

第五章 桁 橋

第一節 撓 度

桁の断面は其の抵抗力率のみならず、同時に撓度 (Deflection) の制限に依つて定めらるゝことが多い。單桁に等布荷重を載荷するときは、其の最大撓度は次の式で表はさるゝ。

$$\eta = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EJ} \dots\dots\dots (1)$$

式中 J は桁の惰性率 (cm^4)、 q は單位長の等布荷重 (自重+活荷重)、 E は弾性恒數 (Modulus of elasticity) = 2100 000 kg/cm^2 とす。

今 M = 彎曲率 (tm)、 l = 支間 (m)、 h = 桁の高 (m)、 σ = 許容抗曲強度 (kg/cm^2) とし、之れを 1200 kg/cm^2 とせば第 35 表を得。

第 35 表

撓度 η	J	$\frac{l}{h} \leq$	撓度 η	J	$\frac{l}{h} \leq$
$\frac{l}{400}$	198.48 $Ml \div 200 Ml$	21.0	$\frac{l}{650}$	327.42 $Ml \div 330 Ml$	12.9
$\frac{l}{450}$	223.21 $Ml \div 225 Ml$	18.7	$\frac{l}{700}$	347.22 $Ml \div 350 Ml$	12.0
$\frac{l}{500}$	248.00 $Ml \div 250 Ml$	16.8	$\frac{l}{750}$	372.02 $Ml \div 375 Ml$	11.2
$\frac{l}{550}$	272.82 $Ml \div 275 Ml$	15.3	$\frac{l}{800}$	396.83 $Ml \div 400 Ml$	10.5
$\frac{l}{600}$	297.62 $Ml \div 300 Ml$	14.0	$\frac{l}{900}$	446.43 $Ml \div 450 Ml$	9.4

h を mm 、 l を m 、 η を mm で表はせば

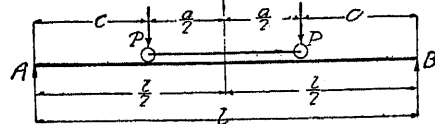
$$\eta = 119.1 \frac{l^2}{h} \dots\dots\dots (2)$$

I 形鋼に對しては

$h = 75 \sim 600 mm$ (日本標準規格)

であるから

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \alpha l^2 \\ \alpha &= \frac{119.1}{h} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$



第 74 圖

を得。二箇の集中荷重 (第 74 圖) を受くる場合の最大撓度 η は次式の如し。

$$\eta = \frac{Pc}{24EJ} [-a^2 + 2l(a+b)] \dots\dots\dots (4)$$

$$c = \frac{l-a}{2}$$

第 36 表 (其一)

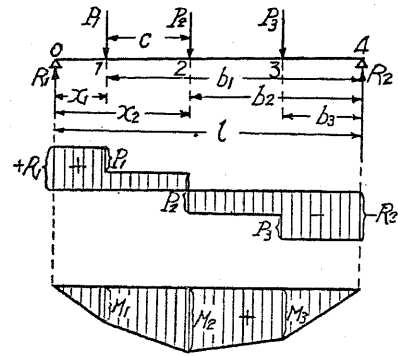
載 荷 状 態	反 力	彎 曲 率	弾 性 曲 線 式	撓 度
①	$R_B = P$	$M = Px$ $max M = Pl$	$y = \frac{Pl^3}{2EJ} \left(\frac{x}{l} - \frac{1}{3} \frac{x^3}{l^3} \right)$	$\eta = \frac{Pl^3}{3EJ}$
②	$R_B = pl$ $= P$	$M = \frac{Px^2}{2l}$ $max M = \frac{Pl}{2}$	$y = \frac{Pl^3}{6EJ} \left(\frac{x}{l} - \frac{1}{4} \frac{x^4}{l^4} \right)$	$\eta = \frac{Pl^3}{8EJ}$
③	$R_A = R_B = \frac{P}{2}$	$M = \frac{Px}{2}$ $max M = \frac{Pl}{4}$	$y = \frac{Pl^3}{16EJ} \left(\frac{x}{l} - \frac{4}{3} \frac{x^3}{l^3} \right)$	C 點に於て $\eta = \frac{Pl^3}{48EJ}$
④	$R_A = \frac{Pc_1}{l}$ $R_B = \frac{Pc_2}{l}$	AC 間 $M = \frac{Pc_1x}{l}$ BC 間 $M = \frac{Pc_2x}{l}$ $max M = \frac{Pc_1c_2}{l}$	$y = \frac{P}{6EJ} \frac{c_1^2c_2^2}{l}$ $\left(\frac{2x}{c} + \frac{x}{c_1} - \frac{x^3}{c_1^2} \right)$ $y_1 = \frac{P}{6EJ} \frac{c_1^2c_2^2}{l}$ $\left(\frac{2x_1}{c_1} + \frac{x_1}{c} - \frac{x_1^3}{cc_1^2} \right)$	C 點に於て $\eta = \frac{P}{3EJ} \frac{c_1^2c_2^2}{l}$ η_{max} の生ずる點 $c > c_1$ なる場合 $x = c \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \frac{c_1}{c}}$ $c < c_1$ なる場合 $x_1 = c_1 \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \frac{c}{c_1}}$
⑤	$R_A = R_B = \frac{pl}{2} = \frac{P}{2}$	$M = \frac{Px}{2} \left(1 - \frac{x}{l} \right)$ $max M = \frac{Pl}{8}$	$y = \frac{Pl^3}{24EJ}$ $\left(\frac{x}{l} - 2 \frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} \right)$	C 點に於て $\eta = \frac{5Pl^3}{384EJ}$
⑥	$R_A = R_B = \frac{P}{2}$	$M = \frac{Px}{2} \left(1 - \frac{c-x}{l} \right)$ $M_A = M_B = -\frac{Pc^2}{2l}$ $M_C = -\frac{Pl}{4} \left(-\frac{1}{2} + \frac{2c}{l} \right)$ $c = 0.207l$ なる場合 $M_A = M_B = M_C = -\frac{Pl}{47}$	$y = \frac{Pl^3}{24EJ} \left(\frac{x}{l} - 2 \frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} \right)$ $+ 6 \frac{cx^2}{l^3} - 6 \frac{cx}{l} - \frac{c}{l} + 6 \frac{c^2}{l^2}$ $- 4 \frac{c^3}{l^3} - \frac{c^4}{l^4}$	C 點に於て $\eta = \frac{Pl^3}{24EJ}$ $\left(\frac{5}{16} - \frac{5}{2} \frac{c}{l} \right)$ $+ 6 \frac{c^2}{l^3} - 4 \frac{c^3}{l^3} - \frac{c^4}{l^4}$

載荷状態	反力	彎曲率	載荷状態	反力	彎曲率
<p>⑦</p>	$R_A = \frac{Pc(2b+a)}{2l}$ $R_B = \frac{Pa^2}{2l}$	$\max M = \frac{R_A^2}{2p}$ 其の位置 $x = \frac{R_A}{p}$	<p>⑫</p>	$R_A = R_A^0 - \frac{p}{2l} \left(\frac{l^2 - a^2 - b^2}{2} - \frac{c^4}{4} \right)$ $R_B = R_B^0 + \frac{p}{2l} \left(\frac{l^2 - a^2 - b^2}{2} - \frac{c^4}{4} \right)$	$M_B = -\frac{p}{2l} \left[\frac{l^2 - a^2 - b^2}{2} - \frac{c^4}{4} \right]$ $M_a = M_a^0 + M_B \frac{x}{l}$
<p>⑧</p>	$R_A = \frac{Pc(2b+c)}{2l}$ $R_B = \frac{Pc(2a+c)}{2l}$	$\max M = R_A(a + \frac{c}{2p})$ 其の位置 $x = \frac{R_A}{p}$ $a=b$ の場合 $\max M = \frac{Pc}{2} \left(\frac{l}{2} - \frac{c}{4} \right)$ 其の位置 $x = \frac{c}{2}$	<p>⑬</p>	$R_A = R_A^0 - \frac{p}{2l} \left[\frac{l^2 - a^2 - b^2}{2} - \frac{c^4}{4} \right]$ $R_B = R_B^0 + \frac{p}{2l} \left[\frac{l^2 - a^2 - b^2}{2} - \frac{c^4}{4} \right]$	$M_B = -\frac{p}{2l} \left[\frac{l^2 - a^2 - b^2}{2} - \frac{c^4}{4} \right]$ $M_a = M_a^0 + M_B \frac{x}{l}$
<p>⑨</p>	$R_A = \frac{P}{2} \left(2 - \frac{3a}{l} + \frac{c^3}{l^2} + \frac{c^3}{l^3} \right)$ $R_B = \frac{P}{2} \left(\frac{3a}{l} - \frac{c^3}{l^2} + \frac{c^3}{l^3} \right)$	$M_B = -\frac{Pl}{2} \left(2 - \frac{3a}{l} + \frac{c^3}{l^2} + \frac{c^3}{l^3} \right)$ $M_C = \frac{Pl}{2} \left(\frac{3a}{l} - \frac{c^3}{l^2} + \frac{c^3}{l^3} \right)$	<p>⑭</p>	$R_A = R_A^0 - \frac{p}{2l} \left(\frac{l^2 - a^2 - b^2}{2} - \frac{c^4}{4} \right)$ $R_B = R_B^0 + \frac{p}{2l} \left(\frac{l^2 - a^2 - b^2}{2} - \frac{c^4}{4} \right)$	$M_B = -\frac{p}{2l} \left(\frac{l^2 - a^2 - b^2}{2} - \frac{c^4}{4} \right)$ $M_a = M_a^0 + M_B \frac{x}{l}$
<p>⑩</p>	$R_A = \frac{5}{16} P$ $R_B = \frac{11}{16} P$	$\max M = M_B = -\frac{3}{16} Pl$ $M_C = \frac{5}{32} Pl$	<p>⑮</p>	$R_A = \frac{Pb}{l} (l^2 - a^2 - ab)$ $R_B = \frac{Pa}{l} (l^2 - b^2 - ab)$	$M_A = -\frac{Pa^2}{l^2}$ $M_B = -\frac{Pb^2}{l^2}$ $M_C = +\frac{2Pab^2}{l^3}$
<p>⑪</p>	$R_A = \frac{3}{8} Pl = \frac{3}{8} P$ $R_B = \frac{5}{8} Pl = \frac{5}{8} P$	$M_a = \frac{Pl}{2} \left(\frac{3}{4} - \frac{x}{l} \right)$ $\max M = M_B = -\frac{Pl}{8}$ 最大正彎曲率 $M_C = +\frac{9}{128} Pl$ 其の位置 $x = \frac{3}{5} l$	<p>⑯</p>	$R_A = R_A^0 - \frac{p}{2l} \left(\frac{l^2 - a^2 - b^2}{2} - \frac{c^4}{4} \right)$ $R_B = R_B^0 + \frac{p}{2l} \left(\frac{l^2 - a^2 - b^2}{2} - \frac{c^4}{4} \right)$	$M_B = -\frac{p}{2l} \left(\frac{l^2 - a^2 - b^2}{2} - \frac{c^4}{4} \right)$ $M_a = M_a^0 + M_B \frac{x}{l}$

載荷状態	反力	彎曲率	載荷状態	反力	彎曲率
<p>⑯</p>	$R_A = R_B = \frac{P}{2}$	$M_a = \frac{Pl}{2} \left(\frac{x}{l} - \frac{1}{4} \right)$ $M_A = M_B = -\frac{Pl}{8}$ $M_C = +\frac{Pl}{8}$	<p>⑳</p>	$R_A = R_A^0 - \frac{p}{2l} \left(\frac{l^2 - a^2 - b^2}{2} - \frac{c^4}{4} \right)$ $R_B = R_B^0 + \frac{p}{2l} \left(\frac{l^2 - a^2 - b^2}{2} - \frac{c^4}{4} \right)$	$M_B = -\frac{p}{2l} \left(\frac{l^2 - a^2 - b^2}{2} - \frac{c^4}{4} \right)$ $M_a = M_a^0 + M_B \frac{x}{l}$
<p>⑰</p>	$R_A = R_B = \frac{Pl}{2}$	$M_a = \frac{Pl}{2} \left(\frac{x}{l} + \frac{a^2}{l^2} \right)$ $M_A = M_B = -\frac{Pl}{12}$ $M_C = +\frac{Pl}{24}$	<p>㉑</p>	$R_A = R_A^0 - \frac{p}{2l} \left(\frac{l^2 - a^2 - b^2}{2} - \frac{c^4}{4} \right)$ $R_B = R_B^0 + \frac{p}{2l} \left(\frac{l^2 - a^2 - b^2}{2} - \frac{c^4}{4} \right)$	$M_B = -\frac{p}{2l} \left(\frac{l^2 - a^2 - b^2}{2} - \frac{c^4}{4} \right)$ $M_a = M_a^0 + M_B \frac{x}{l}$

第二節 単桁の計算

1. 集中荷重 桁に集中荷重 P_1, P_2, \dots を載荷せしときは第75圖より次式を得。



第 75 圖

$$R_1 l - P_1 b_1 - P_2 b_2 - P_3 b_3 = 0$$

$$R_1 = \frac{P_1 b_1 + P_2 b_2 + P_3 b_3}{l} \dots \dots \dots (5)$$

$\Sigma V = 0$ に依り

$$R_1 + R_2 - P_1 - P_2 - P_3 = 0$$

$$R_2 = P_1 + P_2 + P_3 - \frac{P_1 b_1 + P_2 b_2 + P_3 b_3}{l} \dots \dots (6)$$

0~1 間の剪力を Q_0 , 1~2 間の剪力を Q_1 とせば

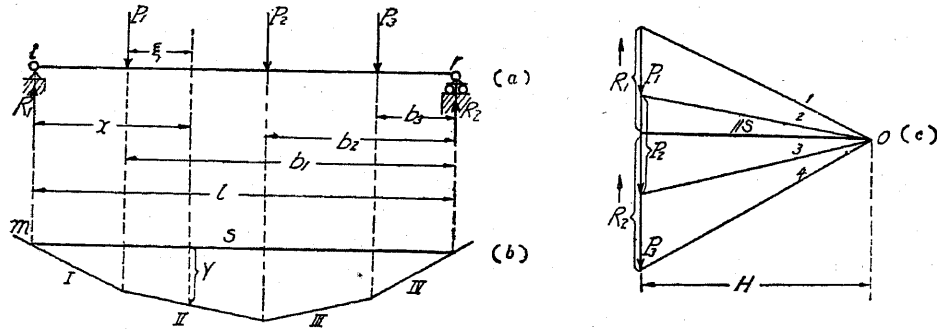
$$Q_0 = +R_1, Q_1 = R_1 - P_1, Q_2 = R_1 - P_1 - P_2$$

$$Q_3 = -R_2 + P_3, Q_4 = -R_2 \dots \dots \dots (7)$$

$$M_1 = R_1 x_1, M_2 = R_1 x_2 - P_1 c, M_3 = R_2 b_3 \dots \dots \dots (8)$$

となる。

以上の剪力及彎曲率を 1, 2 及 3 の點に於て縦距に採り、其の端を直線で結べば剪力圖及彎曲率圖を得。彎曲率は總て正であるが、剪力は一部は正、一部は負となり、其の符號を換ふるセクション(第75圖に於ては2)に於て彎曲率が最大となる、此のセクションを危險断面と謂ふ。



第 76 圖

其の最大彎曲率を $max M$ にて表はせば

$$max M = R_1 x_2 - P_1 c \dots \dots \dots (9)$$

となり、所要の断面率は

$$W = \frac{max M}{\sigma} \dots \dots \dots (10)$$

となる。 W を英米では Section modulus と稱し S で表してゐる。

反力を圖式に依り求めんとするには、 P_1, P_2 及 P_3 の力多角形(此の場合は垂直線となる)を作り、任意の一點 O と此の多角形の各角點とを結び(第76圖c)極射線 1~4 を得。任意の點 m より起り 1~4 に各平行な I~IV (第76圖b) を引いて索多角形を作り、其の兩端の邊 I 及 IV と左右の支點 l 及 r を通過する垂直線との交點を結べば閉合線 S を得。 O 點より S 線に平行線を引き力多角形と交らしむれば、第76圖(c)の如く R_1 及 R_2 を求むることが出来る。桁の左支點より x の距離にある點の彎曲率は、 $M_x = Hy$ で表はすことが出来る。式中の H は力の尺度、 y は長さの尺度で測る(又は其の反對)ものとする。

2. 等布荷重 桁の單位長に q の等布荷重を有するとき、 q が桁の全長に亘る場合は(第77圖)

$$R_1 = R_2 = \frac{ql}{2} \dots \dots \dots (11)$$

$$M_x = \frac{ql}{2} x - qx \frac{x}{2} = \frac{qx}{2} (l-x) \dots \dots \dots (12)$$

桁の各點の彎曲率を縦距 y として第77圖(b)の如き彎曲率圖を描かば

$$y = \frac{qx}{2} (l-x) = Kx(l-x) \dots \dots \dots (13)$$

を得。式中 K は常數とす。

上式は拋物線の式である。

今拋物線の拱矢を f とせば、

$$x = \frac{l}{2} \text{ の點の縦距は}$$

$$y = f \text{ となる。}$$

$$\text{従て } f = K \frac{l}{2} \frac{l}{2} \text{ より}$$

$$K = \frac{4f}{l^2}$$

$$\text{拋物線の式は } y = \frac{4f}{l^2} x(l-x) \dots \dots \dots (14)$$

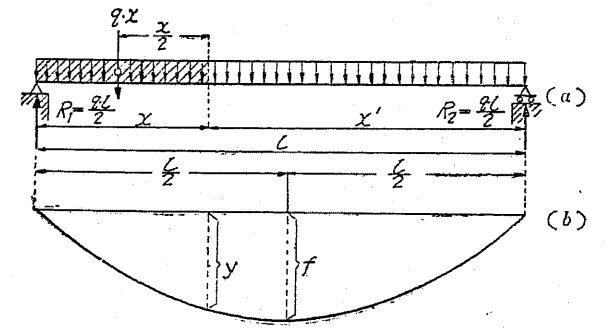
となる。

$$x = \frac{l}{2} \text{ の場合に彎曲率が最大となるから}$$

$$max M = \frac{q}{2} \frac{l}{2} \frac{l}{2} = \frac{ql^2}{8} \dots \dots \dots (15)$$

x 點に於ける剪力は

$$Q_x = \frac{ql}{2} - qx = q \left(\frac{l}{2} - x \right) = q\xi \dots \dots \dots (16)$$



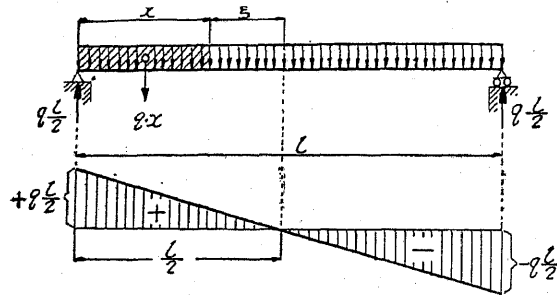
第 77 圖

となる。上式は直線の方程式であるから

$$\xi = 0 \text{ のときは } Q_x = 0$$

$$\xi = \frac{l}{2} \text{ のときは } Q_x = +\frac{ql}{2}$$

$$\xi = -\frac{l}{2} \text{ のときは } Q_x = -\frac{ql}{2}$$

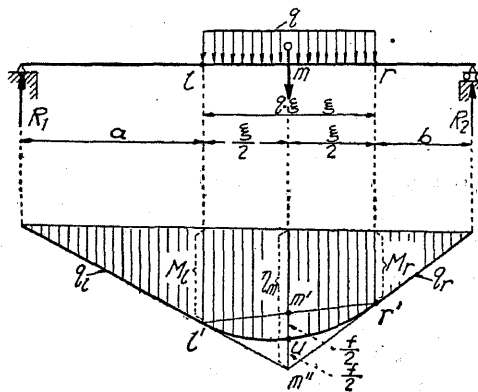


第 78 圖

之に依り剪力图を描かば、第 78 圖 (b) の如くなる。

(a) 若し ξ の長だけ載荷せる場合は (第 79 圖)

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{q\xi\left(\frac{\xi}{2} + b\right)}{l} \\ R_2 &= \frac{q\xi\left(\frac{\xi}{2} + a\right)}{l} \end{aligned} \right\} \dots\dots (17)$$



第 79 圖

(a) l 點の彎曲率は $M_l = R_1 a$
 $= \frac{q\xi\left(\frac{\xi}{2} + b\right)}{l} a \dots\dots (18)$

r 點の彎曲率は $M_r = R_2 b$
 $= \frac{q\xi\left(\frac{\xi}{2} + a\right)}{l} b \dots\dots (19)$

此の場合の彎曲率圖は、次の縦距を有する三角形となる。

$$\eta_m = R_1\left(a + \frac{\xi}{2}\right) = \frac{q\xi\left(\frac{\xi}{2} + b\right)}{l}\left(a + \frac{\xi}{2}\right) \dots\dots (20)$$

載荷長 ξ の間では彎曲率圖は拋物線となり、 l 及 r 點の下には反曲點がないから、 q_l 及 q_r は拋物線に切線となる。従つて彎曲率圖は次の様に簡単に作圖される。

$q\xi$ の作用する m 點の下に縦距 η_m を採り、其の下端 m'' を頂點とする三角形を作り、其の二斜邊と l 及 r を通過する鉛直線との支點を各 l' 及 r' とし $l'r'$ の直線を引き、 $m'm'' = l'$ を切半した點 u を通る拋物線を描かば、 q_l 及 q_r は l' 及 r' 點に於て其の拋物線に切線となるべし。

3. 間接荷重 荷重が床桁を通して間接に主桁に傳達される場合を謂ふ。

(1) 集中荷重。(a) 彎曲率。床桁 l と r には集中荷重 P が $\frac{Pb}{\lambda}$ と $\frac{Pa}{\lambda}$ の分力を與ふるから、第 80 圖に於て左支點の反力は

$$R_1 = \frac{Pb}{\lambda} \frac{a+c}{l} + \frac{Pa}{\lambda} \frac{c-b}{l} = \frac{Pc}{l\lambda}(b+a) = \frac{Pc}{l\lambda} \lambda = \frac{Pc}{l} \dots\dots (21)$$

となり、床桁のない場合と同一である。

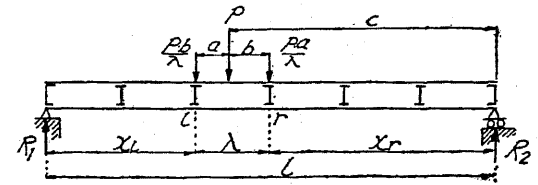
l 及 r 點に於ける彎曲率は

$$M_l = R_1 a, \quad M_r = R_2 a$$

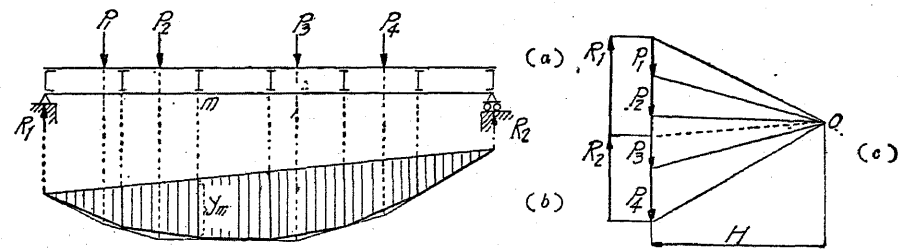
となつて、床桁に対する荷重の分布方法

には無關係であるから、最初は床桁に對

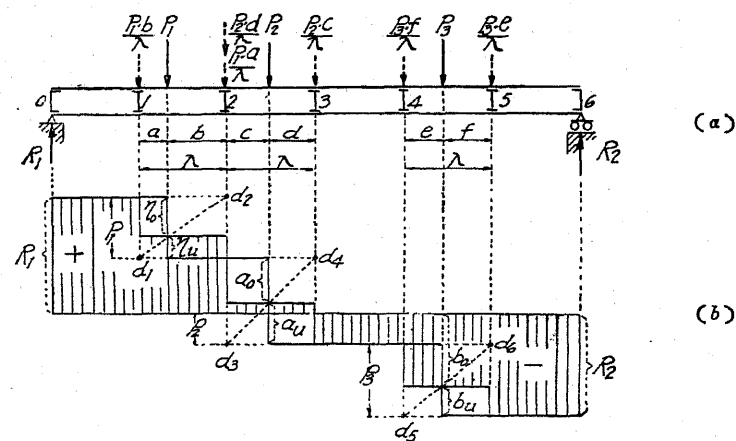
する荷重の分布を全然考へないで直接荷重の場合と同様の彎曲率圖を作り (第 81 圖 b)、各床桁より下せる鉛直線上に格點を有し、彎曲率圖に内切する多角形を描かば、間接荷重に對する彎曲率圖を求むることが出来る。



第 80 圖



第 81 圖



第 82 圖

(b) 剪力。床桁のない場合の剪力圖 (第 82 圖) を描く。P₁ を挟む二つの床桁に之を分布

すれば、1-2 間の剪力は

$$Q_1 = +R_1 - P_1 \frac{b}{\lambda} \quad \dots\dots\dots (22)$$

となる。今対角線 d_1-d_2 を引けば、 P_1 の鉛直線を η_o と η_u の比に切断するから

$$\frac{\eta_o}{P_1} = \frac{b}{\lambda} \text{ 及 } \frac{\eta_u}{P_1} = \frac{a}{\lambda}, \text{ 従つて } \eta_o = P_1 \frac{b}{\lambda} \text{ 及 } \eta_u = P_1 \frac{a}{\lambda}$$

故に

$$Q_1 = +R_1 - P_1 \frac{b}{\lambda} = +R_1 - \eta_o \quad \dots\dots\dots (23)$$

となり、2-3 間の剪力は

$$Q_2 = +R_1 - P_1 \frac{b}{\lambda} - \left(P_2 \frac{a}{\lambda} + P_2 \frac{d}{\lambda} \right) \quad \dots\dots\dots (24)$$

となる。 d_3-d_4 の対角線が P_2 の鉛直線を a_o と a_u の比に切断すれば

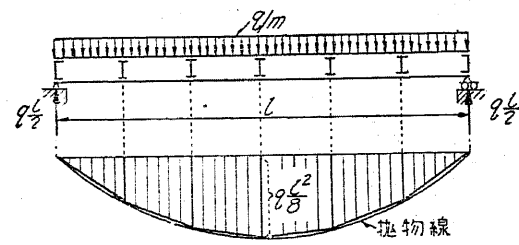
$$\frac{a_o}{P_2} = \frac{d}{\lambda} \text{ 及 } \frac{a_u}{P_2} = \frac{c}{\lambda}, \text{ 従つて } a_o = P_2 \frac{d}{\lambda} \text{ 及 } a_u = P_2 \frac{c}{\lambda}$$

故に

$$Q_2 = +R_1 - \eta_o - (\eta_u + a_o) \quad \dots\dots\dots (25)$$

同様にして第 82 圖 (b) に示すが如き陰線を施した剪力圖が出来る。

(2) 等布荷重。(a) 彎曲率。直接荷重の場合と同様に拱矢 $\frac{ql^2}{8}$ を有する拋物線を描き、



第 83 圖

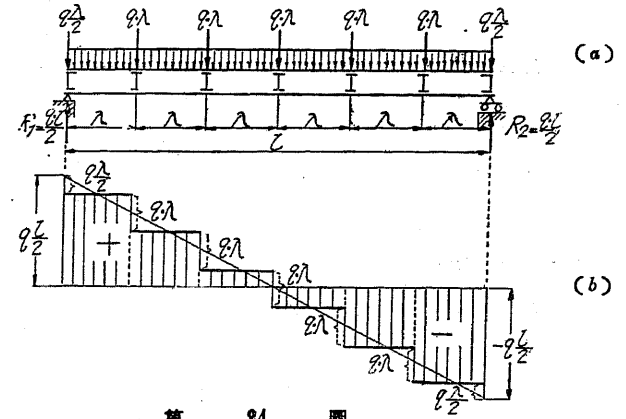
之に床桁より下せる各鉛直線上に角點

(a) を有する多角形を内切せしむれば、所要の彎曲率圖を得 (第 83 圖 b)。

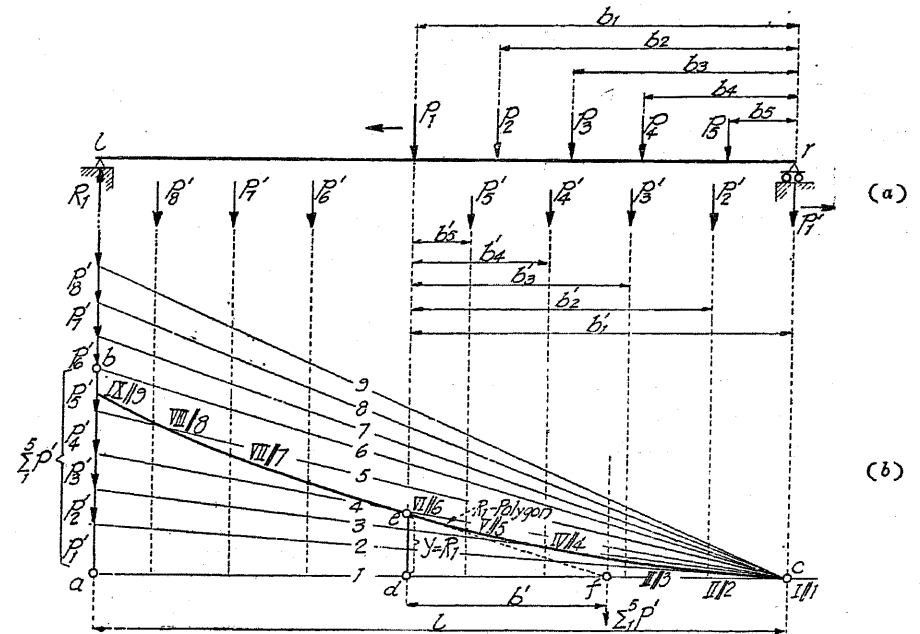
(b) (b) 剪力。剪力圖を求むるには、等布荷重 q を各床桁に分布して両端には $\frac{q\lambda}{2}$ 、中間には $q\lambda$ の集中荷重

となす。第 78 圖の如く床桁のない場合と同様に、支點に於て $+\frac{ql}{2}$ 及 $-\frac{ql}{2}$ の縦距を有する剪力圖を作る、床桁相互間に於ては剪力は一定であるから、第 84 圖 (b) の如き陰線を施せる剪力圖を見出すことが出来る。

4. 聯行荷重 (1) 反力。第 85 圖 (a) の如き聯行荷重が右より左に進行し、先頭の荷重 P_1 は右支點より b_1 の距離を有する。之と同一の軸距及同一の重量を有する荷重列 P' が左より右に進行し、其の先頭の荷重 P'_1 は右支點上に在るものとし、徑間 l を極距 (Pole distance) とする力多角形に相當する索多角形を描き (第 85 圖 b)、索多角形の邊 I 及 II は力多角形の極



第 84 圖



第 85 圖

射線 1 及 2 と一致せしめ、III より IX までの邊は極射線 3 より 9 に平行となさば、 P_1 の下の縦距 y は所要の反力 R_1 を示すことになる。 y は力と同一尺度で測る。

(例) 第 85 圖 (a) に於て右支點 r に力率を探れば

$$R_1 = \frac{P_1 b_1 + P_2 b_2 + P_3 b_3 + P_4 b_4 + P_5 b_5}{l} \quad \dots\dots\dots (26)$$

今 $b'_1 = b_1, b'_2 = b_2, b'_3 = b_3 \dots\dots\dots$

$P'_1 = P_1, P'_2 = P_2, P'_3 = P_3 \dots\dots\dots$

なるが故に

$$R_1 = \frac{P_1 b'_1 + P_2 b'_2 + P_3 b'_3 + P_4 b'_4 + P_5 b'_5}{l} \dots\dots\dots (27)$$

(27) 式の分子は、 P'_1 乃至 P'_5 が P_1 の作用点に対する力率にして、其の合成力 $\sum_1^5 P'$ は索多角形の邊 I 及 VI の交点 f を通過するから

$$P'_1 b'_1 + P'_2 b'_2 + P'_3 b'_3 + P'_4 b'_4 + P'_5 b'_5 = \sum_1^5 P' b'$$

Δabc は Δdef に相似であるから

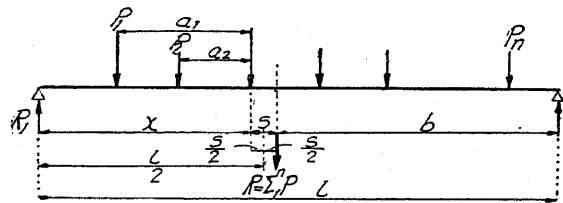
$$\frac{y}{\sum_1^5 P'} = \frac{b'}{l}$$

従つて

$$y = \frac{\sum_1^5 P' b'}{\sum_1^5 P'} = \frac{P_1 b'_1 + P_2 b'_2 + P_3 b'_3 + P_4 b'_4 + P_5 b'_5}{P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5} = R_1$$

故に第 85 圖 (b) の索多角形を反力多角形と謂ふ。 R_2 に対する反力多角形は丁度之と對稱の形をなすのである。

(2) 絶対最大彎曲率。左支點より x の距離の彎曲率は (第 86 圖)



第 86 圖

$$M_x = R_1 x - P_1 a_1 - P_2 a_2 = \sum_1^n P \times \frac{b}{l} x - P_1 a_1 - P_2 a_2$$

$b = l - s - x$ なるが故に

$$M_x = \frac{\sum_1^n P}{l} (l - s - x)x - P_1 a_1 - P_2 a_2 \dots\dots\dots (28)$$

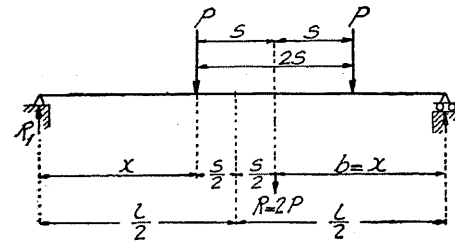
M_x が最大なるためには

$$\frac{dM_x}{dx} = 0 = \frac{\sum_1^n P}{l} (l - s - 2x)$$

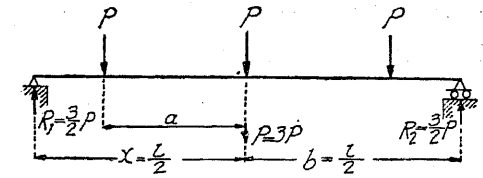
$$\therefore l - s - 2x = 0$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{l}{2} - \frac{s}{2} \\ b &= x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

即ち危険断面と聯行荷重の合成力 $R = \sum_1^n P$ の作用点とは、桁の中央より等距離にあり、又合成力の作用点と右支點との距離 b は、危険断面と左支點との距離 x に等しいことが分る。



第 87 圖



第 88 圖

(例) 第 87 圖の如き二箇の集中荷重あるときは

$$x = \frac{l}{2} - \frac{s}{2}$$

$$max M = R_1 x = R_1 \left(\frac{l}{2} - \frac{s}{2} \right)$$

$$R_1 = R \frac{b}{l} = \frac{2Px}{l} = \frac{2P}{l} \left(\frac{l}{2} - \frac{s}{2} \right)$$

故に

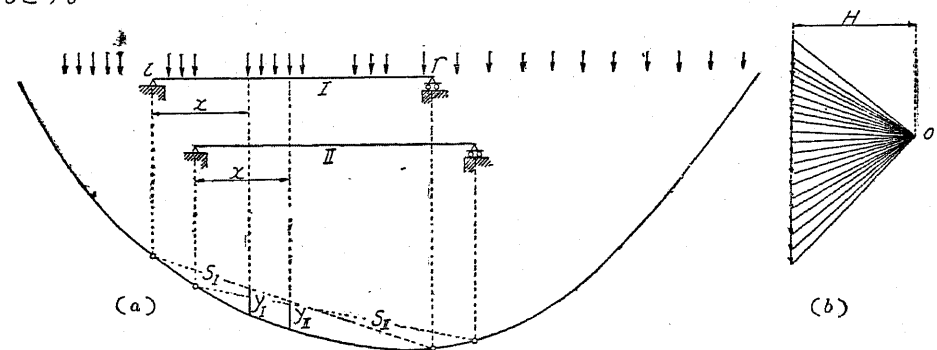
$$max M = \frac{2P}{l} \left(\frac{l}{2} - \frac{s}{2} \right)^2$$

第 88 圖の如き三箇の集中荷重あるときは

$$x = b$$

$$max M = R_1 \frac{l}{2} - Pa = \frac{3}{2} P \times \frac{l}{2} - Pa = P \left(\frac{3}{4} l - a \right)$$

5. 彎曲率の圖式解法 左支點より x の距離のセクションに於ける最大彎曲率を圖式に依り求めんとす。



第 89 圖

lr の桁上を聯行荷重が通過する場合、其の彎曲率が如何に變化するかを研究するには、荷重は不動で桁が動くものと假定した方が便利である。今 O を極とし H を極距とする聯行荷重の

力多角形を作り、之に相當する索多角形を描く(第89圖)、桁が I の位置にあるときは閉合線は S_1 となるから、其の際の彎曲率は $M_x = Hy_1$ となる。次に桁を右に移動して II の位置となさば閉合線は S_2 となり、彎曲率は $M_x = Hy_2$ となる。最大彎曲率は縦距 y の最大なる位置に起ることが判るから 桁を左右に移動して最大縦距を與ふる位置を見出さば、夫より最大彎曲率を求むることを得。

6. 影響線 (1) 反力 R_1 の影響線。1噸の荷重が右支點より任意の距離 ξ にあるときは、 R_1 は右支點に關する力率方程式

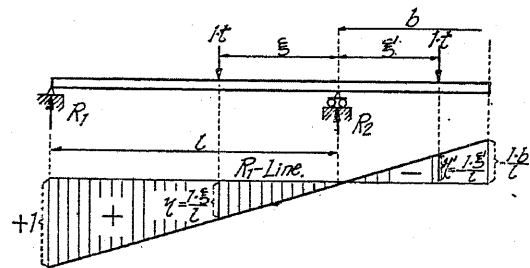
$$\frac{1 \cdot \xi}{l}$$

に依つて求められる。此の値を荷重を通過する鉛直線上に縦距 η として採れば、 R_1 の影響線を得、其の方程式は $\eta = 1 \cdot \frac{\xi}{l}$ となる。之は左支點を通過する鉛直線上では縦距 l を有し、右支點を通過する鉛直線上での縦距は 0 となる一つの直線である。何となれば

$$\xi = l \text{ に対しては } R_1 = \frac{1 \cdot l}{l} = +1$$

$$\xi = 0 \text{ に対しては } R_1 = 0$$

となるからである(第90圖)。



第 90 圖

若し1噸の荷重が、突桁上で右支點より ξ' の距離にありとせば $R_1 = -\frac{1 \cdot \xi'}{l}$ となる、故に荷重を通過する鉛直線上では、 R_1 の縦距は $-\frac{1 \cdot \xi'}{l}$ となる。

突桁部分に於ける影響線の方程式は $\eta = -\frac{1 \cdot \xi'}{l}$ となる。

之は $\xi' = 0$ に対しては $\eta = 0$

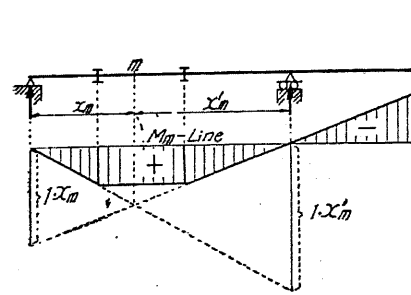
$\xi' = b$ に対しては $\eta = -\frac{1 \cdot b}{l}$ の直線である。従て縦距 $+1, \eta, \eta'$ 及 $-\frac{1 \cdot b}{l}$ は一直線上に在ることを知る。

(2) 力率 M_m の影響線。 m 點を通る一つのセクションを考へて、其處に内力の力率 M_m が作用するものとしても、桁の平衡状態には何等の變化もない。故に桁は二つの部分に區分され、其の各々が影響線として一つの直線を有してゐる。今動荷重1噸が II の桁上にあるものとせば、外力の力率は内力の力率に等しかるべきが故に

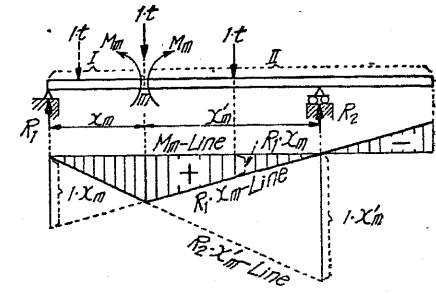
$$M_m = + R_1 x_m$$

となる。依つて II の桁上に於ては $R_1 x_m$ 線が影響線となり、其の延長線は左支點下では $1 \cdot x_m$ の

縦距を有する直線である(第91圖)。



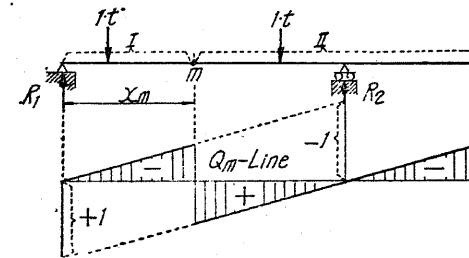
第 91 圖



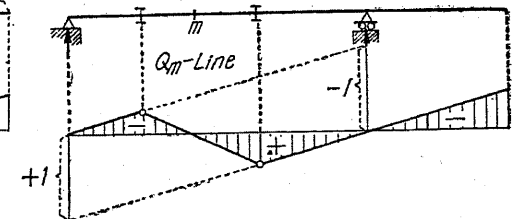
第 92 圖

荷重1噸が I の桁上にあるものとせば $M_m = R_2 x_m$ となる。故に I の部分には $R_2 x_m$ 線が影響線となり、其の延長線は右支點下では $1 \cdot x_m$ の縦距を有する直線である。 m 點の下で兩直線は交叉する。若し點が二横桁間に在るときは(第92圖)、先づ第91圖の如き影響線を描き、兩横桁間では影響線は直線となることを考慮せば第92圖の如き形となる。

(3) 剪力 Q_m の影響線。1噸の荷重が m 點の右側で II の桁上に在るときは、剪力は $Q_m = +R_1$ となる。故に I の桁には正の R_1 線が影響線となり、左支點下で縦距 $+1$ を有する直線



第 93 圖

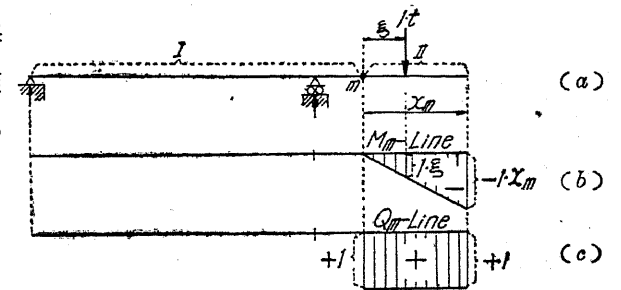


第 94 圖

である。次に1噸の荷重が m の左側で I の桁上に在るときは、 $Q_m = -R_2$ となる。

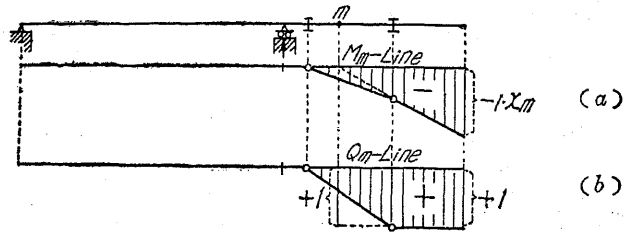
I の桁では -1 を乗じた R_2 線が影響線となり、右支點下では縦距 -1 を有する直線である(第93圖)。

若し m 點が兩横桁の間に位するとき、其の影響線は兩横桁間では直線となる(第94圖)。



第 95 圖

(4) 突桁上のセクションに対する力率及剪力の影響線。右の自由端より x_m の距離にあるセクションを取扱はんとす (第 95 圖)。今 1 噸の荷重が其のセクションの左側で I の桁上にあれば $M_m = 0, Q_m = 0$ となるから、I の桁下では M_m 及 Q_m に対する影響線は零となる。



第 96 圖

次に 1 噸の荷重が m 點の右側 ξ の距離にありとせば

$$M_m = -1 \cdot \xi, \quad Q_m = +1$$

となり、直線の方程式である。1 噸の荷重が m 點にあれば

$$M_m = 0, \quad Q_m = +1$$

となる。若しセクション m が横桁中間に在るときは (第 96 圖)、兩横桁間の影響線は直線となることを注意せねばならない。

〔例 1〕 $l = 6.40 \text{ m}$ の単桁に、 $P = 7200 \text{ kg}$ が等布荷重として満載されたる時、I 形鋼の断面を求む。

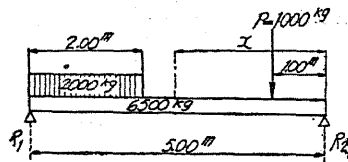
$$M = \frac{Pl}{8} = \frac{7.2 \times 6.4}{8} = 5.76 \text{ tm} = 576000 \text{ kg cm}$$

$$W = \frac{576000}{1200} = 480 \text{ cm}^3$$

$$J = 250 \times 5.76 \times 6.4 = 9200 \text{ cm}^4 \text{ (第 35 表, } \eta = \frac{l}{500}\text{)}$$

$300 \times 150 \text{ I @ } 48.34 \text{ kg}$ を用ふれば $J = 9499 \text{ cm}^4, W = 633.2 \text{ cm}^3$ となる。

〔例 2〕 $l = 5.0 \text{ m}$ 、自重 6500 kg 、集中荷重 1000 kg と 2000 kg の等布荷重が作用する時、最大彎曲率の生ずる點を求め I 形鋼の断面を求む。



$$R_1 = \frac{1}{2} \times 6500 + \frac{1}{5} (2000 \times 4 + 1000 \times 1) = 5050 \text{ kg}$$

$$R_2 = \frac{1}{2} \times 6500 + \frac{1}{5} (2000 \times 1 + 1000 \times 4) = 4450 \text{ kg}$$

最大彎曲率は剪力の零なる點に起るから

$$4450 - 1000 - \frac{6500}{500} x = 0$$

$$x = 265 \text{ cm}$$

$$W = \frac{1}{1200} (4450 \times 265 - 1000 \times 165 - \frac{6500}{500} \times \frac{265^2}{2}) = 465 \text{ cm}^3$$

$$J = 250 \times \frac{1200 \times 465}{100 \times 1000} \times 5.0 = 6975 \text{ cm}^4 \text{ (第 35 表, } \eta = \frac{l}{500}\text{)}$$

$250 \times 125 \text{ I @ } 55.52 \text{ kg}$ を用ふれば $J = 7338 \text{ cm}^4, W = 587.0 \text{ cm}^3$ となる。

7. 短支間の桁の断面決定法 普通の支間に於ては彎曲率に依つて求めた断面は、同時に剪力に対しても満足するが、極めて短支間するとき M は比較的小で剪力 Q が大きく、寧ろ剪力より断面を定めねばならない場合がある、其のときには下の式を用ふる。

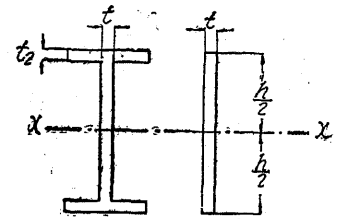
$$\tau \geq \frac{QS}{I} \text{ (30)}$$

式中 τ は許容應剪強度

S は x 軸に対する静力率 (Geometrical moment)

Q は全剪力

を表はすものとす。



第 97 圖

剪力の分布は腹鉄の所に多く突縁に少いから、或る人は腹鉄の厚を有する矩形 (第 97 圖) と假定して

$$\tau \geq \frac{3}{2} \frac{Q}{ht} \text{ (31)}$$

を用ふることもあるも、I 形鋼に對しては餘り正確でない。

第三節 支間と高

應力計算上の支間 (Effective span) としては、桁の場合は支承中心間の距離、縦桁 (Stringer) の場合は横桁 (Cross beam) 中心間の距離を採る。

鐵道橋に於ては高 (Depth) は支間の $\frac{1}{12}$ 以上とする。日本標準規格の I 形鋼を用ふる場合は其の高は最大 600 mm なる故、最大支間長は

$$600 \times 12 = 7200 = 7.2 \text{ m}$$

となり、溝形鋼の場合は

$$380 \times 12 = 4560 = 4.6 \text{ m}$$

となる。

電氣鐵道橋及道路橋に於ては高は支間の $\frac{1}{20}$ 以上となす。

普通 9.0 m 位までは壓延桁 (Rolled beam) を用ふるが、ウイソコンシン道路委員會では 11.5 m 、イリノイ道路委員會では 13.6 m までの使用を許してゐる。支間が之以上となれば撓度が大きくなるから鉄桁橋を以て之に代ふる。