  $z$  の深さでは  $w = -(p + p_0)$  になる。 $z = 0$  に對しては  $w = w_1 = -(p_1 + p_0)$ 。 $z = z_1$  に對しては  $w = w_0 = p_0$  である。壓力差  $w_0 - w_1 = p_1$  は透過する空隙水がクレイ層の内部から表層へ至る途中に於て蒙る全壓力水頭損失を示す。従つて Darcy の法則に依つて

$$w_0 - w_1 = p_1 = \int_0^{z_1} \frac{v}{k} dz \dots\dots\dots(107)$$

こゝに  $k$  は透水係數である。これは公式 (53 a) に依つて次の如くなる

$$k = \frac{c_1}{p + p_0 + p_c}$$

これより、公式 (105) 及び  $p_1 + p_0 + p_c = p_i$  に依り

$$k = \frac{c_1 z_1}{p_i z_1 - p_1 z}$$

この  $k$  の値及び公式 (106) の値を (107) 式に代入すると

$$p_1 = \frac{\alpha}{c_1 z_1^2} \frac{\partial z_1}{\partial t} \int_0^{z_1} \left[ \frac{p_i}{p_1} z_1 \ln \frac{z_1 p_i - z p_1}{z_1 (p_i - p_1)} - z_1 + z \right] (p_i z_1 - p_1 z) dz$$

これを積分すると

$$dt = z_1 \frac{\alpha}{z c_1} \left[ \left( \frac{p_i}{p_1} \ln \frac{p_i}{p_i - p_1} - 1 \right) \left( \frac{p_i}{p_1} \right)^2 - \frac{3p_i - 2p_1}{6p_1} \right] dz_1$$

これをもう一度積分すると

$$t = z_1^2 \frac{\alpha}{4c_1} \left[ \left( \frac{p_i}{p_1} \ln \frac{p_i}{p_i - p_1} - 1 \right) \left( \frac{p_i}{p_1} \right)^2 - \frac{3p_i - 2p_1}{6p_1} \right] = A z_1^2 \dots\dots\dots(108)$$

こゝに  $A$  は時間とは無關係な一係數である。 $t = 0$  に對して  $z_1 = 0$  となる。

これ迄は最初取扱つた表層形成の第一の期間に對しては何等の考慮を拂はなかつた。この期間を公式 (108) に依つて示される経過と關係付ける爲に公式 (108) 及び (106) に立戻らう。表層形成に關する第一及び第二の期間の境界に於て、水が壓力  $p_k$  の影響の下にクレイから流れる速度  $v_2$  は通常收縮限界即ち收縮壓力  $p_k$  に對應する蒸發速度  $v_1$  に等しい筈である。それ故境界條件は  $v_1 = v_2$  である。流出速度  $v_1$  は公式 (106) に  $z = 0$  及び  $p_i = p_k + p_c$  を入れて計算しうる。即ち

$$v_2 = \alpha \left[ \frac{p_i}{p_1} \ln \frac{p_i}{p_i - p_1} - 1 \right] \frac{\partial z_1}{\partial t} = B \frac{\partial z_1}{\partial t} \dots\dots\dots(190)$$

(108) 式を微分すると

$$\frac{dz}{dt} = \frac{1}{2Az_1} \text{ 故に } v_2 = B \frac{\partial z_1}{\partial t} = \frac{B}{2Az_1} \text{ 又は } z_1 = \frac{B}{zAv_2}$$

蒸發速度の正常値は公式 (100) に依り收縮限界に於ては  $(p_0 + p_i = p_k)$

$$v_1 = v_u - c_2 (p_i - p_u) \quad \text{となる}$$

$v_1 = v_2$  であるから

$$z_1 = \frac{B}{zAv_1} = \frac{2c}{\left[ \left( \frac{p_i}{p_1} \right)^2 - \frac{3p_i - 2p_1}{6p_1} \left( \frac{p_i}{p_1} \ln \frac{p_i}{p_i - p_1} - 1 \right) \right] [v_u - c_2(p_i - p_u)]} = z \dots\dots\dots(110)$$

この式に依つて公式 (104) と (108) の適用範圍の限界が決定する。 $z_0$  は第一及び第二の期間の間の境界に於て、壓密が進行して居る深さを與へる。表層の厚さと第一の期間の終り以來経過せる時間との間の關係は次式で與へられる。

$$t = Az_1^2 - Az_0^2 \dots\dots\dots(111)$$

A 及び  $z_0$  の値は既知である。

**例題** 第20節 a)及び此の節の a)の計算例で取扱つた浮泥層が表面を曝露した結果次第に乾燥して行くとしよう。表層形成の最初の期間は乾期に當り、又塑性緊硬形態に對應する蒸發速度は此の季節に於て  $v_u = 18$  厘/年であるとする。此の進行過程の時間的経過を問題にしよう。壓力及び空隙率の間の關係並びに空隙率—透水係數間の關係は圖から求められる。空隙率—蒸發速度の間の關係も同じである。浮泥は既に述べた様に表-19の材料 V の性質に似て居る。收縮壓力の値  $p_k$  は 46.0 厘/厘<sup>3</sup> である。

蒸發過程の始まる前に浮泥の緊硬形態に對應する空隙率は浮泥層のすべての部分に於て  $\epsilon = 0.54$  であり、又それに應ずる毛細管壓力は 4.0 厘/厘<sup>3</sup> (p145 参照) であるとする。

方程式 (99) を壓力空隙率曲線に壓力  $p_0 + p_1 = 4 \sim 46$  厘/厘<sup>3</sup> の間であてはめると次の結果が出る。

$$\epsilon = -a \ln(p + p_0 + p_i) + c = -0.0965 \ln(p + 4000 + 20) + c$$

$$\text{これから } a = 0.0965, p_0 = 20 \text{ 瓦/厘}^3$$

壓力及び透水係數の間の關係を見出すために浮泥の空隙率を横軸にとり、縦軸に透水係數とそのときの値  $p_i = p + p_0 + p_c$  との積をとつた (第16節 i) 及び圖-22 a) の曲線 K) 曲線を作る。この曲線の塑性緊硬形態の空隙率の範圍に在る區間は十分近似的に次の直線で置きかへることが出来る。

$$k(p + 4000 + 20) = 690 \quad (k \text{ 厘/年, } p \text{ 瓦/厘}^3)$$

收縮壓力  $p_k = 46$  厘/厘<sup>3</sup> は空隙率  $\epsilon = 0.39$  に對應する。それ故に空隙率の平均値は  $4 \sim 46$  厘/厘<sup>3</sup> の壓力區間に對して  $\epsilon_m = \frac{0.54 + 0.39}{2} = 0.465$  になる。長さの單位の平均長は  $1 + 0.465 = 1.465$  厘であり透水係數の換算値は

$$k = \frac{690}{1.465} \times \frac{1}{p + 4000 + 20} = \frac{470}{p + 4020}$$

$p_k$  の値は壓力と蒸發速度の間の關係を示す曲線から見積ると 5500 瓦/厘<sup>3</sup> になり、蒸發速度は  $p > 5500$  瓦/厘<sup>3</sup> の値に對しては

$$v = 18.0 - 0.000247(p_1 - 5500)$$

之等の資料で公式の數値計算に對する基礎が與へられた。方程式 (104) 及び (102a) (第一期間、拋物線壓力分布) は  $p_1 = 21$  及び 42 厘/厘<sup>3</sup> に對して、 $t = 0.27$  及び 0.65 年、並びに  $z_1 = 56$  及び 98 厘を與へる。

$p_1 = 42$  厘/厘<sup>3</sup> 及び  $p_1 + p_0 = 36$  厘/厘<sup>3</sup>  $= p_k$  であるから表層形成の最初の期間の限界に到達し、此處に至る迄に必要な時間 0.78 年は第一の期間の繼續時間を示す。蒸發速度は  $p_1 = 42$  厘/厘<sup>3</sup> のとき次の様になる。

$$v_1 = 18.0 - 0.000247(42000 - 5500) = 9 \text{ 厘/年}$$

此の  $v_1$  の値の外に公式 (110) は (第二の期間、直線的壓力分布) 乾燥過程の第一及び第二の期間の限界に對應する表層の厚さ  $z_0 = 98$  厘を與へる。過程が尙進行すると公式 111 があてはまり次の方程式に依つて決定される。

$$t = 0.0000910(z_1^2 - 97^2)$$

97 から 197 及び 297 厘への表層の厚さの増加には 2.68 年及び 7.18 年必要である。

計算結果は圖-29b に圖示した。此の際、計算は表層の眞の厚さではなく換算した厚さを與へることを思ひ出さう。併し乍ら眞の表層の厚さは任意の時刻に對して壓力空隙率曲線を用ひて表層の換算した厚さ及び表層中の壓力から容易に見出される。

自然界に於ては表層形成は氣象條件が變化するから決して連続的には起らない。浮泥表面へ太陽が直射するときには蒸發速度は計算例に示したもののよりも本質的に大きい。浮泥の表面に於ては乾燥が始つてから僅か 2, 3 週間で毛細管壓力の最大値に達する。且この時間迄に形成される表層の厚さはこの厚さが公式 (102a) に依れば與へられた收縮壓力  $p_k$  に於て蒸發速度とは逆比例するから僅少である。表層は收縮應力の爲に裂ける。即ち既に知られた様に收縮裂開を形成する。乾燥期に續いて雨期に入ると、表層は表面からのみではなく、水を満たされた割目からも水が滲入り不規則な

膨脹の爲に粉碎する。こゝで新しく又乾燥すると先づ最初に割れた表層の隙間に含まれた水が蒸發する。毛細管壓力の位置はこのときは浮泥の表面ではなく破壊した表層の下部に在る。この表面は乾燥に對して土壤のこわれずに残つた部分を防禦し、又蒸發速度は今後は水が同じ氣象條件の下で最初の收縮裂開が起る以前に蒸發する速度の數分の一にすぎない。表層形成はそれ故に實際に於ては非常に緩慢に進行する過程なのである。理論的にその経過を批判すれば次の様な考へ方になる。

絶對蒸發速度が同一であり、又收縮壓力が同一値  $p_k$  であるときには表層は毛細管壓力が値  $p_k$  に達した瞬間に有する厚さ  $z_0$  は乾燥せる物質の透水係數に正比例する。透水性が大きくなればなる程表層は厚くなる。

所與の材料で又色々の絶對蒸發速度に於て、乾燥が上に述べた期間に於て ( $p_0 + p_i = p_k$ ) 下方へと侵入する深さ  $z_g$  は蒸發が速かに起るにつれて僅少になる。

乾燥過程の第二の期間に於ては表層の厚さの増加は溫度の状態には殆ど無關係である。そして高壓を受けて居る表層の透水性は僅かの壓密性しかない表層よりは小さいから、この厚さは  $p_k$  の大きさに逆比例する。

上に導いた公式を用ひて、收縮實驗のときの通常の大きさのクレイ供試體の乾燥過程を研究すると、正常の室溫に於ては壓密は供試體が小さい爲供試體の内部で殆ど均一に起る。従つて供試體の表面は何等收縮裂開を生じない。

**e). 表面流に依る土壤塊の濕潤**

均質な空気を含まない土塊の表面を水面以下に置くと表面に作用する毛細管壓力は0になる。土塊は膨脹し水を吸ふ。この過程に對する熱力學的取扱ひは第20節項b)C)に述べた。これは無限に擴つた一様に冷却せる、

熱遮斷した盤の表面から、板の内部へと進行する加熱過程に在る。數學的に考へるとこの問題は一定壓力に依る土塊の壓密の問題と同一である。併しクレイは経過中に壓密ではなく膨脹を行ふのであるから壓縮曲線からではなく膨脹曲線から導かねばならない。問題を解くに當り膨脹係數や透水係數を考慮しようと思ふ場合には表層形成の第二の期間を取扱つたと同様に處理することが出来る。これに反して膨脹係數及び透水係數に對して平均値を採るならば濕潤の時間的経過は既に項a)に導いた公式(90)に依つて示される。この公式に依れば表面流に依る(時間  $t$  於ける)膨脹帶の厚さは次の様になる。

$$z_1 = \sqrt{6t \frac{k}{a}} \dots \dots \dots (60)$$

$a$  はこゝでは材料の平均膨脹係數を示す。

**例題** 浮泥層中に1米の深さの非常に廣い溝を掘り、此れに水を満たす。溝の底に於て行はれる膨脹過程の時間的経過を係數及び  $k$  の變化を考へずに記述して行かう。

溝の水平幅は浮泥層の厚さに比して大きいと假定したから溝の中の水面は殆ど不變の儘であり一方溝の底は膨脹の爲に隆起する。溝に水を満たす前の空隙率は浮泥層のすべての部分に於て0.54であり、それに対応する毛細管壓力は4.0 珎/珎<sup>2</sup>になる。此の係數を用ひて、膨脹係數  $a$  及び毛細管壓力0に対応する浮泥の空隙率  $e_1$  を決定する爲に浮泥が表面流の爲に蒙る膨脹過程は壓力-空隙率圖に於て、一つの曲線で示される。此の曲線の方程式は公式(21)に依れば次の様になる

$$e = -\frac{1}{A} \ln(p_0 + p_i) + c$$

此處に  $A$  は浮泥の膨脹係數である。浮泥が膨脹を始める前には  $e_0 = 0.54$  及び  $p_0 = 4$  珎/珎<sup>2</sup> である。此の係數に依つて公式(21)に於ける値  $c$  及びこれと共に膨脹曲線の方程式が決定される。膨脹曲線を記入したのちに此の曲線の點  $p_1 = 0$  及び  $p_0 = 4$  珎/珎<sup>2</sup> の間の區間は一つの直線でおき換へられる。膨脹係數の平均

値は此の直線の傾角で與へられる。此の場合  $a=0.00001$  吨/糎<sup>5</sup> になる。

膨脹曲線が縦軸と交はる點の座標は材料が應力を受けない状態に於ける空隙率を與へる。その値は  $e_1=0.66$  になる。それ故に膨脹過程は空隙率 0.54 及び 0.66 の範囲で行はれる。空隙率—透水係數曲線から透水係數は與へられた空隙率の領域内で平均  $k=0.264$  糎/年 になることがわかる。長さの單位の平均長は  $e_m=1.60$  糎 になるから計算の際  $k$  の値を次の様にとる。

$$k = \frac{0.264}{1 + e_m} = \frac{0.264}{1.60} = 0.165 \text{ 糎/年}$$

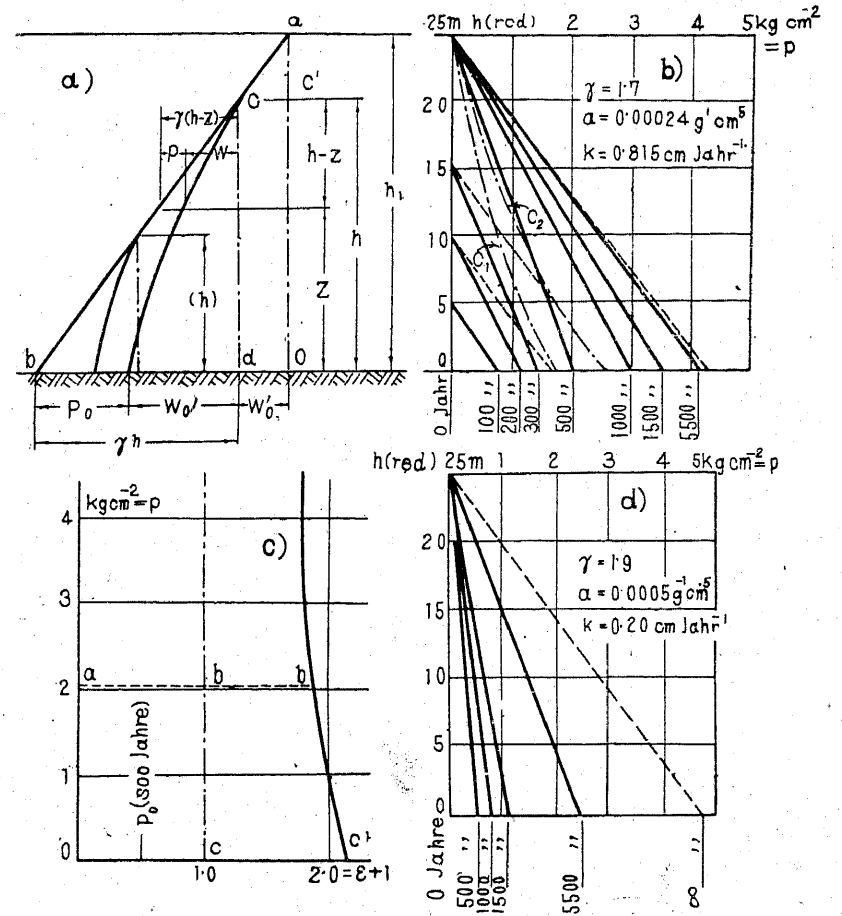
公式 (90) に此等の値を入れると溝に水を満たしたのち 24 時間、1 月及び 1 年後に膨脹は溝の底から、0.16、0.83 及び 3.15 糎の深さ迄侵入することがわかる。溝の底は此の期間中に 0.83、1.66 及び 6.8 糎だけ上昇する。水は決して急激に浮泥中に吸収されるのではなく溝の底上に最初柔かい粘着性の厚さが次第に増加して行く所の層が形成されるのである。與へられた時間に與へられた深さに於ける浮泥の含水量は濕潤化された層の厚さと同様な膨脹區域を支配する壓力區間に於て、壓力—空隙率圖から直ちに見出される。浮泥の含水量は膨脹曲線の形が平らであるから浮泥が沈澱状態に於けるよりも小さい。

粘着質のクレイの透水性は例題で取扱つた浮泥の透水性よりも本質的に小さい。従つて粘着質のクレイ中に於ける膨脹は砂分の多い浮泥に於けるよりも遙かに緩慢に深部に侵入する。粘着質のクレイの膨脹の計算上の取扱ひに際しては係數  $a$  及び  $k$  の變化を項 d) に展開せる方法に従つて考慮することが重要である。

f). 沈澱速度の函數としての浮泥層に於ける壓密過程の時間的經過

水を満たした容器中で浮泥  $g$  瓦が單位時間、單位面積當り沈澱し此の沈澱過程が  $t_i$  時間後に終止すると假定しよう。

沈澱せる浮泥層が自重の影響に依つて行ふ所の壓密の過程を問題にしよう。



圖—30

此の經過の微分方程式の解を満たすべき境界條件は非常に複雑であるから過程を近似的な方法で研究する必要がある。問題を解く際に透水係數に對しては平均値  $k$  を採用する。高さは既に約束した様に長さの變化する單

位を用ひ厚さ1の位置を含水量とは無關係にその基準面積の1糎<sup>2</sup>當り1糎の乾燥物質の量を取る様にする。εを浮泥の平均空隙率とすると長さの單位は1+εになる。

乾燥實質の比重は  $\gamma_1$  とする單位時間單位面積當りの沈澱する浮泥の量はそれ故水中では次の重さになる。

$$q = g \frac{\gamma_1 - 1}{\gamma_1}$$

$\gamma_1 - 1 = \gamma$  は乾燥重量から浮力を差引いたものである。圖-30 a に於て任意の高さ  $z$  で直線  $bc$  及び  $cd$  に依つて境された横座標の長さは重量  $\gamma(h-z)$  を示し、此の重さが浮泥層を厚さ  $h$  とするとき水平の單位斷面積に加はる荷重となるのである。この重量の一部  $w$  は空隙水中を支配する靜水學的過剩壓力が受持ち、他方残つた部分  $\gamma(h-z) - w$  は粒子から粒子へと下方に傳達される。曲線  $ce$  は壓力三角形  $bed$  を二分し、左半分は浮泥中の壓力右は靜水學的過剩壓力を示す。浮泥中の應力分布の批判に關するこれ迄の見解を完全に爲に次の考察を行はう。

時間  $t$  に於て浮泥層の厚さは  $h$  になり、この時刻に於て自重の影響の下に浮泥から絞り出される水は速度  $v_1$  で層の表面を通して逃げ去る。續いて  $dt$  時間内には浮泥層の表面上に單位面積當り重さ  $gdt$  厚さ  $dh = gdt/\gamma$  の浮泥層が沈澱する。この浮泥層を上昇する空隙水は速度  $v_1$  で透過する。新しく加つた層中を支配して居る過剩壓力を  $dw$  とすると

Darvy の法則に依つて、

$$v_1 = k \frac{dw}{dh} = k \frac{\gamma dw}{gdt} \text{ 従つて } dw = \frac{v_0}{k} \frac{g}{\gamma} dt$$

それ故、表層の重量  $gdt$  は一部靜水學的過剩壓力  $dw$  に依つて相殺され、他の部分

$$dp = qdt - dw = q \frac{k\gamma - v_1}{k\gamma} dt \dots\dots\dots(112)$$

は浮泥の乾燥實質に依つて下方へと傳へられ層中の各點に於ける壓力  $p$  を  $dp$  だけ増加させる。實際には壓力が受ける増加は  $dp$  よりも大きい。何故ならば増加荷重に依つて生ずる壓力上昇  $dp$  は微小時間  $dt$  の間に自重の影響に依る壓力上昇と合成されるからである。後者は浮泥層は又沈澱過程の終了 ( $dp=0$ ) した場合でも尙空隙水をその表面を通して除去するといふ事情から明かである。空隙水の流出といふことは浮泥中を支配する壓力が増加することに對する信用すべき證據である。以上述べた所の自重に依つて生ずる壓力上昇を無視すると浮泥中を支配する壓力に對して計算値はあまり小さくなる。今後の考察に於てはこれを省略することにする。

$$\frac{qt}{\gamma} = h \text{ 浮泥層が時間 } t \text{ 經過後に有する厚さ}$$

a. 壓密係數

とすると、増加壓力  $dp$  の影響に依つて單位時間單位面積當り浮泥から絞り出される水量は  $a \frac{qt}{\gamma} \cdot dp/dt$  になる。この水量は同時に水が浮泥層から抜け出る速度  $v_1$  を與へることになる。それ故に

$$v_1 = a \frac{qt}{\gamma} \cdot \frac{dp}{dt} = a \frac{qt}{\gamma} q \frac{k\gamma - v_1}{k\gamma}$$

それ故 
$$v_1 = \frac{ak\gamma q^2 t}{k\gamma^2 + aq^2 t} \dots\dots\dots(113)$$

時間  $t$  に沈澱容器の底から  $z$  の高さに於て浮泥中を支配する壓力は浮泥層が  $z = qt_0/t$  の厚さに到達する時間  $t_0$  以來行はれる壓力増加  $dp$  と組合さる。それ故次の様になる。

$$p = \int_{t_0}^{t_1} dp = q \int_{t_0}^{t_1} \left(1 - \frac{v_t}{k\gamma}\right) dt = q \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{1 + \frac{aq^2}{k\gamma^2} t} dt$$

これを積分し、變形すると

$$p = \frac{k\gamma^2}{aq} \ln \frac{k\gamma + aqh}{k\gamma + aqz} \dots\dots\dots(114)$$

最初に注意した様な省略を行つて居るから公式(114)に依つて決定される  $p$  の値は非常に小さい。浮泥層の與へられた深さ  $h-z$  の點に於ける壓力  $p$  の上限値を見出す爲に今度はこの値を浮泥表面の自重に依つて起る増加壓力  $dp$  からではなく、増加壓力  $dp$  に依つてクレイ中から絞り出される水がその途中クレイの表面に作用する流水壓力から計算する。この流水壓力に應ずる流速は公式(112)及(113)に依つて決定される。眞の流速は尙大きい。何故ならばこれらの公式を導入する際自重に依る應力の時間的增加の爲にクレイから出て來る水量を無視して居るからである。それ故今示す計算法は壓力水頭損失に對してはあまり小さく、又既に考へた様に浮泥中を支配する壓力に對しては完全に大きすぎる値を與へる。

深さ  $h-z$  の點で浮泥中を支配する壓力は次の様になる。

$$p = (h-z) \gamma - \int_z^h \frac{v}{k} dz$$

上に協定した様に流速  $v$  の計算に際しては増加壓力  $dp$  に依つて、浮泥から絞り出される水量のみを考へて居る。この水量は各點に於て乾燥實質の單位容積當り  $a dp/dt$  になる。この假定の下で空隙水の流速は高さ  $z$  に於て次の様になる。

$$v = az \frac{dp}{dt}$$

公式(112)及(113)及び  $h = qt/\gamma$  の關係から

$$v = azq \left(1 - \frac{v_t}{k\gamma}\right) = \frac{ak\gamma q}{k\gamma + aqh} z$$

$v$  の値を上  $p$  に對して導いた公式に入れると

$$p = (h-z) \gamma - \frac{aq\gamma}{k\gamma + aqh} \int_z^h z dz = (h-z) \gamma - \frac{aq\gamma}{k\gamma + aqh} \frac{h^2 - z^2}{2} \dots\dots(115)$$

公式(114)及び(115)は  $p$  の眞の値が存在すべき限界を與へる。 $k/a$ 、10 瓦/糎<sup>4</sup>年の値に對しては公式(114)及び(115)から導いた限界値は全く異つた値ではなく  $p$  を大體に於てこれらの値の算術平均とすることが出来る。併し  $k/a$  の小さな値に對しては限界値間の差異は非常に大きい。この場合は項 a) から e) に行つたと同様に壓力が深さと共に増加するといふ法則を確定させ研究を時間的經過のみに制限する必要がある。

公式(114)及び(115)に依つて示される應力分布は圖-30b に於て  $t=t_1$  に於ける浮泥層の沈下の期間に對しては曲線  $C_1$  及び  $C_2$  に依つて表はされる。二つの曲線は相似の形であり公式

$$p = \zeta \gamma (1 - e^{-\xi z})$$

の曲線で十分の近似的に置き換へられる。この分式に於て  $\alpha$  はそのときの浮泥表面の各點の垂直距離を示し  $\xi$  は時間と共に變化する一つの係數である。併し乍らこの公式を利用するときは非齊次微分方程式を解くことになり、解は非常に煩雜になる。それ故曲線を壓力三角形の頂點から引いた直線で置きかへて問題を尙一層單純化することが重要である。座標原點をこの三角形の頂點に置き縦軸を  $x$  で示すと、この直線の方程式は

$$p = \zeta \alpha x \dots\dots\dots(116)$$

こゝに  $\xi$  は時間と共に變化する係數である。然し乍ら  $\alpha$  も亦時間と共に變化する。何故ならば座標系の原點は浮泥の表面と共に單位時間當り  $q/\gamma$  だけ上方へと移動するからである。 $p$  を  $t$  に關して微分すると

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \alpha \gamma \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \zeta \frac{\partial \alpha}{\partial t} \gamma = \alpha \gamma \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \zeta q \dots\dots\dots(117)$$

深さ  $x$  の所で空隙水中を支配する静水學的過剩壓力は  $x$  の厚さを有する浮泥層の自重に依つて生ずる面壓力とこの深さに於て浮泥中を支配する壓力との差として與へられる。そして  $\alpha \gamma - \zeta \alpha \gamma$  になる。この壓力水頭は空隙水に依つて  $x$  の深さから浮泥表面への途中で消費される。それ故

$$\alpha \gamma (1 - \zeta) = \frac{1}{k} \int_0^x v dx \dots\dots\dots(118)$$

こゝに  $v$  は深さと共に變化する流速であり  $a$  は透水係数を示す。深さ  $x$  に於ける水平面の單位面積を通して流れる流量は  $a \int_x^h \frac{\partial p}{\partial t} dx$  になる。この式は同時に深さ  $x$  に於ける流速  $v$  を示す。この値を方程式(118)に入れると

$$\alpha \gamma (1 - \zeta) = \frac{a}{k} \int_0^x dx \int_x^h \frac{\partial p}{\partial t} dx = \frac{a}{k} \int_0^x dx \int_x^h (\alpha \gamma \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \zeta q) dx$$

これを積分すると

$$\alpha \gamma (1 - \zeta) = \frac{a}{k} \left[ \frac{d\zeta}{dt} \gamma \left( \frac{h^2 x}{2} - \frac{x^3}{3} \right) + \zeta q \left( hx - \frac{x^2}{2} \right) \right]$$

此の關係を全浮泥層に擴張する爲に  $x = h = tq/\gamma$  と置換すると

$$\frac{d\zeta}{dt} + \zeta \frac{2}{t^2} \left( \frac{t}{2} + \frac{\gamma^2 k}{a q^2} \right) = \frac{3\gamma^2 k}{t^2 a q^2} \dots\dots\dots(119)$$

これを積分すると

$$\zeta = c \frac{e^{\frac{c}{t}}}{t^{\frac{3}{2}}} \left[ \int \frac{dt}{e^{\frac{c}{t}} \sqrt{t}} + C \right]$$

こゝに  $c = 3\gamma^2 k/aq^2$  は一つの常數、 $C$  は積分常數である、この方程式で  $c/t = y$  とおくと

$$\zeta = - e^y y^{\frac{3}{2}} \left[ \int \frac{dy}{e^y y^{\frac{3}{2}}} + C \right] \dots\dots\dots(120)$$

公式(120)に含まれる積分は部分積分をくり返して級數に展開され  $t$  の全域に就て收斂する。 $t=0$  に對しては  $\zeta = \infty$ ,  $t = \infty$  に對しては  $\zeta = 0$  である。それ故  $\zeta$  の限界値は積分常數には無關係である。

$t=0$  に對する  $\zeta_0 = d$  は時間  $t=0$  に於て空隙水中を支配する静水學的過剩壓力は浮泥の乾燥重量から導いた單位壓力  $\gamma h$  より無限に大きくなければならないことを意味して居る。この項で取扱つて居る経過の性質として  $\zeta$  は1より大きくなりうることはない。それ故公式(119)は沈澱過程に對しては適用性を有して居ない。こゝから來る困難さを取除く爲に沈澱経過は  $t=0$  に於てはなく、僅かな時間  $t$  経過したのちに初めて始まるものと假定し、又積分常數は方程式が  $t=t_0$  に對して  $\zeta=1$  を満足する様に定める。 $h_0 = qt_0/\gamma$  の値が浮泥層の全體の厚さに比較して小さい場合には  $t_0$  の絶對的な大きさは計算結果に指摘する程の影響を有して居ない。

$t_0$  小さな値に對しては級數の收斂性は非常に弱くなるから急速に目的を達するには微分方程式を圖解法で求める。 $t=t_0$  に對して  $\zeta=1$  と置き  $\zeta$  の値を各點に就て定める。微分商  $d\zeta/dt$  は完全に負であり  $\zeta$  の値は漸近的にその極限值たる  $t = \infty$  に對する  $\zeta=0$  に近づいて行く。

浮泥の沈澱が時間  $t_1$  に於て終止したと假定する。これからの時間  $t$  經過後に浮泥層の壓密がどれだけ進行するかを近似的に決定する必要がある。

既に形成された浮泥層の上に最早浮泥が沈澱なくなるとこの含水量は表面から  $x$  の深さで單位時間に單位面積當り  $\alpha \gamma \frac{d\zeta}{dt}$  だけ減少する。従つて單位時間に浮泥から逃去る水量は次の様になる。

$$\alpha \gamma \frac{d\zeta}{dt} \int_0^{h_1} x dx = \frac{\alpha \gamma h_1^2}{2} \frac{d\zeta}{dt}$$

こゝに  $h_1 = qt_1/\gamma$  は浮澱層の一定の厚さを示す。水が上方へ流れる勾

配は 
$$\frac{h_1 \gamma - \zeta h_1 \gamma}{h_1} = (1 - \zeta) \gamma$$

この勾配と上に計算した處の逃去る空隙水の流出速度との間には Darcy の法則に従つて次の關係が成立する。

$$\frac{a \gamma h_1^2}{2} \frac{d\zeta}{dt} = k \gamma (1 - \zeta) \dots\dots\dots (121)$$

時間 0 は吾々の假定では沈澱過程が終止した瞬間に對應する。この時間に對應する  $\zeta_1$  の値は方程式 (119) に於て、 $t$  に對して  $t_1$  を入れれば計算出来る。  $t=0$  に對して  $\zeta = \zeta_1$  の條件を基として (121) を解くと、次の様になる。

$$1 - \zeta = (1 - \zeta_1) e^{-\frac{2k}{a h_1^2} t} \dots\dots\dots (122)$$

壓密が進行して居る間は透水係數  $k$  及び壓密係數  $a$  の平均値を採用する。併し乍ら公式 (53a) に依り積  $k(p + p_0 + p_c) = c$  は殆ど一定である。壓密係數  $a$  は公式 (99a) に依れば  $a = a/(p + p_0 + p_c)$  になる。従つて

$$\text{商} \quad \frac{k}{a} = \frac{\frac{c_1}{p + p_0 + p_c}}{\frac{a}{p + p_0 + p_c}} = \frac{c_1}{a}$$

は公式 (122) に於て  $a$  及び  $k$  の値が變化するにも拘らず時間には無關係であり、十分満足に公式 (122) に依つて示される経過の全繼續期間中一定と看做しうる。

浮泥層の眞の厚さは壓密経過の各期間に對して層の換算厚さ、壓力分布及び壓力-空隙率曲線から與へられる。  $h_1$  を換算厚さ、  $p_0$  を容器の底直上の浮泥中を支配する壓力とすると、深さ  $x$  に於ける壓力  $p$  は

$$p = p_0 \frac{x}{h_1} \text{ になる。}$$

單位長の眞の長さは  $1 + \epsilon$  である。各壓力  $p$  に屬する空隙率  $\epsilon$  は壓力-空隙率曲線から定めうる。圖表に於て壓力  $p$  を縦軸にとり、それに屬する  $1 + \epsilon$  の値を横軸にとると、浮泥層の眞の厚さは次の關係から與へられる。

$$h = \frac{\int_0^{h_0} (1 + \epsilon) dx}{h_1} = \frac{\int_0^{p_0} (1 + \epsilon) dp}{p_0} \dots\dots\dots (123)$$

積分は圖解法に依つて行はれる。

**例題** 浮泥を流送する河口に於てデルタが50米の厚さに海側に傾斜 1:10 で造られたとする。デルタの海岸線は1年に1米海側に前進する。デルタを作る材料は前の例と同じ浮泥であるとする。海岸線の直下及び海岸線から1軒及び5軒陸側に離れた場所の壓力分布を問題にしよう。計算する際に浮泥層の陸側の断面がその表面に加はる毛細管壓力に依つて蒙る壓密に就ては考慮しない。

浮泥が成層する領域の幅は  $50 \times 10 = 500$  米になる。海岸線は1年に1米海側に移動するのであるから浮泥層の0米から50米迄の厚さの増加には  $500 \div 1 = 500$  年必要であり、浮泥層の眞の厚さは成層領域に於て1年に  $50.0 \div 500 = 0.1$  米だけ増加する。浮泥の乾燥實質の比重は  $\gamma_1 = 2.7$  になる。これから  $\gamma = \gamma_1 - 1 = 1.7$  になる。

層の換算厚さの計算に對して要點をうる爲に實驗的にデルタの海岸線附近の浮泥の重量の半分は流水壓力に依つて相殺され浮泥の緊硬形態はこの領域に於て、平均空隙率  $\epsilon = 1.00$  をとると假定しよう。此の假定の下では浮力を差引いた浮泥層の重量はデルタの透水性の盤の平方糎當り  $\frac{5000 \times 1.7}{1 + 1.0} = 4250$  瓦  $= 4.25$  斤になる。そしてデルタ浮泥中のデルタ基盤直上では ( $z=0$ ) 壓力は  $4.25 - 2.125 = 2.125$  斤/糎<sup>2</sup> である。此の壓力は壓力-空隙率圖に依れば空隙率  $\epsilon = 0.8$  に對應する。層表面の浮泥中の壓力は  $p=0$  であり、空隙率は  $p=0$  に對して、浮泥の液狀限界に依つて與へられる。後者は實驗的に決定され 1.2 になる。浮泥の平均空隙率はそれ故に海岸線附近では  $\epsilon_m = \frac{0.8 + 1.2}{2} = 1.0$  になり單位長の長さは  $1 + \epsilon_m$



= 2.0 になる。此等の係数と共に最初に導いた係数值が計算の基礎になる。

浮泥層の眞の厚さは1年に10糎増加するから1年に1平方糎當り  $10 \div 2.0 = 5$  糎<sup>3</sup> の乾燥實質が沈澱する。此の浮泥量の浮力を差引いた重量  $q$  は次の様になる。

$$q = 5 \times 1.7 = 8.5 \text{ 瓦/糎}^2$$

浮泥成層の換算した厚さは

$$\frac{50.0}{1 + \epsilon_m} = \frac{50.0}{2.0} = 25 \text{ 米}$$

空隙率-透水係数圖から浮泥は平均空隙率  $\epsilon_m = 1.00$  のとき平均透水係数  $k = 1.63$  糎をとることがわかる。長さの單位の長さは流れの方向に2.0であるから  $k$  の計算値は次の様になる。

$$k = \frac{1.63}{2.0} = 0.815 \text{ 糎/年}$$

壓密係数の平均値は空隙率 0.8~1.2 の範圍では  $a = 0.00024$  糎<sup>2</sup>/瓦である。

眞の層の厚さの0から50米への増加(換算厚では0から25米)には既に述べた様に500年かゝる。 $t_1 = 500$  年の際の層中の壓力分布は公式(114)及び(115)に依つて計算される。計算結果は圖-30bに於て破線曲線  $c_1$  及び  $c_2$  で示した。公式(114)及び(115)に依つて與へられる  $p$  の値は假定に依れば  $p$  の眞の値の間の限界を示すのであるから眞の壓力分布は曲線  $c_1$  及び  $c_2$  に依つて境されたる面上に限られる。

方程式(119)は  $t = 100, 200, 300$  及び  $500$  年に對して  $\zeta = 0.98, 0.654, 0.561$  及び  $0.454$  を與へる。換算した層の厚さはこのとき  $h = q t / r = 5, 10, 15$  及び  $25$  米になる。層の厚さ及びそのときの  $\zeta$  の値に依つて、浮泥中を支配する壓力分布が決定される。壓力分布直線は圖-30bに引いた。破線直線の横坐標は和  $p + uv = r$  (11-2)の値を與へる。 $t = 500$  年のときの壓力分布線  $c_2$  は曲線を切斷しデルタ中に於て海岸線以下を支配する壓力分布を與へる。

$t = 500$  以降は浮泥層の換算厚さは不變のままであり、此れ以上の壓密は單に一定自重の影響の下に行はれる。その過程は公式(122)に依つて決定される。海岸線は1年に1米海側に進行するから時間  $t_1 = 500$  年に海岸線にあつた點は1000年及び5000年後には1糎及び5糎海側に在ることになる。 $t = 1000$  及び  $5000$  年に

對しては公式(122)は  $\zeta = 0.816$  及び  $0.997$  を與へる。此の値に依つて浮泥中に於て海岸線から與へられた距離に於ける壓力分布が決定される。(圖-30b)公式(123)に依つて記述された方法に依つて0.1, 0.5 糎の距離だけ陸側に在る浮泥表面は1年に、0.74, 0.25 及び  $0.3$  糎沈下することがわかる。

計算例から砂分の多い比較的強く透水する浮泥でも唯緩慢に固化するのみであるといふことが明らかである。このことは膠質分の多い浮泥に對しては尙更よくあてはまる。以上に計算した例に於て  $a_1 k_1$  及び  $\gamma_1$  の値に對しては尙更よくあてはまる。以上に計算した例に於て  $a_1 k_1$  及び  $\gamma_1$  の値に對して表19の海粘土IVの定數を入れると圖-30dに示した壓力分布線がえられる。このクレイから成るデルタは深さ5糎の所で始めて浮泥デルタの海岸線を支配する所の壓力分布を示す。浮泥質の海岸地層の地耐力の僅少なことはそれ故決して意外な現象ではないのである。

自然界ではデルタ層の膠質含有量は通常深さと共に増加する。加之砂層とクレイ層が交錯する。砂層の間に成層したクレイの層の壓密が進行する経過中の作用を批判する爲には第20節b問題Dに述べた経過の熱力學の問題に立戻ればよい。クレイ層はデルタ成層の結合層に於て柱にさしこまれた熱傳導の悪い圓板の様な役割を演ずる。この圓板の下に蓄へられた熱量は緩慢に逃げ去るのみであり他方、この上部の冷却過程は熱傳達の妨害の爲に一つの加速度を受ける。熱遮斷圓板の下方の熱の貯藏はクレイ層の下方の水の貯藏に對應するものであり他方、圓板の上部に見出される粒狀斷面の急激な冷却はクレイ層の上部に成層した浮泥層の加速された壓密に對應する。

クレイ層の間に砂層が成層するとこの層は圖-30に依れば浮泥の空隙水中を支配する處の深さと共に増加する靜水學的過剩壓力の爲井戸水の貯水層となる。

g). 自重及び蒸發の合成作用に依る浮泥層の壓密

自由水面以上に在るデルタの表面の部分は蒸發に依つて乾燥される。蒸發速度を  $v$  とする。表面の與へられた點に於て時間とこの點以下の表層の厚さとの間に成立する關係を見出さねばならぬ。

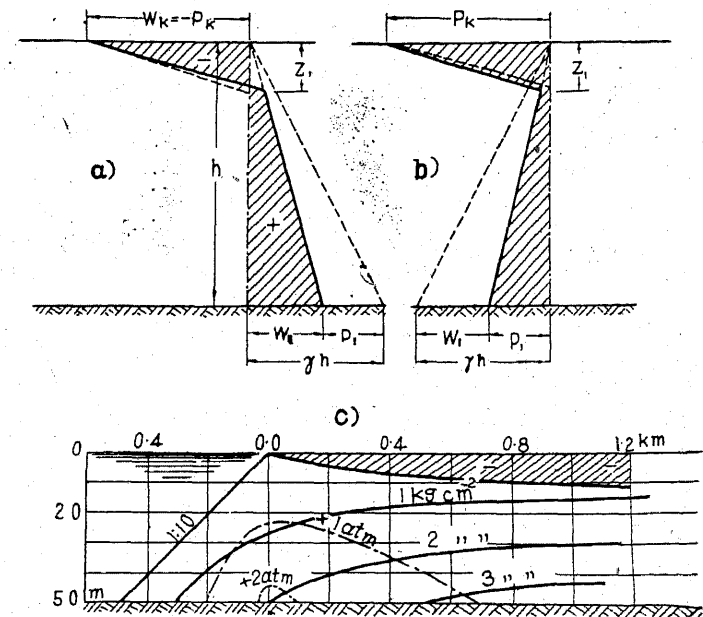
項 d) に於ては表層形成の時間的經過は二つの期間に區別されねばならぬことを示した。第一の期間に於ては毛細管壓力は時間と共に増加しその値は毛細管壓力に依つて單位時間當り浮泥から絞り出される水量が表面に於て單位時間に蒸發する速度と等しくなければならぬといふ條件に依つて決定される。

浮泥塊の表面に作用する毛細管壓力を取除くと空隙水は項 f) に従へば濱邊からの距離間隔に關係する速度  $v_0$  を以て表面を通して流出する。それ故に表層形成は沈下が進行して居る状態に在るデルタ成層上で行はれ、これは丁度自重の作用が終了し(層のすべての點に於て靜水學的過剩壓力が 0)、その空隙水が速度  $v$  ではなく  $v-v_0$  を以て蒸發する浮泥層の表面に於けると同じ状態である。第二の期間に於ては毛細管壓力の値は一定になり、收縮壓力の値  $p_k$  と等しくなる。自重の影響の下に流出する水量と收縮壓力  $p_k$  に依り浮泥から絞り出される水量の和はこの期間に於ては公式 (100) に依れば毛細管壓力  $p_0+p_1=p_k$  のとき、浮泥の表面に於て蒸發すべき水量  $v$  よりも小さい。従つて表層形成の經過はとにかくこの期間に於てはデルタの内部に於て自重の影響の下に生ずる壓密經過に依つては影響されない。上に敘述した所の二つの同時に起る經過の間の交互作用は結合した過程の時間的經過を項 d) 及び f) に展開した公式を以て直ちに追求しうるから簡單である。

例題 項 e) で行つたデルタ成層中を支配する壓力の計算に際してはデルタ表面に

作用する毛細管壓力は考慮しなかつた。扱て此の省略を行はないことにしよう。デルタ表面の與へられた點の乾燥される部分と毛細管壓力  $p_k=46$  斤/糎<sup>2</sup> に到達する瞬間との間の時間を決定しよう。其の上表層が此の瞬間に所有する厚さを問題にする。

浮泥最上層の成層直後に水が地盤から抜け出る速度  $v_0$  は項 f) の例題に於て 0.74 糎/年であることが見出された。此の最上層の表面が既に平水位以上に在ると假定すればその成層の時刻は計算の 0 點に對應し、又研究を行ふべき點は時刻  $t=0$  に於て海岸線の一點を示すのである。表層形成の最初の期間は比較的短い時間に終了するのであるから海岸線は此の期間中に選ばれた點からほんの僅か後退するにすぎない。従つて  $v_0$  の値は第一の全期間中一定と假定する事が出来る。浮泥が乾燥位置に置かれる前に表面に於て示す空隙率は浮泥の液狀限界に依つて與へら



圖—31

れる。(ε=1.2項f)に依る)  $a=0.0965$ 、 $p_c=20$  瓦/糧<sup>3</sup>、 $k(p+p_0+p_c)=670$ 及び蒸發速度の値  $v=18.0$ 糧/年及び  $18.0\sim 0.000247$  ( $p+p_0-9500$  糧/年は項d)の計算例を利用する。初期壓力  $p_0$  は0である。此の過程中的壓力はそれ故に  $p_t=0$  から  $p_t=p_k=46$  糧/糧<sup>2</sup> の間である。

既に述べた様に選ばれた點の廻りの毛細管壓力を除いた際に空隙水は速度  $v_0=0.74$  糧/年で浮泥表面を通して外に流れるから毛細管壓力及び表層の厚さの決定に對して役立つ公式(101)~(104)(最初の期間は拋物線壓力分布)は蒸發速度の全體の値ではなく  $0.74$  糧/年だけ差引いた値を與へることになる。公式は  $p_t=23$  及び  $46$  糧/糧<sup>2</sup>に對して、 $t=2.08$  及び  $4.87$  年、並びに  $z_t=67.3$  及び  $114$  糧を與へる。 $z_t$ の値は  $t$ の與へられた値に對應する表層厚さの換算値を與へる。 $p_t=p_k=46$  糧/糧<sup>2</sup>、 $t=t_1=4.87$  年、 $z_t=z_0=114$  糧に依つて表層形成の第一、第二の期間の境界が決定される。公式(110)に依れば(第二の期間、直線的壓力分布)第一、第二の期間の境界は ( $p_t=p_k=46$  糧/糧<sup>2</sup>、 $v_t=18.0-9.0-0.74=8.26$  糧/年)  $z_1=z_0=116$  糧になる。表層厚さの  $116$  糧から  $216$  糧及び  $316$  糧へ増加する時間は公式(108)に依れば  $t=11.20$  及び  $28.80$  年になる。

圖-31 a 及び b には Delta 成層の水平の水面以上の表面に於ける表層形成の第二の期間に於ける壓力及び應力關係を示した。圖-31 a のハツテした面の外端の横坐標は浮泥の空隙水中を支配する壓力高を示す。圖に於て、

$z_1$  : 表層の厚さ。

$w_1=\gamma h-p_1$  : 浮泥層の底に於ける空隙水中を支配する靜水學的過剩壓力

$w_k=-p_k$  : 表面に於ける空隙水中の負壓

$T > z_1$  の深さの溝を浮泥中に掘ると、堀の底から水が流出する。他方、その上部では水を吸ひこんで居る。圖-31 b でハツテした面の外端の横坐標は浮泥中を支配する壓力に對する尺度である。深さ  $z_1$  に於てはこの壓力

は最も小さく浮泥はそれ故に最も軟かい。

デルタ塊中を支配する壓力分布は斷面の海岸線からの距離と共に變化する。圖-31 c は海岸線に垂直な横斷面を掲げた。高さは長さの十倍の縮尺にした。壓力の計算は項 f) の計算例を基礎として、浮泥の性質及びデルタの成長速度に就いて爲した假定に就て行つた。靜水壓に等しい點は破線に依り、又浮泥壓力  $p$  に等しい點は實線で結びつけた。最も大きな靜水學的過剩壓力の領域は海岸線の下部即ち浮泥層の底の直上に見られる。負壓はこの孤立した領域からすべての方向に向つて減少して居るから、計算に於て上方に垂直と假定した空隙水流の方向は隣接する領域の過剩壓力が小さいこと、靜水學的負下壓の擴散範圍に依つて傾斜する。蒸發表層の下限界の移動は表層の厚さの増加は一年に就て一ヶ月間だけ起るといふ假定に依つて見出しうる。一ヶ月の値は確かにあまり深くはない。何故ならば空隙水の蒸發は降雨の後乾燥せる表層に吸込まれた雨水が蒸發して始めて再び起るからである。その中間の時間中は蒸發表層は濕潤化した表層から水を吸ひこみ又殊に浮泥層の軟かくなつた部分から速度  $v=v_0$  を以て上方へと出て來る水を收容する。従つて表層形成過程は割目の多い表層の乾燥にとつて必要なる時間中に於て進行しないばかりでなく後退さへする。

圖-31 c に示した成層の斷面は氷層で表面を蔽れた水塊に比較しうる。水中に蓄へられた熱量は氷層を通して空間に擴散される。

#### h). 砂質中間層のポーリングに依る浮泥層の沈下

自重に依つて壓密して居る浮泥層の底に在る砂層にポーリングを行ひ、浮泥表面に水をポーリング孔から汲上げるとこれ迄砂の空隙水を支配して居た靜水學的過剩壓力  $w$  は 0 になり、砂層の上部の浮泥は自重の影響に

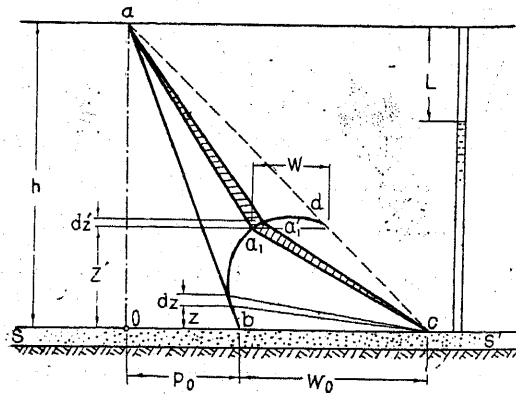


圖-32

依つて壓密される。この際絞り出される空隙水は砂層を通してボーリング孔に逃れる。

圖-32はかゝる層の断面を示す。Oacは壓力三角形である。底の長さOcは $p_0 + w_0 = \gamma h$ になる。直線abに依つて壓力三角形Oac

の斜邊acの坐標は二つの部分に分れる。その左は浮泥中を支配する壓力 $p$ を右は靜水學的過剩壓力 $w$ を示す。直線abの端bは時間と共に増加する速度でc點に近づく。圖に示した壓力分布線の位置は砂層にボーリングした瞬間のものである。ボーリング孔を下げてゆくと砂層に達した瞬間に至る迄下方から上方へと向つて居た空隙水流は浮泥層の最下端に於て方向が反對になる。これから後は空隙水は浮泥の上層からのみ流出し、下層の部分は砂層へと流下する。此の水の境界線は時間と共にbから $a_1$ 及び $a_2$ をこえて上方へと移動し $t = \infty$ では點dに達する。曲線bdの微分方程式は浮泥中を支配する壓力、勾配、透水性の關係から勾配は水の境界で0になるといふ条件を用ひて導かれる。併し、曲線bdはこの過程の最初の期間に對しては直線abで殆ど表はされるから、この期間に對して空隙水の上方向つて居た部分を無視することが出来る。これ故この問題は面壓力 $p_1 = w_0$ に依り單位時間當り所與の含水量の浮泥層から絞り出される水量を計算するといふ問題に歸せられる。この問題は既にこの節の項

a) で解いた。計算すれば次の様になる。

$$z = \sqrt{6 + \frac{k}{a}} \dots \dots \dots (90)$$

公式(90)は又砂層のボーリング孔の作用の時間的位置を示して居る。前の場合の公式中に用ひた記號をつけると、

- z. : 壓密が時間t後に砂層の表面から上方へと進行する高さ、
- a.  $p_0$  から  $p_0 + w_0 = \gamma h$  迄の範圍に於ける浮泥の壓密係數の平均値
- k. : 同じ壓力區間に對する平均透水係數

砂層にボーリングをしてから經過した時間tとボーリングに依つて起つた浮泥表面の沈下との間の關係は公式(90)に依つて次の様に導かれる。時間tに於て水の境界は高さzに在る。時間0からtの間にボーリング孔から流れる流量は層の單位面積當り $\frac{1}{2}aw_0z$ になる。この $\frac{1}{2}aw_0z$ は同時に沈下量sになる。zの値は式(90)で與へられる。それ故

$$s = \frac{1}{2}aw_0z = \frac{1}{2}aw_0\sqrt{6 + \frac{k}{a}}t = \frac{1}{2}w_0\sqrt{6akt} \dots (124)$$

時間0からtの間にボーリング孔から流れる含水量は砂層の表面積F及び沈下量sの積で與へられる。井戸の水位をポンプでしだけ下げると公式(124)中の $w_0$ の値は $w_0 + l$ で置換される。そして流出する水量は

$$Q = \frac{1}{2}(w_0 + l)F\sqrt{6akt} \dots \dots \dots (125)$$

**例題** 砂層が項f)に於て取扱つたデルタ成層の直下にあり海岸線から0.5 呎の距離にボーリングをしたとする。最初の一年間にどれだけ沈下するか?

海岸線距離0.5 呎はデルタの生成歴史に於て時刻 $t = 1000$ 年に對應する。此の時刻に浮泥成層の底に於て浮泥中を支配する壓力は圖-30bに依れば $p_0 = 3.0$  呎/呎<sup>2</sup>、空隙水中の靜水學的過剩壓力は $w_0 = \gamma h - p_0 = 4.25 - 3.00 = 1.25$  呎/呎<sup>2</sup>にな

る。3.0から 4.25 粒/粒迄の壓力區間に對して、平均壓密係數  $a=0.00009$  粒<sup>3</sup>/瓦平均空隙率  $e=0.60$  及び平均透水係數  $0.484/(1+0.6) = 0.302$  粒/年になる。此の値と  $t=1$  を公式(90)に入れると  $z=144.0$  粒になる。浮泥表面の沈下は次の様に計算される。

$$e=1/2 \times 0.00009 \times 1250 \times 144.80 = 8.1 \text{ 粒}$$

著者は機械室の附近で硬塑性の浮泥層を通してクレイを含まない砂層に掘り下げた井戸の作用を研究する機會があつた。掘下げた後最初の3ヶ月は機械室は10~15粒沈下し、それと共にその近所が沈下した。次の9年間には沈下の全量は40粒に増加しこのときの沈下の速度は理論通りに時間と共に減少した。井戸は僅か有機質の水を供給した。

デルタの下方に在る砂層が相當の廣さを持つときには砂層の伸介に依つて、圖-81 c に依れば浮泥の空隙水中を支配する靜水學的過剩壓力の部分的な相殺が起る。