

第十一章 鐵筋混凝土結構 (Reinforced Concrete Frames)

第七十節 概 論

鐵筋混凝土に關する研究は今日まで概ね桁、柱又はフーチング (Footing) 等の單材に就き施されて居た、然し其の應用に至りては此等の單材に止まらずして多くは結構 (Frame) の形として構造せられて居る。今鐵筋混凝土建築物を見るに支柱より桁に、桁より床に相互凝着して居るから、床に於ける彎曲は桁に傳へられ、桁より更に支柱に傳達される、而して鐵筋混凝土構作物は將來益々複雑なる結構の形狀に築造せらるるに至るは識者をまたずして明かである。

されば此等構造體の設計上各部に於ける應力を理論的に算定し、且つ應力操作の状態を學理的に攻究すること甚だ必要である、設計及び研究上の必要此の如く急なるに係らず、此等を詳細に論究したる著述に乏しく、又鐵筋混凝土結構に關する實驗的攻究に至りては著者の施せるもの、外餘り多くを見聞しない。

理論的攻究に乏しきは鐵筋混凝土結構を最小働の原理 (Principle of Least Work) により解くも多大の時日と數學的勞力を要するに因る可く、實驗的研究者に乏しきも亦茲に存するもの如くである。

鐵筋混凝土結構各部材應力は靜力學上不定なるを以て、之を理論的に解くには先づ最小働の原理に依るに如かず。

鐵橋及び類似の構造物に於ける靜力學上不定應力 (Statically indeterminate stresses) を解くに最小働の原理或はカステクリアノ氏原理 (Castigliano's Theorems) を應用したる主なる著書は次ぎの如くである。

- 廣井博士著 Statically Indeterminate stresses..(1905).
 Grimm 氏著 Secondary stresses.....(1908).
 Prof. C. W. Hudson 著 Deflections and Statically Indeterminate stresses(1911)
 Dr. F. Hartmann 著 Statisch Unbestimmte systeme des Eisen und Eisenbetonbau.....(1913).
 Dr. W. Gehler 著 Der Rahmen(1913).
 Dr. H. Von Bronneck Einführung in die Berechnung der im Eisenbetonbau gebräuchlichen biegungsfesten Rahmen.
 V. Emperger 氏著 Handbuch der Eisenbetonbau.

此等の外鋼鐵構造物に関する著書、學會報及び雜誌等に散見せらるるものあれども、概ね其の二三特別の場合に止まり、鐵筋混凝土構造物の多くに應用し得らるゝものが少ない。

著者は此等研究の無益ならざるを思ひ大正二年より大正三年に亘り多數の結構に関する理論式を算定し、其の内數種の實大試供材を作り精細なる學術的實驗を重ね鐵筋及び混凝土上の應力を檢

測し、之を理論値と比較研究を重ねたる結果、理論的配筋を施したる結構は完全に理論的に働くと云ふことを確認することが出来た、故に茲に著者の解きたる理論式の一部を掲げて設計者の一助としよう。

第七十一節 鐵筋混凝土結構應用の近況

明治三十七八年以前に在りては鐵筋混凝土結構の使用せられたるもの甚だ稀れて有つた。然し其後鐵筋混凝土工の發達に伴ひ歐米各國共に結構を用ゆること漸次多きを加へ、今や歐米書籍及び報告等に之を見ること少なからざるに至つた、獨國 ドルトモン 市附近に建設せられたる陸橋の如き延長二百米突 (Beton und Eisen, 1913 年二月二十六日號參照) に及んで居る。又米國 リッチモンド、チェサピークベア、ヴァイヤダクト (Richmond Chesapeake Bay Viaduct) の如き結構高約十八呎乃至七十呎延長二千八百餘呎で此等は稍々著しき例である、此の外家屋、棧橋等に應用せられたるもの其の例に乏しくない、結構應用の範圍は殆んど無制限と稱するも過言で無い。何となれば鐵筋混凝土建造物の多數は其の要案に單純なる結構形を有するからである。

第七十二節 符 號

本章に於ては次ぎに掲ぐる符號を使用す。

A = 部材の斷面積、結構の部材が相異なるときは A_1, A_2, A_3 等の符號を用ひて之れを區別す。

E = 材料の彈性係數(常數とす)。

H = 水平反力、但し支柱の脚部に働くもの

I_0, I_1, I_2 = 各部材斷面の慣性率。

h = 結構の高さ。

h_0 = 結構の全高、但し結構を數個の部高に分ちたるとき。

h_1, h_2 等 = 全高 h_0 の部高。

l = 結構の徑間、但し一般に支柱が垂直なるときに用ゆ。

l_0 = 結構の支柱が傾斜せるとき其の最も長さ徑間長

l_1, l_2 等 = l_0 の部徑間

M = 彎曲率、各固定點の彎曲率は M_0, M_1, M_2 等を用ゆ。

N = 部材任意の斷面に働く直力(壓力若くは張力)

P = 集荷重

p = 等布荷重、力度の異なる等布荷重を表はすには p_0, p_1, p_2 等を用ゆ。

V_0, V_1, V_2 等 = 所定點に働く垂直反力。

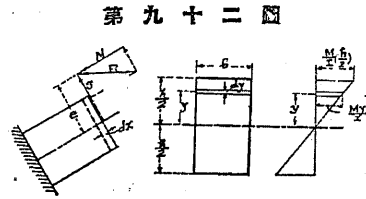
第七十三節 彈性理論 (カステグリアノ氏原理)

宇宙の萬物は經濟の原則に據つて居る。力學上にも亦之に類する自然の法則あることは普く識者の知る處である、例へば彈性體に外力を加へて其の彈性限度を越さぬ範圍内で壓縮又は伸張すると、外力を取り去るや否や其の物體は元との長さに復歸する、其の歸るのが即ち抵抗力の貯へた位置のエネルギーに據るのである。力學上の法則に據ると抵抗力は外力と平衡を保つに必要な最小限度のエネルギーを貯ふるに過ぎない之れ最少働原理 (Principle of least work) の依て起る處である。されば彈性の完全なる構作物に外力が加へらるるとき、其の應力變形が常に應力に比例する間は、其の結構體に働く靜力學上不定力は、凡て此の原理により定むることが出来る。最少働原理の世に知られたるや既に久しい、然し其の性質及び應用を完全ならしめたものは 1879 年カステグリアノ (Castigliano) 氏で有つて、一般にカステグリアノ氏原理として知られて居る。其の原理の一に曰く

彈性組織上に外力を加へ之れに對する抵抗働式を求め、之れを靜力學上不定力 (statically indeterminate forces) に就き偏微分 (Partial differentiation) せる結果は零に等し、但し此の場合に於て不定力自身は働を構成せぬ様撰定せるものである。

今次ぎに抵抗働を求むる方法と原理の性質を説明しよう

今第九十二圖に於て彈性組織の一部に R なる外力が働いたと假定す。 R は部材斷面の重心より e 丈け外れたる點に働き、且



第九十二圖

つ斷面に直角ならずとし、之れを二つの分力 N と S とに分つ。茲に N は直壓力で S は剪力である、然るときは部材は

N の直壓を受けると同時に N の爲めに彎曲し其彎曲率 $M=Ne$ である。

N なる直壓力に依る部材の變形 (Δ_1) は dx の長さに對し

$$\Delta_1 = \frac{N}{EA} dx$$

而して此の直力 (Direct Force) は零より N に増したものであるから、平均力は $\frac{N}{2}$ で此の爲めに成されたる働 (dK_1) は

$$dK_1 = \frac{N}{2} \cdot \frac{N}{EA} dx = \frac{N^2}{2EA} dx$$

次ぎに彎曲により成されたる働を定めよう。斷面の中心線より y 丈け離れたる微面積 $b.dy$ 上の應力は

$$\frac{My}{I} b.dy$$

である、従て長さ dx に對する彎曲應力變形は $\frac{My}{EI} b.dy dx$ なるが故に其の爲めに成されたる働は前述の如く

$$\frac{1}{2} \frac{M^2 y^2}{I^2 E} b.dy dx$$

である、此れは中軸線から y 丈け離れたる點に於けるものであるから斷面全部に於て成されたる働 (dK_2) は

$$dK_2 = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \frac{M^2 y^2}{2EI^2} \cdot b.dy dx = \frac{M^2}{2EI^2} b \cdot dx \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} y^2 dy$$

然るに $\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} y^2 dy = I$, 又 $b=1$ とせば $dK_2 = \frac{M^2}{2EI} dx$

同様に剪力により成されたる働は $dK_3 = \frac{kS^2}{2GA} dx$ である。

茲に G は剪力に對する材料の彈性率で k は一つの定數である。而して結構部材長 dx に於て彎曲率 (M) 直力 (N) 及び剪力 (S) に抵抗する内働の和 (dK) は dK_1, dK_2, dK_3 の和で有る。更に部材全長に對する働の總和 (K) は

$$\int dK = K = \frac{1}{2} \int \frac{M^2}{EI} dx + \frac{1}{2} \int \frac{N^2}{EA} dx + \frac{1}{2} \int \frac{kS^2}{GA} dx \quad (143)$$

茲に M, N, S は何れも靜力學上不定力の函數である。

今茲に n 個の靜力學上不定力 X_1, X_2, \dots, X_n あるものとせばカステグリアノ氏原理によりて次ぎの如く書き下すことが出来る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial X_1} &= \int \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial X_1} dx + \int \frac{N}{EA} \frac{\partial N}{\partial X_1} dx + \int \frac{kS}{GA} \frac{\partial S}{\partial X_1} dx = 0 \\ \frac{\partial K}{\partial X_2} &= \int \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial X_2} dx + \int \frac{N}{EA} \frac{\partial N}{\partial X_2} dx + \int \frac{kS}{GA} \frac{\partial S}{\partial X_2} dx = 0 \end{aligned} \right\} \dots (144)$$

$$\frac{\partial K}{\partial X_n} = \int \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial X_n} dx + \int \frac{N}{EA} \frac{\partial N}{\partial X_n} dx + \int \frac{kS}{GA} \frac{\partial S}{\partial X_n} dx = 0$$

以上 n 個の未知量に對し n 方程式を得べきを以て、此等 n 聯立方程式を解くときは、靜力學上不定力に對する理論式を得べきこと言ふまでもない。

第七十四節 靜力學上解き得べからざる組織と不定力の數

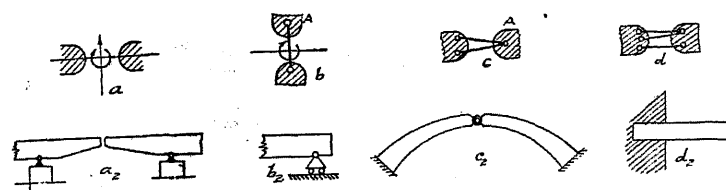
靜的平衡の條件から力の方向、大さ並に加力點を知ることが出來れば、其の力は靜力學上定め得べきものである、同一平面上に働く諸力の靜的平衡の條件とは一般に三つである、即ち

1. 垂直力の代數的和は零 ($\sum V=0$)
2. 水平力の代數的和は零 ($\sum H=0$)
3. 諸力が任意の點に關する力率の代數的和は零 ($\sum M=0$)

任意の構造體に荷重を加へたときに算定すべき外力は先づ支端に於ける反力である、故に此等の數は一部材に就き三個以内であれば靜力學上定め得べきものであるが、其の數が一部材に付き三個以上なれば靜力學上不定組織である。

鐵筋混凝土結構では部材と部材とが互に剛着して居るから、算定すべき外力の數が常に靜的平衡條件數を越えて居る、今靜力學上不定組織と不定力の數を定むるに便宜なる考を次ぎに紹介しよう。

第九十三圖



第九十三圖 (a) にて二つの部材は何等互に繋綴せられて居ないものとせば、此の兩者は水平にも垂直にも自由に動き又廻轉にも自在であつて移動上何等制限を受けない、即ち運動の三自由を有して居る、此の實例は カンチレバー の接點の如きものである (第九十三圖 a_2 参照)。

又第九十三圖 (b) にて二個の部材が一本の繋鐔で繋がれて居るとせば、此の兩材は水平と廻轉運動とは自由だが垂直移動が出來ない、即ち運動の二自由を有するに過ぎない、其の例は圖 (b) に示せる如く桁の ローラー 端の如きものである (但し摩擦なきもの)。

第九十三圖 (c) に於て二個の部材が二本の繋鐔で繋がれて居るものとせば、此の兩材は A 點の廻りに廻轉運動の自由を有するのみで上下左右の移動が出來ない、即ち運動の一自由を有するに過ぎない、(c) 圖に示したる如く拱の頂絞の如きものである。

第九十三圖 (d) に於て二個の部材は三本の繫鋸にて繋がれたること圖の如くであるとせば、此の兩材は互に相移動することが絶對に出来ない、即ち運動の自由は皆無である。此の例は桁の固定端の如きものである。

故に部材と部材とを剛着 (Rigid Connection) せしむるには三個の繫鋸を要すると云ふことになる、今以上四つの場合を通覽するに (a) では未知力が無い (b) では桁の支端が摩擦なきローラーを有するから未知力は垂直反力一個である。又 (c) では鉸點に於ける水平並に垂直推力の二個が未知である、(d) では桁の固定端 (Fixed End) に於ける水平、垂直反力と彎曲率の三者が未知である、故に何れの場合を問はず未知力の數は假想せる繫鋸の數と一致して居ることは曰ふまでもない。

されば互に剛着せる S 個の部材より成る構造物では、 $3S$ 丈の未知力を算定せねばならぬ。若し此の構造物が地盤又は基礎に剛着されて居ると、剛着點一個につき更に三個宛の未知力が增加するから、此の如き建造物の諸力を算定するには $3S$ 以上の平衡條件 (Conditions of equilibrium) が必要である。

今各部材を繋ぐに要する繫鋸の數を a とし、部材と地盤とを繋ぐに要する分を b とせば、本構造物が静力學上解き得可きもので有る爲めには、次の關係が成立せねばならぬ、

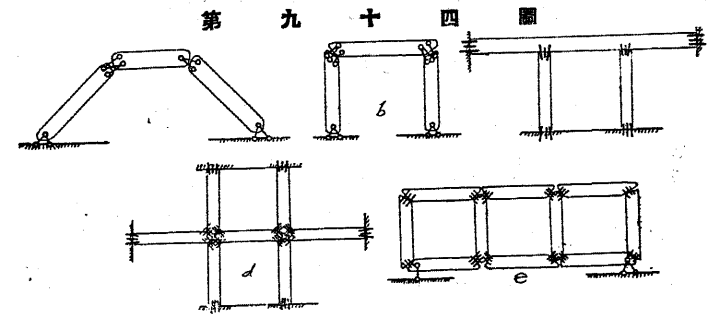
$$a+b=3S$$

茲に S は部材の總數で有る、前にも述べた通り各部材が互に剛

着せられて居ると $a+b$ は常に $3S$ よりも多い、従て此の構造物は静力學上不定式 (Statically indeterminate system) であつて次の關係となる、

$$a+b-3S=m$$

茲に m は静力學上不定力の數を示して居る、されば m 個の追加條件を彈性理論 (Elastic theory) から求めて此の如き構造物の未知力を算定するので有る、今數例につき静力學上不定力の數を定めて見よう。



(場合)	$(a+b-3S)$	静力學上不定力の數
(a)	$5+4-3 \times 3=0$	0
(b)	$6+4-9=1$	1
(c)	$6+12-9=9$	9
(d)	$24+18-21=21$	21
(e)	$36+3-30=9$	9

第七十五節 直力 (Direct force) は靜力學上不定力理論値に如何なる程度の影響を及ぼす可きや

第七十三節に述べたる一般式

$$\int \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial X} dx + \int \frac{N}{EA} \frac{\partial N}{\partial X} dx + \int \frac{kS}{GA} \frac{\partial S}{\partial X} dx = 0$$

に於て N が靜力學上不定量 X を含有せざる場合には $\frac{\partial N}{\partial X} = 0$ となりて第二項の消失すべきことは言ふ迄もない。

1. 結構の支柱端が鉸留せるとき

結構支柱端に鉸を有する場合には其の點に働く垂直反力は常に靜力學上定め得べきを以て不定力は其點に働く水平反力のみである、而して支柱が垂直なる場合には、支柱に働く直力は靜力學上不定力を含まざるを以て、之を含有する部材は水平材のみである。此の場合に於ける不定力即ち鉸樞點に働く水平反力は垂直反力に比し極めて小である。故に此場合に於て、直力が靜力學上不定力に對する理論式値に及ぼす影響は一般に極めて小で、之を除外するも實用上何等差支へないものである。

2. 結構支柱端が固定せるとき

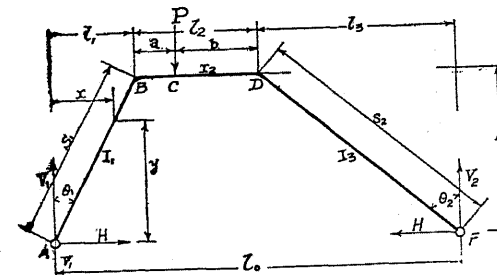
定着支柱端を有する結構に在りては、其の固定點に於て三個の靜力學上不定量が有る、即ち垂直及び水平反力並に彎曲率である、されば各部材に於ける直力は一般に此等の三者を含有する、然れ

ども其の結構の形狀及び加重法が左右相對照するときは垂直反力は靜力學上定め得るものである。而して支柱固定點に於ける彎曲率は垂直反力の函數として表はし得べきを以て、此の如き結構部材に働く垂直力中の不靜定力は水平反力のみである。然れども今定着支柱が直なる場合には、之に働く直力中に靜力學上不定力を含むことがない、而して水平材に働く直力の影響は頗る少なること明である。

以上論述したる處により單結構形に垂直荷重を加へたる時、最も直力の影響著しきものは傾斜せる支柱を有する形のもので有る事が解る、故に今第九十四圖に示すが如き結構に於て、直力が靜力學上不定力の理論値に幾何の影響を及すべきかを研めよう。

此の場合に於ける靜力學上不定力は、 A 及び F 點に働く水平反力 H のみである、今 F 點の廻りに凡ての外力の力率をとりて。即ち $V_1 l_0 - P(b+l_3) = 0, \quad V_1 = \frac{l_3+b}{l_0} P = kP,$
 $V_2 = P - kP = (1-k)P$

カスチグリアノ氏原理により (但し應剪力に關する内働は頗る少なるを以て之を略去したり)。



$$\int \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial H} dx + \int \frac{N}{EA} \frac{\partial N}{\partial H} dx = 0$$

を構成するに必要な

要素は次表に掲げたるが如くである。

部材	慣性率	積分ノ版圖	部材ニ於ケル彎曲率	部材ニ於ケル直力	$\frac{\partial M}{\partial H}$	$\frac{\partial N}{\partial H}$
AB	I_1	From zero to S_1	$V_1 x - Hy = V_1 \tan \theta_1 y - Hy$	$V_1 \cos \theta_1 + H \sin \theta_1$	$-y$	$\sin \theta_1$
BC	I_2	From zero to a	$V_1 (l_1 + x) - Hh$	H	$-h$	$+1$
CD	I_2	From a to l_2	$V_1 (l_1 + x) - Hh - P(x-a)$	H	$-h$	$+1$
DF	I_3	From zero to S_2	$V_2 x - Hy = V_2 \tan \theta_2 y - Hy$	$V_2 \cos \theta_2 + H \sin \theta_2$	$-y$	$\sin \theta_2$

此等の値を一般式に挿入せば次ぎの如くである、但し E 及び I は共に常數とす。又 A_1, A_2, A_3 は各部材の斷面積である。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{EI_1} \int_0^{S_1} (V_1 \tan \theta_1 y - Hy)(-y) \sec \theta_1 dy \\ & + \frac{1}{EI_2} \int_0^a (V_1 l_1 + V_1 x - Hh)(-h) dx \\ & + \frac{1}{EI_2} \int_a^{l_2} [V_1 l_1 + V_1 x - Hh - P(x-a)](-h) dx \\ & + \frac{1}{EI_3} \int_0^{S_2} (V_2 \tan \theta_2 y - Hy)(-y) \sec \theta_2 dy \\ & + \frac{1}{EA_1} \int_0^{S_1} (V_1 \cos \theta_1 + H \sin \theta_1) \sin \theta_1 \sec \theta_1 dy + \frac{1}{EA_2} \left[\int_0^a H dx + \int_a^{l_2} H dx \right] \\ & + \frac{1}{EA_3} \int_0^{S_2} (V_2 \cos \theta_2 + H \sin \theta_2) \sin \theta_2 \sec \theta_2 dy = 0. \end{aligned}$$

之れを解きて H に對する一般式を求むれば、

$$H = \frac{k \left\{ \frac{S_1 l_1}{3 I_1} + \frac{2 l_1 l_2 + l_2^2}{2 I_2} - \frac{S_2 l_3}{3 I_3} - \frac{\sin \theta_1}{A_1} + \frac{\sin \theta_2}{A_3} \right\} - \left\{ \frac{b^2}{2 I_2} - \frac{S_2 l_3}{3 I_3} + \frac{\sin \theta_2}{A_3} \right\}}{h \left[\frac{S_1}{3 I_1} + \frac{l_2}{I_2} + \frac{S_2}{3 I_3} \right] - \left[\frac{\sin \theta_1 \tan \theta_1}{A_1} + \frac{\sin \theta_2 \tan \theta_2}{A_3} + \frac{l_2}{h A_2} \right]} P, \quad (145)$$

茲に $k = \frac{l_3 + \bar{v}}{l_0}$

(145) 式に於て A_1, A_2, A_3 を含む各項は一般式の第二項より入り來るものである、今直力を全然除外するときは (145) 式は次ぎの如く簡約せらる、

$$H = \frac{k \left\{ \frac{S_1 l_1}{3 I_1} + \frac{2 l_1 l_2 + l_2^2}{2 I_2} - \frac{S_2 l_3}{3 I_3} \right\} - \left\{ \frac{b^2}{2 I_2} - \frac{S_2 l_3}{3 I_3} \right\}}{h \left[\frac{S_1}{3 I_1} + \frac{l_2}{I_2} + \frac{S_2}{3 I_3} \right]} P. \quad (146)$$

本例の場合は單結構中比較的直力の影響大なるものである。而して實際の場合に在りては θ は三十度を越ゆること稀れてある。何となれば θ の増加により水平反力の増加すると頗る大で有るが爲めである。

次に實例により直力が靜力學上不定力の數値に對し如何なる程度に影響すべきやを檢しやう、

今 $\theta_1 = \theta_2 = 45^\circ, A_1 = A_2 = A_3 = 10'' \times 12'' = 120''^2$

$l_1 = l_2 = l_3 = h = 120'' \quad I_1 = I_2 = I_3 = 1,000 \text{ in.}^4$

とせば第 (145) 式より算出せる値は、

$H = 0.5637 P$

今直應力内働の影響を全然除外せる第 (146) 式により算出せる値は、

$H = 0.5643 P$

此の兩者の差は $0.0006 P$ 即ち $\frac{1}{1,667} P$ にして實用上略去して差支へなき値である、然るに本例は既に論述せるが如く靜力學上不

定力の値に於て、直應力内働の影響尤も著しき場合なるを以て、
 其他の結構形にありては其の影響頗る微少なる可きや容易に察知
 することが出来る。

以上述べたる處により、吾人は直應力内働の影響を計算に入
 るときは其結果式が著しく複雑すべきを免れないが其の影響が結
 果式に及ぼす實際値は極めて微少にして、之れを彎曲應力内働に
 比するときは全然除外しても差支へなき程度のものなることを知
 ることが出来る、然し茲に注意すべきは、静力學上不定應力を算
 定するに當り直應力内働の影響を略去して毫も差支なきも、部材
 に於ける全應力の計算には直應力を略去する能はざることで有
 る、而して静力學上不定應力を算出せる後、別に算定せる直應力
 を代數的に加除すべきや言をまたず。

應剪力變形は彎曲應力變形に比し頗る微少にして、之れを略去
 するも内働の計算上感知誤差を生ぜざること識者をまたずして明
 かである。

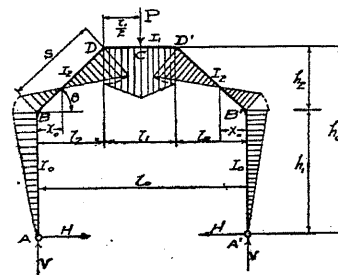
以上論述せる處により静力學上不定力を定むる一般式 (144)に
 於て、其の第二第三兩項を略去するも實際上感知誤差を生ずるこ
 となく、一方理論式は之れが爲め著しく簡單と成るから次ぎの計
 算に於ては特記せるものの外此等兩項を除外したり。

以下數節に互り掲げたる結構理論式は凡て著者の直接誘導した
 結果で有る、式の値は各方面より換算を遂げ茲に發表した譯であ
 る。

第七十六節 垂直荷重を受くる對照形單構 (但し鉸端を有する場合)

(其一) 支柱端に鉸を有する單構 (Simple frame, 第九十五圖)

第九十五圖



の中央にて垂直集荷重を支持す
 る場合

此結構に於ける静力學上不定力は
 H のみである、其の解法次ぎ
 の如し。

部材	慣性率	積分の範圍	彎曲率 (M)	$\frac{\partial M}{\partial H}$
AB, A'B'	I_0	$0 \sim h_1$	$-Hy$	$-y$
BD, B'D'	I_2	$0 \sim l_2$	$\frac{Px}{2} - H(h_1 + x \tan \theta)$	$-(h_1 + x \tan \theta)$
DC	I_1	$0 \sim \frac{l_1}{2}$	$\frac{Px}{2} - Hh_0$	$-h_0$
D'C	I_1	$\frac{l_1}{2} \sim l_1$	$\frac{P(l_0 - x)}{2} - Hh_0$	$-h_0$

故に $\int \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial H} dx = 0$ より、

$$\frac{2}{EI_0} \int_0^{h_1} H y^2 dy - \frac{2 \sec \theta}{EI_2} \int_0^{l_2} \left[\frac{Px}{2} - H(h_1 + x \tan \theta) \right] (h_1 + x \tan \theta) dx$$

$$- \frac{h_0}{EI_1} \left\{ \int_0^{\frac{l_1}{2}} \left(\frac{Px}{2} - Hh_0 \right) dx + \int_{\frac{l_1}{2}}^{l_1} \left[\frac{P(l_0 + x)}{2} - Hh_0 \right] dx \right\} = 0.$$

解法の結果は、

$$H = \frac{\frac{h_0 l_1}{8 I_1} (l_1 + 4 l_2) + \frac{S l_2}{I_2} \left(\frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{3} \right)}{\frac{2 h_1^3}{3 I_0} + \frac{h_0^2 l_1}{I_1} + \frac{2 S}{I_2} \left(h_1^2 + h_1 h_2 + \frac{h_2^2}{3} \right)} P. \quad (147)$$

又 B 點に於ける彎曲率を求むれば、

$$M_B = -H h_1 = \frac{\frac{h_0 l_1}{8 I_1} (l_1 + 4 l_2) + \frac{S l_2}{I_2} \left(\frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{3} \right)}{\frac{2 h_1^3}{3 I_0} + \frac{h_0^2 l_1}{I_1} + \frac{2 S}{I_2} \left(h_1^2 + h_1 h_2 + \frac{h_2^2}{3} \right)} P h_1 \quad (148)$$

最大正彎曲率は部材 $D D'$ の中心 O 點に起り其値は次式により算出することが出来る。

$$M_O = V \frac{l_0}{2} - H h_0, \text{ 即ち}$$

$$M_O = \frac{\left\{ \begin{array}{l} \frac{2 l_0}{3 I_0} h_1^3 + \frac{l_1^2 h_0^2}{2 I_1} \\ + \frac{2 S}{I_2} \left[h_0 h_1 (l_1 + l_2) + \frac{h_2}{3} (h_2 l_1 - 2 h_1 l_2) \right] \end{array} \right\}}{4 \left[\frac{2 h_1^3}{3 I_0} + \frac{h_0^2 l_1}{I_1} + \frac{2 S}{I_2} \left(h_1^2 + h_1 h_2 + \frac{h_2^2}{3} \right) \right]} P. \quad (149)$$

部材 BD に於ける反曲點の位置は次ぎの如く算出することが出来る、

$$V x_0 - H (h_1 + x_0 \tan \theta) = 0.$$

茲に x_0 は B 點より反曲點までの水平距離を示す、上式に (147) 式の値を代入し解くときは次ぎの如くである、

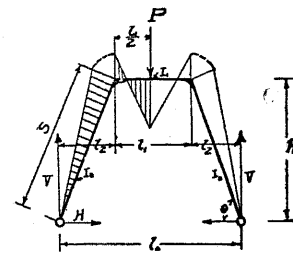
$$x_0 = \frac{H h_1}{V - H \tan \theta}, \text{ 即ち}$$

$$\alpha_0 = \frac{h_1}{\frac{\frac{2 h_1^3}{3 I_0} + \frac{h_0 l_1}{I_1} + \frac{2 S}{I_2} \left(h_1^2 + h_1 h_2 + \frac{h_2^2}{3} \right)}{\frac{h_0 l_1}{4 I_1} (l_0 + 2 l_2) + \frac{S l_2}{I_2} \left(h_1 + \frac{2 h_2}{3} \right)} - \tan \theta} \quad (150)$$

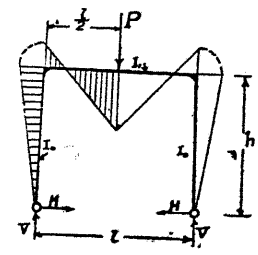
結構の任意點に於ける彎曲率及び應力等は H を求めたる後は普通力學上の法則に従ひ定むることは容易である。

(其二) 支柱端に鉸を有する構脚及矩形結構

第九十六圖



第九十七圖



此等の場合は共に第一類の特別な場合に過ぎない、今第九十六圖の場合には (147) 式に $h_1=0, h_0=h_2=h$ と置き、又 I_1 の代りに I_0 と書き換へて、

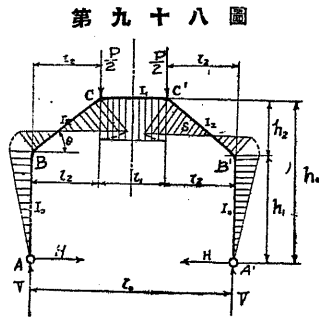
$$H = \frac{\frac{S l_2}{3 I_0} + \frac{l_1}{8 I_1} (l_1 + 4 l_2)}{h \left[\frac{2 S}{3 I_0} + \frac{l_1}{I_1} \right]} P \dots \dots \dots (151)$$

本式は又 (145) 式より導くことが出来る。即ち $a=b$ とし且つ直力の影響を全然略去すればよい。

第九十七圖に對しては (151) 式に $l_1=0, S=h$ と置き、且つ l_1 の代りに l と書き換へて次式を得。

$$H = \frac{\frac{l}{I_1} P}{\left(\frac{h}{l}\right) \left[\frac{2h}{3I_0} + \frac{l}{I_1}\right]} \dots\dots (152)$$

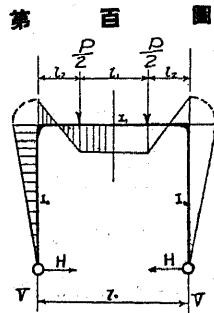
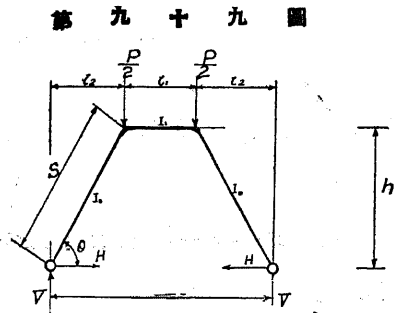
(其三) 二個の對照的垂直荷重を支ふる結構
(但し支柱鉸端)



第九十八圖に示せる場合に於て静力學上不定力は水平反力 H のみである、解法の結果は次式の如し、

$$H = \frac{\left\{ \frac{h_0 l_1}{2I_1} + \frac{2S}{I_2} \left[\frac{h_1}{4} + \frac{h_2}{6} \right] \right\} l_2}{\frac{2h_1^3}{3I_0} + \frac{h_0^2 l_1}{I_1} + \frac{2S}{I_2} \left(h_1^2 + h_1 h_2 + \frac{h_2^2}{3} \right)} P \dots (153)$$

(其四) 對照的垂直荷重二個を支ふる
(但し支柱鉸端)



第(153)式にて $h_1=0, h_2=h_0=h$ と置けば鉸點に於ける水平反力を見出すことが容易である、即ち第九十九圖に對しては、

$$H = \frac{\left(\frac{l_1}{2I_1} + \frac{S}{3I_0}\right) l_2}{h \left[\frac{l_1}{I_1} + \frac{2S}{3I_0}\right]} P = \frac{l_2}{h} \frac{P}{2} \dots\dots (154)$$

本式より考ふるに H は直接 $\frac{l_2}{h}$ に比例して變化し $l_2=h$ 即ち $\theta=45^\circ$ となるときは $H = \frac{P}{2}$ にして支柱には彎曲應力を生ぜざること明かである。

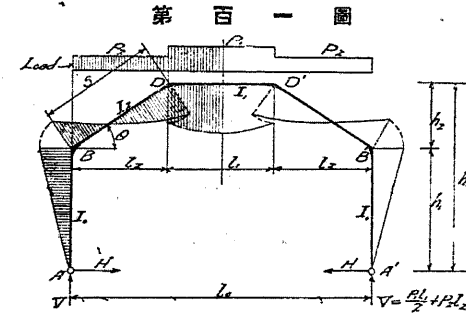
又第百圖の場合に於て水平反力の値は次式の如し、

$$H = \frac{\frac{l_1+l_2}{I_1} l_2}{2h \left(\frac{2h}{3I_0} + \frac{l}{I_1}\right)} P \dots\dots (155)$$

今若し荷重を徑間長の各三分點に加ふるものとせば $l_1=l_2 = \frac{l}{3}$ にて、水平反力は次ぎの如くである、

$$H = \frac{\frac{l}{I_1} P}{9 \frac{h}{l} \left(\frac{2h}{3I_0} + \frac{l}{I_1}\right)} \dots\dots (156)$$

(其五) 等布荷重を支持する單結構



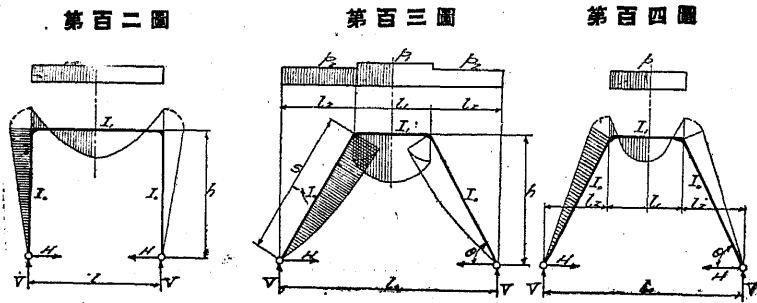
此の場合に在りても静力學上不定力は A 及 A' 點に働く水平反力 H のみである、今之れを求むる一般式は次ぎの如し。

$$\frac{2}{EI_0} \int_0^{h_1} Hy^2 dy - \frac{h_0}{EI_1} \int_0^{l_1} \left[-Hh_0 + \frac{p_1 l_1 (x+l_2)}{2} - \frac{p_1 x^2}{2} + p_2 l_2 (l_2+x) + \frac{p_2 l_2 x}{2} - \frac{p_2 l_2^2}{2} - \frac{p_2 x^2}{2} \right] dx - \frac{2}{EI_2} \int_0^{l_2} \left[-H(h_1+x \tan \theta) + \frac{p_1 l_1 x}{2} + p_2 l_2 x - \frac{p_2 x^2}{2} \right] (h_1+x \tan \theta) dx = 0.$$

解法の結果は次に掲げたる如し。

$$H = \frac{p_1 l_1 \left[\frac{h_0 l_1}{I_1} \left(\frac{l_1}{12} + \frac{l_2}{2} \right) + \frac{Sl_2}{I_2} \left(\frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{3} \right) \right] + p_2 l_2 \left[\frac{h_0 l_1 l_2}{2I_1} + \frac{Sl_2}{I_2} \left(\frac{2h_0}{3} - \frac{h_2}{4} \right) \right]}{\frac{2h_1^3}{3I_0} + \frac{h_0^2 l_1}{I_1} + \frac{2S}{I_2} \left(\frac{h_2^2}{3} + h_0 l_1 \right)} \dots (157)$$

(其六) 等布荷重を支材する矩形結構及構脚



此等の場合に対する H の値は (157) 式を少しく變更して求むることが出来る、第二百二圖の場合に於ける H の値は下の如し

$$H = \frac{\frac{l}{I_1}}{\frac{h}{l} \left(\frac{2h}{3I_0} + \frac{l}{I_1} \right)} \frac{pl}{12}, \text{ 或は } = \frac{\frac{l}{h}}{1 + \frac{2I_1 h}{3I_0 l}} \frac{pl}{12} \quad (158)$$

又第二百三圖に對しては次に掲げたる結果を得べし

$$H = \frac{p_1 l_1 \left[\frac{Sl_2}{3I_0} + \frac{l_1(l_1+6l_2)}{12I_1} \right] + p_2 l_2 \left(\frac{5Sl_2}{12I_0} + \frac{l_1 l_2}{2I_1} \right)}{h \left(\frac{2S}{3I_0} + \frac{l_1}{I_1} \right)} \quad (159)$$

第二百四圖の場合には

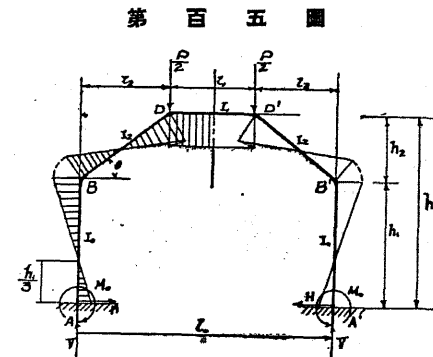
$$H = \frac{\frac{Sl_2}{I_0} + \frac{l_1(l_1+6l_2)}{I_1}}{h \left(\frac{2S}{3I_0} + \frac{l_1}{I_1} \right)} \left(\frac{pl_1}{12} \right) \dots \dots (160)$$

である、而して本式に $l_2=0$ とせば (158) 式を得ることが容易である。

第七十七節 垂直荷重を受くる對照形單構

(但し固定端を有する場合)

(其一) 對稱的垂直荷重を支持する場合 (第二百五圖)



静力學上不定なるは M_0 及び H の二個で彈性理論により解法の結果式は次の如くである。

$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{K_1 A_2 - K_2 A_1}{A_1 B_2 - A_2 B_1}, \\ M_0 &= \frac{K_1 B_2 - K_2 B_1}{A_1 B_2 - A_2 B_1}, \end{aligned} \right\} \dots \dots (161)$$

此の式に於て、

$$A_1 = \frac{h_1^2}{I_0} + \frac{h_0 l_1}{I_1} + \frac{S}{I_2} (h_0 + h_1),$$

$$A_2 = \frac{2h_1}{I_0} + \frac{l_1}{I_1} + \frac{2S}{I_2},$$

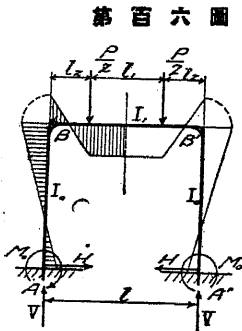
$$B_1 = \frac{2h_1^3}{3I_0} + \frac{h_0^2 l_1}{I_1} + \frac{2S}{I_2} \left(h_1^2 + h_1 h_0 + \frac{h_0^2}{3} \right),$$

$$B_2 = \frac{h_1^2}{I_0} + \frac{h_0 l_1}{I_1} + \frac{S}{I_2} (h_0 + h_1),$$

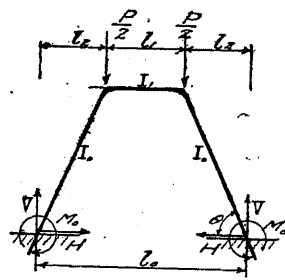
$$K_1 = (-) \left[\frac{h_0 l_1 l_2}{2I_1} + \frac{S l_2}{6I_2} (2h_0 + h_1) \right] P,$$

$$K = (-) \left[\frac{l_1 l_2}{2I_1} + \frac{S l_2}{2I_2} \right] P.$$

(其二) 支柱端を固定せる矩形結構及び構脚が對照的
垂直集荷重を支持する場合



第百七圖



第(161)式に於て $h_2=0$, $I_1=I_2$ と置きて第百六圖に示せる矩形單結構の支柱端に働く H 及び M_0 を見出すことが出来る。

$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{3l_2(l_1+l_2)}{h^2 \left(\frac{I_1}{I_0} + 2\frac{l}{h} \right)^2} P, \\ M_0 &= \frac{l_2(l_1+l_2)}{h \left(\frac{I_1}{I_0} + 2\frac{l}{h} \right)^2} P, \end{aligned} \right\} \dots (162)$$

此の式に於て $l_1=l_2=\frac{l}{3}$ 即ち $B B'$ の各三分點に荷重を加ふるときは上式は下の如く變ず、

$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{1}{\frac{h}{l} \left(2 + \frac{h I_1}{l I_0} \right)} \frac{P}{3}, \\ M &= \frac{1}{2 + \frac{h}{l} \frac{I_1}{I_0}} \frac{P l}{9} \end{aligned} \right\} \dots (163)$$

第百七圖の場合に對しては $h_1=0$, $I_1=I_2$ なる値を(161)式に代入して次ぎの結果式を得、即ち此の場合に於ては支柱端に於ける彎曲率の皆無となるは勿論、支柱を通じ彎曲することが無い、

$$H = \frac{l_2}{h} \frac{P}{2}, \quad M_0 = 0$$

(其三) 支柱端を固定せる構脚の中央に垂直
集荷重を加ふる場合

靜力學上不定なる M_1 及び H を見出すが爲め必要なる條件式は次ぎの如くである、

$$\frac{2}{EI_0} \cdot \frac{S}{h} \int_0^h (Hy^2 - M_1 y - V \frac{l_2}{h} y^2) dy + \frac{h}{EI_1} \left\{ \int_0^{\frac{l_1}{2}} [Hh - M_1 - V(l_2+x)] dx \right.$$

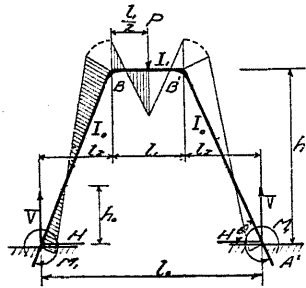
$$\begin{aligned}
 & + \int_{\frac{l_1}{2}}^{l_1} [Hh - M_1 - V(l_1 + l_2 - x)] dx \Big\} = 0, \\
 & \frac{2}{EI_0} \frac{S}{h} \int_0^h (-Hy + M_1 + V \frac{l_2}{h} y) dy + \frac{1}{EI_1} \left\{ \int_0^{\frac{l_1}{2}} [-Hh + M_1 + V(l_1 + l_2 - x)] dx \right. \\
 & \left. + \int_{\frac{l_1}{2}}^{l_1} [-Hh + M_1 + V(l_1 + l_2 - x)] dx \right\} = 0,
 \end{aligned}$$

M_1 及び H に就き此等兩式を解くときは次ぎの結果を得。

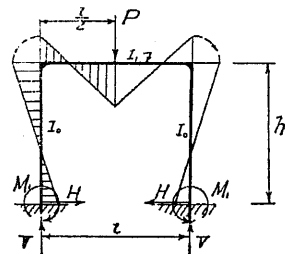
$$\left. \begin{aligned}
 H &= \frac{4 \left(\frac{S}{l_1} \frac{I_1}{I_0} \right) l_2 + (3l_1 - 8l_2)}{h \left(2 + \frac{S}{l_1} \frac{I_1}{I_0} \right)} \frac{P}{8}, \\
 M_1 &= \frac{1}{2 + \frac{SI_1}{l_1 I_0}} \frac{Pl_1}{8}
 \end{aligned} \right\} \quad (164)$$

而して $h_0 = \frac{1}{3}h$

第百八圖



第百九圖



上式より第百九圖の如き結構に於ける不定量を定むることが容

易である、即ち $l_2=0$, $S=h$ と置きて、

$$\left. \begin{aligned}
 H &= \frac{3}{h \left(2 + \frac{hI_1}{lI_0} \right)} \frac{P}{8}, \\
 M_1 &= \frac{1}{2 + \frac{h}{l} \frac{I_1}{I_0}} \frac{Pl}{8},
 \end{aligned} \right\} \dots\dots (165)$$

此等の結果は又直接解法によるも見出すことが容易である。

(其四) 支柱端に繫材を有する矩形結構の中央に垂直集荷重を加ふる場合

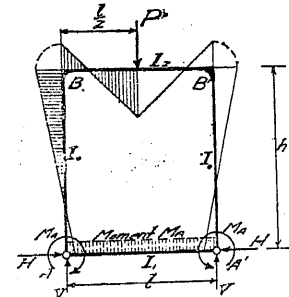
不静定量 M_A 及び H を定むるに必要な条件式は次ぎに掲

ぐるが如し、

$$\begin{aligned}
 & \frac{2}{EI_0} \int_0^h (Hy^2 - M_A y) dy + \frac{h}{EI_2} \left\{ \int_0^{\frac{l}{2}} (Hh - M_A - Vx) dx + \int_{\frac{l}{2}}^l (Hh - M_A \right. \\
 & \left. + \frac{Px}{2} - \frac{Pl}{2}) dx \right\} = 0, \quad \frac{2}{EI_0} \int_0^h (M_A - Hy) dy + \frac{1}{EI_1} \int_0^l M_A dx + \frac{1}{EI_2} \\
 & \left\{ \int_0^{\frac{l}{2}} (M_A - Hh + \frac{Px}{2}) dx + \int_{\frac{l}{2}}^l (M_A - Hh - \frac{Px}{2} + \frac{Pl}{2}) dx \right\} = 0.
 \end{aligned}$$

第百十圖

H に関し此等を解きて、



$$\begin{aligned}
 H &= \frac{M_A \left(\frac{h}{I_0} + \frac{l}{I_2} \right) + \frac{Pl^2}{8I_2}}{\left(\frac{2h}{3I_0} + \frac{l}{I_2} \right) h}, \text{ 及び} \\
 H &= \frac{M_A \left(\frac{2h}{I_0} + \frac{l}{I_1} + \frac{l}{I_2} \right) + \frac{Pl^2}{8I_2}}{\left(\frac{h}{I_0} + \frac{l}{I_2} \right) h}
 \end{aligned}$$

以上兩式を M_A につき解くときは

$$M_A = \frac{\frac{pl}{I_0 I_2}}{\left(\frac{h}{I_0}\right)^2 + 2\frac{hl}{I_0 I_1} + 2\frac{hl}{I_0 I_2} + 3\frac{l^2}{I_1 I_2}} \cdot \frac{Pl}{8} \quad (166)$$

今 I_1 を無究大なりと假定せば上式は次の如く變ず、

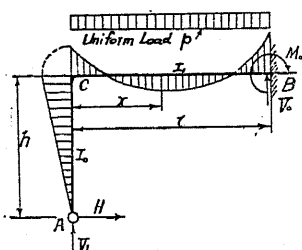
$$M_A = \frac{\frac{l}{I_2}}{\frac{h}{I_0} + 2\frac{l}{I_2}} \cdot \frac{Pl}{8}$$

第七十八節 非對照形單構 (Unsymmetrical simple frame)

(其一) 垂直材が鉸端を有する非對照形單構に垂直等布荷重を加ふる場合

以上取扱ひ來れるものは何れも對照結構のみで有る。今實際の

第百十一圖



設計に當り屢々起り來る場合を述べ

よす。

第百十一圖に示せる單構にて静力学上不定力は二個で H 及び V_1 とす而して條件式は

$$\frac{1}{EI_0} \int_0^h Hy^2 dy + \frac{h}{EI_1} \int_0^l \left(Hh - V_1 x + \frac{px^2}{2} \right) dx = 0,$$

$$\frac{1}{EI_1} \int_0^l \left(Vx^2 - Hhx - \frac{px^3}{2} \right) dx = 0.$$

なるを以て此等を解きて得たる結果は下の如くである。

$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{3}{h \left(3 + 4 \frac{hI_1}{lI_0} \right)} \frac{pl}{12} \\ V_1 &= \frac{3 \left(1 + \frac{hI_1}{lI_0} \right)}{3 + 4 \frac{hI_1}{lI_0}} \frac{pl}{2} \end{aligned} \right\} \dots (167)$$

水平部材に起る正彎曲率の最大なる點は O 點より X なる距離にありて其の値は (168) 式の如し、

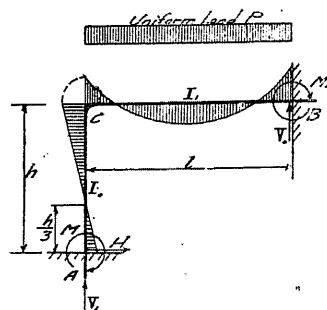
$$X = \frac{3 \left(1 + \frac{hI_1}{lI_0} \right)}{3 + 4 \frac{hI_1}{lI_0}} \frac{l}{2} \dots (168)$$

又最大彎曲率の値は次式によりて算出することを得、

$$M_{max.} = \frac{9 \left(1 + \frac{hI_1}{lI_0} \right)^2 - 2 \left(3 + 4 \frac{hI_1}{lI_0} \right)}{\left(3 + 4 \frac{hI_1}{lI_0} \right)^2} \frac{pl^2}{8} \dots (169)$$

(其二) 垂直材が固定端を有する非對照形單構に垂直等布荷重を加ふる場合

第百十二圖



茲に H_1 , V_1 , 及び M_1 の三量が静力学上不定である、然れども $M_1 = \frac{Hh}{3}$ と置きて不定力を二個に減ずることが出来る。

計算に必要な條件式は次ぎの如くである。

$$\frac{1}{EI_0} \int_0^h H \left(\frac{h}{3} - y \right)^2 dy + \frac{2h}{3EI_1} \int_0^l \left(\frac{2h}{3} H + \frac{px^2}{2} - V_1 x \right) dx = 0,$$

$$\frac{1}{EI_1} \int_0^l \left(V_1 x^2 - \frac{2h}{3} Hx - \frac{px^3}{2} \right) dx = 0,$$

此等を解きて簡約せば不定力の値は次式の如し、

$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{1}{\frac{h}{l} \left(1 + \frac{hI_1}{lI_0} \right)} \frac{pl}{8}, \\ V_1 &= \frac{4 + 3 \frac{hI_1}{lI_0}}{1 + \frac{hI_1}{lI_0}} \frac{pl}{8}, \\ M_1 &= \frac{1}{1 + \frac{hI_1}{lI_0}} \frac{pl^2}{24}, \\ M_0 &= \frac{2 + 3 \frac{hI_1}{lI_0}}{1 + \frac{hI_1}{lI_0}} \frac{pl^2}{24}; \end{aligned} \right\} \dots\dots (170)$$

又水平部材に起る最大彎曲率の値及び其の位置は(171)及び(172)式により定むることを得。

$$M_{max.} = \frac{3 \left(1 + \frac{3hI_1}{4lI_0} \right)^2 - 2 \left(1 + \frac{hI_1}{lI_0} \right)}{\left(1 + \frac{hI_1}{lI_0} \right)^2} \frac{pl^2}{24} \dots\dots (171)$$

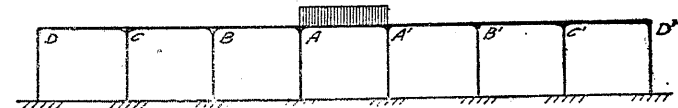
$$X = \frac{1 + \frac{3hI_1}{4lI_0}}{1 + \frac{hI_1}{lI_0}} \frac{l}{2} \dots\dots\dots (172)$$

第七十九節 連續三徑間を有する單階結構

フラット、スラブ及び桁梁式建築又は橋梁の設計に當り、多くの技術者は支柱の彎曲が床の彎曲に及ぼす影響を考慮せざることが多い、又多くの學者は此の假定の上にフラット、スラブに於ける應力の分布を攻究せり、此の如き假定は支柱の斷面積が比較的大にして其の長さ短小なる場合には眞であるけれども實際の場合に於ては床斷面積の惰性率に比し支柱斷面の惰性率は一般に頗る小で、又比較的長き支柱を使用することが多い、偏心荷重を支ふる場合には支柱が彎曲し従て床の中央部に於ける彎曲率を増加すること少なくない、故に支柱及床兩者の斷面惰性率の比、並に徑間長と支柱長との比を有する式に非らざれば、多くの徑間より成る單階結構の設計に應用することが出来ない。

實際の場合に於ける單階結構即ち長大なる谷間等を横斷するゲイアダクトの如きものに在りては、其の徑間數は數十連に亘り部材の長さ及び斷面惰性率の如きも一定でない、従て此の如き構造物に對し何等の假定なしに全然理論的なる解式を求むることが容易でない。

第百十三圖



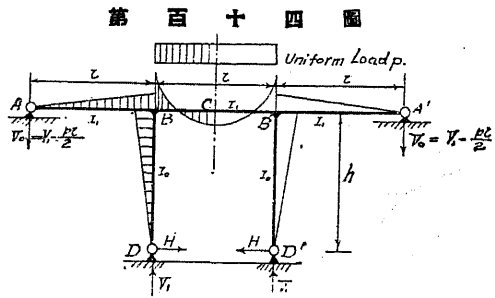
今上圖の場合に於て徑間 A A' のみに荷重を受けたる時は床

版 BC, CD, B'C', 及び C'D' に於ける彎曲率は頗る小て、實際の場合に在りては之れを略去するも差支なき程度のものである。されば床版或は桁 AB 及び A'B' の B 及び B' 端の状態は、部材断面慣性率の比如何により固定端と鉸端との中間に位して居る。

次に掲ぐる五種類は何れも此の假定を用ひ解きたるもので有る。實際には各適當の場合を選び應用することが肝要である。

(其一) 連續三徑間を有する單階結構 (但し床端及び支柱端が共に鉸を有する場合)

第百十四圖に示せる結構に於て静力學上不定力は合計二個にし



て之れを H 及び V_1 と假定し條件式を求むれば次ぎの如くてある。

$$\frac{2}{EI_1} \int_0^l \left(\frac{plx^2}{2} - V_1 x^2 \right) dx + \frac{l}{EI_0} \int_0^l \left(-V_1 l - Hh + \frac{pl^2}{2} + \frac{plx}{2} - \frac{px^2}{2} \right) dx = 0,$$

$$\frac{h}{EI_1} \int_0^l \left(-V_1 l - Hh + \frac{pl^2}{2} + \frac{plx}{2} - \frac{px^2}{2} \right) dx + \frac{2}{EI_0} \int_0^h (-Hy^2) dy = 0,$$

積分の結果は、

$$V_1 = \frac{11}{20} pl - \frac{3h}{5l} H, \quad V_1 = \frac{7}{12} pl - \frac{h}{l} \left(1 + \frac{2hI_1}{3lI_0} \right) H,$$

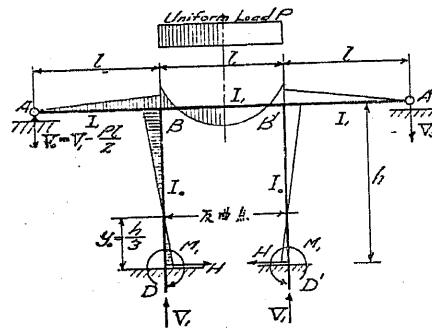
上式を解きて得たる結果式は次ぎの如し、

$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{1}{4 \frac{h}{l} \left(3 + 5 \frac{hI_1}{lI_0} \right)} pl, \\ V_1 &= \frac{6 + 11 \frac{hI_1}{lI_0}}{4 \left(3 + 5 \frac{hI_1}{lI_0} \right)} pl, \end{aligned} \right\} \dots\dots (173)$$

H 及び V_1 を求めたる後各點に於ける彎曲率及び應力を定むることは容易である。

(其二) 連續三徑間を有する單階結構 (但し床端は鉸留し支柱端は固定せる場合)。

第百十五圖



第百十五圖の場合に於ける不静定量は三個なるを以て H, V_1 , 及び M_1 と假定することを得、然るに垂直對照荷重を受くる場合には支柱に於ける反曲點の位置は常に變化せ

ず而して

$$M_1 = \frac{Hh}{3}$$

条件式を解きて得たる結果式は次ぎの如し、

$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{1}{2 \frac{h}{l} \left(4 + 5 \frac{h I_1}{l I_0} \right)} pl, \\ V_1 &= \frac{8 + 11 \frac{h I_1}{l I_0}}{4 \left(4 + 5 \frac{h I_1}{l I_0} \right)} pl, \\ M &= \frac{Hh}{3} = \frac{1}{4 + 5 \frac{h I_1}{l I_0}} \frac{pl^2}{6}, \end{aligned} \right\} \dots\dots (174)$$

(其三) 連続三徑間を有する單階結構(但し床端は固定し支柱端は鉸を有する場合)。

静力学上不定力に對する結果式は次ぎの如し。

$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{1}{12 \frac{h}{l} \left(1 + 2 \frac{h I_1}{l I_0} \right)} pl, \\ V_1 &= \frac{3 + 7 \frac{h I_1}{l I_0}}{6 \left(1 + 2 \frac{h I_1}{l I_0} \right)} pl, \\ M_0 &= \frac{V_0 l}{3} = \frac{\frac{h I_1}{l I_0}}{1 + 2 \frac{h I_1}{l I_0}} \frac{pl^2}{18}, \end{aligned} \right\} \dots\dots (175)$$

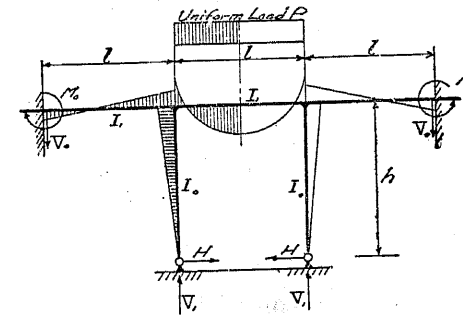
(其四) 連続三徑間を有する單階結果(但し床端及び支柱端共に固定せる場合)。

解法より得べき結果式は次ぎの如し、(第百十六圖参照)

$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{1}{4 \frac{h}{l} \left(2 + 3 \frac{h I_1}{l I_0} \right)} pl, \\ V_1 &= \frac{4 + 7 \frac{h I_1}{l I_0}}{4 \left(2 + 3 \frac{h I_1}{l I_0} \right)} pl, \\ M_0 &= \frac{\frac{h I_1}{l I_0}}{2 + 3 \frac{h I_1}{l I_0}} \frac{pl^2}{12}, \\ M_1 &= \frac{1}{2 + 3 \frac{h I_1}{l I_0}} \frac{pl^2}{12} \end{aligned} \right\} \dots\dots (176)$$

茲に M_1 = 垂直材固定端の彎曲率。

第百十六圖



第八十節 水平繫材を有する架臺(第百十七圖)

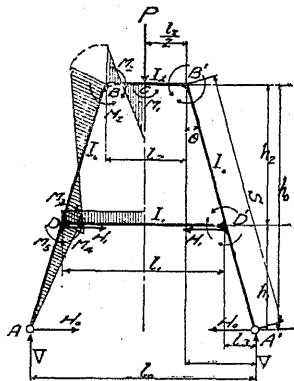
第百十七圖に示せる結構の不静定力を H_0, H_1 並に繫材に於ける彎曲率 M_4 とす。

此の場合を解くに當り次ぎの符號を追加す。

$$p = \tan \theta \quad q = \sec \theta$$

部材	慣性率	部材に於ける彎曲率	$\frac{\partial M}{\partial H_0}$	$\frac{\partial M}{\partial H_1}$	$\frac{\partial M}{\partial M_4}$
AD	I_0	$Vpy - H_0 y$	$-y$	0	0
DD'	I_1	M_4	0	0	+1
DB	I_0	$Vpy - H_0 y - H_1 (y - h_1) + M_4$	$-y$	$-(y - h_1)$	+1
BC	I_2	$Vx - H_0 h_0 - H_1 (h_0 - h_1) + M_4$	$-h_0$	$-(h_0 - h_1)$	+1
CB'	I_2	$Vx - H_0 h_0 - H_1 (h_0 - h_1) + M_4 - P(x - \frac{l_0}{2})$	$-h_0$	$-(h_0 - h_1)$	+1

第百十七圖



普通の如くカスチクリアノ氏原理により條件式を作り、積分し解

き得たる結果を簡単にし整約するときは次ぎの結果式を得べし、下式にて $k = \frac{l_2}{h_0}$ である。

$$M_4 = \frac{2(2-5k+4k^2-k^3)\left(\frac{qh_2}{I_0}\right)\left(\frac{l_2}{I_2}\right) + (4-10k+5k^2)\frac{qh_2}{I_0}\left(\frac{l_2}{I_2}\right)^2}{\left(\frac{qh_2}{I_0} + \frac{l_2}{I_2}\right)\left[(4-10k+8k^2-3k^3)\left(\frac{qh_2}{I_0}\right)^2 + 2(4-7k+2k^2)\left(\frac{qh_2 l_1}{I_0 I_1}\right) + 2(1-k-k^2)\left(\frac{qh_2 l_2}{I_0 I_2}\right) + 3(2-3k)\left(\frac{l_1 l_2}{I_1 I_2}\right) + k^2\left(\frac{qh_2}{I_0}\right)\left[k\left(\frac{qh_2}{I_0}\right) + (3-k)\left(\frac{qh_2 l_1}{I_0 I_1}\right) + 2k\left(\frac{qh_2 l_2}{I_0 I_2}\right) + 3\frac{l_1 l_2}{I_1 I_2}\right]\right]} \left(\frac{Pl_2}{8}\right) \quad (177)$$

$$H_1 = \frac{(3-2k)\frac{qh_2 l_2}{I_0 I_2}\left(\frac{Pl_2}{8}\right) - M_4\left[k\left(\frac{qh_2}{I_0}\right) + (3-k)\frac{qh_2 l_1}{I_0 I_1} + 2k\frac{qh_2 l_2}{I_0 I_2} + 3\frac{l_1 l_2}{I_1 I_2}\right]}{(1-k)\left[\left(\frac{qh_2}{I_0}\right)^2 + \frac{qh_2 l_2}{I_0 I_2}\right]h_2} \dots\dots (178)$$

$$H_0 = (-) \frac{H_1 k \left[\frac{qh_2}{I_0} + \frac{l_2}{I_2}\right] - M_4 \left[\frac{2qk}{I_0} + \frac{l_1}{h_0 I_1} + \frac{l_2}{h_0 I_2}\right] - P \left[\frac{pq}{2} \frac{h_2}{I_0} (2-k) + \frac{2l_0 l_2 - l_2^2}{8 h_0 I_2}\right]}{\frac{q(2-k)h_2}{I_0} + \frac{l_2}{I_2}} \dots\dots (179)$$

今 (177) 式にて $h_2=h_0=h$, $l_0=l_2=l$, 並に $k=1$ と置くときは第七十七節其四の結構形となる、而して

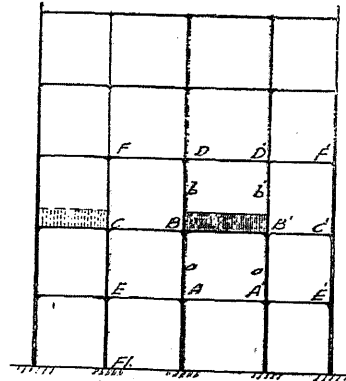
$$M_4 = \frac{\frac{hl}{I_0 I_2}}{\left(\frac{h}{I_0}\right)^2 + 2\frac{hl}{I_0 I_1} + 2\frac{hl}{I_0 I_2} + 3\frac{l^2}{I_1 I_2}} \left(\frac{Pl}{8}\right)$$

此れ全く (166) 式と一致して居るから以上の式値は合理的なることを知ることが出来る。以上三不静定力を見出したる上は結構各部に於ける彎曲率、並に應力等は普通力學上の原理から算定すること容易である。

第八十一節 鐵筋混凝土高層建築結構

鐵筋混凝土建築層々連續床を支持するに多數の支柱を用ひ全體

第百十八圖



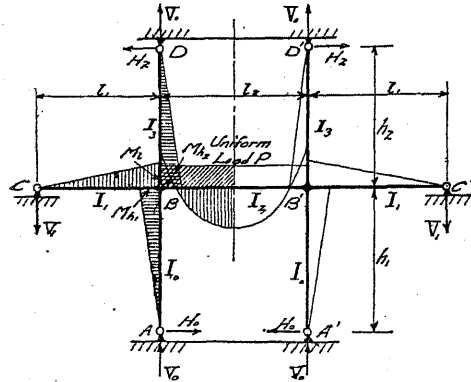
として一種の結構を形成して居る。而して此の場合に於ける設計荷重法は第百十八圖に表はせるが如く偏心的で有る。此の如き加重法に於ては床に起る彎曲率最大にして同時に又支柱を彎曲せしむることも最大で有る。然るに支柱斷面の惰性率は床斷面の惰性率に比し一般に小なること普通なる。

を以て支柱の彎曲は必ずしも少くない、従て床版 (OB, B'O') に於ける彎曲率は支柱 a, a', b 及び b' の彎曲率により少なからざる影響を被むるので有る。現今實地に在りては此の點に注意を拂ふもの極めて少なく支柱は彎曲することなきものと假定せらるるのが普通である。此の如き假定は鐵筋混凝土高層建築の下層に於ける支柱に對しては或は可ならんも、上層に於ける支柱に對しては不都合である、何となれば下層支柱の直徑は一般に極めて大なれども上層支柱に於ては其の斷面は床の斷面に比し極めて小なる爲である。本題の場合を全然理論的に解くことが容易でない、然れども之れを實地上の見地より見るときは其の解法必ずしも困難でない、何となれば荷重を $B B'$ 上加へたる場合に起る床版 (FD, D'F') 及び (EA, A'E') の彎曲率は極めて小にして、普通建築に在りては之れを度外するも毫も差支なき程度のものである、之れを換言すれば支柱 a, a', b, b' 等は實際上 A, A', D 及び D' 點に於て固定せられたりとの意に外ならず。今若し床版の厚さが薄くして支柱を固定の状態に置くこと能はざる場合には、支柱の彎曲率は其の端が固定せる場合と鉸留せる場合との中間に在るものと假定することが出来る。

以上の假定を用ゆれば本題は理論的に之れを解くことが出来る。次ぎに掲げたる二種類は其の解法にして結果式は高層建築の實際に應用することが出来る。

(其一) 鐵筋混凝土高層建築に於ける單位結構(支柱及床版端は絞留せられたりと假定する場合第百十九圖)

第百十九圖



本題の場合に於ける
 静力学上不定量は一般
 に九個なれども、荷重
 法及構形が對照的なれ
 ば三個に減ず。
 條件式を解きて得たる
 結果は下の如し、

$$\begin{aligned}
 H_0 h_1 \left(\frac{2h_1}{3I_0} + \frac{l_2}{I_2} \right) + H_2 h_2 \left(\frac{l_2}{I_2} \right) + V_1 l_1 \frac{l_2}{I_2} &= \frac{p l_2^3}{12 I_2}, \\
 H_0 h_1 \frac{l_2}{I_2} + H_2 h_2 \left(\frac{2h_2}{3I_3} + \frac{l_2}{I_2} \right) + V_1 l_1 \frac{l_2}{I_2} &= \frac{p l_2^3}{12 I_2}, \\
 H_0 h_1 \frac{l_2}{I_2} + H_2 h_2 \frac{l_2}{I_2} + V_1 l_1 \left(\frac{2h_1}{3I_1} + \frac{l_2}{I_2} \right) &= \frac{p l_2^3}{12 I_2},
 \end{aligned}$$

上三式より得たる結果式は次ぎの如くである、

$$\begin{aligned}
 H_0 &= \frac{1}{\frac{l_1}{l_2} \Delta_1} \left(\frac{p l_2}{4} \right), \\
 H_2 &= \frac{1}{\frac{h_2}{l_2} \Delta_2} \left(\frac{p l_2}{4} \right), \\
 V_1 &= \frac{\frac{l_2}{l_1}}{\Delta_3} \left(\frac{p l_2}{4} \right),
 \end{aligned} \tag{180}$$

$$V_0 = \frac{6 + \frac{l_2}{l_1} + 6 \frac{l_1 I_0}{h_1 I_1} + 6 \frac{l_1 I_3}{h_2 I_1} + 4 \frac{l_1 I_2}{l_2 I_1}}{\Delta_3} \left(\frac{p l_2}{8} \right),$$

茲に

$$\begin{aligned}
 \Delta_1 &= 3 + 3 \frac{h_1 I_3}{h_2 I_0} + 3 \frac{h_1 I_1}{l_1 I_0} + 2 \frac{h_1 I_2}{l_2 I_0}, \\
 \Delta_2 &= 3 + 3 \frac{h_2 I_0}{h_1 I_3} + 3 \frac{h_2 I_1}{l_1 I_3} + 2 \frac{h_2 I_2}{l_2 I_3}, \\
 \Delta_3 &= 3 + 3 \frac{l_1 I_0}{h_1 I_1} + 3 \frac{l_1 I_3}{h_2 I_1} + 2 \frac{l_1 I_2}{l_2 I_1}.
 \end{aligned}$$

特別の場合(イ)。今上式に於て $l=l_1=l_2$, $I_1=I_2$ と假定せば、

$$\begin{aligned}
 H_0 &= \frac{1}{\frac{h_1}{l} \left(3 + 5 \frac{h_1 I_1}{l I_0} + 3 \frac{h_1 I_3}{h_2 I_0} \right)} \left(\frac{p l}{4} \right), \\
 H_2 &= \frac{1}{\frac{h_2}{l} \left(3 + 5 \frac{h_2 I_1}{l I_3} + 3 \frac{h_2 I_0}{h_1 I_3} \right)} \left(\frac{p l}{4} \right), \\
 V_0 &= \frac{11 + 6 \frac{l I_0}{h_1 I_1} + 6 \frac{l I_3}{h_2 I_1}}{5 + 3 \frac{l I_0}{h_1 I_1} + 3 \frac{l I_3}{h_2 I_1}} \frac{p l}{8}, \\
 V_1 &= \frac{1}{5 + 3 \frac{l I_0}{h_1 I_1} + 3 \frac{l I_3}{h_2 I_1}} \frac{p l}{8},
 \end{aligned} \tag{181}$$

$$M_{h1} = -H_0 h_1, \quad M_i = -V_1 l \quad \text{及び} \quad M_{h2} = -H_2 h_2.$$

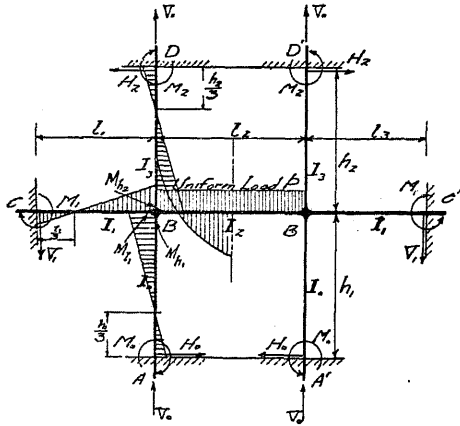
特別の場合(ロ)。今参考の爲め最も特別なる場合を取り各不静量の數値を見よう。即ち一般式に於て $l_1=l_2=h_1=h_2$, $I_0=I_1=I_2=I_3$ と置きて得たる結果は次ぎの如くである。

$$H_0 = H_2 = V_1 = \frac{1}{44} p l, \quad V_0 = \frac{23}{88} p l, \quad \text{従て} \quad M_{h1} \text{ 及び } M_i \text{ は何れも } \frac{p l^2}{44} \text{ である。}$$

(其二) 鐵筋混凝土高層建築に於ける單位結構

(支柱及び床版端を固定せる場合第二十圖)。

第二十圖



本題の場合に於ける
 静力學上不定力は一般
 に十五個である、然れ
 ども結構の形状及び加
 重法が對照的なるを以
 て其の數六個に減じ更
 に $V_1 = \frac{3M_0}{l_1}$, $H_0 =$
 $\frac{3M_0}{h_1}$, 及び $H_2 = \frac{3M_2}{h_2}$
 なる條件を入れて一般

條件式を解きて得たる結果式は次ぎの如くである。

$$\begin{aligned}
 M_0 &= \frac{1}{2 + 2\frac{h_1 I_1}{l_1 I_0} + 2\frac{h_1 I_3}{h_2 I_0} + \frac{h_1 I_2}{l_2 I_0}} \left(\frac{pl^2}{12} \right) \\
 M_1 &= \frac{1}{2 + 2\frac{l_1 I_0}{h_1 I_1} + 2\frac{l_1 I_3}{h_2 I_1} + \frac{l_1 I_2}{l_2 I_1}} \frac{pl^2}{12} \\
 M_2 &= \frac{1}{2 + 2\frac{h_2 I_0}{h_1 I_3} + 2\frac{h_2 I_1}{l_1 I_3} + \frac{h_2 I_2}{l_2 I_3}} \frac{pl^2}{12} \\
 H_0 &= \frac{1}{\frac{h_2}{l_2} \left(2 + 2\frac{h_1 I_1}{l_1 I_0} + 2\frac{h_1 I_3}{h_2 I_0} + \frac{h_1 I_2}{l_2 I_0} \right)} \frac{pl}{4} \\
 H_2 &= \frac{1}{\frac{h_2}{l_2} \left(2 + 2\frac{h_2 I_0}{h_1 I_3} + 2\frac{h_2 I_1}{l_1 I_3} + \frac{h_2 I_2}{l_2 I_3} \right)} \frac{pl}{4}
 \end{aligned}
 \quad \dots (182)$$

$$V_0 = \frac{4 + \frac{l_2}{l_1} + 4\frac{l_1 I_0}{h_1 I_1} + 4\frac{l_1 I_3}{h_2 I_1} + 2\frac{l_1 I_2}{l_2 I_1}}{2 + 2\frac{l_1 I_0}{h_1 I_0} + 2\frac{l_1 I_3}{h_2 I_1} + \frac{l_1 I_2}{l_2 I_1}} \frac{pl_2}{8}$$

$$V_1 = \frac{1}{\frac{l_1}{l_2} \left(2 + 2\frac{l_1 I_0}{h_1 I_1} + 2\frac{l_1 I_3}{h_2 I_1} + \frac{l_1 I_2}{l_2 I_1} \right)} \frac{pl_2}{4}$$

而して $M_{h1} = -2M_0$, $M_{l1} = -2M_1$, $M_{h2} = -2M_2$.

特別の場合(1) 今(182)式に於て $l_1 = l_2 = l$, $I_1 = I_2$ と假定せば次
 ぎの結果を得べし。

$$M_0 = \frac{1}{2 + 3\frac{h_1 I_1}{l I_0} + 2\frac{h_1 I_3}{h_2 I_0}} \frac{pl^2}{12}$$

$$M_1 = \frac{1}{3 + 2\frac{l I_0}{h_1 I_1} + 2\frac{l I_3}{h_2 I_1}} \frac{pl^2}{12}$$

$$M_2 = \frac{1}{2 + 3\frac{h_2 I_1}{l I_3} + 2\frac{h_2 I_0}{h_1 I_3}} \frac{pl^2}{12}$$

$$H_0 = \frac{1}{\frac{h_1}{l} \left(2 + 3\frac{h_1 I_1}{l I_0} + 2\frac{h_1 I_3}{h_2 I_0} \right)} \frac{pl}{4}$$

$$H_2 = \frac{1}{\frac{h_2}{l} \left(2 + 3\frac{h_2 I_1}{l I_3} + 2\frac{h_2 I_0}{h_1 I_3} \right)} \frac{pl}{4}$$

$$V_0 = \frac{7 + 4\frac{l I_0}{h_1 I_1} + 4\frac{l I_3}{h_2 I_1}}{3 + 2\frac{l I_0}{h_1 I_1} + 2\frac{l I_3}{h_2 I_1}} \frac{pl}{8}$$

$$V_1 = \frac{1}{3 + 2\frac{l I_0}{h_1 I_1} + 2\frac{l I_3}{h_2 I_1}} \frac{pl}{4}$$

.... (183)

特別の場合(口)。

$l_1=l_2=l_3=l_4, I_0=I_1=I_2=I_3$ なる場合を取るときは次ぎの如くである。

$$M_0=M_1=M_2=\frac{1}{84}pl^2, \quad H_0=H_2=\frac{1}{28}pl,$$

$$V_0=\frac{15}{56}pl, \quad V_1=\frac{1}{28}pl.$$

第八十二節 三個の連續不等徑間より成る結構

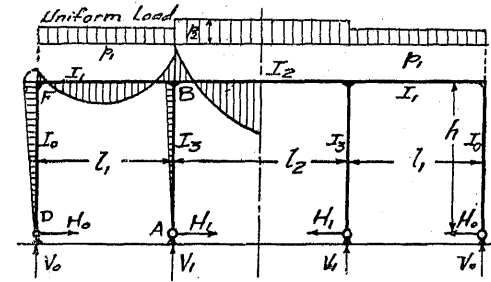
鐵筋混凝土建築及び橋梁等で三徑間より成る場合が中々多い、又長大なる陸橋等では温度の變化に對する關係から三徑間を一個とする單位結構形に施工する場合が少くない。其の一例は獨逸國 ドルトムント (Dortmund) 附近に建設せられた鐵筋混凝土陸橋で、總延長二百米突を有するものが何れも三徑間を一個とする結構から成り立つて居る (Beton und Eisen, 1913 年二月二十六日號參照)。

其他鐵筋混凝土工場建築等では第二百一圖及び第二百二圖に示す如き形のもが少くない、次ぎに掲ぐる理論解式は著者の誘導せしものである、著者の淺識なる歐米各國でも未だ公表せられたるものあるを耳にしない。

(其一) 垂直部材の下端が鉸留せる場合(第二百一圖)

結構の徑間は l_1 及び l_2 より成り、各 p_1 及び p_2 の荷重を加ふるとき、靜力學上不定力 H_0, H_1 及び V_1 に對する彈性理論條件式は次ぎの如し。

第二百一圖



$$(a) \frac{2}{EI_0} \int_0^h H_0 y^2 dy + \frac{2h}{EI_1} \int_0^{l_1} \left(H_0 h - \frac{2p_1 l_1 + p_2 l_2}{2} x + \frac{p_1 x^2}{2} + V_1 x \right) dx + \frac{h}{EI_2} \int_0^{l_2} \left[H_0 h + H_1 h + V_1 l_1 - \frac{p_1 l_1^2 + p_2 (l_1 l_2 + l_2 x - x^2)}{2} \right] dx = 0,$$

$$(b) \frac{2}{EI_1} \int_0^{l_1} \left(H_0 h x - \frac{2p_1 l_1 + p_2 l_2}{2} x^2 + \frac{p_1 x^3}{2} + V_1 x^2 \right) dx + \frac{h}{EI_2} \int_0^{l_2} \left[H_0 h + H_1 h + V_1 l_1 - \frac{p_1 l_1^2 + p_2 (l_1 l_2 + l_2 x - x^2)}{2} \right] dx = 0,$$

$$(c) \frac{2}{EI_3} \int_0^h H_1 y^2 dy + \frac{h}{EI_2} \int_0^{l_2} \left[H_0 h + H_1 h + V_1 l_1 - \frac{p_1 l_1^2 + p_2 (l_1 l_2 + l_2 x - x^2)}{2} \right] dx = 0.$$

此等 (a), (b), (c) 三式を解き得たる結果式は次ぎの如し。

$$H_0 = \frac{p_1 l_1 \left(3 + 6 \frac{h I_1}{l_1 I_3} + 2 \frac{h I_2}{l_2 I_3} \right) - 2 p_2 l_2 \frac{l_2}{l_1} \left(\frac{h I_1}{l_1 I_3} \right)}{4 \frac{h}{l_1} A}$$

$$H_1 = \frac{p_2 l_2 \frac{l_2}{l_1} \left(3 + 4 \frac{h I_1}{l_1 I_0} \right) - 3 p_1 l_1 \left(1 + 2 \frac{h I_1}{l_1 I_0} \right)}{4 \frac{h}{l_1} \cdot A}$$

$$V_1 = \left\{ \begin{aligned} & p_1 l_1 \left[9 + 15 \frac{h I_1}{l_1 I_0} + 9 \frac{h I_1}{l_1 I_3} \right. \\ & \quad \left. + 6 \frac{h I_2}{l_2 I_3} + 2 \frac{h I_1}{l_1 I_0} \left(6 \frac{h I_1}{l_1 I_3} + 5 \frac{h I_2}{l_2 I_3} \right) \right] \\ & + \frac{p_2 l_2 \left[9 + 12 \frac{h I_1}{l_1 I_0} + 12 \frac{h I_1}{l_1 I_3} + 6 \frac{h I_2}{l_2 I_3} \right. \\ & \quad \left. + 2 \frac{h I_1}{l_1 I_0} \left(6 \frac{h I_1}{l_1 I_3} + 4 \frac{h I_2}{l_2 I_3} \right) + \frac{h I_1}{l_1 I_3} \left(3 + 2 \frac{h I_1}{l_1 I_0} \right) \frac{l_2}{l_1} \right]}{2 A} \end{aligned} \right\} \dots (184)$$

茲に $A = 9 + 12 \frac{h I_1}{l_1 I_0} + 12 \frac{h I_1}{l_1 I_3} + 6 \frac{h I_2}{l_2 I_3} + 2 \frac{h I_1}{l_1 I_0} \left(6 \frac{h I_1}{l_1 I_3} + 4 \frac{h I_2}{l_2 I_3} \right)$.

特別の場合 (イ)。今第二百一十一圖の場合に於て $l_1 = l_2 = l$, $p_1 = p_2 = p$, $I_1 = I_2$, $I_0 = I_3$ とせば (184) 式は次ぎの如く簡約せらる。

$$H_0 = \frac{3 \left(1 + 2 \frac{h I_1}{l I_0} \right)}{4 \frac{h}{l} \cdot A} p l, \quad H_1 = \frac{-\frac{h I_1}{l I_0}}{2 \frac{h}{l} \cdot A} p l$$

$$V_1 = \frac{18 + 63 \frac{h I_1}{l I_0} + 44 \left(\frac{h I_1}{l I_0} \right)^2}{2 A} p l$$

茲に $A = 9 + 30 \frac{h I_1}{l I_0} + 20 \left(\frac{h I_1}{l I_0} \right)^2$ である。

特別の場合 (ロ)。今参考の爲め最も特別なる場合を取り $I_0 = I_1 = I_2 = I_3$, $l_1 = l_2 = h$, $p_1 = p_2 = p$ とせば、

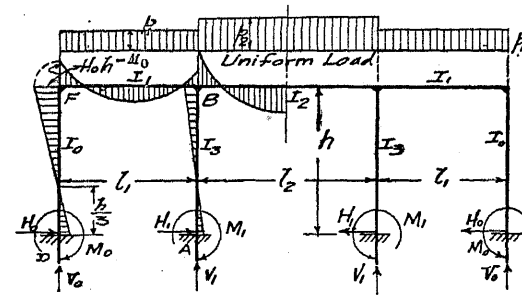
$$H_0 = \frac{9}{236} p l, \quad H_1 = \frac{-2}{236} p l, \quad V_0 = \frac{-14}{236} p l, \quad V_1 = \frac{250}{236} p l.$$

又 (184) 式に於て $I_1 = I_2$, $l_1 = l_2 = l$, $p_1 = 0$, $p_2 = p$, I_0 を無限大とせば第七十九節(其三)の場合となり (175) 式と同結果を得べし。

(其二) 垂直部材の下端が固定せる場合(第二百二十二圖)

此の場合に起りては不静定力は H_0, H_1, M_0, M_1 及び V_1 の五個

第二百二十二圖



なれども $M_0 = \frac{H_0 h}{3}$, $M_1 = \frac{H_1 h}{3}$ なる関係より三個に減ずることが出来る、弾性理論により条件式を解き得たる結果は次式の如し。

$$H_0 = \frac{p_1 l_1 \left(2 + 3 \frac{h I_1}{l_1 I_3} + \frac{h I_2}{l_2 I_3} \right) - p_2 l_2 \left(\frac{l_2}{l_1} \right) \frac{h I_1}{l_1 I_3}}{4 \frac{h}{l_1} \cdot A}$$

$$H_1 = \left\{ \begin{aligned} & \frac{2 p_2 l_2 \frac{l_2}{l_1} \left(1 + \frac{h I_1}{l_1 I_0} \right)}{4 \frac{h}{l_1} \cdot A} \\ & - p_1 l_1 \left[2 + 15 \frac{h I_2}{l_2 I_0} + 6 \frac{h I_1}{l_1 I_0} \left(1 - 3 \frac{l_2 I_1}{l_1 I_2} \right) \right] \end{aligned} \right\} \dots (185)$$

$$V_1 = \frac{\left\{ p_1 l_1 \left[8 + 10 \frac{h I_1}{l_1 I_0} + 6 \frac{h I_1}{l_1 I_3} \left(1 + \frac{h I_1}{l_1 I_0} \right) + \frac{h I_2}{l_2 I_3} \left(4 + 5 \frac{h I_1}{l_1 I_0} \right) \right] \right\}}{4A} + \frac{\left\{ p_2 l_2 \left[8 \left(1 + \frac{h I_1}{l_1 I_0} \right) + 4 \frac{h I_2}{l_2 I_3} \left(1 + \frac{h I_1}{l_1 I_0} \right) + \frac{h I_1}{l_1 I_3} \left[\left(2 + \frac{h I_1}{l_1 I_0} \right) \left(6 + \frac{l_2}{l_1} \right) - 4 \right] \right] \right\}}{4A}$$

茲に $A = 4 + 2 \frac{h I_2}{l_2 I_3} + 4 \frac{h I_1}{l_1 I_0} + 4 \frac{h I_1}{l_1 I_3} + \frac{h^2}{l_1 l_2} \left(\frac{I_1 I_2}{I_0 I_3} \right) \left(2 + 3 \frac{l_2 I_1}{l_1 I_2} \right)$

又 $V_0 = p_1 l_1 + \frac{p_2 l_2}{2} - V_1$, $M_0 = \frac{H_0 h}{3}$, $M_1 = \frac{H_1 h}{3}$ なることは前述の如くである。

特別の場合。(185)式より種々なる特種結構の理論式を導くことが出来るが餘り煩に渉るから茲には掲げない、只其の一二を述べんに今 $p_1 = p_2 = p$, $I_0 = I_3$, $I_1 = I_2$, $l_1 = l_2 = l$ とせば (185) 式の値は次ぎの如く變ず。

$$\left. \begin{aligned} H_0 &= \frac{2 + 3\phi}{\frac{h}{l} \Delta} \left(\frac{pl}{4} \right) & H_1 &= \frac{-\phi}{\frac{h}{l} \Delta} \left(\frac{pl}{4} \right), \\ V_1 &= \frac{16 + 42\phi + 22\phi^2}{\Delta} \frac{pl}{4} & & \\ \text{茲に } \Delta &= 4 + 10\phi + 5\phi^2, \phi = \frac{h I_1}{l I_0} \end{aligned} \right\} \dots (186)$$

又更に特別なる場合をとり (186) にて $h=l$, $I_1=I_0$ とせば

$$H_0 = \frac{5}{76} pl, \quad H_1 = \frac{-1}{76} pl, \quad V_1 = \frac{20}{19} pl, \quad V_0 = \frac{8.5}{19} pl$$

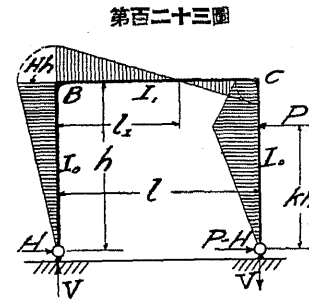
$M_0 = \frac{5}{228} pl^2$, $M_1 = \frac{-1}{228} pl^2$ である、従て M_1 は頗る小なるもので有ることが分る。

第八十三節 水平荷重を受くる結構

以上論述し來つたものは凡て垂直荷重を受けたる場合のみで有つた、然し實際設計上には風壓又は機關車制動等より來る水平荷重を受くる場合が少くない、次ぎに數種の結構に於ける水平荷重の影響を述べよう。

(其一) 水平集荷重を受くる矩形結構 (第二百二十三圖)。

B 點の水平撓度 (Horizontal Deflection) は C 點に於ける量とは



異つて居る、而して此の兩者の差は BC 材上の直壓力に對する應壓力變形量であるから一般に頗る微少で有つて全然此の量を消去しても差支なき程度のもので有る、此の場合に於ける不靜定力 H を定むる條件式は

$$\frac{1}{EI_0} \left[\int_0^h Hy^2 dy + \int_0^{kh} (H-P)y^2 dy + \int_{kh}^h (Hy - Pkh)y dy \right] + \frac{h}{EI_1} \int_0^l (Hh - Vx) dx = 0.$$

解法の結果は次ぎの如し、

$$H = \frac{k [3 + (3 - k^2) \phi]}{3 + 2\phi} \frac{P}{2} \dots \dots \dots (187)$$

茲に $\phi = \frac{hI_1}{lI_0}$,

又水平材に起る反曲點の位置は次式から求むることが出来る、

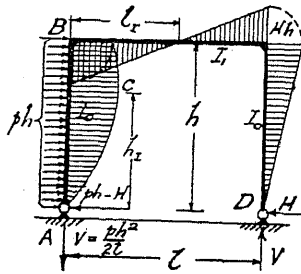
$$l_r = \frac{3 + (3 - k^2)\phi}{3 + 2\phi} \left(\frac{l}{2}\right)$$

今 $k=1, I_0=I_1, h=l$ と假定せば $H = \frac{P}{2}, l_r = \frac{l}{2}$ となる。

(其二) 水平等布荷重を受くる矩形結構 (第二百二十四圖)。

今總べての外力の D 點に關する力率を求むれば $V = \frac{ph^2}{2l}$ であ

第二百二十四圖



る、而して D 點に働く水平推力

は次式の如し、

$$H = \frac{6 + 5\phi}{3 + 2\phi} \frac{ph}{8}$$

茲に $\phi = \frac{hI_1}{lI_0}$,

又垂直材 AB に於て頂點 C より

A 點までの距離 (h_r) は次ぎの如し、

$$h_r = \frac{18 + 11\phi}{3 + 2\phi} \frac{h}{8}$$

又水平材に於ける反曲點の位置は次式より定むることが出来る。

$$l_r = \frac{3}{4} \left(\frac{2 + \phi}{3 + 2\phi}\right) l$$

今 $I_0=I_1, h=l$ とせば $h_r = \frac{29}{40}h, l_r = \frac{9}{20}l$ である。

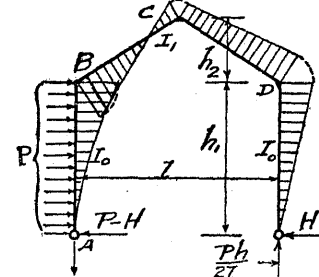
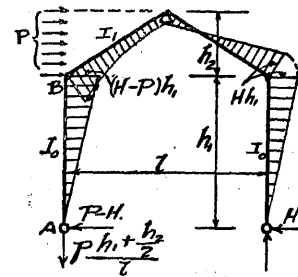
(其三) 水平等布荷重を屋根上に受くる場合 (第二百五五圖)

此の場合に於ける水平推力は次ぎの如し、茲に $\phi = \frac{lI_0}{h_1I_1}$,

$$H = \frac{1 + \frac{3}{2}\phi + \frac{5}{16}\frac{h_2}{h_1}\phi}{2 + 3\phi + \frac{3}{4}\frac{h_2}{h_1}\phi} P \dots\dots (188)$$

第二百五五圖

第二百二十六圖



(其四) 水平等布荷重を壁面に受くる場合 (第二百二十六圖)

$$H = \frac{5 + 6\phi}{16 + 24\phi + 6\frac{h_2}{h_1}\phi} P \dots\dots (189)$$

茲に $\phi = \frac{lI_0}{h_1I_1}$

B 點に於ける彎曲率は $(\frac{P}{2} - H)l_1$, 又絶頂 C 點に於ける彎曲

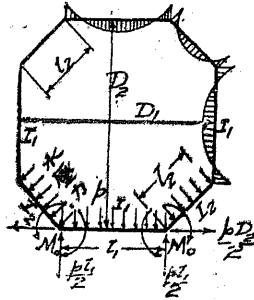
率は $H(h_1 + h_2) - \frac{Ph_1}{4}$ である。

第八十四節 水 槽

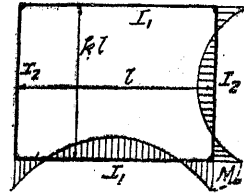
第二百二十七圖に示せるは任意の邊數を有する水槽の平面圖であ

る、内部より水壓力 p を加ふる時静力學上不定量は各隅角部に

第二百二十七圖



第二百二十八圖



於ける彎曲率 M_0 である、而して n 邊を有する水槽に在りては弾性理論により次ぎの條件式を解きて M_0 を定むることが出来る。

$$\frac{n}{EI_1} \int_0^{l_1} \left(M_0 + \frac{pl_1}{2}x - \frac{px^2}{2} \right) dx + \frac{n}{EI_2} \int_0^{l_2} \left(M_0 + \frac{pl_2}{2}x - \frac{px^2}{2} \right) dx = 0$$

解法の結果は次の如し、

$$M_0 = - \frac{l_1^3 + l_2^3 \frac{I_1}{I_2}}{l_1 + l_2 \frac{I_1}{I_2}} \frac{p}{12} \dots \dots \dots (190)$$

特別の場合 (イ) 矩形水槽 (第二百二十八圖)

此の場合には $l_2 = kl$ と置きて次ぎの結果を得

$$M_0 = - \frac{1 + k^3 \frac{I_1}{I_2}}{1 + k \frac{I_1}{I_2}} \frac{pl^2}{12} \dots \dots \dots (191)$$

特別の場合 (ロ) 方形水槽

此の場合に在りては $k=1$ と上式に置きて

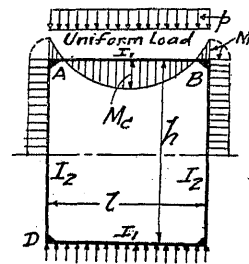
$$M_0 = - \frac{1}{12} pl^2,$$

又水槽壁の中心にては $M_c = \frac{1}{24} pl^2$ である。

第八十五節 暗 渠

鐵筋混凝土は 鐵道又は 公道用暗渠として盛んに應用されて居

第二百二十九圖



る。然し一般に之れを結構と考へずに設計されて居るが合理的な方法でない、今次ぎに合理的解式を掲げよう。

(其一) 等布荷重を上下より受くる

場合 (第二百二十九圖)

此の場合に於ては A 及び B 部に於ける

彎曲率 M_0 を定むれば充分である、即ち

$$\frac{1}{EI_1} \int_0^l \left(M_0 + \frac{pl}{2}x - p \frac{x^2}{2} \right) dx + \frac{1}{EI_2} \int_0^h M_0 dx = 0$$

之れを解きて得たる結果は

$$M_0 = - \frac{1}{1+\phi} \frac{pl^2}{12} \quad \text{茲に } \phi = \frac{hI_1}{lI_2} \dots \dots (192)$$

又 AB 部材の中央に於ける最大正彎曲率 M_c は次ぎの如し、

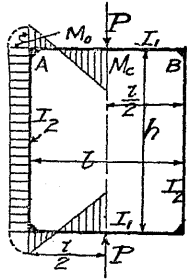
$$M_c = \frac{1+3\phi}{1+\phi} \frac{pl^2}{24} \dots \dots \dots (193)$$

圖に示せる如く A より D まで彎曲率は一定である、又側壁上の地壓力に對しては以上の方法を少しく變じて應用することが出来る。

(其二) 集荷重を上下より受くる場合 (第三百十圖)

隅角部 (A, B) に於ける彎曲率 M_0 を定むる條件式は次の如く

第三百三十圖 である。



$$\frac{1}{EI_1} \left[\int_0^{l/2} \left(M_0 + \frac{Px}{2} \right) dx + \int_{l/2}^l \left\{ M_0 + \frac{Px}{2} - P \left(x - \frac{l}{2} \right) \right\} dx \right] + \frac{1}{EI_2} \int_0^h M_0 dx = 0$$

これを解きて

$$M_0 = -\frac{1}{1+\phi} \frac{Pl}{8} \quad \text{茲に } \phi = \frac{hI_1}{lI_2} \quad \dots (194)$$

又 AB の中央に於ける最大正彎曲率は

$$M_c = \frac{1+2\phi}{1+\phi} \frac{Pl}{8} \quad \dots (195)$$

第八十六節 堆積粒體 (穀類又は土砂)

の側壓力と垂直壓力

(附、暗渠上堆積土砂の垂直壓力)

ヤンセン氏 (Jansen) 計算法、一函形を成せる建造物に穀類又は土砂を填充する時、其の側壁に及ぼす水平壓力と底面上に來る垂直壓力とは一般土壓の計算式に依り算定することが出来ない、何となれば同一粒體は各壁面に壓力を及ぼす爲めである、鐵道又は公道下の暗渠が數尺乃至數十尺の堆積土砂を有するとき暗渠上に來る垂直壓力は幾何であるか是れ又普通土壓計算法では計算が出来ない、此の如き場合に正確な計算を成さんとせば次に述ぶる

ヤンセン氏解法を應用するに如かず、西曆千八百九十五年ヤンセン氏の研究せる處は此の如き場合の粒體側壓力並に垂直壓力を見出さんとするに一種の液體壓力の考より誘導せるものである、堆積粒體の側壓力は壁面と粒體(又は土砂)との間の摩擦により異なり、又摩擦の量は粒體の深さに從て急速に増大す、而して一定の深さに達すれば夫れ以上に深さを増加するも底面上の垂直壓力は増加せざるに至る、換言すれば側壁面と粒體との間の摩擦は其部分の側壁に圍まれたる粒體層の重量に等しきに至る、其の計算法は次ぎの如し。

今 $P_s \text{ max} =$ 側壁面上に働く粒體の最大側壓力

$f =$ 側壁面と粒體との間の摩擦係數

$s =$ 正方形をなせる井形側壁の一邊の長さ

$dh =$ 粒體層の高さ

$w =$ 粒體の單位重量

とせば以上述べたる處により次ぎの式を得べし。

$$p_s \text{ max} \cdot f \cdot 4s \cdot dh = w \cdot s^2 \cdot dh,$$

$$\text{即ち } p_s \text{ max} = \frac{ws}{4f} \quad \dots (196)$$

是れ最大側壓力である。而して側壓力は側壁の高さに沿ひ變化するものとせば f は常數と假定することを得。正方形なる函形側壁上に働く最大側壓力は其の邊長に正比例し、又側壓力は其の部分に於ける垂直壓力に正比例するものと假定することを得べし、今以上の外更に次ぎの符號を用ふ。

p_0 = 函形體底面の單位面積上に働く垂直壓力、

p_s = 側壁表面の單位面積上に働く側壓力、

$$k = \frac{p_s f}{p_0} \text{ 或は } \frac{k p_0}{f} = p_s$$

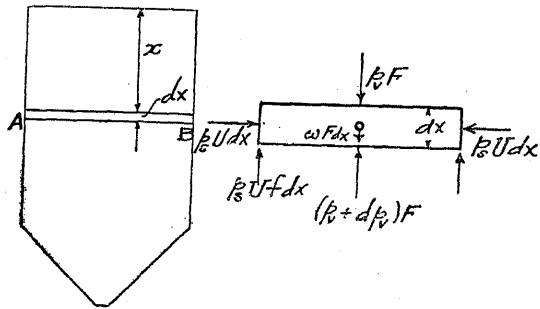
U = 函形體の水平周長(内側)

F = 函形體の横斷面積

x = 函形體内の粒體層の厚さ

e = 自然對數の底數 = 2.71828.....

第百三十一圖



第百三十一圖より

$$F(p_0 + dp_0 - p_0) = w \cdot F \cdot dx - f p_s \cdot U \cdot dx$$

$$dp_0 = w dx - \frac{f \cdot p_s \cdot U}{F} dx = w dx - k \cdot p_0 \cdot \frac{U}{F} dx$$

故に

$$dx = \frac{d p_0}{w \left(1 - \frac{k U}{F} \frac{p_0}{w} \right)}$$

即ち

$$\int_0^{p_0} \frac{d p_0}{w \left(1 - \frac{k U}{F} \frac{p_0}{w} \right)} = \int_0^x dx = x$$

$$-\frac{F}{kU} \log_e \left(1 - \frac{kU}{Fw} p_0 \right) = x$$

$$\log_e \left(1 - \frac{kU}{wF} p_0 \right) = \frac{kUx}{F}$$

$$1 - \frac{kU}{wF} p_0 = e^{-\frac{kUx}{F}}$$

故に

$$p_0 = \frac{wF}{kU} \left(1 - e^{-\frac{kUx}{F}} \right) \dots \dots \dots (197)$$

即ち

$$p_s = \frac{k p_0}{f} = \frac{wF}{fU} \left(1 - e^{-\frac{kUx}{F}} \right) \dots \dots \dots (198)$$

從て

今正方形斷面を有する構造物を取り其の一邊を s とせば

$$F = s^2, \quad U = 4s$$

にして垂直底壓力及び側壓力は次の如し

$$p_0 = \frac{ws}{4k} \left(1 - e^{-\frac{4kx}{s}} \right)$$

$$p_s = \frac{ws}{4f} \left(1 - e^{-\frac{4kx}{s}} \right)$$

本式に於て k は尙未知量である。而してヤンセン氏が諸穀類につき研究せる處によれば k は 0.203 より 0.235 の間に變化すと云ふ又同氏は摩擦係數 f は 0.302 より 0.346 の間に在りとせり故に此等の値を上式に挿入すれば

$$p_s = \frac{0.203}{0.302} p_0 = 0.675 p_0$$

$$p_s = \frac{0.235}{0.346} p_0 = 0.68 p_0$$

即ち約數にて $p_s = 0.7 p_0$ なり

此等の値から (197) (198) 兩式の値は如何なる場合に對しても計算が出来る。

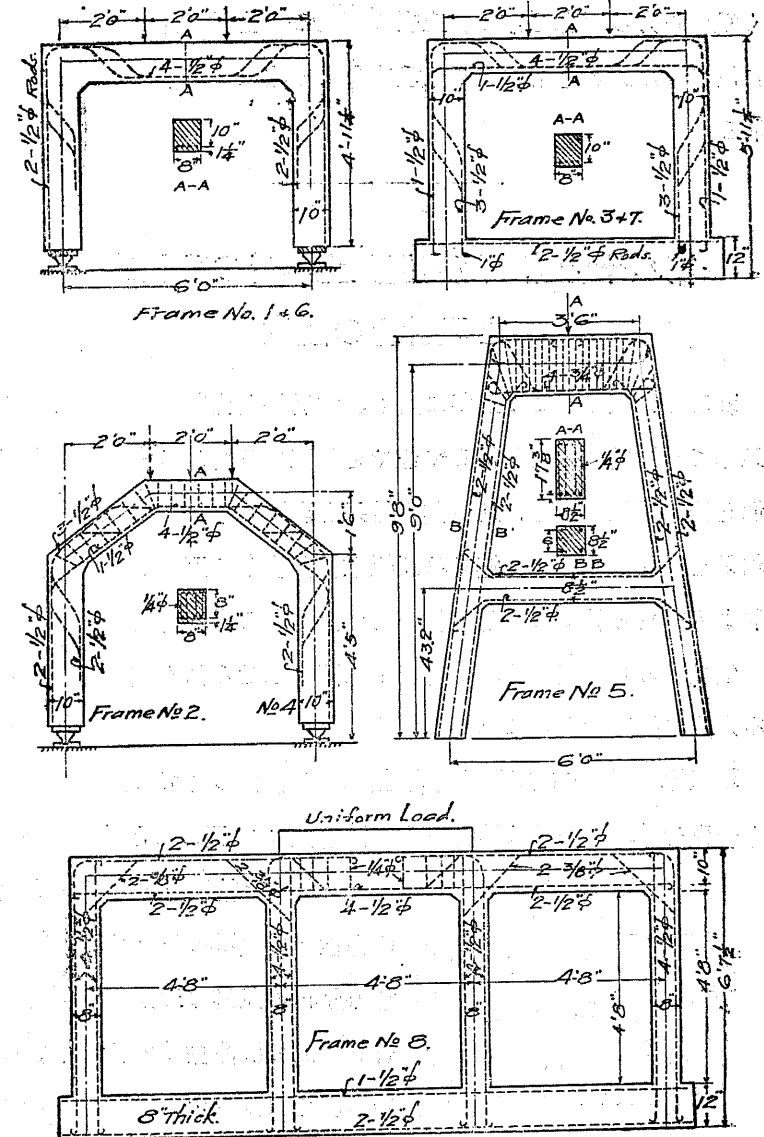
暗渠等に對し其の上に来る堆積土砂の直壓力を計算するに以上の場合とは少しく趣きを異にして居る。暗渠の如きは幅の割合に長さの大なるものであるから、其の上に来る堆積土砂は暗渠の幅の方向にのみ側壓力あるものと假定するのが至當である。今其の幅を b (第百三十一圖 AB) とし奥行の方に單位長をとり前と同様の方法にて次式を得べし

$$p_o = \frac{wb}{2k} \left(1 - e^{-\frac{2kx}{b}} \right) \dots\dots\dots (199)$$

暗渠類に在りては $p_s/p_o = 0.7$ の如く假定することは少しく多きに失する様である、今参考の爲め次ぎの如く假定し堆積土砂五尺乃至二十尺までの場合の垂直土壓力を算定せば次表の如くで有る

	暗渠上土砂の深さ (呎)	暗渠幅 (b)		
		1 呎	2 呎	3 呎
$\left(\frac{p_s}{p_o} = \frac{1}{3} \right)$ $f=0.2$	5	365 (0.73)	430 (0.86)	465 (0.93)
	10	555 (0.55)	730 (0.73)	810 (0.81)
	15	650 (0.43)	950 (0.63)	1095 (0.73)
	20	700 (0.35)	1110 (0.55)	1305 (0.65)
$\left(\frac{p_s}{p_o} = \frac{2}{3} \right)$ $f=0.2$	5	275 (0.55)	370 (0.74)	405 (0.81)
	10	350 (0.35)	550 (0.55)	670 (0.67)
	15	370 (0.24)	650 (0.43)	825 (0.55)
	20	375 (0.19)	700 (0.35)	930 (0.47)

第百三十二圖



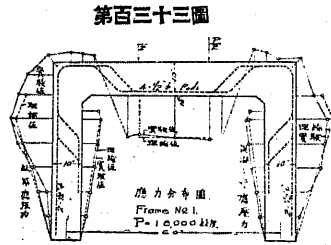
表中括弧内の數字は暗渠上に在る土砂全重量の内、暗渠上に働く垂直壓力の割合である、上表より見るも土砂の深さ十五呎前後に達すれば深さを増加するも垂直壓力の増加は僅少であることが解る。

第八十七節 鐵筋混凝土結構の實驗成績と設計上の注意

著者は大正二年より三年に亘り、鐵筋混凝土結構が荷重に對し果して理論的に抵抗し得るや否やを研究する爲めに大形實驗材八個を作り實驗に供し、且つ其の結果を理論値と比較研究を遂げ好結果を得た。此等を詳述すれば紙數甚だ多きに亘るから茲には實驗より得たる結論の概要を紹介して設計者の參考とせん。

供試材の鐵筋配置法は第百三十二圖に示せる如く其の試驗成績の概要は第三十七表に掲げて有る。

1. 應力に關する理論値と實驗値とは結構の總ての點に於て能く一致せり其の一例は第百三十三圖(應力を支距にて示す)の如し。



2. 荷重を結構上加ふる時其の彈性作用 (Elastic action) 及び應力分布の狀態は理論と一致して居る、從て反曲點等の位置も實驗の範圍では精密に理論上の位置に

第三十七表
鐵筋混凝土結構荷重試驗の成績概要
混凝土割合比 1:2:4

試驗 荷重 の 番 號	荷重法	初裂の 時 の 荷重(封度) を 生 じ た る 時 の 荷重(封度) を 生 じ た る 時 の 荷重(封度)	間 の 最 大 荷 重(封度) を 測 定 せ る 時 の 荷重(封度)	結 構 上 最 大 荷 重(封度)	最 大 應 力 に 付 封 度				上 荷 筋 上 の 粘 着 力 に 對 し て 剪 切 力 に 對 し て 剪 切 力 に 對 し て 剪 切 力 に 對 し て 剪 切 力			
					上 荷 筋 上 の 應 力	支 柱 の 應 力	支 柱 の 中 心	支 柱 の 中 心		支 柱 の 中 心	支 柱 の 中 心	
1	三分點にて 集荷	12,000	36,000	40,500	36,000	16,000	21,700	35,200	Crushed	Crushed	266	333
2	上荷中心 に集荷	8,000	14,000	—	32,000	28,900	—	12,300	1,880	1,180	124	159
3	三分點にて 集荷	21,000	46,000	61,000	39,500	20,300	15,700	23,800	1,500	2,050	326	415
4	同上	10,000	30,000	50,000	25,300	21,800	—	27,600	1,610	1,770	267	340
5	上荷中心 に集荷	40,000	100,000	146,000	36,400	5,700	—	11,800	—	12,200	425	383
6	三分點にて 集荷	18,000	36,000	46,000	29,800	7,400	10,300	27,000	1,940	2,300	253	323
7	同上	21,000	46,000	61,000	44,400	25,500	18,100	30,200	1,860	Crushed	323	413
8	中央部にて 集荷	45,000†	60,000	134,000	30,900	13,200	—	14,700*	1,660*	14,700	425	540

* 最大荷重に非ず * 縁線より一吋内方なる部分の應力を示す。 * 支柱の抗壓筋上の應力を示す

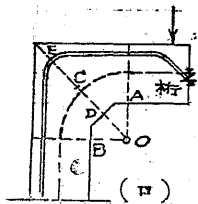
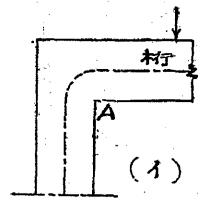
在テ荷重を増減しても其の位置に變化はない。

3. 結構を充分注意して設計し、鐵筋の配置が合理的であれば各部材の結接個所の丈夫さ (Rigidity) は少しも憂ふるの必要が無く、應力は部材から部材に完全に傳達される。

4. 實驗せる範圍では荷重を増加せるが爲めに突然破壊を見たものなし、又撓度の増加も頗る一樣であるから鐵筋混凝土結構は鐵構體と同様に信賴し得ることを確認した。

5. 結構の部材と部材との結接部の Sharp corner では一般に著しく高い應壓力を生ず。是れ所謂曲桁 (Curved beam) の作用から來るものである。桁と柱とを第百三十四圖(イ)の如く結接すれば A 部には纖維の長さが零であるから理論上彎曲に對する抵抗力が無い譯である、故に(ロ)圖の如く AB の長さは少くとも軸長の三分の一乃至四分の一位とすることが必要で有る、著者は AB

第百三十四圖



の長さを色々にとり實驗上 AB 部の應壓力を測定し、之れを曲狀桁の公式により算出したる理論値と比較し略ぼ一致せる結果を得た、故に此の如き結節部内縁の應壓力は次式により計算し其の應力度を可許應力度以内に止むることが設計上必要で有る。

$$p_{max} = \frac{M(h \pm 2d)}{(h \pm 2\rho)Ad} + \frac{P}{A} \dots\dots (200)$$

茲に p_{max} = 矩形斷面を有する曲形材の縁維應力

A = 部材の斷面積

d = 部材斷面の重心點と中軸線との距離

h = 部材の厚さ

ρ = 曲率半徑

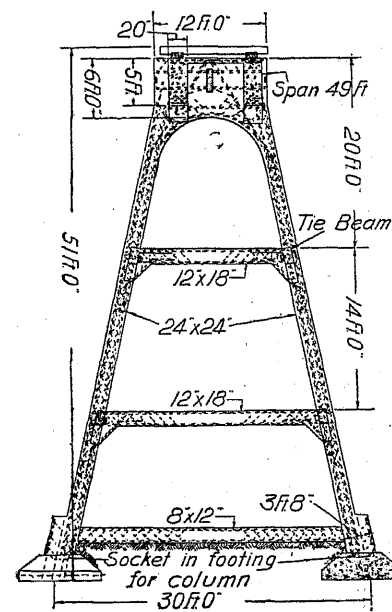
M = 與へられたる斷面に於ける彎曲率

P = 與へられたる斷面に働く直壓力。

此の如き部分の應力を純然たる理論式により算定することは容易でない、然し上式によれば實驗の結果と略ぼ一致するから之れを近似計算に應用することが出来る。

其の方法は先づ ADB に内接する圓を畫き其の中心 O を定め、

第百三十五圖



鐵筋の中心 E と D との二等分點 O を見出し CO を以て ρ と假定す、又鐵筋より外方の混凝土を棄て DE を h と見做し其他は幾何學的に算定して可なり。

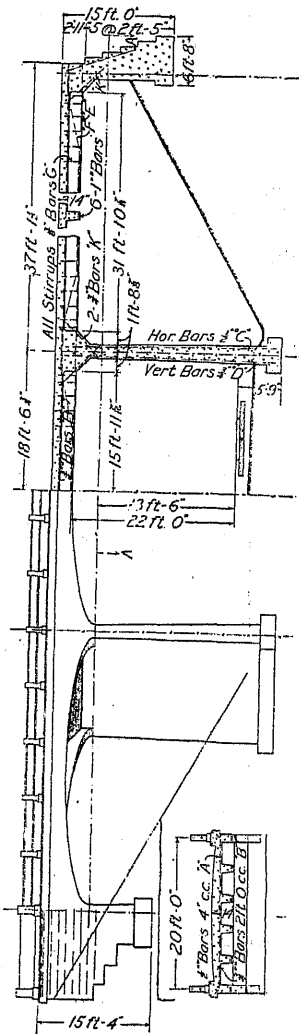
6. 鐵筋混凝土結構の施工上特に注意を要することは、其の形を精確に圖面通りに作り上げると云ふことで有る。此は如何なる構造物にも必要なることで有るが混凝土結構

には特に必要な事である然らざれば副應力を生じ意外なる失敗を招くことがある。

7. 結構では水平推力が常に垂直材の脚部に働き、其の量は多くの單構 (Simple frame) では垂直荷重の八分の一乃至十八分の一位である。故に出來得れば支柱は少しく外方に傾斜せしむれば支柱に於ける彎曲率を減ずるに偉功が有る、若し現場の都合上斯る事が出來がたければ支柱の外側を垂直にし内側を傾斜せしめても宜しい。

(實例) 今日まで鐵筋混凝土を用ひ結構形に作れるもの少くない、前にも述べた通り獨逸國ドルトムンド附近に建設せられたる延長二百米突陸橋の如き稍々著しき例である、又米國リッチモンド及びチェサピーク、ベア鐵道に於て1907年建設せられたるは延長二千八百呎に亘り、高さ十七呎乃至七十呎、鐵筋混凝土桁は徑間長二十三呎乃至六十八呎に及べり。架臺の一部は第百三十五圖に示せる如くて一階乃至三階に

第百三十六圖



なつて居る、動荷重は長さ五十四呎を有する七十五噸車で、五割をインパクトに許し、風壓每平方呎三十封度、又制動より來る水平推力は動荷重の二割とし計算せりと云ふ、配筋法はカーン式である。

第百三十六圖に示せるは米國デラワレ、ラカワナ及ウエスタン鐵道會社にて架道跨線橋として施行せるもので有る、又第百三十七圖はニューヨーク、セントラル及ハドソン川鐵道會社が其電車運轉區間に設けたる旅客乗降場であるが一種の結構を成して居る。

第百三十七圖

