

第九章 鐵筋混凝土拱橋

(Reinforced Concrete Arches)

技術者として構造物の設計に遺憾なき注意を拂ふ事尤も必要なるは言を待たぬ。然れ共其の内尤も甚大の注意を要するものは拱橋の設計である。拱橋に關する理論の根本的理解の必要は勿論、徑間拱矢の撰定、拱輪形狀の撰定、其他設計に當り一定の根據を有することが必要である。次ぎに拱橋の計算につき一般設計者に參考となる可き事項を略述しよう。

第六十節 混凝土拱橋の發達

工學上記録に残れる最初の純混凝土拱橋は千八百六十九年歐洲に於て建設せられたる Grand Maitre 拱橋である。其内徑間の最も大なるは百十五呎餘の Vanne より Paris に至る給水用 アクエダクト である。米國に於ける最初の純混凝土拱橋は ニューヨーク州ブルクリン 市内 プロスペクト公園 内に在るもので徑間長三十一呎を有し千八百七十一年の建築である。

鐵筋混凝土拱橋は佛國巴里の モニエ 氏の初めて發明せるもので氏は千八百八十年以前に其の方式により建設したる橋梁ありと稱せらるれ共、其年月等は不明である。記録に残れる鐵筋混凝土拱橋の中、現今尤も古しと稱せらるるものは 丁抹國 コーペンヘーゲン 市に建設せられたるもので其徑間約七十二呎であると云ふ。

米國に於て尤も古きは千八百八十九年桑港市 ゴールデン、ゲート 公園に建築せられたるもので三十五呎の徑間を有し ランソム 氏の設計である。又我國に於て尤も古きは去る千九百十二年完成せる 横濱市吉田橋 や 京都 の四條の橋等である。

近年鐵筋混凝土拱橋の築造せらるるものが甚だ多く、其徑間の如きも益々長大となり殆んど四百呎に近き徑間の拱橋も有る。又米國 D.L. & W. 鐵道會社 (バッファロー 市より ニューヨーク 市に至る線路) に於ては一昨年來其の線に徑間二百呎を有する鐵筋混凝土拱橋を建設しつつある。此の如く年々其の數多きを加ふるに至りたれ共、築造後失敗或は事故を招けるものは甚だ稀れて有る。偶々失敗せるものは其の原因概ね設計又は施工法の誤れるの致す處で鐵筋混凝土が建築用材として缺點を有するに非ざるは内外實例の示す處によりて明かである。尙又鐵筋混凝土拱橋失敗の場合を鋼鐵或は練鐵橋の場合に比するに數に於て少なき事實に徴すれば本建築材料の有効度を認むることが出来る。

第六十一節 鐵筋混凝土拱橋の様式と鐵筋配置の利點

鐵筋混凝土拱橋を鐵筋配置の方式より類別すれば

(1) モニエ 式、(2) メラ ン式、(3) サンシ ュ式等である。

(1) モニエ 式 (Monier System) 最も廣く用ゆるもので其の發明者は佛國の モニエ 氏である、發明されたのは 1876 年頃で、

初めは内輪縁に近く金網を入れたのであるが、其後急速に進歩して内外輪縁に近く配筋するに至つた、然し初めの間は何れも等径の金網に過ぎなかつたが漸次改良せられ縦筋を太くし横筋は細くする様になり今日各地に盛んに使用せられて居る。

(2) メラン式 (Melan system) 此の式は 1892 年頃奥國ブリュン (Brünn) なる ヨセフ、メラン (Joseph Melan) 氏の發明したものである、其の特徴は鐵筋として工字形桁又は アングル 等で レーシング を施したる ラチス、ガーダー の如きものを挿入せることである。此の如き鐵骨を用ゆる爲めに生ずる利點は鐵筋を常に其の位置を保ち且つ必要の場合には混凝土型枠を之れに支持せしめ得ることである。尤も材料經濟の點から論ずれば工字形桁の ウエップ や ラチス、ガーダーのラチス の如きは餘り必要で無いものであるから不經濟であるが然し上下兩 フランヂ を其の位置に正確に保たしむるには缺くべからざるものである。此の式は中々盛んに各地に用ひられて居る(第八十七圖参照)。

(3) ヴンシュ式 (Wünsch system) 1884 年 ハンガリー國ブタペスト なる ロバート、ヴンシュ 氏の創案で其の特徴は拱背が水平、拱腹が曲線形を爲せることである。鐵筋は主に アングル 等で作つたもので水平上桁と曲線形下桁とより成り、一尺五寸乃至二尺間に拱肋として配置するものである。今日まで此の式で作られた拱橋は甚だ少數である。

次ぎに拱輪内に鐵筋挿入の理由を述べよう。混凝土拱橋に在り

ては鐵筋を使用すること必しも必要でない、何となれば徑間小なるものに於ては其の壓力線が拱輪厚の中央三分の一區間内に入る事少くないからである。又今日まで混凝土整塊 (Concrete block) のみを用ひ築造せられたるもの少くない、フィラデルフィヤ市 に於て建設せられたる ワルナット、レーン (Walnut Lane) 拱橋(徑間長二百三十三呎、純混凝土拱橋千九百八年完成)の如き其の一例である。然し鐵筋を拱橋に挿入する時は次ぎの如き益がある。

1. 材料費の増加比較的少なくして強度の増加頗る大なり。
2. 拱輪は重量を減じ従つて自重より來る應力を減じ豫め知り得べからざる原因(例へば温度の變化に對する不適當なる餘裕、橋臺の沈低地震又は硬化に基因する混凝土の凝縮等)より來る混凝土拱輪内の應張力を採り依て其の龜裂を防ぎ得る事。

以上掲ぐる處により鐵筋を挿入する時は、拱橋を一層完全なる構造物たらしむる事を得。然し幾何の鐵筋を用ゆるを適當とするや豫め定めがたし。現今一般の設計に當りては拱頂 (Crown) に於て其の斷面積の 0.5% 乃至 1.25% の鐵筋を挿入するを常とす。故に實際の設計に當りては豫め鐵筋量を假定し、後計算により多少の修正を加ふるがよい。又特に注意すべき事は拱の應壓力側に挿入せる鐵筋には混凝土の可許應力度に鋼鐵と混凝土との彈率比を乘したる應力度よりも高い應壓力を許す可からざることである。即ち今混凝土の可許應壓力を每平方吋六百封度とし兩材料の

彈性係數比を 15 とせば鐵筋は每平方呎につき九千封度の應壓力を最大限とする。

第六十二節 拱頂輪厚 (Crown thickness.)

拱頂の厚さは (1) 拱形、(2) 徑間長、(3) 拱矢、(4) 拱材、(5) 荷重、(6) 填充土砂の厚さ等により異つて居る、而して拱頂輪厚は其の點に於ける推力と彎曲率との多少により一定し難い。故に拱の計算を初むるに當り此の厚さを理論上から確定すること殆んど不可能である、されば經驗上の判斷によるか或は實驗式により其の厚さを假定し、計算を初め、次に計算を遂げ壓力線を定め、尤も適當なりと認む可き拱頂厚を撰むを最上の方法とする。次ぎに掲ぐる實驗式はウエルド氏 (Engineering Record, 1905, Nov. 529 頁參照) に依るもので普通拱橋に在りては尤も適當の結果を得。著者は概ね本式を用ひて設計せる拱橋が多い。

$$h = \sqrt{L} + \frac{L}{10} + \frac{W}{200} + \frac{W'}{400} \dots\dots\dots(106)$$

上式に於て

h = 拱頂厚(吋)

L = 徑間長(呎)

W = 動荷重(每平方呎に付き封度)

W' = 拱輪頂部に於ける填充土砂の重量(每平方呎に付き封度)

又拱頂厚を定むるルテン氏 (D. B. Luten) の式は次ぎの如し。

$$h = \frac{3L^2(f+3F)}{4,000f-L^2} + \frac{p_1L^2}{30,000f} + \frac{p_2(L+5f)}{150f} + 4 \dots\dots(107)$$

茲に f = 拱矢即ち起拱線より拱頂までの高さ(呎にて)

p_1 = 等布動荷重(一平方呎に付き封度)

p_2 = 單線軌道又は路面上に集中して働く動荷重にして全徑間上の全量を噸にて表はしたるもの(但し 2,000 封度を一噸とす)。

F = 拱頂にて拱背 (Extrados) 上填充土砂の深さ(呎)

其他は前式に同じ

鐵筋を挿入せざる拱輪にありては次の式を用ふ。

G. Tolkmitt 氏式 (但し h は呎とす)

$$h = \frac{0.5pf}{D+0.5p+0.15f} \dots\dots\dots(108)$$

茲に D = 内輪より路面までの深さ(呎)

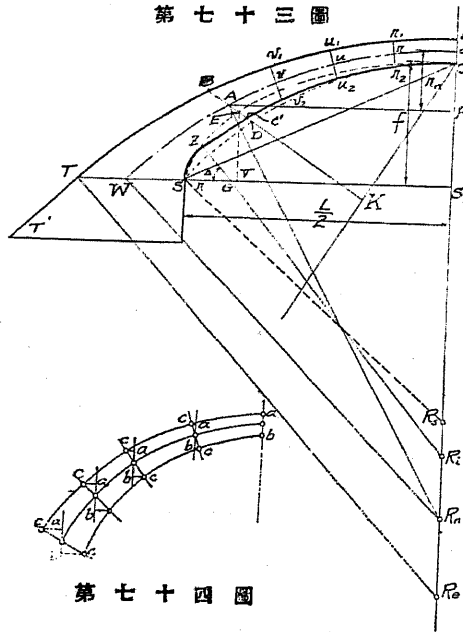
p = 路面上に作用する最大動荷重の換算作用高(呎)

其他前式に同じ

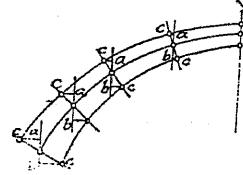
第六十三節 拱輪の形狀及び輪厚

拱輪の形狀として今日まで提案せられたるもの種々有り。圓形、楕圓形、拋物線形、三心圓形等であるが此等何れも其の根據とする處なきを以て其の場合により精細なる比較研究を遂げ最も適當なる形狀を見出さなければならぬ。拱輪形狀の理想とする處は靜荷重のみ加へたる時其の壓力線が拱輪の中軸線と一致する如く拱輪の形狀を定むる事である。著者が屢々試みたる結果に徴すれば此の如き拱輪を定むる事可能である。

第七十三圖



第七十四圖



今次に拱輪の形狀を定むる各種の方法を紹介し後著者の方法を述べて見よう。

(其一)

D. B. Luten 氏法

先づ Weld 氏又は Luten 氏式を用ひ拱頂厚を定むべし。此の厚さを第七十三圖 bc に取り、後拱矢 OS_1 及び半徑間 SS_1 を畫く可し。 S 及び O を通じ SEC なる四

分の一楕圓形を畫け。起拱點を結びたる線 SS_1 上に $SV = \frac{L}{10}$ にとり V 點を定め、 V 點より SS_1 線に垂線を立て楕圓との交點を E とす。 SC 線を結び角 SCS_1 を二等分する CK 線を書き E 點より CK 線に垂線を下し K 點を定む。 S 及び O 點を通じ RS を中心とする圓弧を書き其の EK 線との交點を D とす。 ED を O' 點に於て二等分し $O'A = AB = bc$ に取り、 A 及び B の二點を定むべし。 bc を a 點にて二等分し、 A 點より OS_1 線上に垂線 AP を下し $Pa = r_n$ とす、然る時は幾何學上の定理によつて

$$R_n = \frac{(r_n)^2 + (AP)^2}{2r_n} \dots \dots \dots (109)$$

茲に R_n は拱軸線の半徑で r_n は其の拱矢である。 R_n 點を中心とし $R_n a$ 半徑を以て畫ける圓弧 $W A a$ は拱軸線である。同様の方法により B, b 點を通ずる圓の半徑を算出し R_e を中心とし $R_e b$ を半徑とし弧 $T B b$ を畫き SS_1 の延長線との交點を T とす、 TR_e に直角に TT' 線を書き外輪線を定む。拱軸線 Aa を四等分し v, u 及び r の三點を定め、此等の點を通じ圓心に向へる線 $v v_1, u u_1$ 及び $r r_1$ 線を引き内輪の方向に延長し

$$v_1 v = v v_2 \quad u_1 u = u u_2 \quad r_1 r = r r_2$$

に取り $O r_2 u_2 v_2$ 及び O' を通ずる圓弧を畫くべし。此の如く OS_1 線より起拱線の方角に進む、斯くして内輪半徑 R_i を定め次ぎに起拱線に於ける小圓弧の半徑 r を定むること次の如し(兩圓弧の接合點に於て共通接線を有す)

$$r = \frac{2f R_i - f^2 - \frac{L^2}{4}}{2R_i - L} \dots \dots \dots (110)$$

又此の小圓弧 SZ の中心角 Δ は次ぎの如し

$$\tan \Delta = \frac{R_i - f}{\frac{L}{2} - r}$$

此の如くして (r) の中心點 G を (RZ) 線の上に定むることを得。而して G 點は同時に SS_1 上にあるを以て其の圓弧は起拱點 S に接して居る。

(其二) 拱腹線を定むる他の方法

先づ起拱點を結び付くる水平線を畫き、適當の拱矢 f を定め、以つて起拱點と拱頂點とを見出し、此等二點を通ずる圓弧と橢圓(起拱點と拱頂點とに接する四分の一橢圓)を畫くべし。次ぎに徑間を任意の數の垂直線にて分ち圓弧と橢圓弧との間に含まれたる部分を二等分し斯くして圓弧と橢圓弧との中間なる形狀の拱腹線を定むるに在り。而して拱輪の厚さは徑間の四分の一の點に於て拱頂厚の 1.25 倍位、起點に於て其の 2 倍位乃至 2.5 倍位とす。

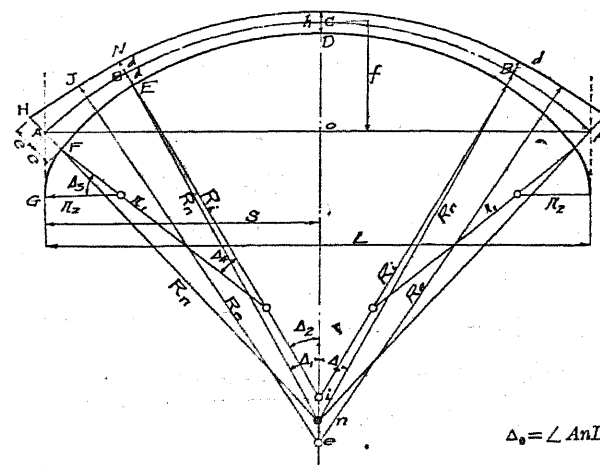
(其三) 他の一法(第七十四圖)

任意の形に拱軸線を定め(或は拱腹線にても可なり)拱輪の半径の方向に於ける厚さ cc の垂直投影高 (Vertical—Projection) ab を常に拱頂厚 ab に等しからしむるに在る。此の方法は壓力線が拱輪の中央三分の一區間 (Middle—Third) 以外に出でざる場合には最も適當なる様である。何となれば拱に於ては水平推力 (Horizontal—thrust) は拱輪の凡ての部分を通じ一定であるからである。然れども此の方法では半径の大なる扁拱 (Flat Arch) には輪厚餘りに薄きに過ぐるから、先づ $f = \frac{L}{4}$ 内外の拱矢を有する拱に適當て有る。

(其四) 他の方法は半拱上に働く等布動荷重 W_1 を全拱上に働く等布荷重 W_2 に換算し (即ち $W_2 = \frac{W_1}{2}$) 假りに拱軸線を定めて此の荷重より起る壓力線を定め、其の形狀を以て拱の中軸

線とするに在る。而して拱腹及び拱背の形狀は前記何れの方法により畫くも可なり。

(其五) 著者の方法(第七十五圖)



第七十五圖

著者が以上各種の方法により多くの拱を計算したけれども靜荷重の割合に動荷重大なる鐵道拱の場合には何れも適當で無かつた。

即ち第一法によれば拱輪厚きに過ぎ第三法によるときは薄きに過ぐ。依て著者は次ぎの方法を案出し比較的良好なる結果を得た。本法は拱矢 f が徑間長 L の四分の一乃至五分の一で動荷重が靜荷重よりも多き場合に使用して最も適當せる結果を得た。

拱輪の畫法は比較的簡單である。即ち Luten 又は Weld 氏の公式により拱頂厚を算出し次ぎに拱矢 f を撰定し第七十五圖に示せるが如く A 及び C 點を定むべし。然るときは次の式により拱軸線の半径 R_n を算出する事が出来る (第七十五圖参照)。

$$R_n = \frac{S^2 + f^2}{2f} \dots \dots \dots (111)$$

今 Δ_1 を $\frac{3}{4}\Delta_0$ に近き角度(成るべく端数を有せざる様)に取り拱輪の中軸線上に B 點を定め EN の厚さを拱頂厚の 1.25 倍とし半径の方向に E 及び N 點を定むべし。又起拱點 A に於ては拱輪の厚さを拱頂厚の二倍即ち $HF=2h$ にとり半径 R_n の方向に H 及び F 點を定むべし。然るときは次ぎに掲ぐる公式により $R_i, R_e, r_1, r_2, \Delta_2, \Delta_4, \Delta_5$ 等を算定することが出来る。

$$R_i = \frac{[(R_n - d) \sin \Delta_1]^2 + [R_n - (R_n - d) \cos \Delta_1 - \frac{h}{2}]^2}{2[R_n - (R_n - d) \cos \Delta_1 - \frac{h}{2}]} \dots \dots (112)$$

$$R_e = \frac{[(R_n + d) \sin \Delta_1]^2 + [R_n - (R_n + d) \cos \Delta_1 + \frac{h}{2}]^2}{2[R_n - (R_n + d) \cos \Delta_1 + \frac{h}{2}]} \dots \dots (113)$$

$$r_1 = \frac{K}{2 \sin \frac{\Delta_1}{2}} \dots \dots \dots (114)$$

$$K = \sqrt{[(R_n - e) \sin \Delta_0 - (R_n - d) \sin \Delta_1]^2 + [(R_n - d) \cos \Delta_1 - (R_n - e) \cos \Delta_0]^2}$$

$$\frac{\Delta_1}{2} = \left[\tan^{-1} \frac{(R_n - d) \cos \Delta_1 - (R_n - e) \cos \Delta_0}{(R_n - e) \sin \Delta_0 - (R_n - d) \sin \Delta_1} - \Delta_0 \right]$$

$$\sin \Delta_0 = \frac{S}{R_n}$$

$$\cos \Delta_0 = 1 - \frac{f}{R_n}$$

$$\Delta_2 = \sin^{-1} \left[\frac{(R_n - d) \sin \Delta_1}{R_n} \right]$$

$$r_2 = \frac{e \cdot S}{2R_n \sin^2 [45^\circ + \frac{\Delta_2}{2} - \theta_1]} = \frac{e \cdot S}{2R_n \sin^2 \Delta_3} \dots \dots (115)$$

茲に

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{(R_n - d) \cos \Delta_1 - (R_n - e) \cos \Delta_0}{(R_n - e) \sin \Delta_0 - (R_n - d) \sin \Delta_1}$$

例令 $L=32', f=\frac{L}{5}=6.40', h=1'-3''$

$\Delta_1=29^\circ 0'$ とせば

$R_n=23.20', R_i=21.390', R_e=25.127'$

$r_1=15.472', r_2=3.992',$

$\Delta_2=30^\circ-32'-20.7'', \Delta_4=21^\circ-05'-42.0''$

$\Delta_5=38^\circ-21'-57.3''$

而して $\Delta_2 + \Delta_4 + \Delta_5 = 90^\circ - 00' - 00''$ なり。

備考 鉸 (Hinge) を有せざる拱橋に於ては拱輪は徑間の中心より起拱點の方向に漸次其の厚さを増加せなければならぬ。而して其の増加率を幾何にす可きや理論上斷定しがたいが次ぎの方法による時は大抵適當の結果を得る事が出来る。即ち h を拱頂厚 h' を任意點の輪厚(半径の方向に) θ を其の點に於ける垂直線と其斷面との狹角とせば

$$h' = h \sec \theta$$

今 h を十五吋、兩起拱線の狹角を百二十度とせば起拱線に於ける輪厚は左の如し。

$$h' = 15 \times \sec 60^\circ = 15 \times 2 = 30''$$

第六十四節 拱橋の設計に必要な原理

橋に在りては其の支端に於ける反力の方向は常に垂直上である

けれども、拱橋に在りては其の支端に於て水平推力 (Horizontal thrust) があるから反力の方向は常に傾斜する。故に拱橋は一般に普通桁橋に比し一組の未知數を増加す。鉸 (Hinge) を有する拱橋に於ては反力の加力點 (Point of application) は鉸點に在るから之は直ぐ解る。けれども鉸を有せざるものでは起拱線に於ても亦彎曲率を生ず。而して彎曲率は一定の力が拱軸線に偏して働くによりて生ずるものであるから此の如き場合に於ては反力の加力點は其の彎曲率を見出すに非ざれば不定である。故に鐵筋混凝土拱橋の如く無鉸 (No-hinges) 構造物に在りては兩支端に於ける水平及び垂直反力並に彎曲率を算定せなければならぬ。即ち合計六個の未知量を算定すること必要である。換言すれば此問題を解くには六個の條件式を要す。此内三個は靜力學上の條件式 ($\Sigma H=0$, $\Sigma V=0$, $\Sigma M=0$) により定め得るが残り三個は彈性理論 (Elastic theory) から求めなければならぬ。其の方法種々あれども要するに次ぎの三條件により定むるものである。

1. 拱は其の徑間長を變ぜず、即ち $\Delta x=0$,
2. 起拱點 (Springing) に於て其の垂直撓度 (Vertical deflection) は零なり、即ち $\Delta y=0$,
3. 起拱點に於て拱軸への接線は外力により其の方面を變ぜず、即ち $\Delta \phi=0$.

今拱に關する原理を述ぶるに次ぎの符號を用ゆ。

M_0 , H_0 , V_0 = 拱頂點 (Crown point) に於ける彎曲率、水平推

力及び剪力

M = 任意の斷面に於ける彎曲率 (但し其點の座標は x, y とす)

P = 任意の點に働く集荷重

m = 拱を二個の カンチレバー と考へたる時其の任意點に於ける彎曲率。 (拱心と其の斷面との間に在る荷重のみより來るもの)

m_x = 同上 (但し拱輪左半に對するもの)

m_y = 同上 (但し拱輪右半に對するもの)

I = 拱斷面の惰性率 (本編にては變數なり)

L = 徑間長

δs = 拱輪の一區分の長さ (但し拱輪軸線に沿ひて計れるもの)

n = 左右半拱輪の小區分の數 (即ち全拱長にては $2n$ なり)

E = 材料の彈性係數

t = 季節の變化より起る温度の増減

c = 材料の膨脹 (又は收縮) 係數

x, y = 拱軸の任意點を示す座標 (但し拱頂を原點とす)

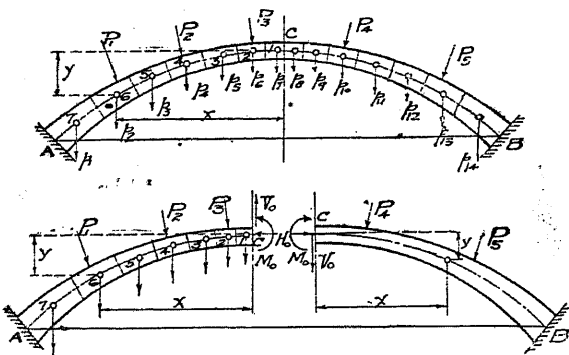
今以上の三個の未知量を算定するに必要な理論を簡單に述べ、終りに著者が設計したる鐵道用鐵筋混凝土拱橋計算の一部を掲ぐ可し。

(第一) 拱頂 (Crown) に於ける推力、剪力及び彎曲率

拱橋の設計に當りては拱頂點又は起拱點に於ける推力、剪力及び彎曲率を求むるに圖式法を用ひても或は理論計算法に依りても

可なり。茲には比較的簡明なる理論計算法を示さん。第七十六圖に示す拱は其の拱輪の厚さが拱頂部に於て尤も小に起拱點 A, B 部に於て尤も大である。而して圖の如き荷重を加ふるものと

第七十六圖



第七十七圖

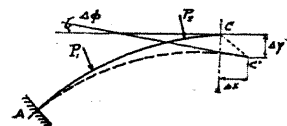
す。今全拱輪を任意の偶數に區分し(十乃至二十分するを普通とす、多くの部分に分ては從て計算の結果は精密なり)各區分の重心點を圖の如く定め之れに番號 1, 2, 3... 等を付す。拱輪を數個に區分するに當り尤も必要なる條件は拱輪を通じ $\frac{\delta s}{I}$ なる比は一定なるを要す、此の方法は後節に述べべし。注意 $\frac{\delta s}{I}$ を常數なる様區分するに非らざれば本法は用ゆる能はず、何となれば拱輪厚は一定ならざるを以て彈性理論 (Elastic theory) により解きたる結果式内には $\int \frac{y^2}{I} ds$ 及び $\int \frac{My}{I} ds$ なる項を含む、然れども $\frac{ds}{I}$ が Constant なる様拱輪を區分せば $\int \frac{y^2 ds}{I}$ は $\frac{ds}{I} \Sigma y^2$ となり $\int \frac{My ds}{I}$ は $\frac{ds}{I} \Sigma My$ となりて計算を容易ならしむべし。

次ぎに拱輪を徑間の中心 C にて兩分し左右二個の カンチレバー

す。今全拱輪を任意の偶數に區分し(十乃至二十分するを普通とす、多くの部分に分ては從て計算の結果は精密なり)各區分の重心點を

(Symmetrical arch なれば左右全く等形なり)と假定し(第七十七圖)、外力は凡て第七十六圖の場合に異ならざるものとす。其の外力は荷重 p_1, p_2, \dots, p_{14} 並に P_1, P_2, \dots, P_5 と拱頂に於ける水平推力 H_0 、剪力 V_0 及び彎曲率 M_0 である。茲に H_0 は拱軸線上に働くや言をまたす。

第七十八圖



此の二個の全く相等しき カンチレバー の左半につき考ふるに、拱は A 部に於て固定せられて居るから、荷重の加へらるるや C 點は原位置を保つこ

と能はずして C' 點に動き第七十八圖點線にて示せるが如く撓む、從つて C 點に於ける接線は其の方向を $\Delta\phi$ だけ變する事となる。

C 點移動の分距及び其接線の方向の變化を夫れ夫れ $\Delta x, \Delta y, \Delta\phi$ とせば曲狀桁 (curved beam) の原理により (Johnson, Bryan and Turneaure's Modern Framed Structure, 206 頁参照)

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= \Sigma My \frac{\delta s}{EI} \\ \Delta y &= \Sigma Mx \frac{\delta s}{EI} \\ \Delta\phi &= \Sigma M \frac{\delta s}{EI} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11C)$$

以上は左半の カンチレバー につき説いたのであるが此の關係は右半の カンチレバー に対しても全く同一である。然るに此の兩 カンチレバー は實際上 C 點に於て相連續して居るから相互別々の移動を爲すことが出来ない。今右半 カンチレバー へ C 點移動の

分距並に其の點に於ける接線の方向變化を各 $\Delta x', \Delta y', \Delta \phi'$ とせば次ぎの如き關係が有る。

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= -\Delta x' \\ \Delta y &= \Delta y' \\ \Delta \phi &= -\Delta \phi' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (117)$$

さきに拱輪を區分するに當り其の各部を通じ $\frac{\partial s}{I}$ を一定數となる様に分ち、又 E は材料の彈性係數で一材料に對し一定數なるを以て、此等二數は Σ 符號外に置く事が出来る。而して後之れを約去して

$$\left. \begin{aligned} \Sigma M_L y &= -\Sigma M_R y \\ \Sigma M_L x &= \Sigma M_R x \\ \Sigma M_L &= -\Sigma M_R \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (118)$$

茲に結尾字 L 及び R は拱の左半及び右半に關することを示して居る。拱の任意點に於ける彎曲率は次ぎの如く既知量及び未知量 H_0, V_0, M_0 により表はすことが出来る。

$$M_L = m_L + M_0 + H_0 y + V_0 x$$

$$M_R = m_R + M_0 + H_0 y - V_0 x$$

此等の値を (118) 式に代用すれば

$$\Sigma m_L y + \Sigma m_R y + 2M_0 \Sigma y + 2H_0 \Sigma y^2 = 0 \dots (119)$$

$$\Sigma m_L x - \Sigma m_R x + 2V_0 \Sigma x^2 = 0 \dots\dots\dots (120)$$

$$\Sigma m_L + \Sigma m_R + 2\Sigma M_0 + 2H_0 \Sigma y = 0$$

然るに $\Sigma M_0 = nM_0$ なるを以て

$$\Sigma m_L + \Sigma m_R + 2nM_0 + 2H_0 \Sigma y = 0 \dots\dots (121)$$

以上の三式より未知量 H_0, V_0, M_0 を定むること容易である。

即ち $\Sigma m_L + \Sigma m_R = \Sigma m$, $\Sigma m_L y + \Sigma m_R y = \Sigma m y$ なるを以て以上の三式を解きて次ぎの結果を得べし。

$$H_0 = \frac{n \Sigma m y - \Sigma m \Sigma y}{2[(\Sigma y)^2 - n \Sigma y^2]} \dots\dots\dots (122)$$

$$V_0 = \frac{\Sigma (m_R - m_L) x}{2 \Sigma x^2} \dots\dots\dots (123)$$

$$M_0 = -\left(\frac{\Sigma m + 2H_0 \Sigma y}{2n} \right) \dots\dots\dots (124)$$

此等の三式に於て $\Sigma y, \Sigma y^2, \Sigma x^2$ は拱の一半につきて求めたものである。

(第二) 拱の任意の断面に於ける推力、剪力及び彎曲率

此等の値は圖式により定むること容易で有るけれども H_0, V_0, M_0 の値を定めたる後は拱の任意の點に於ける彎曲率は次式により見出すこと便利である。

$$M = m + M_0 + H_0 y + V_0 x \dots (\text{左半に對し}) \dots (125)$$

$$M = m + M_0 + H_0 y - V_0 x \dots (\text{右半に對し}) \dots (126)$$

又各断面に於ける推力と剪力とは圖式法により見出す方遙かに容易である。

(第三) 温度の増減に基因する應力

(Stress due to Temperature change)

拱輪が其兩端に於て固定せられて居ないものとせば温度の昇降に伴ひ其徑間長を増減すべし。今 c を材料の膨脹 (又は收縮) 係

數、 t を温度の變化、 L を拱の徑間長とせば、温度 t 度の昇騰に基く徑間長の増加は ctL である。而して温度の影響は徑間の何れの部分を問はず一様なりと假定し得るから拱頂（等形拱の徑間の中心）に於ける接線は温度の増加前後に於て其の方向を變ずることなく従つて $\Delta\phi$ は零である。又 $\Delta\omega$ は半徑間長に關する變化であるから $\frac{ctL}{2}$ なり。故に今左半拱を考ふれば

$$\Sigma M_L y \frac{\partial s}{EI} = \frac{ctL}{2}$$

又 $\Sigma M_L \frac{\partial s}{EI} = \Delta\phi = 0$, 即ち $\Sigma M_L = 0$

此の場合に於て拱上に働く荷重なきを以て $m=0$, 又拱は其の徑間の中心に於て左右等形であるから $V_0=0$, 故に任意の點に於ける彎曲率の一般式 ($M_L = m + M_0 + H_0 y + V_0 \omega$) は簡單となりて $M_L = M_0 + H_0 y$ 此の値を上の兩式に代用すれば

$$\Sigma M_0 y + H_0 \Sigma y^2 = \frac{ctL}{2} \left(\frac{EI}{\partial s} \right)$$

$$\Sigma M_L = nM_0 + H_0 \Sigma y = 0$$

である、此等の兩式より未知量 H_0 及び M_0 を求むれば

$$H_0 = \frac{nctL}{2[n\Sigma y^2 - (\Sigma y)^2]} \cdot \frac{EI}{\partial s} \dots\dots (127)$$

$$M_0 = -\frac{H_0 \Sigma y}{n} \dots\dots (128)$$

以上は温度増加の場合に於ける諸式にて、 H_0 は正號を M_0 は負數を有し、温度減却の場合には H_0 は負號を M_0 は正號を取るのみであつて絶対値を變じない、茲に注意すべきは y は c 點に於ける接線より下方へ正號を用ひ又符號 Σ は半徑間のみに關す

るものなること前節に異ならず。

H_0 及び M_0 の値を定めたる後任意の點に於ける彎曲率を求むるには次式による。

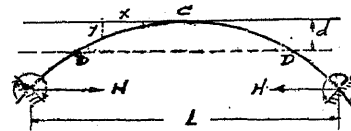
$$M = M_0 + H_0 y \dots\dots\dots (129)$$

又任意の點に於ける推力と剪力とを定めんとせば H_0 を其斷面に直角なる方向と平行なる方向とに分解せば可なり。

注意 此の場合に於ては垂直荷重なきを以て拱の兩支端に於て垂直反抗力を有せず、又拱輪内に二個の反曲點を有し此の點に於て彎曲率の零なること曰ふまでもない。此の點から c 點(第七十九圖参照)までの垂直距離 d は次式の如し。

$$d = \frac{M_0}{H_0} = \frac{\Sigma y}{n}$$

第七十九圖



温度の變化より來る彎曲率は此線を境として其性質を異にす、而して拱頂に於ける推力 H_0 は温度増進の時壓力で減却の時張力であ

る。實際の計算に際しては同一單位を用ふべきは曰ふまでもない。而して膨脹係數 c は華氏一度の變化に對し 0.0000055 として可なり（攝氏一度の昇降に對して膨脹係數は 0.0000132 なり）。

今長の單位を呎とせば E も亦每平方呎に對する封度數に換算しなければならぬ、即ち 1:2:4 混凝土の場合に $E=2,000,000$ 封度（每平方呎）とせば呎單位の時 $E=2,000,000 \times 12 \times 12 = 288,000,000$ 封度（每平方呎）。

又 t 即ち温度變化の度は其の地方により一定せず、又空氣中の温度が高くとも其の熱度は混凝土の内部まで傳達するもので無いから、空氣中の温度 $+100^{\circ}$ より -20° 附近に變化する地方に在りては Filled Spandrel 拱に對し $t=25^{\circ}F$ 、又 open spandrel 拱に對し $t=40^{\circ}F$ とせば概ね充分である。

(第四) 推力により拱輪短縮の爲め生ずる應力
(Stress due to shortening of arch from thrust.)

拱輪の如何なる部分を問はず推力があるから拱は壓力を受け從て拱の兩端固定せられざる場合には拱輪は短縮し徑間亦短少せらるべし。然し兩端固定せられたる拱に在りては、徑間は短縮することが出来ないから拱頂に水平推力を生じ、温度減却と同結果を呈し拱輪内に應力を生ずる事になる。今此の推力から來る拱斷面の平均應壓力を f_c とせば徑間の短縮は

$$\Delta_L = \frac{f_c L}{E}$$

にして拱頂に於ける水平推力は (127) 式の ctL の代りに $\frac{f_c L}{E}$ を代用して求むることが出来る。其の結果は次ぎの如し。

$$H_0 = -\frac{nf_c L}{2[n\Sigma y^2 - (\Sigma y)^2]} \left(\frac{I}{\delta s}\right) \dots \dots \dots (130)$$

任意の點に於ける彎曲率は前式 (128) 及び (129) 式に (130) の H_0 の値を代用して求むることが出来る。

此の拱輪短縮に基く應力は拱の形狀、其他により異なれども、概ね華氏十度内外の温度下降と同結果なること普通である。

(第五) 拱頂部の撓曲度 (Deflection of the crown)

拱頂部は拱上に働く荷重の爲め撓み、又温度の昇降により上下に撓曲す。荷重より來る撓度は既に述べたるが如く

$$\Delta y = -\frac{\delta s}{EI} \Sigma Mx$$

茲に M は拱輪の一端より拱頂に至る凡ての點に於ける彎曲率の總和であるから

$$M = \Sigma m + M_0 + H_0 y + V_0 x$$

此の値を挿入して

$$\Delta y = -\frac{\delta s}{EI} [\Sigma mx + M_0 \Sigma x + H_0 \Sigma xy + V_0 \Sigma x^2] \dots (131)$$

茲に Σ は半徑間に對するものである。

温度の昇降により起る拱頂の撓度は上式の右邊中 H_0 及び M_0 の値に (127) 及び (128) 式の値を代用し m 及び V_0 を零とし解き見出すことが出来る、其の結果は次ぎの如し。

$$\Delta y = \pm \frac{ctL}{2} \cdot \frac{n\Sigma xy - \Sigma x \cdot \Sigma y}{n\Sigma y^2 - (\Sigma y)^2} \dots \dots \dots (132)$$

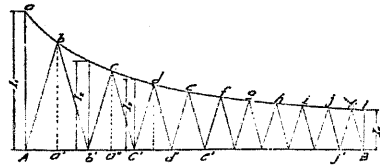
茲に + 符號は温度昇騰の場合にして - 符號は温度下降の場合である。

(第六) $\frac{\delta s}{EI}$ なる比が拱の何れの部分に於ても一定なる様拱輪を $2n$ 分すること

煉瓦拱の如く拱輪の厚さに變化なき場合には計算に當り拱輪を等分してよいが、鐵筋混凝土拱に在りては拱頂より起拱線に進むに従ひ拱輪の厚さを増加し、Variable Moment of inertia を有する曲形材 (Curved Member) であるから $\frac{\delta s}{I}$ なる比を一定なる様區分するに非らざれば以上に述べたる計算の方法を適用する譯に

行かぬ。 $\frac{\delta s}{I}$ を一定なる様に拱軸長を區分するには少くとも數回の試算を要す。之れを定むるに計算法と圖式法とある。然し後法

第八十圖



による方遙に容易で精密なる結果を得らるるから、茲には圖式法を紹介しよう。先づ拱軸線に沿ひ其の半長を精密に計り之れを第八十圖に示せる如く水平線

(AB) 上に取りべし。又拱軸に於ては其の拱軸半長を n 等分し其の各區分の中心點に於ける断面(半徑の方向にて)の惰性率 I を計算し、此等の値を第八十圖 AB 線上各相當點に立てたる垂直線線上に取り adi なる惰性率曲線を定むべし (I は混凝土の断面に對する惰性率 $\frac{bh^3}{12}$ に更に鐵筋に對するものを加へたものであるが鐵筋量甚しく多からざる限り混凝土の断面のみをとつてもよい。此の場合には惰性率 I は拱軸の厚さ (h) の三乗即ち h^3 に正比例するから I を計算する代りに h^3 を算出して adi 線を定むるも可なり)。

今此の拱軸線(半長)を $\frac{\delta s}{I}$ が定數なる様 n 分せんとせば、先づ試法として AB 線を或る傾斜に引き次ぎに $\angle Aa'a' = \angle a'bb'$ なる様 bb' 線を畫き、又 b' 點より AB に平行に $b'c$ を引き、 c 點より bb' に平行に cc' を引き、順次此の如くにして B 點に達すべし。然し一般に一回の試法で bb' に平行せる n 回目の線 kb' が B 點と合することが少ない。此の場合には AB 線の斜度を少し

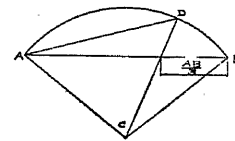
く變更し再三以上の方法を繰り返し B 點に一致する様試むべし。此の如く大體 n 區分したる後は之れを拱軸線上に移し更に之を區分し、各區分の中心點を定め新しき h を測り之により各區分中心點の I を計算し $\frac{\delta s}{I}$ を算出し之が常數なりや否やを検する事が必要である。

以上の方法が $\frac{\delta s}{I}$ を常數なる様拱軸を區分するものであると曰ふ理由は、次の如く説明することが出来る、 $\Delta Abb'$ は $\Delta b'cc'$ 、 $\Delta c'dd'$ 、... $\Delta j'kk'B$ に互に相似形である。而して ba' 、 $a''c$ 等は、各 Ab' 、 $b'c$ 等の中心點に於ける I である。故に $\frac{Ab'}{a'b} = \frac{b'c'}{a''c} = \dots = \frac{\delta s}{I}$ となる。

以上の方法は一見煩雜なる様であるが、兩三回試むれば極めて容易にして且つ比較的迅速に $\frac{\delta s}{I}$ が常數なる様拱軸長を小區分することが出来る。只茲に注意すべきは拱軸の長さを成るべく精密に測ると曰ふことである、拱軸が圓弧なる時は第八十一圖に示せる如く先づ弦 AB を三等分し圓の中心より半徑 OD を畫き弦 AD を求むべし然るときは

$$\text{弧長}(AB) = \frac{3}{2} \text{弦長}(AD)$$

第八十一圖



此の關係は絶對的のものではないが其の差頗る小であつて中心角度四十度に對しては實差一萬分の一、又七十度に對しては其の差千分の一より少ないと云ふ。

(第七) 非對照形拱 (Unsymmetrical arches)

拱が對照形ならざる時は全拱輪を通じて $\frac{\delta s}{l}$ なる比を常數となる様に分ち、且つ區分の數を前述の通り偶數ならしむることが必要で有る。拱輪各區分の全數に對する拱の中心點を拱頂點と定め、以て X 軸線を此の點にて接線ならしめて可なり。此の場合に於ては拱輪の左右兩半は不等形で有るから第 (118) 式に含まるる總べての項は之れを保有するの必要がある、従て H_0 , V_0 , 及び M_0 に對する結果式は少しく複雑となりて次の如し、

$$(\sum_L x - \sum_R x) M_0 + (\sum_L xy - \sum_R xy) H_0 + \sum x^2 V_0 = \sum_R mx - \sum_L mx,$$

$$\sum y M_0 + \sum y^2 H_0 + (\sum_L xy - \sum_R xy) V_0 = -\sum my,$$

$$2nM_0 + H_0 \sum y + (\sum_L x - \sum_R x) V_0 = -\sum m.$$

此等の式中 Σ 符號に結尾字を付せざるものは全拱輪に對し求むべきもので有る、計算法としては先づ M_0, H_0 及び V_0 に對する數係數を算出し然る後此の三式を解き以上三未知量を定む可し。

(其八) 鐵筋及び混凝土に於ける應力算定法

拱橋の場合に於ては拱輪の各部を通じ彎曲率の外に推力に働かざるから各斷面の應力を算定するには第三十四節(114 頁)に掲げたる計算法を用ゆ可し、而して混凝土上の緣維應張力が一平方吋に對し 150 封度以下であれば混凝土の抗張力を無視せずして應力度を計算し置き尙念の爲め抗張力を無視せる方法 (119 頁) に依り鐵筋上の應張力を算出し之れを可許應力度以内に止む可し。詳細は第三十四節を參照せよ。

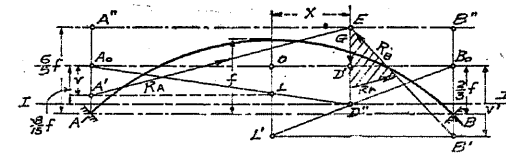
第六十五節 拱に關する簡易解法

拱軸線が拋物線形を爲せる無鉸拱を彈性理論に依り解きたる簡單なる便法を茲に述べよう、今第八十二圖に於て一つの集荷量 G が拱上を通過するものとせば、其の各位置毎に R_A 及び R_B なる反力を生じ、是等二力は集荷重 G と平衡を保たねばならぬ。此の二反力と G との交點を E とし此の點の軌跡を求むれば一つの反力軌線 $A'' B''$ を得べし。此の軌線の形狀は拱軸線の形狀如何によりて異つて居る。

(第一) 反力の方向、大き及び加力點

此の反力軌線が知られ且つ反力の加力點 A' 及 B' を決定することが出来れば、 G なる荷重に對し A', B' 及び E の三點が知らるるから反力の方向、大き及び加力點の三者は容易に定むることが出来る。

第八十二圖



前にも述べた通り拱軸を拋物線形とし、 l を徑間長、 f を拱矢 (中軸線

まで)、起拱點は左右同高、拱の形狀は左右等形なりとせば

(1) 反力軌線は AB 線の上方 $\frac{6}{5}f$ の位置で AB に平行せる直線である。

(2) 次ぎに AB 線の上方 $\frac{2}{3}f$ の位置で AB 線に平行線 A_0B_0 を畫け、今單荷重 G が O 點の右方 x なる距離に働くものとせば左方反力 (R_A) が A 點に於ける垂線と交切する點の位置は A_0B_0 線の下 v 丈けてあり、右方反力 (R_B) が B 點上の垂線と交切する點の位置は A_0B_0 線の下 v' 丈けてある。而して v 及び v' の値を式示すれば次ぎの如し。

$$v = \frac{8}{15}f \left(\frac{l}{l+2x} \right)$$

$$v' = \frac{8}{15}f \left(\frac{l}{l-2x} \right)$$

次ぎに述ぶる順序により G に對する反力の方向、大き及び加力點を定むることが出来る、(1) 先づ AB に平行に且つ $\frac{2}{3}f$ 丈上方に A_0B_0 線を定め、更に A_0B_0 線の下方に $\frac{8}{15}f$ 丈け測りて $I-I$ 線を定めよ、(2) 荷重線 G を延長して其の A_0B_0 線及び $I-I$ 線との交點を D' 及び D'' とす、然るときは $D'D''$ は $\frac{8}{15}f$ に等し。(3) A_0D'' を連結し O 點に於ける垂直線との交點を L とす、然るときは

$$\frac{OL}{\frac{l}{2}} = \frac{\frac{8}{15}f}{\frac{l}{2} + x}$$

即ち $OL = \frac{8}{15}f \frac{l}{l+2x} = v.$

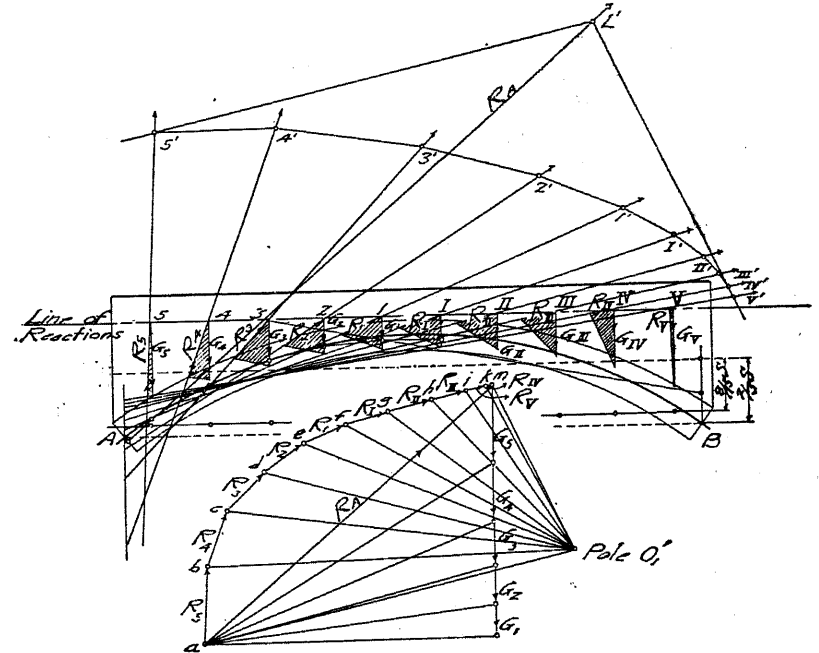
(4) L 點を通じ AB に平行せる直線と AA_0 線との交點を A' とせば此點は左方反力 R_A の加力點で有る、以上と全く同法に依

り v' を見出し右方反力の加力點を定むることが出来る、(5) 次ぎに E 點と A', B' とを結べば右方兩反力の方向を示し、又其の大きさは力角形 (Force polygon) を作り圖中陰線を施せる如くに決定すること容易である。以上は單一集荷重につき應用した丈けてあるが、多數の荷重を種々なる點に働かすとも計算の方法は全く同様である。

(第二) 荷重に對する壓力線(第八十三圖)。

$G_0, G_1, G_2, \dots, G_{IV}, G_V$ 等を荷重とし、此等が各々 $5, 4, 3, \dots, IV, V$ 等の諸點に働くものとし、前述の方法により此等各荷重に對す

第 八 十 三 圖



る各左右兩反力を定むることが出来る、今此等により力角形 a, b, c, \dots, m を畫け、此等荷重は何れも同時に作用すべきを以て左方橋臺に於ける反力 R_A は am の方向を有す、又 R_A の加力點は平衡角形 (Equilibrium polygon) $5' 4' 3' \dots II' III' IV' V'$ を任意の極 (pole) O_1' に就き畫きて定むることが出来る、即ち平衡角形の兩極邊 (ao_1' と $o_1'm$ とに平行なる邊) の延長線 $5' L'$ と $V' L'$ との交點 L' より am に平行線 R_A を畫き、其の延長線と A 點に於ける垂線との交點は R_A の加力點である。

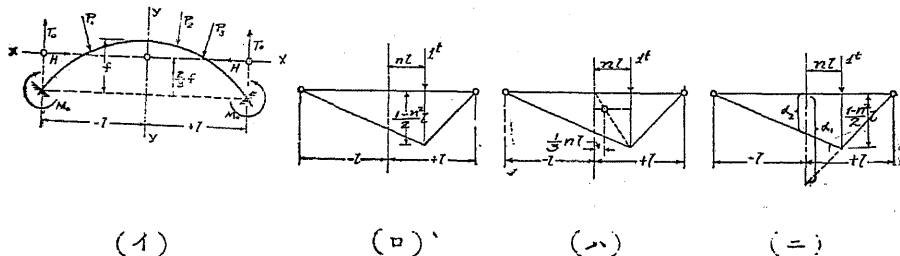
依て R_A と G_5, G_4, G_3, \dots 等とにより壓力線を定ること頗る容易である、茲に注意すべきは m 點の位置の正否は必ず確むる必要が有る、夫れは am の垂直分力は左半拱に於ける全荷重に等しきことにより知ることが出来る。

其他如何なる荷重法に對しても本法により解くことが出来る。

(第三) 扁平拱に関する近似計算法 (別法)

拋物線を有する扁平拱 (Flat Arch) の近似算法に就き ヴキドハ ルム (Widhalm) 氏は次ぎの方法を紹介して居る (Eisen und Beton, Oct. 21, 1912, 389 頁参照)。

第 八 十 四 圖



第八十四圖 (イ) に示せる拱の三個の未知量、 M_0, T_0, H は彈性理論により次ぎの如き値を有す (Eisen und Beton, Heft XIV u. XV, 1911).

$$M_0 = \frac{\int_{-l}^{+l} M_s dx}{\int_{-l}^{+l} dx} = \frac{\int_{-l}^{+l} M_s dx}{2l}$$

$$T_0 = \frac{\int_{-l}^{+l} M_s x dx}{\int_{-l}^{+l} x^2 dx} = \frac{\int_{-l}^{+l} M_s x dx}{\frac{2l^3}{3}}$$

$$H = \frac{\int_{-l}^{+l} M_s y dx}{\int_{-l}^{+l} y^2 dx + 2l \frac{J_0}{F_0}} = \frac{\int_{-l}^{+l} M_s y dx}{\frac{8}{45} f^2 l + \frac{1}{6} l d_0^2}$$

茲に M_s = 静力率 (Statical moment), l = 半徑間長, f = 拱矢, d_0 = 拱頂厚である。今拱上に單位荷重 1 噸を第八十四圖 (ロ) に示したる如く加ふるものとせば。

$$\int_{-l}^{+l} M_s dx = \int_{-l}^{+l} m_s dx$$

と書き換ゆることが出来る。而して單位荷重を加へたる點に於ける彎曲率感線は $\frac{1-n^2}{2} l$ である

故に $\int_{-l}^{+l} m_s dx = \frac{1}{2} 2l \frac{(1-n^2)l}{2} = \frac{1}{2} (1-n^2) l^2$

又 $\int_{-l}^{+l} m_s x dx$ は力率面積の y 軸に関する静力率であるから第八十四圖 (ハ) に示したる如く力率面積と其の重心距離 (拱軸より) との積である即ち

$$\int_{-l}^{+l} m_s x dx = \frac{1}{2}(1-n^2)l^2 \frac{1}{3} n l = \frac{n}{6}(1-n^2)l^3$$

更に

$$\begin{aligned} \int_{-l}^{+l} m_s y dx &= \int_{-l}^{+l} m_s f \left(\frac{1}{3} - \frac{x^2}{l^2} \right) dx = \frac{f}{3} \int_{-l}^{+l} m_s dx - \frac{f}{l^2} \int_{-l}^{+l} m_s x^2 dx \\ &= \frac{f}{3} \times (\text{力率面積}) - \frac{f}{l^2} \times (\text{y軸に関する力率面積の慣性率}) \end{aligned}$$

第八十四圖 (=) より

$$\int_{-l}^{+l} m_s dx = \frac{1}{2}(1-n^2)l^2 \text{ なること前の如し、}$$

又

$$\begin{aligned} \int_{-l}^{+l} m_s x^2 dx &= \frac{1}{12} a_1 l^3 + \frac{1}{12} a_2 l^3 - \frac{1}{12} (a_1 - a_2) n^3 l^3 \\ a_1 &= \frac{1-n^2}{2} l \frac{l}{l-nl} = \frac{1+n}{2} l \\ a_2 &= \frac{1-n^2}{2} l \frac{l}{l+nl} = \frac{1-n}{2} l \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{故に } \int_{-l}^{+l} m_s x^2 dx &= \frac{1}{12} \cdot \frac{1+n}{2} l^4 + \frac{1}{12} \cdot \frac{1-n}{2} l^4 - \frac{1}{12} n^4 l^4 \\ &= \frac{1}{12} (1-n^4) l^4 \end{aligned}$$

従て

$$\begin{aligned} \int_{-l}^{+l} m_s y dx &= \frac{f}{3} \cdot \frac{(1-n^2)l^2}{2} - \frac{f}{l^2} \cdot \frac{(1-n^4)l^4}{12} \\ &= \frac{f l^2}{12} (1-2n^2+n^4) = \frac{1}{12} (1-n^2)^2 f l^2 \end{aligned}$$

故に単位力=1 噸が拱上に働きたる場合に於ける未知量三個の値は次ぎの如くである。

$$\left. \begin{aligned} m_0 &= \frac{\frac{1}{2}(1-n^2)l^2}{2l} = \frac{1}{4}(1-n^2)l \\ t_0 &= \frac{\frac{n}{6}(1-n^2)l^3}{\frac{2}{3}l^3} = \frac{n}{4}(1-n^2) \\ h &= \frac{1}{12}(1-n^2)^2 C \quad \text{茲に } C = \frac{fl}{\frac{8}{45}f^2 + \frac{1}{6}d_0^2} \end{aligned} \right\} (A)$$

故に數個の P なる荷重が拱上に働くときは、三個の未知力は次式から求むることが出来る。又 P が異なる力度を有する場合には各 P 毎に集むれば可なり(第八十四圖)。

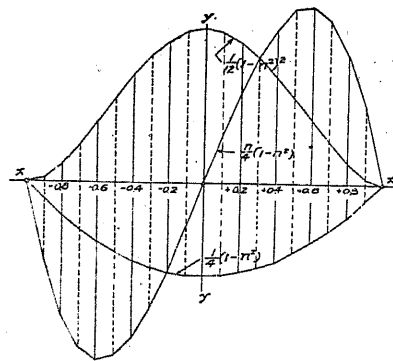
$$\left. \begin{aligned} M_0 &= l \Sigma \frac{1}{4}(1-n^2)P \\ T_0 &= \Sigma \frac{n}{4}(1-n^2)P \\ H &= \frac{fl}{\frac{8}{45}f^2 + \frac{1}{6}d_0^2} \Sigma \frac{1}{12}(1-n^2)^2 P \end{aligned} \right\} \dots (B)$$

(A) 式の値を計算したる結果は次の如し。

n	$\frac{1}{4}(1-n^2)$	$\frac{n}{4}(1-n^2)$	$\frac{1}{12}(1-n^2)^2$
-1.0	0.0000	0.0000	0.0000
-0.9	0.0475	-0.04275	0.00300
-0.8	0.0900	-0.07200	0.01080
-0.7	0.1275	-0.08925	0.02167
-0.6	0.1600	-0.09600	0.03413
-0.5	0.1875	-0.09375	0.04687

-0.4	0.2100	-0.08400	0.05880
-0.3	0.2275	-0.06825	0.06900
-0.2	0.2400	-0.04800	0.07680
-0.1	0.2475	-0.02475	0.08167
0.0	0.2500	0.0000	0.08333

第八十五圖



第八十五圖は上表の結果を圖に示したるものである。此圖より見るも彎曲率、水平及び垂直推力の感線の状態は明瞭である。以上三未知力を定むれば拱の任意の断面に於ける彎曲率は次式から容易に算定することが出来る即ち

$$M = M_0 - M_s - Hy + T_0 x$$

茲に M_s は静力率である

第六十六節 鐵筋混凝土拱橋計算實例

次ぎに掲ぐる所の例は著者の設計せる鐵道用拱橋である、詳細は第八十六圖に示したるが如く徑間長三十二呎、拱矢は徑間長の五分の一即ち六・四呎、拱頂厚壹呎三吋でルテン氏式により算定

し、起拱點に於ける輪厚は拱頂厚の二倍即ち二呎六吋で拱輪形状の撰定及び半径の算出等は凡て著者の方式に依つたものである、即ち $\alpha_1 = 29^\circ$ とし此の點にて輪厚は拱頂厚の $1\frac{1}{4}$ 倍(十八吋四分の三)とし、各所要半径等は第八十六圖に示せるが如し。

同圖左下部に示せるは第八十圖に掲げたる如く $\frac{\delta s}{EI}$ なる比が拱輪の何れの點に於ても一定なる様、拱軸長を區分する方法を示せるものである、本計算にては此の方法により各區分長を決定せり。

荷重法は三種で (I) 静荷重のみの時 (II) 静荷重と動荷重とが全徑間上に働ける時、並に (III) 静荷重が全徑間を覆ひ動荷重が左半徑間上に働く時とである。第二十七表乃至第三十表は各荷重法に對する M_0, V_0, H_0 及び e_0 の計算を示したもので、第六十四節に掲げたる カンチレバー 法を用ひたり。第三十一表乃至第三十三表は拱輪要點に於ける應力の算出法を示せるものである。又動荷重は クーパー 氏 E 40 機關車重量を等價等布荷重に換算せり。

各荷重法に對する M_0, V_0, H_0 及び e_0 を算定したる後、圖式に依り壓力線を定むるの方法は第八十六圖に明示して居る、而して此の拱では自重のみの時と、自重活重共に全徑間を覆ひたる時とは何れも其の壓力線が殆んど拱軸線に一致して居る。即ち此の荷重法に對しては彎曲應力殆んど皆無であるから拱形の撰定は尤も理想に近きものと曰ふことが出来る。

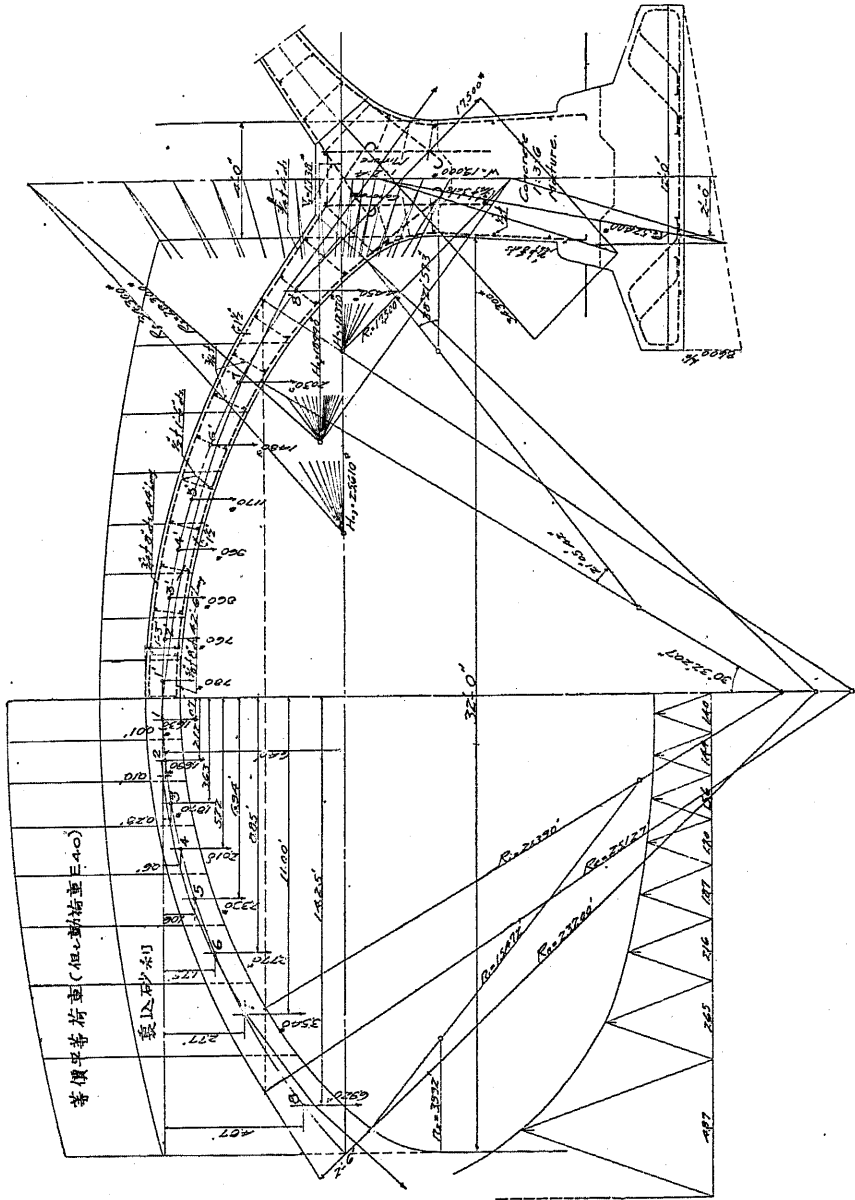
橋脚及び橋臺の安定に對しては種々なる荷重法につき研究せね

ばならぬ、本題に在りては連続せる二徑間中其の一方の徑間上に全荷重を滿載し他方の徑間上に靜荷重のみを加へたときの組み合せに依つて橋脚の安定と地壓力とを定めたり、其の方法は第八十六圖に示せる如し。橋臺の安定に對しては荷重と溫度變化の兩影響を併せ考へねばならぬ、橋脚に在りては溫度變化より生ずる水平推力は兩々相消し合ふから考ふる必要なきも、橋臺の場合には反對側に消し合ふ力がないから之れに對する安定をも加へねばならぬ、又橋臺にては反力は常に傾斜して働くが故に抗打は傾斜せしむる方合理的である、之れを要するに拱橋にては橋脚橋臺の移動は勿論、少しの沈下でも有れば拱自身の上に重大なる惡結果を及ぼすが故に實際の設計に當つては力學上の關係を充分に研究し些少の遺漏もなき様周密なる考慮を費す必要がある。

次ぎに計算の順序として、先づ(1)拱輪の形狀を撰定し、(2)拱輪を $\frac{\delta s}{EI}$ が常數なる様 $2n$ に區分し、(3)第二十七表に示せる如く拱軸點の座標と拱軸點に働く荷重とを算定し、(4)力率腕長を先以て定め、(5)彎曲率を算定し、(6)次ぎに第三十表に示せる如く拱頂點に働く H_0 、 V_0 及び M_0 、計算の準備表を作製し、(7)第 266, 267 頁に示せる如くにして所要の H_0 、 V_0 、 M_0 及び e_0 を算定するのである。

拱輪各重要點の應力度は第三十一表乃至第三十三表に掲げたる方法にて算定が出来る。

第 八 十 六 圖



第二十七表
拱軸點の座標と荷重表
(第八十六圖參照)

Ref. point	x	y	x^2	y^2	靜荷重 (拱輪と填 充砂利)	換算 動荷重	荷重 (合計)	荷重 (累計)
1	呎 0.70	呎 0.01	呎 0.490	呎 0.0001	封度 730	封度 900	封度 1630	封度 1630
2	2.12	0.10	4.494	0.0100	760	930	1690	3320
3	3.63	0.28	13.177	0.0784	860	1010	1870	5190
4	5.22	0.60	27.248	0.3600	960	1050	2010	7200
5	6.94	1.06	48.164	1.1236	1170	1160	2330	9530
6	8.85	1.75	78.323	3.0625	1480	1290	2770	12300
7	11.00	2.72	121.000	7.6729	2030	1510	3540	15840
8	14.25	4.87	203.063	23.7169	4450	2470	6920	22760
Σ	52.71	11.44	495.960	36.024	12440	10320	22760	

第二十八表
彎曲率計算用豫備表
(彎曲腕長の算定)

Ref. point	x	起拱點 にて	點 8	點 7	點 6	點 5	點 4	點 3	點 2
1	0.70	15.30	13.55	10.30	8.15	6.24	4.52	2.93	1.42
2	2.12	13.88	12.13	8.88	6.73	4.82	3.10	1.51	
3	3.63	12.37	10.62	7.37	5.22	3.31	1.59		
4	5.22	10.78	9.03	5.75	3.63	1.72			
5	6.94	9.06	7.31	4.06	1.91				
6	8.85	7.15	5.40	2.15					
7	11.00	5.00	3.25						
8	14.25	1.75							

第二十九表
彎曲率算定表

Ref. point	靜荷重より生ずる彎曲率(呎封度單位)								
	荷重(封度)	起拱點にて	點8	點7	點6	點5	點4	點3	點2
1	730	11,180	9,900	7,520	5,950	4,550	3,300	2,140	1,040
2	760	10,540	9,220	6,750	5,110	3,660	2,360	1,150	
3	860	10,630	9,120	6,340	4,490	2,850	1,370		
4	960	10,350	8,670	5,520	3,490	1,650			
5	1,170	10,600	8,550	4,750	2,230				
6	1,480	10,590	7,990	3,180					
7	2,030	10,150	6,600						
8	4,450	7,780							
計		81,820	60,050	34,060	21,270	12,710	7,030	3,290	1,040
動荷重より生ずる彎曲率(呎封度單位)									
1	900	13,770	12,200	9,260	7,340	5,620	4,070	2,640	1,280
2	930	12,910	11,300	8,260	6,260	4,480	2,880	1,410	
3	1,010	12,490	10,720	7,440	5,270	3,340	1,610		
4	1,050	11,300	9,470	6,040	3,810	1,810			
5	1,160	10,500	8,470	4,710	2,220				
6	1,290	9,220	6,360	2,770					
7	1,510	7,550	4,900						
8	2,470	4,320							
計		82,060	64,020	38,480	24,900	15,250	8,560	4,050	1,280

第三十表
拱頂點に於ける H_0 , V_0 及び M_0 計算準備表

point	y	靜荷重のみの場合		動荷重のみの場合		拱の左半徑間上に全荷重を、右半徑間上に靜荷重を加へたる場合			
		m_L or m_R	$(m_L + m_R)/2$	m_L or m_R	$(m_L + m_R)/2$	m_L	m_R	$(m_L + m_R)/2$	$(m_R - m_L)/2$
2	0.01	0	208	0	256	0	0	0	0
3	0.10	1,040	1,842	1,280	2,266	2,320	1,040	386	2,712
4	0.28	3,290	8,436	4,050	10,272	7,340	3,290	2,975	14,710
5	0.60	7,030	26,946	8,560	32,330	15,590	7,030	13,572	44,688
6	1.06	12,710	74,446	15,250	86,950	27,960	12,710	43,111	105,895
7	1.75	21,270	188,092	24,900	113,180	46,170	21,270	117,921	220,365
8	2.77	34,060	584,888	38,480	213,180	72,540	34,060	205,282	423,280
8	4.87	60,050	885,458	64,020	322,554	124,070	60,050	806,665	912,255
Σ	11.44	(139,450)	885,458	156,540	968,808	295,990	139,450	1,369,862	1,723,870
Σm		278,900	313,080	313,080	435,440				
起拱點		81,820	82,060	82,060					

(I) 静荷重のみなる場合。

$$2[(\Sigma y)^2 - n \Sigma y^2] = 2 \times [(11.44)^2 - 8 \times 36.024] = -314.636$$

$$H_0 = \frac{n \Sigma m y - \Sigma m \cdot \Sigma y}{2[(\Sigma y)^2 - n \Sigma y^2]} = \frac{8 \times (-885.458) - (-278,900 \times 11.44)}{-314.636}$$

$$= 12,370 \text{ 封度}$$

$$M_0 = -\frac{\Sigma m + 2H_0 \Sigma y}{2n} = -\frac{-278,900 + 12,370 \times 11.44}{16}$$

$$= -258 \text{ 呎封度}$$

$$e_0 = \frac{M_0}{H_0} = -0.0208 \text{ 呎}$$

(II) 静荷重と動荷重とを加へたる場合。

$$H_0 = \frac{8 \times (-1,854,266) - (-591,980) \times 11.44}{-314,636} = 25,610 \text{ 封度}$$

$$M_0 = -\frac{591,980 + 51,220 \times 11.44}{16} = +375 \text{ 呎封度}$$

$$e = \frac{M_0}{H_0} = +0.0146 \text{ 呎}$$

(III) 拱の左半徑間上に全重(静動)を、右半徑間上に静荷重のみを加へたる場合。

$$H_0 = -\frac{8 \times (-1,369,862) - (-435,440) \times 11.44}{314,636} = 18,990 \text{ 封度}$$

$$V_0 = \frac{\Sigma(m_R - m_L)}{2 \Sigma x^2} = \frac{1,723,870}{2 \times 495.96} = +1,738 \text{ 封度}$$

$$M_0 = -\frac{-435,440 + 37,980 \times 11.44}{16} = +59 \text{ 呎封度}$$

$$e_0 = \frac{M_0}{H_0} = +0.0031 \text{ 呎}$$

(IV) 温度の變化ある場合 (+30° F)

$$H_0 = \frac{EI}{\delta s} \frac{c t l n}{2[n \Sigma y^2 - (\Sigma y)^2]}$$

$$= \frac{288,000,000 \times 1.25^3 \times 0.000055 \times 30 \times 32 \times 8}{12 \times 1.4 \times 314.636}$$

$$= 4,480 \text{ 封度}$$

$$M_0 = -\frac{H_0 \Sigma y}{n} = -\frac{4,480 \times 11.44}{8} = -6,310 \text{ 呎封度}$$

$$d = \frac{M_0}{H_0} = -1.41 \text{ 呎}$$

以上計算の結果を總括して掲ぐれば下記の如くである。

	静荷重のみなる場合	總荷重(静、動)を加へたる場合	静荷重が全徑間を覆ひ左半徑間上のみ動荷重ある場合	温度の變化ある場合(但し+30° F)
H_0 (封度)	12,370	25,610	18,990	4,480
V_0 (封度)	0	0	1,738	0
M_0 (呎封度)	- 258	+ 375	+ 59	- 6,310
e_0 (呎)	- 0.0208	+ 0.0146	+ 0.0031	- 1.41

第三十表

拱輪主要點に於ける彎曲率、推力、剪力及び偏倚

左半拱の任意断面に於ける彎曲率 } $M = M_0 \pm V_0 x + H_0 y - M_L$ (或は M_R)
 右半拱 同 上

場 合	區分點 番 號	M_L	$V_0 x$	$H_0 y$	彎曲率 M 呎封度	推 力 T 封 度	剪 力 S 封 度	偏 倚 e 呎
		又 M_R						
I	拱 頂	0	0	0	+ 59	18,990	1,738	+ 0.031
	4	-15,590	9,070	11,390	+ 4,929	19,740	1,000	+ 0.260
	7	-72,540	19,120	52,570	- 791	23,400	3,350	- 0.042
	8	-124,070	24,770	92,420	- 6,821	27,870	4,860	- 0.359
	起拱點	-163,880	27,800	121,480	- 14,541	28,240	2,000	- 0.766
	4'	-7,030	9,070	11,390	- 4,651	19,670	730	- 0.245
	7'	-34,060	19,120	52,570	- 551	21,350	340	- 0.029
	8'	-60,050	24,770	92,420	+ 7,659	23,700	380	+ 0.404
起拱點	-81,820	27,800	121,480	+ 11,919	23,520	2,760	+ 0.628	
II	拱 頂	0	0	0	- 258	12,370	0	- 0.021
	4	-7,030	0	7,420	+ 390	12,840	430	+ 0.0315
	7	-34,060	0	34,270	+ 210	14,730	1,220	+ 0.017
	8	-60,050	0	60,250	+ 200	17,360	2,250	+ 0.0162
起拱點	-81,820	0	79,200	- 2,620	17,500	500	- 0.212	
III	拱 頂	0	0	0	+ 375	25,610	0	+ 0.0146
	4	-15,590	0	15,360	+ 145	26,620	1,200	+ 0.056
	7	-72,540	0	70,900	- 1,265	30,100	1,720	- 0.466
	8	-124,070	0	124,800	+ 1,105	34,230	2,150	+ 0.424
起拱點	-163,880	0	164,000	+ 495	34,280	1,300	+ 0.193	
IV	拱 頂	0	0	0	- 6,310	4,480	0	- 1.14
	4	-15,590	0	2,690	- 3,620	4,375	1,010	- 0.808
	7	-72,540	0	12,420	+ 6,110	3,950	2,120	+ 1.362
	8	-124,070	0	21,850	+ 15,540	3,540	2,750	+ 3.47
起拱點	-163,880	0	28,700	+ 22,390	3,250	3,100	+ 4.99	

- 備 考
- I は拱の左半徑間上に全荷重(靜、動)を右半徑間上に靜荷重のみを加へたる場合
 - II は拱上に靜荷重のみなる場合
 - III は拱上に靜荷重と動荷重とを加へたる場合
 - IV は温度の變化 (30 度 F) ある場合

第三十二表

緣維應力の算定

f_c = 混凝土の上緣維應力、 f'_c = 混凝土の下緣維應力

$$\left. \begin{matrix} f_c \\ f'_c \end{matrix} \right\} = \frac{N}{bh} \left\{ \frac{1}{1+np} \pm \frac{6h}{h^2+12pa^2} e \right\}$$

$$= \frac{N}{bh} \left\{ C_1 \pm C_2 e \right\} = \frac{N}{bh} C \text{ 或は } \frac{N}{bh} C'$$

區分點 番 號	p	np	h^2	a_2	$12np$	$\frac{h^2+12}{na^2}$	$6h$	C_1	C_2
拱 頂	.00682	.1022	1.562	0.250	1.226	1.868	7.50	0.908	4.02
4	.00650	.0975	1.714	0.281	1.170	2.042	7.85	0.910	3.84
7	.00557	.0835	2.340	0.410	1.002	2.751	9.17	0.922	3.33
8	.00897	.1345	3.610	0.681	1.613	5.223	11.40	0.881	2.18
起拱點	.00682	.1022	6.250	1.266	1.226	7.752	15.00	0.908	1.935

+ 應壓力

- 應張力

場 合	區分點 番 號	$\frac{T}{bh}$	C	C'	f_c	f'_c	f_c	f'_c
		(平方呎 付封度)			(平方呎 に付封度)	(平方呎 に付封度)	(平方呎 に付封度)	
I	拱 頂	105.5	+ 0.920	+ .806	+ 97.	+ 95.		
	4	104.8	+ 1.907	- .087	+ 200.	- 9.		
	7	106.3	+ 0.782	+ 1.062	+ 83.	+ 113.		
	8	102.0	+ 0.099	+ 1.663	+ 10.	+ 170.		
	起拱點	78.5	- 0.574	+ 2.390	- 45.	+ 188.		
	4'	104.3	- 0.030	+ 1.850	- 3.	+ 193.		
	7'	97.0	+ 0.825	+ 1.019	+ 80.	+ 99.		
	8'	86.7	+ 1.761	+ 0.001	+ 153.	+ 1.		
起拱點	65.4	+ 2.126	- 0.310	+ 139.	- 20.			
II	拱 頂	68.7	+ 0.824	+ 0.992	+ 57.	+ 68.		
	4	68.2	+ 1.031	+ 0.789	+ 70.	+ 54.		
	7	67.0	+ 0.979	+ 0.865	+ 66.	+ 58.		
	8	63.5	+ 0.916	+ 0.846	+ 58.	+ 54.		
起拱點	48.6	+ 0.498	+ 1.318	+ 24.	+ 64.			

III	拱頂	142.3	+ 0.967	+ .849	+ 138.	+ 121.			
	4	141.4	+ 0.932	+ .888	+ 133.	+ 126.			
	7	136.9	+ 0.760	+ 1.084	+ 104.	+ 143.			
	8	125.2	+ 0.974	+ 0.788	+ 122.	+ 99.			
	起拱點	95.2	+ 0.945	+ 0.871	+ 90.	+ 83.			
IV	拱頂	24.9	- 4.752	+ 6.568	- 118.	+ 164.	+ 118.	- 164.	
	4	23.2	- 2.190	+ 4.010	- 51.	+ 93.	+ 51.	- 93.	
	7	18.0	+ 5.462	- 3.618	+ 98.	- 65.	- 98.	+ 65.	
	8	12.9	+ 8.441	- 6.679	+ 119.	- 87.	- 119.	+ 87.	
	起拱點	9.0	+ 10.558	- 8.742	+ 95.	- 79.	- 95.	+ 79.	
		溫度上昇の時				溫度下降の時			

第三十三表

各種の荷重法に對する混凝土の縁維應力表

(+) 應壓力 (-) 應張力

區分點 番 號	拱上に靜荷重のみ有る時溫度の變化あれば		拱上に全荷重を加へたる時溫度上昇せば		拱上に全荷重を加へたる時溫度下降せば		左右不等荷重法の時溫度上昇せば		左右不等荷重法の時溫度下降せば	
	上縁維	下縁維	上縁維	下縁維	上縁維	下縁維	上縁維	下縁維	上縁維	下縁維
拱頂	- 61	+ 232	+ 20	+ 285	+ 256	- 43	- 21	+ 259	+ 215	- 69
4	+ 19	+ 147	+ 82	+ 219	+ 184	+ 33	+ 149	+ 84	+ 251	- 102
7	+ 164	- 7	+ 202	+ 83	+ 6	+ 213	+ 181	+ 48	- 15	+ 178
8	+ 177	- 33	+ 241	+ 12	+ 3	+ 186	+ 129	+ 83	- 109	+ 257
起拱點	+ 119	- 15	+ 185	+ 4	- 5	+ 162	+ 50	+ 109	- 140	+ 267
拱頂	+ 175	- 96								
4	+ 121	- 39					- 54	+ 286	+ 48	+ 100
7	- 32	+ 123					+ 178	+ 34	- 18	+ 164
8	- 61	+ 141					+ 272	- 86	+ 34	+ 88
起拱點	- 71	+ 143					+ 234	- 99	+ 44	+ 59

* 溫度上昇せる場合 * 溫度下降の場合

推力により拱輪短縮の爲め起る應力を計算すれば次の如し。

第三十二表にて荷重法 (I) の場合に於て縁維應力最大なるを以て、其の上下縁維應力を平均して每平方時に對し平均應壓力 86 封度となる。又溫度の變化より來る平均應壓力は每平方時に就き 16 封度故に合計して 102 封度である。今之れを拱輪全部を通じ平均 100 封度の應壓力なりと假定せば

$$H_0 = \frac{-I}{\delta s} \frac{f_c l n}{2 [n(\Sigma y)^2 - \Sigma y^2]} = \frac{0.116 \times 3,680,000}{314.636} = 1,310 \text{ 封度}$$

$$M_0 = -\frac{H_0 \Sigma y}{n} = \frac{-1,310 \times 11.44}{8} = -1,875. \text{ 呎封度}$$

$$e = \frac{M_0}{H_0} = -1.43 \text{ 呎}$$

此 H_0 を生ずる丈の溫度の變化を見るに華氏 8.8 度に相當す、以上の値により前數表と同様の計算を施せば次ぎの結果を得べし。

拱輪點	f_c	f'_c
拱頂	+50.	-37.
4	+29.	-16.
7	-20.	+30.
8	-30.	+37.
起拱點	-24.	+29.

以上計算の結果を總合し最も悪しき場合を組み合はするも拱輪内最大應壓力は拱頂部に於て 306 封度で、最大應張力は起拱線に於て每平方時に 140 封度となる、然し混凝土の抗張強度は每平方

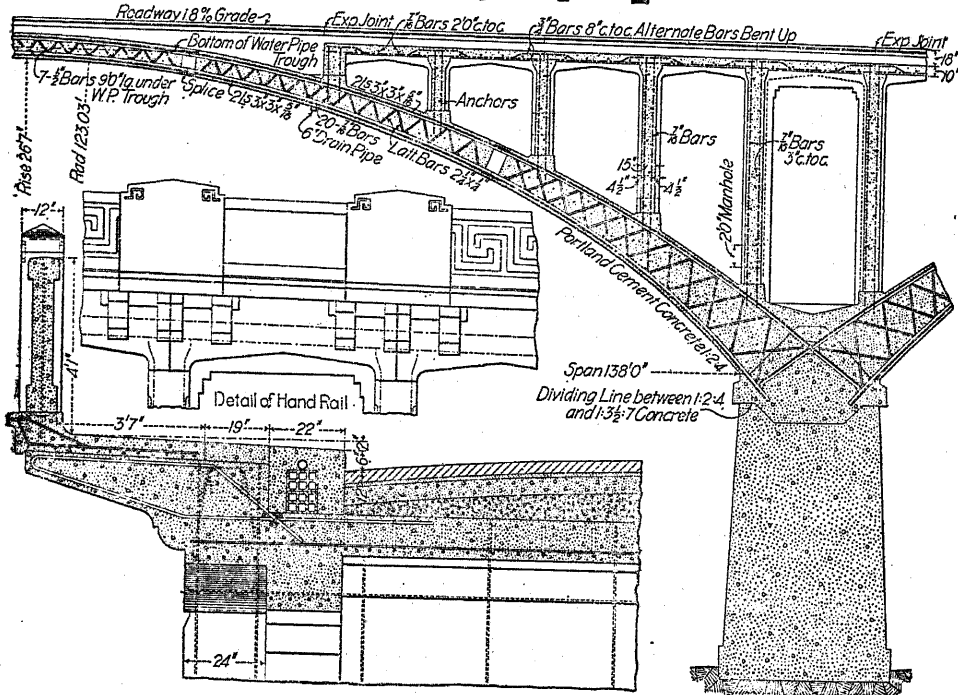
時に對し 1:2:4 混凝土で 200 封度以上有る、故に拱輪は以上如何なる荷重の組み合せに對しても龜裂を生ずることが無い。

今假りに一步を譲り混凝土が抗張力皆無と假定せば次式より中軸線の位置を求め應力度を算出することが出来る。

$$x^3 - 3x^2 \left(\frac{h}{2} - \frac{M}{T} \right) + 12 \frac{M n A}{T b} x - \frac{6nA}{b} \left(\frac{M}{T} h + 2e^2 \right) = 0.$$

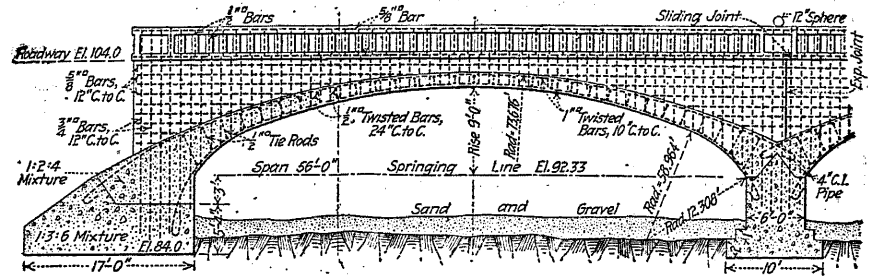
茲に x は斷面の抗壓線維より中軸線に至る距離である。鐵筋上の最大應張力は前諸表より得たる結果により $140 \times 15 = 2100$ 封

第八十七圖

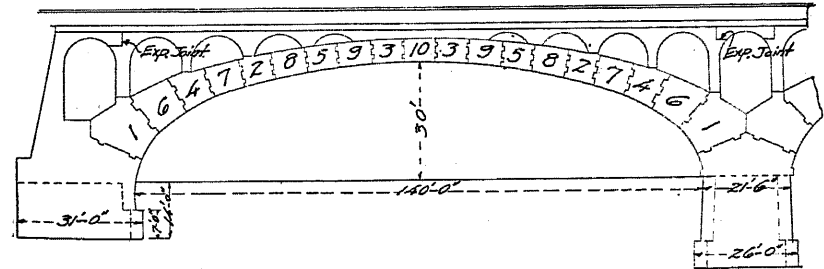


度以内である、又鐵筋上の應壓力は $306 \times 15 = 4590$ 封度以内である。

第八十八圖 (甲)



第八十八圖 (乙)



第八十七圖に示したるはメラン式拱橋で、米國ニューヨーク州オスエゴ (Oswego) 川に架したる百三十八呎四徑間を有するブロードウェー橋である。第八十八圖(甲)に示したるは同イリノイ州クック郡に在るモニー式拱橋で五十六呎四徑間より成つて居る。此の橋は僅か九十日間で竣成せるものである。1:2:4 混凝土約五十三立坪、1:3:6 混凝土約百立坪、鐵筋約四十四噸を使用して居る。第八十八圖(乙)は米國イリノイ、セントラル鐵道に建設せられたる Big Muddy 拱橋に於ける混凝土施工の順序を示したるものである。徑間の小なる拱橋でも尙拱輪を一期に打上ぐる時は混凝土の凝結より拱輪の短縮を見、拱自身に Shrinkage Stress を與ふる事となる、故に上圖の如く拱橋を數區間に分ち施工する事肝要である。其の區分法にも種々あるが要するにセントルに一樣の壓力を與へ、片下がりのなき様工夫すれば可なり、本橋に於て 1903 年一月二十日より五月二十三日に至る間、拱混凝土膨脹率を檢測せし處一徑間に對し最大 0.012 呎であつた。今混凝土の膨脹係数を .000054 と假定せば華氏十六度の温度の變化に相當せり。