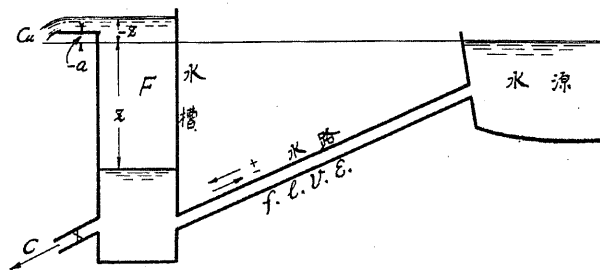


第二章 Single Simple Surge Tank

第三節 基本公式

11. 符號. 以下説述に用ゐる符號を次の如く定める.

第三圖 Single Simple Surge Tank



l =水路の長さ

f =水路の断面積

v =水路の流速, 下流に向ふものを(+), 上流に向ふものを(-), とす

F =水槽の断面積

t =負荷に變化を起したる時よりの時間

g =重力の加速度 $=32.4^{sh}/sec^2$

r =單位容積の水の重さ

z =水源池の水位を基準とせる水槽の水位にして下を(+), 上を(-)とす

h =水路に於ける摩擦水頭

$$= \pm ev^n$$

Q =水槽より水壓管に流下する 1 秒間の水量

$$C = Q/f$$

Q_u =水槽より溢流する 1 秒間の水量.

$$C_u = Q_u/f$$

a =水源池の水位を基準とせる溢水口敷の高さにして, 水源池水位の上に在る場合を(-)とし, 下に在る場合を(+)

12. 基本公式. 次の假定の下に基本公式を誘導する.

- (1). Tank 内の水の *Inertia* を無視する.
- (2). Tank 内の摩擦及流速水頭を無視する.
- (3). 水路内の流水の *Kinetic energy* は平均流速即ち Q/f を以て算出する.
- (4). 負荷の變化と流速の變化との差異を無視して流速の變化のみを考へる.

今 Δt 時間内に水槽の水位が Δz 丈け昇降するものとするれば水量の關係により,

$$\begin{aligned} Fdz &= Qdt + Q_u dt - fvd t \\ &= Cfdt + C_u fdt - fvd t \\ &= f(C + C_u - v)dt \\ \frac{dz}{dt} &= \frac{C + C_u - v}{F} \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

而して dz/dt は水槽の水位昇降の速度を表はすものにして下降の方を(+), 上昇の方を(-)とす.

次に力と加速度及び質量との關係, 即ち

$$Mass \times Acceleration = Force,$$

に依り水路内の水に dv/dt なる加速度を與ふる力を考ふるときは

$$\frac{r f l}{g} \cdot \frac{dv}{dt} = r(z - h) f$$

なること明かにして h は v の n 乗 ($n=1.85 \sim 2.0$) に比例するから

$$h = \pm ev^n$$

とすれば

$$\frac{l}{g} \cdot \frac{dv}{dt} = z \mp \epsilon v^n$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{z \mp \epsilon v^n}{l/g} \dots \dots \dots (2)$$

此の二式が水槽内の水位の變化並に水路内の流速の變化を表はす基本公式である、此の微分方程式は近似的の假定を入れて式を簡単にせざる限り之れを解くことは困難である。

Prasil 其の他の解法は前式の n を $n=1$, 即ち *Frictional loss* を *Velocity* の 1 乗に比例するものとして取扱ふて居るのである。

但し Francis の公式に依て

$$Q_u = 3.33 \delta (a-z)^{\frac{3}{2}}$$

なるを以て

$$\delta = 3.33 \delta$$

とすれば

$$Q_u = \delta (a-z)^{\frac{3}{2}}$$

$$C_u = \frac{\delta}{f} (a-z)^{\frac{3}{2}} \dots \dots \dots (3)$$

第四節 解析的解法

13. 解析的解法. 次に解析的解法の大要を記述する。

公式 (1) より

$$v = C + C_u - F/f \frac{dz}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dC}{dt} + \frac{dC_u}{dt} - \frac{F}{f} \cdot \frac{d^2z}{dt^2}$$

之れを公式 (2) に入れて(但し $n=1$ とす)

$$\frac{dC}{dt} + \frac{dC_u}{dt} - \frac{F}{f} \cdot \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{z \mp \epsilon \left(C + C_u - \frac{F}{f} \cdot \frac{dz}{dt} \right)}{l/g}$$

$$\frac{l}{g} \cdot \frac{dC}{dt} + \frac{l}{g} \cdot \frac{dC_u}{dt} - \frac{F}{f} \cdot \frac{l}{g} \cdot \frac{d^2z}{dt^2} = z \mp \epsilon (C + C_u) \mp \frac{\epsilon F}{f} \cdot \frac{dz}{dt}$$

$$\frac{F}{f} \cdot \frac{l}{g} \cdot \frac{d^2z}{dt^2} \pm \frac{\epsilon F}{f} \cdot \frac{dz}{dt} + z - \frac{l}{g} \left(\frac{dC}{dt} + \frac{dC_u}{dt} \right) \mp \epsilon (C + C_u) = 0.$$

今簡単の爲めに

$$\frac{F}{f} \cdot \frac{l}{g} = T^2$$

$$\frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{l}{g} = T_0$$

とすれば

$$\frac{d^2z}{dt^2} \pm \frac{1}{T_0} \cdot \frac{dz}{dt} + \frac{1}{T^2} z - \frac{f}{F} \left(\frac{dC}{dt} + \frac{dC_u}{dt} \right) \mp \frac{1}{T_0} \cdot \frac{f}{F} (C + C_u) = 0 \dots \dots (4)$$

となる

此の微分方程式は $C_u, dC_u/dt$, が 0, なるときは解析的に解くことが可能である、今簡単の爲めに全負荷を切つた場合を例に採れば $C, dC/dt$, は 0 であるから公式 (4) は

$$\frac{d^2z}{dt^2} \pm \frac{1}{T_0} \cdot \frac{dz}{dt} + \frac{z}{T^2} = 0 \dots \dots \dots (5)$$

となる。之れを解く爲めに次の方程式を考へる

$$Y^2 + \frac{1}{T_0} Y + \frac{1}{T^2} = 0$$

$$Y = \frac{-1}{2T_0} \pm \sqrt{\frac{1}{(2T_0)^2} - \frac{1}{T^2}}$$

そこで

$$\frac{1}{T_1^2} = \frac{1}{T^2} - \frac{1}{(2T_0)^2}$$

とすれば

$$Y = \frac{-1}{2T_0} \pm \sqrt{\frac{-1}{T_1^2}}$$

而して公式 (5) を解くと三つの異なる結果を得るが、其の中普通の *Surge tank* に適用さるるものは

$$\frac{F}{f} < \frac{4l}{\epsilon^2 g}$$

即ち

$$T < 2T_0, \quad \frac{1}{T_1^2} > 0,$$

なる場合であつて其の結果は

$$z = R e^{-t/2T_0} \sin\left(\beta + \frac{t}{T_1}\right) \dots\dots\dots (6)$$

となり *Convergent sine curve* を表はす、但し R, β は *Integration constant* である。

此の式を *Differentiate* して

$$\text{tg } \gamma = \frac{2T_0}{T_1}$$

と置けば

$$\sin \gamma = \frac{1/T_1}{1/T}, \quad \cos \gamma = \frac{1/(2T_0)}{1/T},$$

であるから

$$\frac{dz}{dt} = \frac{R}{T} e^{-t/(2T_0)} \sin\left(\gamma - \beta - \frac{t}{T_1}\right) \dots\dots\dots (7)$$

公式(6),(7)に $t=0$ と置いて R, β の値を求め、

$$t=0 \text{ ならば}$$

$$z = h$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{-v}{F/f} = \frac{-h/\epsilon}{F/f} = -T_0 \frac{h}{T^2}$$

$$\therefore \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{f}{F} = \frac{T_0}{T^2}$$

であるから

$$R \sin \beta = h$$

$$R \sin(\gamma - \beta) = \frac{-T_0 h T}{T^2}$$

$$R \left(\frac{T}{T_1} \cos \beta - \frac{T}{2T_0} \sin \beta \right) = \frac{-T_0 h}{T}$$

$$R \frac{T}{T_1} \cos \beta - \frac{T h}{2T_0} = \frac{T_0 h}{T}$$

$$R \cos \beta = \frac{-T_0 T_1 h}{T^2} + \frac{T_1 h}{2T_0} = -\left(\frac{T_0}{T^2} - \frac{1}{2T_0}\right) T_1 h$$

$$\therefore R = h \frac{T_1 T_0}{T^2}$$

$$\text{tg } \beta = \frac{4 T_1 T_0}{T_1^2 - 4 T_0^2}$$

而して公式(6)が0のとき z は最大である、そのときは

$$\sin\left(\gamma - \beta - \frac{t}{T_1}\right) = 0$$

$$\beta + \frac{t}{T_1} = \gamma$$

之れを公式(6)に入れて

$$z_{\max} = R e^{-T_1(\gamma-\beta)/2T_0} \sin \gamma \dots\dots\dots (8)$$

(8)又は之れに類似の式から算出した z 及 F に関する各 *Author* の公式が種々あるが其の中の *Johnson* のものを次に掲げる。

水路の流速 = v , に相當する負荷を全部切つた場合

$$\left. \begin{aligned} z_{\text{Top surge}} &= -\sqrt{\frac{lfv^2}{gF} - \frac{\pi hv}{3} \sqrt{\frac{lf}{gF}}} \\ F &= \frac{lfv^2}{g\left\{\sqrt{z^2 + \left(\frac{\pi}{6}h\right)^2} + \frac{\pi}{6}h\right\}^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

水路の流速 = v_1 , に相當する負荷を流速 = v_2 , に相當する負荷に増加したる場合

$$\text{但し } h_1 = \epsilon v_1^2$$

$$\left. \begin{aligned} z_{\text{Bottom surge}} &= h_1 + \sqrt{\frac{f}{F} \frac{l}{g} (v_2 - v_1)^2 + \epsilon^2 (v_2^2 - v_1^2)^2} \\ F &= \frac{fl(v_2 - v_1)^2}{g\left\{(z - h_1)^2 - \epsilon^2 (v_2^2 - v_1^2)^2\right\}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

14. 概算用圖表及例題. 茲に *Simple surge tank* の概算に用ひて便利なる *Johnson* の作製した圖表第四圖を示す.

本圖表に用ひてある各符號の意義及其の數學的根據は後章 *Differential surge tank* の項に於て詳述することとし茲には例題を掲げて單に其の使用法のみを示す.

但し此の *Curve* は $K'a$ の値の大なる部分に於ては少しく訂正を要する, 例へば *Demanded load* の $\alpha = 1$ に於て $N'a = 141.5$ に對し $K'a = 89.5$ であるのを $K'a = 87.0$ とする方が正確である, 斯く訂正の結果は *Curve* の方向が少しく上向きとなることを注意して置く.

此の項は第四章を理解したる後に讀まれるればよく會得されるであらう.

例題 1. 下の發電所に於ける *Simple surge tank* を設計せよ

最大使用水量 $Q = 1,500 \text{ sec-sh.}$

有効落差 $H = 1.010 \text{ sh.}$

水壓隧道長 $l = 10,000 \text{ sh.}$

,, 斷面積 $f = 143.1 \text{ sh}^2$ (内徑 = 13.5 sh)

最大流速 $v = Q/f = 10.48 \text{ sh.}$

隧道の粗度系数 $n = 0.014 \dots \dots$ *Demanded load* の場合

$n = 0.013 \dots \dots$ *Shut down* の場合

水路内摩擦損失は流速 v の 2 乗に比例するものとす

水路内摩擦損失の計算は *Manning's formula* に依る.

A, 負荷加増 (*Demanded load*) の場合

(1) 設計條件

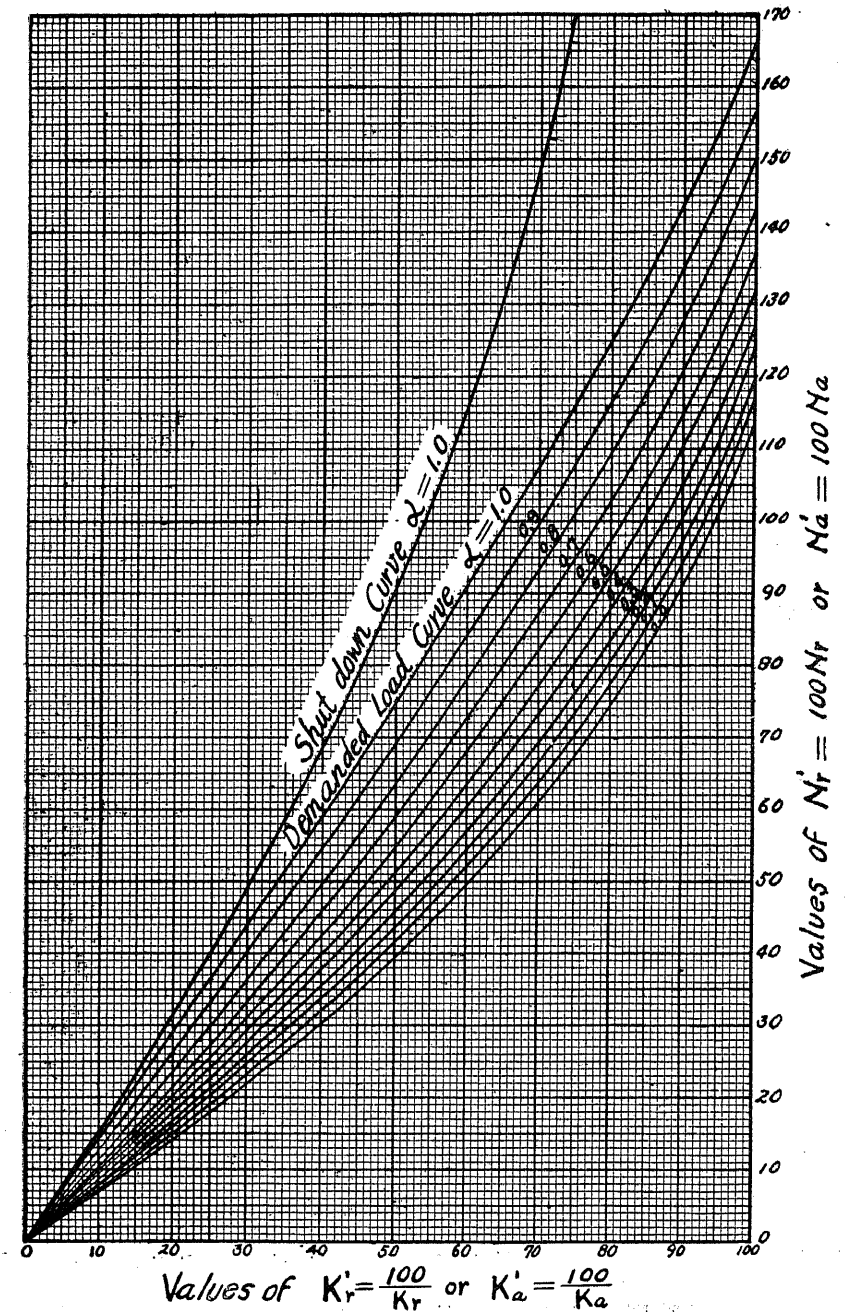
a. 先づ 1/2 *load* を掛け *Steady flow* となりたる後次の 1/2 *load* を掛けて

Full load とする.

b. *Bottom surge* を靜水面以下 30 sh, とす.

第四圖

Simple Surge Tank Diagram.



(2) 水路内摩擦水頭 $h_2 = 19.3$ (Full load $n = 0.014$)

„ $h_1 = 4.83$ (Half load $n = 0.014$)

$$\epsilon = h_2/v_2^2 = 19.3/10.48^2 = 0.176.$$

(3) 公式(10)より

$$F = \frac{fl(v_2 - v_1)^2}{g\{(z - h_1)^2 - \epsilon^2(v_2^2 - v_1^2)\}} \dots\dots \text{Tankの水平断面積}$$

$$= \frac{143.1 \times 10.000 \times (10.48^2 - 5.24^2)}{32.4 \{(30 - 4.83)^2 - 0.176^2(10.48^2 - 5.24^2)\}}$$

$$= 2.865 \text{ sh}$$

$$D = \sqrt{\frac{F}{0.785}} \dots\dots \text{Tankの直径}$$

$$= \sqrt{\frac{2.865}{0.785}} = 60.6 \text{ sh}$$

B. 負荷を切つた(Shut down)場合

(1) 条件. 上の $F = 2.865 \text{ sh}$ の Tank に於て Full load を Shut down した場合 Top surge は幾何に達するか

(2) $h_r = 16.6$ (Full load $n = 0.013$)

$$v = 10.48$$

(3) 公式(9)より

$$z_{\text{Top surge}} = -\sqrt{\frac{lfv^2}{gF} - \frac{\pi hv}{3} \sqrt{\frac{lf}{gF}}} \dots\dots \text{静水面以上 Top surge 迄}$$

$$\text{の高さ}$$

$$= -\sqrt{\frac{143.1 \times 10.000 \times 10.48^2}{32.4 \times 2.865} - \frac{\pi 16.6 \times 10.48}{3} \times \sqrt{\frac{143.1 \times 10.000}{32.4 \times 2.865}}}$$

$$= -31.27 \text{ sh}$$

例題 2. 例題 1. に於て設計せる Surge tank の Bottom surge 及 Top surge を圖表を用ひて檢算せよ.

A. Bottom surge の檢算,

(1) 公式(63)より

$$N'a = 100 \epsilon C_2 \sqrt{\frac{2gF}{fl}}$$

$$\text{茲に } C_2 = v_2 = 10.48 \quad F = 2.865$$

$$\epsilon = 0.176$$

依て

$$N'a = 100 \times 0.176 \times 10.48 \times \sqrt{\frac{2 \times 32.4 \times 2.865}{143.1 \times 10.000}}$$

$$= 66.4$$

(2) 負荷變化率 $\alpha = 0.5$

圖表より $K'a = 62$

(3) 公式(65)より

$$y_{1a} = \frac{100\epsilon(C_2^2 - C_1^2)}{K'a} \dots\dots \text{Max. down surging}$$

$$= \frac{100 \times 0.176 \times (10.48^2 - 5.24^2)}{62}$$

$$= 23.43$$

$$(4) \quad z_{\text{Bottom surge}} = y_{1a} + \epsilon v_1^2$$

$$= 23.43 + 4.83 = 28.26 \text{ sh}$$

B. Top surge の檢算

(1) $h_r = 16.6$ (Full load $n = 0.013$)

$$\epsilon = h_r/v^2 = 16.6/10.48^2$$

$$= 0.151$$

$$F = 2.865$$

$$(2) \quad N'r = 100\epsilon v \sqrt{\frac{2gF}{fl}} = 100 \times 0.151 \times 10.48 \times \sqrt{\frac{2 \times 32.4 \times 2.865}{143.1 \times 10.000}}$$

$$= 57.0$$

圖表より $K'r = 34.8$

(3) 公式 (69) より

$$y_{1r} = \frac{100\epsilon C_1^2}{K'_{1r}}$$

茲に $C_1 = v_1 = 10.48$

$$y_{1r} = \frac{100 \times 0.151 \times 10.48^2}{34.8} = 47.66$$

(4) 公式 (70) より

$$\begin{aligned} z_{Top\ surge} &= \epsilon C_1^2 - y_{1r} \\ &= 16.60 - 47.66 = -31.06 \end{aligned}$$

以上検算の結果を例題 1 の結果と比較すれば

	例題 1 に於ては	例題 2 に於ては	差
$z_{Bottom\ surge}$	30.00	28.26	1.74
$z_{Top\ surge}$	-31.27	-31.06	0.21

即ち *Up surging* に於ては殆んど一致するが *Down surging* に於ては約 1.74 sh の差があることが判る。之を要するに *Simple surge tank* の解拆的解法には不確實な點が多いから理論的にも経済的にも一段の進歩を示したる次章 *Differential surge tank* 以下の各 *Type* に就て研究齟齬の勞を惜まざることを希望する。

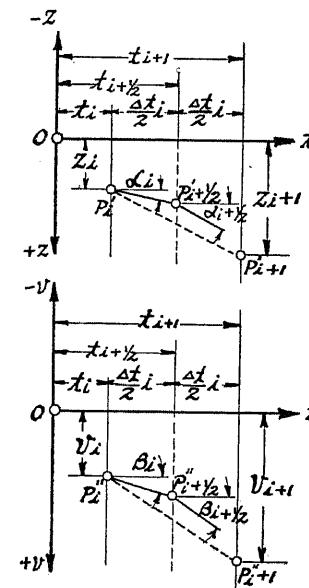
尙以上の計算により *Surge tank* の容積は其の發電所の落差 H. とは直接関係のないことが判る、但し *Tank* の斷面積 F, の最小限度を定めるときに落差との關係を生ずるがその事は後章に説述する。又 *Down surging* の最大値 $y_{1a, max}$, は最小落差の 10% 以内に撰定するのが普通である。

第五節 圖 計 算

15. 圖計算の數學的根據. 元來數値計算又は圖計算に依る積分曲

第五圖

圖計算の數學的根據



線は數學的に云へば近似的なること勿論であるけれども吾々 *Engineering* に應用の見地から云へば方法さへ微細に行へば多くの場合に眞値と見做して一向差支ないものである。

さて基本公式 (1), (2), に於て dz/dt は t, v, z , の函數であつて dv/dt は v, z , の函數であるから。

$$\frac{dz}{dt} = \frac{C + C_u - v}{F/f} = \varphi(t, v, z) \dots (11)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{z \mp \epsilon v^n}{l/g} = \psi(v, z) \dots (12)$$

なる形式にて表はされる。而して $t = t_i$ するときの z, v , を z_i, v_i とすれば $t = t_{i+1} = t_i$

$+ \Delta t_i$ なるときの z, v , の値は *C. Runge* の定理に依て次の如く表はされる

$$\left. \begin{aligned} z_{i+1} &= z_i + \varphi \left[t_i + \frac{1}{2} \Delta t_i, \quad v_i + \frac{1}{2} \psi(v_i, z_i) \Delta t_i, \right. \\ &\quad \left. z_i + \frac{1}{2} \varphi(t_i, v_i, z_i) \Delta t_i \right] \Delta t_i \\ v_{i+1} &= v_i + \psi \left[v_i + \frac{1}{2} \psi(v_i, z_i) \Delta t_i, \right. \\ &\quad \left. z_i + \frac{1}{2} \varphi(t_i, v_i, z_i) \Delta t_i \right] \Delta t_i \end{aligned} \right\} \dots (13)$$

因に此の *C. Runge*, の定理は積分曲線を描く従前の何れの方法よりも其の近似度を一段と高めたことに於て數學界では有名な論文とされて居るのである。

次に此の z_{i+1}, v_{i+1} , の値を圖計算に依て求むる方法を述べよう。

今 t , を横軸とし、 z, v , を縦軸とする二つの直角座標を考ふれば公式

(11), (12) は各 z , 及び v , 曲線の各點に於ける切線の方角を示すこと明かである, 依て α, β , を以て各其の横軸との間の角度を表はすものとすれば

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{dz}{dt} = \frac{C + C_u - v}{F/f} = \varphi(t, v, z) \\ \operatorname{tg} \beta &= \frac{dv}{dt} = \frac{z \mp ev^n}{l/g} = \psi(v, z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

である. 今 z 及び v , 曲線上の任意の點 P'_i, P''_i が t_i, z_i 及び t_i, v_i , なる座標を有するものとし此の點より

$$\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{C_i + C_{ui} - v_i}{F/f} = \varphi(t_i, v_i, z_i)$$

$$\operatorname{tg} \beta_i = \frac{z_i \mp ev_i^n}{l/g} = \psi(t_i, v_i)$$

なる方向の直線を引き、之れと $t_{i+\frac{1}{2}} = t_i + \frac{1}{2} \Delta t_i$ と取りたる縦の直線との交點を $P'_{i+\frac{1}{2}}, P''_{i+\frac{1}{2}}$, とすれば之れ等の點は各

$$\left\{ \begin{aligned} t_{i+\frac{1}{2}} &= t_i + \frac{1}{2} \Delta t_i \\ z_{i+\frac{1}{2}} &= z_i + \frac{1}{2} \varphi(t_i, v_i, z_i) \Delta t_i \end{aligned} \right. \quad \left\{ \begin{aligned} t_{i+\frac{1}{2}} &= t_i + \frac{1}{2} \Delta t_i \\ v_{i+\frac{1}{2}} &= v_i + \frac{1}{2} \psi(v_i, z_i) \Delta t_i \end{aligned} \right.$$

なる座標を有することは圖上で明かである.

次に此の 2 點を補助點として此の點を通じて

$$\operatorname{tg} \alpha_{i+\frac{1}{2}} = \varphi \left[t_i + \frac{1}{2} \Delta t_i, \quad v_i + \frac{1}{2} \psi(v_i, z_i) \Delta t_i, \right. \\ \left. z_i + \frac{1}{2} \varphi(t_i, v_i, z_i) \Delta t_i \right]$$

$$\operatorname{tg} \beta_{i+\frac{1}{2}} = \psi \left[v_i + \frac{1}{2} \psi(v_i, z_i) \Delta t_i, \quad z_i + \frac{1}{2} \varphi(t_i, v_i, z_i) \Delta t_i \right]$$

なる方向の直線を書き之れに平行に始めの點 P'_i, P''_i を過ぎて直線を引き此の直線と $t_{i+1} = t_i + \Delta t_i$ と取りたる縦の線との交點を各 P'_{i+1}, P''_{i+1} とすれば之れ等の點の座標は各

$$\left\{ \begin{aligned} t_i + \Delta t_i \\ z_i + \varphi \left[t_i + \frac{1}{2} \Delta t_i, \quad v_i + \frac{1}{2} \psi(v_i, z_i) \Delta t_i, \right. \\ \left. z_i + \frac{1}{2} \varphi(t_i, v_i, z_i) \Delta t_i \right] \Delta t_i \end{aligned} \right. \quad \left\{ \begin{aligned} t_i + \Delta t_i \\ v_i + \psi \left[v_i + \frac{1}{2} \psi(v_i, z_i) \Delta t_i, \quad z_i + \frac{1}{2} \varphi(t_i, v_i, z_i) \Delta t_i \right] \Delta t_i \end{aligned} \right.$$

なること圖上にて明かである. 而して此の値を公式 (13) の右項と比較すれば全然同一なることが判る. 依て P'_{i+1}, P''_{i+1} , なる點は各 z , 及び v , 曲線上の t_{i+1}, z_{i+1} , 及び t_{i+1}, v_{i+1} , に相當する點なることが判る. 依て更に此の點を基として同様の方法を繰返して順次 $z_{i+2}, z_{i+3} \dots$ 及び $v_{i+2}, v_{i+3} \dots$ を求めて完全に z , 及び v , の曲線を作製することが出来る.

以上が *C. Runge* の定理に依る圖計算の理論である.

16. 縮尺に関する注意. 圖計算に用ひる縮尺を次の如く表はす.

種目	單位	符號
F/f	1	E
ev^n, z	尺	D
t	秒	T
C, C_u, v	尺/秒	G

然るときは

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{C - v}{F/f}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dz}{dt}$$

であるから此の二式の α を一致せしむるためには

$$C + C_u - v, \text{ の縮尺} = \frac{ED}{T}$$

と定めることが必要である, 同様に

$$\text{tg } \beta = \frac{z \mp ev^n}{llg}$$

$$\text{tg } \beta = \frac{dv}{dt}$$

であるから此の二式の β を一致せしむるためには

$$\frac{l}{g} \text{ の縮尺} = \frac{DT}{G}$$

と定めることが必要である.

17. 圖計算の仕方. *Single simple surge tank* の圖計算の仕方は至極簡單であつて *Double simple surge tank* の場合が了解されるれば自ら解し得ることであるから茲には之れを省畧して *Double simple surge tank* の處で説明することにする.