第九編

拱及框構論

第九編　拱及框構論

第一章　總論

第一節　靜力的不定構法

鐵筋混凝土構造ニアリテハ其施工ノ必要上豫メ組立テタル堰枠上若クハ其間隙內ニ混凝土ヲ塡充シ柱,桁若クハ床版等ノ各部材ヲ相互緊定的ニ連接シテ恰モ鑄成セル一單體ノ如キ働キヲ有セシムルヲ以テ假令バ床若クバ桁ニ生ジタル彎曲ハ其働キヲ柱ニ傳導スルガ如ク互ニ聯關的ノ影響ヲ與フ可ク精密ニ之ヲ云ヘバ實際ノ構造物ハ桁,柱等單一部材トシテノミ之ヲ解拆スルノ理論的ニ正確ナラザルモノ多シ故ニ各接續點ニ於ケル力率ヲ精密ニ計算シ之ニ對應スル構造トナスコトヲ得バ其緊定狀態ニ伴フ構造ノ剛直ト材料ノ節約トヲ得ルノミナラズ理論ト實際ト頗ル相近似セル結果ヲ得可キヤ亦言フヲ俟タズ.

斯クノ如キ場合ニ於ケル應力ハ一般ニ靜力的不定 (Statically indeterminate) ノモノニ屬シ之レガ解決ハ最少働作ノ原理 (Principle of least work) ニ據ル可ク卽チ以國「カスチグリアノ」氏 (*Castigliano*) ノ演繹シタル理論ヲ利用スルコト最モ簡單ニシテ且ツ直接ノ方法ナリトス.

本篇ニアリテハ拱 (Arch) 及框構 (Cross frame) ノ二者ニ關シ最少働作ノ原理ヲ適用シタル理論ノ大要ヲ說述スルモノニシテ(三鉸拱ノ理論ハ靜力的確定狀態ニ於テ之ヲ解拆シ得可キモ便宜上之ヲ併載セリ)其應用ニ至リテハ更ニ各種構造ニ就キテ夫々篇ヲ改メ

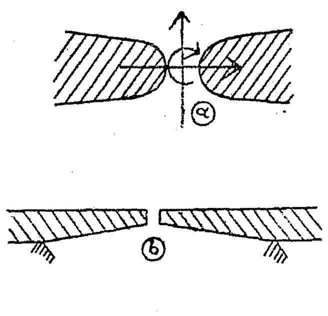
テ説明スルトコロアル可シ.

第二節　靜力的不定應力ノ數.

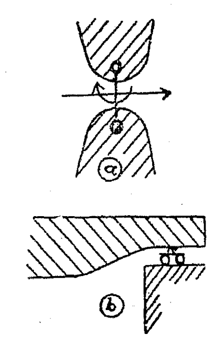
靜力的不定狀態ハ之ヲ二ツニ區別スルコトヲ得可シ一ハ假令バ三部材ヨリ成ル框構(本篇第三章參照)或ハ緊定連續桁ノ如ク單ニ其支點ノ構法特殊ナルガ爲メ靜力的ニ之ヲ確定シ得ザル場合ニシテ名ケテ外方靜力的不定狀態 (Externally statically indeterminate state) ニアリト云ヒ一ハ四部材ヨリ成ル函形框構(本篇第三章參照)ノ如キ如何ニ支點ノ構法ヲ變ズルモ靜力的ニハ全ク其應力ヲ確定シ能ハザルモノニシテ之ヲ內方靜力的不定狀態 (Internally statically indeterminate state) ニアリト云フ.

今或構造物ガ靜力的不定狀態ニアリヤ否ヤ又其不定應力ノ數幾許トナル可キヤ等ヲ定メントセバ部材 (Member) 若クハ靜力的ニ部材ト同樣ニ取扱ヒ得可キ版構 (Disc) ガ互ニ繫鉀ニ依リテ連結セラルルモノト考エ其緊定狀態ヲ研究スルヲ最モ便利ナリトス其狀態ハ之ヲ四ツニ區別スルコトヲ得可シ　1) 第七百八十六圖ノ如ク二ツノ版構ガ全ク

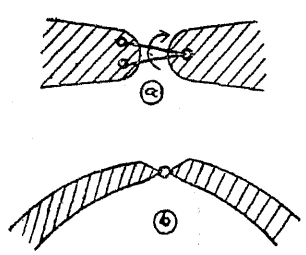
第七百八十六圖



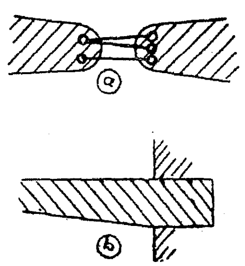
第七百八十七圖



第七百八十八圖



第七百八十九圖



其連鎖ヲ有セザルトキハ水平及垂直軸ニ於ケル移動,廻轉共ニ可能ニシテ所謂三方ニ於ケル運動ノ自由ヲ有ス二ツノ肱桁橋 (Cantilever bridge) ニ於ケル接續點ノ如キ是レナリ　2) 第七百八十七圖ノ如ク二ツノ版構ガ一條ノ繫鉀ニ依リテ連結セラルヽトキハ垂直ノ運動ハ拘束セラルヽモ左右ノ移動及廻轉共ニ可能ナリ卽チ二方ニ於ケル運動ノ自由ヲ有ス桁若クハ橋梁ノ轉子終端 (Roller end) ノ如キ是レナリ.　3) 第七百八十八圖ノ如ク二ツノ版構ガ二條ノ繫鉀ニテ連結セラルヽトキハ上下左右ノ移動ハ拘束セラレ唯廻轉ノミ可能ニシテ運動ノ唯一自由ヲ有ス三鉸拱 (Three hinged arch) ノ拱頂 (Crown) ノ如キ是レナリ.　4) 第七百八十九圖ノ如ク二ツノ版構ガ三條ノ繫鉀ニテ連結セラルヽトキハ上下,左右及廻轉ノ三方向トモ全部拘束セラル可シ卽チ毫モ運動ノ自由ヲ有セズ桁梁ノ緊定點ノ如キ是レナリ.　要スルニ二ツノ版構ヲシテ毫モ運動ノ自由ヲ許サヾル樣剛直ニ結合セシムルニハ必ズ三個ノ繫鉀若クハ之レニ對應スル三力ヲ要ス可シ但シ此三鉀ハ互ニ平行セズ又一點ニ交叉セザルモノト假定セザル可ラズ.

數多ノ版構ヲ連結シテ一結構ヲ組織スル場合ニハ其各版構連絡ノ狀態ニ依リ轉子ヲ有スル點ニアリテハ垂直反應力ノ一未知數,鉸ヲ有スル點ニアリテハ水平及垂直ノ二未知數,全ク緊定セル點ニアリテハ水平及垂直力ト更ニ彎曲力率トノ三未知數ヲ有スルヲ知ル卽チ其未知數ノ數ハ繫鉀ノ數ト正ニ相一致スルヲ見ル可シ

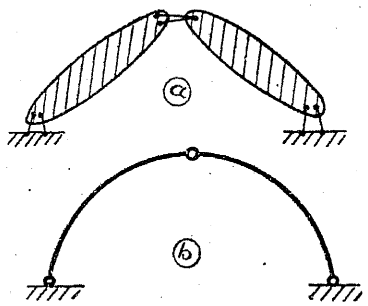
今各格點ニ於ケル是等所要ノ假想繫鉀ノ數ヲ c トシ同ジク地盤上ニ連結セル支點狀態 (Condition of support) ニ於ケル所要假想繫鉀ノ數ヲ a トシ結構組織ニ於ケル部材若クハ版構ノ數ヲ s トセ

バ全組織ガ靜力的確定狀態ニアル爲メニハ

$$c+a=3s \quad 或ハ \quad c=3s-a \cdots\cdots\cdots\cdots(926)$$

ナル關係方程式ヲ要ス可シ假令バ三鉸拱ニアリテハ其版構連結ノ狀態第七百九十圖ノ如クナル可キヲ以テ

第七百九十圖



$$c+a=1.2+2.2=6$$

$$3s=3.2=6$$

卽チ全ク靜力的確定狀態ニアルヲ知ル一般ニ版構若クハ支點ノ連結點緊定セラルヽ場合ニハ $c+a$ ハ常ニ $3s$ ヨリモ多クシテ

$$c+a=3s+m \quad 或ハ$$

$$c+a-3s=m \cdots\cdots\cdots\cdots(927)$$

トナル可シ卽チ此場合ニハ $3s$ ナル平衡條件數ノ外更ニ彈性原理ヨリ導ケル m 個ノ彈性方程式ヲ得ルニアラザレバ未知數 $c+a$ ヲ確定スルコト能ハズ斯クノ如キ場合ニ於ケル組織ヲ名ケテ之ヲ m 次靜力的不定狀態 (m-fold statically indeterminate state) ヲ有セルモノト云フ今二三ノ例ヲ取リテ以上ノ事實ヲ說明ス可シ.

第七百九十一圖ハ二鉸拱第七百九十二圖ハ支點鉸端ヲ有スル尖頂框構ニシテ前者ニアリテハ

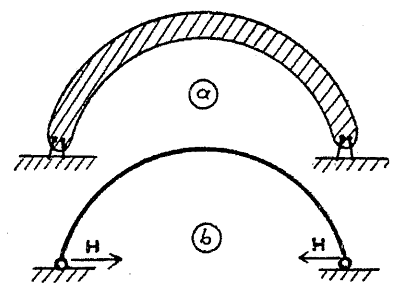
$$m=c+a-3s=0+2.2-3.1=1$$

後者ニアリテハ

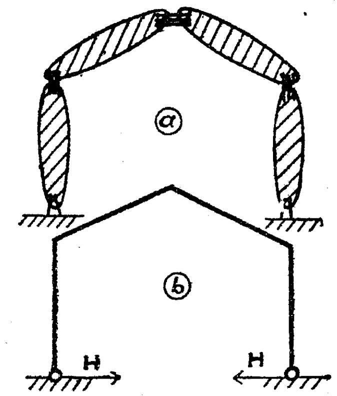
$$m=c+a-3s=3.3+2.2-3.4=1$$

卽チ單一靜力的不定狀態ニアルコトヲ示ス此場合ニ於ケル不定

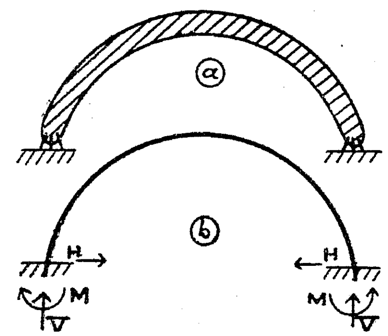
第七百九十一圖



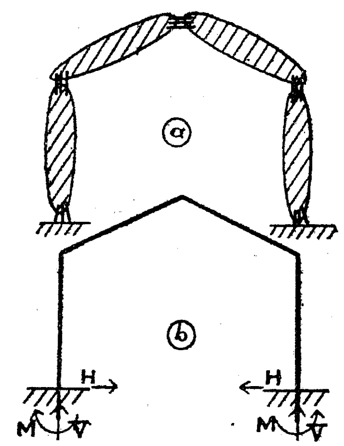
第七百九十二圖



第七百九十三圖



第七百九十四圖



力ハ一般ニ支點ニ於ケル水平推力 H ナリトス.

第七百九十三圖ハ無鉸拱第七百九十四圖ハ支點緊定セル尖頂框構ニシテ前者ニアリテハ

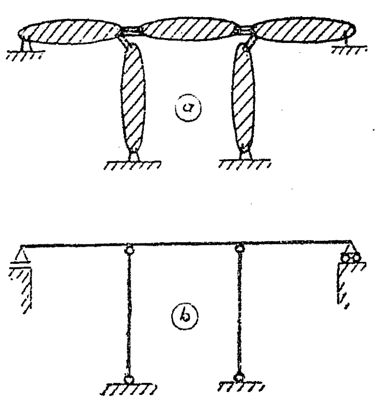
$$m=c+a-3s=0+2.3-3.1=3$$

後者ニアリテハ

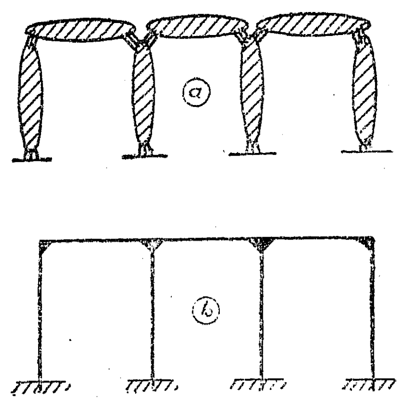
$$m=c+a-3s=3.3+2.3-3.4=3$$

即チ三次靜力的不定狀態ニアルコトヲ示ス此場合ニ於ケル不定力ハ一般ニ支點ニ於ケル水平推力 H, 垂直反應力 V 及彎曲力率 M ナリトス同樣ニ第七百九十五圖ノ如ク連續桁ノ一端鉸他端轉

第七百九十五圖



第七百九十六圖

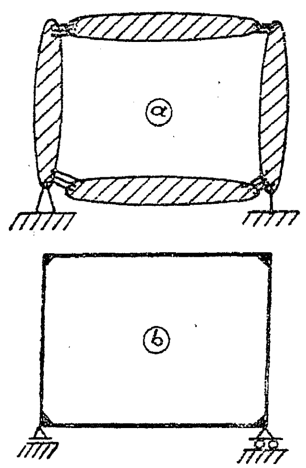


子ヲ有スルトキハ

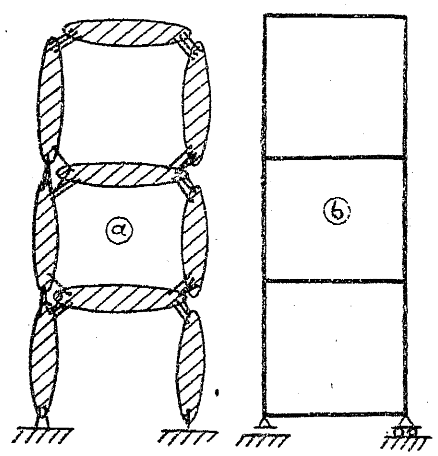
$$m = c+a-3s = (2.3+2.2)+(3.2+1.1)-3.5 = 2$$

第七百九十六圖ノ如キ結構ニ於テ柱ノ支點凡テ緊定セラル、

第七百九十七圖



第七百九十八圖



トキハ

$$m = c+a-3s = (2.3+2.6)+4.3-3.7 = 9$$

第七百九十七圖ノ如ク函形框構ノ場合ニハ

$$m = c+a-3s = 4.3+(1+2)-3.4 = 3$$

第七百九十八圖ノ如ク高層框構ノ場合ニハ

$$m = c+a-3s = (2.3+4.6)+(1+2)-3.9 = 6$$

ヲ得ベシ.

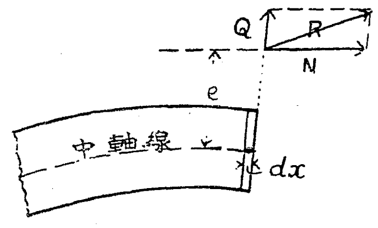
第三節 「カスチグリアノ」氏定理.

靜力的不定應力ノ解法ハ種々アリト雖ドモ最少働作ノ原則ニ據ルハ最モ簡單直接ノ方法ナルコト既述セルトコロノ如シ.「フックス」氏法則 (*Hooke's law*) ニ從ヘバ彈性體ニ外力ヲ加フルトキハ其彈性限度ヲ超過セザル範圍內ニアリテハ應力ハ其受クル變形量ニ正比例ヲ爲シ外力ヲ取去レバ變形量ハ消滅シテ再ビ原狀態ニ復歸ス可シ斯クノ如ク外力ヲ受クル間ニ其彈性體ノ與フル働キヲ名ケテ是ヲ抵抗働作 (Work of resistance) ト云フ而シテ此抵抗ハ外力ニ應ジテ其平衡 (Equilibrium) ヲ保持スルニ必要ナル丈ケノ最少限度ノ力ヲ發揮スルニ過ギズ是レ最少働作ノ原則 (Principle of least work) ノ起ル所以ナリ「カスチグリアノ」氏 (*Castigliano*) ハ其働作ニ就キテ次ノ如ク之ヲ演繹シタリ.

1) 彈性體ニ外力ヲ加エテ生ジタル其方向ニ於ケル働點ノ變位 (Displacement) 或ハ撓度 (Deflection) ハ其物體內ニ構成セル抵抗働作ノ外力ニ對スル第一微分 (First derivative) ニ等シク 2) 自身ニハ一ノ働作ヲ構成セザル樣撰定セル靜力的不定力ニ對シテ其抵抗働作ノ部分微分 (Partial differentiation) ヲ求ムルトキハ其値零ニ等シ.

今第七百九十九圖ノ如キ彈性銲ノ或斷面ヲ取リ其中軸線ヨリeナル距離ニ於テRナル力ノ働ク場合ヲ考ヘ之ヲ斷面ニ直角及平行ノ二分力N及Qニ分ツトキハNハ其斷面ニ對スル軸壓力,Qハ同ジク其剪力ヲ示シ更ニ $M=N.e$ ナル彎曲力率ヲ生ズ可シ此等應力ニ對スル働作ハ之ヲ次ノ如ク表ハスコトヲ得可シ.

第七百九十九圖



1) 軸壓力 (Normal stress). 銲ノ軸線ニ沿フテ其一端ヨリxナル或距離ニ於テ働ク軸壓力ヲNトシ銲ノ斷面積ヲA,其彈性係數ヲEトセバNニ依リテ生ズル變形量δ_1ハdxノ長サニ對シテ

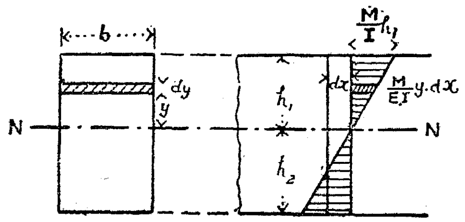
$$\delta_1=\frac{N}{E.A}.dx$$

ナリ而シテ此軸壓力ハ零ヨリNニ變化シタルモノナルヲ以テ其平均應力ハ $\frac{N}{2}$ ナリ故ニ其銲ニ於ケル全働作W_1ハ

$$W_1=\int_0^x \delta_1.\frac{N}{2}=\int_0^x \frac{N^2}{2E.A}.dx \quad \cdots\cdots(928)$$

2) 彎曲力率 (Bending moment). 今第八百圖ニ於テ中軸線ヨリyナル距離ニ於テdxナル單元長 (Elementary length) ニ於ケル變形量ハ

第八百圖



$$\delta_2=\frac{M}{E.I}.y.dx \left(\begin{array}{l}E=\text{彈性係數}\\ I=\text{物量力率}\end{array}\right)$$

次ニyナル距離ニ於ケル桁幅ヲbトセバ$b.dy$ナル斷面ニ働ク應力ハ

$\frac{M}{I}.b.y.dy$ ナリ故ニ其抵抗働作ハ

$$\frac{1}{2}.\frac{M}{E.I}.y.dx.\frac{M}{I}.b.y.dy=\frac{1}{2}.\frac{M^2}{E.I^2}.b.y^2.dx.dy$$

從ツテdxナル長サニ於ケル全働作ハ

$$\frac{1}{2}.\frac{M^2}{E.I^2}.dx\int_{-h_2}^{h_1} b.y^2.dy.$$

而シテ $\int_{-h_2}^{h_1} b.y^2.dy=I$ ナルヲ以テ桁ニ於ケル全働作ハ

$$W_2=\int\frac{M^2.dx}{2E.I^2}.I=\int\frac{M^2.dx}{2E.I} \quad \cdots\cdots(929)$$

3) 應剪力 (Shearing stress) 今Gヲ剪力Qニ對スル材料ノ彈性係數トシdxナル長サニ於テ剪力ガ等布的分配ヲナスモノトセバ茲ニδ_3ナル變角量 (Angular deformation) ヲ生ズ可シ其値ハ

$$\delta_3=\frac{Q}{G.A} \quad \cdots\cdots(930)$$

故ニdxニ於ケル抵抗働作ハ

$$\frac{1}{2}Q.\delta_3.dx=\frac{Q^2}{2G.A}.dx$$

然ルニ剪力力度ハ斷面ノ形チト共ニ各點ニ於テ夫々其値ヲ異ニス可キヲ以テ剪力ニ對スル全働作ハ

$$W_3=\int\frac{\alpha.Q^2}{2G.A}.dx$$

αハ一ノ定數ニシテ常ニ其値1ヨリモ大ナリ.

以上三ツノ應力ニ對スル抵抗働作ヲWトセバ

$$W=W_1+W_2+W_3$$
$$=\frac{1}{2}\int\frac{N^2}{E.A}.dx+\frac{1}{2}\int\frac{M^2}{E.I}.dx+\frac{1}{2}\int\frac{\alpha.Q^2}{G.A}.dx \quad \cdots\cdots(931)$$

N, M 及 Q 等ハ何レモ不定應力ノ函數ナルヲ以テ今其應力ヲ $X_1, X_2, X_3 \cdots\cdots X_n$ トセバ

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial W}{\partial X_1} &= \int \frac{N}{E.A}\cdot\frac{\partial N}{\partial X_1}.dx + \int \frac{M}{E.I}\cdot\frac{\partial M}{\partial X_1}.dx + \int \frac{\alpha.Q}{G.A}\cdot\frac{\partial Q}{\partial X_1}.dx = 0 \\
\frac{\partial W}{\partial X_2} &= \int \frac{N}{E.A}\cdot\frac{\partial N}{\partial X_2}.dx + \int \frac{M}{E.I}\cdot\frac{\partial M}{\partial X_2}.dx + \int \frac{\alpha.Q}{G.A}\cdot\frac{\partial Q}{\partial X_2}.dx = 0 \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\frac{\partial W}{\partial X_n} &= \int \frac{N}{E.A}\cdot\frac{\partial N}{\partial X_n}.dx + \int \frac{M}{E.I}\cdot\frac{\partial M}{\partial X_n}.dx + \int \frac{\alpha.Q}{G.A}\cdot\frac{\partial Q}{\partial X_n}.dx = 0
\end{aligned}\right\}\cdots(932)$$

卽 n 個ノ未知數ニ對シ n 個ノ方程式ヲ有スルヲ以テ此式ヲ解キテ $X_1, X_2 \cdots\cdots X_n$ ノ値ヲ求ムルコトヲ得可シ.

實際ニアリテハ剪力ニ依リテ起ル變形量ハ彎曲ニ依リテ生ズルモノニ比シテ其量極メテ小ナルヲ以テ之ヲ無視シ更ニ軸壓力ガ靜力的不定應力ニ及ボス影響モ亦割合ニ小ナルヲ以テ近似的ニハ彎曲力率ヨリ生ズルモノノミニ就キテ X ノ値ヲ求ムル場合尠カラズ.

次ニ各彈性組織ニ於テ外力ノ働作ハ內力ノ働作ト等シカラザル可ラザルヲ以テ外力トシテ一組織上ニ M_0 ナル力率働キ其回轉ノ方向ニ τ ナル變形ヲ生ジ更ニ N_0 ナル軸壓力ニ依リテ其力ノ方向ニ働點ノ移動 δ ヲ生ジタリトセバ前者ハ $M_0.\tau$, 後者ハ $N_0.\delta$ ナル働作ヲ與フ可シ故ニ

$$\frac{1}{2}\int \frac{M^2}{E.I}.dx + \frac{1}{2}\int \frac{N^2}{E.A}.dx = M_0.\tau + N_0.\delta$$

今 M_0 及 N_0 ニ對スル部分微分ヲ施ストキハ

$$\left.\begin{aligned}
\int \frac{M}{E.I}\cdot\frac{\partial M}{\partial M_0}.dx + \int \frac{N}{E.A}\cdot\frac{\partial N}{\partial M_0}.dx &= \tau \\
\int \frac{M}{E.I}\cdot\frac{\partial M}{\partial N_0}.dx + \int \frac{N}{E.A}\cdot\frac{\partial N}{\partial N_0}.dx &= \delta
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(933)$$

卽チ一組織上ノ働作ヲ其力率ニ對シテ微分セバ其力率ノ働點及同方向ニ於ケル變形量ヲ得可ク同樣ニ其軸壓力ニ對シテ微分セバ其力ニ對スル働點及同方向ノ變位量ヲ求ムルコトヲ得可シ.

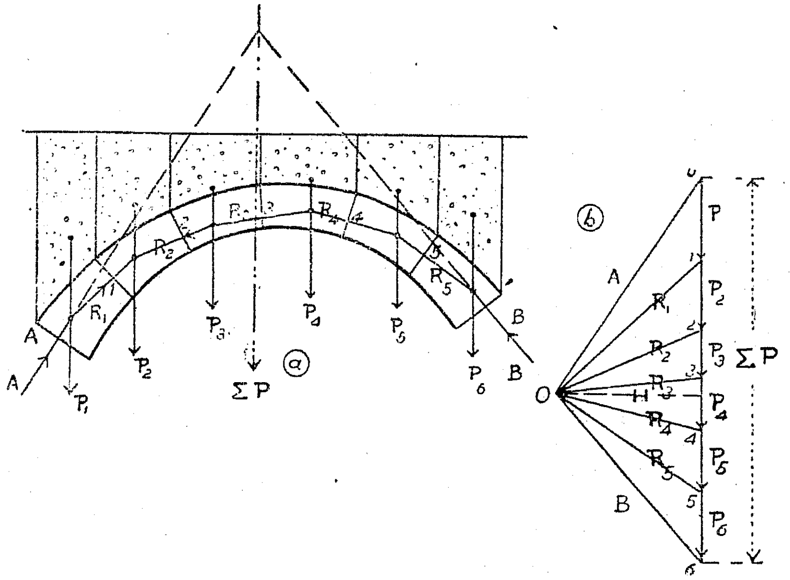
第二章　拱ノ理論

第一節　拱ノ壓力線

拱ハ其拱坐(Arch end)ニ於テ鉸(Hinge)ヲ有シ鉸ノ周圍ニ回轉シ得ルカ若ハ無鉸ニシテ全ク不動狀態ニアルカノ二樣式ヲ有ス可シ前者ハ更ニ拱頂(Crown)ニ於テ鉸ヲ有スルモノアリ之ヲ名ケテ三鉸拱(Three hinged arch)ト云フ拱端ノミニ鉸ヲ有スルトキハ之ヲ二鉸拱(Two hinged arch)ト云ヒ更ニ全部不動狀態ニアルモノハ之ヲ無鉸拱(Hingeless arch)ト名ヅク

一般ニ外力ハ拱ノ自重,塡充料,床重及活重ノ凡テヲ含ミテ垂直ノ方向ニ働クモノト考フルコトヲ得可シ今第八百一圖ニ於テ拱ガ1,2,3,….ナル繼手面(Joint plane)ニ依リテ數個ノ拱石(Voussoirs)ニ

第八百一圖



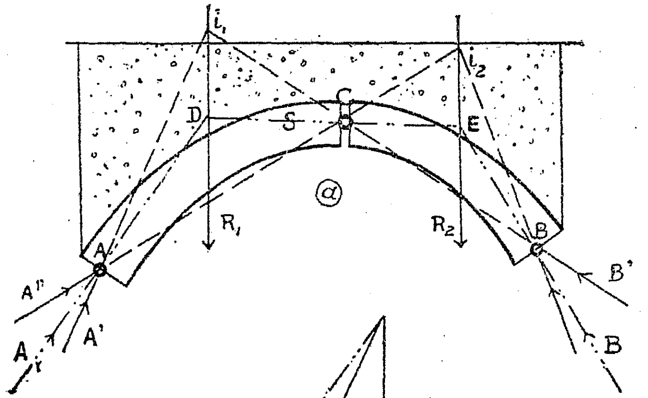
分タレA及Bナル終端斷面ハ緊定セル拱臺(Abutment)ニ休止スルモノトス然ルトキハ各拱石假令バ1—2ハP_2ナル外重及其接續繼手面ニ於ケルR_1及R_2ナル二ツノ合成壓力ノ作用ヲ受ク可シ此等ノ力ハ互ニ平衡ヲ保持セザルベカラズ從ツテ1—2—0ナル力ノ三角形(Force triangle)ニ依ツテ之ヲ表ハスコトヲ得可シ此方法ニ據リテ繼手ニ於ケル壓力(Joint pressure)ハ其何レカ一ツヲ知レバ他ノ一ツヲ確定スルコトヲ得可ク從ツテ繼手ニ於ケル壓力ノ凡テハ夫等ノ力ノ或一ツノ力量(Magnitude),方向(Direction)及働點(Point of application)ヲ知レバ順次之ヲ見出スコトヲ得可シA及Bナル終端面ニ働ク力ハ拱端壓力(Abutment pressure)ニシテ之ニ對抗スル力ヲ拱端反應力(Abutment reaction)ト云ヒA及Bヲ以テ之ヲ表ハストキハ拱ハΣP及A,Bノ三力ニ依リテ平衡狀態ニアルモノト考フルコトヲ得可シ.

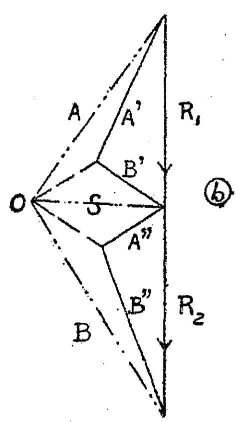
隣接セル拱石間ノ働力及反應力ハ第八百一圖Rナル力ノ各線ニ沿フテ起ル可シ故ニ此等ノ力ヨリ構成セル多角形ヲ名ケテ抵抗力線(Line of resistance)ト云ヒ終側トシテノA及Bナル拱端反應力ト合セテPナル力ノ索角形(Funicular polygon or Equilibrium polygon)ニ依リテ之ヲ表ハスコトヲ得可シ今其假定拱石ノ數ヲ增加セバ此多角形ハ漸次曲線ノ形ヲ取ル可ク此繼手壓力ノ働點ノ幾何學的軌跡(Geometric locus)ヲ名ケテ壓力線(Line of pressure)ト云フ實際ニ於テハ抵抗力線ト壓力線トハ之ヲ同一意味ニ取扱フコト多シ.

若シ荷重ノ方向垂直ナルトキハ凡テノRナル繼手壓力ノ水平分力ハ互ニ相等シク又拱端反應力ノ水平分力ニ等シ後者ヲ名ケテ之ヲ拱ノ水平推力(Horizontal thrust)ト云フ然ルトキハ抵抗力線

ハ極距(Polar distance)トシテ H ヲ有シ終側ガ拱端反應力ト一致スル樣畫キタル P ナル荷重ノ索角形ニテ表ハサルヽモノトナル可シ斯クノ如キ仕樣ニ合格ス可キ線ヲ定ムルニハ一般ニ三ツノ條件ヲ供給セザル可ラス卽チ拱端反應力若クハ繼手壓力ノ或一ツノ力量,方向及働點カ若クハ壓力線ガ三ツノ確定セル鉸點ヲ通過スベキコトカノ何レカナラザル可ラズ故ニ三鉸拱ハ靜力的ニ定メ得可キ唯一ノ樣式ニシテ他ノ樣式ニアリテハ或荷重ニ對シ何レモ平衡多角形ノ無數ヲ畫クコトヲ得可ク其內唯一ツノミガ眞ノ抵抗力線トナル可シ假令バ無鉸拱ニアリテハ A 及 B ノ力量,方向及働點共ニ初メヨリ未定ナルヲ以テ三重靜力的不定狀態(Three-fold statically in-reefold statically in-determinate state)ニアルモノナリト云フコトヲ得可シ此場合ニ於ケル抵抗力線ヲ定ムルニハ拱ノ變形法則(Law of deformation)ノ性質ヲ究メザル可ラズ以下順次之ヲ說述ス可シ.

第八百二圖





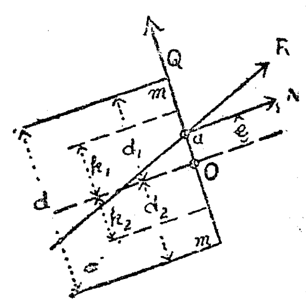
三鉸拱ニアリテハ靜力的ニ A 及 B ナル反應力ヲ定ムルコト容易ナリ今第八百二圖ニ於テ A,B 及 C ヲ鉸トシ R_1 及 R_2 ヲ各々 C ナル拱頂ノ左右ニアル外力ノ合成力トセハ R_1 ニ對スル A 及 B 點ノ反應力ト R_1 トガ平衡狀態ニアルトキハ各力ノ方向ニ於ケル延長線ハ互ニ同一點 i_1 ニ會セザル可ラザルヲ以テ一方 B ト C トヲ連結スル線ニ依リ B' ノ方向定マリ一方ハ i_1 及 A ヲ連ヌル線ニ依リテ A' ノ方向定マル可シ而シテ其力量ハ夫レゾレⓑ圖ニ於テ示セル A' 及 B' トナル可シ同樣ニ R_2 ニ對シテハⓐ圖ニ於テ其反應力ノ方向 A'' 及 B'' ヲ知リⓑ圖ニ於テ其力量ヲ知リ得可キヲ以テ A' 及 A'' ノ合成力ハ A トナリ B' 及 B'' ノ合成力ハ B トナル可シ故ニⓑ圖 A,S 及 B ニ平行ニⓐ圖ニ於テ $ADCEB$ ナル索角形ヲ引クトキハ DE 線ハ又拱頂 C 點ヲ通過セザル可ラザルヤ明カナリ斯クテ靜力的ニ A 及 B 點ニ於ケル反應力ヲ確定スルコトヲ得可シ.

三鉸拱ヲ除ク他ノ樣式ニアリテハ平衡狀態ヲ表ハス方程式ノミニ依リテハ支點ノ反應力ヲ求ムルコト能ハズ卽チ靜力的不定狀態ニアルモノニシテ第一章ノ各原則ヲ適用セザル可ラズ.

第二節　拱ニ於ケル內力.

第八百三圖ニ於テ mm ナル斷面ヲ考ヘ R ヲ a 點ニ働ク壓力トシ之ヲ其斷面ニ垂直及平行ナル二分力 N 及 Q ニ分解セバ前者ハ其斷面ニ於ケル軸壓力(Normal force),後者ハ剪力(Shearing force)ヲ示スモノトナル可シ而シテ剪力ハ其値小ナルヲ以テ普通之ヲ無視シ更ニ軸壓力ニ對シテハ近似的ニ直鉀(Straight bar)ニ對スル力學ノ理論ヲ適用

第八百三圖



スルコトヲ得可シ今

A＝拱ノ斷面積

M＝斷面ノ重心點Oニ關スルNナル軸壓力ノ彎曲力率

d_1d_2＝重心點ヨリ斷面ノ緣端ニ至ル距離

I＝中軸線ニ對スル斷面ノ物量力率

トセバ若シ軸壓力ノ働點ガOノ上部ニアルモノトシ更ニ應壓力ヲ(＋),應張力ヲ(－)ニテ示スモノトセバ上下緣端ニ於ケル纖維應力(Fibre stress) σ_u, 及 σ_l ハ

$$\sigma_{u,l}=\frac{N}{A}\pm\frac{M.d_{1,2}}{I} \qquad \cdots\cdots(934)$$

今斷面ノ高サヲd, 幅ヲ單位長トセバ$A=d$, $I=\frac{1}{12}d^3$,

$d_1=d_2=\frac{d}{2}$ ナリ更ニO點トa點トノ距離ヲeトセバ$M=N.e$ナリ.

故ニ

$$\sigma_{u,l}=\frac{1}{d}.\left(N\pm\frac{6M}{d}\right)=\frac{N}{d}.\left(1\pm\frac{6e}{d}\right) \qquad \cdots\cdots(935)$$

Oヨリ核心限界(Limit of kernel)ヘノ距離ヲk_1及k_2トセバ

$k_1=\frac{I}{A.d_2}$, $k_2=\frac{I}{A.d_1}$ ニシテ此場合ニハ斷面ハ矩形ナルヲ以テ $k_2=k_1=\frac{d}{6}$ ナリ故ニ

$$\left.\begin{aligned}\sigma_u&=\frac{N}{d}.\left(1+\frac{e}{k_2}\right),\\ \sigma_l&=\frac{N}{d}.\left(1-\frac{e}{k_1}\right).\end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(936)$$

卽チ$e<\frac{d}{6}$ノトキ或ハ壓力線ガ核心內ニアルトキハ拱內ニハ一モ應張力ヲ生ゼザルヲ知ル.

若シ拱ノ斷面ヲ曲錁ノ一部ト考ヘ其曲率半徑(Radius of curvature)ヲρトセバ精密ナル公式ハ

$$\sigma_{u,l}=\frac{N}{A}+\frac{M}{A.\rho}\pm\frac{M.\rho.d_{1,2}}{I.(\rho\pm d_{1,2})} \qquad \cdots\cdots(937)$$

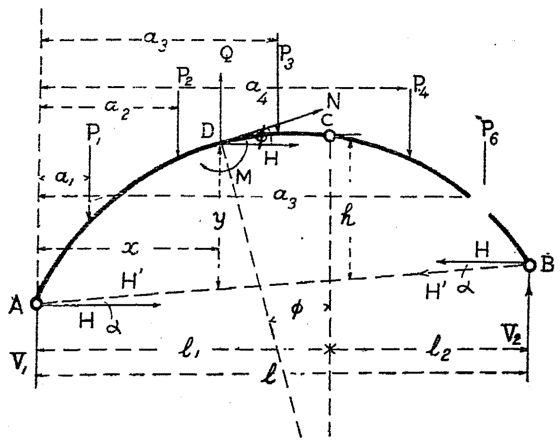
其近似公式ハ

$$\sigma_{u,l}=\frac{N}{A}+\frac{M}{A.\rho}\pm\frac{M.d_{1,2}}{I} \qquad \cdots\cdots(938)$$

然レドモρハ其値大ナルヲ以テ第二項ハ之ヲ無視シ實際拱ノ計算ニアリテハ(934)式ヲ使用スルコト多シ.

第三節　三鉸拱ノ理論.

第八百四圖



初メ最モ一般ノ場合卽チ垂直集中荷重Pヲ有スル三鉸拱ヲ考フ可シ第八百四圖ニ於テA及Bヨリ拱頂ニ於ケル鉸マデノ水平距離ヲl_1及l_2トシ其ABナル弦ヨリノ拱矢(Rise)ヲhトス更ニA及B點ニ於ケル垂直反應力ヲV_1及V_2トシABナル弦ニ沿フテ働ク推力(Thrust)ヲH'トシ其水平推力ヲHトセバ$H'=H.\sec\alpha$トナル可シ然ルトキハ

$$\left.\begin{aligned}V_1&=\frac{1}{l}\sum_0^l P_1.(l-a_1)\\ V_2&=\frac{1}{l}\sum_0^l P_1.a_1\end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(939)$$

$V_1+V_2=\sum_0^l P$ トナル可シ今拱上隨意ノ一點Dニ於テ其A點ヨリノ横距ヲx,AB弦ヨリノ高サヲyトセバ其點ニ於ケル彎曲力率ハ

$$M=V_1.x-\sum_0^x P_1.(x-a_1)-H.y=M_0-H.y \quad\cdots\cdots(940)$$

M_0ハABナル單桁ガ拱ト同一ノ荷重狀態ニ於ケル場合ニ於テxナル横距ヲ有スル點ノ彎曲力率ヲ示ス. 拱頂Cニアリテハ$M_c=O$, $y=h$ ナルヲ以テ $O=M_{0,c}-H.h$ 卽チ

$$H=\frac{M_{0,c}}{h} \quad\cdots\cdots(941)$$

$M_{0,c}$ハABナル單桁ニ於ケルC點ノ彎曲力率ヲ示ス

次ニDナル斷面ニ於ケル軸壓力ハ

$$N=(V_1-\sum_0^x P_1).\sin\phi+H.\tan\alpha.\sin\phi+H\cos\phi$$
$$=(Q+H.\tan\alpha).\sin\phi+H.\cos\phi \quad\cdots\cdots(942)$$

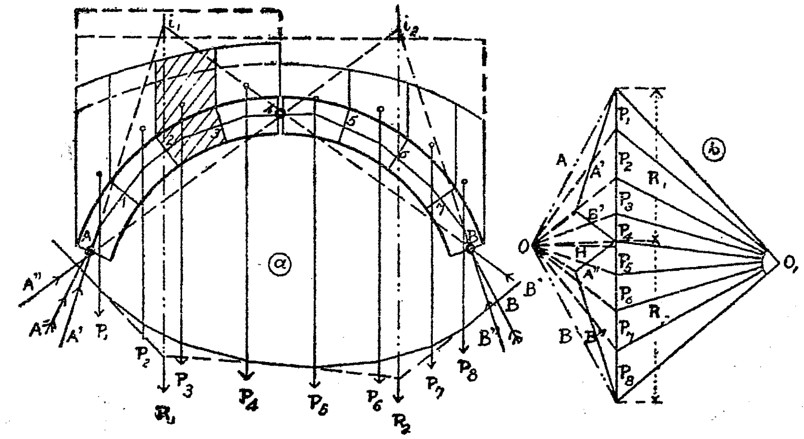
Qハxナル横距ヲ有スル斷面ニ於ケル單桁ノ剪力ヲ示ス若シA,Bガ同一水平線上ニアルトキハ $H.\tan\alpha=0$ ナルヲ以テ

$$N=Q.\sin\phi+H.\cos\phi \quad\cdots\cdots(943)$$

此解拆的解法ノ代リニ圖式的ニモ之ヲ取扱フコトヲ得可シ今拱ノ半部徑間ニ活重ヲ有スル場合ニ就キテ之ヲ考フ可シ拱腹内ニ於ケル塡充料ノ單位重量ヲg,拱上ノ單位活重ヲp,拱ノ單位自重ヲγトシ拱腹ノ自重及活重ヲ拱ノ重量ニ換算セバ前者ノ高サハ$\frac{g}{\gamma}$,後者ノ高サハ$\frac{p}{\gamma}$ヲ以テ之ヲ表ハスコトヲ得可シ今第八百五圖ニ於テ其換算高サハ黑線ヲ以テ之ヲ示ス.

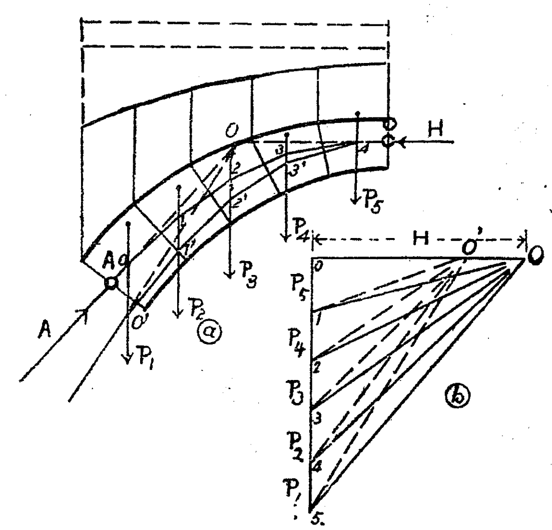
次ニ拱ヲ數多ノ部面 (Segment) ニ分チテ考フ可シ此場合ニハ拱ハ其曲線ノ中心點ヨリノ放射線ニテ,拱腹及活重ハ放射線ノ終端ヨリ立テタル垂直線ニテ其部面ヲ示スモノトシ(假令バ圖中影線

第八百五圖



ヲ施セルモノヽ如キ)各部面ノ總重ハ其部面ノ重心點ニ働ク P_1, P_2,…… ヲ以テ之ヲ表ハス可シ今極(Pole)トシテ或任意ノ一點O_1ヲ撰ミⓑニ示セル力ノ多角形ヨリ之ニ對應スル平衡曲線 (Equilibrium curve) ヲ畫クトキハ拱頂鉸ノ左右ニ於ケルPノ合成力R_1及R_2ヲ見出シ得可シ故ニ第一節ニ説述セル方法ニ基キ起拱點ニ於ケル反應力A及Bヲ知リ之ニ對應スル新極OヨリΣPノ各點ニ引ケル放射線ニ平行シテ拱ノ各部面ニ於ケル壓力線ヲ定ムルコトヲ得可シ.

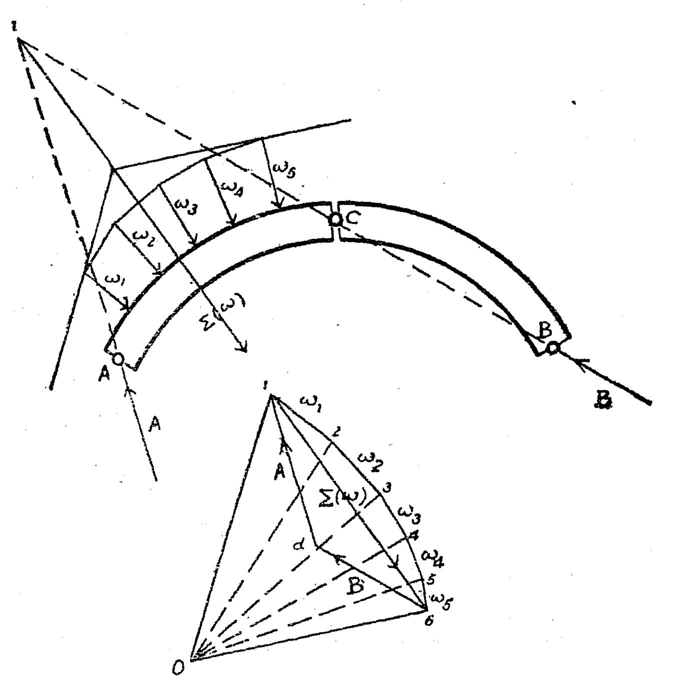
第八百六圖



若シ對稱的拱ニシテ對稱的荷重ヲ有スルト

キハ第八百六圖ノ如ク更ニ簡單ナル圖式ヲ得可シ此場合ニハ拱ノ半部ヲ考フレバ可ナルベク今ⓑ圖ニテOヨリ引ケル水平線上ニ任意ノ一點O'ヲ取リPナル外重ニ對スル放射線ヲ引キ拱頂鉸點ヨリ初メテ此放射線ニ平行セル$C43'2'1'o'$ナル壓力線ヲ引クトキハ$O'5$ノ平行線ハ一般ニ起拱點Aヲ通過スルコトナカル可シ今若シ此壓力線ノ左右外側線ヲ延長シテOニ會セシメOトAトヲ結ブ線ニ平行ニⓑ圖ニ於テ5o線ヲ引キOヲ新極トシテ引ケル放射線ニ平行ニ更ニ$Ao1234B$ナル壓力線ヲ引ケバC及Aヲ通過ス可キ壓力線ヲ得可シ從ツテ起拱點ノ反應力Aヲ知ルコトヲ得ベク同時ニoOハ其横推力Hノ値ヲ示スモノトナル可シ.

第八百七圖



若シ外方荷重ガ風壓ノ如ク傾斜セル方向ニ働クモノナルトキハ又圖式的ニ之ヲ解クヲ以テ最モ便利ナリトス.

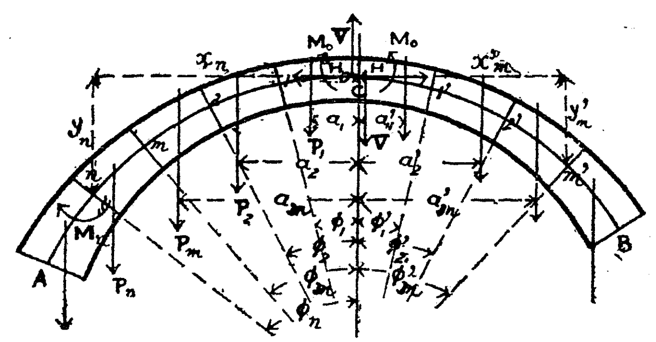
今第八百七圖ニ於テACBナル三鉸拱ヲ考エ$\omega_1, \omega_2, \ldots\ldots$ナル傾斜荷重ガ矢ノ如

ク働クモノトシ合成力$\Sigma\omega$ノ方向及働點ヲ知レバ反應力BハB及Cナル鉸ヲ連結シタル線ニ依リテ與ヘラル可ク他ノ反應力Aノ方向ハ前者ノ會點iトAトヲ連結シタル線ニテ示スモノトナル可シ而シテ其各力量ハA, B及$\Sigma\omega$ニ平行ニ引ケル力ノ三角形$1d6$ニ依リテ之ヲ定ムルコトヲ得可シ.

第四節　無鉸拱ノ數學的解法.

起拱點ニ鉸ヲ有セザルトキ卽チ其點ニ於テ毫モ回轉(Rotation)ノ自由ヲ許サヾル場合ニハ三鉸拱ノ場合ト異ナリ靜力的不定狀態ニアルヲ以テ其反應力ハ彈性的變形(Elastic deformation)ニ關スル法則ニ從ヒテ之ヲ決定セザル可ラズ但シ拱ノ彈性係數E,斷面A及物量力率Iハ共ニ不變ノ値ヲ有スルモノトシテ之ヲ論ズ可シ今第八百八圖ニ於テ拱ABガ拱頂Cヲ通ズル垂直斷面ニ依リテ兩斷セラレタルモノト考エ其斷面ニ於ケル繼手壓力(Joint pressure)ヲ外力トシテ取扱ヒ之ヲ斷面ノ重心點ニ働ク

第八百八圖



垂直及水平分力V及Hニ分解セラレタルモノトシ更ニ同點ニ於ケル彎曲力率ヲM_0ニテ表ハストキハ此等ノ力ハ何レモ拱ノ左右半部ニ於テ同量ヲ有シ互ニ反對ノ方向ニ働クモノト假定スルコトヲ得可シ今拱頂ヨリ初メテ左右ニ各々Δsナル同一距離ニ$1, 2, \ldots\ldots n$及$1', 2', \ldots\ldots m'$ナル斷面ヲ取リ垂直線ニ對スル其傾斜度ヲ

$\phi_1,\phi_2,\cdots\cdots\phi_n$ 及 $\phi_1',\phi_2'\cdots\cdots\phi_m'$ トシ各部分ニ來ル荷重ヲ $P_1,P_2\cdots\cdots P_n$ 及 P_1' $P_2'\cdots\cdots P_m'$ トシ拱頂通過ノ垂直線ヨリ其荷重迄ノ距離ヲ $a_1,a_2\cdots\cdots$ 及 $a_1',a_2'\cdots\cdots$ トス更ニ拱頂ニ對シ各部分ノ重心點ノ縱横距ヲ (x,y) 及 (x',y') ニテ表ハスモノトセバ拱ノ左側ニ於ケル n ナル或斷面ニ於ケル彎曲力率 M 及軸壓力 N ハ

$$\left.\begin{aligned} M_n &= M_0+\sum_{m=1}^{m=n}P_m.(x_n-a_m)-H.y_n-V.x_n \\ N_n &= H.\cos\phi_n+\left(\sum_1^n P\right).\sin\phi_n-V.\sin\phi_n \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(944)$$

同様ニ拱ノ左側ニ於ケル或斷面ニアリテハ

$$\left.\begin{aligned} M_n' &= M_0+\sum_{m=1}^{m=n}P_m'.(x_n'-a_m')-H.y_n'+V.x_n' \\ N_n' &= H.\cos\phi_n'+\left(\sum_1^n P'\right).\sin\phi_n'+V.\sin\phi_n' \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(945)$$

(944) 及 (945) 式ニ於ケル H,V 及 M_0 ハ何レモ未知數ニシテ最少働作ノ原則ニ據リテ之ヲ決定セザル可ラズ今 W_1 ヲ拱ノ左側ニ於テ變形ヲ與フル力ノ彈性的働作, W_2 ヲ同様右側ニ於ケル働作トセバ拱ノ變形ニ對スル全動作ハ $W=W_1+W_2$ ニテ示シ得可ク從ツテ

「カスチグリアノ」氏定理ニ從ヒ

$$\frac{\partial W}{\partial H}=0,\quad \frac{\partial W}{\partial V}=0,\quad \frac{\partial W}{\partial M_0}=0$$

更ニ剪力ニ依リテ生ズル働作ヲ無視スルトキハ

$$W=\int_A^B\frac{M^2}{2E.I}.ds+\int_A^B\frac{N^2}{2E.A}.ds$$

今 ds ノ代リニ或部分ノ長サ Δs ヲ假定シ從ツテ積分符號ノ代リニ總和 (Summation) 符號ヲ置キ換ユルトキハ次ノ如キ三個ノ條件

方程式ヲ得可シ.

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial H} &= \sum_A^B\frac{M}{E.I}.\frac{\partial M}{\partial H}.\Delta s+\sum_A^B\frac{N}{E.A}.\frac{\partial N}{\partial H}.\Delta s=0 \\ \frac{\partial W}{\partial V} &= \sum_A^B\frac{M}{E.I}.\frac{\partial M}{\partial V}.\Delta s+\sum_A^B\frac{N}{E.A}.\frac{\partial N}{\partial V}.\Delta s=0 \\ \frac{\partial W}{\partial M_0} &= \sum_A^B\frac{M}{E.I}.\frac{\partial M}{\partial M_0}.\Delta s=0 \end{aligned}\right\}\cdots(946)$$

此式中ニ(944)若クハ(945)式ヨリ得タル M 及 N ト其部分微分トノ値ヲ代入シ更ニ

$$\left.\begin{aligned} \sum_{m=1}^{m=n}P_m.(x_n-a_m) &= m \\ \sum_{m=1}^{m=n}P_m'.(x_n'-a_m') &= m' \end{aligned}\right\}\qquad \left.\begin{aligned} \sum_1^n P &= p \\ \sum_1^n P' &= p' \end{aligned}\right\}$$

ナル畧標ヲ用フルトキハ H,V 及 M_0 ヲ決定ス可キ次ノ三個ノ一次方程式ヲ得可シ.

$$\left.\begin{aligned} &-M_0\sum_A^B\frac{y}{E.I}.\Delta s+H\left(\sum_A^B\frac{y^2}{E.I}.\Delta s+\sum_A^B\frac{\cos^2\phi}{E.A}.\Delta s\right) \\ &\quad+V\left(\sum_A^C\frac{x.y}{E.I}.\Delta s-\sum_C^B\frac{x.y}{E.I}.\Delta s-\sum_A^C\frac{\sin\phi.\cos\phi}{E.A}.\Delta s\right. \\ &\quad\left.+\sum_C^B\frac{\sin\phi.\cos\phi}{E.A}.\Delta s\right)-\sum_A^B\frac{m.y}{E.I}.\Delta s+\sum_A^B p.\frac{\sin\phi.\cos\phi}{E.A}.\Delta s=0 \\ &-M_0\left(\sum_A^C\frac{x}{E.I}.\Delta s-\sum_C^B\frac{x}{E.I}.\Delta s\right)+H\left(\sum_A^C\frac{x.y}{E.I}.\Delta s\right. \\ &\quad\left.-\sum_C^B\frac{x.y}{E.I}.\Delta s-\sum_A^C\frac{\sin\phi.\cos\phi}{E.A}.\Delta s+\sum_C^B\frac{\sin\phi.\cos\phi}{E.A}.\Delta s\right) \\ &\quad+V\left(\sum_A^B\frac{x^2}{E.I}.\Delta s+\sum_A^B\frac{\sin^2\phi}{E.A}.\Delta s\right)-\sum_A^C\frac{m.x}{E.I}.\Delta s \\ &\quad+\sum_C^B\frac{m'.x}{E.I}.\Delta s-\sum_A^C p.\frac{\sin^2\phi}{E.A}.\Delta s+\sum_C^B p'.\frac{\sin^2\phi}{E.A}.\Delta s=0 \end{aligned}\right\}(947)$$

$$M_0\sum_A^B \frac{1}{E.I}.\Delta s - H\sum_A^B \frac{y}{E.I}.\Delta s - V\Big(\sum_A^C \frac{x}{E.I}.\Delta s - \sum_C^B \frac{x}{E.I}.\Delta s\Big) + \sum_A^B \frac{m}{E.I}.\Delta s = 0$$

H,V 及 M_0 ノ値ヲ知レバ之ヲ(944)及(945)式ニ挿入シテ M,N 及 M',N' ヲ定メ得可ク從ツテ(934)式ヨリ纖維應力ヲ定ムルコトヲ得可シ.

M,N 及 M',N' ノ値ヲ知レバ更ニ抵抗力線ノ位置ヲ定ムルコトヲ得可シ何トナレバ第二節ニ論ゼシガ如ク $M=N.e$ ナルヲ以テ拱肋(Arch rib)ノ中心線ヨリ抵抗力線ヘノ距離ハ

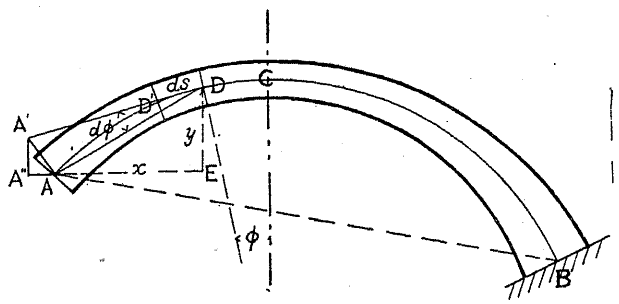
$$x = \frac{M}{N} \qquad \text{(948)}$$

トナル可ケレバナリ.

第五節　無鉸拱ノ圖式的解法.

今第八百九圖ニ於テ AB ナル拱ガ B ナル終端ニ於テ緊定セラレ A 端ニ於テ完全ニ自由ナリトシ拱肋中ノ D 及 D' ナル二ツノ非常ニ近接セル斷面ガ其重心點間ノ距離 ds ヲ變ゼズシテ相互 $d\phi$ ナル角變位 (Angular displacement) ヲ受ケタルモノト考フレバ其結果トシテ若シ BD ナル部分ガ緊定狀態ニ殘ルモノトセバ DA ナル部分ハ $d\phi$ 丈ケ回轉シ A ナル終點ハ DA ニ直角ニ A' ナル新ラシキ位置ニ移轉ス可シ　今原點(Origin)トシテ A 點ヲ取リ (x,y) ナ

第八百九圖



ル縱橫距ニ依リテ D ナル分點ヲ示スモノトセバ $\triangle AA'A''$ 及 $\triangle DAE$ ハ相似形ニシテ

$AA' = DA.d\phi$ ナルヲ以テ A 點ニ於ケル垂直及水平變位ハ

$$A'A'' = AA'.\frac{x}{AD} = x.d\phi$$

$$AA'' = AA'.\frac{y}{AD} = y.d\phi$$

次ニ D,D' ナル斷面ノ相互的回轉ニ加フルニ更ニ其斷面ノ重心點間ノ距離 ds ニ變化ヲ生ジ ds ハ Δds 丈ケ長サヲ短縮シタルモノトセバ A 點ハ DD' ニ平行シテ同量ノ變位ヲ生ズ可シ此變位ハ之ヲ分解シテ $\Delta ds.\sin\phi$ 及 $\Delta ds.\cos\phi$ ニテ之ヲ示スコトヲ得可シ故ニ A 點ノ全變位量ハ

$$\left.\begin{aligned} A'A'' &= x.d\phi - \Delta ds.\sin\phi \\ AA'' &= y.d\phi - \Delta ds.\cos\phi \end{aligned}\right\} \qquad \text{(949)}$$

今 D ナル斷面ニ於テ M ナル彎曲力率及 N ナル軸壓力働クモノトシ其剪力ヲ無視シ更ニ近似的ニ直桁ニ對スル定理ヲ應用シ(拱ノ曲度ヲ考慮中ニ加ヘタル定理ハ「メラン」氏(Mélan)著橋梁編第二卷ヲ參照ス可シ) ρ ヲ彎曲ニ依リテ生ズル曲線半徑トセバ

$$ds = \rho.d\phi = \frac{E.I}{M}.d\phi, \quad d\phi = \frac{M}{E.I}.ds$$

$$\Delta ds = \frac{N}{E.A}.ds$$

ナルヲ以テ此値ヲ(949)式中ニ挿入セバ

$$A'A'' = \frac{M.x}{E.I}.ds - \frac{N.\sin\phi}{E.A}.ds$$

$$AA'' = \frac{M.y}{E.I}.ds - \frac{N.\cos\phi}{E.A}.ds$$

然ルニ實際ニ於テハ拱ノ兩端共ニ緊定狀態ニアルヲ以テA點ノ變位量ハ零ナラザル可ラズ故ニ其全拱ニ對スル彈性方程式ハ

$$\left.\begin{aligned}&\int_A^B \frac{M.x}{E.I}.ds-\int_A^B\frac{N.\sin\phi}{E.A}.ds=0\\&\int_A^B \frac{M.y}{E.I}.ds-\int_A^B\frac{N.\cos\phi}{E.A}.ds=0\end{aligned}\right\}$$

而シテ又斷面ノ囘轉卽チ $\int_A^B d\phi=0$ トナル可キヲ以テ

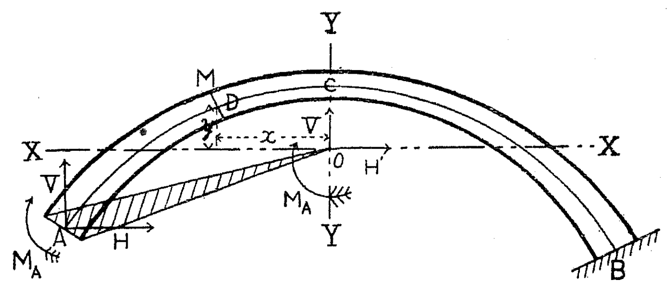
$$\int_A^B\frac{M}{E.I}.ds=0 \qquad (950)$$

以上導ケル公式ハAヲ原點トシテ取レル縱橫距ニ依リテ定メタルモノナルモ此推理ハ縱橫距ヲ平行ニ動カセル或他ノ軸線ニ對シテモ全ク同樣ノ形式トナル可シ何トナレバ(950)式ノ第一方程式中第一項xノ代リニ$x'+a$ヲ代入スルトキハ

$$\int\frac{M.x}{E.I}.ds=\int\frac{M.x'}{E.I}.ds+a\int\frac{M}{E.I}.ds$$

トナリ此第二項ハ(950)式ノ第三方程式ニ依リ零トナル可ク同樣ニyノ代リニ$y'+b$ヲ(950)式ノ第二方程式第一項中ニ代入スルトキハbノ添和項ハ亦零トナル可シ故ニ算式ヲ簡單トナス爲メ第八百十圖ニ示セルガ如ク座標(Coordinate)ノ原點ヲH,V及M_1ト共ニ或一點oニ移シ

第八百十圖



Oハ拱座Aト影線ニテ示セルガ如キ硬直連結(Rigid connection)ヲ爲セルモノト考フ可シ今A點ガ自由ニシテB點ニ於テ緊定セリト考エタル單桁ノDナル或斷面ニ於ケル力率ヲM_0ヲ以テ表ハセバ

$$M=M_0+M_1-H.y-V.x \cdots\cdots (951)$$

而シテ

$$N.\cos\phi=H,\qquad N.\sin\phi=0$$

ト考フルモ實際ニ於テ差違ナキヲ以テ(950)ノ彈性方程式中ニ以上ノ値ヲ代入シ同時ニEナル共通値ヲ削除スルトキハ

$$\left.\begin{aligned}&\int_A^B\frac{M_0.x}{I}.ds+M_1\int_A^B\frac{x}{I}.ds-H\int_A^B\frac{x.y}{I}.ds-V\int_A^B\frac{x^2}{I}.ds=0\\&\int_A^B\frac{M_0.y}{I}.ds+M_1\int_A^B\frac{y}{I}.ds-H\int_A^B\frac{y^2}{I}.ds\\&\quad-V\int_A^B\frac{x.y}{I}.ds-H\int_A^B\frac{ds}{A}=0\\&\int_A^B\frac{M_0}{I}.ds+M_1\int_A^B\frac{ds}{I}-H\int_A^B\frac{y}{I}.ds-V\int_A^B\frac{x}{I}.ds=0\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(952)$$

第六節 對稱的無鉸拱

今第八百十圖ニ於テ座標ノ原點Oヲ

$$\int\frac{x}{I}.ds=0,\quad\int\frac{y}{I}.ds=0,\quad\int\frac{x.y}{I}.ds=0$$

ノ條件ニ適スル樣撰定シ更ニ拱ノ中軸線上ニ $d\omega=\frac{ds}{I}$ ナル彈性荷重(Elastic weight)ヲ有スルモノト考フルトキハ上式ハ

$$\int d\omega.x=0,\quad\int d\omega.y=0.\quad\int d\omega.x.y=0$$

トナル可シ卽チOナル原點ハ $\frac{ds}{I}$ ナル彈性荷重ヲ有スル拱ノ重

心點ト一致シ更ニ $d\omega$ ナル荷重ノ離心力率 (Centrifugal moment $=\int d\omega.x.y$ ガ零ニ等シキ樣座標軸ヲ取リタルモノト假定ス此假定ニ從ヘバ Y 軸ハ對稱軸トナリ X 軸ハ之ニ直角ナルモノトナル可シ然ルトキハ(952)ノ方程式ヨリ

$$\left.\begin{aligned}
H&=\frac{\int\frac{M_0.y}{E.I}.ds}{\int\frac{y^2}{E.I}.ds+\int\frac{ds}{E.A}}=\frac{\int M_0.d\omega.y}{\int d\omega.y^2+\int\frac{ds}{A}}\\
V&=\frac{\int\frac{M_0.x}{E.I}.ds}{\int\frac{x^2}{E.I}.ds}=\frac{\int M_0.d\omega.x}{\int d\omega.x^2}\\
M_1&=-\frac{\int\frac{M_0}{E.I}.ds}{\int\frac{ds}{E.I}}=-\frac{\int M_0.d\omega}{\int d\omega.}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(953)$$

(953)式ニ示セル積分ハ或任意ノ拱ニ對シテハ之ヲ解クコト能ハズ只近似的ニノミ之ヲ定ムルコトヲ得可シ卽チ拱ヲ s ナル長サノ或數部分ニ分チ各部分ノ中心ニ於ケル $\omega=\frac{s}{E.I}$ ナル重量ヲ定メ然ル後

$$M_0.\omega.y,\quad M_0.\omega.x,\quad \omega.x^2,\quad \omega.y^2.$$

ノ乘量ヲ總和ス可シ然ルトキハ

$$\left.\begin{aligned}
H&=\frac{\Sigma M_0.\omega.y}{\Sigma y.\omega.y+\Sigma\frac{s}{A}}\\
V&=\frac{\Sigma M_0.\omega.x}{\Sigma x.\omega.x}\\
M_1&=-\frac{\Sigma M_0.\omega}{\Sigma\omega}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(954)$$

ニ依リテ H,V 及 M_1 ノ値ヲ算定スルコトヲ得可シ.

可動的荷重ニ對シテハ $P=1$ ナル可動的荷重ヲ取リ圖式的ニ其荷重ノ凡テノ位置ニ對スル感應線 (Influence line) ヲ求メテ H,V 及 M_1 ヲ確定ス可シ今其荷重ガ Y 軸ノ左 a ナル距離ニアリト考エ A 點ニ於テ自由ニシテ B 點ニ於テ緊定セル桁ニ於ケル彎曲力率ヲ M_0 トセバ凡テノ斷面ニ於テ

$$x>a\quad ナラバ\qquad M_0=0$$

$$x<a\quad ナラバ\qquad M_0=-1(a-x).$$

從ツテ其荷重狀態ニアリテハ

$$\left.\begin{aligned}
\sum M_0.\omega.y&=-\sum_a^{-\frac{l}{2}}(a-x).\omega.y\\
\sum M_0.\omega.x&=-\sum_a^{-\frac{l}{2}}(a-x).\omega.x\\
\sum M_0.\omega&=-\sum_a^{-\frac{l}{2}}(a-x)\omega
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(955)$$

ヲ得可ク之ヲ(954)式ニ適用シテ其値ヲ求ムルコトヲ得可シ.

第七節　溫度ノ變化ニ伴フ影響

常溫ニ對シテ設計セル拱ニ於テ若シ其溫度ガ $t°$ 丈ケ昂進シタリトセバ第八百九圖ニ於テ其自由端 A ハ $\varepsilon.t.l$ 丈ケ伸張ス可シ但シ ε ハ其伸張率ヲ示スモノトス從ツテ(949)ニテ示セル AA'' ノ代リニ

$$AA''=y.d\phi-\triangle ds.\cos\phi+\varepsilon.t.l\cdots\cdots\cdots\cdots(956)$$

トナル可シ故ニ(950)式ノ第二條件方程式ハ

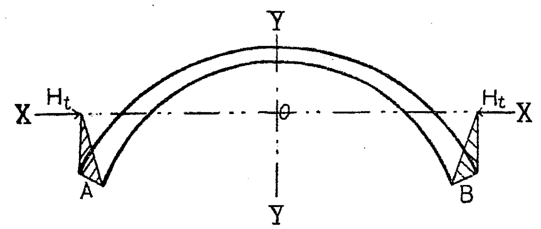
$$\int\frac{M.y}{E.I}.ds-\int\frac{N\cos\phi}{E.A}.ds+\varepsilon.t.l=0\cdots\cdots\cdots\cdots(957)$$

今 $M_0=0$ ト考フルトキハ溫度ノ變化ニ伴フ水平推力ハ

$$H_t=\frac{\varepsilon.t.l}{\int\frac{y^2}{E.I}.ds+\int\frac{ds}{E.A}}=\frac{E.\varepsilon.t.l}{\int\frac{y^2}{I}.ds+\int\frac{ds}{A}}$$

$$=\frac{E.\varepsilon.t.l}{\Sigma\omega.y^2+\Sigma\frac{s}{A}}\quad\cdots\cdots\cdots(958)$$

第八百十一圖

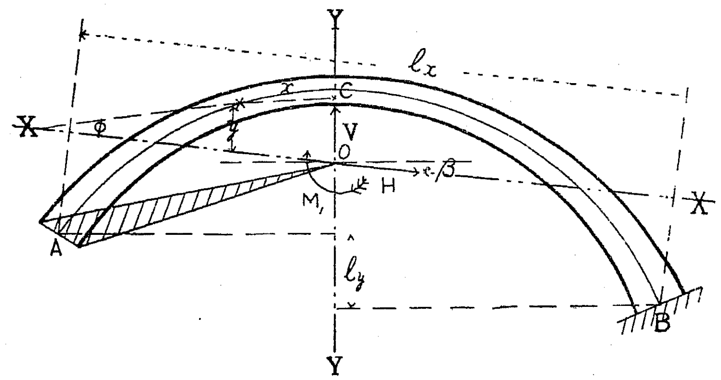


此推力ハ第八百十一圖ニ示セルガ如ク AB ナル起拱點ト緊定的ニ連結シ o 點ヲ通過セル X 軸ノ高サニ於テ働クモノト考エ得可ク此量丈ケ拱ノ全水平推力ハ增加ス可シ.

第八節 不對稱ナル無鉸拱

不對稱ナル無鉸拱ニアリテハ斜角ヲ有スル座標ヲ假定セザル可ラズ而シテ Y 軸ハ垂直ニシテ X 軸ハ水平線ト β ナル或角度ヲ

第八百十二圖



有ス可シ斯クテ第五節ノ場合ノ如ク自由桁端ノ斷面ト緊定的ニ連結セリト考エタル原點 o ニ關シテ H,V 及 M_1 ナル未知數ヲ定ムルコトヲ得可シ但シ H ハ X 軸ノ方向ニ於ケル値トス.

今第八百十二圖ニ於テ溫度ノ影響ヲモ同時ニ考フルトキハ

$$\left.\begin{aligned}&\int\frac{M.x}{E.I}.ds-\int\frac{N.sin\,(\phi-\beta)}{E.A}.ds+\varepsilon.t.l_y=0\\&\int\frac{M.y}{E.I}.ds-\int\frac{N.cos\phi}{E.A}.ds+\varepsilon.t.l_x=0\\&\int\frac{M}{E.I}.ds=0\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(959)$$

及 l_y ハ AB ナル起拱點距離ノ X 及 Y 軸上ヘノ投射長サヲ示スモノトス再ビ前述ノ如ク

$$M=M_0+M_1-H.y-V.x$$

トシ近似的ニ　$N.cos\phi=H,\quad N.sin\,(\phi-\beta)=0$　トシ更ニ座標ヲ

$$\int\frac{x}{I}.ds=0,\quad\int\frac{y}{I}.ds=0,\quad\int\frac{x.y}{I}.ds=0$$

ナル條件ニ適スル樣撰定セバ

$$\left.\begin{aligned}H&=\frac{\int\frac{M_0.y}{E.I}.ds+\varepsilon.t.l_x}{\int\frac{y^2}{E.I}.ds+\int\frac{ds}{E.A}}=\frac{\Sigma M_0.\omega.y+E.\varepsilon.t.l_x}{\Sigma y.\omega.y+\Sigma\frac{s}{A}}\\V&=\frac{\int\frac{M_0.x}{E.I}.ds-\varepsilon.t.l_y}{\int\frac{x^2}{E.I}.ds}=\frac{\Sigma M_0.\omega.x-E.\varepsilon.t.l_y}{\Sigma x.\omega.x}\\M_1&=\frac{\int\frac{M_0}{E.I}.ds}{\int\frac{ds}{E.I}}=-\frac{\Sigma M_0.\omega}{\Sigma\omega}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(960)$$

座標ノ原點 o ハ $d\omega=\dfrac{ds}{E.I}$ ナル彈性荷重ヲ有スル拱ノ重心點ト取ル可ク β ナル角度ハ $d\omega$ ナル荷重ノ離心力率ガ零ナルトキ卽チ

$\int d\omega.x.y=0$ ニ對スル條件ニ適合スル樣之ヲ定ム可シ.

第九節　無鉸拱ノ近似的解法

前述ノ如ク彈性的變形量ヲ確定スルニ當リ剪力ノ外更ニ軸壓力ヲモ無視スルトキハ其公式簡單トナル可ク實際ニアリテハ彎曲力率ノミニ就キテ之ヲ算定スルモ其結果ニ著シキ差違ヲ生ズルコトナシ故ニ今(950)式ニ於テ N ヲ含ム項ヲ除キ更ニ溫度ノ影響ヲ考ヘザルトキハ其條件方程式ハ

$$\left.\begin{aligned}&\int\frac{M.x}{E.I}.ds=0\\&\int\frac{M.y}{E.I}.ds=0\\&\int\frac{M}{E.I}.ds=0\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(961)$$

ノ形トナル可シ今近似的ニ物量力率ノ垂直投射量 (Vertical projection) ハ

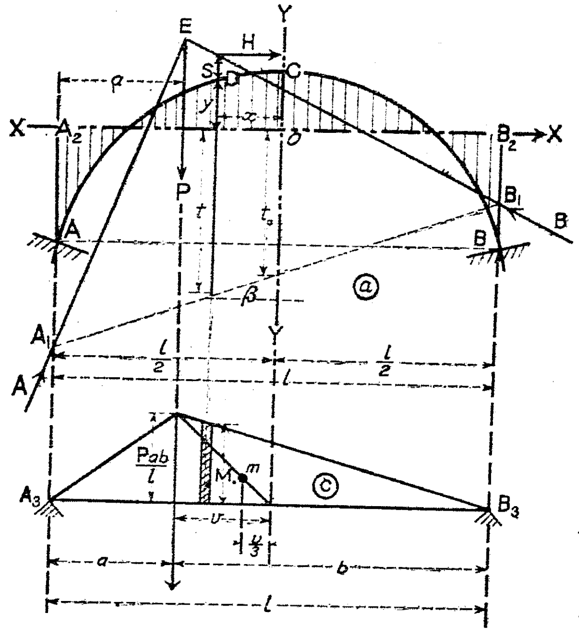
$$I.\cos\phi=\text{定數},\quad ds.\cos\phi=dx\qquad\text{從ツテ}$$

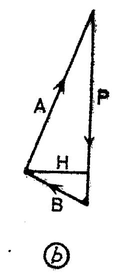
$ds=\dfrac{dx}{\cos\phi}$　トシ更ニ (961) 式ヨリ E ナル定數ヲ除外スルトキハ

$$\left.\begin{aligned}&\int M.x.dx=0\\&\int M.y.dx=0\\&\int M.dx\ \ =0\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(962)$$

今第八百十三圖ⓐニ於テ ACB ハ一ノ對稱的拱ナリトシ A 點ヨリ a ナル距離ニ於テ P ナル一集中荷重働クモノトシ或一斷面 D ノ重心點ガ互ニ直角ナル軸線ニ對スル縱橫距ヲ夫々 x, y トス而シテ Y 軸ハ拱ノ對稱軸トナリ X 軸ハ

第八百十三圖





$$\int x.dx=0,\qquad \int y.dx=0$$

ナル條件ヲ有スル高サニアルモノトス此條件ハ XX ナル外線ヲ有スル AA_2B_2B ナル四角形ガ拱ヲ外周トシ AB 線ヲ弦トセルモノノ面積ト相等シト云フニ同ジ今 A 及 B ヲ P ナル荷重ニ對スル起拱點ノ未知反應力トセバⓑ圖ニ於テ是等ノ力ハ P ナル荷重ト共ニ一ノ力角形ヲ構成ス可ク其極距 H ハ水平推力ヲ表ハスモノトナル可シ今 A 及 B ヲ通ズル垂直線ト A 及 B ナル反應力トノ交點 A_1 及 B_1 ヲ通ジテ A_1B_1 ナル線ヲ引クトキハ $\triangle A_1EB_1$ ハ P, A 及 B ナル外力ニ對スル索角形ト考フルコトヲ得可ク或一點ニ於ケル A_1B_1 ヨリノ高サニ H ナル極距ヲ乘ズルトキハⓒノ如ク A_3B_3 ナル同一徑間ヲ有スル單桁上ノ其點ニ於ケル彎曲力率ヲ示スモノトナ

ル可シ故ニ D 點ニ於ケル此力率ノ値ハ

$$M_0 = H.(s+y+t)$$

従ツテ D 點ニ於ケル拱ノ力率

$$M = H.s = M_0 - H.y - H.t$$

而シテ $t = t_0 + x.\tan\beta$ ナルヲ以テ

$$M = M_0 - H.y - H.t_0 - H.\tan\beta.x \cdots\cdots(963)$$

故ニ今(962)式ニ示セル彈性方程式ノ第一式ニ於ケル値ハ

$$\int M.x.dx = \int M_0.x.dx - H\int x.y.dx - H.t_0\int x.dx - H.\tan\beta\int x^2.dx = 0$$

然ルニ前述ノ如ク $\int x.dx = 0$, $\int x.y.dx = 0$ ナル假定ノ外更ニ

$\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} x^2.dx = \frac{l^3}{12}$ ナルヲ以テ $\int M_0.x.dx - H.\tan\beta.\frac{l^3}{12} = 0$

故ニ

$$H.\tan\beta = 12\int\frac{M_0.xdx}{l^3}$$

分子ニ於ケル積分ハ中央垂直線ニ對スル單桁力率面ノ靜力率(Statical moment of the plane of moments)ヲ表ハスモノナルヲ以テⓒニ於テ m ヲ力率面ノ重心點トセバ

$$\int M_0.x.dx = P.\frac{a.b}{l}.\frac{l}{2}.\frac{v}{3} = \frac{P.a.b.v}{6}$$

故ニⓒニ於ケル

$$H.\tan\beta = \frac{2P.a.b.v}{l^3} \cdots\cdots(964)$$

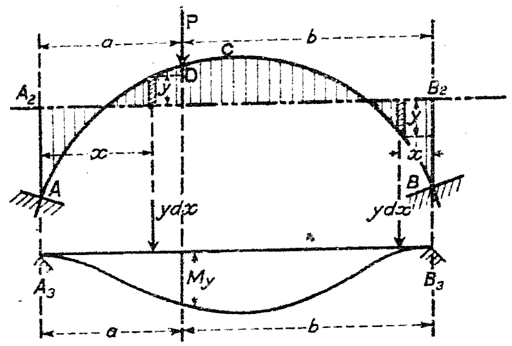
次ニ(962)第二式中ノ M ニ(963)ノ値ヲ挿入セバ

$$\int M.y.dx = \int M_0.y.dx - H\int y^2.dx - H.t_0\int y.dx - H.\tan\beta\int x.y.dx = 0$$

此式中最後ノ二ツノ積分ハ共ニ零ニ對シキヲ以テ

$$H = \frac{\int M_0.y.dx}{\int y^2.dx}$$

此分子ノ値ニ對シ第八百十四圖ニ於テ P 點ノ左右別々ニ其値ヲ算定スルトキハ



$$\int M_0.y.dx = \int_0^a \frac{P.b}{l}.x.y.dx + \int_0^b \frac{P.a}{l}.x'.y.dx'$$

今 $ACBB_2A_2$ ナル y ノ値ヲ示ス面ヲ單桁 A_3B_3 ノ荷重面ト考フルトキハ D ナル位置ニ於ケル $y.dx$ 及 $y.dx'$ ヨリノ力率ハ $y.dx.\frac{x}{l}.b$ 及 $y.dx'.\frac{x'}{l}.a$ トナリ

従ツテ D 點ニ於ケル全力率ハ

$$M_y = \int_0^a \frac{b}{l}.x.y.dx + \int_0^b \frac{a}{l}.x'.y.dx'$$

故ニ

$$\int M_0.y.dx = P.M_y$$

従ツテ

$$H = \frac{P.M_y}{\int y^2.dx} \cdots\cdots(965)$$

若シ y ナル面ヲ λ ナル幅ノ數多ノ部分ニ分配スルトキハ(965)式ノ分母ハ $\int y^2.dx = \Sigma y^2.\lambda$ ニテ之ヲ示スコトヲ得可シ.

次ニ(962)式ノ第三式中ニ(963)式ヨリノ M ノ値ヲ挿入セバ

$$\int M.dx=\int M_0.dx-H\int y.dx-H.t_0\int dx-H.tan\beta\int x.dx=0$$

茲ニ再ビ $\int x.dx=0,\ \int y.dx=0,\ \int dx=l$ ナルヲ以テ上式ヨリ

$$H.t_0=\frac{\int M_0.dx}{l}$$

此分子ハ單桁ニ於ケル力率面ノ總面積ヲ示スモノナルヲ以テ P ナル集中荷重ニ對シテハ

$$H.t_0=\frac{P.a.b}{2l}\quad\cdots\cdots(966)$$

(964),(965)及(966)ノ値ヲ(963)式中ニ挿入セバ

$$M=M_0-\frac{P.M_y}{\Sigma y^2.\lambda}.y-\frac{P.a.b}{2l}-\frac{2P.a.b.v}{l^3}.x\quad\cdots\cdots(967)$$

ノ形式ヲ以テ或點ノ力率ヲ示スコトヲ得可シ.

若シ M ノ感應線ヲ定メント欲セハ $P=1$ ニ對シ荷重ノ種々ノ位置ニ於ケル M ノ値ヲ確定スルコトニ依リテ之ヲ求ムルコトヲ得可シ.

第十節　各斷面物量力率ノ値ヲ異ニスル無鉸拱

無鉸拱ニ於テ或一ツノ荷重ニ對シ M ヲ或斷面ノ彎曲力率, N ヲ軸壓力, I ヲ物量力率, A ヲ其斷面積トシ剪力ノ影響ヲ無視スルトキハ其働作ハ

$$W=\int\frac{M^2}{2E.I}.ds+\int\frac{N^2}{2E.A}.ds$$

H ヲ其荷重ニ對スル水平推力トシ β ヲ第八百十五圖ニ於ケル起拱點ノ連結線 AB ガ水平線ニ對スル傾斜度トセバ

$$N=H.sec\beta$$

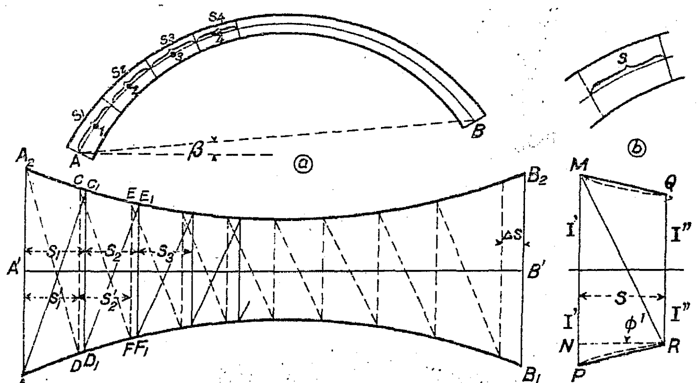
今 S ヲ拱ノ中軸線ノ長サ, A_m ヲ各斷面積 A ノ平均値トセバ

$$W=\int_0^S\frac{M^2}{2E.I}.ds+\frac{H^2.S.sec^2\beta}{2E.A_m}$$

ds ナル微分ノ代リニ s ナル拱ノ小區分ヲ取リ I ヲ此等區分ノ斷面ニ於ケル平均物量力率トシ $\frac{s}{I}$ ナル項ガ定數トナル樣其區分ヲ撰定ス可シ故ニ今 $\frac{s}{I}=\frac{1}{k}$ 卽チ $k=$ 定數ト考ヘ積分ノ代リニ總和符號ヲ入ルヽトキハ E ノ定數ナル場合ニハ

$$W=\frac{1}{2k.E}\sum_1^n M^2+\frac{H^2.S.sec^2\beta}{2E.A_m}\quad\cdots\cdots(968)$$

第八百十五圖



茲ニ n ハ拱ノ區分數ヲ示スモノナリ.

今ⓑニ於テ I' 及 I'' ヲ拱ノ一區分 s ノ兩端斷面ニ於ケル物量力率トセバ近似的ニ

$$I=\frac{I'+I''}{2}$$

ト考フルコトヲ得可シ更ニ拱ノ小區分ゴトノ中軸線ヲ直線ト考ヘ或尺度ヲ以テ I' 及 I'' ヲ水平線上ノ上下ニ立ツルトキハ MQ 及 PR ナル曲線ヲ得可シ此曲線ハ近似的ニ又 MQ 及 PR ナル直線ヲ以テ示スコトヲ得可シ然ルトキハ

$$MN = I' + I'' = 2I, \quad \frac{NR}{NM} = \frac{s}{2I} = \cot\phi$$

故ニ s ナル區分ヲ ϕ ナル角度ガ常ニ同値トナル樣撰定スルトキハ

$$\frac{s}{I} = \frac{1}{k} = 2\cot\phi$$

ナル條件ヲ要ス可シ今之ニ對應スル樣拱ノ區分ヲ作ル爲メ最初ニ拱ノ中軸線ヲ或區分ニ等分シ拱ノ中軸線ニ等シキ長サニ展開セル $A'B'$ 線上ノ上下ニ此各部斷面ノ物量力率ニ等シキ高サノ垂直線ヲ立テ其各終點ヲ連ヌルトキハ A_1B_1 及 A_2B_2 ナル物量力率線ヲ得可シ今最初ノ拱ノ區分 s_1' ヲ $A'B'$ 線上ニ取リ其終點ニ垂直線 CD ヲ立テ更ニ對角線 A_2D ヲ引ク可シ次ニ C 點ヨリ此對角線ニ平行ニ CF 線ヲ引キ其終點 F ヨリ更ニ垂直線ヲ立ツルトキハ此線ハ $A'B'$ 軸上ニ第二區分 s_2' ノ長サヲ與フ可シ斯クノ如ク同法ヲ續クルトキハ最後ノ垂直線ハ一般ニ B_1B_2 ト一致スルコトナカル可ク必ズヤ Δs ナル或殘餘區分ヲ生ズ可シ然ルトキハ此殘餘區分ヲ其長サニ比例シテ各區分ニ配當スルトキハ

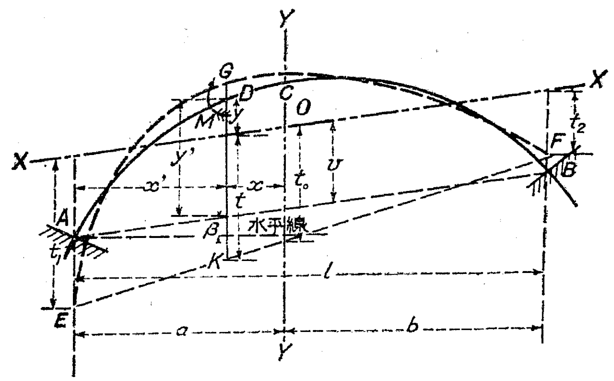
$$s = s' \cdot \frac{S}{S-\Delta s} \qquad (S \text{ ハ拱ノ全展開長}).$$

ハ $\frac{s}{I}$ ヲ定數トス可キ s ノ眞値トナル可シ斯クノ如ク $\frac{s}{I}$ ノ定數トナル可キ拱ノ區分 $s_1, s_2, s_3 \cdots\cdots$ ヲ得タルトキハ之ヲ拱ノ中軸線上ニ

移シ其區分ノ重心點ハ各區分 s ノ中央ニアルモノト假定シテ 1, 2, 3…… 點ヲ確定ス可シ但シ拱ガ對稱的ナルトキハ以上ノ方法ハ之ヲ拱ノ半部ニ施スノミニテ可ナル可ク更ニ若シ E ガ定數ナラザルトキハ $\frac{s}{E.I} = \frac{1}{k'}$ ヲ定數トシ物量力率線ノ代リニ $E.I$ 線ヲ畫キ前法ヲ施セバ可ナリ.

次ニ座標式(Co-ordinate system)ヲ撰定スルニハ第八百十六圖ニ於テ A 點ヨリ Y 軸ヘノ距離ヲ

第八百十六圖



$$a = \frac{\sum_1^n x'}{n},$$

AB ナル連結線ヨリ X 軸ヘノ距離ヲ

$$v = \frac{\sum_1^n y'}{n}$$

トセバ

$$x = x' - a, \quad y = y' - v$$

ナル距離ニ對シ

$$\sum_1^n x = 0, \quad \sum_1^n y = 0, \quad \sum_1^n x.y \fallingdotseq 0 \quad \cdots\cdots\cdots(969)$$

ノ條件ヲ滿足セシムルヲ要ス.

今 EGF ヲ或荷重ニ對スル抵抗力線ナリトセバ D 點ノ斷面ニ對スル彎曲力率ハ

$$M = H.DG = H.\left[GK - (y+t)\right] \quad \cdots\cdots\cdots(970)$$

而シテ $H.GK = M_0$ 卽チ單桁ニ對スル同點ノ彎曲力率ト等シ更ニ

$t = t_0 + \frac{t_1 - t_2}{l}.x$ ナルヲ以テ(970)式ハ

$$M = M_0 - H.y - H.\frac{t_1 - t_2}{l}.x - H.t_0 = M_0 - H.y - X.x - Z \cdots(971)$$

ノ形ニテ之ヲ表ハスコトヲ得可シ但シ $X = H.\frac{t_1 - t_2}{l}$ ハ無鉸拱端ノ垂直反應力，$Z = H.t_0$ ハ其彎曲力率ヲ示スモノトス今(968)式中ニ

$$\frac{\partial W}{\partial H} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial Z} = 0$$

ヲ置キ更ニ(971)式ヨリ

$$\frac{\partial M}{\partial H} = -y, \quad \frac{\partial M}{\partial X} = -x, \quad \frac{\partial M}{\partial Z} = -1$$

ヲ得可キヲ以テ

$$\left.\begin{aligned} -\frac{1}{k.E}\sum_1^n M.y + \frac{H.S.sec^2\beta}{E.A_m} = 0 \\ \sum_1^n M.x = 0 \quad \sum_1^n M = 0 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(972)$$

(972)式中ノ M ニ(971)式ノ値ヲ入レ(969)ノ等式ヲ考フルトキハ

$$\left.\begin{aligned} H = \frac{\sum_1^n M_0.y}{\sum_1^n y^2 + \frac{k.S.sec^2\beta}{A_m}}, \\ X = \frac{\sum_1^n M_0.x}{\sum_1^n x^2}, \quad Z = \frac{\sum_1^n M_0}{n} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(973)$$

(973)式ノ値ヲ知レバ(971)式ヨリ M ノ値ヲ算出スルコトヲ得可シ更ニ ϕ ヲ D ノ斷面ガ垂直線ト爲ス傾斜度ト考エ V_0 ヲ單桁ノ支點反應力トセバ軸壓力ノ値ハ

$$N = H.cos\phi + (V_0 + X).sin\phi \cdots\cdots(974)$$

次ニ溫度ノ影響ヲ考フルニ今 H_t ヲ $t°$ ナル溫度ノ昂進ニ伴フ水平推力トセバ支點ニ於テ其變形ニ抵抗スル力ハ $H_t.sec\beta$ ナリ更ニ此水平推力ニ起因スル M 及 N ヲ加フレバ變形ニ對スル働作ハ

$$W_t = \int_0^s \frac{M^2}{2E.I}.ds + \int_0^s \frac{N^2}{2E.A}.ds - \varepsilon.t.l.sec\beta.H_t.sec\beta$$

或ハ

$$W_t = \frac{1}{2k.E}\sum_1^n M^2 + \frac{H_t^2.S.sec^2\beta}{2E.A_m} - \varepsilon.t.l.H_t.sec^2\beta$$

但シ此場合ニ於ケル M ノ値ハ

$$M = -H_t.y - X.x - Z$$

今 $\frac{\partial W_t}{\partial H_t} = 0, \quad \frac{\partial W_t}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial W_t}{\partial Z} = 0$ トセバ

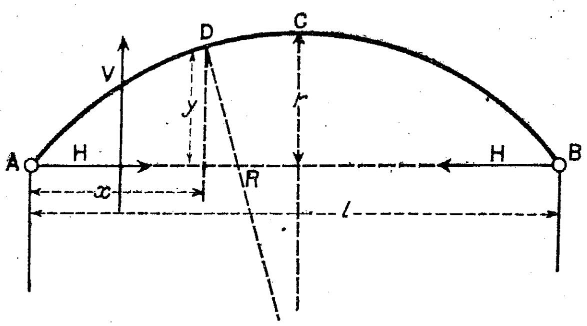
$X = 0, \quad Z = 0$ 從ッテ $M = -H_t.y$

此値ヲ $\frac{\partial W_t}{\partial H_t} = 0$ 中ニ挿入セバ

$$H_t = \frac{k.E.\varepsilon.t.l.sec^2\beta}{\sum_1^n y^2 + \frac{k.S.sec^2\beta}{A_m}} \cdots\cdots(975)$$

第十一節　二鉸拱ノ理論

第八百十七圖



二鉸拱ノ場合ニアリテハ靜力的不定條件ハ單一ニシテ水平推力 H ヲ定ムルノミニテ充分ナリトス今第八百十七圖ニ於テ拱ノ長サヲ S トシ D

ナル或一點ノ左側ニ於ケル凡テノ垂直荷重ノ代數的和ヲVトセバ働作ノ一般方程式

$$W=\int_A^B\frac{M^2}{2E.I}.ds+\int_A^B\frac{N^2}{2E.A}.ds$$

ヲ未知數Hニ對シテ微分セバHヲ定ム可キ方程式ハ

$$\int\frac{M}{E.I}\cdot\frac{\partial M}{\partial H}.ds+\int\frac{N}{E.A}\cdot\frac{\partial N}{\partial H}.ds=0\ \cdots\cdots\cdots\cdots(976)$$

茲ニ

$$M=M_0-H.y\cdots\cdots\cdots(a),\qquad \frac{\partial M}{\partial H}=-y$$

$$N=V.sin\phi+H.cos\phi\cdots\cdots(b),\qquad \frac{\partial N}{\partial H}=cos\phi$$

故ニ(976)式ハ

$$-\int_A^B\frac{M_0.y}{E.I}.ds+\int_A^B\frac{H.y^2}{E.I}.ds+\int_A^B\frac{V.sin\phi.cos\phi}{E.A}.ds$$
$$+\int_A^B\frac{H.cos^2\phi}{E.A}\,ds=0$$

故ニ拱ノ兩端ニ於ケル鉸ノ位置緊定セラルヽトキ卽チ徑間長サノ變形量零ナルトキハ

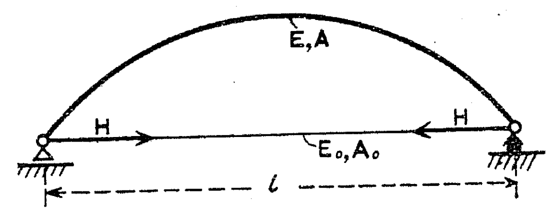
$$H=\frac{\int_A^B\frac{M_0.y}{E.I}.ds-\int_A^B\frac{V.sin\phi.cos\phi}{E.A}.ds}{\int_A^B\frac{y^2}{E.I}.ds+\int_A^B\frac{cos^2\phi}{E.A}.ds}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(977)$$

若シdsノ代リニΔsヲ用キ拱ヲ數多ノ定長ニ區分シタリトセバ

$$H=\frac{\Sigma\frac{M_0.y}{E.I}.\Delta s-\Sigma\frac{V.sin\phi.cos\phi}{E.A}.\Delta s}{\Sigma\frac{y^2}{E.I}.\Delta s+\Sigma\frac{cos^2\phi}{E.A}.\Delta s}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(978)$$

若シ二鉸拱ガ第八百十八圖ノ如ク水平抗張材(Horizontal tie)ヲ有ス

第八百十八圖



ル場合ニハ拱ノ變形ハ抗張材ノ彈性的伸張ニ等シカラザル可ラズ而シテ抗張材ノ受クル應力ハHナルヲ以テA_0ヲ其斷面, E_0ヲ其彈性係數, Δlヲ徑間ノ變形量トセバ

$$\Delta l=\frac{H}{E_0.A_0}.l$$

故ニ

$$-\int_A^B\frac{M_0.y}{E.I}.ds+\int_A^B\frac{H.y^2}{E.I}.ds+\int_A^B\frac{V.sin\phi.cos\phi}{E.A}.ds+\int_A^B\frac{H\,cos^2\phi}{E.A}.ds$$
$$=-\int_0^l\frac{H}{E_0.A_0}.dx$$

從ツテ

$$H=\frac{\int_A^B\frac{M_0.y}{E.I}.ds-\int_A^B\frac{V.sin\phi.cos\phi}{E.A}.ds}{\int_A^B\frac{y^2}{E.I}.ds+\int_A^B\frac{cos^2\phi}{E.A}.ds+\frac{l}{E_0.A_0}}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(979)$$

或ハ

$$H=\frac{\Sigma\frac{M_0.y}{E.I}.\Delta s-\Sigma\frac{V.sin\phi.cos\phi}{E.A}.\Delta s}{\Sigma\frac{y^2}{E.I}.\Delta s+\Sigma\frac{cos^2\phi}{E.A}.\Delta s+\frac{l}{E_0.A_0}}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(980)$$

若シ拱ノ形扁平ナルトキハ上式ハ近似的値ヲ置換エ猶簡單ナル形式トナスコトヲ得可シ卽チ扁平拱(Flat arch)ニアリテハϕノ値甚ダ小ナルヲ以テ$sin\phi\fallingdotseq0$從ツテ(979)或ハ(980)式分子ノ第二項ハ之ヲ無視スルコ　ヲ得可シ更ニ

$$\int_A^B \frac{\cos^2\phi}{E.A}.ds \fallingdotseq \frac{l}{E.A}$$

ト考フルモ可ナルベク若シ拱ノ斷面可變的ナルトキハ其平均斷面ヲ A_m トセバ

$$H=\frac{\int_A^B \frac{M_0.y}{E.I}.ds}{\int_A^B \frac{y^2}{E.I}.ds+\frac{l}{E.A_m}}=\frac{\int_A^B M_0.y.ds}{\int_A^B y^2.ds+\frac{I}{A_m}.l} \quad \cdots\cdots\cdots(981)$$

更ニ水平抗張材ヲ有スル場合ニハ

$$H=\frac{\int_A^B \frac{M_0.y}{E.I}.ds}{\int_A^B \frac{y^2}{E.I}.ds+\frac{l}{E.A}+\frac{l}{E_0.A_0}}$$

$$=\frac{\int_A^B M_0.y.ds}{\int_A^B y^2.ds+\frac{I}{A}.l+\frac{E.I}{E_0.A_0}.l} \quad \cdots\cdots\cdots(982)$$

次ニ溫度ノ影響ヲ考フルニ

ε＝拱ノ溫度ニ對スル伸張率

t＝溫度ノ增進度

Δt＝拱ノ上層及下層ニ於ケル溫度ノ差

トセバ之ニ依リテ生ズル水平推力ハ

$$H_t=\frac{\int_A^B \varepsilon.t.ds+\int_A^B \frac{\varepsilon\Delta t}{h}.y.dx}{\int_A^B \frac{y^2}{E.I}.ds+\frac{l}{E.A}} \quad \cdots\cdots\cdots(983)$$

更ニ抗張材ヲ有スル場合ニハ

ε_0＝抗張材ノ溫度ニ對スル伸張率

t_0＝抗張材ニ於ケル溫度ノ增進度

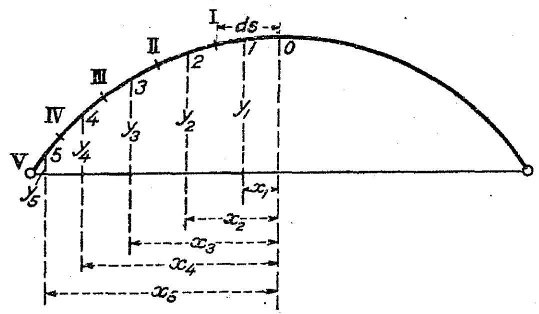
トセバ

$$H_t=\frac{-\varepsilon_0.t_0.l+\int_A^B \varepsilon.t.ds+\int_A^B \frac{\varepsilon.\Delta t}{h}.y.dx}{\int_A^B \frac{y^2}{E.I}.ds+\frac{l}{E.A}+\frac{l}{E_0.A_0}} \quad \cdots\cdots\cdots(984)$$

而シテ一般ニハ徑間ヲ通ジテ等布的ニ溫度ノ變化ヲ受クルモノト考ヘテ計算ヲ簡單ニ取扱フ場合多シ然ルトキハ

$$H_t=\frac{E.\varepsilon.t.l}{\int \frac{y^2}{I}.ds+\frac{l}{A}} \quad \cdots\cdots\cdots(985)$$

第八百十九圖



以上各公式ヲ借リテ拱ノ應力ヲ計算スル順序ハ第八百十九圖ノ如ク拱ヲ任意ニ幾等分シ拱ノ形狀拋物線ナルカ缺圓ナルカニ從ヒ其 x 及 y ノ値ヲ確定シ其荷重ハ假令バ普通徑間ノ屋根ニアリテハ全拱ニ等布荷重ヲ有スルトキ及徑間ノ半部ニノミ活重ヲ有スルトキノ二ツノ場合ヲ考ヘ 0—1, 1—2, 2—3,…… 卽チ ds ナル各區分中央ニ於ケル M_0, $y.ds$, $y^2.ds$ ノ値ヲ算出シ更ニ水平抗張材ヲ有スル場合ニハ拱及抗張材ノ斷面及物量力率ヲ假定スルトキハ(981)或ハ(982)式ヨリ H ノ値ヲ算出シ得可ク H ヲ知レバ(a)及(b)式ヨリ M 及 N ノ値ヲ確定スルコトヲ得可シ.

拱ノ形ガ拋物線ナルカ缺圓ナルカニ從ヒ以上ノ算式ハ多少之ヲ簡易トナスコトヲ得可シ此等ノ細論ハ更ニ夫々應用ノ各篇ニ於テ之ヲ說明ス可シ.

第三章　框構論

第一節　總　說

框構(Cross frame, 獨語 Rahmen)トハ柱ガ直線,曲線若クハ多角形線ヨリ成ル横棧(Rafter or Rail)ト共ニ剛直ナル結構ヲ組織シ靜力的單體ノ作用ヲ爲スモノヲ云フ卽チ柱ハ垂直荷重ニ依リテ生ズル軸壓力ノ外彎曲力率ニ依リテ生ズル應力ヲ受ケ從ツテ其斷面大トナリ殊ニ其上端ニ於テ負號彎曲力率ヲ受クルヲ以テ多量ノ補强鋼材ト共ニ漸變的ニ圓形若クハ三角形ヲ爲シテ横棧ニ接續セシムルヲ要シ更ニ柱ノ底端ニアリテハ拱ノ場合ト同ジク必ズ多少ノ水平推力ヲ生ズルヲ以テ之レニ對應セシムル樣支點ニ於ケル相當ノ設備ヲ施サザル可ラズ.

框構支點ノ構造ハ二鉸拱ノ如ク鉸構造ヲ爲スモノト,無鉸拱ノ如ク全ク支點ヲ緊定セルモノトアリ(框構ノ內部ニ柱ノ數列ヲ有スルトキハ其中間柱ノ上下終點ハ之ヲ鉸端ト見做スコト多シ)後者ハ徑間大ナルモノニハ之ヲ適用スルコト尠ナシ然レドモ其計算ハ屢々鉸ヲ有スルモノヽ如ク取扱フコトアリ斯クノ如キ場合ニハ其實際ト適合セシムル爲メ支點ニ於ケル鐵筋ハ可成一點若クハ一線ニ集中セシメ混凝土ノ基礎工ヘノ接觸面ヲ狹クシ鉸構造ニ近似セシムルヲ要ス去レド徑間若クハ荷重ノ大ナル場合ニハ最早斯クノ如キ方法ヲ適用スルコト能ハズシテ石材若クハ混凝土ノ轉子支臺(Roller support), 鑄鐵若クハ鑄鋼ノ搖動支臺(Swing support)等ヲ準備シテ純粹ノ鉸構造トナスコト必要ナリ.

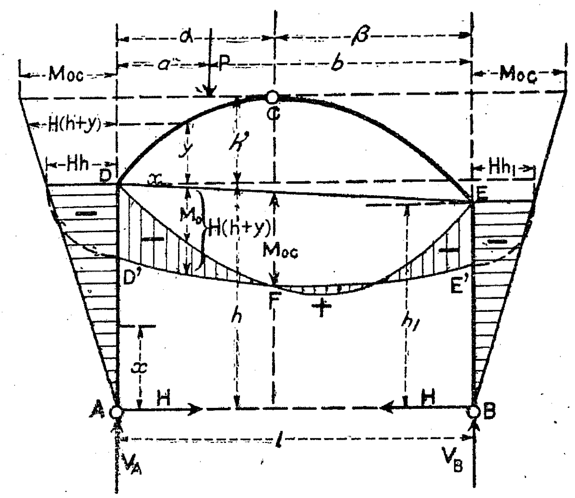
若シ其支點構造ガ完全緊定若クハ完全鉸ノ何レトモ考エ得ザル場合ニアリテハ連續桁ノ場合ト同ジク之ヲ一部緊定狀態(Partially fixed condition)ニアルモノト考フル方至當ナルベシ故ニ一回ハ鉸端トシ一回ハ緊定端トシテ計算シ其平均値ヲ取ルヲ穩當ナリトス.

以下力率ノ符號ハ框構部材ノ內側ニ張力ヲ生ズルモノヲ正號トシ外側ニ張力ヲ生ズルモノヲ負號ト假定ス可シ.

第二節　垂直荷重ヲ受クル三鉸式框構

第八百二十圖ニ於テ外方荷重ノ働キタル場合ニD及E點ヲ自由支持點ト考ヘタル桁トシテノ或一點ニ於ケル彎曲力率ヲM_0トシ框構ノ未知水平推力ヲHトセバ拱頂Cニアリテハ

第八百二十圖



$$M_{0\cdot c}-H.(h+h')=0$$

ナルヲ以テ

$$H=\frac{M_{0\cdot c}}{h+h'}\quad\cdots\cdots(986)$$

拱ノ或一點(x,y)ニ於ケル力率ハ

$$M=M_0-H.(h+y)\quad\cdots\cdots(987)$$

A點ヨリxナル距離ニ於ケル柱ノ或一點ニアリテハ

$$M=-H.x\quad\cdots\cdots(988)$$

今A及Bヨリa及bナル距離ニ於テ一集中荷重Pノ働ク場合

ニハ $V_B=\dfrac{P.a}{l}$ トナルヲ以テ C 點ノ周リノ單桁トシテノ力率ノ値ハ

$$M_{0.c}=\frac{P.a.\beta}{l} \qquad \text{故ニ(986)式ヨリ}$$

$$H=\frac{M_{0.c}}{h+h'}=\frac{P.a.\beta}{(h+h').l} \quad\cdots\cdots(989)$$

若シ數多ノ集中荷重ヲ有スルトキハ同樣ニ

$$H=\frac{\beta\sum_0^{\alpha}P.a+a\sum_0^{\beta}P.b}{l.(h+h')} \quad\cdots\cdots(990)$$

更ニ $\alpha=\beta=\dfrac{l}{2}$ ナルトキハ

$$H=\frac{\sum_0^{\frac{l}{2}}P.a+\sum_0^{\frac{l}{2}}P.b}{2(h+h')} \quad\cdots\cdots(991)$$

次ニ拱ノ全部ニ p ナル等布荷重ノ働クトキハ

$$M_{0.c}=\frac{p.l}{2}.a-\frac{p.a^2}{2}=\frac{p.a.\beta}{2} \qquad \text{ナルヲ以テ}$$

$$H=\frac{p.a.\beta}{2(h+h')} \quad\cdots\cdots(992)$$

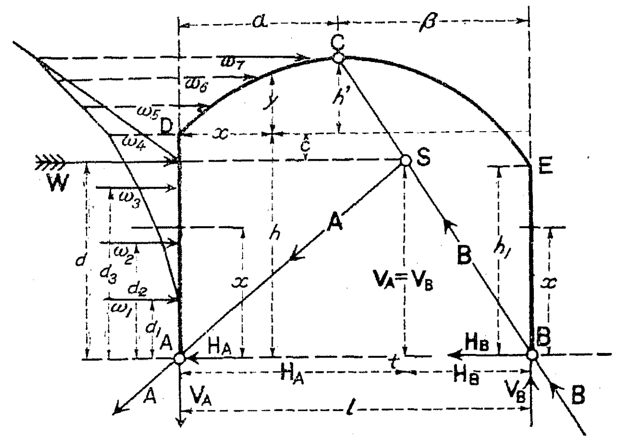
更ニ $\alpha=\beta=\dfrac{l}{2}$ ナルトキハ

$$H=\frac{p.l^2}{8(h+h')} \quad\cdots\cdots(993)$$

以上ノ結果ヲ圖解セバ第八百二十圖ノ如クナル可シ卽チ H ノ値ヲ知レバ AD ナル柱ノ D 點ニ於ケル力率ハ $M_D=-H.h$ トナル可ク (x,y) 點ニアリテハ $M_{x,y}=M_0-H.(h+y)$ トナルヲ以テ DE 線上ニ D 及 E ヲ單純支持點ト考ヘタル力率圖表 DFE ヲ作リ更ニ x ノ各點ニ於ケル $H.(h+y)$ ノ圖表 $D'FE'$ ヲ畫クトキハ其二ツノ縱距ノ差卽チ圖中影線ヲ施ヒルモノハ各點ニ於ケル實際ノ力率ヲ示スモノトナル可シ.

第三節　水平荷重ヲ受クル三鉸式框構.

第八百二十一圖



風壓ノ如キ水平荷重ヲ受クル場合ニハ第八百二十一圖ノ如ク其水平力 $\omega_1,\omega_2,\cdots\cdots$ ノ合成力ヲ W トシ A 點ヨリ各 ω ヘノ距離ヲ d_1, $d_2\cdots\cdots$ トセバ A 及 B ナル支點ニ於ケル垂直反應力ハ A 點ノ周リノ力率方程式

$$V_B.l=W.d \qquad \text{ヨリ}$$

$$V_B=\frac{W.d}{l}=V_A \quad\cdots\cdots(994)$$

B ナル支點ニ於ケル水平推力 H_B ハ C 點ノ周リノ力率方程式

$$V_B.\beta-H_B.(h+h')=0 \qquad \text{ヨリ}$$

$$H_B=\frac{V_B.\beta}{h+h'}=\frac{W.d.\beta}{(h+h').l} \quad\cdots\cdots(995)$$

次ニ $c=h-d$ ナルヲ以テ

$$H_A=W-H_B=W-\frac{W.d.\beta}{(h+h').l}$$

$$=\frac{W.(h+h')-\frac{W.d.\beta}{l}}{h+h'}=\frac{W.\left(c+d+h'-\frac{d.\beta}{l}\right)}{h+h'}$$

$$=\frac{W.\left(c+h'+\frac{d.\alpha}{l}\right)}{h+h'}\quad\cdots\cdots(996)$$

風壓側ノ柱ニ於ケル x 點ノ力率ハ

$$M_W=H_A.x-\sum_0^x\omega_1.(x-d_1)$$

$$=W.\frac{c+h'}{h+h'}.x+W.\frac{d.\alpha}{l.(h+h')}x-\sum_0^x\omega_1.(x-d_1)\cdots\cdots(997)$$

同ジク風壓側ノ拱桁 DC ノ或點ニ於ケル力率ハ

$$M_W=H_A.(h+y)-V_A.x-\sum_0^{h+y}\omega_1.(h+y-d_1)$$

$$=W.\frac{c+h'}{h+h'}.(h+y)+\frac{W.d.\alpha}{l.(h+h')}.(h+y)-\frac{W.d.x}{l}$$

$$-\sum_0^{h+y}\omega_1(h+y-d_1)\quad\cdots\cdots(998)$$

同樣ニ風下方面ノ柱ニアリテハ

$$M_W=H_B.x=\frac{W.d.\beta}{(h+h').l}.x\quad\cdots\cdots(999)$$

EC ナル拱桁ノ一點ニ於ケル力率ハ

$$M_W=H_B.(h_1+y)-V_B.x$$

$$=\frac{W.d.\beta}{(h+h').l}.(h_1+y)-\frac{W.d}{l}.x\quad\cdots\cdots(1000)$$

圖式的ニ V 及 H ヲ定ムルニハ三鉸拱ノ場合ト同ジク A 點ニ於ケル反應力ノ方向ハ B ト C トノ二鉸ヲ連ヌル線ガ水平荷重ノ合成力 W ノ延長線ト會スル點 s ヲ通過セザル可ラザルヲ以テ st

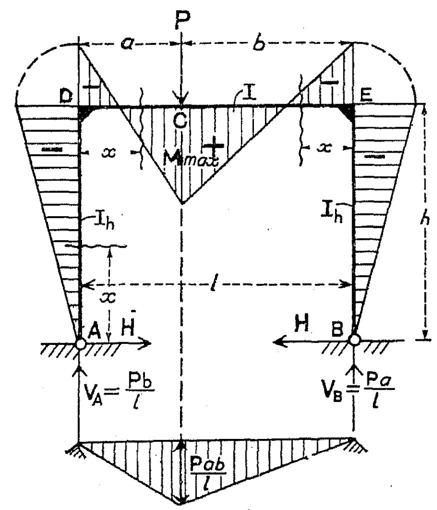
ノ長サヲ以テ $V_A=V_B=\frac{W.d}{l}$ ヲ示スモノトセバ $sA=A,\ sB=B$ ナル反應力ノ量ヲ表ハシ $At=H_A,\ Bt=H_B$ ナル水平推力ヲ表ハスモノトナル可シ.

第四節　垂直荷重ヲ受クル二鉸式矩形框構.

框構ノ或一點ニ垂直荷重ノ働ク場合ニハ其支點ニ於ケル反應力 V_A 及 V_B ノ外更ニ水平推力 H ヲ生ズ可　垂直反應力ハ單桁ノ場合ト同ジク簡單ニ之ヲ見出スコトヲ得ルモ H ハ靜力的不定トナルヲ以テ其値ハ働作ノ公式卽チ

$$\frac{\partial W}{\partial H}=\int\frac{M}{E.I}.\frac{\partial M}{\partial H}.dx+\int\frac{N}{E.A}.\frac{\partial N}{\partial H}.dx=0$$

第八百二十二圖



ヲ應用シテ之ヲ見出スコトヲ得可シ　a) 今第八百二十二圖ニ於テ AD 若クハ BE ナル柱ノ斷面ニ於ケル物量力率ヲ I_h, DE ナル部材ノ物量力率ヲ I トセバ P ナル一集中荷重ヲ有スル場合ニハ AD ナル柱中 x ナル或一點ニアリテハ

$$M=-H.x,\quad\frac{\partial M}{\partial H}=-x.$$

$$N=-V_A,\quad\frac{\partial N}{\partial H}=0$$

故ニ

$$\int^h\frac{M}{E.I_h}.\frac{\partial M}{\partial H}.dx=H\frac{h^3}{3E.I_h},\quad\int_0^h\frac{N}{E.I_h}.\frac{\partial N}{\partial H}.dx=0$$

BE ナル柱ニアリテハ $H_B=H_A=H$ ナルヲ以テ働作ノ値ハ AD ノ

モノト全ク相同ジ.

次ニDEナル部材ニアリテハ其彈性係數E及物量力率Iヲ定數トシM_0ヲ單桁ト見做セル場合ノ彎曲力率トセバ

$$M = M_0 - H.h, \qquad \frac{\partial M}{\partial H} = -h$$

$$N = -H, \qquad \frac{\partial N}{\partial H} = -1$$

故ニ

$$\int_0^l \frac{M}{E.I}.\frac{\partial M}{\partial H}.dx = -\frac{1}{E.I}\int_0^l (M_0 - H.h).h.dx$$

$$= -\frac{h}{E.I}\int_0^l M_0.dx + \frac{1}{E.I}\int_0^l H.h^2.dx$$

$$= -\frac{h}{E.I}\int_0^l M_0.dx + H.\frac{h^2.l}{E.I}$$

$$\int_0^l \frac{N}{E.A}.\frac{\partial N}{\partial H}.dx = H.\frac{l}{E.A}$$

故ニ

$$\frac{\partial W}{\partial H} = 2H.\frac{h^3}{3E.I_h} - \frac{h}{E.I}\int_0^l M_0.dx + H.\frac{h^2.l}{E.I} + H.\frac{l}{E.A} = 0$$

然ルニ

$$\int_0^l M_0.dx = \frac{P.a.b}{l}.\frac{l}{2} = \frac{P.a.b}{2}$$

故ニ

$$\frac{\partial W}{\partial H} = 2H.\frac{h^3}{3E.I_h} - \frac{h}{E.I}.\frac{P.a.b}{2} + H.\frac{h^2.l}{E.I} + H.\frac{l}{E.A} = 0$$

從ッテ

$$H = \frac{\dfrac{h}{E.I}.\dfrac{P.a.b}{2}}{\dfrac{h^2.l}{E.I} + \dfrac{2}{3}.\dfrac{h^3}{E.I_h} + \dfrac{l}{E.A}} = \frac{P.a.b}{2h.l.\left(1 + \dfrac{2}{3}.\dfrac{I.h}{I_h.l} + \dfrac{I}{A}.\dfrac{1}{h^2}\right)}$$

今 $\frac{I}{I_h}.\frac{h}{l} = \nu$ (以下各節皆倣之), $\frac{I}{A} = r^2$ (r = 環動半徑)トセバ

$$H = \frac{P.a.b}{2h.l.\left(1 + \dfrac{2}{3}\nu + \dfrac{r^2}{h^2}\right)} \qquad \cdots\cdots(1001)$$

然ルニ $H.\frac{l}{E.A}$ 卽チ軸壓力Nニ依リテ生ズル影響ハ$\frac{r}{h}$ノ函數ニシテ之ヲ彎曲力率Mニ依リテ生ズル影響ト比較シテハ其値極メテ小ナルヲ以テ通常之ヲ無視スルモ差支ナシ然ルトキハ

$$H = \frac{P.a.b}{2h.l.\left(1 + \dfrac{2}{3}\nu\right)} \qquad \cdots\cdots(1002)$$

同樣ニ多量ノ集中荷重ヲ有スル場合ニハ

$$H = \frac{\Sigma P.a.b}{2h.l.\left(1 + \dfrac{2}{3}\nu\right)} \qquad \cdots\cdots(1003)$$

Hノ値ヲ知レバD及E點ニ於ケル力率ハ

$$M_D = M_E = -H.h = -\frac{P.a.b}{2l.\left(1 + \dfrac{2}{3}\nu\right)} \qquad \cdots\cdots(1004)$$

DEナル部材ノ或一點ニ於ケル力率ハaノ部分ニアリテハ

$$M_x = \frac{P.b}{l}.x + M_D \qquad \cdots\cdots(1005)$$

bノ部分ニアリテハ

$$M_x = \frac{P.a}{l}.x + M_E \qquad \cdots\cdots(1006)$$

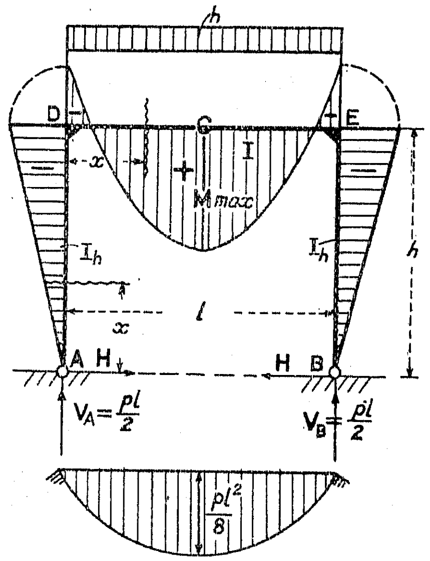
最大彎曲力率ハ荷重點Cニ起リ

$$M_{max} = \frac{P.a.b}{2l}.\frac{\left(1 + \dfrac{4}{3}\nu\right)}{\left(1 + \dfrac{2}{3}\nu\right)} \qquad \cdots\cdots(1007)$$

故ニ全框構ニ於ケル力率圖表ハ正ニ第八百二十二圖ノ如クナル可シ.

b) 等布荷重ヲ有スル場合ニハ第八百二十三圖ニ於テ

第八百二十三圖



$$\int_0^l M_0.dx = \frac{1}{2}\int_0^l p.x.(l-x).dx$$

$$= \frac{p.l^3}{12}.$$

故ニ

$$H = \frac{p.l^2}{12h.\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)} \quad \cdots\cdots(1008)$$

從ツテ

$$M_D = M_E = -H.h$$

$$= -\frac{p.l^2}{12\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)} \quad \cdots\cdots(1009)$$

DEナル部材ノ或一點ニ於ケル力率ハ

$$M_x = \frac{p.l}{2}.x - \frac{p.x^2}{2} + M_D \quad \cdots\cdots(1010)$$

最大彎曲力率ハ $\frac{l}{2}$ 點ニ起リ.

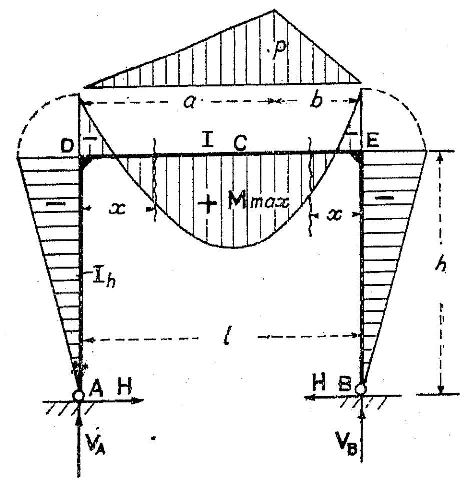
$$M_{max} = -\frac{p.l^2}{12\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)} + \frac{p.l}{2}.\frac{l}{4}$$

$$= \frac{p.l^2}{8}.\left[1 - \frac{2}{3\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)}\right] \quad \cdots\cdots(1011)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百二十三圖ノ如クナル可シ.

c) DEナル部材上ニ三角形荷重ヲ有スルトキハ同様ニ第八百二十四圖ニ於テ

第八百二十四圖



$$V_A = \frac{p}{6}.(b+l) \quad \cdots\cdots(1012)$$

$$V_B = \frac{p}{6}.(2l-b) \quad \cdots\cdots(1013)$$

$$H = \frac{p.(l^2+b.l-b^2)}{24h.\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)} \quad \cdots\cdots(1014)$$

$$M_D = M_E = -\frac{p.(l^2+b.l-b^2)}{24\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)} \quad \cdots\cdots(1015)$$

a 側ニアリテハ

$$M_x = \frac{p}{6}.(l+b)x - \frac{p.x^3}{6a} + M_D \quad \cdots\cdots(1016)$$

b 側ニアリテハ

$$M_x = \frac{p}{6}.(2l-b).x - \frac{p.x^3}{6b} + M_E \quad \cdots\cdots(1017)$$

最大力率ハ $x = \sqrt{\frac{l^2-b^2}{3}}$ ニ起リ

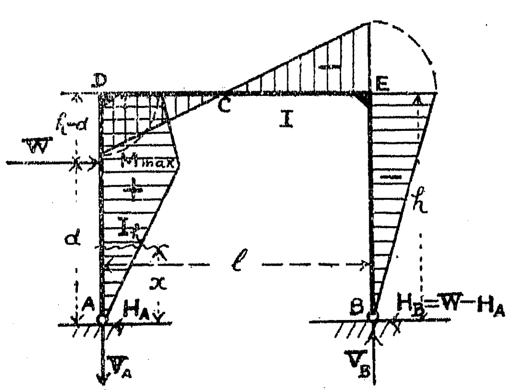
$$M_{max} = \frac{p.(b+l)}{9}.\sqrt{\frac{l^2-b^2}{3}} + M_D \quad \cdots\cdots(1018)$$

第五節　水平荷重ヲ受クル二鉸式矩形框構.

a) 第八百二十五圖ノ如ク柱ノ或任意ノ一點ニWナル水平荷重ヲ有スル場合ニハ平衡ノ三條件ニ基キ水平力ノ代數的和ハ零ニ等シキヲ以テ

$$W - H_A - H_B = 0$$

第八百二十五圖



故ニ　$H_B = W - H_A$.

垂直力ノ代數的和ハ零ニ等シキヲ以テ

$$V_A + V_B = 0$$

故ニ　$V_A = -V_B$.

B點ノ周リノ力率ノ代數的和ハ零ニ等シキヲ以テ

$$W.d - V_A.l = 0$$

故ニ

$$V_A = \frac{W.d}{l} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1019)$$

前ノ場合ト同ジク軸壓力ノ影響ヲ無視スルトキハHヲ定ム可キ働作ノ方程式ハ

$$\int \frac{M}{E.I}\cdot\frac{\partial M}{\partial H}.dx = 0$$

今ADナル柱ニ於テ荷重點ノ下方ニアリテハ

$$M = H_A.x, \qquad \frac{\partial M}{\partial H_A} = x$$

荷重點ノ上方ニアリテハ

$$M = H_A.x - W.(x-d), \qquad \frac{\partial M}{\partial H_A} = x$$

故ニ

$$\int_0^h \frac{M}{E.I}\cdot\frac{\partial M}{\partial H}.dx = \frac{1}{E.I_h}\cdot\left\{\int_0^d H_A.x.x.dx + \int_d^h \Big[H_A.x - W.(x-d)\Big].x.dx\right\}$$

$$= \frac{1}{E.I_h}\cdot\left[\frac{H_A.h^3}{3} - \frac{W}{3}.(h^3-d^3) + \frac{W}{2}.d.(h^2-d^2)\right]$$

BEナル柱ニアリテハ

$$M = -(W-H_A).x, \qquad \frac{\partial M}{\partial H_A} = x$$

故ニ

$$\int_0^h \frac{M}{E\,I}\cdot\frac{\partial M}{\partial H}.dx = \frac{1}{E.I_h}\int_0^h (H_A - W).x.x.dx$$

$$= \frac{1}{E.I_h}.(H_A - W).\frac{h^3}{3}$$

DEナル部材ニアリテハ

$$M = H_A.h - W.(h-d) - V_A.x, \qquad \frac{\partial M}{\partial H_A} = h$$

故ニ

$$\int_0^l \frac{M}{E.I}\cdot\frac{\partial M}{\partial H}.dx = \frac{1}{E.I}\int_0^l \Big[H_A.h - W.(h-d) - \frac{W.d}{l}.x\Big].h.dx$$

$$= \frac{1}{E.I}\Big(H_A.h^2.l - W.h^2.l + \frac{W}{2}.d.h.l\Big)$$

故ニ

$$\frac{1}{E.I_h}\cdot\left[\frac{H_A.h^3}{3} - \frac{W}{3}.(h^3-d^3) + \frac{W}{2}.d.(h^2-d^2) + (H_A - W).\frac{h^3}{3}\right]$$

$$+ \frac{1}{E.I}\Big(H_A.h^2.l - W.h^2.l + \frac{W}{2}.d.h.l\Big) = 0$$

故ニ

$$H_A = \frac{W.\left\{\frac{I}{I_h}.\left[\frac{2h^3-d^3}{3} - \frac{d.(h^2-d^2)}{2}\right] + \left(h^2.l - \frac{d.h.l}{2}\right)\right\}}{h^2.l.\left(1 + \frac{2}{3}.\frac{I}{I_h}.\frac{h}{l}\right)}$$

$$= \frac{W.\left[\frac{I}{I_h}.\left(\frac{4h^3+d^3-3d.h^2}{6}\right) + \frac{2h^2.l - d.h.l}{2}\right]}{h^2.l.\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)}$$

$$= W.\frac{\nu.(4h^3+d^3-3d.h^2)+(6h^3-3d.h^2)}{6h^3\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1020)$$

従ッテ

$$M_D = H_A.h - W.(h-d) \cdots\cdots\cdots\cdots(1021)$$

$$M_E = -(W-H_A).h \cdots\cdots\cdots\cdots(1022)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百二十五圖ノ如クナル可シ

b) 風壓ノ如キ等布的水平荷重ヲ受クル場合ニハ第八百二十六圖ニ於テ AD ナル柱ニアリテハ

$$M = H_A.x - \frac{\omega.x^2}{2}, \qquad \frac{\partial M}{\partial H_A} = x$$

故ニ
$$\int \frac{M}{E.I}.\frac{\partial M}{\partial H_A}.dx = \frac{1}{E.I_h}.\left\{\int_0^h H_A.x^2.dx - \int_0^h \frac{\omega.x^2}{2}.x.dx\right\}$$

$$= \frac{1}{E.I_h}.\left(H_A\frac{h^3}{3} - \frac{\omega.h^4}{8}\right)$$

BE ナル柱ニアリテハ

$$M = -(\omega.h - H_A).x, \qquad \frac{\partial M}{\partial H_A} = x$$

$$\int \frac{M}{E.I}.\frac{\partial M}{\partial H_A}.dx = \frac{1}{E.I_h}.\left\{\int_0^h -\omega.h.x^2.dx + \int^h H_A.x^2.dx\right\}$$

$$= \frac{1}{E.I_h}.\left(-\frac{\omega.h^4}{3} + H_A.\frac{h^3}{3}\right)$$

DE ナル部材ニアリテハ

$$M = H_A.h - \frac{\omega.h^2}{2} + V_A.x, \qquad \frac{\partial M}{\partial H_A} = h$$

$$\int \frac{M}{E.I}.\frac{\partial M}{\partial H_A}.dx = \frac{1}{E.I}.\left\{\int_0^l H_A.h^2.dx - \int_0^l \frac{\omega.h^3}{2}.dx - \int_0^l \frac{\omega.h^3}{2l}.x.dx\right\}$$

$$= \frac{1}{E.I}.\left(H_A.h^2.l - \frac{\omega.h^3.l}{2} - \frac{\omega.h^3.l}{4}\right)$$

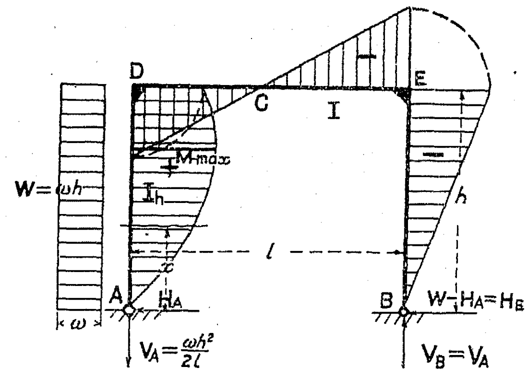
故ニ
$$\frac{1}{E.I_h}\left(H_A.\frac{h^3}{3} - \frac{\omega.h^4}{8}\right) + \frac{1}{E.I_h}.\left(-\frac{\omega.h^4}{3} + H_A.\frac{h^3}{3}\right)$$

$$+\frac{1}{E.I}.\left(H_A.h^2.l - \frac{\omega.h^3.l}{2} - \frac{\omega.h^3.l}{4}\right) = 0$$

故ニ

$$H_A = \frac{\frac{I}{I_h}.\frac{11}{24}.\omega.h^4 + \frac{3}{4}.\omega.h^3.l}{h^2.l.\left(1+\frac{I}{I_h}.\frac{2h}{3l}\right)} = \frac{\omega.h.\left(\frac{11}{24}\nu + \frac{3}{4}\right)}{1+\frac{2}{3}\nu}$$

第八百二十六圖



$$= \frac{3}{4}\omega.h.\frac{1+\frac{11}{18}\nu}{1+\frac{2}{3}\nu}$$

$$\fallingdotseq \frac{3}{4}\omega.h \cdots\cdots\cdots(1023)$$

柱ノ或一點 x ニ於ケル力率ハ

$$M_x = H_A.x - \frac{\omega.x^2}{2} \quad (1024)$$

故ニ其第一微分ヲ零ニ等シトセバ

$$x = \frac{H_A}{\omega} = \frac{3}{4}h.\frac{1+\frac{11}{18}\nu}{1+\frac{2}{3}\nu}$$

ノ點ニ於テ最大力率ヲ生ズ可シ而シテ其値ハ(1024)式ヨリ

$$M_{max} = \frac{\omega}{2}.\left(\frac{3}{4}h.\frac{1+\frac{11}{18}\nu}{1+\frac{2}{3}\nu}\right)^2 \cdots\cdots\cdots\cdots(1025)$$

同樣ニ

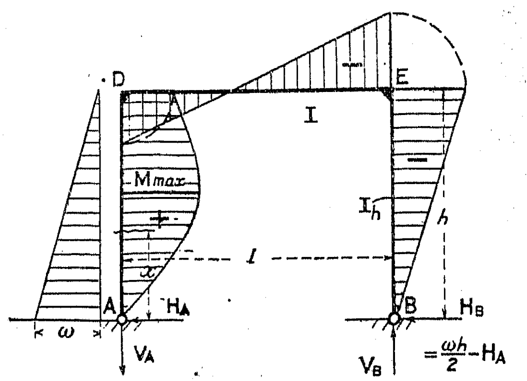
$$M_D = \frac{\omega.h^2.\left(1+\frac{\nu}{2}\right)}{4\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)} \fallingdotseq \frac{\omega.h^2}{4} \cdots\cdots\cdots\cdots(1026)$$

$$M_E = -\frac{\omega.h^2}{4}\cdot\frac{\left(1+\frac{5}{6}\nu\right)}{\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)} \approx -\frac{\omega h^2}{4} \cdots\cdots\cdots\cdots(1027)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百二十六圖ノ如クナル可シ.

c) 水壓若クハ土壓ノ如ク一方ノ柱ニ三角形荷重ヲ受クルトキハ第八百二十七圖ニ於テ其最大壓力度ヲ ω トセバ前ト同樣ノ方法ニ據リ次ノ結果ヲ得可シ.

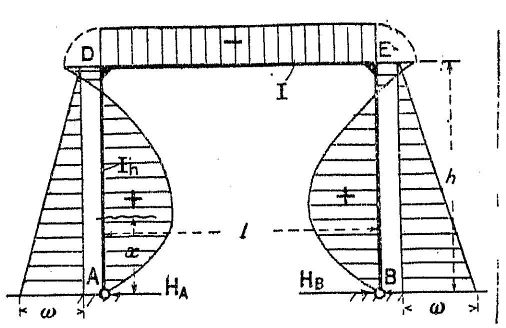
第八百二十七圖



$$V_A = V_B = \frac{\omega.h^2}{6l} \cdots(1028)$$

$$H_A = \frac{5}{12}\cdot\frac{\left(1+\frac{31}{50}\nu\right)}{\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)}\cdot\omega.h \cdots\cdots\cdots(1029)$$

第八百二十八圖



$$H_B = \frac{\left(1+\frac{9}{10}\nu\right)}{12\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)}\cdot\omega.h \cdots\cdots\cdots(1030)$$

$$M_D = \frac{\omega.h^2}{12}\cdot\frac{\left(1+\frac{13}{30}\nu\right)}{\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)} \cdots\cdots\cdots(1031)$$

$$M_E = -\frac{\omega.h^2}{12}\cdot\frac{\left(1+\frac{9}{10}\nu\right)}{\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)} \cdots\cdots\cdots(1032)$$

AD ナル柱ノ或一點 x ニ於ケル力率ハ

$$M_x = H_A.x - \frac{\omega}{6h}.x^2(3h-x) \cdots\cdots\cdots(1033)$$

故ニ其力率圖表ハ正ニ第八百二十七圖ノ如クナル可シ.

若シ框構ノ兩側ヨリ同一力度ノ三角形荷重ヲ受クルトキハ

$$V_A = V_B = 0 \cdots\cdots\cdots(1034)$$

$$H_A = H_B = \frac{\omega.h}{3}\cdot\frac{\left(1+\frac{11}{20}\nu\right)}{\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)} \cdots\cdots\cdots(1035)$$

$$M_D = M_E = -\frac{7\nu.\omega.h^2}{180\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)} \cdots\cdots\cdots(1036)$$

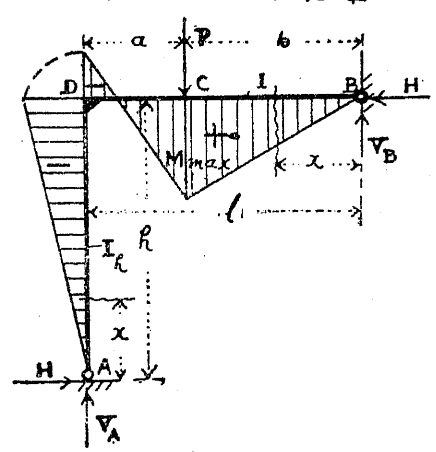
柱ノ或一點ニ於ケル力率ハ

$$M_x = H_A.x - \frac{\omega}{6h}.x^2(3h-x) \cdots\cdots\cdots(1037)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百二十八圖ノ如クナル可シ.

第六節　二鉸式反仰L形框構

第八百二十九圖



集中荷重ヲ有スル場合ニ就キテ其解法ノ一斑ヲ示ス可シ.

a) 今 DB ナル部材ノ或一點 C ニ P ナル集中荷重ヲ有スルトキハ第八百二十九圖ニ於テ B 點ニ關スル力率ヲ取レバ

$$V_A = \frac{P.b}{l} + \frac{H.h}{l} \cdots\cdots\cdots(1038)$$

同樣ニ A 點ニ關スル力率ヲ取

レバ

$$V_B = \frac{P.a}{l} - \frac{H.h}{l} \quad \cdots\cdots(1039)$$

ADナル柱ノ或一點ニ於ケル彎曲力率ハ

$$M = -H.x, \qquad \frac{\partial M}{\partial H} = -x$$

BDナル部材中BCノ部分ノ力率ハ

$$M = V_B.x, \qquad \frac{\partial M}{\partial H} = \frac{\partial M}{\partial V_B}\cdot\frac{\partial V_B}{\partial H} = -\frac{h}{l}.x$$

同様ニCDナル部分ニアリテハ

$$M = V_B.x - P.(x-b), \qquad \frac{\partial M}{\partial H} = \frac{\partial M}{\partial V_B}\cdot\frac{\partial V_B}{\partial H} = -\frac{h}{l}x.$$

故ニ軸壓力ノ影響ヲ無視スルトキハ

$$\int \frac{M}{E.I}\cdot\frac{\partial M}{\partial H}\cdot dx = \frac{1}{E.I}\left[\int_0^h H.x^2.dx = \int_0^b \frac{h}{l}.V_B.x^2.dx\right.$$

$$\left.-\int_b^l \frac{h}{l}.\left\{(V_B-P).x^2 + P.b.x\right\}dx\right] = 0$$

或ハ

$$\frac{\partial W}{\partial H} = \frac{h^3}{3I_h}.H - \frac{h}{l}.\frac{V_B}{I}.\frac{b^3}{3} - \frac{h}{l.I}.\left[(V_B-P).\frac{l^3-b^3}{3} + \frac{P.b.(l^2-b^2)}{2}\right] = 0$$

今 $\frac{I}{I_h}.\frac{h}{l} = \nu$ トセバ上式ハ變ジテ

$$\nu.h.l.H - V_B.l^2 - \frac{a}{2l}.(-2l^2+bl+b^2).P = 0$$

或ハ

$$\nu.h.l.H - V_B.l^2 + \frac{a^2.(b+2l)}{2l}.P = 0$$

V_B ノ値ヲ挿入セバ

$$\nu.h.l.H - P.a.l + H.h.l. + \frac{a^2.(b+2l)}{2l}.P = 0$$

之ヲ解キテ

$$H = \frac{P.a.b.(l+b)}{2h.l^2(1+\nu)} \quad \cdots\cdots(1040)$$

荷重點Cニ於ケル力率ハ

$$M_c = \frac{P.a.b(2\nu.l^2+3l.a-a^2)}{2l^3.(1+\nu)} \quad \cdots\cdots(1041)$$

D點ニアリテハ

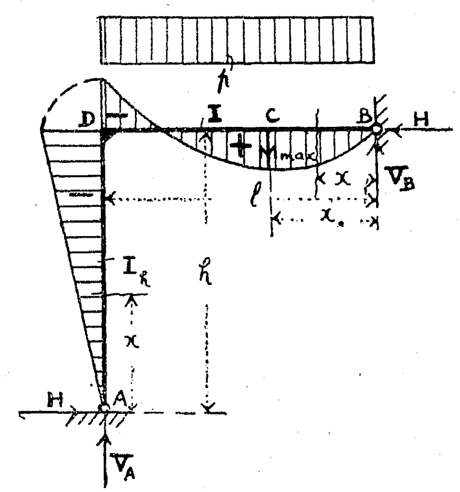
$$M_D = -H.h \quad \cdots\cdots(1042)$$

故ニ其力率圖表第八百二十九圖ノ如クナル可シ.

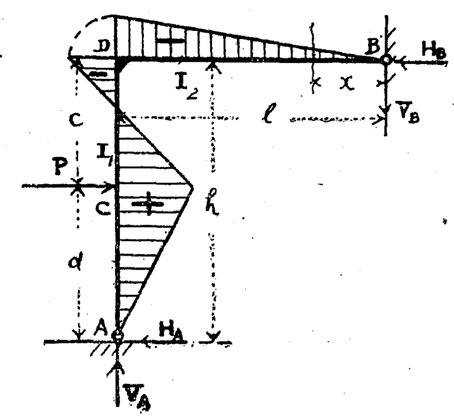
b) DBナル部材上ニ等布荷重ヲ有スル時ハ a) ト同一ノ方法ニ據リ.

$$V_A = \frac{p.l}{8}.\frac{5+4\nu}{1+\nu} \quad \cdots\cdots(1043)$$

第八百三十圖



第八百三十一圖



$$V_B = \frac{p.l}{8}.\frac{3+4\nu}{1+\nu} \quad\cdots\cdots(1044)$$

$$H = \frac{p.l^2}{8h.(1+\nu)} \quad\cdots\cdots(1045)$$

DBナル部材上x點ニ於ケル力率ハ

$$M_x = \frac{p.x}{8}.\frac{4\nu.(l-x)+(3l-4x)}{1+\nu} \quad\cdots\cdots(1046)$$

同様最大力率ハ　$x_0 = \frac{3+4\nu}{1+\nu}.\frac{l}{8}$　點ニ起ル.

$$M_{max} = \frac{p.l^2}{128}.\left(\frac{3+4\nu}{1+\nu}\right)^2 \quad\cdots\cdots(1047)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百三十圖ノ如クナル可シ.

c) ADナル柱ノ或一點ニ集中荷重ヲ有スルトキハ

$$V_A = -V_B = \frac{P.c.d.(d+h)}{2l.h^2.(1+\nu)} \quad\cdots\cdots(1048)$$

$$H_A = P.\frac{c}{h} - V.\frac{l}{h} \quad\cdots\cdots(1049)$$

$$H_B = P.\frac{d}{h} + V.\frac{l}{h} \quad\cdots\cdots(1050)$$

荷重點ニ於ケル力率ハ

$$M_c = \frac{P.c.d}{2h^3}.\frac{2h^2.\nu+3c.h-c^2}{1+\nu} \quad\cdots\cdots(1051)$$

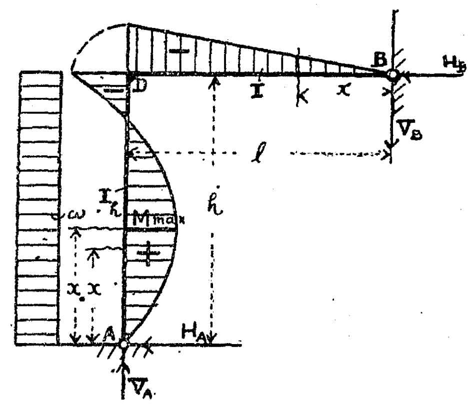
$$M_D = -V.l \quad\cdots\cdots(1052)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百三十一圖ノ如クナル可シ.

d) ADナル柱ニ水平等布荷重ヲ有スルトキハ

$$V_A = -V_B = \frac{\omega.\nu.h^2}{8l.(1+\nu)} \quad\cdots\cdots(1053)$$

第八百三十二圖



$$H_A = \frac{\omega.h}{8}.\frac{4+3\nu}{1+\nu} \quad\cdots\cdots(1054)$$

$$H_B = \frac{\omega.h}{8}.\frac{4+5\nu}{1+\nu} \quad\cdots\cdots(1055)$$

ADナル柱ノ或一點ニ於ケル力率ハ

$$M_x = \frac{\omega.x}{8}.\left\{\frac{4(h-x)+\nu.(3h-4x)}{1+\nu}\right\} \quad\cdots\cdots(1056)$$

其最大力率ハ　$x_0 = \frac{4+3\nu}{1+\nu}.\frac{h}{8}$　點ニ起ル.

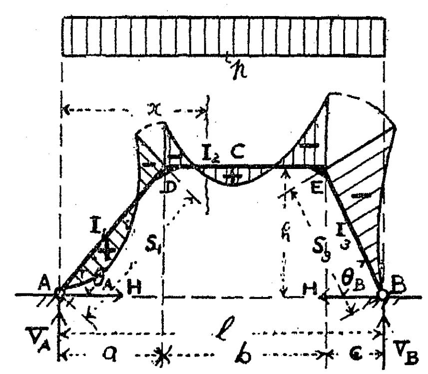
$$M_{max} = \frac{\omega.h^2}{128}.\left(\frac{4+3\nu}{1+\nu}\right)^2 \quad\cdots\cdots(1057)$$

$$M_D = -V_B.l \quad\cdots\cdots(1058)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百三十二圖ノ如クナル可シ.

第七節　二鉸式梯形框構

第八百三十三圖



垂直等布荷重ヲ有スル場合ニ就キテ其解法ノ一班ヲ示ス可シ

a) 第八百三十三圖ニ於テ AD, DE及EBノ各部材ニ垂直等布荷重ヲ有スルトキハ

$$V_A = V_B = \frac{p.l}{2}$$

ADナル部材ニ對スル一般力率ノ方程式ハ

$$M = V_A.x - H.x.\tan\theta_A - \frac{p.x^2}{2}$$

$$= (V_A - H.\tan\theta_A).x - \frac{p.x^2}{2},$$

$$\frac{\partial M}{\partial H} = -\tan\theta_A.x.$$

故ニ

$$\frac{\partial W_{AD}}{\partial H} = \frac{\tan\theta_A}{E.I_1}\int_0^a \left[\frac{p.x^3}{2} - (V_A - H.\tan\theta_A).x^2\right].\sec\theta_A.dx$$

$$= \frac{\tan\theta_A.\sec\theta_A}{E.I_1}.\left[\frac{p.a^4}{8} - \left(\frac{p.l}{2} - H.\tan\theta_A\right).\frac{a^3}{3}\right]$$

$$= \frac{h^2.a.\sec\theta_A}{3E.I_1}.H - \frac{h.a^2.\sec\theta_A}{24E.I_1}.(4l-3a).p$$

$$= \frac{h^2.s_1}{3E.I_1}.H - \frac{h.a.s_1}{24E.I_1}.(4l-3a).p$$

DE ナル部材ニ對シテハ

$$M = V_A.x - H.h - \frac{p.x^2}{2}, \qquad \frac{\partial M}{\partial H} = -h$$

故ニ

$$\frac{\partial W_{DE}}{\partial H} = \frac{h}{E.I_2}\int_a^{a+b}\left(\frac{p.x^2}{2} - V_A.x + H.h\right)dx$$

$$= \frac{h}{E.I_2}.\left[\frac{p}{6}\left\{(a+b)^3 - a^3\right\} - \frac{p.l}{4}.\left\{(a+b)^2 - a^2\right\} + b.h.H\right]$$

$$= \frac{b.h^2}{E.I_2}.H - \frac{h}{2E.I_2}.\left[\frac{l.\left\{(a+b)^2 - a^2\right\}}{2} - \frac{(a+b)^3 - a^3}{3}\right].p$$

$$= \frac{b.h^2}{E.I_2}.H - \frac{b.h}{12E.I_2}.(6a.c + 3b.l - 2b^2).p$$

EB ナル部材ニ對シテハ

$$M = V_B.x - H.\tan\theta_B.x - \frac{p.x^2}{2}$$

故ニ AD 部材ノ場合ト同ジク

$$\frac{\partial W_{EB}}{\partial H} = \frac{h^2.s_3}{3E.I_3}.H - \frac{h.c.s_3}{24E.I_3}.(4l-3c).p$$

故ニ全働作ハ

$$\frac{\partial W}{\partial H} = H.\left(\frac{h^2.s_1}{3E.I_1} + \frac{b.h^2}{E.I_2} + \frac{h^2.s_3}{3E.I_3}\right)$$

$$-p.\left[\frac{h.a.s_1}{24E.I_1}.(4l-3a) + \frac{b.h}{12E.I_2}.(6a.c + 3b.l - 2b^2) + \frac{h.c.s_3}{24E.I_3}.(4l-3c)\right] = 0$$

今 $\nu = \frac{I_2}{I_1}.\frac{s_1}{b}, \quad \nu_1 = \frac{I_2}{I_3}.\frac{s_3}{b}$ トセバ

$$\frac{\partial W}{\partial H} = H.\frac{b.h^2}{3E.I_2}.(3 + \nu + \nu_1) - \frac{p.b.h}{24E.I_2}.\left[2(6a.c + 3b.l - 2b^2)\right.$$

$$\left. + a.(4l-3a).\nu + c.(4l-3c).\nu_1\right] = 0$$

故ニ

$$H = \frac{p}{8h}.\frac{12a.c + 6b.l - 4b^2 + a.(4l-3a).\nu + c.(4l-3c).\nu_1}{3 + \nu + \nu_1} \quad \text{......(1059)}$$

從ッテ

$$M_D = V_A.a - H.h - \frac{p.a^2}{2} \quad \text{......(1060)}$$

$$M_E = V_A.c - H.h - \frac{p.c^2}{2} \quad \text{......(1061)}$$

AD ナル柱ノ或一點ニ於ケル力率ハ

$$M_x = V_A.x - H.\frac{h.x}{a} - \frac{p.x^2}{2} \quad \text{......(1062)}$$

DE ナル部材ノ或一點ニ於ケル力率ハ

$$M = V_A.x - H.h. -\frac{p.x^2}{2} \cdots\cdots (1063)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百三十三圖ノ如クナル可シ.

更ニ軸壓力ハ簡單ニ次ノ如ク之ヲ示スコトヲ得可シ.

AD 部材ニ對シテハ $N = (V_A - p.x).\frac{h}{s_1} + H.\frac{a}{s_1} \cdots\cdots (1064)$

DE 〃 $N = H \cdots\cdots (1065)$

EB 〃 $N = (V_B - p.x).\frac{h}{s_3} + H\frac{c}{s_3}. \cdots\cdots (1066)$

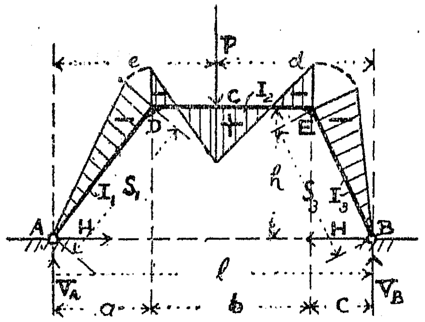
b) DE 部材上ニ集中荷重ヲ有スルトキハ a) ト同樣ノ方法ニ據リ

$$V_A = P.\frac{d}{l} \cdots\cdots (1067)$$

$$V_B = P.\frac{e}{l} \cdots\cdots (1068)$$

$$H = \frac{P}{2h.l}.\frac{\frac{3}{b}\left[d.(e.l-a^2)-e.c^2\right]+2a.d.\nu+2c.e.\nu_1}{3+\nu+\nu_1} \cdots\cdots (1069)$$

第八百三十四圖



荷重點 C ノ力率ハ

$$M_c = V_A.e - H.h \cdots\cdots (1070)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百三十四圖ノ如クナル可シ.

軸壓力ハ

AD 部材ニ對シテハ

$$N = V_A.\frac{h}{s_1} + H.\frac{a}{s_1} \cdots (1071)$$

DE 部材ニ對シテハ

$$N = H \cdots\cdots (1072)$$

EB 部材ニ對シテハ

$$N = V_B.\frac{h}{s_3} + H.\frac{c}{s_3} \cdots\cdots (1073)$$

c) AD ナル部材ニ水平等布荷重ヲ有スルトキハ

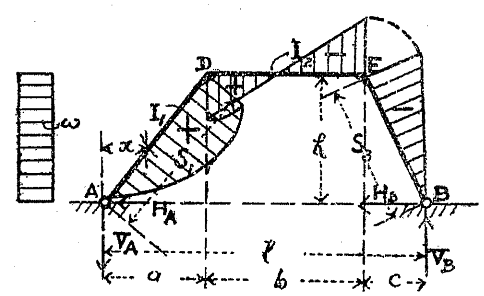
$$V_A = V_B = \frac{\omega.h^2}{2l} \cdots\cdots (1074)$$

$$H = \frac{\omega.h}{8l}.\frac{6(b+2c)+(5l-4a).\nu+4c.\nu_1}{3+\nu+\nu_1} \cdots\cdots (1075)$$

AD 部材ノ或一點ニ於ケル力率ハ

$$M_x = (\omega.h - H_B).\frac{h.x}{a} - V_A.x - \frac{\omega.h^2.x^2}{2a^2} \cdots\cdots (1076)$$

第八百三十五圖



同樣ニ

$$M_D = V_B.(l-a) - H_B.h \cdots\cdots (1077)$$

$$M_E = V_B.c - H_B.h \cdots\cdots (1078)$$

故ニ其力率圖表ハ正ニ第八百三十五圖ノ如クナル可シ.

軸壓力ハ

AD 部材ニ對シテハ

$$N = -V_A.\frac{h}{s_1} - \left(\omega.h - H_B - \frac{\omega.h.x}{a}\right).\frac{a}{s_1} \cdots\cdots (1079)$$

DE 部材ニ對シテハ

$$N = H_B \cdots\cdots (1080)$$

EB 部材ニ對シテハ

$$N = +V_B.\frac{h}{s_3} + H_B.\frac{c}{s_3} \quad \cdots\cdots(1081)$$

第八節　二鉸式鋸形框構

鋸形框構ハ梯形框構ノ特例ニシテ $b=0$ トナリタル場合ニ相當ス.

a) 垂直等布荷重ヲ有スルトキハ第七節 a) ノ一般力率方程式中

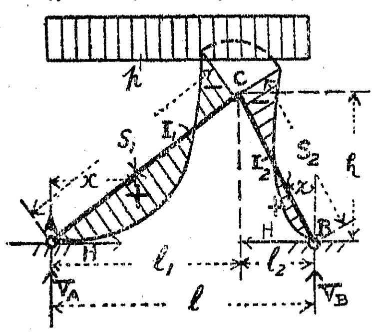
$b=0,\ I_3=I_2,\ a=l_1,\ c=l_2,\ \nu=\frac{I_2}{I_1}.\frac{s_1}{s_2}$ トセバ

$$\frac{\partial W}{\partial H} = H.\frac{h^2.s_2}{3I_2}.(1+\nu) - \frac{p.h.s_2}{24I_2}\left[l_2.(4l_1+l_2)+l_1.(l_1+4l_2)\nu\right] = 0$$

ヨリ

$$H = \frac{p}{8h}.\frac{l_2.(4l_1+l_2)+(l_1+4l_2).l_1.\nu}{1+\nu} \quad \cdots\cdots(1082)$$

第八百三十六圖



AC ナル部材ノ或一點ニ於ケル力率ハ

$$M_x = \frac{p.x.(l-x)}{2} - H.\frac{h.x}{l_1} \quad \cdots\cdots(1083)$$

C ナル頂點ニアリテハ

$$M_C = \frac{p.l_1.l_2}{2} - H.h \quad \cdots\cdots(1084)$$

CB ナル部材ノ或一點ニアリテハ

$$M_z = \frac{p.z.(l-z)}{2} - H.\frac{h.z}{l_2} \quad \cdots\cdots(1085)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百三十六圖ノ如クナル可シ.

軸壓力ハ AC ナル部材ニ對シテハ

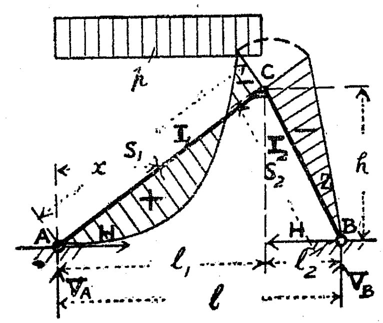
$$N = (V_A - p.x).\frac{h}{s_1} + H.\frac{l_1}{s_1} \quad \cdots\cdots(1086)$$

CB ナル部材ニ對シテハ

$$N = (V_B - p.z).\frac{h}{s_2} + H.\frac{l_2}{s_2} \quad \cdots\cdots(1087)$$

b) 一方ノ部材ニノミ等布荷重ヲ有スルトキハ同様ニ

第八百三十七圖



$$V_A = \frac{p.l_1}{2l}.(l+l_2) \quad \cdots\cdots(1088)$$

$$V_B = \frac{p.l_1^2}{2l} \quad \cdots\cdots(1089)$$

更ニ $\nu = \frac{I_2}{I_1}.\frac{s_1}{s_2}$ トセバ

$$H = \frac{p.l_1^2}{8l.h}.\frac{4l_2+(l+4l_2).\nu}{1+\nu} \quad \cdots\cdots(1090)$$

AC ナル部材ノ或一點ニ於ケル力率ハ

$$M_x = V_A.x - H.\frac{h.x}{l_1} - \frac{p.x^2}{2} \quad \cdots\cdots(1091)$$

C ナル頂點ニ於ケル力率ハ

$$M_C = V_B.l_2 - H.h \quad \cdots\cdots(1092)$$

CB ナル部材ノ或一點ニ於ケル力率ハ

$$M_z = V_B.z - H.\frac{h.z}{l_2} \quad \cdots\cdots(1093)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百三十七圖ノ如クナル可シ.

軸壓力ハ AC ナル部材ニ對シテハ

$$N = (V_A - p.x).\frac{h}{s_1} + H.\frac{l_1}{s_1} \quad \cdots\cdots(1094)$$

CB ナル部材ニ對シテハ

$$N = V_B.\frac{h}{s_2} + H.\frac{l_2}{s_2} \quad \cdots\cdots(1095)$$

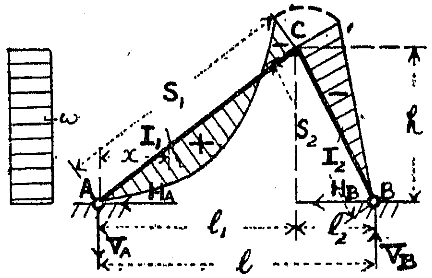
c) 一方ニ水平等布荷重ヲ受クルトキハ

$$V_A = V_B = \frac{\omega.h^2}{2l} \quad\cdots\cdots(1096)$$

$$H_B = \frac{\omega.h}{8l}\cdot\frac{4l_2+(l_1+5l_2).\nu}{1+\nu} \quad\cdots\cdots(1097)$$

(ν ハ b) ノ場合ト同ジ)

第八百三十八圖



AC ナル部材ノ或一點ニ於ケル力率ハ

$$M_x = (\omega.h - H_B).\frac{h.x}{l_1} - V_A.x - \frac{\omega.h^2.x^2}{2l_1^2} \quad\cdots\cdots(1098)$$

C ナル頂點ニ於ケル力率ハ

$$M_c = V_B.l_2 - H_B.h \quad\cdots\cdots(1099)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百三十八圖ノ如クナル可シ.

軸壓力ハ AC ナル部材ニ對シテハ

$$N = -V_A.\frac{h}{s_1} - \left(\omega.h - H_B - \frac{\omega.h.x}{l_1}\right).\frac{l_1}{s_1} \quad\cdots\cdots(1100)$$

CB ナル部材ニ對シテハ

$$N = V_B.\frac{h}{s_2} + H_B.\frac{l_2}{s_2} \quad\cdots\cdots(1101)$$

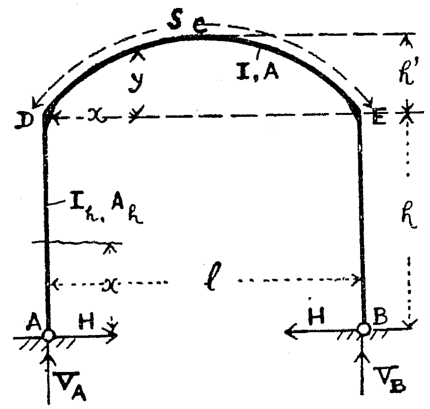
第九節 垂直荷重ヲ受クル二鉸式弧形框構.

今未知水平推力ヲ H トシ

$$\frac{\partial W}{\partial H} = \int \frac{M}{E.I}.\frac{\partial M}{\partial H}.dx + \int \frac{N}{E.A}.\frac{\partial N}{\partial H}.dx = 0$$

ナル働作式ヲ應用スルトキハ第八百三十九圖ニ於テ AD ナル柱ニ對シテ

第八百三十九圖



$$M = -H.x, \quad \frac{\partial M}{\partial H} = -x,$$

$$N = -V_A, \quad \frac{\partial N}{\partial H} = 0$$

故ニ

$$\int_0^h \frac{M}{E.I}.\frac{\partial M}{\partial H}.dx = H.\frac{h^3}{3E.I_h}$$

$$\int_0^h \frac{N}{E.A_h}.\frac{\partial N}{\partial H}.dx = 0$$

茲ニ I_h ハ柱ノ物量力率, A_h ハ其斷面ヲ示ス. BE ナル柱モ亦同一ノ値ヲ有ス可シ.

DE ナル弧形部材ニ對シテハ彈性係數 E 及物量力率 I ヲ定數ト假定シ更ニ $dx = ds$ ト考エ M_0 ヲ DE ナル單桁トシテノ彎曲力率ヲ示スモノトセバ或一點 (x,y) ニ於ケル力率ハ

$$M = M_0 - H.(h+y), \quad \frac{\partial M}{\partial H} = -(h+y)$$

$$N = -H, \quad \frac{\partial N}{\partial H} = -1.$$

故ニ

$$\int_0^l \frac{M}{E.I}.\frac{\partial M}{\partial H}.dx = -\frac{1}{E.I}\int_0^l \Big[M_0 - H.(h+y)\Big].(h+y).dx$$

$$= -\frac{h}{E.I}\int_0^l M_0.dx - \frac{1}{E.I}\int_0^l M_0.y.dx + H.\frac{h^2.l}{E.I} + H.\frac{2h.\mathcal{A}}{E.I} + H.\frac{2S}{E.I}$$

$\mathcal{A} = \int_0^l y.dx$ ハ DCE ナル面積ヲ, $S = \frac{1}{2}\int_0^l y^2.dx$ ハ DE ニ對スル面積ノ靜力率ヲ示スモノトス. 更ニ $N = -H$, $\frac{\partial N}{\partial H} = -1$

故ニ

$$\int_0^l \frac{N}{E.A}.\frac{\partial N}{\partial H}.dx = H.\frac{l}{E.A}$$

故ニ

$$H.\left[\frac{2h^3}{3E.I_h}+\frac{h^2.l}{E.I}+\frac{2h.\mathcal{A}}{E.I}+\frac{2S}{E.I}+\frac{l}{E.A}\right]$$

$$-\frac{h}{E.I}\int_0^l M_0.dx-\frac{1}{E.I}\int_0^l M_0.y.dx=0$$

故ニ

$$H=\frac{\int M_0.dx+\frac{1}{h}\int M_0.y.dx}{h.l.\left(1+\frac{2}{3}.\frac{h}{l}.\frac{I}{I_h}+\frac{I}{h^2.A}\right)+2\left(\mathcal{A}+\frac{S}{h}\right)}\cdots\cdots\cdots\cdots(1102)$$

式中 $\int M_0.dx$ ハ D 及 E ニ自由支持點ヲ有セリト考ヘタル DE ナル單桁ニ對スル力率面積, $\int M_0.y.dx$ ハ DE 線ニ對スル力率面積ノ靜力率ヲ示スモノナリ.

(1102)式ハ垂直荷重ヲ受クル單純框構ニ對スル基礎公式ニシテ以下所述ノ拋物線形,尖頂形及三角形框構等何レモ其特例ト見做スコトヲ得可ク第四節ノ矩形框構モ又(1102)式ニ於ケル分子ノ第二項及分母中 $\mathcal{A}$ 及 S ノ零トナリタル場合ニ適用シタルモノト全ク相同ジ.

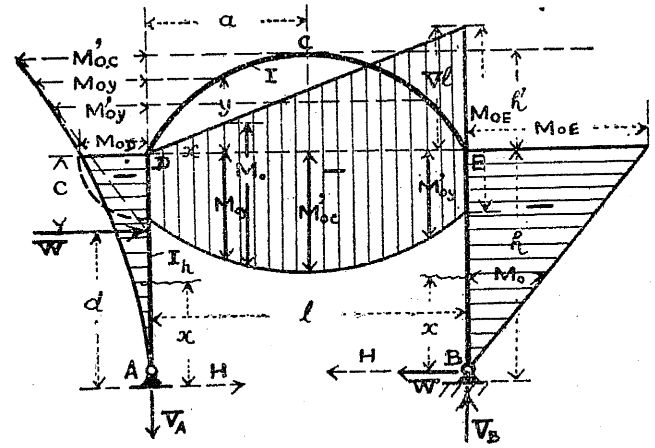
第十節　水平荷重ヲ受クル二鉸式弧形框構.

最初ニ風壓ノ如キ水平荷重ヲ受ケタル框構ガ靜力的確定狀態ニアルモノトシテ各點ノ彎曲力率ヲ計算スルヲ要ス卽チ H ナル未知推力ヲ零ト假定ス可シ今第八百四十圖ニ於テ W ナル合成水平外力ガ支點 A ヨリ d ナル高サニ働クモノトセバ支柱ノ底端ニ於ケル垂直反應力ハ

$$V_A=V_B=\frac{W.d}{l}=V$$

ニシテ更ニ B 點ヲ緊定セル支點ト考フルトキハ玆ニ W ナル水平反應力ヲ生ズ可シ.

第八百四十圖



AD ナル柱ニ於ケル水平外力ノ力率ハ頂點 D ニ於テ緊定セル肱桁ノ如ク之ヲ取扱ヒ從ツテ影線ニテ示セル如キ曲線形トナル可シ DE ナル弧形部材ノ一點 (x,y) ニ於ケル單純力率ハ　$-M_0=M_{0y}+V.x$　ニシテ橫距 a ヲ有スル C ナル頂點ニアリテハ　$-M_{0c}=M_{0c}'+V.a=W.(c+h')+\frac{W.d.a}{l}$

同樣ニ　$-M_{0E}=M_{0D}+V.l.$

以上ノ結果ハ圖式的ニ第八百四十圖ニ於テ示セルガ如ク夫々記號ニ依リテ之ヲ了解スルコトヲ得可シ.

斯クノ如ク M_0 ノ値ヲ見出シタル後 H ナル水平推力ノ添和ニ依リテ生ズル實際ノ力率 M_W ハ次ノ如ク之ヲ導クコトヲ得可シ.

AD ナル柱ニアリテハ

$$M=-H.x+M_0,\quad \frac{\partial M}{\partial H}=-x$$

$$\int_A^D \frac{M}{E.I_h}.\frac{\partial M}{\partial H}.dx=\frac{1}{E.I_h}\int_A^D(-H.x+M_0).(-x).dx$$

$$= \frac{H.h^3}{3E.I_h} - \frac{1}{E.I_h}\int_A^D M_0.x.dx$$

CD ナル弧形部材ニアリテハ

$$M = -H.(h+y)+M_0, \quad \frac{\partial M}{\partial H} = -(h+y)$$

$$\int_D^E \frac{M}{E.I}\cdot\frac{\partial M}{\partial H}.dx = \frac{1}{E.I}\int_D^E H.(h+y)^2.dx - \frac{1}{E.I}\int_D^E M_0.(h+y).dx$$

$$= \frac{H}{E.I}\cdot\left(h^2.l+2h\int_D^E y.dx+\int_D^E y^2.dx\right) - \frac{h}{E.I}\int_D^E M_0.dx - \frac{1}{E.I}\int_D^E M_0.y.dx$$

BE ナル柱ニアリテハ

$$M = -H.x+M_0, \quad \frac{\partial M}{\partial H} = -x$$

$$\int_B^E \frac{M}{E.I_h}\cdot\frac{\partial M}{\partial H}.dx = \frac{1}{E.I_h}\left(\int_B^E H.x^2.dx - \int_B^E M_0.x.dx\right)$$

$$= \frac{H.h^3}{3E.I_h} - \frac{1}{E.I_h}\int_B^E M_0.x.dx$$

故ニ軸壓力 N ノ影響ヲ無視スルトキハ水平外力 W ヨリ來ル支點ノ未知數 H ノ値ハ

$$H.\left[\frac{h^3}{3E.I_h}+\frac{h^2.l+2h\int_D^E y.dx+\int_D^E y^2.dx}{E.I}+\frac{h^3}{3E.I_h}\right] - \frac{1}{E.I_h}\int_A^D M_0.x.dx$$

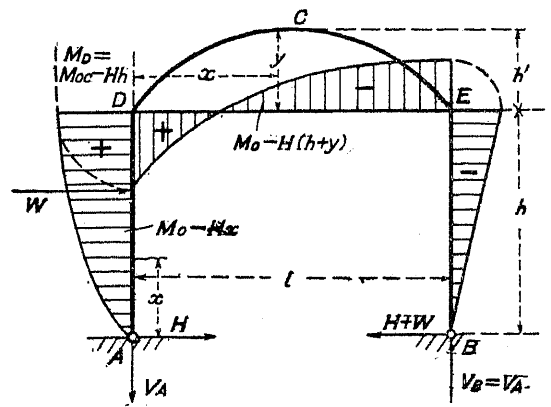
$$-\frac{h}{E.I}\int_D^E M_0.dx - \frac{1}{E.I}\int_D^E M_0.y.dx - \frac{1}{E.I_h}\int_B^E M_0.x.dx = 0$$

ヨリ

$$H = \frac{\int_D^E M_0.dx+\frac{1}{h}\int_D^E M_0.y.dx+\frac{1}{h}\cdot\frac{I}{I_h}\left(\int_A^D M_0.x.dx+\int_B^E M_0.x.dx\right)}{h.l.\left(1+\frac{2}{3}\cdot\frac{h}{l}\cdot\frac{I}{I_h}\right)+2\left(\mathcal{A}+\frac{S}{h}\right)} \qquad (1103)$$

$\mathcal{A}$ 及 S ノ意味ハ垂直荷重ノ場合ニ於ケルモノト同一ナリドス

第八百四十一圖

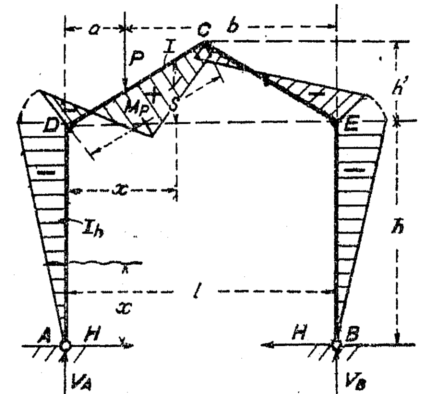


斯クテ實際ニ於ケル力率ヲ圖式的ニ表ハストキハ第八百四十一圖ノ如クナル可シ.

(1103)式ハ水平荷重ヲ受クル單純框構ノ標準公式ニシテ假令ハ第五節ニ於ケル矩形框構ノ解說ノ如キ又コノ一ツノ特例ニ過ギザルモノト知ル可シ.

第十一節 二鉸式尖頂形框構.

第八百四十二圖



此場合ニハ $\mathcal{A} = \Delta DCE$ ノ面積トナル可シ今第八百四十二圖ニ於テ

$$\frac{x}{y} = \frac{\frac{l}{2}}{h'} \quad \text{ナルヲ以テ}$$

$$y = \frac{2h'.x}{l} \quad \text{故ニ}$$

$$\int M_0.y dx = \frac{2h'}{l}\int M_0.x.dx$$

$$\mathcal{A} = \frac{h'.l}{2}$$

$$S = \frac{h'.l}{2}\cdot\frac{h'}{3} = \frac{h'^2.l}{6}$$

a) DC ナル部材ノ一點ニ P ナル集中荷重ヲ有スルトキハ

$$V_A = P.\frac{b}{l},\quad V_B = \frac{P.a}{l}$$

$$\int M_0.dx = \frac{1}{2}P.a.b$$

$$\int M_0.x.dx = \frac{1}{24}P.a.(3l^2-4a^2)$$

故ニ(1102)式ニ於テ $\dfrac{I}{h^2.A}$ ヲ無視スルトキハ

$$H = \frac{\frac{1}{2}.P.a.b+\frac{1}{24}.\frac{2h'}{h.l}.P.a.(3l^2-4a^2)}{h.l.\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)+2\left(\frac{h'.l}{2}+\frac{h'^2.l}{6h}\right)}$$

$$= \frac{P.a}{4l^2}.\frac{6b.h.l+h'.(3l^2-4a^2)}{3h^2.\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)+h'.(3h+h')} \quad\cdots\cdots(1104)$$

故ニ荷重點ニ於ケル力率ハ　但シ $\nu = \dfrac{I}{Ih}.\dfrac{h}{s}$ ヲ示ス

$$M_P = V_A.a-H.\left(h+\frac{2h'.a}{l}\right),$$

頂點ニ於ケル力率ハ

$$M_C = \frac{P.a}{2}-H.(h+h') \quad\cdots\cdots(1105)$$

$$M_D = M_E = -H.h \quad\cdots\cdots(1106)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百四十二圖ノ如クナル可シ.

b) DE ナル部材ノ半部ニ p ナル力度ノ荷重ヲ有スルトキハ第八百四十三圖ニ於テ

$$V_A = \frac{3p.l}{8} \quad\cdots\cdots(1107)$$

$$V_B = \frac{p.l}{8} \quad\cdots\cdots(1108)$$

$$\int M_0.dx = \frac{p.l^3}{24}$$

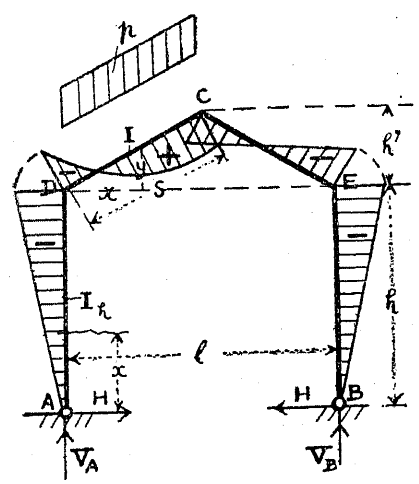
$$\int M_0.x.dx = \frac{5}{384}p.l^4$$

故ニ(1102)式ニ據リ

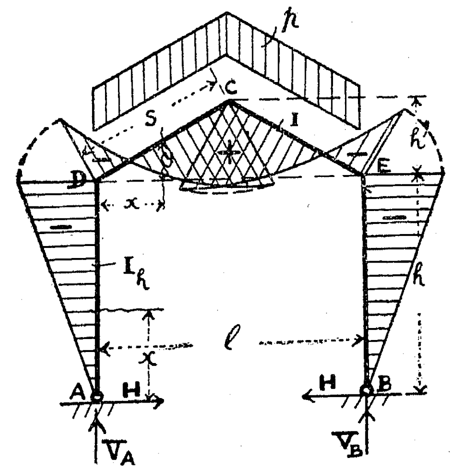
$$H = \frac{\frac{p.l^3}{24}+\frac{2h'}{h.l}.\frac{5p.l^4}{384}}{h.l.\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)+2\left(\frac{h'.l}{2}+\frac{h'^2.l}{6h}\right)}$$

$$= \frac{pl^2}{64}.\frac{8h+5h'}{3h^2.\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)+h'.(3h+h')} \quad\cdots\cdots(1109)$$

第八百四十三圖



第八百四十四圖



DC ノ或一點 (x,y) ニアリテハ

$$M_x = V_A.x-H.\left(h+\frac{2h'.x}{l}\right)-\frac{px^2}{2} \quad\cdots\cdots(1110)$$

$$M_D = M_E = -H.h \quad\cdots\cdots(1111)$$

$$M_C = V_B.\frac{l}{2}-H.(h+h') \quad\cdots\cdots(1111a)$$

故ニ其力率圖表第八百四十三圖ノ如クナル可シ

c) 第八百四十四圖ノ如ク DE ナル部材ノ全部ニ等布荷重ヲ有スルトキハ　b) ト全ク同樣ニ

$$V_A = V_B = \frac{p.l}{2} \quad \cdots\cdots(1112)$$

$$H = \frac{pl^2}{32}\cdot\frac{8h+5h'}{3h^2\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)+h'(3h+h')} \quad \cdots\cdots(1113)$$

DC 部材ノ或一點 (x,y) ニアリテハ

$$M_x = \frac{p.x}{2}.(l-x) - H.\left(h+\frac{2h'.x}{l}\right) \quad \cdots\cdots(1114)$$

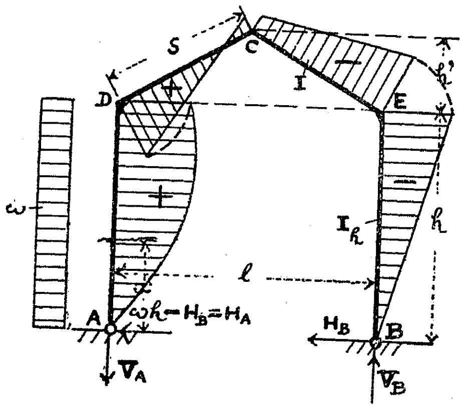
$$M_C = \frac{p.l^2}{8} - H.(h+h') \quad \cdots\cdots(1115)$$

故ニ其力率圖表第八百四十四圖ノ如クナル可シ.

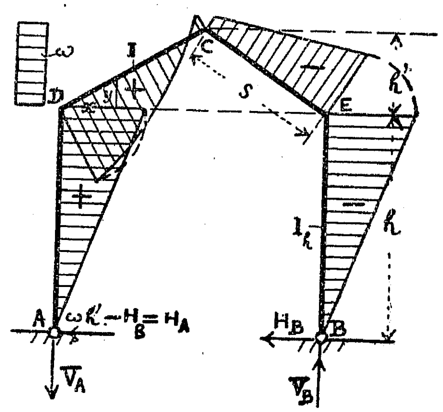
d) 第八百四十五圖ノ如ク AD ナル柱ニ等布荷重ノ働ク場合ニハ

$$-V_A = V_B = \frac{\omega.h^2}{2l} \quad \cdots\cdots(1116)$$

第八百四十五圖



第八百四十六圖



$$H_B = \frac{\omega.h^2}{16}\cdot\frac{5\nu.h+6(2h+h')}{3h^2\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)+h'.(3h+h')} \quad \cdots\cdots(1117)$$

柱ノ或一點 x ニアリテハ

$$M_x = (\omega.h - H_B).x - \frac{\omega.x^2}{2} \quad \cdots\cdots(1118)$$

$$M_D = \frac{\omega.h^2}{2} - H_B\,h \quad \cdots\cdots(1119)$$

$$M_C = \frac{\omega.h^2}{4} - H_B\,(h+h') \quad \cdots\cdots(1120)$$

$$M_E = -\,H_B.h \quad \cdots\cdots(1121)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百四十五圖ノ如クナル可シ.

e) 第八百四十六圖ノ如ク DC 部材ノ垂直分面ニ等布荷重ノ働クトキハ

$$-V_A = V_B = \frac{\omega.h'.(2h+h')}{2l} \quad \cdots\cdots(1122)$$

$$H_B = \frac{\omega.h'}{16}\cdot\frac{24h^2.\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)+5h'.(4h+h')}{3h^2.\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)+h'.(3h+h')} \quad \cdots\cdots(1123)$$

DC 部材ノ或一點 (x,y) ニアリテハ

$$M_x = (\omega.h' - H_B).(h+y) - V_A.x - \frac{\omega.y^2}{2} \quad \cdots\cdots(1124)$$

同樣ニ

$$M_D = (\omega.h' - H_B).h \quad \cdots\cdots(1125)$$

$$M_C = V_B.\frac{l}{2} - H_B.(h+h') \quad \cdots\cdots(1126)$$

$$M_E = -H_B.h \quad \cdots\cdots(1127)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百四十六圖ノ如クナル可シ.

第十二節　二鉸式抛物線形框構.

DE ナル部材ガ抛物線形ヲナストキハ

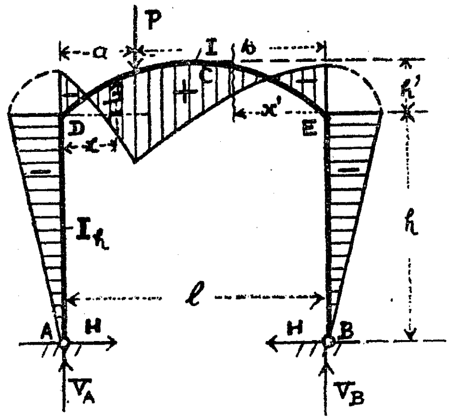
$$y=\frac{4h'}{l^2}.(l.x-x^2),$$

今(1102)ナル一般公式中ニ於テ　$\mathcal{A}=\frac{2}{3}h'.l,$

$$S=\frac{2}{3}h'.l.\frac{2}{5}.h'=\frac{4}{15}h'^2.l.$$

a) 第八百四十七圖ニ於テ DE ナル部材ノ或一點ニ集中荷重ヲ有スルトキハ

第 八 百 四 十 七 圖



$$V_A=\frac{P.b}{l}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(1128)$$

$$V_B=\frac{P.a}{l}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(1129)$$

$$\int_0^l M_0.dx=\frac{1}{2}P.a.b$$

$$\int_0^l M_0.y.dx=\frac{4h'}{l^2}\int(lx-x^2).M_0.dx$$

然ルニ x 及 x' ナル二點ニ於テ

$$M_0=\frac{P.b}{l}.x,\quad M_0'=\frac{P.a}{l}.x'$$

ナルヲ以テ

$$\int M_0.y.dx=\frac{4h'}{l^2}\left[\int_0^a\frac{P.b}{l}.x.(l.x-x^2).dx+\int_0^b\frac{P.a}{l}.x'.(l.x'-x'^2).dx\right]$$

$$=\frac{h'}{3l^2}.P.a.b.(l^2+a\,l-a^2)$$

故ニ(1102)式ヨリ

$$H=\frac{\frac{1}{2}P.a.b+\frac{1}{h}.\frac{h'}{3l^2}.P.a.b.(l^2+a.l-a^2)}{h.l.\left(1+\frac{2}{3}.\frac{h}{l}.\frac{I}{I_h}+\frac{I}{h^2.A}\right)+2\left(\frac{2}{3}h'.l+\frac{\frac{4}{15}h'^2.l}{h}\right)}$$

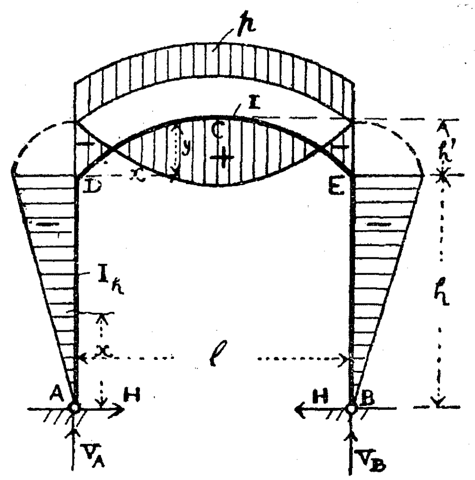
然ルニ $\frac{I}{A}=r^2$ トセバ $\frac{I}{A.h^2}=\frac{r^2}{h^2}$ ハ其ダ小ナルヲ以テ之ヲ無視シ

更ニ $\frac{h}{l}.\frac{I}{I_h}=\nu$ トセバ

$$H=\frac{5P.a.b.\left[3h.l^2+2h'.(l^2+a.l-a^2)\right]}{2l^3.\left[15h^2.\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)+4h'.(5h+2h')\right]}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(1130)$$

$$M_D=M_E=-H.h\ \cdots\cdots\cdots\cdots(1131)$$

第 八 百 四 十 八 圖



DE ナル部材ノ或一點ニ於ケル力率ハ

$$M_x=M_0-H.(h+y)\ \cdots\cdots(1132)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百四十七圖ノ如クナル可シ.

b) 第八百四十八圖ノ如ク DE ナル抛物線形部材上ニ p ナル力度ヲ有スル等布荷重ヲ有スルトキハ　a) ト同樣ニ

$$V_A=V_B=\frac{p.l}{2}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(1133)$$

$$H=\frac{p.l^2}{4}.\frac{5h+4h'}{15h^2.\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)+4h'.(5h+2h')}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(1134)$$

DE ナル部材ノ或一點ニ於ケル力率ハ

$$M_x = \frac{p.x}{2}.(l-x) - H.(h+y) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1135)$$

其最大力率ハ中央點ニ起リ

$$M_{max} = \frac{p.l^2}{8} - H.(h+h') \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1136)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百四十八圖ノ如クナル可シ.

同様ニ DE ナル部材ノ半部ニノミ等布荷重ヲ有スルトキハ

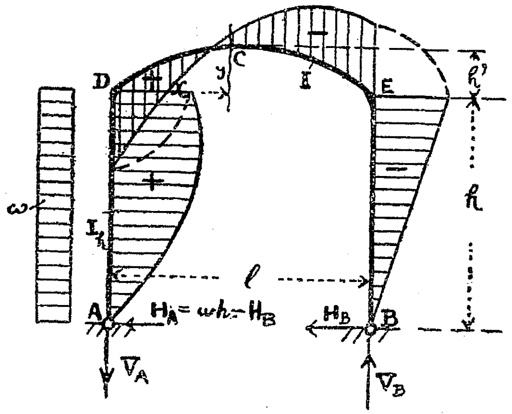
$$H = \frac{p.l^2}{8}.\frac{5h+4h'}{15h^2.\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)+4h'.(5h+2h')} \cdots\cdots\cdots\cdots(1137)$$

c) 第八百四十九圖ノ如ク AD ナル柱ノ一側ニ水平等布荷重ヲ有スルトキハ　a) ト同様ニ(1103)式ヲ適用シテ

$$-V_A = V_B = \frac{\omega.h^2}{2l} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1138)$$

$$H_B = \frac{5\omega.h^2}{8}.\frac{6h.\left(1+\frac{5}{6}\nu\right)+4h'}{15h^2.\left(1+\frac{2}{3}\nu\right)+4h'.(5h+2h')} \cdots\cdots\cdots(1139)$$

第八百四十九圖



$$M_D = \frac{\omega.h^2}{2} - H_B.h \quad (1140)$$

$$M_E = -H_B.h \quad \cdots\cdots(1141)$$

DE ナル部材ノ或一點ニ於ケル力率ハ

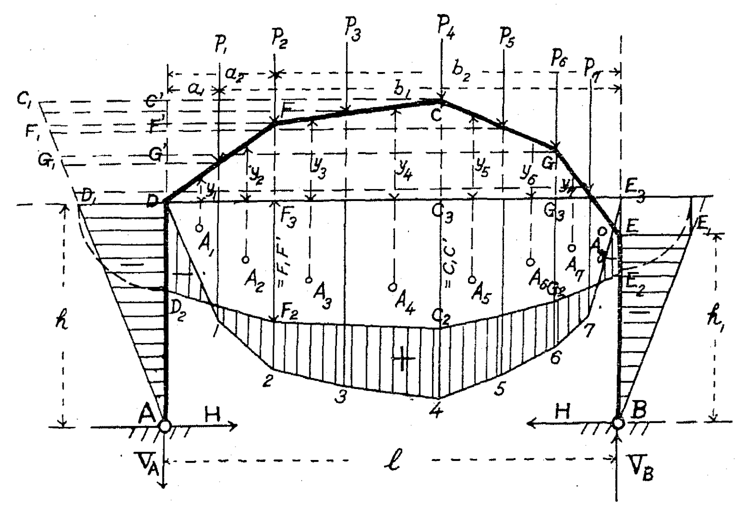
$$M_x = V_B.(l-x) - H_B.(h+y) \cdots\cdots\cdots(1142)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百四十九圖ノ如クナル可シ

第十三節　垂直荷重ヲ受クル二鉸式多角形框構

此場合ニハ圖式的解法ヲ用フル方便利ニシテ且ツ迅速ナリ即チ第八百五十圖ニ於テ先ツ DE_3 ナル水平線上ニ DE ヲ一ノ單桁ト考ヘタル力率圖表線 $D1234567E_3$ ヲ引キ其各力率

第八百五十圖



ノ面積ヲ夫レゾレ $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \mathcal{A}_3, \cdots\cdots$ トシ其各力率面積ノ重心點ニ屬スル多角形ノ縱距ヲ $y_1, y_2, y_3 \cdots\cdots$ トス然ルトキハ

$$\int M_0.dx = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \mathcal{A}_3 + \cdots\cdots$$

$$\int M_0.y.dx = \mathcal{A}_1.y_1 + \mathcal{A}_2.y_2 + \mathcal{A}_3.y_3 + \cdots\cdots$$

而シテ支點推力 H ヨリ生ズル力率ノ値ハ

$$M_D' = H.h = DD_1 = DD_2$$

$$M_F' = F_1F' = F_2F_3$$

$$M_C' = C_1C' = C_2C_3$$

$$M_G' = G_1G' = G_2G_3$$

$$M_E' = H.h_1 = EE_1 = E_2E_3$$

故ニ實際ノ力率ハ $M = M_0 - M'$ ニシテ圖中影線ヲ以テ示セルモノ

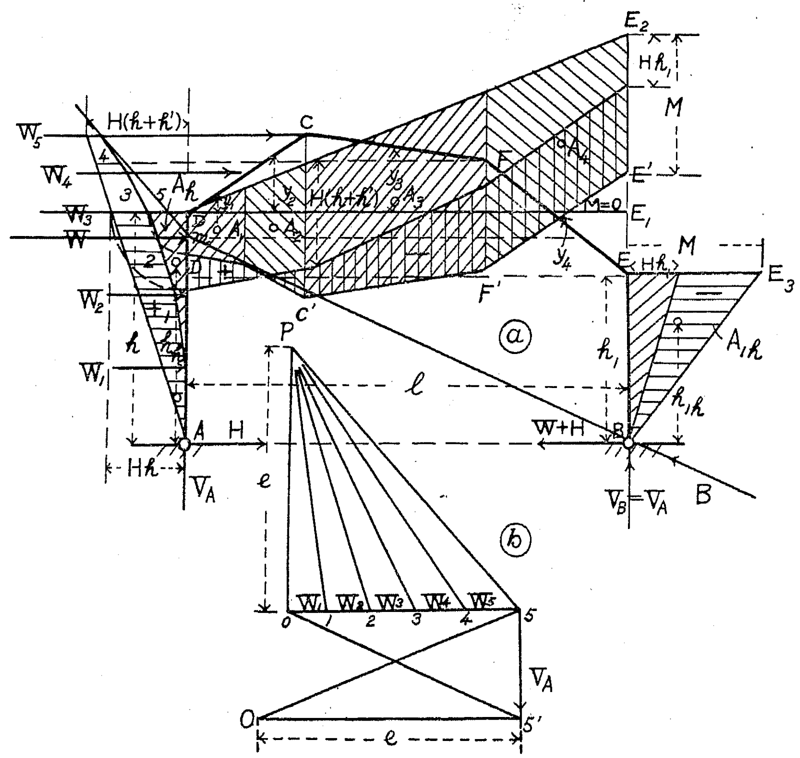
トナル可シ更ニ A 及 B 點ニ於ケル垂直反應力ノ値ハ

$$V_A=\frac{\Sigma P.b}{l},\quad V_B=\frac{\Sigma P.a}{l}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1143)$$

第十四節　水平荷重ヲ受クル二鉸式多角形框構.

第八百五十一圖ニ於テ W_1,W_2,W_3……… ヲ框構左側ノ各部材ニ働ク水平荷重トセバ各部材ニ及ボス影響ハ第十三節ノ場合ト同ジク圖式的ニ之ヲ取扱フトキハ容易ニ其目的ヲ達スルコトヲ得可シ今或水平線上ニ或尺度ニテ W_1,W_2,……… ヲ置キ任意ノ一極 P ヲ撰ミ之ヨリ $P0,P1,P2$,……… ナル放射線ヲ引キ之レト平行シテ 0123……… ナル索角形ヲ引ク可シ然ルトキハ其 AD 線ヨリノ水平

第八百五十一圖



距離ハ AD 及 DC ナル部材ニ對スル各 W ノ力率ヲ示スモノトナル可シ而シテ CF 及 FE ナル部材ニ於ケル力率ハ又 0 及 5 ナル最終線ノ相互水平距離ニテ示サル可シ故ニ $DCFE$ ナル部材ニ於ケル單純力率ハ DE_1 ナル水平線上ニ建テタル縱距ノ連結線 $D'C'F'E'$ ニテ示スコトヲ得可ク更ニ W ナル合成風壓ノ延長線ガ $DCFE$ ナル部材ト交叉スル點ニ於テ力率ハ零トナル可シ.

此力率ニ更ニ V_A ヨリ來ル力率ヲ加エタルモノハ M_0 ノ値ナラザル可ラズ今 V_A ト合成風壓 W トノ交點 m ト支點 B トヲ結ベバ B 點ニ於ケル反應力 B ノ方向ヲ知リ得可キヲ以テ更ニⓑニ於テ 0 ヨリ B ニ平行ニ 05' ヲ引キ 5 ヨリ垂直線 55' ヲ立ツルトキハ V_A ノ量ヲ知ルコトヲ得可シ故ニ 5' ヨリ Po ノ距離 e ニ等シク水平ニ 5'O ヲ引キ O5 ヲ結ビ之レト平行ニ D 點ヨリ DE_2 線ヲ引クトキハ $\triangle DE_1E_2$ ハ V_A ニ對スル $DCFE$ ナル部材ノ力率圖表ヲ示スモノトナル可シ.

次ニ BE ナル柱ニ於ケル彎曲力率ハ EE_3B ニテ示スコトヲ得可ク EE_3 ハ之ヲ $E'E_2$ ニ等シクス可シ然ルトキハ

$$\int_D^E M_0.dx=\text{面積}\,DE_2E'F'C'D'\times e$$
$$=(\mathcal{A}_1+\mathcal{A}_2+\mathcal{A}_3+\mathcal{A}_4).e$$

更ニ $\int_D^E M_0.y.dx$ ハ DE_1 ナル水平線ニ對スル $\mathcal{A}_1,\mathcal{A}_2,\mathcal{A}_3$…… ナル力率面積ノ靜力率ヲ意味スルヲ以テ(若シ $\mathcal{A}_1,\mathcal{A}_2$…… ガ構材軸線上ニアルモノト考エ得ル時ハ)

$$\int_D^E M_0.y.dx=(\mathcal{A}_1.y_1+\mathcal{A}_2.y_2+\mathcal{A}_3.y_3+\mathcal{A}_4.y_4).e$$

同様ニ　$\int_A^D M_0.x.dx=A_h.h_h e,\qquad \int_B^E M_0.x.dx=A_{1h}.h_{1h}.e$

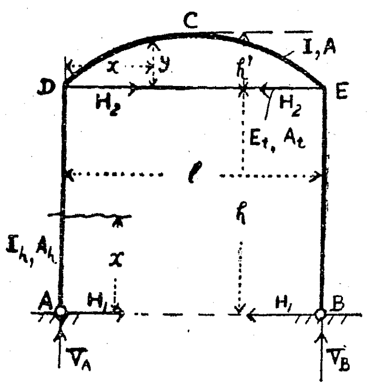
若シ $DCFE$ ナル部材ガ急度ノ曲線ヲ為ストキハ dx ノ代リニ ds ヲ代用セバ同様圖式的ニ $\int M_0.ds$ 及 $\int M_0.y.ds$ ノ値ヲ定ムルコト容易ナルモ今其繁ヲ厭ヒテ茲ニ之ヲ略ス

以上ハ凡テ單柱若クハ單桁ノ如ク考エタル力率ニ對スル値ノ算定ナリ次ニ H ヨリ生ズル力率ノ値ハ D 點ニアリテハ $H.h$, E 點ニアリテハ $H.h_1$, C 點ニアリテハ $H(h+h')$ ナルヲ以テ M_0 及 H ヨリ生ズル眞ノ彎曲力率ノ値ハ其代數的和ニ依リテ之ヲ求ムルコトヲ得可ク圖式的ニハ水平及垂直ニ影線ヲ施セル部分ニテ示セルモノトナル可シ.

第十五節　抗張材ヲ有スル二鉸式弧形框構.

弧形框構ハ時トシテハ其弧端ヲ連結スル抗張材ヲ有スルコトアリ此抗張材ハ其終端構法ノ如何ニ拘ハラズ通常鉸端ヲ有スルモノトシテ取扱フヲ常トス此場合ニハ第八百五十二圖ニ於ケルガ如ク靜力的不定應力ハ支點ニ於ケル H_1 及弧端ニ於ケル H_2 ノ二ツトナル可シ今 A 及 B ナル支點ハ左右共ニ不動ト考エ DE ナル弧形部材ノ支點ハ抗張材ノ伸張ニ伴ヒテ變位シ得ルモノト假定シ其斷面ヲ A_t, 彈性係數ヲ E_t トセバ最少動作ノ方程式ハ

第八百五十二圖



$$\left.\begin{aligned}&\int\frac{M}{E.I}\cdot\frac{\partial M}{\partial H_1}.ds+\int\frac{N}{E.A}\cdot\frac{\partial N}{\partial H_1}.ds=0\\&\int\frac{M}{E.I}\cdot\frac{\partial M}{\partial H_2}.ds+\int\frac{N}{E.A}\cdot\frac{\partial N}{\partial H_2}.ds=-\frac{H_2.l}{E_t.A_t}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(1144)$$

$\dfrac{H_2.l}{E_t.A_t}$ ハ抗張材ノ變形量ヲ示スモノナリ然ルトキハ AD 及 BE ナル柱ニ對シテハ

$$M=-H_1.x,\quad \frac{\partial M}{\partial H_1}=-x,\quad \frac{\partial M}{\partial H_2}=0$$

$$N=-V_A,\quad \frac{\partial N}{\partial H_1}=0\quad \frac{\partial N}{\partial H_2}=0$$

故ニ

$$\int_0^h\frac{M}{E.I_h}\cdot\frac{\partial M}{\partial H_1}.dx=\frac{H_1.h^3}{3E.I_h},\quad \int_0^h\frac{M}{E.I_h}\cdot\frac{\partial M}{\partial H_2}.dx=0$$

弧形部材 DE ノ或一點 (x,y) ニアリテハ

$$M=M_0-H_1.(h+y)-H_2.y,\quad \frac{\partial M}{\partial H_1}=-(h+y),$$

$$\frac{\partial M}{\partial H_2}=-y.$$

$$N=-(H_1+H_2),\quad \frac{\partial N}{\partial H_1}=-1,\quad \frac{\partial N}{\partial H_2}=-1.$$

故ニ(1144)式ハ DE ニ對シテハ夫々

$$-\int\frac{\left[M_0-H_1.(h+y)-H_2.y\right].(h+y)}{E.I}.ds+\int\frac{(H_1+H_2)}{E.A}.ds=0$$

$$-\int\frac{\left[M_0-H_1.(h+y)-H_2.y\right]y}{E.I}.ds+\int\frac{(H_1+H_2)}{E.A}.ds=-\frac{H_2.l}{E_t.A}$$

故ニ全働作ノ方程式ハ

$$H_1\left[\frac{2h^3}{3E.I_h}+\int\frac{(h+y)^2}{E.I}.ds+\int\frac{1}{E.A}.ds\right]+H_2\left[\int\frac{(h+y).y}{E.I}.ds+\int\frac{1}{E.A}.ds\right]-\int\frac{M_0.(h+y)}{E\,I}.ds=0\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1145)$$

$$H_1\left[\int\frac{(h+y).y}{E.I}.\,ds+\int\frac{1}{E.A}.\,ds\right]+H_2\left[\int\frac{y^2}{E.I}.\,ds\right.$$

$$\left.+\int\frac{1}{E.A}.\,ds+\frac{l}{E_t.A_t}\right]-\int\frac{M_0.y}{E.I}.\,ds=0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(1146)$$

若シ E, A 及 I ヲ定數トシ $ds=dx$ トセバ

$$\int\frac{(h+y)^2}{E.I}.\,dx=\frac{h^2.l}{E.I}+\frac{2h}{E.I}\int y.dx+\frac{1}{E.I}\int y^2.dx$$

$$\int y.dx = \text{面積 } DCE = \mathcal{A}$$

$$\int y^2.dx = 2\times DE \text{ ニ對スル面積 } DCE \text{ ノ靜力率 } = 2S$$

故ニ

$$\int\frac{(h+y)^2}{E.I}.\,dx=\frac{1}{E.I}(h^2.l+2h.\mathcal{A}+2S)$$

$$\int\frac{(h+y).y}{E.I}.\,dx=\frac{1}{E.I}(h.\mathcal{A}+2S)$$

$$\int\frac{ds}{E.A}=\frac{l}{E.A},$$

$$\int\frac{M_0.(h+y)}{E.I}.\,dx=\frac{1}{E.I}\left[h\int M_0.dx+\int M_0.y.dx\right]$$

故ニ(1145)式及(1146)式ハ

$$H_1\left[\frac{2}{3}h^3+\frac{I_h}{I}(h^2.l+2h.\mathcal{A}+2S)+l.\frac{I_h}{A_h}.\frac{A_h}{A}\right]+H_2\left[\frac{I_h}{I}(\mathcal{A}.h+2S)\right.$$

$$\left.+l.\frac{I_h}{A_h}.\frac{A_h}{A}\right]-\frac{I_h}{I}\left[h\int M_0.dx+\int M_0.y.dx\right]=0\ \cdots\cdots\cdots(1147)$$

$$H_1\left[\mathcal{A}.h+2S+l.\frac{I}{A}\right]+H_2\left[2S+l.\frac{I}{A}+l.\frac{I}{A}.\frac{E}{E_t}.\frac{A}{A_t}\right]$$

$$-\int M_0.y.dx=0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1148)$$

(1147)及(1148)式ヨリ H_1 及 H_2 ノ値ヲ見出スコトヲ得可シ更ニ此二ツノ公式ハ第九節ノ場合ト同ジク又單純框構ニ對スル標準式タルノ性質ヲ有スルモノナリ故ニ前述ノ如キ各特殊ノ形狀ヲ有スル框構ニ於テモ皆此場合ノ特例トシテ之ヲ解決スルコトヲ得可シ.

第十六節　一般無鉸式框構

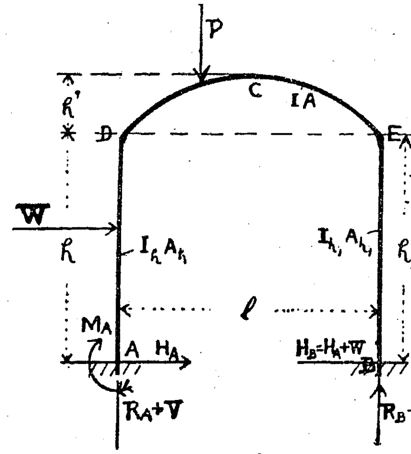
此場合ニハ支柱ノ終端緊定セルヲ以テ靜力的不定未知數ハ支點ニ於ケル水平力 $H_{A或B}$, 垂直力 $V_{A或B}$ 及力率 $M_{A或B}$ ノ三ツトナル可ク從ツテ之ヲ解決ス可キ三個ノ働作方程式ヲ要ス可シ而シテ支點緊定シ其移動ヲ許サザルヲ以テ剪力ヲ無視スルトキハ働作ノ一般方程式ハ

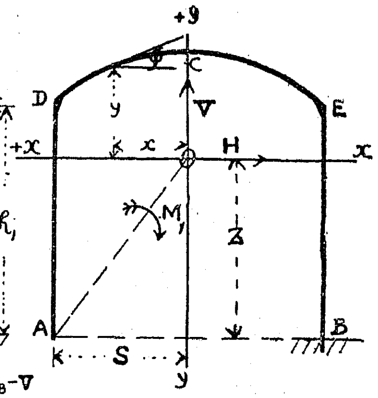
$$\left.\begin{aligned}
&\int\frac{M}{E.I}.\frac{\partial M}{\partial H}.\,ds+\int\frac{N}{E.A}.\frac{\partial N}{\partial H}.\,ds=0\\
&\int\frac{M}{E.I}.\frac{\partial M}{\partial V}.\,ds+\int\frac{N}{E.A}.\frac{\partial N}{\partial V}.\,ds=0\\
&\int\frac{M}{E.I}.\frac{\partial M}{\partial M_1}.\,ds+\int\frac{N}{E.A}.\frac{\partial N}{\partial M_1}.\,ds=0
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1149)$$

トナル可シ今本篇第二章第五節及第六節ニテ論ジタルト同樣ノ方法ニ基キ(第八百五十三圖及第八百五十四圖)其縱橫距ノ原點 0 ヲ撰ミ R_A 及 R_B ヲ單桁トシテノ支點反應力トセバ

$$\left.\begin{aligned}
V_A&=R_A+V\\
V_B&=R_B-V\\
H_A&=H.\\
H_B&=H+W\\
M_A&=H.z-V.s+M_1\\
M_B&=H.z+V.s+M_1
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1150)$$

第八百五十三圖　　　第八百五十四圖





今 M_0 ヲ單桁トシテノ力率, Q ヲ (x,y) 點ノ剪斷力トセバ或任意點ニ於ケル力率 M 及 N ト其第一部分微分ノ値ハ

$$M = M_0 - H.y - V.x + M_1$$

$$\frac{\partial M}{\partial H} = -y, \quad \frac{\partial M}{\partial V} = -x, \quad \frac{\partial M}{\partial M_1} = 1.$$

$$N = -\left[H.cos\phi + (Q+V).sin\phi\right]$$

$$\frac{\partial N}{\partial H} = -cos\phi, \quad \frac{\partial N}{\partial V} = -sin\phi, \quad \frac{\partial N}{\partial M_1} = 0$$

故ニ(1149)ノ各方程式ハ

$$\left.\begin{aligned}
&-\int\frac{M_0.y}{E.I}.ds + H\int\frac{y^2}{E.I}.ds + V\int\frac{x.y}{E.I}.ds - M_1\int\frac{y}{E.I}.ds \\
&\quad + H\int\frac{cos^2\phi}{E.A}.ds + \int\frac{(Q+V).sin\phi.cos\phi}{E.A}.ds = 0 \\
&-\int\frac{M_0.x}{E.I}.ds + H\int\frac{x.y}{E.I}.ds + V\int\frac{x^2}{E.I}.ds - M_1\int\frac{x}{E.I}.ds \\
&\quad + H\int\frac{sin\phi.cos\phi}{E.A}.ds + \int\frac{(Q+V).sin^2\phi}{E.A}.ds = 0 \\
&+\int\frac{M_0}{E.I}.ds - H\int\frac{y}{E.I}.ds - V\int\frac{x}{E.I}.ds + M_1\int\frac{1}{E.I}.ds = 0
\end{aligned}\right\} \cdots(1151)$$

今 E ヲ定數トシ縱横距ノ原點 0 ヲ

$$\int\frac{x}{E.I}.ds = 0, \quad \int\frac{y}{E.I}.ds = 0, \quad \int\frac{x.y}{E.I}.ds = 0$$

ト撰ム可シ卽チ x,y ナル軸ハ $\frac{1}{E.I}$ ナル彈性荷重ヲ有スル部材ノ重心點ヲ通過スル主要軸線ト考フ可シ.

次ニ DE ナル部材ノ曲度ヲ極メテ緩ナルモノト考フレバ $\phi=0$ ト見做スコトヲ得可シ更ニ柱ニ對シテハ

$\phi = 90°$ 或ハ $-90°$ ナルヲ以テ

$$\int\frac{cos^2\phi}{E.A}.ds = \frac{l}{E.A}, \quad \int sin\phi.cos\phi.ds = 0, \quad \int cos\phi.ds = l$$

更ニ A ト B トガ同一ノ縱距卽チ x ナル水平軸ニ對シテ同高ヲ有スルモノトセバ

$$\int sin\phi.ds = 0$$

又

$$\int\frac{(Q+V).sin^2\phi}{E.A}.ds = \int_A^D\frac{(Q+V).sin^2\phi}{E.A}.ds + \int_D^E\frac{(Q+V).sin^2\phi}{E.A}.ds$$

$$+\int_E^B\frac{(Q+V).sin^2\phi}{E.A}\,ds$$

$$= \frac{R_A+V}{E.A_h}.h + 0 + \frac{-R_B+V}{E.A_{h_1}}.h_1$$

若シ $h=h_1$, $A_h = A_{h_1}$ トセバ

$$\int\frac{(Q+V).sin^2\phi}{E.A}.ds = \frac{h}{E.A_h}.(R_A - R_B + 2V)$$

而シテ $\int\frac{x}{E.I}.ds = 0$, $\int\frac{y}{E.I}.ds = 0$ ナルガ故ニ $\int x.ds = 0$,

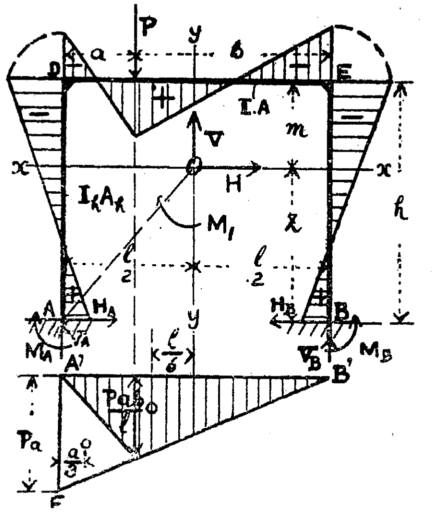
$\int y.ds = 0$ ト考フルモ大差ナシ以上ノ如ク各項ノ値ヲ定ムルトキハ(1151)式ハ

$$\left.\begin{aligned}
&-\int\frac{M_0.y}{E.I}.ds+H\int\frac{y^2}{E.I}.ds+H.\frac{l}{E.A}=0\\
&-\int\frac{M_0.x}{E.I}.ds+V\int\frac{x^2}{E.I}.ds+\frac{h}{E.A_h}.(R_A-R_B+2V)=0\\
&+\int\frac{M_0}{E.I}.ds+M_1\int\frac{1}{E.I}.ds=0
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(1152)$$

從ツテ靜力的不定未知數ノ値ハ

$$\left.\begin{aligned}
H&=\frac{\int\frac{M_0.y}{I}.ds}{\int\frac{y^2}{I}.ds+\frac{l}{A}}\\
V&=\frac{\int\frac{M_0.x}{I}.ds-\frac{(R_A-R_B).h}{A_h}}{\int\frac{x^2}{I}.ds+\frac{2h}{A_h}}\\
M_1&=-\frac{\int\frac{M_0}{I}.ds}{\int\frac{1}{I}.ds}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(1153)$$

第八百五十五圖



第十七節　垂直荷重ヲ受タル無鉸式矩形框構

今第八百五十五圖ニ於テ $\frac{1}{E.I}$ ナル力度ノ彈性荷重ガ AD,DE 及 EB ナル三ツノ部材ニ等布セラルヽモノトセバ h ナル高サノ柱ニ於ケル荷重ハ $\frac{1}{E.I_h}.h$ ニシテ DE ナル部材ニ於テハ $\frac{1}{E.I}.l$ トナル可シ故ニ今 0 ナル縱横距ノ原點ガ是等荷重面積ノ重心點ヲ通過ス可キ假定ニ基キ DE 部材ニ對スル其靜力率ヲ取レバ

$$2\frac{h}{E.I_h}.\frac{h}{2}=\left(2\frac{h}{E.I_h}+\frac{l}{E.I}\right).m\cdots\cdots(1154)$$

今若シ $\frac{h}{l}.\frac{I}{I_h}=\nu$ トセバ

$$m=\frac{h}{2+\frac{l}{h}.\frac{I_h}{I}}=\frac{h.\nu}{1+2\nu}\cdots\cdots(1155)$$

從ツテ

$$z=h-m=h.\frac{1+\nu}{1+2\nu}\cdots\cdots(1156)$$

$\int\frac{y^2}{I}.ds$ ハ $\frac{1}{I}$ ナル荷重ヲ有スル桁ノ x 軸ニ對スル物量力率ト見做シ得ルヲ以テ之ヲ I_x トセバ

$$I_x=\int\frac{y^2}{I}.ds=2\left[\frac{h}{I_h}.\frac{h^2}{12}+\frac{h}{I_h}.\left(\frac{h}{2}-m\right)^2\right]$$

$$+\frac{l}{I}.m^2=\frac{1}{I_h}.\frac{h^3.(2+\nu)}{3(1+2\nu)}$$

同様ニ $\int\frac{x^2}{I}.ds$ ハ y 軸ニ關スル物量力率ト見做シ得可キヲ以テ之ヲ I_y トセバ

$$I_y=\int\frac{x^2}{I}.ds=\frac{l}{I}.\frac{l^2}{12}+2\frac{h}{I_h}.\left(\frac{l}{2}\right)^2=\frac{l^3}{12I}.(1+6\nu)$$

$$\int\frac{ds}{I}=2\frac{h}{I_h}+\frac{l}{I}=\frac{l}{I}.(1+2\nu)$$

a) 今第八百五十五圖ニ於テ DE 部材上ノ或一點ニ集中荷重 P ヲ有スルトキハ此場合ニハ y ノ代リニ m, ds ノ代リニ dx ヲ代入セバ

$$\int \frac{M_0.y}{I}.ds = \frac{m}{I}\int M_0.dx = \frac{m}{I}.\frac{P.a.b}{l}.\frac{l}{2} = \frac{m}{2.I}.P.a.b$$

集中荷重 P ニ關シテハ y 軸ニ對スル $A'B'G$ ナル力率面積ノ靜力的力率ハ

$$\int \frac{M_0.x}{I}.ds = \frac{1}{I}\left[A'B'F.\frac{l}{6} - A'FG.\left(\frac{l}{2}-\frac{a}{3}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{I}.\left[\frac{P.a.l}{2}.\frac{l}{6} - \frac{P.a^2}{2}.\left(\frac{l}{2}-\frac{a}{3}\right)\right] = \frac{1}{12I}.P.a.(l^2-3a.l+2a^2)$$

$$\int \frac{M_0}{I}.ds = \frac{1}{2I}.P.a.b$$

$$\frac{(R_A-R_B).h}{A_h} = \frac{\frac{1}{l}.(P.b-P.a).h}{A_h}$$

以上算定ノ値ヨリ $\frac{I_h}{A_h}=r_h^2$, $\frac{I}{A}=r^2$ (r_h 及 r ハ環動半徑)トセバ

$$H = \frac{\int \frac{M_0.y}{I}.ds}{\int \frac{y^2}{I}.ds + \frac{l}{A}} = \frac{\frac{m}{2I}.P.a.b}{\frac{h^3}{3I_h}.\frac{2+\nu}{1+2\nu}+\frac{l}{A}}$$

$$= \frac{3}{4}.\frac{P.a.b}{\left[\left(1+\frac{\nu}{2}\right)+\frac{3}{2}.\frac{(2\nu+1)}{\nu}.\frac{r^2}{h^2}\right]h.l}$$

$\frac{r^2}{h^2}$ ハ甚ダ小ナルヲ以テ之ヲ無視スルトキハ

$$H = \frac{3P.a.b}{2.h.l.(2+\nu)} \quad \cdots\cdots(1157)$$

同樣ニ

$$V = \frac{\int \frac{M_0.x}{I}.ds - \frac{(R_A-R_B)}{A_h}.h}{\int \frac{x^2}{I}.ds + \frac{2h}{A_h}}$$

$$= \frac{\frac{1}{12I}.P.a.(l^2-3a.l+2a^2) - \frac{1}{l}.P.(b-a).\frac{h}{A_h}}{\left[\frac{l^3}{12I}(1+6\nu)+\frac{2h}{A_h}\right]}$$

$$= \frac{P.a.(l^2-3a.l+2a^2)-12\nu.r_h^2.P.(b-a)}{l^3.(1+6\nu)+24\nu.r_h^2.l}$$

$$= \frac{\frac{P.a}{l^2}.(l^2-3a.l+2a^2)-12\nu.\frac{r_h^2}{l^2}.P.(b-a)}{l.\left[1+6\nu.\left(1+\frac{4r_h^2}{l^2}\right)\right]}$$

$\frac{r_h^2}{l^2}$ ハ之ヲ無視シ更ニ $\frac{a}{l}=\xi$ トセバ

$$V = \frac{\frac{P.a}{l^2}.(l^2-3a.l+2a^2)}{l.(1+6\nu)} = \frac{\frac{P.a}{l^2}.(l^2-a^2-3a.l+3a^2)}{l.(1+6\nu)}$$

$$= \frac{P.a.b.(1-2\xi)}{l^2.(1+6\nu)} \quad \cdots\cdots(1158)$$

$$M_1 = -\frac{\int \frac{M_0}{I}.ds}{\int \frac{1}{I}.ds} = -\frac{\frac{1}{2I}.P.a.b}{\frac{l}{I}.(1+2\nu)} = \frac{-P.a.b}{2l.(1+2\nu)} \quad \cdots\cdots(1159)$$

集中荷重ノ數多キトキハ同樣ニ

$$H = \frac{3\Sigma P.a.b}{2h.l.(2+\nu)} \quad \cdots\cdots(1160)$$

$$V = \frac{\Sigma P.a.b.(1-2\xi)}{l^2.(1+6\nu)} \quad \cdots\cdots(1161)$$

$$M_1 = -\frac{\Sigma P.a.b}{2l.(1+2\nu)} \quad \cdots\cdots(1162)$$

斯クノ如ク H, V 及 M_1 ノ値ヲ知レバ M ノ一般公式ヨリ框構ノ任意點ニ於ケル力率ノ値ヲ算定スルコトヲ得可シ.

今 $R_A=\dfrac{P.b}{l},\quad R_B=\dfrac{P.a}{l}$ ナルヲ以テ(1150)式ニ據リ

$$V_A=R_A+V=\frac{P.b}{l}+\frac{P.a.b.(1-2\xi)}{l^2.(1+6\nu)}\quad\cdots\cdots(1163)$$

$$=\frac{P.b}{l}.\frac{(1+6\nu+\xi-2\xi^2)}{1+6\nu}\quad\cdots\cdots(1163)$$

$$V_B=R_B-V=\frac{P.a}{l}-\frac{P.a.b.(1-2\xi)}{l^2.(1+6\nu)}$$

$$=\frac{P.a}{l}.\frac{6\nu+3\xi-2\xi^2}{1+6\nu}\quad\cdots\cdots(1164)$$

$$H_A=H_B=H=\frac{3P.a.b}{2h.l.(2+\nu)}\quad\cdots\cdots(1165)$$

$$M_A=H.z-V.\frac{l}{2}+M_1$$

$$=\frac{3P.a.b}{2h.l.(2+\nu)}.h.\frac{1+\nu}{1+2\nu}-\frac{P.a.b.(1-2\xi)}{l^2.(1+6\nu)}.\frac{l}{2}-\frac{P.a.b}{2l.(1+2\nu)}$$

$$=\frac{P.a.b}{2l}.\frac{-1+5\nu+2\xi.(2+\nu)}{(2+\nu.(1+6\nu)}\quad\cdots\cdots(1166)$$

$$M_B=H.z+V.\frac{l}{2}+M_1$$

$$=\frac{P.a.b}{2l}.\frac{3+7\nu-2\xi.(2+\nu)}{(2+\nu).(1+6\nu)}\quad\cdots\cdots(1167)$$

$$M_D=-H.m-V.\frac{l}{2}+M_1=M_A-H_A.h\quad\cdots\cdots(1168)$$

$$M_E=-H.m+V.\frac{l}{2}+M_1=M_B-H_B.h\quad\cdots\cdots(1169)$$

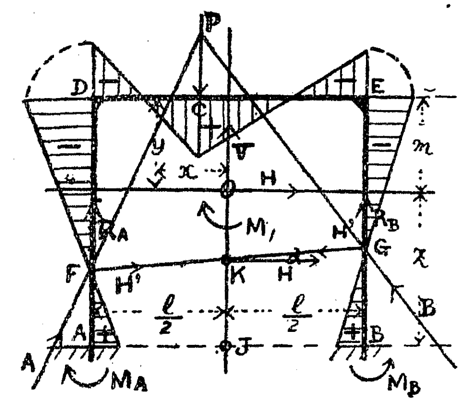
$$M_C=M_A-H_A.h+V_A.a\quad\cdots\cdots(1170)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百五十五圖ノ如クナル可シ.

框構各點ノ力率ハ或ハ次ノ如ク之ヲ解拆スルモ可ナリ今第八

百五十六圖ニ於テ H 及 V ヲ合成セバ H' ナル傾斜剪力ヲ得可シ

第八百五十六圖



此 H' ヲ單桁トシテ計算シタル R_A 及 R_B ナル反應力ト合成セバ A 及 B ナル支點反應力ヲ求ムルコトヲ得可シ此支點反應力ハ F 及 G ナル力率ノ零點(變曲點)ニ於テ柱ト交叉セザル可ラズ而シテ平衡條件ニ基キ此 A 及 B ノ延長線ハ又同時ニ框構ニ來ル荷重ノ合成力 P ト同一點ニ會ス可シ.

F 及 G ナル點ヲ定ムルニハ J 點上ノ力率ヲ取レバ

$$H.z+M_1=H.JK$$

從ツテ

$$JK=z+\frac{M_1}{H}\quad\cdots\cdots(1171)$$

又 $$\tan a=\frac{V}{H}$$

既知數 z, H, M_1 ノ値ヲ(1171)式中ニ挿入スルトキハ

$$JK=\frac{h}{3}.\frac{1+2\nu-\dfrac{1+2\nu}{\nu}.\dfrac{r^2}{h^2}}{1+2\nu}$$

$\dfrac{r^2}{h^2}$ ノ値ハ非常ニ小ナルヲ以テ之ヲ無視スルトキハ

$$JK\fallingdotseq\frac{h}{3}\quad\cdots\cdots(1172)$$

從ツテ

$$AF=\frac{h}{3}-\frac{l}{2}.\tan a\quad\cdots\cdots(1173)$$

$$BG = \frac{h}{3} + \frac{l}{2}.tana \cdots\cdots(1174)$$

以上ノ値ヲ知レバ

$$\left.\begin{aligned} M_A &= H.AF \\ M_B &= H.BG \\ M_D &= -H.DF \\ M_E &= -H.GE \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(1175)$$

DE ナル部材上 0 ヨリ x ナル距離ニ於ケル或任意點ノ彎曲力率ハ

$$M_x = M_D + \frac{M_E - M_D}{l}.\left(\frac{l}{2} - x\right) + M_0$$

$$= -H.\left[\frac{2h}{3} + x.tana\right] + M_0 \cdots\cdots(1176)$$

b) DE ナル部材上ニ p ナル力度ノ等布荷重ヲ有スル場合ニハ前ト同一ノ方法ニ據リ

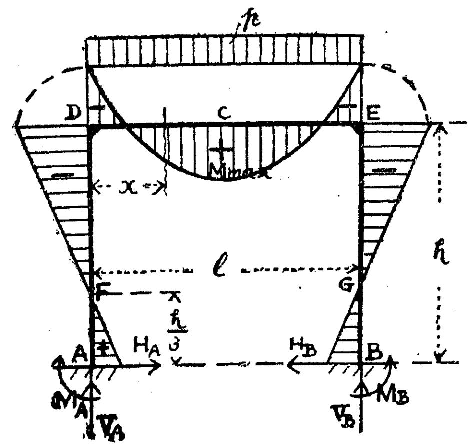
$$\left.\begin{aligned} H &= \frac{p.l^2}{8h.\left(1+\frac{\nu}{2}+\frac{3}{2}.\frac{2\nu+1}{\nu}.\frac{r^2}{h^2}\right)} \fallingdotseq \frac{p.l^2}{8h.\left(1+\frac{\nu}{2}\right)} \\ V &= 0 \quad (\text{左右荷重對稱的ナルヲ以テ}) \\ M_1 &= -\frac{p.l^2}{12(1+2\nu)} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(1177)$$

故ニ反應力ノ働點 F 及 G ハ $tana = 0$ トナルヲ以テ支點 A 及 B ヨリ $\frac{h}{3}$ ノ距離ニアリ從ツテ

$$M_A = M_B = \frac{H.h}{3} = \frac{p.l^2}{24.\left(1+\frac{\nu}{2}\right)} \cdots\cdots(1178)$$

$$M_D = M_E = -\frac{2H.h}{3} = -\frac{p.l^2}{12\left(1+\frac{\nu}{2}\right)} \cdots\cdots(1179)$$

第八百五十七圖



而シテ DE ナル部材ノ或一點ニ於ケル力率ハ第八百五十六圖ノ如キ x ヲ 0 ナル原點ヨリノ距離ト取ル場合ニハ

$$M_x = M_0 - \frac{2}{3}H.h$$

$$= \frac{p}{2}.\left(\frac{l^2}{4} - x^2\right) - \frac{2H.h}{3}$$

D ヨリ x ノ距離ヲ取リタル場合ニハ

$$M_x = \frac{p.x}{2}.(l-x) - \frac{2H.h}{3} = \frac{p.x}{2}.(l-x) - \frac{p.l^2}{12\left(1+\frac{\nu}{2}\right)} \cdots\cdots(1180)$$

$x = \frac{l}{2}$ 乃チ中央點 C ニアリテハ

$$M_{max} = \frac{l}{8}\left(p.l - \frac{16}{3}.\frac{h}{l}.H\right) = \frac{p.l^2}{8} - \frac{p.l^2}{12\left(1+\frac{\nu}{2}\right)} = \frac{p.l^2}{24}.\frac{2+3\nu}{2+\nu} \cdots(1181)$$

故ニ其力率圖表第八百五十七圖ノ如クナル可シ.

第十八節　水平荷重ヲ受クル無鉸式矩形框構

a) W ナル水平集中荷重ガ A ナル支點ヨリ d ナル距離ニ於テ働クトキハ第八百五十八圖ニ於テ A 點ハ緊定セラレ B 點ハ縱横距ノ

原點Oト剛直ニ連結シテ框構ハ一ノ肱桁ノ如ク働クモノト假定ス然ルトキハ緊定點ニ於ケル力率ハ

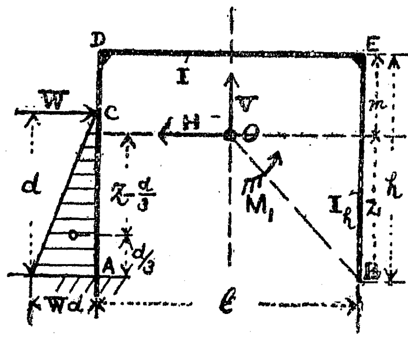
$$M_{0A} = -W.d$$

而シテ彈性荷重重心點ノ距離 m 及 z ノ値ハ前節ノ場合ト同ジク

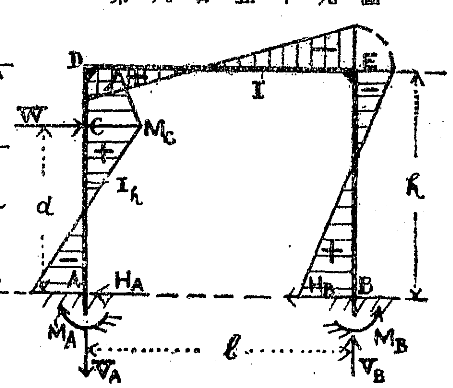
$$m = h.\frac{\nu}{1+2\nu}, \quad z = h.\frac{1+\nu}{1+2\nu}$$

對稱軸ニ關シ框構ノ彈性荷重ニ對スル物量力率ハ

第八百五十八圖



第八百五十九圖



$$I_x = \frac{h^3.(2+\nu)}{3I_h.(1+2\nu)}, \quad I_y = \frac{l^3}{12I}.(1+6\nu),$$

$$\int\frac{ds}{I} = \frac{l}{I}.(1+2\nu)$$

而シテ

$$\int\frac{M_0.y}{I}.dx = \frac{1}{I_h}.\frac{W.d^2}{2}.\left(z-\frac{d}{3}\right)$$

$$\int\frac{M_0.x}{I}.ds = \frac{l}{2I_h}.W.\frac{d^2}{2}.$$

$$\int\frac{M_0}{I}.ds = -\frac{1}{I_h}.\frac{W.d^2}{2}$$

故ニ靜力的不定未知數ノ値ハ

$$\left.\begin{aligned} H &= \frac{3W.d^2.\left(z-\frac{d}{3}\right).(1+2\nu)}{4h^3.\left(1+\frac{\nu}{2}+\frac{3}{2}.\frac{2\nu+1}{\nu}.\frac{r^2}{h^2}\right)} \fallingdotseq \frac{3W.d^2.\left(z-\frac{d}{3}\right).(1+2\nu)}{2h^3.(2+\nu)} \\ V &= \frac{\frac{3}{h}.W.d^2.\nu}{l.\left[1+6\nu.\left(1+4\frac{r_h^2}{l^2}\right)\right]} \fallingdotseq \frac{3\nu.W.d^2}{h.l.(1+6\nu)} \\ M_1 &= \frac{\frac{3}{h}.W.d^2.\nu}{6(1+2\nu)} = \frac{W.d^2.\nu}{2h.(1+2\nu)} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(1182)$$

但シ

$$z-\frac{d}{3} = \frac{1}{3}\left[\frac{3(1+\nu)}{1+2\nu}.h-d\right]$$

$$= \frac{h}{3(1+2\nu)}.\left[3(1+\nu)-\frac{d}{h}.(1+2\nu)\right]$$

故ニ

$$H_B = H = \frac{3W.d^2.\frac{h}{3(1+2\nu)}.\left[3(1+\nu)-\frac{d}{h}.(1+2\nu)\right].(1+2\nu)}{2h^3.(2+\nu)}$$

$$= \frac{W.d^2}{2h^3.(2+\nu)}.\left[3h.(1+\nu)-d.(1+2\nu)\right]$$

然ルトキハ

$$M_A = H.z+V.\frac{l}{2}+M_1-W.d.$$

$$= \frac{3W.d^2.\left(z-\frac{d}{3}\right).(1+2\nu)}{2h^3.(2+\nu)}.h.\frac{1+\nu}{1+2\nu}$$

$$+\frac{3\nu.W.d^2}{h.l.(1+6\nu)}.\frac{l}{2}+\frac{W.d^2.\nu}{2h.(1+2\nu)}-W.d$$

$$= -\frac{W.d^2}{2h}.\left[\frac{2h}{d} - \frac{3h+2\nu.h-d.(1+\nu)}{h.(2+\nu)} - \frac{3\nu}{1+6\nu}\right] \cdots(1183)$$

$$M_B = H.z - V.\frac{l}{2} + M_1$$

$$= \frac{W.d^2}{2h}.\left[\frac{3h+2\nu.h-d.(1+\nu)}{2+\nu} - \frac{3\nu}{1+6\nu}\right] \cdots\cdots\cdots\cdots(1184)$$

$$M_D = -H.m + V.\frac{l}{2} + M_1 \quad \text{又ハ}$$

$$= M_A - H_B.h + W.d \cdots\cdots\cdots\cdots(1185)$$

$$M_E = -H.m - V.\frac{l}{2} + M_1 \quad \text{又ハ}$$

$$= M_B - H_B.h \cdots\cdots\cdots\cdots(1186)$$

$$M_C = M_A + H_A.d \cdots\cdots\cdots\cdots(1187)$$

$$-V_A = V_B = \frac{3W.d^2\nu}{h.l.(1+6\nu)} \cdots\cdots\cdots\cdots(1188)$$

即チ其力率圖表ハ第八百五十九圖ノ如クナル可シ.

b) 風壓ノ如キ等布的水平荷重ヲ受クルトキハ第八百六十圖ニ於テ

$$M_{oA} = -\frac{\omega h^2}{2}$$

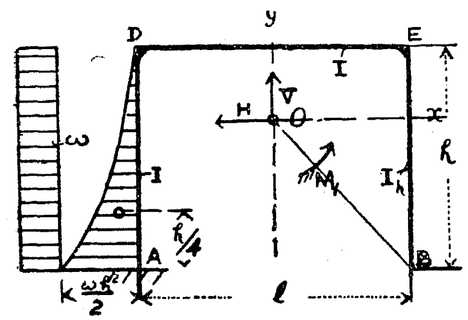
$$\int \frac{M_0.y.ds}{I} = \frac{1}{I_h}.\frac{\omega.h^2}{2}.\frac{h}{3}.\left(z-\frac{h}{4}\right) = \frac{\omega.h^3}{6I_h}.\left(z-\frac{h}{4}\right)$$

$$\int \frac{M_0.x}{I}.ds = \frac{l}{2I_h}.\frac{\omega.h^3}{6} = \frac{\omega.h^3.l}{12I_h},$$

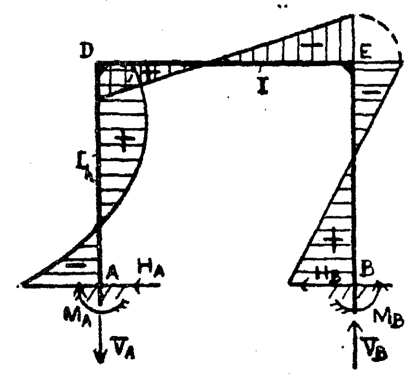
$$\int \frac{M_0.ds}{I} = -\frac{1}{I_h}.\frac{\omega.h^3}{6} = -\frac{\omega.h^3}{6I_h}$$

故ニ

第八百六十圖



第八百六十一圖



$$\left.\begin{aligned} H &= \frac{\omega.h^3.\left(z-\frac{h}{4}\right)(1+2\nu)}{4h^3.\left(1+\frac{\nu}{2}+\frac{3}{2}.\frac{2\nu+1}{\nu}.\frac{r^2}{h^2}\right)} \fallingdotseq \frac{\omega.\left(z-\frac{h}{4}\right).(1+2\nu)}{4\left(1+\frac{\nu}{2}\right)} \\ V &= \frac{\omega.h^2.\nu}{l.\left[1+6\nu.\left(1+4\frac{r_h^2}{l^2}\right)\right]} \fallingdotseq \frac{\omega.h^2.\nu}{l.(1+6\nu)} \\ M_1 &= \frac{\omega.h^2.\nu}{6(1+2\nu)} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(1189)$$

從ッテ a) ト同様ニ

$$V_A = V_B = \frac{\omega.h^2.\nu}{l.(1+6\nu)} \cdots\cdots\cdots\cdots(1190)$$

$$H_B = H = \frac{\omega.h}{8}.\frac{3+2\nu}{2+\nu} \cdots\cdots\cdots\cdots(1191)$$

$$H_A = \omega.h - H_B \cdots\cdots\cdots\cdots(1192)$$

$$M_A = -\frac{\omega.h^2}{24}.\left(12 - \frac{9+5\nu}{2+\nu} - \frac{12\nu}{1+6\nu}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots(1193)$$

$$M_B = \frac{\omega.h^2}{24}.\left(\frac{9+5\nu}{2+\nu} - \frac{12\nu}{1+6\nu}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots(1194)$$

$$M_D = M_A - H.h + \frac{\omega.h^2}{2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1195)$$

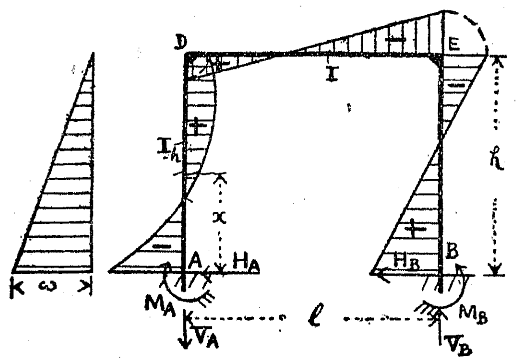
$$M_E = M_B - H.h \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1196)$$

AD ナル柱ノ或一點ニアリテハ

$$M_x = M_A + (\omega.h - H).x - \frac{\omega.x^2}{2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1197)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百六十一圖ノ如クナル可シ.

第八百六十二圖



c) 土壓若クハ水壓ノ如キ水平三角形荷重ヲ有スルトキハ前ト同樣ニ

$$V_A = V_B = \frac{\omega.\nu.h^2}{4l.(1+6\nu)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1198)$$

$$H_B = \frac{\omega.h}{40}.\frac{4+3\nu}{2+\nu} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1199)$$

$$H_A = \frac{\omega.h}{2} - H_B \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1200)$$

$$M_A = -\frac{\omega.h^2}{120}.\left(20 - \frac{12+7\nu}{2+\nu} - \frac{15\nu}{1+6\nu}\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1201)$$

$$M_B = \frac{\omega.h^2}{120}.\left(\frac{12+7\nu}{2+\nu} - \frac{15\nu}{1+6\nu}\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1202)$$

$$M_D = M_A - H.h + \frac{\omega.h^2}{6} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1203)$$

$$M_E = M_B - H.h \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1204)$$

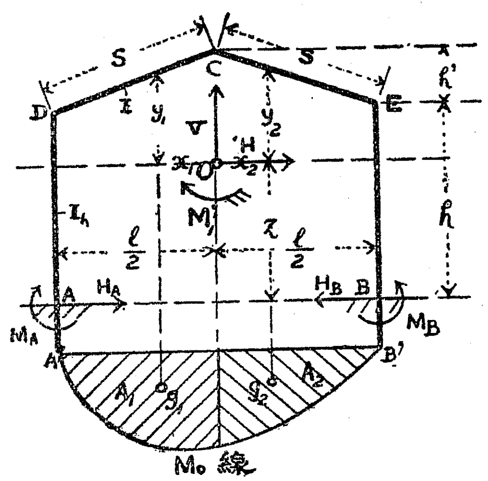
AD ナル柱ノ或一點ニアリテハ

$$M_x = M_A + \left(\frac{\omega.h}{2} - H\right).x - \frac{\omega.x^2}{6h}.(3h - x) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1205)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百六十二圖ノ如クナル可シ.

第十九節　垂直荷重ヲ有スル無鉸式尖頂形框構.

第八百六十三圖



今第八百六十三圖ニ於テ $\frac{1}{I}$ ナル力度ノ彈性荷重ヲ有スルモノトシテ考ヘタル框構ノ重心點 O ヲ求ムルニハ AB 軸ニ關スル其荷重ノ靜力的力率ヲ求ムレバ

$$2\frac{h}{I_h}.\frac{h}{2} + \frac{2s}{I}.\left(h + \frac{h'}{2}\right)$$

$$= 2\left(\frac{h}{I_h} + \frac{s}{I}\right).z$$

故ニ

$$z = \frac{h}{2}.\frac{1 + \frac{2s}{h}.\frac{I_h}{I}.\left(1 + \frac{h'}{2h}\right)}{1 + \frac{s}{h}.\frac{I_h}{I}}$$

亦前節ニ論ジタルト同樣ニ

$$\int\frac{y^2.ds}{I} = I_x = \frac{2h}{I_h}.\left[\frac{h^2}{12} + \left(z - \frac{h}{2}\right)^2\right] + \frac{2s}{I}.\left[\frac{h'^2}{12} + \left(\frac{h'}{2} + h - z\right)^2\right]$$

$$\int\frac{x^2.ds}{I} = I_y = \frac{2h}{I_h}.\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \frac{2s}{I}.\frac{l^2}{12} = \frac{h.l^2}{6I_h}.\left(3 + \frac{s}{h}.\frac{I_h}{I}\right)$$

$$\int\frac{ds}{I} = \frac{2h}{I_h} + \frac{2s}{I} = \frac{2h}{I_h}.\left(1 + \frac{s}{h}.\frac{I_h}{I}\right)$$

M_0 ヲ AB ナル單桁ノ力率トシ其力率圖表ヲ畫クトキハ垂直荷重ニ對シテハ

$\int\frac{M_0.y.ds}{I} = x$ 軸ニ關シ M_0 ヲ $\frac{ds}{I}$ 倍セル力率面積ノ靜力率.

$$= \frac{A_1 \cdot \dfrac{s}{\frac{l}{2}}}{I} \cdot y_1 + \frac{A_2 \cdot \dfrac{s}{\frac{l}{2}}}{I} \cdot y_2 = \frac{2s}{l.I} \cdot (A_1 . y_1 + A_2 . y_2)$$

$\int \frac{M_0 . x . ds}{I} = y$ 軸ニ關シ M_0 ヲ $\frac{ds}{I}$ 倍セル力率面積ノ靜力率

$$= \frac{A_1 \cdot \dfrac{s}{\frac{l}{2}}}{I} \cdot x_1 - \frac{A_2 \cdot \dfrac{s}{\frac{l}{2}}}{I} \cdot x_2 = \frac{2s}{l.I} \cdot (A_1 . x_1 - A_2 . x_2)$$

$$\int \frac{M_0 . ds}{I} = \frac{A_1 \cdot \dfrac{s}{\frac{l}{2}}}{I} + \frac{A_2 \cdot \dfrac{s}{\frac{l}{2}}}{I} = \frac{2s}{l.I} \cdot (A_1 + A_2)$$

故ニ第十六節(1153)ナル一般公式中 $V_A - V_B$ 項ヲ無視スルトキハ

$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{\dfrac{2s}{l.I} \cdot (A_1 . y_1 + A_2 . y_2)}{I_x + \dfrac{l}{A}} \\ V &= \frac{\dfrac{2s}{l.I} \cdot (A_1 . x_1 - A_2 . x_2)}{I_y + \dfrac{2h}{A_h}} \\ M_1 &= - \frac{\dfrac{2s}{l.I} \cdot (A_1 + A_2)}{\dfrac{2h}{I_h} \cdot \left(1 + \dfrac{s}{h} \cdot \dfrac{I_h}{I}\right)} \end{aligned} \right\} \cdots\cdots (1206)$$

a) C 點ニ P ナル集中荷重ヲ有スル場合ニハ

$$A_1 = A_2 = \frac{P . l^2}{16}, \quad x_1 = x_2 = \frac{l}{6},$$

$$y_1 = y_2 = h - z + \frac{2}{3} h'$$

$$\int \frac{M_o . y . ds}{I} = 2 \cdot \frac{2s}{l.I} \cdot \frac{P . l^2}{16} \cdot \left(h - z + \frac{2}{3} h'\right) = \frac{s . P . l}{4I} \cdot \left(h - z + \frac{2}{3} h'\right)$$

$$\int \frac{M_o . x . ds}{I} = 0$$

$$\int \frac{M_o . ds}{I} = \frac{P . l . s}{4I}$$

故ニ

$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{s . \dfrac{P . l}{4I} \cdot \left(h - z + \dfrac{2}{3} h'\right)}{I_x + \dfrac{l}{A}} \\ V &= 0 \\ M_1 &= - \frac{\dfrac{s . P . l}{4I}}{\dfrac{2h}{I_h} \cdot \left(1 + \dfrac{s}{h} \cdot \dfrac{I_h}{I}\right)} \end{aligned} \right\} \cdots\cdots (1208)$$

b) 全部ニ p ナル力度ノ垂直等布荷重ヲ有スルトキハ

$$A_1 = A_2 = \frac{p . l^2}{8} \cdot \frac{l}{3} = \frac{p . l^3}{24}$$

$$x_1 = x_2 = \frac{3}{16} l, \quad y_1 = y_2 = h - z + \frac{5}{8} . h'$$

$$\int \frac{M_o . y . ds}{I} = \frac{2s}{l.I} . 2 . \frac{p . l^3}{24} \cdot \left(h - z + \frac{5}{8} h'\right) = \frac{s . p . l^2}{6I} \cdot \left(h - z + \frac{5}{8} h'\right)$$

$$\int \frac{M_o . x . ds}{I} = 0$$

$$\int \frac{M_o . ds}{I} = \frac{2s}{l.I} \cdot \frac{p . l^2}{8} \cdot \frac{2}{3} . l = \frac{s . p . l^2}{6I}$$

故ニ

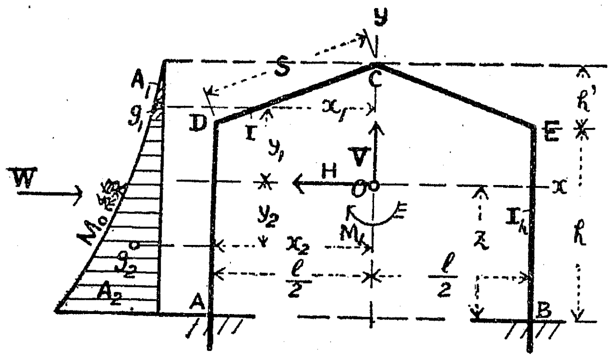
$$H = \frac{\dfrac{s . p . l^2}{6I} \cdot \left(h - z + \dfrac{5}{8} h'\right)}{I_x + \dfrac{l}{A}}$$

$$\left.\begin{aligned} V &= 0 \\ M_1 &= -\frac{\dfrac{s.p.l^2}{6I}}{\dfrac{2h}{I_h}\cdot\left(1+\dfrac{s}{h}\cdot\dfrac{I_h}{I}\right)} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(1207)$$

第二十節　水平荷重ヲ受クル無鉸式尖頂形框構

今第八百六十四圖ニ於テ框構ガAニ於テ緊定シ他ハ凡テ自由ナリトセバWナル水平荷重ニ依リテM_0ナル力率線ヲ得可シ更ニsナル部材中ニ生ズル力率面積ヲA_1, ADナル部材上ノ力率面積ヲA_2トシ其各面積ノ重心點ヲg_1及g_2トス然ルトキハ

第八百六十四圖



$$\int\frac{M_0.y.ds}{I} = -\frac{A_1\cdot\dfrac{s}{h'}}{I}\cdot y_1 - \frac{A_2}{I_h}\cdot y_2 = -\frac{1}{I_h}\cdot\left(A_2\cdot y_2 + \frac{s}{h'}\cdot\frac{I_h}{I}\cdot A_1\cdot y_1\right)$$

$$\int\frac{M_0.x.dx}{I} = \frac{A_1\cdot\dfrac{s}{h'}}{I}\cdot x_1 + \frac{A_2}{I_h}\cdot x_2 = \frac{1}{I_h}\cdot\left(A_2\cdot\frac{l}{2} + \frac{s}{h'}\cdot\frac{I_h}{I}\cdot A_1\cdot x_1\right)$$

$$\int\frac{M_0.ds}{I} = -\left(\frac{A_1\cdot\dfrac{s}{h'}}{I} + \frac{A_2}{I_h}\right) = -\frac{1}{I_h}\cdot\left(A_2 + \frac{s}{h'}\cdot\frac{I_h}{I}\cdot A_1\right)$$

今框構ノ水平投射面ニωナル力度ヲ有スル風壓ヲ受クルトセバ

$$A_1 = \frac{\omega.h'^2}{2}\cdot\frac{h'}{3} = \frac{\omega.h'^3}{6}$$

$$A_2 = \frac{\omega}{6}\cdot\left[(h'+h)^3 - h'^3\right]$$

$$x_1 = \frac{3}{8}l,\quad x_2 = \frac{l}{2},\quad y_1 = h - z + \frac{h'}{4}$$

而シテAB線上力率面積ノ靜力率

$$\frac{\omega.(h+h')^3}{6}\cdot\frac{h+h'}{4} - \frac{\omega.h'^3}{6}\cdot\left(h+\frac{h'}{4}\right) = A_2.(z+y_2)$$

ヨリ

$$y_2 = \frac{(h+h')^4 - h'^3.(4h+h')}{4\left[(h'+h)^3 - h'^3\right]} - z$$

故ニ前節(1208)ノ各式ノ如クH, V及M_1ノ値ヲ定ムルコトヲ得可シ.

第二十一節　無鉸式梯形框構

第八百六十五圖ニ於テAB線上彈性荷重ノ力率ヲ取レバ

$$\frac{2h}{I_h}\cdot\frac{h}{2} + \frac{2s}{I_s}\cdot\left(h+\frac{h'}{2}\right) + \frac{t}{I_t}\cdot(h+h') = \left(\frac{2h}{I_h} + \frac{2s}{I_s} + \frac{t}{I_t}\right)\cdot z$$

ナルヲ以テ

$$z = h.\frac{1+\dfrac{s}{h}\cdot\left(2+\dfrac{h'}{h}\right)\cdot\dfrac{I_h}{I_s} + \dfrac{t}{h}\cdot\left(1+\dfrac{h'}{h}\right)\cdot\dfrac{I_h}{I_t}}{2+2\dfrac{s}{h}\cdot\dfrac{I_h}{I_s} + \dfrac{t}{h}\cdot\dfrac{I_h}{I_t}}$$

$$\int\frac{y^2.ds}{I} = I_x = \frac{2h}{I_h}\cdot\left[\frac{h^2}{12} + \left(z-\frac{h}{2}\right)^2\right]$$

$$+\frac{2s}{I_s}\cdot\left[\frac{h'^2}{12} + \left(\frac{h'}{2}+h-z\right)^2\right] + \frac{t}{I_t}\cdot(h'+h-z)^2$$

$$\int\frac{x^2.ds}{I} = I_y = \frac{h.l^2}{2I_h} + \frac{s}{I_s}\cdot\left[\frac{s'^2}{6} + (l-s')^2\right] + \frac{t^3}{12I_t}$$

$$\int\frac{ds}{I} = \frac{2h}{I_h} + \frac{2s}{I_s} + \frac{t}{I_t} = \frac{2h}{I_h}\cdot\left(1+\frac{s}{h}\cdot\frac{I_h}{I_s} + \frac{t}{2h}\cdot\frac{I_h}{I_t}\right)$$

$$\int \frac{M_0.y.ds}{I} = \frac{A_1.\frac{s}{s'}}{I_s}.y_1 + \frac{A_2.y_2}{I_t} + \frac{A_3.\frac{s}{s'}}{I_s}.y_3$$

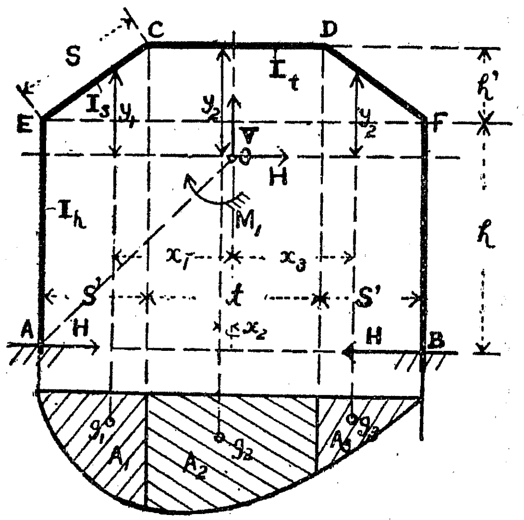
$$= \frac{s}{s'.I_s}.\left(A_1.y_1 + A_3.y_3 + \frac{s'}{s}.\frac{I_s}{I_t}.A_2.y_2\right)$$

$$\int \frac{M_0.x.ds}{I} = \frac{A_1.\frac{s}{s'}}{I_s}.x_1 + \frac{A_2}{I_t}.x_2 + \frac{A_3.\frac{s}{s'}}{I_s}.x_3$$

$$= \frac{s}{s'.I_s}.\left(A_1.x_1 + A_3.x_3 + \frac{s'}{s}.\frac{I_s}{I_t}.A_2.x_2\right)$$

$$\int \frac{M_0.ds}{I} = \frac{s}{s'.I_s}.\left(A_1 + A_3 + \frac{s'}{s}.\frac{I_s}{I_t}.A\right)$$

第八百六十五圖



故ニ假令バ C 及 D 點ニ各々 P ナル集中荷重ヲ有スルトセバ

$$A_1 = A_3 = \frac{P.s'^2}{2},$$

$$A_2 = P.s'.t,$$

$$x_1 = x_3 = \frac{s'}{3} + \frac{t}{2},\quad x_2 = 0$$

$$y_1 = y_3 = h - z + \frac{2}{3}h',$$

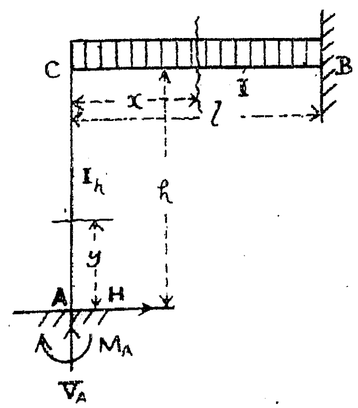
$$y_2 = h - z + h'$$

故ニ第十六節(1153)ノ各式ヲ應用シテ夫々 H, V 及 $\dot{M}_1$ ノ値ヲ定ムルコトヲ得可シ.

第二十二節　無鉸式反仰L形框構

a) 第八百六十六圖ニ於テ CB ナル桁上ニ等布荷重ヲ有スルトキ

第八百六十六圖



ハ AC ナル部材ニ對シテハ

$$M_y = M_A - H.y$$

$$\frac{\partial M}{\partial H} = -y,\quad \frac{\partial M}{\partial V_A} = 0,\quad \frac{\partial M}{\partial M_A} = 1.$$

CB ナル桁材ニ對シテハ

$$M_x = M_A + V_A.x - H.h - \frac{p.x^2}{2}$$

$$\frac{\partial M}{\partial H} = -h,\quad \frac{\partial M}{\partial V} = x,\quad \frac{\partial M}{\partial M_A} = 1$$

故ニ働作ノ一般方程式

$$\int \frac{M}{E.I}.\frac{\partial M}{\partial x}.dx + \int \frac{N}{E.A}.\frac{\partial N}{\partial x}.dx = 0$$

ノ内 N ノ影響ヲ無視シ上ノ値ヲ挿入セバ

$$\frac{1}{E.I_h}\int_0^h (M_A - H.y).(-y).dy$$

$$+ \frac{1}{E.I}\int_0^l \left(M_A + V_A.x - H.h - \frac{p.x^2}{2}\right).(-h).dx = 0$$

$$\frac{1}{E.I_h}\int_0^h (M_A - H.y).0.dy$$

$$+ \frac{1}{E.I}\int_0^l \left(M_A + V_A.x - H.h - \frac{p.x^2}{2}\right).x.dx = 0$$

$$\frac{1}{E.I_h}\int_0^h (M_A - H.y).1.dy$$

$$+ \frac{1}{E.I}\int_0^l \left(M_A + V_A.x - H.h - \frac{p.x^2}{2}\right).dx = 0$$

今　$\nu = \frac{h}{l}.\frac{I}{I_h}$ トセバ上ノ積分式ヲ解キテ

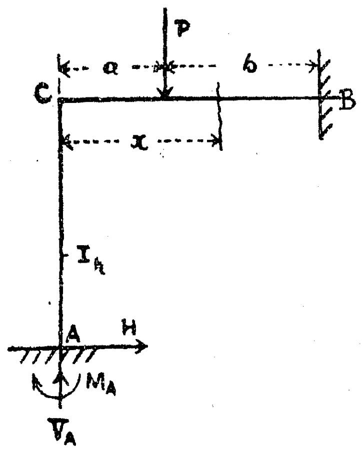
$$\left.\begin{aligned} H &= \frac{p.l^2}{8h.(1+\nu)} \\ V_A &= \frac{p.l.\left(1+\frac{3}{4}\nu\right)}{2(1+\nu)} \\ M_A &= \frac{p.l^2}{24(1+\nu)} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(1209)$$

C 及 B 點ノ力率ハ

$$M_C = -\frac{p.l^2}{12(1+\nu)} \cdots\cdots(1210)$$

$$M_B = -\frac{p.l^2.\left(1+\frac{3}{2}\nu\right)}{12(1+\nu)} \cdots\cdots(1211)$$

第八百六十七圖



BC ナル部材ノ最大力率ハ C 點ヨリ

$$x = \frac{l.\left(1+\frac{3}{4}\nu\right)}{2(1+\nu)}$$

ノ距離ニ起リ其値ハ

$$M_{max} = \frac{p.l^2}{24}.m_1$$

$$m_1 = \left[\frac{3\left(1+\frac{3}{4}\nu\right)^2}{(1+\nu)^2} - \frac{2}{1+\nu}\right]$$

故ニ

$$M_{max} = \frac{p.l^2}{24}.\left[\frac{3\left(1+\frac{3}{4}\nu\right)^2}{(1+\nu)^2} - \frac{2}{1+\nu}\right] \cdots\cdots(1212)$$

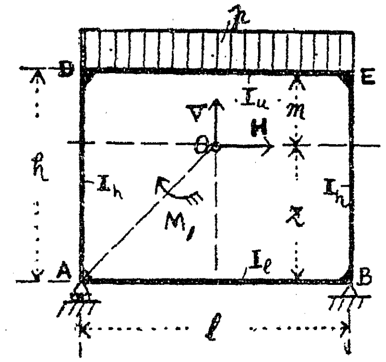
b) 若シ CB ナル桁材中 a 及 b ナル距離ニ P ナル集中荷重ヲ有ルトキハ a) ト全ク同樣ニ

$$\left.\begin{aligned} H &= \frac{3P.a.\left(l+\frac{a^2}{l}-2a\right)}{2h.l.(1+\nu)} \\ V_A &= P.\left[\frac{l.\nu.\left(l-1{,}5a+\frac{a^3}{2l^2}\right)-a^2.\left(3-\frac{2a}{l}\right)+l^2}{l^2.(1+\nu)}\right] \\ M_A &= \frac{P.a.\left(l+\frac{a^2}{l}-2a\right)}{2l.(1+\nu)} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(1213)$$

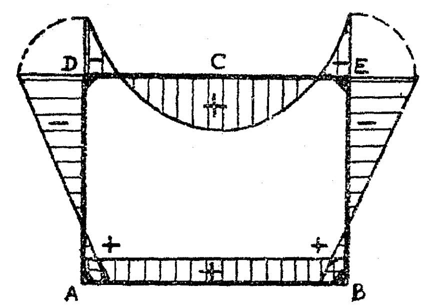
第二十三節　垂直等布荷重ヲ受クル四角形框構.

今第八百六十八圖ニ於テ縱距ニ對シテ對稱的ナル四角形框構

第八百六十八圖



第八百六十九圖



ノ一支點 B ハ緊定シ他ノ支點 A ハ自由ナルモノト假定シ左右部材ノ物量力率ハ何レモ相等シク I_h ヲ有スルモノトス更ニ I_u ヲ上部材, I_l ヲ下部材ノ物量力率ヲ示スモノトセバ其相互ノ關係多樣ナル丈ケ其解法モ亦複雜ナルヲ以テ今垂直及水平等布荷重ヲ有スル場合ニ限リ之ヲ說明ス可シ既述ノ場合ト同ジク

$$\frac{I_u}{I_h}.\frac{h}{l} = \nu$$

更ニ $\frac{I_u}{I_l} = \mu.$ トシ(1153)ノ一般公式ヲ簡約セル

$$H=\frac{\int\frac{M_0.y.ds}{I}}{\int\frac{y^2.ds}{I}},\qquad V=\frac{\int\frac{M_0.x.ds}{I}}{\int\frac{x^2.ds}{I}},$$

$$M_1=-\frac{\int\frac{M_0.ds}{I}}{\int\frac{ds}{I}}$$

ヲ應用シテ$\frac{1}{I}$ナル力度ノ彈性荷重ヲ有スルモノトシテ各部材力率ノ値ヲ算出ス可シ最初縦横距原點ノ高サヲ見出ス爲メ DE 部材ノ周リノ力率ヲ取レバ

$$2\frac{h}{I_h}.\frac{h}{2}+\frac{l}{I_l}.h=\left(2\frac{h}{I_h}+\frac{l}{I_u}+\frac{l}{I_l}\right).m$$

或ハ

$$h.\left(\frac{I_u}{I_h}.\frac{h}{l}+\frac{I_u}{I_l}\right)=\left(2\frac{I_u.h}{I_h.l}+1+\frac{I_u}{I_l}\right).m$$

故ニ

$$m=\frac{\nu+\mu}{2\nu+1+\mu}.h$$

$$z=h-m=\frac{\nu+1}{2\nu+1+\mu}.h$$

$$\int\frac{y^2.ds}{I}=I_x=2\left[\frac{h}{I_h}.\frac{h^2}{12}+\frac{h}{I_h}.\left(\frac{h}{2}-m\right)^2\right]+\frac{l}{I_v}.m^2+\frac{l}{I_l}.z^2$$

$$=\frac{1}{3I_u}.\frac{h^2.l}{(2\nu+1+\mu)}.\left[\nu^2+2\nu.(1+\mu)+3\mu\right]$$

$$\int\frac{x^2.ds}{I}=I_y=\frac{l}{I_u}.\frac{l^2}{12}+\frac{l}{I_l}.\frac{l^2}{12}+2\frac{h}{I_h}.\left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$=\frac{1}{12}.\frac{l^3}{I_u}.(6\nu+1+\mu)$$

$$\int\frac{ds}{I}=2\frac{h}{I_h}+\frac{l}{I_u}+\frac{l}{I}=\frac{l}{I_u}.\left(2\frac{h.I_u}{I_h.l}+1+\frac{I_u}{I_l}\right)=(2\nu+1+\mu).\frac{l}{I_u}$$

今上部材ニ p ナル力度ノ等布荷重ヲ有スルトキハ y ノ代リニ m, ds ノ代リニ dx ヲ挿入セバ

$$\int\frac{M_0.y.ds}{I}=\frac{m}{I}\int M_0.dx=\frac{m}{I}.\left(\frac{2}{3}.l.\frac{p.l^2}{8}\right)=\frac{p.l^3}{12I_u}.\frac{\nu+\mu}{2\nu+1+\mu}.h$$

$$\int\frac{M_0.x.ds}{I}=0$$ (框構ハ y 軸ニ對シ對稱的ナルヲ以テ)

$$\int M_0.\frac{ds}{I}=\frac{1}{I_u}.\frac{p.l^2}{8}.\frac{2l}{3}=\frac{p.l^3}{12I_u}.$$

故ニ

$$\left.\begin{aligned}H&=\frac{\int\frac{M_0.y.ds}{I}}{\int\frac{y^2.ds}{I}}=\frac{\frac{p.l^3.(\nu+\mu)}{12I_u.(2\nu+1+\mu)}.h}{\frac{1}{3I_u}.\frac{h^2.l}{(2\nu+1+\mu)}.\left[\nu^2+2\nu.(1+\mu)+3\mu\right]}\\&=\frac{p.l^2.(\nu+\mu)}{4h.\left[\nu^2+2\nu.(1+\mu)+3\mu\right]}\\V&=0\\M_1&=-\frac{\int\frac{M_0.ds}{I}}{\int\frac{ds}{I}}=-\frac{p.l^2}{12(2\nu+1+\mu)}\end{aligned}\right\}\quad\text{......................(1214)}$$

故ニ各分格點ノ彎曲力率ハ次ノ如ク之ヲ見出スコトヲ得可シ.

$$M_A=M_B=H.z+M_1=\frac{p.l^2.(\nu+\mu)}{4h.\left(\nu^2+2\nu.(1+\mu)+3\mu\right)}.\frac{\nu+1}{2\nu+1+\mu}.h$$

$$-\frac{p.l^2}{12(2\nu+1+\mu)}=\frac{p.\nu.l^2}{12\left[\nu^2+2\nu.(1+\mu)+3\mu\right]}\quad\text{..............(1215)}$$

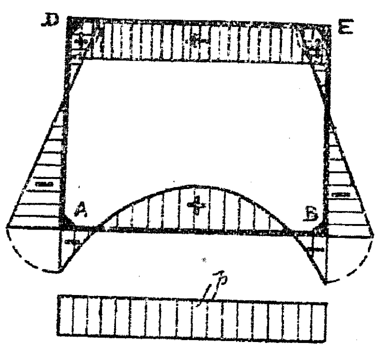
$$M_D = M_E = -H.m + M_1 = -\frac{p.l^2.(\nu+\mu)}{4\left[\nu^2+2\nu.(1+\mu)+3\mu\right]}\cdot\frac{\nu+\mu}{(2\nu+1+\mu)}$$

$$-\frac{p.l^2}{12(2\nu+1+\mu)} = \frac{-p.l^2.(4\nu^2+2\nu+8.\nu.\mu+3\mu+3\mu^2)}{12\left[\nu^2+2\nu.(1+\mu)+3\mu\right].(2\nu+1+\mu)}$$

$$= \frac{-p.l^2.(2\nu+3\mu)}{12\left[\nu^2+2\nu.(1+\mu)+3\mu\right]} \quad \cdots\cdots(1216)$$

故ニ其力率圖表第八百六十九圖ノ如クナル可シ.

第八百七十圖



若シ AB 桁上ニ等布荷重ヲ有スル場合ニハ前ト同様ニ

$$M_A = M_B = \frac{-p.l^2.\mu.(2\nu+3)}{12\left[\nu^2+2\nu.(1+\mu)+3\mu\right]} \quad \cdots\cdots(1217)$$

$$M_D = M_E = \frac{\nu.\mu.p.l^2}{12\left[\nu^2+2\nu.(1+\mu)+3\mu\right]} \quad \cdots\cdots(1218)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百七十圖ノ如クナル可シ.

第二十四節　水平等布荷重ヲ受クル四角形框構

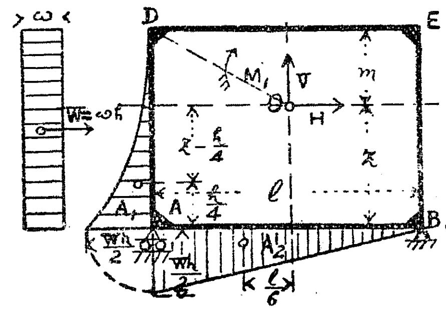
a) 四角形框構ノ一方ニ等布荷重ヲ受クルトキハ第八百七十一圖ニ於テ AD ヲ自由桁ト考フレバ等布荷重ノ爲メニ起ル力率圖表ハ一ノ拋物線ヲ爲シ而シテ其重心點ハ高サノ四分ノ一點ニアル可シ其 A 點ニ於ケル力率ノ量ハ

$$M_{0A} = -\omega.h.\frac{h}{2} = -\frac{W.h}{2}.$$

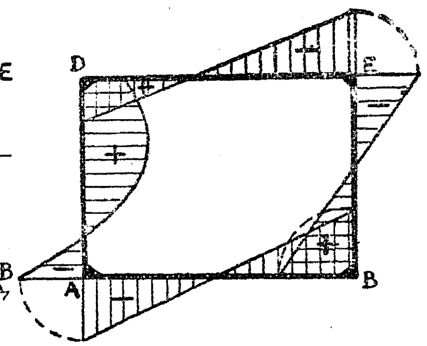
此場合ニハ前節ニ於ケルモノト異ナリ AB ナル部材ニモ此 M_0

ノ負號影響ヲ受ケ而シテ其力率面ハ直線ヲ爲シテ變化ス可シ何

第八百七十一圖



第八百七十二圖



トナレバ此場合ニハ他ニ外力ノ加ハルモノナケレバナリ斯クテ縦横距ノ主要軸線ヲ定ム可キ力率面積ノ計算中ニハ A_1 及 A_2 ノ二ツヲ合算セザル可ラズ而シテ

$$\frac{A_1}{I_h} = -\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{I_h}\cdot\frac{W.h}{2}.h = -\frac{1}{6}\cdot\frac{W.h.l.\nu}{I_u} \qquad \left(\nu = \frac{h}{l}\cdot\frac{I_u}{I_h}\right)$$

$$\frac{A_2}{I_l} = -\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{I_l}\cdot\frac{W.h}{2}.l = -\frac{1}{4}\cdot\frac{W.h.l.\mu}{I_u} \qquad \left(\mu = \frac{I_u}{I_l}\right)$$

故ニ

$$\int\frac{M_0.ds}{I} = \frac{A_1}{I_h} + \frac{A_2}{I_l} = -\frac{W.h.l}{12I_u}.(2\nu+3\mu)$$

垂直荷重ヲ受クル場合ト同ジク

$$m = \frac{\nu+\mu}{2\nu+1+\mu}.h, \qquad z = \frac{\nu+1}{2\nu+1+\mu}.h$$

$$\int\frac{y^2.ds}{I} = \frac{1}{3I_u}\cdot\frac{h^2.l}{(2\nu+1+\mu)}\cdot\left[\nu^2+2\nu.(1+\mu)+3\mu\right]$$

$$\int\frac{x^2.ds}{I} = \frac{l^3}{12I_u}.(6\nu+1+\mu)$$

$$\int\frac{ds}{I}=\frac{1}{I_u}.(2\nu+1+\mu).l$$

$$\int\frac{M_0.y.ds}{I}=-\frac{1}{I_u}.\left[\frac{1}{6}W.h.l.\nu.\left(z-\frac{h}{4}\right)+\frac{1}{4}W.h.l.\mu.z\right]$$

然ルニ

$$z-\frac{h}{4}=\frac{\nu+1}{2\nu+1+\mu}.h-\frac{h}{4}=\frac{h.(2\nu+3-\mu)}{4(2\nu+1+\mu)}$$ ナルヲ以テ

$$\int\frac{M_0.y.ds}{I}=-\frac{1}{I_u}.\left(\frac{1}{24}.W.h^2.l.\nu.\frac{2\nu+3-\mu}{2\nu+1+\mu}+\frac{1}{4}W.h^2.l.\mu.\frac{\nu+1}{2\nu+1+\mu}\right)$$

$$=-\frac{1}{I_u}.\frac{W.h^2.l}{24(2\nu+1+\mu)}.\left[2\nu^2+\nu.(3+5\mu)+6\mu\right]$$

$$\int\frac{M_0.x.ds}{I.}=-\frac{1}{I_u}.\left(\frac{1}{6}W.h.l.\nu.\frac{l}{2}+\frac{1}{4}W.h.l.\mu.\frac{l}{6}\right)$$

$$=-\frac{1}{I_u}.\left[\frac{W.h.l^2}{24}.(2\nu+\mu)\right]$$

故ニ

$$\left.\begin{aligned}
H&=\frac{\int\frac{M_0.y.ds}{I}}{\int\frac{y^2.ds}{I}}=-\frac{\frac{W.h^2.l}{24(2\nu+1+\mu)}.\left[2\nu^2+\nu.(3+5\mu)+6\mu\right]}{\frac{h^2.l}{3(2\nu+1+\mu)}.\left[\nu^2+2\nu.(1+\mu)+3\mu\right]}\\
&=-\frac{W}{8\left(\nu^2+2\nu.(1+\mu)+3\mu\right)}.\left[2\nu^2+\nu.(3+5\mu)+6\mu\right]\\
V&=\frac{\int\frac{M_0.x.ds}{I}}{\int\frac{x^2.ds}{I}}=\frac{-\frac{W.h.l^2}{24}.(2\nu+\mu)}{\frac{l^3.(6\nu+1+\mu)}{12}}=-\frac{W.h.(2\nu+\mu)}{2l.(6\nu+1+\mu)}\\
M_1&=-\frac{\int\frac{M_0.ds}{I}}{\int\frac{ds}{I}}=\frac{\frac{W.h.l}{12}.(2\nu+3\mu)}{(2\nu+1+\mu).l}=\frac{W.h.(2\nu+3\mu)}{12(2\nu+1+\mu)}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(1219)$$

故ニ各分格點ノ彎曲力率ハ

$$M_A=M_{0A}+H.z-V.\frac{l}{2}+M_1$$

$$=-\frac{W.h}{2}+\frac{W}{8\left[\nu^2+2\nu.(1+\mu)+3\mu\right]}.\left[2\nu^2+\nu.(3+5\mu)+6\mu\right].\frac{\nu+1}{2\nu+1+\mu}.h$$

$$+\frac{W.h.(2\nu+\mu)}{2l.(6\nu+1+\mu)}.\frac{l}{2}+\frac{W.h.(2\nu+3\mu)}{12(2\nu+1+\mu)}$$

$$=-\frac{W.h}{24\left[\nu^2+2\nu.(1+\mu)+3\mu\right].(6\nu+1+\mu)}.\Big[(30\nu^2+73\nu+15)\nu.$$

$$+(49\nu^2+87\nu+18).\mu\Big]\cdots\cdots\cdots(1220)$$

同樣ニ

$$M_B=H.z+V.\frac{l}{2}+M_1$$

$$=\frac{W.h}{24\left[\nu^2+2\nu.(1+\mu)+3\mu\right].(6\nu+1+\mu)}.\Big[(18\nu^2+35\nu+9).\nu$$

$$+(47\nu^2+81\nu+18).\mu\Big]\cdots\cdots\cdots(1221)$$

$$M_D=-H.m-V.\frac{l}{2}+M_1$$

$$=\frac{W.h}{24\left[\nu^2+2\nu.(1+\mu)+3\mu\right].(6\nu+1+\mu)}.\Big[(6\nu+23).\nu^2+(11\nu+45)\nu.\mu$$

$$+(9\nu+18).\mu^2\Big]\cdots\cdots\cdots(1222)$$

$$M_E=-H.m+V.\frac{l}{2}+M_1$$

$$=-\frac{W.h}{24\left[\nu^2+2\nu.(1+\mu)+3\mu\right].(6\nu+1+\mu)}.\Big[(18\nu+25).\nu^2+(49\nu+51).\nu.\mu$$

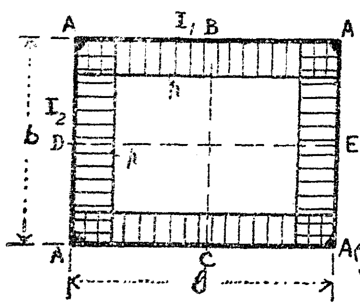
$$+(15\nu+18).\mu^2\Big]\cdots\cdots\cdots(1223)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百七十二圖ノ如クナル可シ.

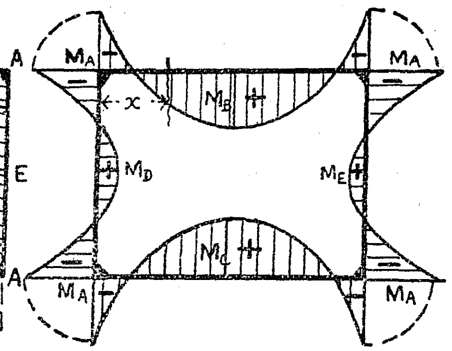
b) 第八百七十三圖ノ如ク框構ノ四方內側ニ同一力度ノ等布荷重働ク場合ニハ

$I_2 = I_l = I_1,\quad \nu = \frac{I_1}{I_2}.\frac{b}{l}$　トセバ　a) ト同一ノ方法ニ依リ

第八百七十三圖



第八百七十四圖



$$M_A = -\frac{p}{12}.\frac{l^2+b^2.\nu}{1+\nu} \quad \cdots\cdots(1224)$$

$$M_B = M_C = \frac{p.l^2}{8} + M_A \quad \cdots\cdots(1225)$$

$$M_D = M_E = \frac{p.b^2}{8} + M_A \quad \cdots\cdots(1226)$$

AB 部材ノ或一點ニアリテハ

$$M_x = \frac{p.x}{2}.(l-x) + M_A \quad \cdots\cdots(1227)$$

AD 若クハ AE 部材ノ或一點ニアリテハ

$$M_x = \frac{p.x}{2}.(b-x) + M_A \quad \cdots\cdots(1228)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百七十四圖ノ如クナル可シ.

c) 第八百七十五圖ノ如ク框構兩側ノ中央點ニ鉸端配置ノ應張材ヲ有スルトキハ BC ナル應張材ニ於ケル張力ハ

$$T = \frac{p}{2l}.\frac{2l^2+(5l^2-b^2).\nu}{1+2\nu} \quad \cdots\cdots(1229)$$

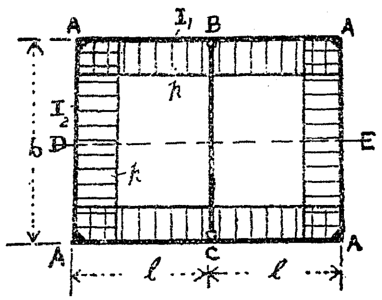
$$M_A = -\frac{p}{12}.\frac{l^2+2b^2.\nu}{1+2\nu} \quad \cdots\cdots(1230)$$

$$M_B = M_C = -\frac{p}{12}.\frac{l^2+(3l^2-b^2).\nu}{1+2\nu} \quad \cdots\cdots(1231)$$

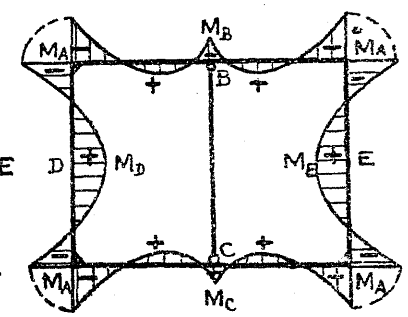
$$M_D = M_E = \frac{p.b^2}{8} + M_A \quad \cdots\cdots(1232)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百七十六圖ノ如クナル可シ.

第八百七十五圖

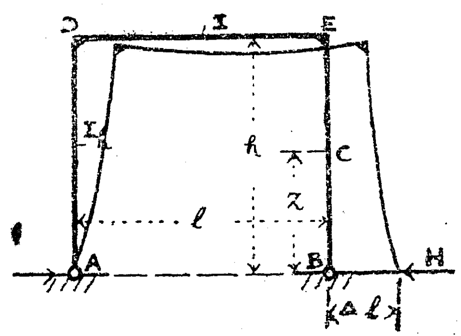


第八百七十六圖



第二十五節　溫度ノ變化ガ框構ニ及ボス影響.

第八百七十七圖



今第八百七十七圖ニ於テ外力ノ影響ヲ受ケ框構ノ一支點 B ガ Δl 丈ケ移動シタリトセバ此移動ヲ生ゼシメタル B 點ニ於ケル外力ヲ H ニテ示ストキハ軸壓力ノ影響ヲ無視セル一般動作ノ方程式ハ

$$H.\Delta l = \int \frac{M}{E.I}.\frac{\partial M}{\partial H}.ds$$

トナリ兩端緊定セル場合ニハ其値零トナル可シ

次ニ AD 若クハ BE ナル部材ノ一點 C ヲ考エ B 點ヨリノ縦距ヲ z トセバ C 點ノ彎曲力率ハ

$M=H.z$ トナリ同樣ニ DE ナル部材ノ或一點ニアリテハ $M=H.h$ トナル可シ故ニ今 $H=1$ ナル水平力ヲ有スル荷重狀態ニアリテハ M ノ値ハ夫々 $M=1.z$, $M=1.h$ トナル可シ從ツテ

$$\Delta l = 2\int_0^h \frac{H.z^2}{E.I_h}.dz + \int_0^l \frac{H.h^2}{E.I}.dx.$$

或ハ

$$H = \frac{E.I}{h^2.\left(1+\frac{2}{3}.\frac{I}{I_h}.\frac{h}{l}\right)}.\frac{\Delta l}{l} = \frac{3E.I}{h^2.(3+2\nu)}.\frac{\Delta l}{l} \quad\cdots\cdots\cdots(1233)$$

H ノ値ヲ知レバ AD 若クハ BE ナル部材ニ於ケル力率ハ

$$M=H.z\cdots\cdots\cdots(1234)$$

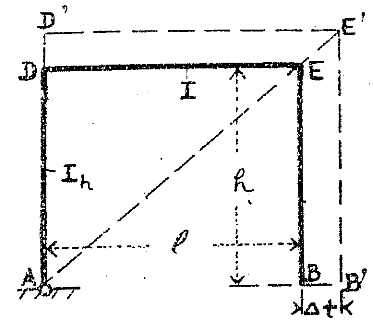
DE ナル部材ニ於ケル力率ハ

$$M=H.h\cdots\cdots\cdots(1235)$$

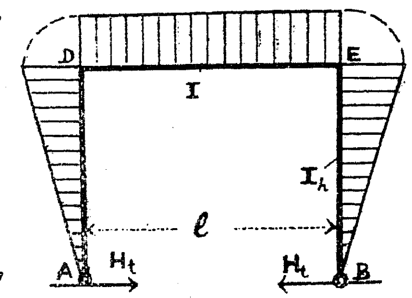
今之ヲ溫度ノ影響ニ適用センニ溫度ガ $t°$ マデ昂進シ全構ハ其等布的影響ヲ受クルモノトシ ε ヲ其膨脹係數トセバ第八百七十八圖ニ於テ

$\Delta t=\varepsilon.t.l.$ トナリ $ADEB$ ナル框構ノ部材ハ相似形 $AD'E'B'$ ナル形ヲ取ル可シ然ルニ框構ノ支點ハ實際ニ於テ移動シ得ザル構造ナルヲ以テ茲ニ第八百七十九圖ノ如ク H_t ナル反應力ヲ生ゼザル可ラズ今(1233)式ノ $\Delta l = \Delta t$ ヲ換置スルトキハ

第八百七十八圖



第八百七十九圖



$$H_t = \frac{3E.I}{h^2.(3+2\nu)}.\frac{\varepsilon.t.l}{l} = \frac{3E.I}{h^2.(3+2\nu)}.\varepsilon.t\cdots\cdots\cdots(1236)$$

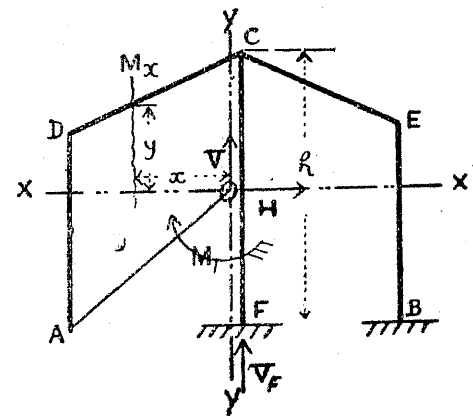
而シテ此場合ニハ $V_t=0$, ナリ從ツテ

$$M_D = M_E = -H_t.h = -\frac{3\varepsilon.t.E.I}{h.(3+2\nu)}\cdots\cdots\cdots(1237)$$

故ニ其力率圖表ハ第八百七十九圖ノ如クナル可シ.

斯クテ既ニ計算シタル外方荷重ヨリ來ル力率ノ外更ニ此溫度ノ變化ニ依リテ生ズル力率ヲ代數的ニ加エタルモノガ框構ノ受クル力率ノ總量ナラザル可ラズ.

第八百八十圖



第二十六節　中間支柱ヲ有スル尖頂形框構.

近來工場倉庫等ニ多ク使用セラルヽ框構ニシテ其解法種々アルモ「メルシュ」教授(Prof. Mörsch)ノ所説最モ明晰ナルヲ以テ茲ニ之ヲ摘載ス可シ.

今第八百八十圖ノ如ク B 點ハ緊定シ A 點ハ全ク自由ナリ

ト假定セバ M_x ノ値ハ A 點ヨリ C 點マデハ

$$\left.\begin{array}{l} M_x = M_0 + M_1 - H.y + Vx \\ C\text{ 點ヨリ }B\text{ 點マデハ} \\ M_x = M_0 + M_1 - H.y + V_F.x + V.x \end{array}\right\}\cdots\cdots(1238)$$

M_0 ハ肱桁トシテノ x 點ノ彎曲力率ヲ示ス然ルトキハ

$$\frac{\partial M_x}{\partial M_1} = 1, \quad \frac{\partial M_x}{\partial H} = -y, \quad \frac{\partial M_x}{\partial V} = x$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial V_F} = \begin{cases} 0 & (A\text{ ヨリ }C\text{ 點迄}) \\ x & (C\text{ ヨリ }B\text{ 點迄}) \end{cases}$$

今彎曲力率ノ影響ノミヲ考フルトキハ此場合ハ四重靜力的不定狀態ニアルヲ以テ動作ノ一般方程式ハ

$$\left.\begin{array}{ll} \int \frac{M}{E.I}\cdot\frac{\partial M}{\partial M_1}.ds = 0, & \int \frac{M}{E.I}\cdot\frac{\partial M}{\partial V}.ds = 0 \\ \int \frac{M}{E.I}\cdot\frac{\partial M}{\partial H}.ds = 0 & \int \frac{M}{E.I}\cdot\frac{\partial M}{\partial V_F}.ds = -\frac{V_F.h}{A_h.E} \end{array}\right\}\cdots\cdots(1239)$$

(1239)式ニ(1238)式及其部分徴分ノ値ヲ挿入スルトキハ

$$\left.\begin{array}{l} \int_A^B \frac{M_0}{E.I}.ds + \int_A^B \frac{M_1}{E.I}.ds - H\int_A^B \frac{y}{E.I}.ds + V\int_A^B \frac{x}{E.I}.ds \\ \quad + V_F\int_C^B \frac{x}{E.I}.ds = 0 \\ -\int_A^B \frac{M_0.y}{E.I}.ds - \int_A^B \frac{M_1.y}{E.I}.ds + H\int_A^B \frac{y^2}{E.I}.ds \\ \quad - V\int_A^B \frac{x.y}{E.I}.ds - V_F\int_C^B \frac{x.y}{E.I}.ds = 0 \\ \int_A^B \frac{M_0.x}{E.I}.ds + \int_A^B \frac{M_1.x}{E.I}.ds - H\int_A^B \frac{x.y}{E.I}.ds \\ \quad + V\int_A^B \frac{x^2}{E.I}.ds + V_F\int_C^B \frac{x^2}{E.I}.ds = 0 \\ \int_C^B \frac{M_0.x}{E.I}.ds + \int_C^B \frac{M_1.x}{E.I}.ds - H\int_C^B \frac{x.y}{E.I}.ds \\ \quad + V\int_C^B \frac{x^2}{E.I}.ds + V_F\int_C^B \frac{x^2}{E.I}.ds = -\frac{V_F.h}{A_h.E} \end{array}\right\}\cdots\cdots(1240)$$

今彈性的荷重 $\frac{ds}{E.I}$ ナル力度ヲ有スルモノ、重心點ニ縱橫距ノ原點ヲ撰定スルトキハ(本篇第二章第六節參照)

$$\int_A^B \frac{x}{E.I}.ds = 0, \quad \int_A^B \frac{y}{E.I}.ds = 0, \quad \int_A^B \frac{x.y}{E.I}.ds = 0$$

故ニ(1240)式ハ

$$\left.\begin{array}{l} \int_A^B \frac{M_0}{E.I}.ds + M_1\int_A^B \frac{1}{E.I}.ds + V_F\int_C^B \frac{x}{E.I}.ds = 0 \\ \int_A^B \frac{M_0.y}{E.I}.ds + H\int_A^B \frac{y^2}{E.I}.ds - V_F\int_C^B \frac{x.y}{E.I}.ds = 0 \\ \int_A^B \frac{M_0.x}{E.I}.ds + V\int_A^B \frac{x^2}{E.I}.ds + V_F\int_C^B \frac{x^2}{E.I}.ds = 0 \\ \int_C^B \frac{M_0.x}{E.I}.ds + M_1\int_C^B \frac{x}{E.I}.ds - H\int_C^B \frac{x.y}{E.I}.ds \\ \quad + V\int_C^B \frac{x^2}{E.I}.ds + V_F\int_C^B \frac{x^2}{E.I}.ds = -\frac{V_F.h}{A_h.E} \end{array}\right\}\cdots\cdots(1241)$$

(1241)式ヲ解ケバ

$$M_1 = -\frac{\int_A^B \frac{M_0}{I}.ds + V_F\int_C^B \frac{x}{I}.ds}{\int_A^B \frac{ds}{I}}$$

$$H = \frac{\int_A^B \frac{M_0.y}{I}.ds + V_F\int_C^B \frac{x.y}{I}.ds}{\int_A^B \frac{y^2}{I}.ds}$$

$$V = -\frac{\int_A^B \frac{M_0.x}{I}.ds + V_F\int_C^B \frac{x^2}{I}.ds}{\int_A^B \frac{x^2}{I}.ds}$$

$$V_p=\frac{\dfrac{\int_C^B\frac{x}{I}.ds\int_A^B\frac{M_0}{I}.ds}{\int_A^B\frac{ds}{I}}-\int_C^B M_0.\frac{x}{I}.ds+\dfrac{\int_C^B\frac{x.y}{I}.ds\int_A^B\frac{M_0.y}{I}.ds}{\int_A^B\frac{y^2}{I}.ds}+\int_A^B M_0.\dfrac{\frac{x}{I}.ds}{2}}{-\dfrac{\left(\int_C^B\frac{x}{I}.ds\right)^2}{\int_A^B\frac{ds}{I}}-\dfrac{\left(\int_C^B\frac{x.y}{I}.ds\right)^2}{\int_A^B\frac{y^2}{I}.ds}+\int_C^B\dfrac{\frac{x^2}{I}.ds}{2}+\frac{h}{A_h}}$$

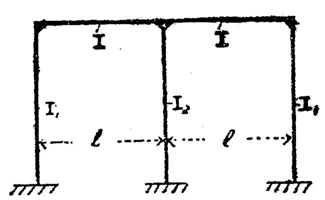
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1242)$$

之ヲ(1238)式ニ適用セバ各點ノ力率ヲ求ムルコトヲ得可シ.

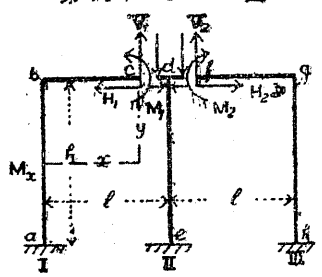
第二十七節　複式框構.

第八百八十一圖ノ如キ複式框構(Double cross frame)ハ高架線跨線橋若クハ停車場構造等ニ屢々用ヒラルヽ形ニシテ六重ニ靜力的不定狀態ニアルモノナリ今之ヲ解拆スル爲メ中央支柱ノ左右ニ二ツノ斷面ヲ通過セシメ全構ハ三ツノ組織ヨリ成ルト考ヘ玆ニ靜力的不定力ヲ配置スルコト第八百八十二圖ノ如クス可シ.

第八百八十一圖



第八百八十二圖



然ルトキハ各組織ノ或一點ニ於ケル力率及軸壓力ハ次ノ如クナル可シ.

$$\left.\begin{array}{ll}
\text{I 構} & \left\{\begin{array}{l} M_x=M_0+M_1+V_1.x+H_1.y \\ N_x=N_0+H_1\ \ (\text{桁}),\quad N_x=N_0-V_1\ \ (\text{柱}) \end{array}\right. \\
\text{II 構} & \left\{\begin{array}{l} M_x=M_0+(M_1-M_2)+(H_1-H_2).y \\ N_x=N_0+V_1+V_2\ \ (\text{柱}) \end{array}\right. \\
\text{III 構} & \left\{\begin{array}{l} M_x=M_0+M_2+V_2.x+H_2.y \\ N_x=N_0+H_2\ \ (\text{桁}),\quad N_x=N_0-V_2\ \ (\text{柱}) \end{array}\right.
\end{array}\right\}\cdots\cdots(1243)$$

M_0 及 N_0 ハ肱桁トシテノ或點ノ彎曲力率及軸壓力ヲ示ス.

故ニ其働作方程式ハ

$$\left.\begin{array}{l}
\int\frac{M_x}{E.I_x}.\frac{\partial M_x}{\partial M_1}.ds+\int\frac{N_x}{E.A_x}.\frac{\partial N_x}{\partial M_1}.ds=0 \\
\int\frac{M_x}{E.I_x}.\frac{\partial M_x}{\partial V_1}.ds+\int\frac{N_x}{E.A_x}.\frac{\partial N_x}{\partial V_1}.ds=0 \\
\int\frac{M_x}{E.I_x}.\frac{\partial M_x}{\partial H_1}.ds+\int\frac{N_x}{E.A_x}.\frac{\partial N_x}{\partial H_1}.ds=0 \\
\int\frac{M_x}{E.I_x}.\frac{\partial M_x}{\partial M_2}.ds+\int\frac{N_x}{E.A_x}.\frac{\partial N_x}{\partial M_2}.ds=0 \\
\int\frac{M_x}{E.I_x}.\frac{\partial M_x}{\partial V_2}.ds+\int\frac{N_x}{E.A_x}.\frac{\partial N_x}{\partial V_2}.ds=0 \\
\int\frac{M_x}{E.I_x}.\frac{\partial M_x}{\partial H_2}.ds+\int\frac{N_x}{E.A_x}.\frac{\partial N_x}{\partial H_2}.ds=0
\end{array}\right\}\cdots\cdots(1244)$$

今軸壓力ノ影響ヲ無視シ M_x ノ部分微分ヲ求ムルトキハ

$$\left.\begin{array}{ll}
\text{I 構} & \left\{\begin{array}{lll} \frac{\partial M_x}{\partial M_1}=1, & \frac{\partial M_x}{\partial V_1}=x, & \frac{\partial M_x}{\partial H_1}=y \\ \frac{\partial M_x}{\partial M_2}=0, & \frac{\partial M_x}{\partial V_2}=0, & \frac{\partial M_x}{\partial H_2}=0 \end{array}\right. \\
\text{II 構} & \left\{\begin{array}{lll} \frac{\partial M_x}{\partial M_1}=1, & \frac{\partial M_x}{\partial V_1}=0, & \frac{\partial M_x}{\partial H_1}=y \\ \frac{\partial M_x}{\partial M_2}=-1, & \frac{\partial M_x}{\partial V_2}=0, & \frac{\partial M_x}{\partial H_2}=-y \end{array}\right. \\
\text{III 構} & \left\{\begin{array}{lll} \frac{\partial M_x}{\partial M_1}=0, & \frac{\partial M_x}{\partial V_1}=0, & \frac{\partial M_x}{\partial H_1}=0 \\ \frac{\partial M_x}{\partial M_2}=1, & \frac{\partial M_x}{\partial V_2}=x, & \frac{\partial M_x}{\partial H_2}=y \end{array}\right.
\end{array}\right\}\cdots\cdots(1245)$$

(1244)式中ニ(1245)式ノ値ヲ適用セバ

$$
\left.\begin{aligned}
&\int_a^c \frac{M_0}{E.I_x}.ds+\int_a^b \frac{M_1}{E.I_1}.ds+\int_b^c \frac{M_1}{E.I}.ds+\int_b^c \frac{V_1}{E.I}.x.ds\\
&\quad+\int_a^b \frac{V_1}{E.I_1}.x.ds+\int_a^b \frac{H_1}{E.I_1}.x.ds+\int_e^d \frac{M_1}{E.I_2}.ds-\int_e^d \frac{M_2}{E.I_2}.ds\\
&\quad+\int_e^d \frac{H_1}{H.I_2}.y.ds-\int_e^d \frac{H_2}{E.I_2}.y.ds=0\\
&\int_a^c \frac{M_0}{E.I_x}.x.ds+\int_a^b \frac{M_1}{E.I_1}.x.ds+\int_b^c \frac{M_1}{E.I}.x.ds+\int_a^b \frac{V_1}{E.I_1}.x^2.ds\\
&\quad+\int_b^c \frac{V_1}{E.I}.x^2.ds+\int_a^b \frac{H_1}{E.I_1}.x.y.ds=0\\
&\int_a^c \frac{M_0}{E.I_x}.y.ds+\int_a^b \frac{M_1}{E.I_1}.y.ds+\int_a^b \frac{V_1}{E.I_1}.x.y.ds+\int_a^b \frac{H_1}{E.I_1}.y^2.ds\\
&\quad+\int_e^d \frac{M_1}{E.I_2}.y.ds-\int_e^d \frac{M_2}{E.I_2}.y.ds+\int_e^d \frac{H_1}{E.I_2}.y^2.ds\\
&\quad-\int_e^d \frac{H_2}{E.I_2}.y^2.ds=0\\
&\int_h^f \frac{M_0}{E.I_x}.ds-\int_e^d \frac{M_1}{E.I_2}.ds+\int_e^d \frac{M_2}{E.I_2}.ds-\int_e^d \frac{H_1}{E.I_2}.y.ds\\
&\quad+\int_e^d \frac{H_2}{E.I_2}.y.ds+\int_h^g \frac{M_2}{E.I_1}.ds+\int_g^f \frac{M_2}{E.I}.ds+\int_h^g \frac{V_2}{E.I_1}.x.ds\\
&\quad+\int_g^f \frac{V_2}{E.I}.x.ds+\int_h^g \frac{H_2}{E.I_1}.y.ds=0\\
&\int_h^f \frac{M_0}{E.I_x}.x.ds+\int_h^g \frac{M_2}{E.I_1}.x.ds+\int_g^f \frac{M_2}{E.I}.x.ds+\int_h^g \frac{V_2}{E.I_1}.x^2.ds\\
&\quad+\int_g^f \frac{V_2}{E.I}.x^2.ds+\int_h^g \frac{H_2}{E.I}.x.y.ds=0\\
&\int_h^f \frac{M_0}{E.I_x}.y.ds-\int_e^d \frac{M_1}{E.I_2}x.y.ds+\int_e^d \frac{M_2}{E.I_1}.y.ds-\int_e^d \frac{H_1}{E.I_2}.y^2.ds\\
&\quad+\int_e^d \frac{H_2}{E.I_2}.y^2.ds+\int_h^g \frac{M_2}{E.I_1}.y.ds+\int_h^g \frac{V_2}{E.I_1}.x.y.ds\\
&\quad+\int_h^g \frac{H_2}{E.I_1}.y^2ds=0
\end{aligned}\right\}\cdots(1246)
$$

今 $\dfrac{I}{I_1}=\beta_1$, $\dfrac{I}{I_2}=\beta_2$ トシ(1246)式ノ全部ニ I ヲ乘シ共通セル E

ヲ除去スルトキハ

$$
\left.\begin{aligned}
&I\int_a^c M_0.\frac{ds}{I_x}+(\beta_1.h+l+\beta_2.h).M_1-\beta_2.h.M_2+l.\left(\beta_1.h+\frac{l}{2}\right).V_1\\
&\quad+\frac{h^2}{2}.(\beta_1+\beta_2).H_1-\beta_2.\frac{h^2}{2}.H_2=0\\
&I\int_a^c M_0.x.\frac{ds}{I_x}+l.\left(\beta_1.h+\frac{l}{2}\right).M_1+l^2.\left(\beta_1.h+\frac{l}{3}\right).V_1\\
&\quad+\beta_1.l.\frac{h^2}{2}.H_1=0\\
&I\int_a^c M_0.y.\frac{ds}{I_x}+\frac{h^2}{2}.(\beta_1+\beta_2).M_1-\beta_2.\frac{h^2}{2}.M_2+\beta_1.l.\frac{h^2}{2}.V_1\\
&\quad+\frac{h^3}{3}.(\beta_1+\beta_2).H_1-\beta_2.\frac{h^3}{3}.H_2=0\\
&I\int_h^f M_0.\frac{ds}{I_x}-\beta_2.h.M_1+(\beta_1.h+l+\beta_2.h).M_2+l.\left(\beta_1.h+\frac{l}{2}\right).V_2\\
&\quad-\beta_2.\frac{h^2}{2}.H_1+\frac{h^2}{2}.(\beta_1+\beta_2).H_2=0\\
&I\int_h^f M_0.x.\frac{ds}{I_x}+l\left(\beta_1.h+\frac{l}{2}\right).M_2+l^2.\left(\beta_1.h+\frac{l}{3}\right).V_2\\
&\quad+\beta_1.l.\frac{h^2}{2}.H_2=0\\
&I\int_h^f M_0.y.\frac{ds}{I_x}-\beta_2.\frac{h^2}{2}.M_1+\frac{h^2}{2}.(\beta_1+\beta_2).M_2+\beta_1.l.\frac{h^2}{2}.V_2\\
&\quad-\beta_2.\frac{h^3}{3}.H_1+\frac{h^3}{3}.(\beta_1+\beta_2).H_2=0
\end{aligned}\right\}\cdots(1247)
$$

ヲ得可ク從ツテ六ツノ未知數ヲ解決スルコトヲ得可シ。

今若シ第八百八十三圖ノ如ク $P=1$ ナル垂直荷重アルモノトセバ

$$I\int_a^c M_0.\frac{ds}{I_x}=-\frac{a^2}{2}.\frac{I}{I}-a.h.\frac{I}{I_1}=-\frac{a^2}{2}-\beta_1.a.h$$

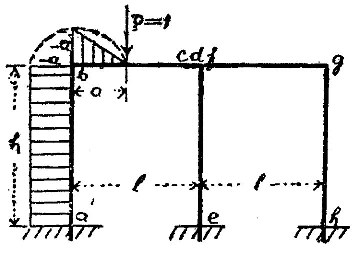
$$I\int_a^c M_0.x.\frac{ds}{I_x}=-\frac{a^2}{2}\left(l-\frac{a}{3}\right).\frac{I}{I}-a.h.l.\frac{I}{I_1}=-\frac{a^2}{2}.\left(l-\frac{a}{3}\right)-\beta_1.a.h.l.$$

$$I\int_a^c M_0.y.\frac{ds}{I_x} = -\frac{a.h^2}{2}.\frac{I}{I_1} = -\beta_1.\frac{a.h^2}{2}$$

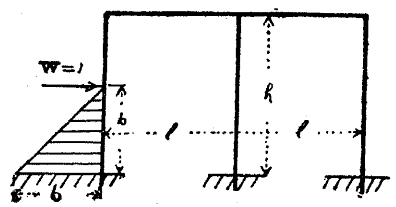
$$I\int_h^f M_0.\frac{ds}{I_x} = 0,\quad I\int_h^f M_0.x.\frac{ds}{I_x} = 0,\quad I\int_h^f M_0.y.\frac{ds}{I_x} = 0$$

更ニ第八百八十四圖ノ如ク $W=1$ ナル水平荷重ヲ有スルトキハ

第八百八十三圖



第八百八十四圖



$$I\int_a^c M_0.\frac{ds}{I_x} = -\frac{b^2}{2}.\frac{I}{I_1} = -\beta_1.\frac{b^2}{2}$$

$$I\int_a^c M_0.x.\frac{ds}{I_x} = -l.\frac{b^2}{2}.\frac{I}{I_1} = -\beta_1.l.\frac{b^2}{2}$$

$$I\int_a^c M_0.y.\frac{ds}{I_x} = -\frac{b^2}{2}.\left(h-\frac{b}{3}\right).\frac{I}{I_1} = -\beta_1.\frac{b^2}{2}.\left(h-\frac{b}{3}\right)$$

$$I\int_h^f M_0.\frac{ds}{I_x} = 0,\quad I\int_h^f M_0.x.\frac{ds}{I_x} = 0,\quad I\int_h^f M_0.y.\frac{ds}{I_x} = 0$$

$t°$ ナル溫度ノ增減ニ對シテハ框構ハ對稱的ナルヲ以テ

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= M_2, \\ V_1 &= V_2, \\ H_1 &= H_2. \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1248)$$

第二十八節　連續桁ヲ有スル框構.

連續桁ヲ支持スル柱ノ彈性的變形ヲ受クル場合ニ於ケル框構ハ建築及橋梁等ニ其應用極メテ多ク從ツテ其理論ノ研究セラレ

タルモノ亦尠カラズ去レド本篇ニ於テ一々其特殊ノ場合ニ立入リテ之ヲ論ズルハ餘リニ浩澣ニ失スルノ恐レアルヲ以テ一二ノ場合ニ就キテ其解拆方法ノ一端ヲ示スニ止ム可シ讀者若シ其詳細ヲ知ラント欲セバ宜シク次記書籍ヲ參照ス可シ

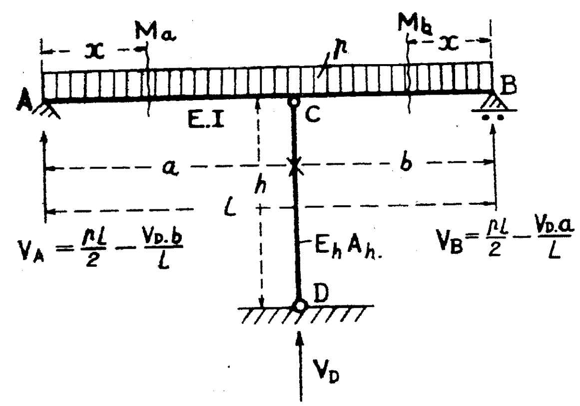
Schaechterle-Elastischen Bogen u. Rahmen in Eisenbeton.

Marcus-Studien über mehrfach gestützte Rahmen u. Bogenträger.

Mario Genel-Kontinuierlicher Träger mit elastisch verbundenen Stützen. Beton u. Eisen Heft XIII 1908.

a) *a* 及 *b* ナル徑間ヲ有スル二ツノ連續桁ガ上下鉸端ヲ有スル *CD* ナル彈性的支柱ニ依リテ支持セラルヽ場合. 此場合ニハ第八百八十五圖ニ示セルガ如ク單一不定狀態ニアルヲ以テ V_D ナル反應力ヲ見出スコトヲ要ス初メ *A* 及 *B* 點ニ於ケル反應力ヲ求ムル爲メ *B* 點ニ對スル力率ヲ取レバ

第八百八十五圖



$$V_A.l = \frac{p.l^2}{2} - V_D.b$$

故ニ

$$V_A = \frac{p.l}{2} - \frac{V_D.b}{l} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1249)$$

同樣ニ

$$V_B = \frac{p.l}{2} - \frac{V_D.a}{l} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1250)$$

次ニ a ナル徑間ニアリテハ

$$M_a = \frac{p.l}{2}.x - \frac{p.x^2}{2} - \frac{V_D.b}{l}.x,\quad \frac{\partial M}{\partial V_D} = -\frac{b.x}{l}$$

b ナル徑間ニアリテハ

$$M_b = \frac{p.l}{2}.x - \frac{p.x^2}{2} - \frac{V_D.a}{l}.x,\quad \frac{\partial M}{\partial V_D} = -\frac{a.x}{l}$$

h ナル高サノ支柱ニアリテハ

$$N_{CD} = -V_D,\quad \frac{\partial N}{\partial V_D} = -1.$$

故ニ

$$\int \frac{M}{E.I}.\frac{\partial M}{\partial V_D}.dx + \int \frac{N}{E.A}.\frac{\partial N}{\partial V_D}.dx = 0$$

ニ應用セバ

$$\frac{1}{E.I}\int_0^a\left(-\frac{p.b}{2}.x^2 + \frac{p.b}{2l}.x^3 + \frac{V_D.b^2}{l^2}.x^2\right).dx$$

$$+\frac{1}{E.I}\int_0^b\left(-\frac{p.a}{2}.x^2 + \frac{p.a}{2l}.x^3 + \frac{V_D.a^2}{l^2}.x^2\right).dx$$

$$+\frac{1}{E_h.A_h}\int_0^h V_D.dx = 0$$

若シ各項ニ EI ヲ乘ズルトキハ其積分方程式ハ

$$-\frac{p.b.a^3}{6} + \frac{p.b.a^4}{8l} + \frac{V_D.b^2.a^3}{3l^2} - \frac{p.a.b^3}{6} + \frac{p.a.b^4}{8l} + \frac{V_D.a^2.b^3}{3l^2}$$

$$+V_D.h.\frac{E.I}{E_h.A_h} = 0$$

或ハ $a+b=l$ ナルヲ以テ

$$\frac{V_D.a^2.b^2}{3l} + V_D.h.\frac{E.I}{E_h.A_h} = \frac{p.b.a^3}{24l}.(4l-3a) + \frac{p.a.b^3}{24l}.(4l-3b)$$

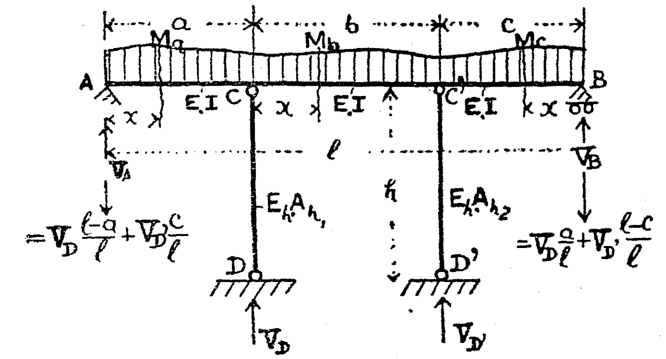
$$= \frac{p.a.b}{24l}.(a^3 + 4a^2.b + 4a.b^2 + b^3)$$

$$= \frac{p.a.b}{24}.(a^2 + 3a.b + b^2)$$

故ニ

$$V_D = \frac{\dfrac{p.a.b}{24}.(a^2+3a.b+b^2)}{\dfrac{a^2.b^2}{3l} + h.\dfrac{E.I}{E_h.A_h}} \quad\cdots\cdots(1251)$$

第八百八十六圖



b) a, b 及 c ナル三ツノ連續桁ガ上下鉸端ヲ有スル CD 及 $C'D'$ ナル彈性的支柱ニ依リテ支持セラルヽ場合．此場合ニハ第八百八十六圖ノ如ク二重不定狀態ニアルヲ以テ V_D 及 V_D' ノ値ヲ確定スルヲ要ス故ニ其働作方程式ハ

$$\left.\begin{aligned}\int \frac{M}{E.I}.\frac{\partial M}{\partial V_D}.dx + \int \frac{N}{E.A}.\frac{\partial N}{\partial V_D}.dx = 0\\ \int \frac{M}{E.I}.\frac{\partial M}{\partial V_{D'}}.dx + \int \frac{N}{E.A}.\frac{\partial N}{\partial V_{D'}}.dx = 0\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(1252)$$

今 a ナル徑間ニアリテハ

$$M_a = M_{0,a} - V_D.\frac{l-a}{l}.x - V_{D'}.\frac{c}{l}.x,\quad \frac{\partial M}{\partial V_D} = -\frac{l-a}{l}.x,\quad \frac{\partial M}{\partial V_{D'}} = -\frac{c}{l}.x$$

c ナル徑間ニアリテハ

$$M_c = M_{0,c} - V_D\cdot\frac{a}{l}\cdot x - V_{D'}\cdot\frac{l-c}{l}\cdot x,\quad \frac{\partial M}{\partial V_D} = -\frac{a}{l}\cdot x,\quad \frac{\partial M}{\partial V_{D'}} = -\frac{l-c}{l}\cdot x$$

b ナル徑間ニアリテハ

$$M_b = M_{0,b} - V_D\cdot\frac{l-a}{l}\cdot(a+x) - V_{D'}\cdot\frac{c}{l}\cdot(a+x) + V_D\cdot x$$

$$= M_{0,b} - V_D\cdot\frac{a}{l}\cdot(l-a-x) - V_{D'}\cdot\frac{c}{l}\cdot(a+x),$$

$$\frac{\partial M}{\partial V_D} = -\frac{a}{l}\cdot(l-a-x),\quad \frac{\partial M}{\partial V_{D'}} = -\frac{c}{l}\cdot(a+x)$$

$M_{0,a}$, $M_{0,b}$ 及 $M_{0,c}$ ハ何レモ x 點ニ於ケル AB ヲ單純桁トシテノ彎曲力率ヲ示ス.

更ニ CD ナル柱ニアリテハ

$$N_{CD} = -V_D,\quad \frac{\partial N}{\partial V_D} = -1,\quad \frac{\partial N}{\partial V_{D'}} = 0$$

$C'D'$ ナル柱ニアリテハ

$$N_{C'D'} = -V_{D'},\quad \frac{\partial N}{\partial V_D} = 0,\quad \frac{\partial N}{\partial V_{D'}} = -1.$$

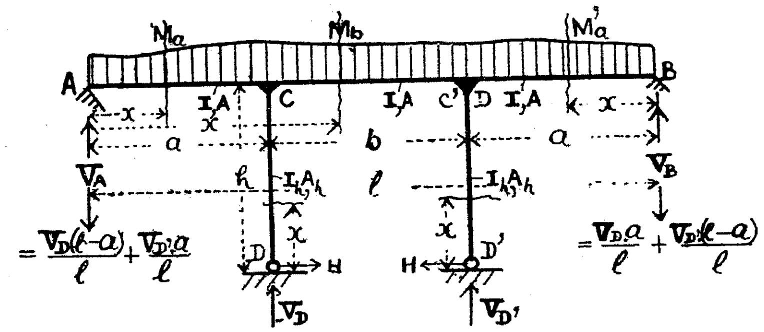
故ニ(1252)式ニ夫々其値ヲ挿入セバ

$$\left.\begin{aligned}
&-\frac{l-a}{E.I.l}\int_0^a M_{0,a}.x.dx + \frac{V_D}{E.I}\cdot\left(\frac{l-a}{l}\right)^2\int_0^a x^2.dx + \frac{V_{D'}}{E.I}\cdot\frac{c.(l-a)}{l^2}\int_0^a x^2.dx\\
&\quad-\frac{a}{E.I.l}\int_0^c M_{0,c}.x.dx + \frac{V_D}{E.I}\cdot\frac{a^2}{l^2}\int_0^c x^2.dx + \frac{V_{D'}}{E.I}\cdot\frac{a.(l-c)}{l^2}\int_0^c x^2.dx\\
&\quad-\frac{a}{E.I.l}\int_0^b M_{0,b}\cdot(l-a-x).dx + \frac{V_D}{E.I}\cdot\frac{a^2}{l^2}\int_0^b (l-a-x)^2.dx\\
&\quad+\frac{V_{D'}}{E.I}\cdot\frac{a.c}{l^2}\int_0^b (a+x).(l-a-x).dx + \frac{V_D.h}{E_h.A_{h_1}} = 0\\
&-\frac{c}{E.I.l}\int_0^a M_{0,a}.x.dx + \frac{V_D}{E.I}\cdot\frac{c.(l-a)}{l^2}\int_0^a x^2.dx + \frac{V_{D'}}{E.I}\cdot\frac{c^2}{l^2}\int_0^a x^2.dx\\
&\quad-\frac{l-c}{E.I.l}\int_0^c M_{0,c}.x.dx + \frac{V_D}{E.I}\cdot\frac{a.(l-c)}{l^2}\int_0^c x^2.dx\\
&\quad+\frac{V_{D'}}{E.I}\cdot\left(\frac{l-c}{l}\right)^2\int_0^c x^2.dx - \frac{c}{E.I.l}\int_0^b M_{0,b}\cdot(a+x).dx\\
&\quad+\frac{V_D}{E.I}\cdot\frac{a.c}{l^2}\int_0^b (a+x).(l-a-x).dx\\
&\quad+\frac{V_{D'}}{E.I}\cdot\frac{c^2}{l^2}\int_0^b (a+x)^2.dx + \frac{V_{D'}\,h}{E_h.A_{h2}} = 0
\end{aligned}\right\}\cdots(1253)$$

此二式ヲ解キテ V_D 及 $V_{D'}$ ノ値ヲ求ムルコトヲ得可シ.

c) 兩側 a, 中間 b ナル徑間ヲ有スル連續桁ガ上端緊定,下端鉸ヲ有スル CD 及 $C'D'$ ナル彈性的支柱ニ依リテ支持セラルヽ場合.此場合ニハ第八百八十七圖ニ示セルガ如ク三重不定狀態ニアルヲ以テ其働作方程式ハ

第八百八十七圖



$$\left.\begin{aligned}
&\int\frac{M}{E.I}\cdot\frac{\partial M}{\partial V_D}.dx + \int\frac{N}{E.A}\cdot\frac{\partial N}{\partial V_D}.dx = 0\\
&\int\frac{M}{E.I}\cdot\frac{\partial M}{\partial V_{D'}}.dx + \int\frac{N}{E.A}\cdot\frac{\partial N}{\partial V_{D'}}.dx = 0\\
&\int\frac{M}{E.I}\cdot\frac{\partial M}{\partial H}.dx + \int\frac{N}{E.A}\cdot\frac{\partial N}{\partial H}.dx = 0
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(1254)$$

今左側徑間ニアリテハ

$$M_a = M_{0,a} - V_D\cdot\frac{l-a}{l}\cdot x - V_{D'}\cdot\frac{a}{l}\cdot x,\quad \frac{\partial M}{\partial V_D} = -\frac{l-a}{l}\cdot x,$$

$$\frac{\partial M}{\partial V_{D'}} = -\frac{a.x}{l}, \quad \frac{\partial M}{\partial H} = 0.$$

中央徑間ニアリテハ

$$M_b = M_{0.b} - V_{D'}\left(\frac{l-a}{l}.x - x + a\right) - \frac{V_{D'}.a}{l}.x - H.h$$

$$= M_{0.b} + V_{D}.a.\left(\frac{x}{l} - 1\right) - \frac{V_{D'}.a.x}{l} - H.h,$$

$$\frac{\partial M}{\partial V_D} = a.\left(\frac{x}{l} - 1\right), \quad \frac{\partial M}{\partial V_{D'}} = -\frac{a.x}{l}, \quad \frac{\partial M}{\partial H} = -h,$$

$$N_b = -H, \quad \frac{\partial N}{\partial V_D} = 0, \quad \frac{\partial N}{\partial V_{D'}} = 0, \quad \frac{\partial N}{\partial H} = -1.$$

右側徑間ニアリテハ

$$M_a' = M_{0.a}' - V_{D}.\frac{a.x}{l} - V_{D'}.\frac{l-a}{l}.x, \quad \frac{\partial M}{\partial V_D} = -\frac{a.x}{l},$$

$$\frac{\partial M}{\partial V_{D'}} = -\frac{l-a}{l}.x, \quad \frac{\partial M}{\partial H} = 0$$

$M_{0.a}$, $M_{0.b}$ 及 $M_{0.a}'$ ハ共ニ其點ニ於テ連續桁トシテノ彎曲力率ヲ示ス.

CD ナル支柱ニアリテハ

$$M_{CD} = H.x, \quad \frac{\partial M}{\partial V_D} = 0, \quad \frac{\partial M}{\partial V_{D'}} = 0, \quad \frac{\partial M}{\partial H} = x.$$

$$N_{CD} = -V_D, \quad \frac{\partial N}{\partial V_D} = -1, \quad \frac{\partial N}{\partial V_{D'}} = 0, \quad \frac{\partial N}{\partial H} = 0.$$

$C'D'$ ナル支柱ニアリテハ

$$M_{C'D'} = H.x, \quad \frac{\partial M}{\partial V_D} = 0, \quad \frac{\partial M}{\partial V_{D'}} = 0, \quad \frac{\partial M}{\partial H} = x.$$

$$N_{C'D'} = -V_{D'}, \quad \frac{\partial M}{\partial V_D} = 0, \quad \frac{\partial N}{\partial V_{D'}} = -1, \quad \frac{\partial N}{\partial H} = 0.$$

故ニ(1254)式ニ夫々其値ヲ挿入セバ

$$\left.\begin{aligned}
&-\frac{l-a}{l}\int_0^a M_{0.a}.x.dx + a\int_a^{l-a} M_{0.b}.\left(\frac{x}{l}-1\right).dx - \frac{a}{l}\int^a M_{0.a}'.x.dx \\
&\quad + V_D.\frac{(l-a)^2}{l^2}\int_0^a x^2.dx + V_D.a^2\int_a^{l-a}\left(\frac{x}{l}-1\right)^2.dx + V_D.\frac{a^2}{l^2}\int_0^a x^2.dx \\
&\quad + V_{D'}.\frac{a.(l-a)}{l^2}\int_0^a x^2.dx - V_{D'}.\frac{a^2}{l}\int_a^{l-a}\left(\frac{x}{l}-1\right).x.dx \\
&\quad + V_{D'}.\frac{a.(l-a)}{l^2}\int_0^a x^2.dx - H.h.a\int_a^{l-a}\left(\frac{x}{l}-1\right).dx + \frac{V_D.h.I}{A_h} = 0 \\
&-\frac{a}{l}\int_0^a M_{0.a}.x.dx - \frac{a}{l}\int_a^{l-a} M_{0.b}.x.dx - \frac{l-a}{l}\int_0^a M_{0.a}'.x.dx \\
&\quad + V_D.\frac{a.(l-a)}{l^2}\int_0^a x^2.dx - V_D\frac{a^2}{l}\int_a^{l-a}\left(\frac{x}{l}-1\right).x.dx \\
&\quad + V_D.\frac{a.(l-a)}{l^2}\int_0^a x^2.dx + V_{D'}.\frac{a^2}{l^2}\int_0^{l-a} x^2.dx + V_{D'}.\frac{(l-a)^2}{l^2}\int_0^a x^2.dx \\
&\quad + H.\frac{h.a}{l}\int_a^{l-a} x.dx + V_{D'}.\frac{h.I}{A_h} = 0 \\
&h\int_a^{l-a} M_{0.b}.dx - V_D.a.h\int_a^{l-a}\left(\frac{x}{l}-1\right).dx + V_{D'}.\frac{a.h}{l}\int_a^{l-a} x.dx \\
&\quad + H.h^2\int_a^{l-a} dx + 2H.\frac{I}{I_h}\int_0^h x^2.dx + H.b.\frac{I}{A} = 0
\end{aligned}\right\} \quad (1255)$$

此方程式ヲ解キテ未知數 V_D, $V_{D'}$ 及 H ノ値ヲ定ムルコトヲ得可シ.