の判斷が極めて大きな役割をする。Strickler-Gaukler 公式に依つて模型用砂を決定することは河床を粗度的に相似ならしめ得られるが，砂礫の移動に關しては何等の相似的關係はないのである。

著者は可動河床の模型實驗では河床砂礫の移動狀況を相似ならしめることが此の場合最も必要な處置と考へた。豫備實驗の結果限界掃流力 S_0 を

$$S_0=\gamma H_0 I_0$$

と定義すれば，之は砂礫の性質に依る或る定數である。即ち砂粒の掃流限界點に於ては水深と勾配とは反比例すると云ふことを確めたのであつて，此の關係から模型用砂を掃流力的相似に決めることの出來るのを知つたのである。併し此の場合とても流況の河床に及ぼす影響に關しては尙理論的には不明瞭であつて，實驗者の判斷にまつところが多い。著者は本文の最初に河川處理に當つては理論的根據を十分把握すると共に模型實驗，自然觀察の必要性を說いたのであるが，現況に於ても模型實驗に於ても經驗に依る判斷が重要なのである。さればこそ吾々は更に一步進めて此の經驗的判斷を裏付けるところの理論的根據を確實にする要があり，之に依つて一段と高い普遍性を得ることが出來るのである。

〔2〕 河 相 論

〔2.1〕 概 說

河川を處理する場合に吾々は常に其の河川の特異性を十分把握する必要のあることを教へられて來た。一般に河川改修を行ふ場合には良く其の河狀を觀察し，現在與へられてゐる河幅から限られてゐる水深が河床に如何なる影響を與へてゐるかを調査して後之が處置を講ずべきであつて，無暗に河幅を擴げれば水深は淺くなり各所に土砂は堆積し亂流の基となるし，河幅を狹くすれば河床

は洗掘せられ其の動搖は劇しくなつて不測の結果を來す虞がある。捷水路に贊否兩論のあるのも之が根源を確めてゐないからである。又河道彎曲部に於ては遍流に依る洗掘狀態と之に對應する對岸の堆積の樣子を明らかにしなければ新しい曲率半徑を持つ彎曲法線を決定することは出來ない。護岸，水制等の工作物に至つては尙更である。現存の環境に於ける工法を十分吟味して其の種類，設置方法を考へねばならない。透過水制は何れの場所に於ても最も有效に其の目的を達してゐる理ではなく，所に依つては不透過水制が效果を擧げてゐる場所もあるし，又連續水制が何處でも效果的であるとは云ひ得ず，獨立水制で十分目的を果してゐる所がある。古くから種々工作されてゐる河川では長い經驗と詳細な觀察とから之に作用する諸力に十分抵抗出來る樣之に適應した手段が仕組まれて來てゐるのである。

夫々の河川は異つた河相を持つてをり，之に對應して處置方法は當然限られて來ることは既に述べた通りである。吾々は河相を究めなければならない。自然河川の流れを注意深く觀察すれば砂礫の移動，細砂の舞ひ上り，浮游してゐることから，流れは斷面全體に亙つて大きな螺旋運動をすると共に流線は互に交錯し，渦を生じてゐることが認められる。河床では細砂は浮揚つて流れると共に或るものは跳躍して流れ，更に大粒になれば轉動しながら流下する。河床砂礫は普通は常水路では細かい砂漣を形成してゐるが，其の上に河川全體に亙り流路に從つて大きな波形段丘を形作つて居り，之が全體として次第に下流に移動するもので，此の浮游，跳躍，轉動する狀態から考へれば，此の河床砂礫の大小粒混合狀態が此の移動狀況に大きな關聯を持つて居り，流れの狀況も亦之に依つて變ることが十分推察せられる。既に述べた如く Strickler は Gaukler の平均流速公式の流速係數，之は Manning に依つて Kutter 公式の粗度係數 n の逆數で表はされてゐるものであるが，之を河床砂礫の平均粒徑で表はしてをり，又 Kramer は其の實驗から河床に作用する力は砂礫の平均粒徑

と其の混合狀態で示し得る旨を發表してゐる。著者の實驗に於ても此の事實は確められてゐる。

此の亂流の問題及び河床砂礫の洗掘又は沈澱が河床に作用する力と如何に關聯してゐるかの問題に就ては相當古くから，Reynolds, du Buat 以來論議されてゐるものであるが，未だにはつきりした結論には到達してゐない。

著者は流況を支配するものは主として水流の狀態と河床を構成してゐる砂礫の粒徑，混合比であると考へる。與へられた水面勾配，水深に對し河床が或る一定の粒徑，混合比を持つ砂礫からなる場合に河床は安定の狀態を保つものであつて，此の或る一定の粒徑，混合比から離れる場合に河床は不安定となる。河床が安定なるか，不安定なるかに依つて之に對する處置が當然變つて來なければならない。

一般に自然河川に於て上流山地の崩壞が著しく，而も之に接近してゐる地方では河床砂礫には大粒が在ると共に又比較的細粒をも多く含んで居り，斯る場合には砂礫は大粒が在つても比較的移動し易く，河床は不安定な狀況を示すものであるが，水源地方の山相が良好であるとか，或は崩壞地から相當距離を距てゝ居る場合には流水に依る砂礫の自然撰擇作用が行はれ，砂礫の混合比は漸變して，次第に其の河川の流況に適合する樣になつて來る。

圖-18. 富士川に於ける砂礫混合狀態の變化圖

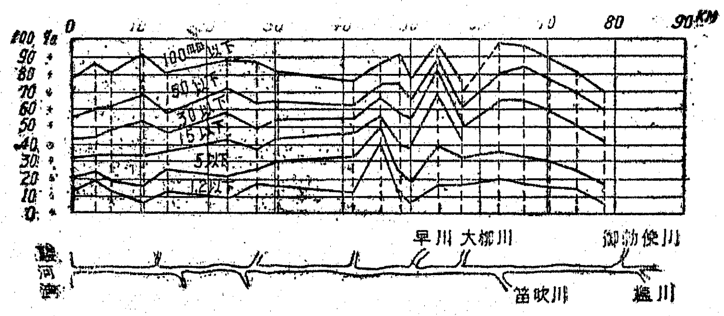


圖-18 は富士川に於ける河床砂礫の混合狀態の變化を示す。上流端から笛吹川合流點迄は支川がなく，河幅も一樣なので砂礫混合狀態は規則正しく變化してゐるが，早川合流點では早川の流送砂礫が多いと共に河幅も擴大されるので著しく狀態が異る。55 km 附近に細砂の多いのは地形上緩勾配をとり，幅員の擴大されてゐるのに依るものである。

〔2.2〕 亂 流

〔2.2.1〕 概 說

自然河川に於ける流れは殆んど總て亂流（turbulent flow）である。此の亂流の機構に關する問題は解決が極めて困難ではあるが，併し之は水路斷面內の流速分布狀態，水路周邊又は物體に及ぼす力等に關し重大な關聯を持つてゐる。

亂流の生成は，如何なる條件の下に整流が不安定となつて不規則に變動する亂流に移りかはるか，又亂流の成長，或は老衰の狀態等亂流生成後の亂流の機構に關する問題は實驗的には相當論議されてゐるが，之を完全に理論的に說明することは困難であつて，假定を設けて種々の方向から解いて居り，近似的に實驗の結果と比較さるべき成果を得てはゐるが，亂流の機構は複雜なものであり，今後に殘された大きな問題である。

亂流の機構に關し最初に之を理論的に研究したのは Reynolds である。Reynolds は不規則に變動する速度を持つところの流水の平均運動を考へたのであつて，此の速度の不規則な變動に基因する見掛けの應力の概念を取り入れた。併しながら當時は未だ個々の具體的問題を解決し得る迄には至らなかつたのである。近年になつて，Prandtl, Tollmien, Taylor 又は Kármán 等に依つて之等の問題は大いに理論的に進展せられた。等質媒介中に於ける自由流線の傳播，平滑水路に於ける流速分布に關する問題等の解法が試みられてゐるが，實驗結果と相當よく一致してゐる。

〔2.2.2〕 亂流の概念

現在一般に認められてゐるところの見解に從へば亂流の主たる表徴は統計學的法則に支配されてゐる脈動で示されてゐる。流線に直角の方向への衝力傳達は唯分子間のみでなく，有限の大きさの流體部分である渦球に依つても行はれるもので，渦球は不規則に脈動する運動の横分力に依つて本質的な部分に衝力傳達を行ふ。之等の渦球は夫自身の存在を回轉してゐる部分の容積に負ふものであつて，他の渦球との衝突に依つて其の存在を失ひ，其處で更に新しい渦球が發生する。

亂流の斯る實體的觀察に到達する以前には亂流の其の點の程度を其の點に於ける全壓力卽ち速度の大いさを以て表はす方法が試みられてゐた。之等に關しては Bazin が既に試みてゐるし，Schoklitsch も行つてゐる。之等の技術者は其の點に於ける主流の速度に關する變動を其の夫々の方向に測られた速度を亂流に對し或る1つの大いさとして觀察したのである。此の方法は最初に Koženy に依つて公算法を用ひた式で表はされた。

$$\frac{(\omega-\overline{\omega})^2}{\overline{\omega}^2}=s_1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (17)$$

玆に ω は主方向の流速であり，$\overline{\omega}$ は其の平均値を示す。

其の後 Krey は亂流の程度を長さの方向の變動ではなく，長さの方向の速度に關聯する横方向の變動を以て其の大いさを表はさうと試みた。其の大いさは

$$\frac{\overline{\mu}^2}{\overline{\omega}^2}=s_2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (18)$$

で示された。玆に μ は横方向の速度である。

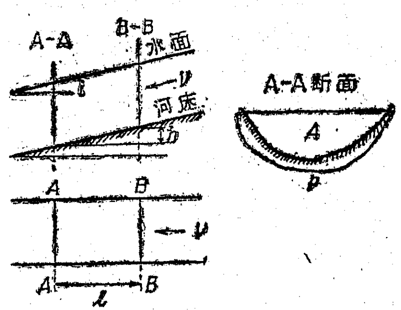
之等の提案は亂流の或る點に於ける其の程度を1つの數に依つて特性づけると云ふことは充分可能であるかどうかと云ふことに就ては言及してゐないが，水路に利用する點から云へば有利である。任意の點に於て夫々の方向に得られた分力は其の點に於ける速度ベクトルで表はすことが出來る。之から任意の方向 y に於ける平均値を $\overline{v}$ とすれば，變動平均値は $\left(\frac{v-\overline{v}}{\overline{\omega}^2}\right)=s_y$ で表はされる。此の場合 v は y 方向の ω の分力である。併しながら之では s_y が y 方向に就て如何なる關係にあるかは分らない。夫れで此の場合 s_y は固體の慣性能率に類似してゐるものと考へ，直線ベクトル函數で表はし得るものと假定する。斯くすれば一般に任意の點では3個の主亂流方向を與へるものであつて，先に述べた Koženy の s_1 及び Krey の s_2 は夫々異る3個の主亂流値の內の2つを示すものとなる。Koženy と Krey の亂流の大いさは相並んで置かれたものとなり，交互に其の點の亂流を表はすことは出來ない。之は單獨の實驗に這入る前に多樣な可能性を根本的に觀察し得たところに價値がある。

Prandtl は渦球の經路の本質的觀察を示唆して，之等の經路は曲線であり，主流線方向に直角に特に速い速度で描くものであつて，長さの方向には等速度で走るものと假定した。其の描くところの作用から知ることの出來る之等の脈動する方位流線は適當な直接方法に依つて見ることが出來る。Nikuradse は水の中に牛乳を入れて觀測し，之を確めてゐる。

〔2.2.3〕 平均流速公式

等速定流の場合に就て考へる。流量 Q は一定であつて，流心に沿ふて l なる距離にある2斷面の面積は等しく，勾配は一樣であるとする。

圖-19.



l なる距離を流れるために消費せられる勢力は運動の抵抗に依つて直線的に變化するものと考へられるから，此の場合河床勾配は水面勾配と同一である。

今此の流れが定流で，流速が變化しないとすれば，此の l なる區間に2斷面間に限られた水は之に作用す

る力と平衡狀態にあると考へられる。此の流水に作用する力，即ち流動に伴ふ勢力消耗の大部分は水路周邊の摩擦抵抗のみに依るものと考へれば，潤邊長を p，周邊に於ける摩擦抵抗の平均値を τ_m，斷面積を A，河床勾配を i とすれば

$$pl\tau_m=\gamma\cdot A\cdot l\cdot\sin i=\gamma\cdot A\cdot h$$

となる。又實驗の結果に依れば此の場合周邊の摩擦抵抗は次の如き形で表はし得られるから

$$\tau_m=\gamma\cdot V^2\frac{\zeta}{2g}$$

玆に ζ は dimension のない値である。此の2つの關係から

$$V=\sqrt{\frac{2g}{\zeta}}\cdot\sqrt{\frac{A}{p}\cdot\frac{h}{l}},\qquad \frac{h}{l}=\sin i$$

ζ を抵抗係數と云ふ。一般に此の場合自然河川に於ては i は極めて小さい値であるから普通 $\sin i\fallingdotseq\tan i=I$ と置く。更に $\frac{A}{p}=R$, $\sqrt{\frac{2g}{\zeta}}=C$ と置くことに依り，$I=\zeta\frac{V^2}{2gR}$ と書き換へることが出來る。1755年 Chézy に依つて求められた平均流速公式は此の型をとるもので，現今吾々の用ひてゐる平均流速公式の根幹をなすものである。

$$\text{Chézy}\quad V=C\sqrt{RI}\qquad\cdots\cdots(19)$$

玆に R を動水半徑と云ひ，C は $\sqrt{g}$ の dimension を持つ係數である。此の型式を基本として Bazin, Kutter 以下多數の人々が其の實測値から實用になる樣此の係數の値を探究したのである。

Mises に依ると $\quad I=\zeta\frac{V^2}{2gR}$

に於て ζ は dimension のない値であつて，斷面の形（之は勿論水深の變動に依つても異る値である），Reynolds 數 $\Re=\frac{vR}{\nu}$ 及び此の場合の粗度 $\frac{\varepsilon}{R}$ に關係する。ν は流水の動粘性係數，ε は抵抗係數である。一般に特別に斷面形狀の變らぬところでは $\zeta\left(\Re,\frac{\varepsilon}{R}\right)$ は實用的には等しいと見て差支へなく，

又普通自然河川に見られる樣な水路周邊の粗度の高い場合には ζ は Reynolds 數に依る變化は僅かであり，斯る場合には ζ は單に $\frac{\varepsilon}{R}$ の函數で表はし得られると云はれてゐる。

此の粗度に關しては實驗的には多くの値が與へられてゐるが，現在では Reynolds 數と之に關聯する粗度とに關係すると考へられるだけで，之以上深くは力學的には了解されてゐない。Eisner は水路周邊の粗度に依つて引起される抵抗は近似的には單位長當りの粗度 ε 又は $\frac{\varepsilon}{R}$ に依つて表はし得ることを述べてゐる。

Gaukler, Manning, Winkel 等に依つて實驗的に誘導された平均流速公式に

$$V=AR^{\alpha}I^{\beta}$$

と指數公式と云はれる型式がある。Eisner は Mises の示唆に從つて α, β を適當に定めることに依つて之に適應する樣常數 A の dimension を定めることが出來ることを認め，之等の間にある重要な關係を解決してゐる。

Lindquist は多くの實驗の結果から檢討して，之等の理論に立脚した實驗公式として Manning の公式を推奬してゐる。

$$\text{Manning}\quad V=MR^{2/3}I^{1/2}\qquad\cdots\cdots(20)$$

Manning の公式では $\zeta=\left(\frac{k'}{R}\right)^{1/2}$ と考へてゐることになる。

Strickler は其の實驗の範圍内に於て Manning 公式の M は $M=\frac{21.1}{\varepsilon^{1/6}}$ で表はし得ることを述べてゐる。此の ε は水路斷面の凹凸に關する値である。併し之には多少疑問の餘地もあるのであつて，河床砂礫が張詰められた樣になつてゐる場合又は其の混合狀態の如何に依り，類似の凹凸又は粒徑の場合にも相當異つた流況を示すことがある。Strickler の公式は併し今迄述べたところと異る觀點に立つものであり，更に研究を要するであらう。

平均流速公式には又其の公式中から粗度に關する係數を取り除いたものがある。之は Siedek に始まるものであつて，Hermanek は更に之を發展せしめ

表-2. 1897年 Wien, Donau 河に於ける測定流速

觀測月日	測定水面勾配 I (‰)	測定平均水深 H (m)	測定平均流速 V_m(m/sec)	Kudielka[1] に依る算定平均流速 $V_{m\cdot1}$(m/sec)	Hermanek に依る算定平均流速 $V_{m\cdot2}$(m/sec)	Kutter[2] に依る算定平均流速 $V_{m\cdot3}$(m/sec)	Matakiewiczに依る算定平均流速 $V_{m\cdot4}$(m/sec)	Manning[3] に依る算定平均流速 $V_{m\cdot5}$(m/sec)
10 XI 1897	0.439	2.46	1.59	1.63	1.39	1.52	1.40	1.46
3 XI 〃	0.452	2.84	1.67	1.72	1.50	1.64	1.48	1.55
19 X 〃	0.477	3.07	1.81	1.93	1.72	1.84	1.66	1.76
30 IV 〃	0.508	3.58	2.01	2.14	1.99	2.14	1.90	2.01
1 V 〃	0.518	3.76	2.14	2.20	2.08	2.21	1.98	2.11
16 VI 〃	0.551	4.52	2.44	2.43	2.47	2.57	2.27	2.46
30 VI 〃	0.557	4.76	2.51	2.49	2.58	2.67	2.33	2.55
4 VI 〃	0.561	4.91	2.51	2.53	2.63	2.73	2.38	2.62
14 IV 〃	0.563	4.95	2.45	2.54	2.67	2.74	2.40	2.64
28 V 〃	0.576	5.34	2.52	2.61	2.84	2.88	2.53	2.81
18 V 〃	0.588	5.68	2.65	2.64	3.02	3.02	2.67	2.95
7 VIII 〃	0.592	5.91	2.46	2.67	3.13	3.09	2.73	3.04
6 VIII 〃	0.602	7.11	2.79	2.80	3.50	3.54	3.00	3.47
5 VIII 〃	0.590	8.08	2.89	2.95	3.74	—	3.20	3.75
2 VIII 〃	0.582	8.48	3.01	3.02	3.82	—	3.24	3.84
3 VIII 〃	0.580	8.68	2.97	3.04	3.85	—	3.27	3.88

(1) $C_2=\frac{6}{(1+I)^{3.5}}-0.07H$　$V_m=C_2HI$,　(2) $n=0.0261$,　(3) $n=0.0261$

表-3. 測定流速と計算流速との誤差比較表

測定流速 V_m(m/sec)	Kudielka $V_m-V_{m\cdot1}$	Hermanek $V_m-V_{m\cdot2}$	Kutter $V_m-V_{m\cdot3}$	Matakiewicz $V_m-V_{m\cdot4}$	Manning $V_m-V_{m\cdot5}$
1.59	−0.04	+0.20	−0.07	+0.19	+0.13
1.67	−0.05	+0.17	+0.03	+0.19	+0.12
1.81	−0.12	+0.09	−0.03	+0.15	+0.05
2.01	−0.13	+0.02	−0.13	+0.11	0
2.14	−0.06	+0.06	−0.07	+0.16	+0.03
2.44	+0.01	−0.03	−0.13	+0.17	−0.02
2.51	+0.02	−0.07	−0.16	+0.18	−0.04
2.51	−0.02	−0.12	−0.22	+0.13	−0.11
2.45	−0.09	−0.22	−0.29	+0.05	−0.19
2.52	−0.09	−0.32	−0.36	−0.01	−0.29
2.65	+0.01	−0.37	−0.37	−0.02	−0.30
2.46	−0.21	−0.67	−0.63	−0.27	−0.58
2.79	−0.01	−0.71	−0.75	−0.21	−0.68
2.89	−0.06	−0.85	—	−0.31	−0.76
3.01	−0.01	−0.81	—	−0.23	−0.83
2.97	−0.07	−0.88	—	−0.30	−0.91

た。Kudielka も之等に關する公式を發表してゐる。之等の公式に於ては粗度に關する係數を取り除いた代りに水面幅，水位等で河川の形狀，大いさを區別し，其の間に適用せられる數値を與へてゐるのである。之は水路周邊の粗度に依る影響は周邊から隔る或る一定の區域に限られてゐるものであり，水路の内部に於ける勢力の消耗は之とは別途に水路の規模に左右されるとの考に基くものである。

以上簡單に平均流速公式に關し其の概況を述べて來たのであるが，現今一般に用ひられてゐる公式は $I=\zeta\frac{V^2}{2gR}$ を基本とし，實驗的に ζ を周邊の粗度にのみ關聯するものとして誘導せられたものである。多くの實測値から河床の狀態を區分し，之に應ずる粗度係數を與へてゐる。併しながら實際の河川に於ては流水は水路周邊の粗度に依る摩擦抵抗に依り勢力を消費するのみでなく，

表-4. 昭和2年鬼怒川筋長塚地先に於ける測定流速

觀測月日	測定水面勾配 I (‰)	測定平均深 H (m)	測定平均流速 V_m(m/sec)	Kudielka に依る算定平均流速 $V_{m\cdot1}$ (m/sec)	Hermanek に依る算定平均流速 $V_{m\cdot2}$ (m/sec)	Kutter に依る算定平均流速 $V_{m\cdot3}$ (m/sec)	Matakiewicz に依る算定平均流速 $V_{m\cdot4}$ (m/sec)	Forchbeimer に依る算定平均流速 $V_{m\cdot5}$ (m/sec)	Winkel に依る算定平均流速 $V_{m\cdot6}$ (m/sec)
8-1927	0.228	0.93	0.652	0.528	0.431	0.484	0.540	0.456	0.549
〃	0.351	1.34	0.854	0.834	0.770	0.735	0.821	0.730	0.866
〃	0.444	1.51	0.958	0.941	0.976	0.898	1.059	0.895	1.044
〃	0.513	1.66	0.973	1.008	1.126	1.030	1.215	1.025	1.177
〃	0.625	1.84	1.085	1.035	1.343	1.221	1.434	1.216	1.392
〃	0.470	2.02	1.117	1.207	1.249	1.131	1.327	1.126	1.316
〃	0.559	2.16	1.172	1.228	1.432	1.289	1.530	1.287	1.488

表-5. 測定流速と計算流速との誤差比較表

測定平均流速 V_m(m/sec)	Kudielka $V_m-V_{m\cdot1}$	Hermanek $V_m-V_{m\cdot2}$	Kutter $V_m-V_{m\cdot3}$	Matakiewicz $V_m-V_{m\cdot4}$	Forchbeimer $V_m-V_{m\cdot5}$	Winkel $V_m-V_{m\cdot6}$
0.652	+0.126	+0.221	+0.198	+0.112	+0.196	+0.103
0.854	+0.020	+0.084	+0.119	+0.033	+0.124	−0.012
0.958	+0.017	−0.018	+0.060	−0.101	−0.064	−0.086
0.973	−0.035	−0.153	−0.057	−0.242	−0.052	−0.204
1.085	+0.050	−0.258	−0.136	−0.349	−0.131	−0.307
1.117	−0.090	−0.132	−0.014	−0.230	−0.009	−0.199
1.172	−0.056	−0.260	−0.117	−0.358	−0.115	−0.316
計	0.394	1.126	0.701	1.425	0.691	1.227
平均	0.056	0.161	0.100	0.204	0.099	0.175

内部摩擦に依る勢力の消費も流速の如何に依つては相當量に達するものであつて，此の亂流の程度は流速に關聯するから或る考ふる地點に於ける勢力の消費は總ての水位の場合に之を單に水路周邊の粗度にのみ依らしめることは不合理であることを免がれない。著者は未だ數値的には流速の如何に依る亂流の程度を知ることは出來ないが，或る同一地點に於ける水位に依る流況の著しい差異は實際に當つて容易に知ることが出來る。此の點は Hermanek 等の樣に水位に依つて粗度に起因する係數を區分することは之等の事實を考慮に入れる一つの方法とも考へられる。

今 Strickler の Donau 河での實測値及び著者が鬼怒川に於て實測した數値から各種の平均流速公式を比較して見ると表-2, 表-3, 表-4, 及び表-5の通りとなる。

此の場合 Donau 河に於ては平均水深 2.46 m より 8.68 m，鬼怒川に於ては 0.93 m より 2.16 m に達してゐるもので，大體に於て其の中間に於ける水深のものを一例にとり各種公式の粗度係數を實測値から求め，之を用ひて他の水位の場合に就て公式に依り流速を計算し，實測値と比較したのである。此の結果に依ると其の河狀に就て流速公式の係數を求めた Kudielka 公式以外に於ては殆んど總て中間水位以下の場合には過少の値を與へ，以上の場合には過大な値を與へてゐる。之は粗度に依る係數のみでは解決出來ぬ問題のあることを示してゐるものと考へることが出來る。

河床の凹凸又は砂礫の粒徑に依つて粗度係數を表はさうと云ふ Strickler の試みも自然河川に於ては一つの新しい行方を示すものであつて，著者の試みた實驗水路に於ては上述の樣に同一混合狀態の河床砂礫の場合にも砂漣の生じてゐる間と砂漣の消滅してからの場合とでは Manning 公式の流速係數は殆んど 50% に近い差異を持つて居り，砂漣の大いさ等河床の凹凸の狀態に依つて流速係數は異つた値を持つことが認められる。自然河川に於ても平均流速 0.50

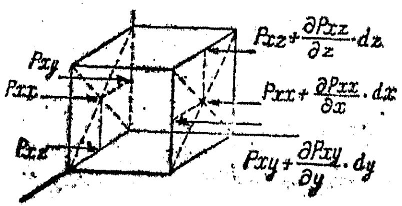
m/sec 程度以下の場合には相當發達した砂漣を認め得られるから斯る場合と河床に大きな砂丘の如きものを作つて流れる高水位の場合との間には河床の狀態の差異に依る影響も相當程度に含まれてゐるに違ひない。河床の狀態が流況に及ぼす影響も此の場合考へねばならない。

著者は平均流速公式を考へる場合には水路周邊の粗度の異つた多くの例をとりあげる以上に同一地點に於て更に水位の異つた場合に就て詳細な觀測を試みる必要のあることを認めてゐる。問題の要點は亂流の生成と之に依る勢力の消費である。此の事實は實際としては既存の平均流速公式では其の中の ζ の內に實測値から其の傾向は包含されてゐるが，吾々は此の事實を明らかにしなければならない。此の點に關し著者は次の如く考へたのである。

〔2.2.4〕 亂流の平均流速

今 Reynolds に從つて亂流の運動を考へる。此の場合 圖-20 に於て亂流中の1點 (x, y, z) の x, y, z 方向の流速 u, v, w の極めて短い時間 τ の間の平均流速は次の如くであると考へられる。

圖-20



$$\left.\begin{aligned}\bar{u}&=\frac{1}{\tau}\int_{t-\frac{1}{2}\tau}^{t+\frac{1}{2}\tau}u\,dt\\ \bar{v}&=\frac{1}{\tau}\int_{t-\frac{1}{2}\tau}^{t+\frac{1}{2}\tau}v\,dt\\ \bar{w}&=\frac{1}{\tau}\int_{t-\frac{1}{2}\tau}^{t+\frac{1}{2}\tau}w\,dt\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(21)$$

夫れ故に實際に見られるところの流速は次の通りとなる。

$$\left.\begin{aligned}u&=\bar{u}+u'\\ v&=\bar{v}+v'\\ w&=\bar{w}+w'\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(22)$$

此の u', v', w' は亂流運動に原因する分速度であつて，今此の文字の上に線を附したものを其の平均値とすると

$$\left.\begin{aligned}\bar{u}'&=0\\ \bar{v}'&=0\\ \bar{w}'&=0\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(23)$$

となる。

此處で Reynolds は Navier の運動の方程式を變形し次の式から出發したのである。

$$\rho\frac{\partial u}{\partial t}=\rho X+\frac{\partial}{\partial x}(p_{xx}-\rho uu)+\frac{\partial}{\partial y}(p_{xy}-\rho uv)$$
$$+\frac{\partial}{\partial z}(p_{xz}-\rho uw)\cdots\cdots(24)$$

此の場合 $\bar{u}, \bar{u}u', \bar{u}v', \bar{u}w'$……の平均値は夫々 $\bar{u}$, 0, 0, 0……と考へられることから，尤も之は多少誤差を含むものであるが，此の u, v, w の夫々の平均値からの τ なる時間に於ける偏差は相當の數値にのぼるので斯く考へても差支へない。夫れで uu, uv, uw の平均値は次の通りとなる。

$$\left.\begin{aligned}\overline{uu}&=\bar{u}\bar{u}+\overline{u'u'}\\ \overline{uv}&=\bar{u}\bar{v}+\overline{u'v'}\\ \overline{uw}&=\bar{u}\bar{w}+\overline{u'w'}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(25)$$

此の關係から (24) 式の各項の平均値を求めると

$$\rho\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}=\rho X+\frac{\partial}{\partial x}(\bar{p}_{xx}-\rho\bar{u}\bar{u}-\rho\overline{u'u'})+\frac{\partial}{\partial y}(\bar{p}_{yx}-\rho\bar{u}\bar{v}-\rho\overline{u'v'})$$
$$+\frac{\partial}{\partial z}(\bar{p}_{zx}-\rho\bar{u}\bar{w}-\rho\overline{u'w'})\cdots\cdots(26)$$

となり，此の場合の連續方程式は

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}+\frac{\partial \bar{v}}{\partial y}+\frac{\partial \bar{w}}{\partial z}=0 \quad \cdots\cdots(27)$$

となる。之が亂流の場合の平均運動の方程式であつて，之は（24）式と全く同じ形式をとり，更に應力分力を附加したものである。

Boussinesq に依れば亂流の場合流體内の流れに平行な單位面積に作用する抵抗力を表はすのに

$$p_{yx}=\varepsilon\frac{\partial u}{\partial y}, \qquad p_{zx}=\varepsilon\frac{\partial u}{\partial z} \quad \cdots\cdots(28)$$

玆に ε を亂流係數（coefficient of turbulency）と云ふ。

今任意の形の水路内に於ける非壓縮性液體の運動は Navier-Stoke に從へば

$$\rho\frac{Du}{Dt}=\rho X-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial p_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial p_{zx}}{\partial z}$$

此の場合 $\mu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ は一般に極めて少さいので之を省略し，（28）式の關係を入れると

$$\rho\frac{Du}{Dt}=\rho X-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon\frac{\partial w}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\varepsilon\frac{\partial u}{\partial z}\right) \quad \cdots\cdots(29)$$

今此處で問題は開水路で極めて幅員の廣い場合を考へると

$$\rho X \fallingdotseq \gamma I, \qquad \frac{\partial p}{\partial x}=0, \qquad \frac{\partial}{\partial z}\left(\varepsilon\frac{\partial u}{\partial y}\right)=0$$

更に流速は時間に關し變化せず慣性も小さいとすれば

$$\frac{Du}{Dt}=0 \qquad \therefore \quad \frac{\partial}{\partial z}\left(\varepsilon\frac{\partial u}{\partial z}\right)=-\gamma I \quad \cdots\cdots(30)$$

此處で平均運動の方程式である（26）式に就て考へると，之を（24）式と比較することから（26）式中の $\rho\overline{u'u'}$, $\rho\overline{u'v'}$, $\rho\overline{u'w'}$ と云ふ項は亂流に原因することが判る。此の（24）式及び（26）式は小直六面體 $\delta x\cdot\delta y\cdot\delta z$ の區域内に含まれてゐる部分の運動量の變化する割合を表はしてゐる。亂流では不絶小時間内に運動量の變化が起つてゐるものであるから，此の瞬間的の變化は

$$\rho u'u'=\rho u, u-\rho\bar{u}\bar{u}$$

で表はされる。夫れ故に此の運動量の變化の平均は

$$\rho\overline{u'u'}=\rho\bar{u}, \bar{u}-\rho\bar{u}\bar{u}$$

亂流係數 ε は此の平均變化の割合に比例して增減するものであるから

$$\frac{\overline{u'u'}}{\bar{u}\bar{u}}=k\cdot\varepsilon \quad \cdots\cdots(31)$$

と置くことが出來る。玆に k は比例常數である。

此の（31）式の左邊は小なる時間 τ の間の流速の變動する割合に關係するものであるから，今若し流速計を水中に x の方向に固定せしめ，之が流速の變動を極めて敏感に感受し得るものとすれば，τ なる時間に於ける測定流速と之等の平均流速とから此の關係は求め得られる。即ち測定平均流速を V，或る小時間の測定値と此の平均流速との差を ΔV とすれば（31）式から

$$\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2=k\cdot\varepsilon \quad \cdots\cdots(32)$$

今距離を S，其の間を流れるに要する時間を t とすれば

$$V=\frac{S}{t} \qquad \therefore \quad \left|\frac{dV}{V}\right|=\left|\frac{dt}{t}\right|$$

なる關係が得られる。J. Koženy は Donau 河に於ける流速計に依る實測値から以上の關係を確めたところ，大體に於て之が成立することを認めた。夫れ故に（32）式は

$$\left(\frac{dt}{t}\right)^2=k\cdot\varepsilon \quad \cdots\cdots(33)$$

として差支へない。玆に t は流速計のある僅かな回轉數に對する平均所要時間で，dt は平均所要時間と夫々の所要時間との差である。

Donau 河での觀測の結果に依ると $\left(\frac{dt}{t}\right)^2$ と u との關係は大體に於て流速最大のところで $\left(\frac{dt}{t}\right)^2$ は最少となり，流速が減んずると共に $\left(\frac{dt}{t}\right)^2$ は增加してゐる。$\left(\frac{dt}{t}\right)^2$ の流速に連れて變化する割合は大體に於て直線である

と見ることが出來るので，Koženy は

$$\left(\frac{dt}{l}\right)^2=a-bu=k\cdot\varepsilon$$

$$\therefore\ \varepsilon=\alpha-\beta u \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(34)$$

と云ふ關係式を與へた。

此處に於て (30) 及び (34) の兩式から

$$\frac{\partial}{\partial z}\left[(\alpha-\beta u)\frac{\partial u}{\partial z}\right]=-\gamma I \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(35)$$

玆に，z は水面からの深さを示す。之を積分して

$$\alpha u-\beta\frac{u^2}{2}=-\frac{\gamma I}{2}z^2+c_1z+c_2$$

c_1，c_2 は積分常數で限界條件で定められる。今 $z=h$ と置けば $u=u_r$＝河底流速となるから

$$\alpha u_r-\beta\frac{u_r^2}{2}=-\frac{\gamma I}{2}h^2+c_1h+c_2$$

此の2つの式から c_2 を消去して

$$\beta\frac{u^2}{2}-\alpha u=\frac{\beta u_r^2}{2}-\alpha u_r-\frac{\gamma I}{2}(h^2-z^2)+c_1(h-z)\quad\cdots\cdots(36)$$

又 $$(\alpha-\beta u)\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{\gamma I}{2}z+c_1$$

から，最大流速の點に於ては $\frac{\partial u}{\partial z}=0$ であるので，z_1 を最大流速の位置とすれば

$$\gamma I z_1=c_1$$

斯くすれば (36) 式から

$$u=\frac{\alpha}{\beta}\pm\sqrt{\left(u_r-\frac{\alpha}{\beta}\right)^2-\frac{\gamma I}{\beta}(h^2-z^2)+\frac{2\gamma I z_1}{\beta}(h-z)}\quad\cdots\cdots\cdots(37)$$

(37) 式に $z=h$ と置けば u は河床の流速を示す。此のためには右邊第2項の符號は正をとらねばならない。此の右邊第2項の平方根値は有限であるから，

之を展開して I^2 以上を含む低位の項を省略すると，(37) 式は

$$u=u_r+\frac{\gamma I\alpha h^2}{\beta\left(u_r-\frac{\alpha}{\beta}\right)}\left(1-\frac{z}{h}\right)-\frac{\gamma I h^2}{2\beta\left(u_r-\frac{\alpha}{\beta}\right)}\left(1-\frac{z^2}{h^2}\right)\cdots\cdots(38)$$

となる。此處に

$$z_1=\alpha h$$

と置く。

今 (38) 式を z に關し水面から河床迄積分し，深さで除すれば平均流速が求められる。即ち

$$u_m=\frac{1}{h}\int_0^h udz=u_r+\frac{\gamma I\alpha h^2}{\beta\left(u_r-\frac{\alpha}{\beta}\right)}-\frac{\gamma I\alpha h^2}{2\beta\left(u_r-\frac{\alpha}{\beta}\right)}$$

$$-\frac{\gamma I h^2}{2\beta\left(u_r-\frac{\alpha}{\beta}\right)}+\frac{\gamma I h^2}{6\beta\left(u_r-\frac{\alpha}{\beta}\right)}=u_r+\frac{\gamma I h^2(3a-2)}{6\beta\left(u_r-\frac{\alpha}{\beta}\right)}\quad\cdots\cdots(39)$$

一般に流速の相當大なる時には

$$\varepsilon\frac{\partial u}{\partial z}\bigg|_{z=h}=-Bu_r^2$$

と表はすことが出來る。玆に B は河床の粗度を示す係數である。(30) 式に此の關係を入れて $z=h$ の値を求めると

$$u_r^2=\frac{Ih}{B}\cdots\cdots\cdots\cdots(40)$$

之を平均流速の式に代入して

$$u_m=\frac{\sqrt{Ih}}{\sqrt{B}}-\frac{\gamma\sqrt{Ih}\sqrt{Ih}\cdot h\cdot(2-3a)}{6\beta\left(\frac{\sqrt{Ih}}{\sqrt{B}}-\frac{\alpha}{\beta}\right)}=\sqrt{Ih}\Bigg[\frac{1}{\sqrt{B}}$$

$$+\frac{1}{6}\frac{(2-3a)\gamma h}{\alpha}\sqrt{Ih}+\frac{1}{6}\frac{(2-3a)\gamma\cdot h\cdot\beta Ih}{\alpha^2\sqrt{B}}\cdots\cdots+\Bigg]\cdots\cdots(41)$$

玆に $\frac{1}{\sqrt{B}}$ は (40) 式から推定し得るが如く，Chézy 型平均流速公式の流速係數に相當するものであるから，一般に吾々の遭遇する様な場合では$\sqrt{B}$

の値は小數點以下2位程度のものであり，普通 $\sqrt{B}>I$ と見なし得る。又 α 及び β は其の性質上共に正の値をとり，$\alpha>\beta$ と考へられるから，右邊第3次以下は前項に較べてより低位のものとなる。夫れ故水面勾配 I の比較的緩な場合には之を省略して

$$u_m=\left[\frac{1}{\sqrt{B}}+\frac{1}{6}\frac{(2-3\alpha)\gamma}{\alpha}\cdot I^{1/2}\cdot h^{3/2}\right]\sqrt{Ih}$$

$$=(m+nI^{1/2}h^{3/2})\sqrt{Ih}\cdots\cdots(42)$$

玆に $\dfrac{1}{\sqrt{B}}=m,\qquad \dfrac{1}{6}\dfrac{(2-3\alpha)\gamma}{\alpha}=n$

之は水深に比し極めて水面幅の廣い場合の一垂直線上の平均流速を示す公式である。

〔2.2.5〕 河相と流速

(42) 式から考へると一垂直線上の平均流速は Chèzy 型平均流速公式と同一型をとり，其の流速係數は水路周邊の粗度，最大流速の位置，微小時間に流速の變動する割合に關係し，水面勾配の 1/2 乘，水深の 3/2 乘に從つて增加する。

(42) 式に從へば流速係數は最大流速の位置如何と云ふことにかなり支配される。最大流速の位置が水面から 2/3 の所に在る場合には流速係數は常數となり，之より上に在る場合には水深の增加と共に漸增するが，低い時には却つて減少する。一般に水深の大きな場合には最大流速の位置は低いから流速係數の變化は淺い場合より小さいのである。α は微小時間内の流速の變動する割合を示す或る常數であるが，之は一個の垂直線上に於て或る與へられた流速の場合に其の線上に於て微小時間内の流速の變動する割合の變化を示すものであり，之を確める十分な實測値のないのは遺憾であるが，大體に於て流速が大となるか又は一垂直線上に於ける流速の變化の大なき場合には相對的に dt/t の增加が推察せられる。斯く考へると亂流の程度の高い時には α は大となるから

水位に伴ふ流速係數の增加の割合は亂流の程度の低い場合に比してより低くなる。

水路の全斷面の平均流速も亦大體に於て此の型式をとるものと考へられる。3項に述べた Donau 河及び鬼怒川の實測例に依れば流速係數は水深の大きな場合には寧ろ水深の增加に依つて其の減少する傾向が認められる。多くの流速公式に於て水深の大きな場合に過大な値を示してゐるのは此の間の事情に依るものと考へられる。著者の考へるところに依れば著しく事情の異る多くの水路又は同一地點に於ても水位の低い場合と高い場合には流水の狀態は相當に異るものであるから，斯る場合に單一な流速公式で總ての場合を表はそうとすることは極めて困難であることが了解せられる。當然之等のものは水流の規模に從つて區別されねばならぬと考へる。

今 (38) 式に於て z_m を平均流速の位置とすれば

$$u_m=u_r+\frac{\gamma Ih^2}{\beta\left(u_r-\dfrac{\alpha}{\beta}\right)}\left(\alpha-\frac{1}{2}-\alpha\frac{z_m}{h}+\frac{z_m^2}{h}\right)\cdots\cdots(43)$$

又 (39) 式は之を書き換へて

$$u_m=u_r+\frac{\gamma Ih^2}{\beta\left(u_r-\dfrac{\alpha}{\beta}\right)}\frac{3\alpha-2}{6}\cdots\cdots(44)$$

(43) 及び (44) の兩式から

$$\frac{z_m^2}{h^2}-2\alpha\frac{z_m}{h}+\alpha-\frac{2}{3}=0$$

$$\therefore\quad \frac{z_m}{h}=\alpha\pm\sqrt{\alpha^2-\alpha+\frac{1}{3}}\cdots\cdots(45)$$

之に依れば平均流速の位置は最大流速の位置に支配され

$\alpha=0$ 即ち最大流速水面に在る場合 $\dfrac{z_m}{h}=0.57$

$\alpha=0.1$ 〃 〃 水面より $0.1\,h$ に在る場合 $\dfrac{z_m}{h}=0.59$

$\alpha=0.2$ 即ち最大流速水面より $0.2h$ に在る場合 $\frac{z_m}{h}=0.61$

$\alpha=0.3$ 〃 〃 〃 $0.3h$ 〃 $\frac{z_m}{h}=0.65$

$\alpha=0.4$ 〃 〃 〃 $0.4h$ 〃 $\frac{z_m}{h}=0.71$

之等の値に就ては F. S. Murphy は北米合衆國測地局の極めて多くの實測値から結論として次の如く述べてゐる。即ち比較的に水路は直線であり，規則正しい斷面を持ち，河床も大體に於て平滑で 10 cm 以上の突起など殆んど認められぬ樣な場合には

（1） 水面から平均流速の位置迄の深さは水深の增加，水深と幅員との比の增加につれて大となり，一般に水深の 0.55 から 0.65 に變化する。

（2） 比較的幅員廣く水深 0.1～0.3 m の淺い水路では河床が砂か又は細かい砂利の場合には平均流速の位置は 0.5 から 0.55 の點に在る。

（3） 幅員廣く水深 0.3～1.0 m 程度の水路に於ては河床が砂利ならば平均流速の位置は水面から水深の 0.55～0.6 の點に在る。

（4） 普通の水路で水深 0.3～2.0 m 程度のものでは平均流速の位置は水面から大體に於て 0.6 のところに在る。

（5） 幅員 6～12 m 程度の小さな水路では平均流速の位置は同一深さの幅廣き水路の場合より尙水面から深いところに在る。

（6） 河床の粗度が大きくなると平均流速の位置は昇り，深さの 0.6 の點の流速は平均流速より小となり，平滑になれば其の位置は下つて深さの 0.6 の點の流速は平均流速より大となる。

斯くの如く平均流速の位置は水路周邊の粗度，水路幅員と水深との關係に支配されることが大きいのであつて，水路の規模，其の狀態に著しく左右される。

此の事實は曩に著者が述べて來たところを十分に說明してゐる。自然河川に於ける流速の分布狀態は河床粗度，之は河床構成砂礫の粒徑或は其の混合狀態で說明出來るであらう。又は水路の規模に從つて區別せられ，流況に依つてかなりに支配せられるのである。

之を要するに敍上の亂流の問題の取扱ひは極めて不十分ではあるが，河川處理又は水理模型實驗に當つては不可缺の問題であり，河相と流況の關係を明瞭ならしめることに依つて始めて之に適應した處置が講ぜられるのである。以上述べて來たところは此の點に或る示唆を與へるものと信ずる。

〔2.3〕 砂 礫 の 移 動

〔2.3.1〕 概 說

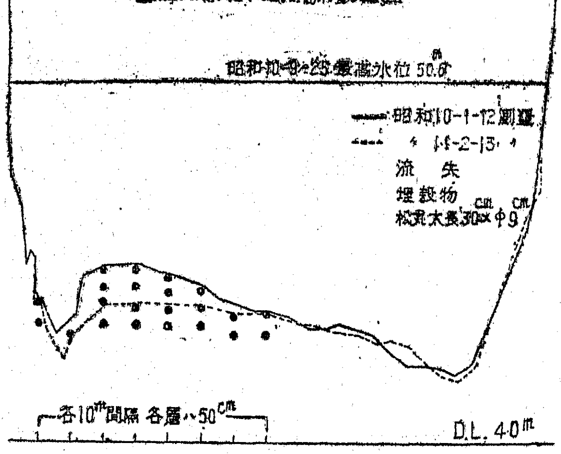
砂礫河川の河床の動きを注意深く觀察すると，大きな礫の周圍では渦が卷き立てられ，細い砂粒は上下左右に礫の廻りを回轉しつゝ流下するのが見受けられる。一般に礫の上手からは盛んに細かい砂粒が噴出せられ，之は一部吹き上げられたまゝ流れ去るが，一部は礫の下手に吸ひ込まれ，小さな躍動を續けながら次第に堆積する。此の運動が暫く續けられると礫は多少前方に傾き始めるが，斯くすると周圍の運動は急激に變化して，堆積せられた細粒は流れ去ると共に附近のより大きな砂礫も亦滑動を始め，或は轉動して流れ去る樣になる。暫くして又或る一部は停止するが，其處には再び上述の現象が現はれて，之を繰り返しながら砂礫は流下して行く。流速が增大すれば此の現象は更に速になり，遂にはあたかも枯葉の堆積が風に吹き捲くられて，飛散つて行く樣な狀態が示されるのである。

初め完全な平面に均してあつた河床面は，水深の比較的淺い間は，水流の有する掃流力が所謂其の砂礫に特有な限界掃流力に達しないので，未だ不動の狀態であるが，或る水深に達すると水の掃流力は限界掃流力に達し，水の有する勢力が砂礫の抵抗勢力に打勝つて河床砂礫を移動せしめる樣になる。著者の試驗水路での觀測に依ると比較的細粒の多い試驗用砂では河床と水流の平衡の破

れた瞬間から河床表面に砂漣を生じ，初めの内は砂漣の高さも 1 mm 位のものであるが，水深の増加するに伴ひ，益々此の砂漣は發達，移動して頂と谷との差高は大となる。更に粗粒の多い材料では或る水深に達すると一旦生じた砂漣は此處で消滅し，箒で掃き均らされた如く再び平滑となり，やがて波長 1 m にも近い大きな而も高さの低い砂礫の押寄を生ずる樣になつた。又比較的粗粒の多いものでは此の場合砂漣を生ずることなく，初めの内は河床面の稍平滑な儘，表面の粒子が移動するが間もなく前と同樣な砂の押寄を生じた。

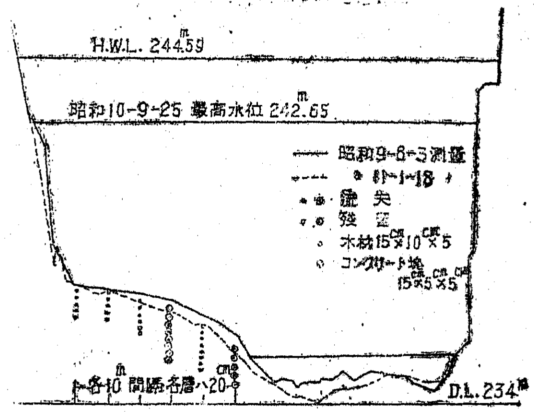
著者は富士川筋靜岡縣庵原郡松野村及び山梨縣南巨摩郡鰍澤町地先で河床を横斷して大體 16～20 m 間隔に木片或はコンクリート塊を 20 m 毎に 1.0～1.5 m の深さに埋設し，出水期を經て之を檢出し，河床の移動深を測定したが，昭和10年9月の大出水（松野村地先に於ては計畫高水流量の約 70%，鰍澤町地先に於ては約 90% の高水流量を見てゐる）後の結果は圖-21 及び圖-22 に示す通りであつて，此の場合松野村地先に於ては最大水深 8.5 m に對し最大移動深さ約 20 m に達し，又鰍澤町地先に於ては最大水深 8.5 m に對し最大移動深は同樣約 20 m になつてゐた，出水に際し河床の移動してゐることは多くの報告に見られるところであつて，利根川筋川俣地先（勾配約 0.0004）の一例では最大水深約 3.5 m に對し最高 1.5 m 迄洗掘せられてゐたと云

圖-21.
富士川筋北松野河床調査圖



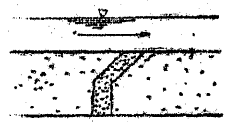
はれてゐる。

圖-22.
富士川筋濟水端河床調査圖



河床砂礫は斯くの如く流水の掃流作用に依つて相當程度の深さ迄移動してゐることは明らかであつて，之に關しては P. du Boys 或は F. Kreuter 等に依れば河床面に平行に並んだ砂礫の層が假想せられ，之等が流水の掃流作用に依つて順次上部の層から辷り出し，其の速さの差は並んでゐる層の間では互に等しいものと考へられ，圖-23 の如く河床面に直角な層を河床中に想像すれば，夫れは河床の深さの或るところで“く”の字型に折れ曲るが如くに考へられた。

圖-23.



河床の移動してゐることは前述の通りであり，尚 Rhein 河では砂礫の移動は 3 m 以上の深さに迄及んでゐることが測定されてゐるし，Mississippi 河の河床は St. Louis 橋では少くとも 1 m の深さ迄は移動してゐることが報告されてゐる。斯く考へると河床は du Boys の云ふが如くに動いてゐるものとも考へられるが，併し砂礫粒間の摩擦抵抗は非常に大きなものであり，河床上を流れる水の運動が河床下斯く迄深く及んでゐるとは思はれぬ。A. Schocklitsch の觀測の結果に依ると之は 12.5cm 幅の試驗水路に縦に着色した砂の層を設け，運動狀態を觀測したのであるが，此の場合層は上の方は破壞されてゐたが，下の部分は垂直の儘殘つてゐた。著者の觀測の場合にも河床は層になつて流れるのではなく，上部にあるものから流れ去つて次第に運動は深い層に達するもの

であることが認められた。砂礫粒は渦の發生に依るか又は流水に直射せられて捲き上げられ，其の結果押し流されるのであつて，之が其の程度に應じて相當の深さに迄達するものと考へられる。

斯くの如くにして流送される砂礫は更に砂洲の形をとつて流下するものであり，砂洲の移動を見ると，之は其の上流側では緩勾配をとるが，下流側では急勾配，大體に於て水中に於ける砂礫の安息角に近い値をとつてゐる。上流側の緩勾配を轉動する砂礫は砂洲の頭部に至つて，其の下流側に起る水平軸を持つ渦に依つて壓へられ次第に堆積し，此の量が增して下流側の勾配が漸時急になると最早之を保持することが困難となり，崩れ落ちて頭部を低め，砂洲として前進する。此の場合砂洲の移動に依つて深みを生じたものが，更に其の前進に依つて砂礫の堆積を見，之が見掛けの砂礫の移動深さとして觀測されることがある。

河川の彎曲部には著しい河床の洗掘作用が見られるが，之は此の部分に於ける偏流に依る河床附近の著しい渦に起因するものであつて，整狀なる區域に於ける洗掘とは多少原因を異にする。

〔2.3.2〕 **試驗水路に於ける砂礫移動狀態の觀測**

1. 4. 3 に述べた著者の試驗水路に於て觀測された砂礫移動狀態を次に詳述する。

（1） A種試驗用砂

A 種試驗用砂は河床勾配 1/400, 1/600, 1/1 000, 1/2 000, 1/5 000, 1/10 000 の6種に於て試驗を行つたのであるが，勾配の急になるに連れて河床の平衡の破れる水準は小となり，其の後の狀態も相對的に漸變してゐるに過ぎないので，此の內の一例として 1/2 000 の場合に就て述べる。本試驗では既に述べた樣に河床勾配と水面勾配とは常に之を平行に保ちつゝ水深を增加せしめた。

圖-24 は水深と流速との關係を示す。O から S に至る迄は河床の砂粒は全く

不動であつて，流水は最初の水深 1.14 cm から渦流であつた。水深を漸時增加して點 S になると漸く砂粒は微動を開始し，水路面全般に亙つて處々少しづつ極く低い砂漣を生じ始めた。一度砂漣を生ずると水流は刻々と部分的に不整となり，砂漣の直下流部には渦動を生じ，又砂漣の頂を越えた水は砂漣の谷に衝突して益々谷を深く掘り，掘られた砂粒は一部は次の砂漣の方に又一部は前の砂漣直下流の渦動の中に捲き込まれて掃き流される。此の場合の水流は大體圖-25 の如くである。

砂漣を生じ始めてから圖-25 の如き完全な砂漣に發達する迄は砂漣の發達に伴ひ急激に水流への抵抗が增加するために流量を一定として置いても水深は刻々增加し，水面及び水面勾配の動搖が甚しい。之は圖-24 に於ける S から T 迄の區間に相當する。點 T に至つて砂漣が充分に發達し切ると水面の動搖は稍々靜まり，砂粒の動きも比較的に尠くなる。此の後は漸時砂礫が下流に移動するのみで水流は稍々安定の狀態となる。

圖-24.

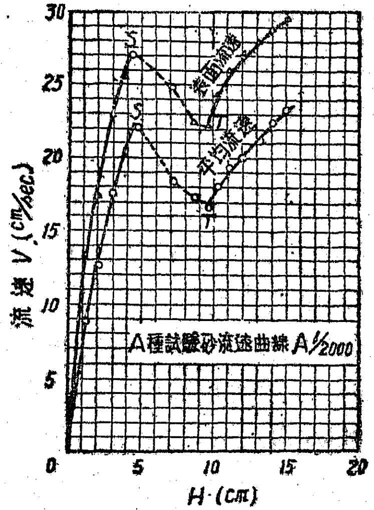


圖-25.

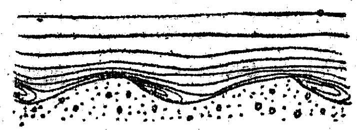
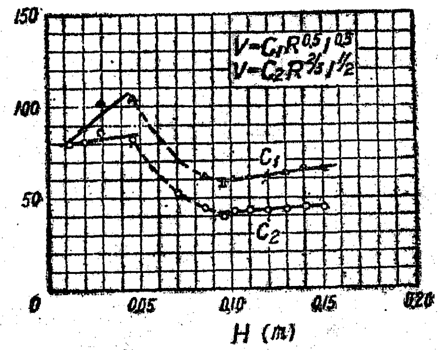


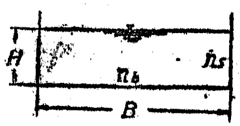
圖-26.



ST の區間に於ては砂漣が發達の途次に在るので，砂粒の移動も極めて著しく，水深がどんどん變化するため，河床勾配と水面勾配とを平行に保つことは殆んど不可能であつたが，T に於て砂漣發達の終結するや再び上記兩勾配を平行に保ちつゝ水深を增加せしめることが出來た。

此の場合の Chézy 公式の流速係數 c_1 及び Manning 公式の c_2 とは各水深に就て計算すれば圖-26 の如くである。之に依れば河床に砂漣の生じない內は平均の流速係數は Manning 公式に依つて $c_2=82$ であり，$c\doteqdot h$ として Kutter 公式の粗度係數 n に換算してみれば $n=0.012$ となり，モルタル面と同程度である。然るに砂漣の生ずるに及んで水流は著しく阻害され，$c_2\doteqdot 42$ 位となる。之を前同樣 Kutter 公式の n に換算すると $n\doteqdot 0.024$ となり，自然河川の夫れに餘程近づいてゐる。此の實驗に使用した水路はガラス張りであり，河床のもつ粗度との間に差異があるので，此の側面の影響を除いて河床のみの有效粗度を考へると次の如くである。圖-27 に於て短形水路の底幅を B とし，水深を H とする。又河床の粗度係數を n_b とし，側壁の粗度係數を n_s 潤邊の粗度を一樣なものと考へた時の粗度係數卽ち等値粗度係數を n_e とすれば，之は各々異る粗度係數を持つ夫々の潤邊を輕重率として計算される。

圖-27



今流速公式として指數公式を用ひ

$$v=\frac{1}{n}R^{\alpha}I^{\beta}$$

とすれば

$$n_e=\text{等値粗度係數}$$

$$=\left[\frac{Hn_s^{\frac{1}{\alpha}}+Bn_b^{\frac{1}{\alpha}}+Hn_s^{\frac{1}{\alpha}}}{2H+B}\right]^{\alpha}$$

$$\doteqdot\frac{Hn_s+Bn_b+Hn_s}{2H+B}$$

故に

$$n_b=n_e+\frac{2H}{B}(n_e-n_s)\quad\cdots\cdots(46)$$

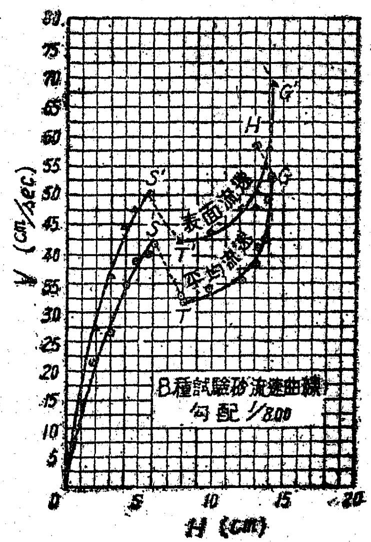
之に依つて勾配 1/2 000 に對する河床の粗度係數 n_b を計算すると次の如くなる。但し側壁はガラスであるので $n_s=0.011$ とした。

之に依れば n_b と n_e とは水深の小なる間は殆んど差がないが，大となると相當の差を生じ，最大差 0.0034 に達してゐる。又此の計算に依つては側壁の影響が除かれるので，水深の變化に對し n_b-曲線が略々一定となつて來てゐる。

（2） B種試驗用砂

B 種試驗用砂に就ては勾配を 1/300，1/400，1/600，1/800，1/1 000 及び 1/2 000 の 6 種として試驗を行つたのであるが，此の場合代表として 1/800 の場合に就て說明する。

圖-28



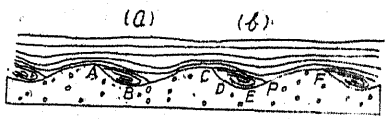
此の場合の流速曲線は圖-28 の如く，大體に於てA種試驗用砂に於ける結果と略々相似なものを得たが，此の兩者に於て異るところは圖中點T以下に在り，又Gなる特殊の點の現はれたことである。

先づ水面勾配を河床勾配に並行に保ちつゝ水深を增加して行くと，點S迄は前の場合と同樣に河床砂礫は全然靜止の狀態に在つて，從つて觀測も可成り正確であり，夫れに依つて得られた平均流速曲線は圖-28 の如く上に凸である拋物線をなしてゐる。併しSに相當する水深（約

6 cm）になると，水の持つ勢力は砂礫の摩擦抵抗又は廻轉抵抗の勢力に打勝つて，先づ細粒から砂礫を移動せしめることになる。此の試驗用砂では後述のC種試驗用砂に比して細粒が比較的多いので，點S附近では先づ細粒が動き出し，之は初めの中は轉動に近い浮游運動をするが段々と時間の經つに連れて激しい浮游運動となる。細粒が十分に浮游運搬されると中粒以上の粒子が直接水流に曝される樣になり，遂に中粒子を其の底部に支へるものもなくなつて轉動し始める。此の狀態で此の場合は最大粒徑 2.5 mm のものまで動かされた。斯くして先づ河床に小さい不陸を生ずると細粒子は浮游の狀態で運ばれるに反し，中粒以上のものは轉動しつゝ不陸の頂上を越え，谷に至つて沈澱してしまふ。斯くて其の不陸は段々高さを增し，立派な砂漣となつて漸時移動しつゝ發達する。

此の時の水流は圖-29 に見る如く，砂漣の背面を這ひ上り，次第に速度を增加して頂上Aを乘り越す頃になつては流速は最高に達する。之がBO なる谷に勢よく落込むと，此の落込んだ水流は一部は OC の方へ向きを換へて流れ，一部は OB の方に逆向に流れて玆に水平軸を持つ渦となる。此の渦は益々谷を掘り返して深くなり，其のために水中に浮んだ砂粒は上部水流のために直ちにCの方に運ばれてしまふ。頂上に運ばれて來た砂粒は細粒のものは浮游の狀態に在るため引續き水流に依つて運搬されるが，中粒以上のものは浮游しがたいため砂漣の頂上から谷に向つて轉落する。夫れ故 AB なる傾斜面は砂礫粒の安息角に等しいものとなり，其の谷及び山の基部に比較的粗な粒子が集り，山の表面には比較的小さい粒子が集積せられる。圖-29 の（a）では AB 面と水流の落下衝突に依り生ずる渦流の掘る穴の面とは連續的につながつてゐるが，中には（b）の如く兩者の面が別々になつて居り，D なる段のついてゐ

圖-29.



る場合も尠くない。

Sに於て砂漣が出來始めてからは，其の時の流量又は水深に適合する高さ及び長さの砂漣に發達しやうとする傾向があるために河床の移動甚しく，從つて河床の抵抗が著しく變化するために水深が急に增加し，水面の動搖激しく，流量を其の儘に保持して置いても時間的に水深に變化を來すため觀測は極めて困難となる。通常は斯る水深Sになると流量を其の儘に保つて砂漣の發達を作り，或る平衡狀態Tとなる迄水面勾配を一定に保たせつゝ水路は流れるに委す事としたが，試みに此の S–T 間に於ける狀態を詳しく知るために勾配 1/1 000 の場合に就て時間的に水流の變化を觀測して見たところ，圖-30 の如くであつた。此の際流量をSに於ける儘に保ち，水路末端の水位調節堰で水面勾配を 1/1 000 に保つたのであるが，之に依ると途

圖-30.

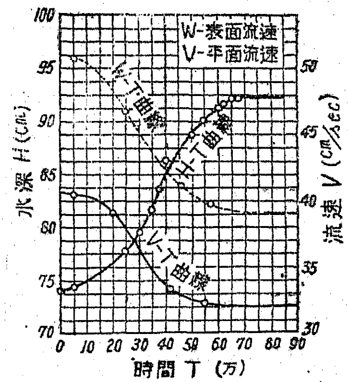


圖-31.

表-6. 粗 度 係 表

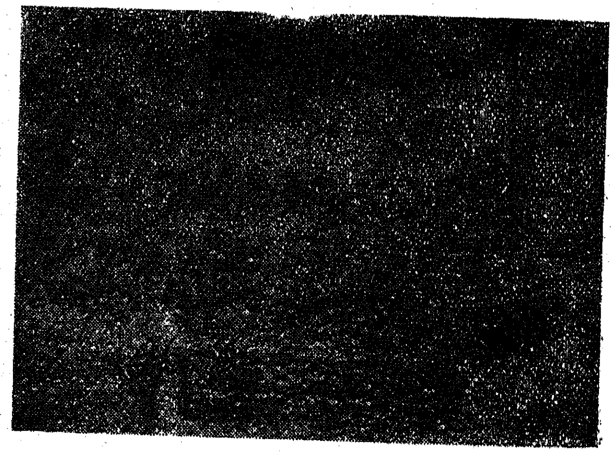
H	C_2	n_e	n_s	$\frac{2H}{B}(n_e-n_s)$	n_b
1.14	79.76	0.0125	0.0110	0.0000	0.0125
1.95	80.14	0.0125	〃	0.0001	0.0126
2.91	86.32	0.0116	〃	0.0000	0.0116
4.60	82.00	0.0122	〃	0.0001	0.0123
7.13	52.38	0.0191	〃	0.0012	0.0203
8.55	44.31	0.0226	〃	0.0020	0.0246
9.60	40.16	0.0249	〃	0.0027	0.0276
10.19	42.10	0.0238	〃	0.0026	0.0264
11.01	42.82	0.0234	〃	0.0027	0.0261
12.02	42.51	0.0236	〃	1.0030	0.0266
13.10	43.06	0.0232	〃	0.0032	0.0264
13.98	44.12	0.0227	〃	0.0033	0.0260
13.05	43.93	0.0228	〃	0.0035	0.0260

中の觀測日數及び個々の觀測に要した時間にも依るが大體に於て砂漣の出來始めから1時間内外で落着いてゐる。

斯くして十分に發達した砂漣は圖-31 に示す如くであつて，之から粗粒及び細粒の分布狀態を大體に於て窺ふことが出來る。

T に相當する水流（此處では約 8 cm）から暫くの間は——此の場合は水深 12.5 cm 位迄——河床の砂漣は絕えず移動しつゝ

圖-32.

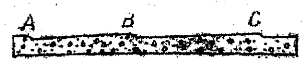


も稍平衡の狀態に在るが，其の後水深の增加するに伴ひ徐々に砂の移動は激しさを增し，砂礫粒の抵抗の勢力よりも水流の勢力の方が勝つて來るため流速は加速度的に速くなり——從つて此の時の流速曲線は上方に向つて凹となる——G に至つて其の極に達し，砂漣の山は水流のため崩れ始め，H になつて遂に河床面は恰も箒で掃いたかの如くに平滑となる。此の時の狀態は圖-32 の如く，砂礫粒は枯葉の堆積が風に吹き飛ばされるが如くであつて，比較的大粒のものは目まぐるしく河床を轉動し去る。

G から H への變化の際には水流の變動激しく，之は丁度前述の S から T への變化の逆とも考へられる。

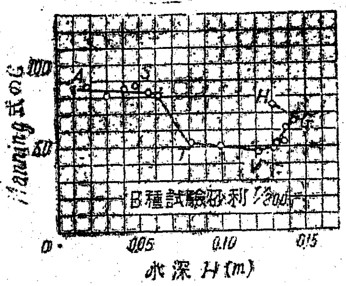
河床の變化の著しいために水深並に水面の變動著しく，觀測困難なために前の S-T の場合と同樣河床從つて水面に落着きを見る迄流量は G に於ける儘とし，水位調節堰に依つて常に水面勾配を出來るだけ規定の勾配に保たしめた。從つて流速曲線を描けば點 H で水深が減り而して流速が增してゐるのである。此の後は砂粒の動きは，砂漣の代りに著しく波長（波長と呼び得れば）の長い洲の狀態で漸時下流に移動する。之は圖-33 の如く非常に平坦なもので，洲の上面を轉動した粒子は洲の終つた所で崩れ落ち，水中の安息面を形作る。圖中 A B の間隔は大體に於て規則的になつて居り，勾配及び材料に依つて異るのは當然であるが，凡そ 50～130 cm 位であつた。

圖-33.



Manning 公式の C を調べると，圖-28 の流速曲線からも推察される樣に水深 S 以下の場合と T 以上の場合とでは大なる相異を生じてゐる。C と水深 H との關係を示すと圖-34 の如く，A-S 間は河床の靜止狀

圖-34.



態に在る區間に相當し，C の値は略々一定して居り，平均約 84 であつてモルタル面位の抵抗しかない。S に於て砂漣が生じ始めると河床の抵抗は俄然增加して砂漣の發達し終る頃には $C=52$ 位迄となつた。T から V 迄は C 曲線は水深に對し稍々一定な直線となり，V に至つて又急に C が增加してゐる。之に依つて T から V 迄の間は水深を徐々に增加して行つても發達し終へた砂漣は稍々平衡の狀態に在るものと考へられる。然るに水深 V の附近から砂粒の抵抗力が水流の掃流力に負け始め，河床近くの水流は摑んだ砂を其の儘に容易く浮游狀態で持ち去る傾向を示し，從つて水流全體として砂漣の凹凸に影響されることが少くなる傾向を示してゐる。G に至つて此の傾向が十分大となれば最早や砂漣は其の山を持ち堪へてゐることが困難となり遂に崩れ始める。此の潰れ終つた點が H である。

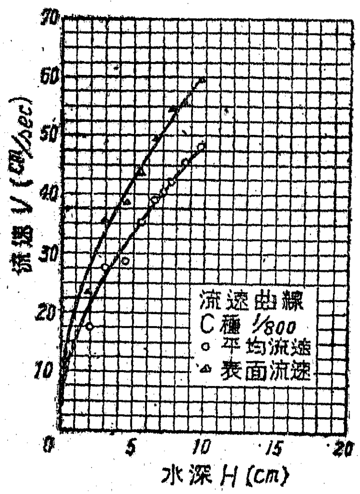
（3） C 種試驗用砂

C 種試驗用砂の場合は河床勾配を 1/300, 1/600, 1/800, 1/1 000 及び 1/2 000 の 5 種類として試驗を行つた。此の種の如き混合割合の砂礫の實在は極めて稀であらうが，篩分曲線の曲率の小さい混合割合のものゝ極限として試驗を行つたのである。

河床勾配 1/800 の場合に就て其の移動狀態を述べれば次の如くである。

此の場合は砂粒の掃流運搬される狀態は前の場合とは全く異り，流速曲線は圖-35 に示す如く，普通の平滑な曲線となつたのである。實驗をする前に鏝で所定の勾配 1/800 に均し，水面勾配を河床勾配に平行に保ちながら水深を增して行つ

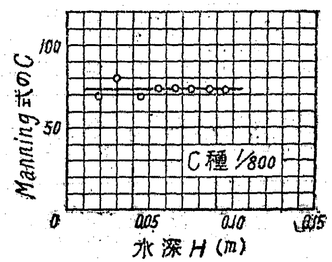
圖-35.



たのであるが，混合割合に粗雜が多いので河床は動きにくゝ，B 種の場合には水深 5.5 cm 位から細粒が動き出したのに反し，C 種の場合には 6 cm を越えても尙動かず，6.5 cm から徐々に細粒の動くのを見た。觀測中次第に細粒の移動が目立つて來たが，次の觀測水深 7.54 cm の時には最早や大粒のものも移動を始めて居り，其の後水深の增加するに連れて，只細粗粒の運動の入交るのみで B 種の場合の如き砂漣は起きないでしまつた。

河床の砂の動かされた際は砂漣が出來ないために初めから B 種の場合の砂漣の掃き潰された後の狀態と殆んど一致してゐる。

圖-36.



此の場合河床の移動狀態は從つて流速曲線に於ても急激な變化がなく，孰れの水深から河床が動き出したかを判斷するのに多少困難を感ずる程であつた。

Manning 公式の C 曲線も圖-36 に示す如く概ね水平な直線となり，凡そ $C=75$ となつてゐた。

〔2.3.3〕 河床の移動と流況

前小節に於て 3 種類の試驗用砂に就き砂礫の移動狀況を説明したが，本試驗に於ける各種試驗用砂の各勾配に就ての觀測表を示すと次の通りである。

(1) A種試驗用砂

(i) 勾配 1/600c (表-7 A 種-1/600)

表-7. A 種—1/600

觀測番號	水深 H(cm)	堰水頭 h(cm)	流量 Q(cm³/sec)	斷面積 A(cm²)	平均流速 V(cm/sec)	表面流速 W(cm/sec)	潤邊 S(cm)	徑深 R(cm)	流速係數 C	等値粗度係數 N_e	備考
1	1.10	1.17	2 290	110	20.8	24.7	102.20	1.08	104.59	0.0096	移動開始
2	2.00	1.27	2 589	200	12.9	15.9	104.00	1.92	44.18	0.0221	砂漣發達終了
3	3.02	1.94	4 889	302	16.2	20.7	106.04	2.85	42.52	0.0235	
4	4.20	2.56	7 410	420	17.6	24.4	108.40	3.87	37.75	0.0264	
5	5.25	3.43	11 493	525	21.9	28.2	110.50	4.75	40.88	0.0245	
6	6.20	4.02	14 582	620	23.5	30.8	113.40	5.52	39.76	0.0252	
7	7.22	4.72	18 552	722	25.7	33.2	114.44	6.31	39.71	0.0252	
8	8.30	5.44	22 955	830	27.7	36.4	116.60	7.12	39.44	0.0253	
9	9.10	5.98	26 457	910	29.1	39.2	118.20	7.70	40.58	0.0246	
10	10.08	6.70	31 376	1 008	31.1	42.0	120.16	8.39	39.79	0.0251	
11	11.16	7.46	36 863	1 116	33.0	44.0	122.32	9.12	39.92	0.0250	
12	12.00	8.05	41 322	1 100	34.4	45.6	124.00	9.68	40.02	0.0250	

(ii) 勾配 1/1 000 (表-8 A 種-1/1 000)

表-8. A 種—1/1 000

觀測番號	水深 H(cm)	堰水頭 h(cm)	流量 Q(cm³/sec)	斷面積 A(cm²)	平均流速 V(cm/sec)	表面流速 W(cm/sec)	潤邊 S(cm)	徑深 R(cm)	流速係數 C	等値粗度係數 N_e	備考
1	0.84	0.72	1 105	84	13.2	16.7	101.68	0.83	101.82	0.0098	
2	1.49	1.30	2 682	149	18.0	23.0	102.98	1.45	95.85	0.0104	
3	2.00	1.77	4 260	200	21.3	27.3	104.00	1.92	93.85	0.0107	移動開始
4	3.40	1.88	4 664	340	13.7	19.9	106.80	3.18	43.18	0.0232	砂漣發達終了
5	4.37	2.49	7 109	437	16.3	22.4	108.74	4.02	43.84	0.0228	
6	5.37	2.98	9 307	537	17.3	24.6	110.74	4.85	41.22	0.0243	
7	6.31	3.53	11 999	631	19.0	26.2	112.62	5.60	41.07	0.0243	
8	7.23	3.94	14 149	723	19.6	27.3	114.46	6.32	39.02	0.0256	
9	8.02	4.49	17 213	802	21.5	29.4	116.04	6.91	40.30	0.0248	
10	9.10	5.20	21 453	910	23.6	33.3	118.20	7.70	41.19	0.0243	
11	10.15	5.84	25 533	1 015	25.2	34.0	120.30	8.44	41.33	0.0242	
12	11.05	6.54	30 259	1 105	27.4	36.6	122.10	9.05	42.96	0.0233	
13	12.00	7.06	33 939	1 200	28.3	38.6	124.00	9.68	42.43	0.0236	
14	13.19	7.88	40 020	1 319	30.3	40.8	126.38	10.44	43.28	0.0231	

(iii) 勾配 1/2 000 (表-9)

表-9. A 種—1/2 000

觀測番號	水深 H(cm)	堰水頭 h(cm)	流量 Q(cm³/sec)	斷面積 A(cm²)	平均流速 V(cm/sec)	表面流速 W(cm/sec)	潤邊 S(cm)	徑深 R(cm)	流速係數 C	等値粗度係數 N_e	備考
1	1.14	0.68	1 016	114	8.9	13.3	102.28	1.11	79.76	0.0123	
2	1.95	1.23	2 468	195	12.7	17.3	103.90	1.88	80.14	0.0125	
3	2.91	2.00	5 117	291	17.6	22.9	105.82	2.75	86.32	0.0120	
4	4.60	3.17	10 211	460	22.2	27.1	109.20	4.21	82.00	0.0122	移動開始
5	7.13	3.75	13 138	713	18.4	24.8	114.26	6.24	52.35	0.0191	
6	8.55	4.06	14 800	855	17.3	22.4	117.10	7.30	44.31	0.0226	
7	9.60	4.29	16 076	960	16.7	22.2	119.20	8.05	40.16	0.0249	砂漣發達終了
8	10.19	4.71	18 493	1 019	18.1	24.3	120.38	8.46	42.10	0.0238	
9	11.01	5.16	21 206	1 101	19.3	25.9	122.02	9.02	42.82	0.0234	
10	12.02	5.62	24 104	1 202	20.1	27.1	124.04	9.69	42.51	0.0235	
11	13.10	6.19	27 863	1 310	21.3	27.9	126.20	10.38	43.06	0.0232	
12	13.98	6.72	31 517	1 398	22.5	28.8	127.96	10.93	44.12	0.0227	
13	15.03	7.21	35 028	1 503	23.3	29.5	130.06	11.56	43.93	0.0228	

(iv) 勾配 1/5 000 (表-10)

表-10. A 種—1/5 000

觀測番號	水深 H(cm)	堰水頭 h(cm)	流量 Q(cm³/sec)	斷面積 A(cm²)	平均流速 V(cm/sec)	表面流速 W(cm/sec)	潤邊 S(cm)	徑深 R(cm)	流速係數 C	等値粗度係數 N_e	備考
1	1.17	0.54	718	117	6.1	9.6	102.34	1.14	85.50	0.0117	移動開始判明せず
2	3.03	1.36	2 869	303	9.5	12.7	106.06	2.86	71.65	0.0140	
3	4.98	2.37	6 601	498	13.3	17.0	109.96	4.53	73.77	0.0136	
4	7.11	3.76	13 191	711	18.6	22.7	114.22	6.22	83.52	0.0120	
5	9.02	4.76	18 670	902	20.7	23.6	118.04	7.64	81.28	0.0123	
6	11.01	5.60	23 976	1 101	21.8	25.6	122.02	9.02	76.54	0.0131	
7	12.92	6.45	29 636	1 292	22.9	26.3	125.84	10.27	73.97	0.0135	
8	14.81	7.43	36 641	1 481	24.7	27.0	129.62	11.43	74.30	0.0134	

（v） 勾配 1/10 000（表-11）

表-11. A 種—1/10 000

觀測番號	水深 H(cm)	堰水頭 h(cm)	流量 Q(cm³/sec)	斷面積 A(cm²)	平均流速 V(cm/sec)	表面流速 W(cm/sec)	潤邊 S(cm)	徑深 R(cm)	流速係數 C	等値粗度係數 N_e	備考
1	1.22	0.55	740	122	6.1	7.0	102.44	1.19	116.01	0.0086	移動開始判明せず
2	2.26	0.91	1 570	226	7.0	9.2	104.52	2.16	111.08	0.0090	
3	3.34	1.34	2 810	334	8.4	10.8	106.68	3.13	84.58	0.0118	
4	4.30	1.94	4 890	430	11.4	11.9	108.60	3.96	97.87	0.0102	
5	5.11	2.14	5 660	511	11.1	13.7	110.22	4.64	85.89	0.0116	
6	5.93	2.64	7 761	593	13.1	16.2	111.86	5.30	92.74	0.0108	
7	7.39	3.33	10 994	739	14.9	18.1	114.78	6.44	92.62	0.0108	
8	8.20	3.67	12 720	820	15.5	18.7	116.40	7.04	90.94	0.0110	
9	9.19	4.07	14 855	919	16.2	19.2	118.38	7.70	88.83	0.0113	
10	10.02	4.28	16 020	1 002	16.0	19.3	120.04	8.35	83.71	0.0119	
11	11.12	4.68	18 317	1 112	16.5	19.4	122.24	9.10	81.44	0.0122	
12	13.01	5.64	24 233	1 301	18.6	20.6	126.02	10.32	84.64	0.0118	

（2） B 種試驗用砂

（i） 勾配 1/300（表-12 B 種-1/300）

表-12. B 種—1/300

觀測番號	水深 H(cm)	堰水頭 h(cm)	流量 Q(cm³/sec)	斷面積 A(cm²)	平均流速 V(cm/sec)	表面流速 W(cm/sec)	潤邊 S(cm)	徑深 R(cm)	流速係數 C	等値粗度係數 N_e	備考
1	1.21	1.24	2 900	121	24.0	32.3	102.42	1.18	63.5	0.0157	
2	1.42	1.53	3 700	142	26.1	35.3	102.84	1.38	62.3	0.0161	
3	1.71	2.00	5 200	171	30.4	41.0	103.42	1.65	64.4	0.0155	
4	2.04	2.55	7 300	204	35.8	45.8	104.48	1.96	67.6	0.0148	移動開始
5	2.80	〃	〃	280	26.1	32.9	105.60	2.65	40.3	0.0248	砂漣發達終了
6	4.10	3.42	11 300	410	27.6	34.5	108.20	3.79	36.8	0.0272	
7	4.63	3.98	14 500	463	31.3	40.0	109.26	4.24	35.3	0.0283	
8	5.10	4.48	17 500	510	34.3	—	110.20	4.63	36.5	0.0274	砂漣崩れ始む
9	3.63	〃	〃	363	48.3	—	107.26	3.38	63.3	0.0158	砂漣消滅

(ii) 勾配 1/400 (表-13)

表-13. B 種—1/400

觀測番號	水深 H(cm)	堰水頭 h(cm)	流量 Q(cm³/sec)	斷面積 A(cm²)	平均流速 V(cm/sec)	表面流速 W(cm/sec)	潤邊 S(cm)	徑深 R(cm)	流速係數 C	等值粗度係數 N_e	備考
1	1.42	1.33	3 100	142	21.8	31.3	102.82	1.38	75.5	0.0132	
2	1.77	1.80	4 500	177	25.4	36.0	103.54	1.71	76.5	0.0131	
3	2.24	2.45	6 800	224	30.4	43.7	104.48	2.14	78.9	0.0127	
4	2.83	3.29	10 600	283	37.5	49.1	105.66	2.68	84.1	0.0119	移動開始
5	3.79	〃	〃	379	28.0	35.7	107.58	3.52	52.1	0.0192	砂漣發達終了
6	4.77	3.88	13 900	477	29.2	38.8	109.54	4.36	47.1	0.0212	
7	5.47	4.28	16 300	547	29.8	39.6	110.94	4.93	47.5	0.0211	
8	6.12	4.94	20 200	612	33.0	44.5	112.24	5.45	45.9	0.0218	
9	6.52	5.64	24 500	652	37.6	48.8	113.04	5.77	50.4	0.0198	
10	7.18	6.46	29 900	718	41.7	—	114.36	6.28	52.7	0.0190	砂漣崩れ始む
11	5.67	〃	〃	567	52.8	60.7	111.34	5.09	77.0	0.0130	砂漣消滅
1	1.27	1.40	3 300	127	26.0	31.7	102.54	1.24	97.1	0.0103	
2	1.97	2.27	6 200	197	31.5	40.5	103.94	1.87	89.4	0.0112	
3	2.77	3.27	10 400	277	37.5	47.1	105.54	2.62	85.0	0.0118	
4	4.13	〃	〃	413	25.2	31.4	108.26	3.82	49.2	0.0205	移動開始
5	4.87	3.60	12 200	487	26.2	32.9	109.34	4.27	42.9	0.0233	砂漣發達終了
6	5.67	4.43	37 200	567	30.4	37.2	111.34	5.09	44.2	0.0226	
7	6.17	5.20	21 800	617	35.4	41.7	112.34	5.49	49.0	0.0209	
8	6.97	6.34	29 000	697	41.7	—	112.94	6.15	53.5	0.0187	砂漣崩れ始む
9	5.47	〃	〃	547	53.0	64.0	110.94	4.93	78.8	0.0127	砂漣消滅
10	6.37	7.51	37 200	637	58.4	73.4	112.74	5.65	79.3	0.0126	
11	7.37	8.68	48 200	737	62.7	77.0	114.74	6.42	78.2	0.0128	

(iii) 勾配 1/600 (表-14)

表-14. B 種—1/600

觀測番號	水深 H(cm)	堰水頭 h(cm)	流量 Q(cm³/sec)	斷面積 A(cm²)	平均流速 V(cm/sec)	表面流速 W(cm/sec)	潤邊 S(cm)	徑深 R(cm)	流速係數 C	等值粗度係數 N_e	備考
1	2.31	2.25	6 100	231	26.4	36.0	104.62	2.19	82.6	0.0121	
2	3.28	3.41	11 300	328	33.2	47.4	106.56	3.08	83.7	0.0119	
3	4.38	4.54	17 800	438	40.6	—	108.76	4.03	84.6	0.0118	移動開始
4	5.78	〃	〃	578	30.8	—	111.56	5.09	54.9	0.0182	砂漣發達終了
5	7.58	5.64	24 500	758	33.5	43.4	115.16	6.76	49.3	0.0203	
6	8.58	6.82	32 300	858	37.7	45.5	117.16	7.32	52.8	0.0190	
7	9.58	8.23	42 700	958	44.6	55.0	119.16	8.04	58.6	0.0171	
8	10.18	9.32	51 400	1 018	50.5	—	120.36	8.46	64.2	0.0156	砂漣崩れ始む
9	9.08	〃	〃	908	56.6	73.2	118.16	7.68	76.7	0.0130	砂漣消滅
1	1.31	1.23	2 850	131	21.8	27.1	102.62	1.28	97.4	0.0103	
2	2.03	2.00	5 200	203	25.6	37.7	104.06	1.95	86.5	0.0116	
3	2.92	3.01	9 200	292	31.7	40.3	105.84	2.73	85.6	0.0117	
4	3.85	3.95	14 300	385	37.2	52.1	107.70	3.58	84.7	0.0118	
5	4.38	4.62	18 300	438	41.7	—	108.76	4.03	86.9	0.0115	移動開始
6	5.78	〃	〃	578	31.7	38.8	111.56	5.18	55.8	0.0179	砂漣發達終了
7	7.11	5.48	23 600	711	33.2	42.1	114.22	6.23	51.8	0.0193	
8	8.18	6.38	29 300	818	35.8	42.7	116.36	7.03	51.5	0.0194	
9	8.88	7.15	34 700	888	39.1	51.7	117.76	7.54	53.9	0.0186	
10	9.68	8.71	46 500	968	48.0	60.6	119.36	8.12	62.7	0.0160	
11	10.68	10.19	58 800	1 058	55.6	—	121.16	8.73	69.2	—	最後觀測不能

(iv) 勾配 1/800（表-15）

表-15. B 種—1/800

觀測番號	水深 H(cm)	堰水頭 h(cm)	流量 Q(cm³/sec)	斷面積 A(cm²)	平均流速 V(cm/sec)	表面流速 W(cm/sec)	潤邊 S(cm)	徑深 R(cm)	流速係數 C	等値粗度係數 N_e	備考
1	1.91	1.65	4 100	191	21.4	23.4	103.82	1.84	86.9	0.0115	
2	2.97	2.72	7 900	297	26.8	36.1	105.94	2.80	82.1	0.0122	
3	4.11	3.93	14 200	411	34.6	44.5	108.22	3.80	86.4	0.0116	
4	4.79	4.65	18 450	479	38.8	47.4	109.58	4.37	88.3	0.0113	
5	5.55	5.28	22 300	555	40.2	51.3	111.10	5.00	83.7	0.0120	
6	6.14	5.81	25 600	614	41.7	47.7	112.28	5.47	81.7	0.0122	移動開始
7	8.06	〃	〃	806	31.8	—	116.12	6.94	53.1	0.0188	砂漣發達終了
8	9.89	7.02	33 700	989	34.1	43.5	119.78	8.26	50.7	0.0197	
9	12.14	8.29	43 100	1 214	35.5	47.4	124.28	9.77	47.3	0.0212	
10	13.04	9.16	50 000	1 304	38.3	47.7	126.08	10.34	49.2	0.0203	
11	13.24	9.55	53 400	1 324	41.0	50.0	126.48	10.47	52.1	0.0192	
12	13.59	10.51	57 800	1 359	42.5	54.4	127.18	10.69	53.3	0.0187	
13	13.84	11.22	68 000	1 384	49.2	57.8	127.68	10.84	61.1	0.0164	
14	14.19	12.02	75 400	1 419	53.1	68.5	128.38	11.05	65.2	0.0153	砂漣崩れ始む
15	12.95	〃	〃	1 295	58.2	—	125.90	10.29	74.9	0.0134	砂漣消滅

(v) 勾配 1/1 000（表-16）

表-16. B 種—1/1 000

觀測番號	水深 H(cm)	堰水頭 h(cm)	流量 Q(cm³/sec)	斷面積 A(cm²)	平均流速 V(cm/sec)	表面流速 W(cm/sec)	潤邊 S(cm)	徑深 R(cm)	流速係數 C	等値粗度係數 N_e	備考
1	2.44	2.01	5 300	244	21.7	27.6	104.88	2.33	84.1	0.0119	
2	4.92	4.40	17 000	492	34.6	42.4	109.84	4.48	86.8	0.0115	
3	6.32	5.65	24 600	632	39.0	49.3	112.64	5.61	84.1	0.0119	
4	6.51	6.01	26 800	651	41.2	50.5	113 02	5 76	87.4	0.0114	
5	7.04	6.56	30 500	704	43.3	51.3	114.08	6.17	87.7	0.0114	移動開始
6	9.39	〃	〃	939	32.5	—	118.78	7.91	55.8	0.0179	砂漣發達終了
7	9.78	6.76	31 900	978	32.6	40.0	119.56	8.18	54.7	0.0183	
8	13.02	8.42	44 100	1 302	33.8	42.4	126.04	10.33	48.6	0.0206	
9	15.22	9.40	52 100	1 522	34.2	43.5	130.44	11.67	45.3	0.0221	
10	15.38	10.36	60 300	1 538	39.3	48.1	130.76	11.76	51.7	0.0193	
11	16.17	10.82	64 400	1 617	39.8	50.8	132.34	12.22	51.1	0.0196	
12	17.17	11.43	70 000	1 712	40.8	51.3	134.34	12.78	50.8	0.0197	
1	2.09	1.69	4 200	209	20.1	25.6	104.18	2.01	85.9	0.0116	
2	4.12	3.55	12 000	412	29.1	38.8	108.24	3.81	81.3	0.0123	
3	5.72	5.10	21 000	572	37.1	44.1	111.44	5.13	85.0	0.0118	
4	6.87	6.16	27 800	687	40.5	—	113.74	6.04	83.2	0.0120	移動開始
5	9.09	〃	〃	909	30.6	39.0	118.18	7.69	53.5	0.0187	砂漣發達終了
6	10.42	6.86	32 600	1 042	31.3	40 0	120.84	8.62	50.7	0.0197	
7	13.54	8.65	46 000	1 354	34.0	44.8	127.08	10.65	47.9	0.0209	
8	14.02	8.14	49 800	1 402	35.1	46.1	128.04	10.95	48.5	0.0206	
9	15.92	10.75	63 800	1 592	40.1	48.8	132.84	12.08	51.9	0.0193	
10	17.37	11.53	70 900	1 737	40.8	49.8	134.74	12.09	50.6	0.0198	
11	18.87	13.00	84 700	1 887	44.9	54.9	137.74	13.70	53.4	0.0187	

(vi) 勾配 1/2 000 (表-17)

表-17. B 種—1/2 000

觀測番號	水深 H(cm)	堰水頭 h(cm)	流量 Q(cm³/sec)	斷面積 A(cm²)	平均流速 V(cm/sec)	表面流速 W(cm/sec)	潤邊 S(cm)	徑深 R(cm)	流速係數 C	等值粗度係數 N_e	備考
1	2.51	1.60	3 900	251	15.5	19.7	105.02	2.39	83.7	0.0120	
2	4.62	3.07	9 550	462	20.7	27.2	109.24	4.23	76.1	0.0131	
3	6.12	4.22	15 850	612	25.4	32.4	112.24	5.45	79.1	0.0126	
4	9.14	6.38	29 350	914	32.1	40.0	118.28	7.73	79.1	0.0126	
5	10.54	7.40	36 400	1 054	34.6	42.4	121.08	8.70	78.7	0.0127	
6	11.64	8.47	44 500	1 164	38.2	46.1	123.28	9.44	82.5	0.0121	
7	12.94	9.39	51 800	1 294	40.0	48.5	125.88	10.25	81.6	0.0123	
8	13.54	9.80	55 500	1 354	41.0	47.2	127.08	10.65	81.6	0.0123	
9	14.74	10.60	62 400	1 474	42.3	51.80	129.48	11.38	80.6	0.0124	
10	15.31	11.01	66 050	1 531	43.1	—	130.62	11.72	80.5	0.0124	移動開始
11	15.49	〃	〃	1 549	42.7	51.54	130.98	11.83	79.2	0.0126	
12	18.18	〃	〃	1 818	36.3	—	136.36	13.33	62.3	0.0161	砂漣發達終了
13	19.29	11.53	70 900	1 929	36.8	42.37	138.58	13.93	61.2	0.0163	
1	4.87	3.33	10 850	487	22.5	28.5	109.74	4.44	80.3	0.0125	
2	10.47	7.38	36 300	1 047	34.7	41.2	120.94	8.66	79.2	0.0126	
3	12.22	8.72	47 000	1 222	38.5	45.5	124.44	9.82	81.0	0.0123	
4	14.22	10.21	59 000	1 422	41.5	47.2	128.44	11.07	80.5	0.0124	
5	15.37	11.07	66 600	1 537	43.4	—	130.74	11.76	80.8	0.0124	
6	15.27	11.21	67 900	1 527	44.5	54.7	130.54	11.70	83.2	0.0120	移動開始
7	16.35	〃	〃	1 635	41.5	51.3	132.70	12.32	75.0	0.0133	
8	17.67	〃	〃	1 767	38.4	46.1	135.34	13.06	66.8	0.0150	砂漣發達終了
9	19.57	11.60	71 500	1 957	36.6	43.5	139.48	14.06	60.5	0.0165	

砂を鏝で均らして 1/10 000 の勾配を正確に作ることは極めて困難であつた。勾配 1/10 000 に就て觀測を行つたのであるが，之が更して 1/10 000 の觀測であるかどうかは多少疑はしい。此處では參考として列記するに止めて置く。

(i) 及び (iv) 以外は 2 回觀測したので 2 回共列擧して置く。勾配 1/1 000 及び 1/2 000 の場合には水路の水深を 20 cm 以上に高めることが出來なかつたので，前小節に述べた G, H に相當する點，即ち砂漣の消滅する點を見出すことが出來なかつたのは遺憾である。

(ろ) C 種試驗用砂

(i) 勾配 1/300 (表-18 C 種-1/300)

表-18. C 種—1/300

觀測番號	水深 H(cm)	堰水頭 h(cm)	流量 Q(cm³/sec)	斷面積 A(cm²)	平均流速 V(cm/sec)	表面流速 W(cm/sec)	潤邊 S(cm)	徑深 R(cm)	流速係數 C	等值粗度係數 N_e	備考
1	1.71	1.76	4 400	171	25.7	32.8	103.42	1.65	54.41	0.0184	移動開始 $H=2.5$ cm
2	3.42	3.92	14 100	342	41.2	52.6	106.84	3.20	56.11	0.0178	
3	4.25	5.00	20 600	425	48.5	58.8	108.50	3.92	57.87	0.0173	
4	4.87	5.80	25 600	487	52.6	—	109.74	4.44	54.67	0.0183	
5	6.37	6.92 (6.42)	36 500 (29 600)	637	56.9	66.7	112.74	5.65	55.82	0.0179	
6	7.87	9.50	53 000	787	62.4	76.9	115.74	6.80	51.39	0.0195	

(ii) 勾配 1/600 (表-19)

表-19. C 種—1/600

観測番號	水深 H(cm)	堰水頭 h(cm)	流量 Q(cm³/sec)	斷面積 A(cm²)	平均流速 V(cm/sec)	表面流速 W(cm/sec)	潤邊 S(cm)	徑深 R(cm)	流速係數 C	等値粗度係數 N_e	備考
1	2.58	2.10	5 500	258	21.3	28.8	105.06	2.46	61.68	0.0162	
2	4.12	3.74	13 100	412	31.8	40.7	108.24	3.81	68.79	0.0145	
3	5.11	4.80	19 300	511	37.8	50.0	110.22	4.64	71.70	0.0139	
4	5.89	5.80	25 500	589	43.2	54.6	111.78	5.27	75.27	0.0133	移動開始 $H=5.7$ cm
5	7.14	6.76	31 800	714	44.5	55.9	114.28	6.25	69.20	0.0145	
6	8.19	7.80	39 400	819	48.1	60.6	116.38	7.04	69.09	0.0145	
7	9.09	8.72	46 500	909	51.2	63.3	118.18	7.69	77.19	0.0130	
8	10.09	9.65	54 200	1 009	56.2	67.2	120.18	8.40	71.76	0.0140	
9	11.59	11.20	67 800	1 159	58.5	73.2	123.18	9.41	68.21	0.0147	
10	13.09	12.65	81 300	1 309	62.1	77.0	126.18	10.38	69.93	0.0143	

(iii) 勾配 1/800 (表-20)

表-20. C 種—1/800

観測番號	水深 H(cm)	堰水頭 h(cm)	流量 Q(cm³/sec)	斷面積 A(cm²)	平均流速 V(cm/sec)	表面流速 W(cm/sec)	潤邊 S(cm)	徑深 R(cm)	流速係數 C	等値粗度係數 N_e	備考
1	1.91	1.40	3 300	191	17.3	23.5	103.82	1.84	70.11	0.0143	
2	2.99	2.35	6 500	299	27.7	35.7	105.98	2.82	79.68	0.0126	
3	4.44	3.70	12 800	444	28.8	38.7	108.88	4.08	68.65	0.0146	
4	5.54	4.84	19 600	554	35.4	43.5	111.08	4.99	73.78	0.0136	
5	6.54	5.80	25 500	654	39.0	49.3	113.08	5.78	73.70	0.0136	
6	7.54	6.73	31 800	754	42.1	55.4	115.08	6.55	73.19	0.0137	移動開始 $H=7.0$ cm
7	8.59	7.75	39 100	859	45.5	56.0	117.18	7.33	72.78	0.0137	
8	9.59	8.68	46 200	959	48.2	59.5	119.18	8.05	73.03	0.0137	

(iv) 勾配 1/1 000 (表-21)

表-21. C 種—1/1 000

観測番號	水深 H(cm)	堰水頭 h(cm)	流量 Q(cm³/sec)	斷面積 A(cm²)	平均流速 V(cm/sec)	表面流速 W(cm/sec)	潤邊 S(cm)	徑深 R(cm)	流速係數 C	等値粗度係數 N_e	備考
1	1.84	1.23	2 900	184	16.1	18.2	103.68	1.77	74.97	0.0133	
2	3.87	2.90	8 700	387	22.4	32.1	107.74	3.59	65.09	0.0154	
3	5.27	4.11	15 300	527	29.1	36.2	110.54	4.77	69.97	0.0149	
4	6.67	5.45	23 300	667	35.0	45.1	113.34	5.88	73.20	0.0137	
5	8.22	6.70	31 500	822	38.3	48.5	116.44	7.06	70.91	0.0141	
6	9.33	7.68	38 100	933	40.9	51.3	118.16	7.86	70.49	0.0142	移動開始 $H=9.9$ cm
7	10.47	8.71	46 400	1 047	44.3	55.0	120.94	8.66	71.58	0.0140	
8	12.07	10.19	58 900	1 207	48.8	59.5	124.14	9.72	73.01	0.0137	
9	13.37	11.24	68 100	1 337	50.9	63.7	126.74	10.55	72.10	0.0139	
10	14.67	12.10	76 000	1 467	51.8	63.8	129.34	11.34	69.92	0.0143	
11	15.87	13.30	87 600	1 587	55.2	66.7	131.74	12.05	71.56	0.0140	

(v) 勾配 1/2 000 (表-22)

表-22. C 種—1/2 000

観測番號	水深 H(cm)	堰水頭 h(cm)	流量 Q(cm³/sec)	斷面積 A(cm²)	平均流速 V(cm/sec)	表面流速 W(cm/sec)	潤邊 S(cm)	徑深 R(cm)	流速係數 C	等値粗度係數 N_e	備考
1	1.99	1.12	2 800	199	14.05	16.5	103.98	1.92	87.64	0.0114	
2	4.14	2.56	7 300	414	17.6	24.4	108.28	3.82	69.42	0.0144	
3	6.17	4.10	13 200	617	24.7	32.1	112.34	5.50	76.94	0.0130	
4	8.56	5.73	23 100	856	27.0	36.2	117.12	7.30	69.13	0.0145	
5	10.38	6.97	33 400	1 038	32.2	39.7	120.76	8.60	73.91	0.0135	
6	12.64	8.62	45 700	1 264	36.2	44.3	125.28	10.09	74.70	0.0134	
7	14.51	9.70	54 700	1 451	37.7	46.3	129.02	11.24	72.40	0.0138	
8	16.44	11.41	69 700	1 644	42.4	48.5	132.88	12.37	76.38	0.0131	
9	18.24	12.80	82 800	1 824	45.4	50.8	136.48	13.37	77.65	0.0129	移動開始 $H=20.0$ cm

試驗の範圍は僅かであるが，以上試みた3種類の試驗用砂に就ての結果から見ると河床砂礫の移動狀況は明らかに混合砂礫の大きさ，混合割合に關係することが窺はれる。從つて流速公式の中の粗度係數は同樣河床構成砂礫の狀態に依つても變化するものであり，同一河床材料で同一勾配の場合にも其の凹凸が勿論之は水深に依つて影響されるところは異るが，粗度係數を支配する1因であることを知る。此の影響は特に可動河床模型實驗の場合には十分に考慮する要がある。類似の水深，勾配を持つ河川に於ても河床砂礫の大きさ，其の混合狀態に依つて河床の移動狀態並びに流況に違ひのあることを示すものであり，更に之は模型と實際との間に相似性を與へる場合に考へねばならぬ事項である。

〔2.4〕 限界掃流力

〔2.4.1〕 掃流力の法則

最初に河床と水流との間の摩擦抵抗を勾配と河床の單位面積上の水の重量との積で表はしたのは E. du Buat であつて，P. du Boys は Rhone 河に於ける觀測から之を一般化した。之は掃流力（Schleppkraft）に關し，吾々が現在考へてゐるところの基礎概念をなすものであり，此の最初の目的を意識した之等の基本原理の新しい方向への發展は明らかに du Boys の功績である。du Boys は水流の河床に働く力を‘‘force dèntraimnent’’と名付けた。F. Kreuter は之を‘‘Schleppkraft’と獨譯したのである。

今水路の單位長に就て考へる。水面勾配を I，濕潤邊長を p，水路斷面積を A，流水の單位重量を γ，河床と水流との摩擦抵抗を k_0 とすると，du Buat に依れば

$$k_0=A\cdot\gamma\cdot I$$

此處に水路の平均深 H を $H=\dfrac{A}{p}$ とすれば

$$k_0=p\cdot H\cdot\gamma\cdot I$$

河床橫斷面單位長當りに就て見ると

$$\frac{k_0}{p}=S=\gamma\cdot H\cdot I \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(48)$$

夫れ故水深に比し幅員の極めて擴い場合に就いて考へれば

6) $S=$掃流力（gr/cm²）

$\quad=1\,000\,HI$

となる。

一般に水深に比し幅員の極めて擴い場合には各流線は互に影響することなく同じ運動をすると考へられるが，試驗水路の如く幅員の狹いものにあつては，斷面の綜合的掃流力が考へられねばならぬのであり，此の場合一般に河床の抵抗は

$$K=\frac{1}{\alpha}\gamma\cdot H\cdot I \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(49)$$

で示される。普通 α は1より大きな常數であつて，之が河床砂礫を移動せしめるところの力に相當するものであり，此の K に相當する値を流砂力（Sohlenangriff）と稱し，之は河床の單位面積に作用する掃流力の一部をなすものである。A. Schoklitsch に依れば水深が水面幅の 1/30 以下の場合には α は1に近いと云はれてゐる。

A. Schoklitsch は流水の重量の水面勾配に平行の分力は之と反對の方向をとる濕潤面の抵抗に等しく，此の濕潤面の抵抗は大體に於て流速の自乘に比例すると云ふことから（49）式に於て矩形水路では $\dfrac{1}{\alpha}=\dfrac{1}{1+\dfrac{2H}{B}\dfrac{c_1^2}{c_2^2}}$，梯形水路では $\dfrac{1}{\alpha}=\dfrac{1+\dfrac{H}{B}n}{1+\dfrac{2H}{B}\dfrac{c_1^2}{c_2^2}\sqrt{1+n^2}}$ であるとして此の數値を求めた。茲に B は水面幅で，c_1 は河床，c_2 は側壁の粗度に依る流速係數である。n は法勾配とする。

矩形水路 $\frac{1}{a}=\frac{1}{1+\frac{2H}{B}\cdot\frac{c_1^2}{c_2^2}}$

B	1 H	2 H	3 H	4 H	5 H	10 H	20 H	30 H
$\frac{c_1}{c_2}=0.5$	0.667	0.800	0.859	0.839	0.910	0.952	0.975	0.985
$\frac{c_1}{c_2}=1.0$	0.333	0.500	0.600	0.667	0.715	0.835	0.910	0.940
$\frac{c_1}{c_2}=1.5$	0.182	0.308	0.400	0.472	0.526	0.690	0.816	0.900

梯形水路 $\frac{1}{a}=\frac{1+\frac{H}{B}\cdot n}{1+\frac{2H}{B}\cdot\frac{c_1^2}{c_2^2}\sqrt{1+n^2}}$

B	1 H	2 H	3 H	4 H	5 H	10 H	20 H	30 H
$\frac{c_1}{c_2}=0.5$	1.170	1.109	1.079	1.062	1.050	1.027	1.014	1.010
$\frac{c_1}{c_2}=1.0$	0.522	0.621	0.686	0.723	0.772	0.852	0.920	0.944
$\frac{c_1}{c_2}=1.5$	0.272	0.358	0.428	0.482	0.530	0.673	0.796	0.854

H. Krey, H. Engels は同様に試驗の結果實際河床に作用する力は掃流力の法則と多少異ることを認めてゐる。併し Kreuter も云ふ樣に du Boys に依り發展した砂礫移動の理論は數多くの自然及び人工の水路での觀測の結果を滿足せしめるものであつて，移動河床に於ける河周工事に對し貴重な1つの立脚點を與へたものと考へられる。du Boys は非常に河幅の廣い河川を假想してゐるのであつて，此の點不明瞭には考へてゐない。

〔2.4.2〕 限界掃流力

河床砂礫の移動を始めた場合の掃流力を限界掃流力と云ふ。著者の實驗に就て掃流限界點を示すと別表測定値表の備考欄にあげた通りである。

du Buat が夫々の砂礫粒に關しては河床が平衡狀態になると云ふ流速のあることを認めて以來，之等の流速に就て理論的に又は實驗的に求めやうと數多くの努力が試みられて來た。各種の河床材料に對し實用的に限界流速を du Buat が求めたのは1816年のことであつて，之を示すと表-23 の通りである。

表-23.

河床流速 v_s (cm/sec)	陶土	粗砂	Seine 河砂礫 茴香種子大のもの	Seine 河砂礫 豆粒大のもの	Seine 河砂礫 蠶豆大のもの	徑 2.7cm 以上の海岸砂礫	鷄卵大の角のある硅石
	自重 (gr/cm³)						
	2.64	3.36	2.545	2.545	2.545	2.614	2.250
120	移動	移動	移動	移動	移動	移動	移動
75	〃	〃	〃	〃	〃	〃	平衡
65	〃	〃	〃	〃	〃	平衡	靜止
47	〃	〃	〃	〃	〃	靜止	〃
32.5	〃	〃	〃	〃	平衡	〃	〃
21.6	〃	平衡	〃	〃	靜止	〃	〃
18.9	〃	靜止	〃	平衡	〃	〃	〃
15.6	細砂浮游	〃	〃	靜止	〃	〃	〃
10.8	〃	〃	平衡	〃	〃	〃	〃
8.1	平衡	〃	靜止	〃	〃	〃	〃

限界流速に關しては主なものとしても，古くは Kutter, Sternberg, Grebenau, Lesleè, Hochenbürger, Law, Airy, Thiery, Ney 等から Schoklitsch, Gilbert, Kurtzmann 等20に達する公式があり，限界流速の觀測例も du Buat を初めとし Sainjon, Suchier, Lapparent 等數多くの報告があるのであるが，之等の實驗は記述に當つて其の流況例へば勾配，水深，如何にして流速を測定したか等に就き不明瞭なものが多く，又河床材料の説明が不充分であつて，一般的なものとしては考へられぬものが多く，公式も實用に當つては役立たぬものが多い。

一般に自然河川の河床は單一粒徑の砂礫からなることは極めて稀であり，各

種の粒徑を持つものの混合體であるから，普通先づ細粒は僅かな流速に依つても移動を始め，流速の増大に從つて漸次大粒迄移動する樣になるものであり，各粒徑のものゝ混合の割合に依つて又最大移動砂礫の粒徑は異るものであるから，之が又當然河床の抵抗を表はす場合に這入つて來なければならない。河床は極めて複雜してゐるものであるから，此の砂礫の移動の段階と云ふものは明瞭に指摘することはなかなか困難である。

砂礫の平衡狀態を定めるのに du Boys の法則を最初に用ひたのは F. Kreuter である。Kreuter は限界掃流力は砂礫集中に於ける砂の多少，砂礫粒の形狀又は其の比重に依つて異ることを指摘して居り，又砂礫の動き始める時の掃流力は沈澱する場合の夫れより 30% 位大きいことを認めてゐる。

Schoklitsch は一方限界掃流力は砂礫の自重或は形狀に依り變化すると共に他方河床の狀態が之に影響を及ぼすことを認め，先づ河床の狀態を明瞭ならしめるために同一大きさ及び同一形狀の砂礫粒からなる河床を作つて實驗を試み，次で鋪石した河床上の砂礫粒の限界掃流力を測定した。更に異形の砂礫粒を試驗水路に敷詰め其の上に考ふる砂礫を敷いて試驗を行つたのである。此の實驗に用ひた試驗水路は幅 9.7 cm の木製水路であつて，水深は 3～8 cm の間に變化してゐる。第1實驗に用ひた測定材料は磁器片，石英砂，鑛石粉及び粘板岩片の4種類であつて，10種類の實測値から求めた限界掃流力 S_0 (gr/cm^2) は次の通りである。

$$S_0=\sqrt{0.00385(\gamma_1-\gamma)\gamma_1\lambda V} \quad \cdots\cdots(50)$$

茲に γ_1 は材料の自重，V は粒子體積で，單位は gr, cm である。λ は粒子の形狀に依る係數で，磁器片（球）を 1.00 とすると，石英砂（自然砂）では 1.26，鑛石粉（角のあるもの）では 3.11，粘板岩砂（薄い片）では 4.38 となつてゐた。第2實驗の結果に依ると若し河床が規則正しく鋪石されてゐると限界掃流力は弛緩してゐる場合に比し約半減してゐた。第3實驗では水路敷に

2 cm 高に 0.04 cm^3 の磁器球を滿たし，其の上にセメント球（4種類）及び硝子球（2種類）を敷いて試驗を行つたのであるが此の結果を式で表はすと次の通りとなつた。

$$\frac{S_0'}{S_0}=1+\sqrt[4]{10.5\left(\frac{V}{V_s}-1\right)} \quad \cdots\cdots(51)$$

茲に S_0＝測定砂礫粒に對する觀測限界掃流力，S_0'＝一樣に V_s を用ひたと假定した場合の計算に依る限界掃流力

V＝觀測砂礫粒の體積，V_s＝河床に於ける砂礫粒の體積，此の場合では 0.04 cm^3 である。

今體積 V (cm^3)，比重 γ_1，形狀係數 λ の砂礫に對する限界掃流力を S_0 (gr/cm^2) とすると，之が體積 V_s (cm^3) の粒子からなる河床上に在つて靜止の狀態にあるときには (50) 及び (51) 兩式から

$$S_0=\frac{\sqrt{0.00385(\gamma_1-\gamma)\gamma_1\lambda V_s}}{1+\sqrt[4]{10.5\left(\frac{V}{V_s}-1\right)}} \quad \cdots\cdots(52)$$

大體に於て自然河川に於ても此の傾向は認められてゐる。

Krey は上述の實驗と異り，各種粒徑の混合砂礫に就て限界掃流力を測定した。此の實驗は幅員 2 m の水路で行はれ，砂礫の移動開始水深として 10 cm 迄測定されたのである。此の混合砂礫は自然河川に於けるもの程不規則ではないが，實際との關係をより良く示してゐると云はれてゐる。此の場合砂礫の移動の測定は困難であり，Krey は Schoklitsch と異つて，砂礫粒の最初の動きではなく，盛んに移動を始めたときを測定したのである。之を式で示すと次の通りである。

$$S_0(0.045\sim0.07)\frac{\gamma_1-\gamma}{\gamma}\cdot d \quad \cdots\cdots(53)$$

此の Krey の公式は Eisner の實驗の結果と良く一致してゐる。Eisner は活潑な移動開始の場合の掃流力を限界掃流力と考へたのであつて，1個の粒子

に就てではなく，河床上を浮動する粒子に就ての測定を行つたのである。此の觀測の結果を式で表はすと次の通りである。

$$S_0=\varphi\left(\mathfrak{R},\ \mathfrak{R}_{\mathrm{Korn}}\frac{a}{t},\ \frac{a}{d}\right)\cdot\frac{\gamma_1-\gamma}{\gamma}\cdot d \quad\cdots\cdots(54)$$

玆に $\mathfrak{R}$ は全水路の Reynolds 常數で，$\mathfrak{R}_{\mathrm{Korn}}$ は粒子に特有な Reynolds 常數 $\frac{\varepsilon\cdot v_m\cdot d}{\nu}$ であり，εv_m は粒子が活潑な移動を始めた場合に之を支持して行くところの層の亂されぬ流速である。a は河床から此の層迄の厚さであり，t は水路の水深である。φ は dimension のない係數である。

Schaffernak は流砂量を求める場合に各種砂礫の混合狀態に依つて流下狀況の異ることを認め，砂礫混合比の異る材料を用ひて實驗を行ひ，之等の資料から流砂量を求める公式を誘導した。此の場合 Schaffernak は河床の流速は粗度の影響を著しく受けるものであり，粗度の如何に依り同じ水面勾配，水深の場合にも河床の流速は異るから，同一掃流力に對し同一砂礫の移動を見る理に行かぬと考へ，流砂量を底流速の函數として求めたのである。中山秀三郎博士は之と同樣ではあるが全く別途に實驗の結果流砂量は流速の函數で表はし得られることを認めて居られる。

上述の結果に多少の違のあるのは掃流限界の取扱ひに差異があるのであつて，之には別に不思議はない。一般に河床に作用する流水の力は多くの實驗もそうであり，又後述するが著者の實驗でも認められる樣に，du Boys の與へた基本法則は充分信頼することが出來る。唯其の砂礫の移動開始を見る限界點は砂礫の粒徑，形，比重又は混合狀態に依り異ると云ふのみであつて，既に述べた樣に Strickler は Gaukler の平均流速公式 $v=\lambda R^{2/3}I^{1/2}$ の λ，之は大體に於て Kutter の平均流速公式中の粗度係數 n の逆數と認められてゐるものであるが，此の λ を $\lambda=\frac{21.1}{\sqrt[6]{d}}$，玆に d は河床砂礫粒徑，と單に粒徑或は河床の凹凸を示すものに過ぎぬと云ふてゐる程であり，砂礫の移動狀況を表は

すのに事實測定の困難な河床流速を用ひる必要は認められない。

斯く考へると河床の抵抗は砂礫の性質に從つて定つたものであり，砂礫移動の限界點は之に依つて表示せられるに違ひない。

H. Kramer は限界掃流力は砂礫の大いさ以外に砂礫の空隙比，即ち其の混合してゐる狀態にも關聯を持つものと考へ，試驗用砂を篩分け，其の混合狀態を確めてから實驗を行つた。此の結果から限界掃流力 S_0 (gr/cm²) を次の如く表はしたのである。

$$S_0=\frac{100}{60}\,\frac{d_m(\gamma_1-\gamma)}{M}\quad\cdots\cdots(55)$$

玆に d_m(mm) は平均粒徑，M は混合比，γ_1 は砂礫の比重，γ は水の比重である。M は圖-1 に示す $\frac{A}{B}=\frac{\sum_{p=0\%}^{p=50\%}d\Delta p}{\sum_{p=50\%}^{p=100\%}d\Delta p}$ に相當するもので砂礫の混合狀態を示してゐる。之に依れば限界掃流力は砂礫の水中に於ける單位重量及び平均粒徑に比例し，混合比に逆比例するものであると云ふことになる。Kramer は此の公式は其の構造上，餘り不規則でない篩分け曲線を持ち，粒徑 5 mm 以下であり，限界掃流力 80 gr/cm² 以下の場合に石英砂に對し良く適要出來る旨を述べてゐる。

E. Indri は實驗の結果から更に Gilbert 其の他の實測値を參照し，限界掃流力は平均粒徑と混合比に關係するが，之は直線的に變化するものでなく，常數は平均粒徑 $d_m=1$ mm で異ることを指摘して，次の關係式を擧げてゐる。

$$\left.\begin{aligned}S_0&=13.3\,d_m\frac{\gamma_1-\gamma}{M}+12.16 \qquad d_m<1\ \mathrm{mm}\\ S_0&=54.85\,d_m\frac{\gamma_1-\gamma}{M}-78.48 \qquad d_m>1\ \mathrm{mm}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(56)$$

玆に記號は Kramer 公式の場合と同樣である。

Y. L. Chang は粒徑 0.11～12.1 mm の篩分けた均一砂を使用し 13 階級に

分けて粒度係數を求めたが，之に依れば Manning 公式の n は

$$n=0.0166\,dm^{1/6}$$

で表はすことが出來た。之は Strickler の $k=\frac{21.1}{\sqrt[6]{\rho}}$ と良く一致してゐる。

Chang は又 Victoria University, Manchester での實驗から限界掃流力 S_0 を求め，Kramer, Schaffernak, Schoklitsch, Krey, Engels, Gilbert, Indri の實驗結果を參照し，次の關係式を求めてゐる。

$$S_0=C\left(\frac{\gamma_1-\gamma}{\gamma}\cdot dm\cdot O^{1/3}\right)^{\beta}\cdots\cdots(57)$$

玆に O は最大及び最小砂粒徑の比で，C は常數，β は 1/2～1 で亂流の程度に關係する値である。

Kramer の限界掃流力に關する研究は之等の問題に就ての最も新しい處理方法であり，複雜な河床の移動に關し最も困難な混合砂礫に就て假令資料が不充分であるとは云へ新しい見方を與へたものであると云ふことが出來る。種々の大いさの砂礫の移動に就ての限界掃流力の値が各種の實驗の結果に於て多少異るのは砂礫の移動開始が掃流力の函數のみではなく，掃流力と亂流との結合等にも關聯するものと考へられるものであつて，大體に於て河床の砂礫の狀態は其の個所に於ける流速を決定する1因をなして居り，之に依つて或る定められた河床抵抗の限界が見られるのであつて，從つて又平衡狀態を保つ河床の勾配も亦之から定められると云ふことが考へられる。

〔2.4.3〕 實驗水路に於ける掃流限界點の勾配と水深との關係

著者の實驗水路に於て求めた掃流限界に於ける勾配と水流との關係に就ては既に〔1. 4. 3〕で述べた通りである。表-7～22 に示した限界點に於ける水深 H_0 及び勾配 I_0 から圖-14 を描けば，各種試驗用砂共殆んど直線と見做して差支へない。此の實驗に於ては 1/2 000 より緩な勾配に於ては河床は移動を始める迄水位を高めることが出來なかつたので，之以下の緩勾配の場合は正確とは云ひ得ぬが，記錄の在る範圍卽ち，1/2 000 以上の勾配に於ては直線と見做して差支へないであらう。其處で之を直線とすれば $\gamma H_0 I_0$ は各材料に就ては一定と云ふことであり，此の材料に特有な數値を以て限界掃流力としても差支へない。實驗の結果から限界掃流力を求めると次の通りである。

A 種試驗用砂

$1/I_0$	600	1 000	2 000
H_0	0.011 m	0.020 m	0.045 m

$\therefore\ H_0I_0=0.0000\,2184$ $\quad\therefore\ S_0=\gamma H_0I_0=0.022\ \text{kg/m}^2$

但し $\gamma=1\,000$ kg とする。

B 種試驗用砂

$1/I_0$	300	400	600	800	1 000	2 000
H_0	0.020 m	0.028 m	0.044 m	0.059 m	0.071 m	0.153 m

$\therefore\ H_0I_0=0.0000\,7493$ $\quad\therefore\ S_0=\gamma H_0I_0=0.075\ \text{kg/m}^2$

C 種試驗用砂

$1/I_0$	300	600	800	1 000	2 000
H_0	0.025 m	0.057 m	0.070 m	0.099 m	0.200 m

$\therefore\ H_0I_0=0.0000\,9816$ $\quad\therefore\ S_0=\gamma H_0I_0=0.098\ \text{kg/m}^2$

試に Kramer の公式に依つて各種試驗用砂に對する限界掃流力を算出すれば，

A 種試驗用砂

$dm=0.2211$ mm $\quad M=0.6755$

$\gamma=$試驗用砂の比重$=2.7$ $\quad\gamma_0=$水の比重$=1.0$

$$\therefore\ S_0=\frac{100}{6}\,\frac{(\gamma-\gamma_0)}{M}\,dm=9.27\ \text{gr/m}^2$$

B 種試驗用砂

$dm=0.7002$ mm　　　$M=0.1830$

$$\therefore\quad S_0=\frac{100}{6}\,\frac{(\gamma-\gamma_0)}{M}dm=108.41\ \mathrm{gr/m^2}$$

C 種試験用砂

$dm=1.2205$ mm　　　$M=0.3560$

$$\therefore\quad S_0=\frac{100}{6}\,\frac{(\gamma-\gamma_0)}{M}dm=97.14\ \mathrm{gr/m^2}$$

實驗の結果は大體に於て Kramer の云ふところと一致してゐる。Kramer の考へ方は至當と思はれるが，唯砂礫の混合狀態を表はすのに多少不充分ではないか。著者は更に之を實際河川に就て檢討した。之に關しては次節に述べることにする。

〔2.5〕 河川の平衡勾配

〔2.5.1〕 Sternberg の法則

河床砂礫の流送に關し最初に之を理論的に考へたのは H. Sternberg である。Sternberg は一般に砂礫は流下するに從ひ互に衝突して破碎され，磨滅されて漸時小粒となるが，此の流下に依る砂礫の重量減少は摩擦抵抗に比例するものと考へたのである。水中に於ける砂礫の重量を P，流下距離 dx で dP だけ減少したものとし，此の場合の摩擦抵抗を φP とすれば，

$$-dP=c\varphi P\cdot dx$$

起點 $x=0$ に於ける砂礫粒の重量を P_0 とすれば，

$$P=P_0e^{-c\varphi x}\quad\cdots\cdots(58)$$

之を Sternberg の法則と云ふ。玆に c, φ は石質による常數である。

今 m_0 及び m を夫々 P_0 及び P の單位重量中の砂礫の數とすれば

$$\frac{P}{P_0}=\frac{m_0}{m}$$

$$\therefore\quad \frac{m_0}{m}=e^{-c\varphi x}\quad\cdots\cdots(59)$$

となる。

Sternberg は Rhein 河の Hüningen から Mannheim に至る間で砂礫の重量の減少を測定したが，其の結果は 表-24 の通りである。

表-24

測定地點	1 立方呎中の砂礫數	測定の地點に於ける流下最大石の重量 (kg)	各地點間距離 (m)	$c\varphi$ ($\mathrm{m^{-1}}$)
Weilan der Hüningen Brücke	600	5.870	28.410	0.0000 0743
Neuenberg	1 210	4.750	26.820	0.0000 0800
Breisach	1 540	2.900	35.490	0.0000 0722
Kappen-Rheinan	7 500	2.250	48.390	0.0000 0825
Freistett	1 900	1.150	40.500	0.0000 0983
An-Lantenberg	4 821	1.000	81.310	0.0000 2010
Mannheim	5 876	0.100		

Sternberg は此の測定の場合に石質に就ては考へなかつたのであるが，此の $c\varphi$ は石質に依つて特定の値のある常數であつて，其の後の各種の測定値は之を確めて居り，大體に於て Sternberg の觀測と一致してゐる。普通石灰石で $0.01\ \mathrm{km^{-1}}$，花崗岩で $0.005\sim0.003\ \mathrm{km^{-1}}$ 位のものであり，一般に硬軟混合のもので最も大きく，軟質之に次ぎ，一樣に硬質のものが最少である。

砂礫は斯くの如く流下するに從つて粒徑を減じて來る。P. du Boys に從へば流水の掃流力 $S=\gamma HI$ は河床が徑 d なる砂礫からなるとすると，nd なる厚さの砂層の摩擦抵抗と平衡すると云ふことから，掃流力は砂礫粒徑に比例することが考へられる。夫れ故に若し砂礫粒徑が流下に從つて減少すると同樣に掃流力が減少するとすれば，即ち勾配が緩になるに應じて水深は增加するも，其の相乘積の値が粒徑の減少に比例して減ずる時には河床には洗掘も堆積も見ないことになる。此の勾配を平衡勾配と云ふ。

表-25. 富士川筋河床砂礫篩分結果百分率

採集月日	場所	採集量(kg)	最大径(cm)	各節通過量百分率(mm) 1.2	2.5	5.0	10.0	15.0	25.0	30.0	40.0	50.0	60.0	80.0	100.0
昭和 12-8-15	0/0	718.5	14.8	12.4	18.0	21.5	28.1	32.5	40.4	43.7	49.5	55.7	62.8	70.4	77.5
〃 15	0/32	612.6	14.8	19.0	23.1	25.5	30.1	34.0	40.9	44.3	52.0	59.6	66.5	77.9	86.8
〃 15	1/16	551.9	15.7	13.0	16.2	19.6	27.6	34.2	44.7	48.5	55.3	60.9	66.3	74.3	81.6
〃 15	2/24	570.0	17.7	6.1	12.0	16.4	26.3	33.9	47.8	53.1	61.6	68.4	76.1	84.0	91.6
〃 15	3/25	575.5	16.5	12.4	22.1	25.7	32.1	36.4	43.4	46.4	52.7	57.7	63.6	71.8	80.6
〃 19	6/0	497.9	17.3	9.6	16.1	22.4	35.0	42.8	54.2	58.5	66.2	72.1	76.9	82.4	87.9
〃 18	7/8	469.7	15.7	17.2	23.1	26.4	33.0	37.5	45.7	49.2	56.4	63.5	68.5	79.4	87.5
〃 19	8/0	492.7	16.2	16.5	26.2	31.0	38.8	44.0	51.0	54.6	60.8	65.7	70.1	76.9	81.1
〃 18	10/26	513.9	20.9	12.9	26.9	33.6	42.5	46.8	52.6	55.1	59.3	63.1	65.6	71.4	76.8
〃 18	11/31	471.3	13.3	42.2	48.4	50.6	55.4	58.9	64.8	67.2	71.0	74.3	78.3	83.4	86.3
〃 17	12/17	504.9	13.3	12.2	19.1	24.4	34.5	41.0	51.4	57.8	66.8	74.4	81.1	87.6	91.8
〃 17	13/0	421.4	17.0	7.2	13.0	19.0	31.2	39.5	51.3	55.2	60.6	64.7	68.1	72.6	76.7
〃 17	14/0	459.1	10.5	17.4	30.1	40.7	59.2	69.4	79.9	83.2	87.2	90.0	91.6	95.2	97.6
〃 17	14/24	374.3	17.4	17.4	26.4	31.9	39.8	44.1	50.4	53.0	58.2	61.5	65.5	70.1	76.3

表-26. 釜無川筋河床砂礫篩分結果百分率

採集月日	場所	採集量(kg)	最大径(cm)	各節通過量百分率(mm) 1.19	4.76	9.50	25.40	50.80	75.00
昭和 11-11-20	16/0	530.9	8.4	20.3	36.4	44.2	65.9	80.8	98.2
〃 7-30	17/0	522.0	11.0	18.4	33.0	41.2	65.9	84.7	97.3
〃 11-20	18/0	493.7	13.1	17.7	30.6	37.0	59.5	76.6	88.4
〃 9-20	19/0	611.0	16.4	16.1	25.7	53.5	51.2	69.7	80.6
〃 9-20	20/0	429.9	18.2	6.8	16.9	22.9	40.5	58.7	71.1

表-27. 笛吹川筋河床砂礫篩分結果百分率

採集月日	場所	採集量(kg)	最大径(cm)	各節通過量百分率(mm) 0.3	0.6	1.2	2.5	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	40.0	50.0	60.0	80.0	100.0
昭和 12-10-19	0/1	42.8	—	74.4	94.1	98.6	99.6	99.7	99.8	99.9	—	—	—	—	—	—	—	—
〃 10-19	0/27	41.7	—	7.2	40.0	83.6	93.6	96.3	98.2	99.0	99.6	—	—	—	—	—	—	—
〃 10-19	2/0	59.7	—	38.4	82.8	92.3	97.7	98.2	98.7	99.2	99.5	99.7	—	—	—	—	—	—
〃 10-20	2/18	47.2	—	44.9	92.8	99.0	99.8	99.9	99.9	99.9	—	—	—	—	—	—	—	—
〃 10-20	2/27	55.3	—	31.4	69.7	78.5	91.7	94.9	97.3	98.5	99.2	99.5	99.9	—	—	—	—	—
〃 10-20	3/1	73.3	—	16.9	66.3	74.4	88.4	92.9	96.4	97.8	98.6	99.2	99.6	—	—	—	—	—
〃 11-11	3/20	30.0	—	17.4	42.1	58.6	67.4	71.6	78.6	83.3	87.8	91.3	95.0	99.3	—	—	—	—
〃 10-20	4/3	80.4	—	9.7	23.7	28.2	35.8	39.4	45.8	51.6	56.7	62.0	66.2	74.2	82.0	89.6	94.5	—
〃 11-11	4/18	55.0	11.8	4.0	13.3	30.5	38.1	40.8	45.3	48.4	50.2	52.9	56.6	62.3	67.9	72.5	82.6	90.5
〃 10-20	4/30	78.6	12.1	2.0	5.8	11.3	16.5	18.6	23.4	27.2	30.5	32.9	36.3	43.5	49.3	56.6	72.5	84.9
〃 10-21	5/33	118.4	17.2	1.4	5.3	10.8	14.5	16.7	21.0	24.4	27.5	30.2	33.3	38.8	44.6	49.5	59.1	65.6

表-28. 鬼怒川筋河床砂礫篩分百分率

番號	採集年月日	場所 (丁杭)	採集量 (kg)	最大徑 (cm)	各篩通過百分率 (mm) 0.075	0.15	0.3	0.6	1.2	2.5
鬼-1	昭和13-12-7	26/18	204.2	26.6	0.32	0.15	3.23	7.20	11.31	13.57
〃 2	〃	25/24	196.4	17.7	0.50	0.56	1.89	3.77	11.20	18.89
〃 3	〃 13-12-6	24/27	187.8	28.6	0.27	1.06	2.82	5.59	11.49	15.15
〃 4	〃	23/24	200.8	27.4	0.29	1.02	2.90	5.95	11.48	15.60
〃 5	〃 13-12-5	22/18	199.9	16.9	0.26	0.91	2.97	7.53	16.68	21.09
〃 6	〃	21/0	179.0	26.0	0.22	0.76	2.51	6.12	13.56	16.18
〃 7	〃 13-12-4	20/9	140.8	13.0	0.11	0.67	3.11	14.47	48.49	54.40
〃 8	〃	19/0	133.7	14.0	0.46	0.67	2.38	8.41	19.31	22.50
〃 9	〃	18/0	165.3	17.4	0.29	1.14	3.50	8.51	18.97	23.81
〃 10	〃 13-12-3	16/27	164.5	13.3	0.60	1.87	8.49	12.62	21.09	25.81
〃 11	〃	15/18	143.0	11.6	0.17	2.70	2.84	8.32	17.44	20.76
〃 12	〃	14/27	130.0	—	0.17	1.31	8.22	25.73	38.22	42.54
〃 13	〃 13-12-2	13/33	161.0	—	0.33	1.39	4.31	8.81	15.79	19.70
〃 14	〃	12/18	127.1	—	0.30	1.73	6.88	17.24	36.94	40.99
〃 15	〃 13-12-8	12/0	131.1	11.5	0.27	1.53	5.64	38.04	61.33	62.94
〃 16	〃	10/27	125.1	—	0.18	0.93	4.99	29.02	51.52	60.31
〃 17	〃	9/27	125.9	—	0.06	0.50	3.44	33.95	71.44	77.72
〃 18	〃 13-12-9	8/21	69.3	—	0.75	4.83	27.26	96.24	99.88	99.98
〃 19	〃	7/30	108.5	—	0.23	2.34	14.46	74.55	99.71	99.96
〃 20	〃 13-12-10	6/18	85.3	—	0.12	3.04	16.15	67.80	97.78	99.07
〃 21	〃	5/24	86.6	—	0.17	2.04	9.34	68.68	99.28	99.87
〃 22	〃	4/12	112.9	—	0.18	1.87	16.39	57.66	92.02	97.61
〃 23	〃 13-12-11	2/24	101.2	—	0.17	1.02	12.82	76.21	98.38	99.48
〃 24	〃	1/18	121.5	—	0.12	1.17	9.60	67.61	99.55	99.88

番號	5	7	10	15	20	25	30	40	50	60	80	100
鬼-1	15.72	17.69	20.18	23.68	27.13	30.04	32.92	38.74	43.25	46.97	53.09	55.98
〃 2	23.73	27.71	32.95	40.79	47.92	54.08	59.43	68.85	75.21	80.45	86.86	91.49
〃 3	17.64	19.70	22.03	25.58	29.00	31.98	35.27	40.58	46.07	50.43	57.03	63.41
〃 4	19.31	22.57	26.30	31.23	35.53	38.56	41.94	47.23	51.28	54.46	60.05	65.34
〃 5	23.98	26.57	29.62	34.04	38.15	41.60	45.27	51.47	57.22	62.62	62.36	78.31
〃 6	18.33	20.04	22.30	25.82	29.78	33.18	37.14	43.23	49.60	56.97	65.52	73.84
〃 7	56.33	57.49	58.68	60.53	62.26	63.75	66.19	71.36	76.35	80.73	87.82	91.77
〃 8	24.78	26.96	29.89	36.53	46.68	56.46	64.07	76.92	84.23	88.50	94.91	96.70
〃 9	26.78	29.18	32.09	36.48	40.85	44.82	48.82	55.46	62.94	69.70	80.15	87.87
〃 10	28.86	31.64	35.82	41.35	47.12	52.71	57.24	66.84	74.86	79.77	87.85	95.63
〃 11	23.37	25.81	29.02	33.77	38.64	43.38	48.41	59.35	67.45	75.41	83.09	90.00
〃 12	46.06	49.78	55.07	63.33	70.28	75.23	79.71	86.48	91.35	95.34	98.34	99.99
〃 13	23.59	27.40	33.02	41.18	48.91	55.65	60.74	70.15	77.76	84.25	95.09	100.00
〃 14	43.60	46.29	50.08	46.47	58.48	64.13	69.92	80.67	90.63	98.86	99.52	99.99
〃 15	64.17	65.31	66.48	67.93	69.58	75.89	77.92	83.29	88.49	90.95	94.31	97.92
〃 16	66.54	70.71	73.34	75.39	77.02	78.71	80.18	83.84	88.30	93.38	98.61	100.01
〃 17	80.60	83.01	85.46	88.88	92.02	94.11	96.07	97.79	99.28	99.69	100.01	—
〃 18	99.99	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
〃 19	99.98	100.00	100.01	—	—	—	—	—	—	—	—	—
〃 20	99.37	99.55	99.69	99.88	99.94	100.01	—	—	—	—	—	—
〃 21	99.95	99.98	99.99	100.00	—	—	—	—	—	—	—	—
〃 22	99.76	99.26	99.59	99.88	99.98	100.00	100.01	—	—	—	—	—
〃 23	99.68	99.82	99.95	99.99	100.01	—	—	—	—	—	—	—
〃 24	99.96	99.98	100.00	—	—	—	—	—	—	—	—	—

物部博士は敍上の關係から Sternberg の法則に從ひ，幅員 B，流量 Q に變化のない短形斷面水路に對し

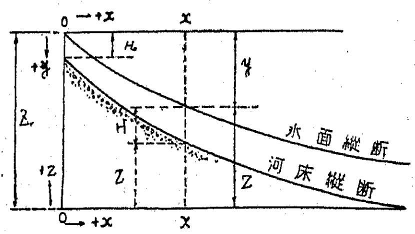
$$\frac{P}{P_0}=\left(\frac{HI}{H_0I_0}\right)^3=\left(\frac{I}{I_0}\right)^{3-\frac{3}{2+2m}}\doteqdot\left(\frac{I}{I_0}\right)^2$$

玆に m は流速公式の羃數で，流速係數 c を定數とすれば大略 0.7 位のものである。之から

$$I=I_0c^{-\frac{c\varphi}{2\cdot12}x}\doteqdot I_0e^{-\frac{c\varphi}{2}x}$$

なる關係を求め，$c\varphi$ が大體に於て一様な區間に對し，水面及び河床の平衡勾配を與へられてゐる。

圖-37.



$$z=z-H$$

$$\doteqdot z_0-\frac{2}{c\varphi}I_0\left(1-e^{-\frac{c\varphi}{2}x}\right)-H_0e^{\frac{c\vartheta}{6}x}\quad\cdots\cdots(60)$$

$$i=-\frac{dz}{dx}$$

$$\doteqdot I_0c^{-\frac{c\varphi}{2}x}+\frac{c\varphi}{6}H_0e^{\frac{c\varphi}{6}x}\quad\cdots\cdots(61)$$

玆に i は河床の平衡勾配である。

〔2.5.2〕 河床勾配と河床構成材料との關係

P. du Boys 以來流水の掃流力 S は γHI として表はされ，而も掃流限界點に於ける掃流力卽ち限界掃流力 S_0 と其の時の水深 H_0 及び勾配 I_0 との間には河床構成材料により或る一定の關係のあることは旣に述べた通りである。此の事實は著者の實驗水路に於ても認められた。著者は更に實際河川に於て此の關係が如何になつてゐるかを調査した。

著者は富士川（釜無川及笛吹川を含む）及び鬼怒川に於て流路に沿ひ，2～4 km 間隔に主流に沿ふて，河床深さ 1.0～0.5 m，幅及び長さ約 0.5 m に 400

～600 kg の砂礫を採取し，之を標準篩に依つて篩分けたところ表-25～表-28 に示す如き結果が得られた。富士川は昭和 10 年 9 月，鬼怒川は昭和 13 年 9 月に殆んど計畫洪水に相當する出水を見たのであつて，砂礫の採取は大體に於て其の際の洪水の主流の流路となつた地點を撰び，其の後の影響を除くために，河床面から約 10 cm は取り除き夫れから下で採取した。笛吹川筋及び鬼怒川筋に於ては水中より採取したところがあるが，此の場合は鋤簾で採取したのであつて，所定の深さ迄は取れず，材料も變化が尠いので，100 kg 程度に止めた。篩分は粒徑 3 cm 以上は全量を測つたが，夫れ以下は通過量を 8 等分し，任意の 2 區分卽ち全量の 1/4 を計量した。

資料を採取すると同時に採取地點に於ける富士川に於ては昭和 10 年 9 月，鬼怒川に於ては昭和 13 年 9 月の出水の水位を測量し，水深を求めると共に資料採取地點の上下流約 450 m の距離をとつて其の間の最底河床高の差を求め，之を距離で除して河床勾配を決定した。上記の出水は現在の河道を形造つてゐる主因を爲してゐるものであり，此の水深は現在の河床構成に最も强い力を及してゐるものと考へられる。此の結果を表示すれば表-29～表-32 の通りである。表-33 には實驗の結果を示す。

表-25～表-28 に示す d_m は平均粒徑を表はすもので，圖-38 に於て

$$d_m=\sum_{p=0}^{p=100\%}d\cdot\Delta p\Big/\sum_{p=0}^{p=100\%}\Delta p$$

として求めた値である。k は同じく圖-38 に於て曲線の左側の部分卽ち $\sum_{p=0}^{p=100\%}d\cdot\Delta p$ で示される面積 A_1 と右側の部分卽ち $\sum_{d=d_a}^{d=d_b}p\Delta d$ で示される面積 A_2 との比である。此の場合之を混和比と稱する。玆に d は砂礫粒徑で，p は或る粒徑の篩通過量百分率であつて，d_a は最小粒徑，d_b は最大粒徑とする。此の場合考へる川筋に於ける任意の地點の砂礫混合狀態と其の各地點相互間の變化の有様を知るために，各地點に於ける混和比を求める場合に d_b としては考ふる區間內で得られた最大粒徑を以て之に當てた。卽ち

表-29.

番號	河川名	場所丁杭	距離(km)	$k_{18.2}$	λ	dm (mm)	河床勾配 I	昭-10-9-25水深 H(m)	$I \cdot H$	$\lambda \cdot dm$
富-1	富士川	0/0	—	0.4024	0.747	51.98	0.00499	2.35	0.011731	38.83
〃 2	〃	0/32	3.5	0.3360	0.747	46.76	0.00360	3.80	0.013688	34.92
〃 3	〃	1/16	5.7	0.3656	0.672	48.26	0.00365	3.80	0.012035	32.43
〃 4	〃	2/24	10.5	0.2872	0.646	39.17	0.00428	5.40	0.023128	25.30
〃 5	〃	3/25	14.1	0.3864	0.724	50.51	0.00399	5.40	0.021557	36.57
〃 6	〃	6/0	23.2	0.2736	0.534	38.82	0.00473	1.95	0.009214	20.73
〃 7	〃	7/8	27.6	0.3142	0.705	43.24	0.00468	3.50	0.016391	30.50
〃 8	〃	8/0	30.5	0.3207	0.592	44.00	0.00336	3.10	0.010410	26.07
〃 9	〃	10/26	41.7	0.3782	0.567	52.81	0.00345	3.50	0.012075	29.97
〃 10	〃	11/31	45.7	0.2002	0.481	30.84	0.00461	1.55	0.007142	14.85
〃 11	〃	12/17	48.4	0.2304	0.639	33.69	0.00350	3.65	0.012775	21.45
〃 12	〃	13/0	50.1	0.3754	0.542	50.33	0.00400	3.70	0.014800	27.27
〃 13	〃	14/0	54.1	0.1041	0.401	16.82	0.00333	1.60	0.005333	6.74
〃 14	〃	14/24	57.6	0.3832	0.493	66.63	0.00286	5.45	0.015592	32.80

表-30.

番號	河川名	場所丁杭	距離(km)	$k_{18.2}$	λ	dm (mm)	河床勾配 I	昭-10-9-25水深 H(m)	$I \cdot H$	$\lambda \cdot dm$
釜-1	釜無川	11/0	62.9	0.1469	0.575	22.72	0.00175	7.00	0.012250	13.06
〃 2	〃	17/0	66.8	0.1469	0.577	23.02	0.00190	3.50	0.006650	13.29
〃 3	〃	18/0	70.6	0.2043	0.567	30.76	0.00386	3.00	0.011580	17.45
〃 4	〃	19/0	74.4	0.2902	0.577	40.90	0.00617	3.20	0.019744	23.60
〃 5	〃	20/0	78.4	0.4423	0.642	55.70	0.00629	3.00	0.018870	35.74

表-31.

番號	河川名	場所丁杭	距離(km)	$k_{18.2}$	λ	dm (mm)	河床勾配 I	昭-10-9-25水深 H(m)	$I \cdot H$	$\lambda \cdot dm$
笛-1	笛吹川	0/1	—	0.0031	0.350	0.296	0.00083	6.20	0.005146	0.1035
〃 2	〃	0/27	3.0	0.0066	0.185	1.255	0.00092	5.00	0.004600	0.2327
〃 3	〃	2/0	7.8	0.0045	0.182	0.660	0.00115	4.10	0.004715	0.1201
〃 4	〃	2/18	9.8	0.0028	0.136	0.532	0.00068	4.00	0.002720	0.0726
〃 5	〃	2/27	10.8	0.0076	0.250	1.321	0.00098	3.70	0.003626	0.3300
〃 6	〃	3/1	11.9	0.0094	0.190	1.914	0.00111	3.30	0.003663	0.3637
〃 7	〃	3/20	14.1	0.0682	0.412	4.487	0.00178	2.60	0.004628	1.851
〃 8	〃	4/3	16.1	0.1900	0.785	19.123	0.00195	2.80	0.005460	15.03
〃 9	〃	4/18	17.8	0.2834	0.678	34.689	0.00347	3.00	0.010410	23.52
〃 10	〃	4/30	19.1	0.4575	0.992	51.772	0.00637	2.70	0.017199	50.86
〃 11	〃	5/32	22.8	0.7150	0.849	69.554	0.01316	2.50	0.032900	59.02

表-32.

番號	河川名	場所丁杭	距離(km)	$k_{28.8}$	λ	dm (mm)	河床勾配 I	昭-13-9-1水深 H(m)	$I \cdot H$	$\lambda \cdot dm$
鬼-1	鬼怒川	26/18	—	0.7460	0.773	101.8	0.00459	3.38	0.01551	78.70
〃 2	〃	25/24	3.36	0.1423	0.543	35.7	0.00836	2.77	0.02316	19.39
〃 3	〃	24/27	6.97	0.4656	0.639	92.7	0.00829	1.97	0.01633	59.28
〃 4	〃	23/24	11.27	0.4062	0.645	82.7	0.00723	2.75	0.01988	53.34
〃 5	〃	22/18	15.90	0.2370	0.695	53.5	0.00112	2.86	0.00320	37.17
〃 6	〃	21/0	21.91	0.3428	0.603	72.9	0.00262	2.10	0.00550	43.92
〃 7	〃	20/9	24.69	0.1029	0.543	27.1	0.00382	3.27	0.01249	14.72
〃 8	〃	19/0	29.49	0.1073	0.645	27.9	0.00378	2.58	0.00975	17.99
〃 9	〃	18/0	33.32	0.1832	0.866	37.2	0.00301	2.41	0.00725	32.20
〃 10	〃	16/27	37.88	0.1279	0.680	32.3	0.00463	2.24	0.01037	21.97
〃 11	〃	15/18	42.53	0.1569	0.701	39.4	0.00227	2.75	0.00624	27.61
〃 12	〃	14/27	45.52	0.0594	0.629	13.9	0.00212	3.28	0.00695	8.74
〃 13	〃	13/33	48.28	0.1110	0.678	28.5	0.00320	3.37	0.01078	19.32
〃 14	〃	12/18	53.44	0.0706	0.724	19.1	0.00284	4.45	0.01264	13.83
〃 15	〃	12/0	55.33	0.0611	0.462	16.4	0.00176	4.63	0.00815	7.575
〃 16	〃	10/27	60.03	0.0494	0.330	14.1	0.00241	6.26	0.01509	4.65
〃 17	〃	9/27	64.07	0.0170	0.250	4.6	0.00049	6.63	0.00325	1.15
〃 18	〃	8/21	68.65	0.0014	0.786	0.41	0.00040	4.17	0.00167	0.322
〃 19	〃	7/30	71.58	0.0019	0.538	0.54	0.00057	2.81	0.00160	0.291
〃 20	〃	6/18	74.52	0.0022	1.105	0.46	0.00038	3.61	0.00137	0.509
〃 21	〃	5/24	77.79	0.0020	0.546	0.57	0.00084	2.93	0.00246	0.312
〃 22	〃	4/12	83.02	0.0028	0.575	0.68	0.00063	2.98	0.00188	0.391
〃 23	〃	2/24	89.88	0.0020	0.613	0.52	0.00026	2.97	0.00077	0.319
〃 24	〃	1/18	94.40	0.0020	0.493	0.59	0.00030	5.78	0.00173	0.291

表-33.

番號	試驗種別	$k_{2.5}$	λ	dm (mm)	S_0 (kg/m²)	$\lambda \cdot dm$
試-1	A 種	0.0958	1.055	0.22	0.022	0.2321
〃 2	B 種	0.3943	0.597	0.70	0.075	0.4179
〃 3	C 種	0.9889	0.930	1.22	0.098	1.1346

$$\frac{A_1}{A_2}=k_b$$

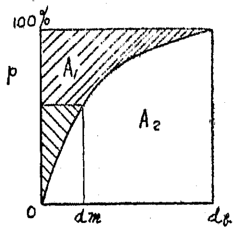
玆に A_2 は d を考ふる區間の上流端に於て得られた最大粒徑 d_b をとつたものである。此の場合 k に b と云ふ接尾字を附す。

λ は圖-38 に於て平均粒徑以上の重量百分率と夫れ以下の重量百分率との比を示すもので，之は砂礫混和曲線の形を表はすものと云ふことが出來る。

$$\lambda=\sum_{p=0\%}^{p=p_m\%} d\cdot\Delta p \Bigg/ \sum_{p=p_m\%}^{p=100\%} d\cdot\Delta p$$

玆に $p_m\%$ は平均粒徑に相當する重量百分率である。

圖-38. 篩分曲線



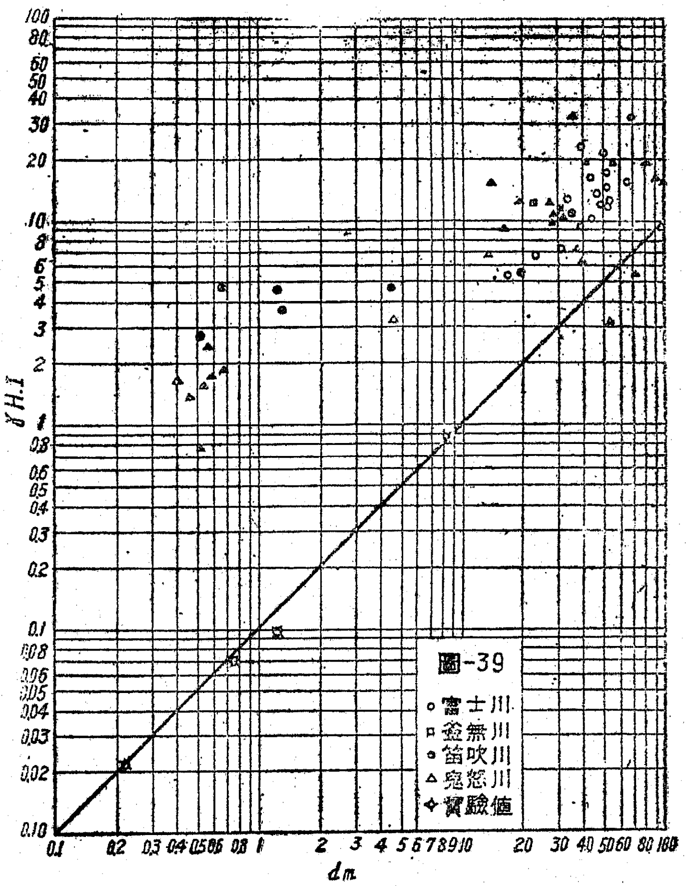
（1） γHI と d_m との關係

掃流力と平均粒徑との關係を見るために對數方眼紙に γHI を縱軸に，d_m を橫軸にとると圖-40 に示す通りである。之に前記實驗の結果を添加すると之は殆んど直線で表はされ而も基準點から 45° の直線となるのであるから，d_m は γHI に直線的に比例することゝなる。殆んど總ての點は此の直線を延長したものゝ左側に在り，而も粒徑の大きな部分にあつては大體之に平行してゐる樣に見受けられる。之は此の直線が限界掃流力を示してゐるものであつて，此の左側の部分に在ると云ふことは此の部分に作用する流水の力は抵抗力を超えてゐることを表はし，相當河床は移動してゐることを意味するものである。細粒の部分は其の移動深が尚一層大きいと云ふことになる。此の結果は Krey の實驗と良く一致してゐる。

（2） γHI と k との關係

掃流力と混和比との關係を見るために前と同じ樣に對數方眼紙に γHI を縱軸に，k を橫軸にとると圖-40 の通りである。此の結果は $\gamma HI : dm$ に示されるものと殆んど同樣であつた。之に依れば砂礫の混和狀態は明らかに流水の河床に及ぼす力に關聯を持つことが窺はれる。

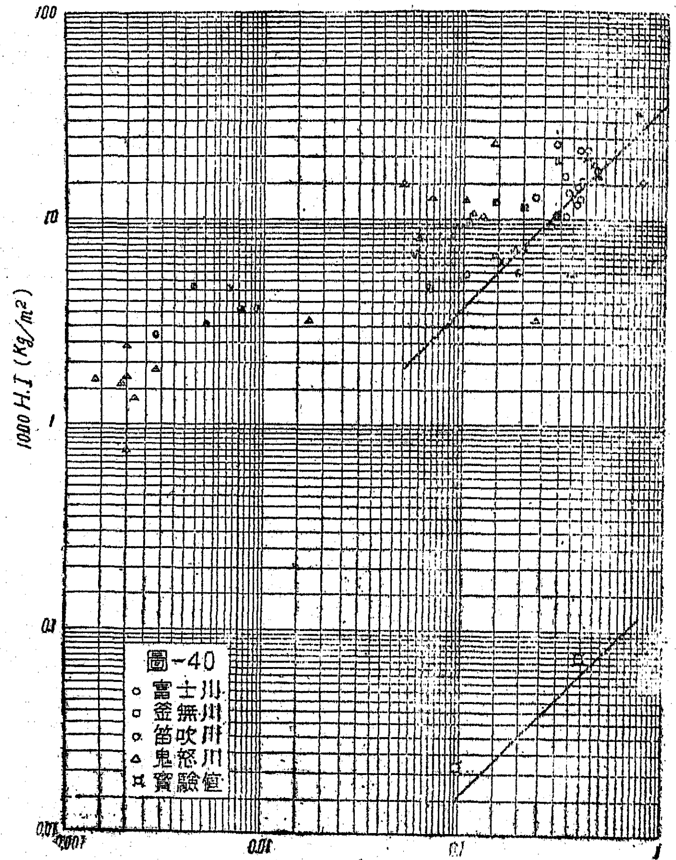
圖-39.



以上の狀態から考へると dm と k との間にはかなり明瞭な關係が認められるので，dm と k との關係を圖示すれば圖-41 の如くになり，之は最大粒徑を同一にとつたもの即ち d_b として定めた或る値の如何に依つて異るが，平均粒徑の變化する割合は混和比の變化する割合と殆んど同一である。此の k は流下するに從つて砂礫の混和狀態の變化する有樣を示すものであるが，之に依れば平均粒徑も同樣な割合で變化することが認められる。

（3） x と k との關係

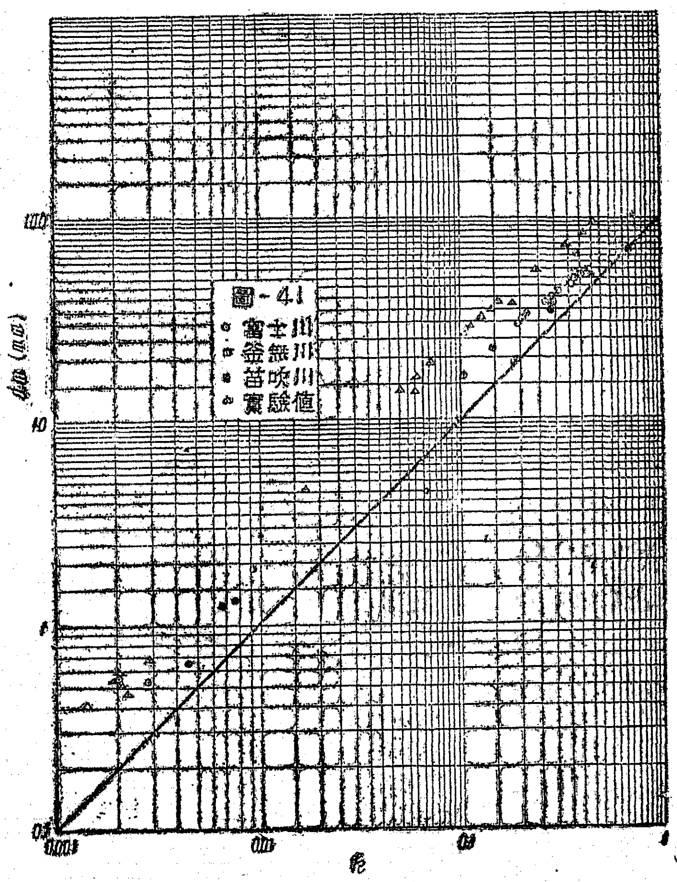
圖-40.



茲に x は流下距離である。流下距離と混和比との關係は圖-42 の通りである。此の場合は半對數方眼紙を用ひた。之に依ると平均粒徑 5 mm 以下の場合は以上に比し著しく異り，同一關係で律することは困難である。平均粒徑 5 mm 以上の部分では殆んど對數曲線で表はすことが出來るが，夫れ以下の部分は急變する。此の區分點は丁度礫と砂との分界點であつて，鬼怒川，笛吹川何れの場合にも之以下では表面には砂利は見受けられない。

敍上の關係から大體に於て河床砂礫の混和比又は砂礫の平均粒徑は流下に從つて對數曲線で漸變することが認められ，此の事實は Sternberg が單獨の礫

圖-41.



が流下するに從つて其の重量を對數曲線に從つて漸變すると認めてゐることゝ一致してゐる。之に依れば河床の抵抗は又其の構成狀態に依つて異ると云ふことが云ひ得られる。從つて河床砂礫の平均粒徑，混合比は河床勾配を決定する重要な一要素をなしてゐることが考へられるのである。

〔2.5.3〕 限界掃流力公式

河床面積 1 m² に作用する掃流力に對應する抵抗力 K は之を理論的に考へると，此の場合砂礫層の厚さを d，α を砂礫の空隙率，γ_1 を其の比重，γ を水の比重，f を摩擦係數とすれば，

$$K=f(\gamma_1-\gamma)(1-\alpha)\ d.\ 1.1\ (\mathrm{kg/m^2})\cdots\cdots\cdots\cdots(62)$$

で表はされる。之は掃流限界に於ては限界掃流力に等しい。

其處で d の代りに平均粒徑 dm を用ひ，α は空隙率であつて dimension のない數値であるから之に關聯して空隙の狀態を表はす dimension のない數値として前記の平均粒徑以上の重量百分率と夫れ以下の重量百分率との比 λ を用ひることにして，上式を書き換へれば，

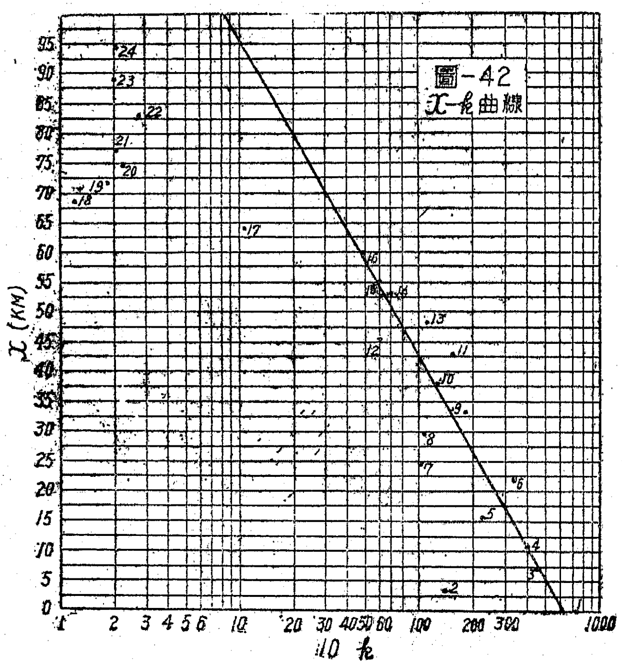
$$S_0=K$$

$$=a(\gamma_1-\gamma)\lambda\cdot dm\cdots\cdots\cdots\cdots(63)$$

となる。玆に α を實驗に依つて定めればよい。

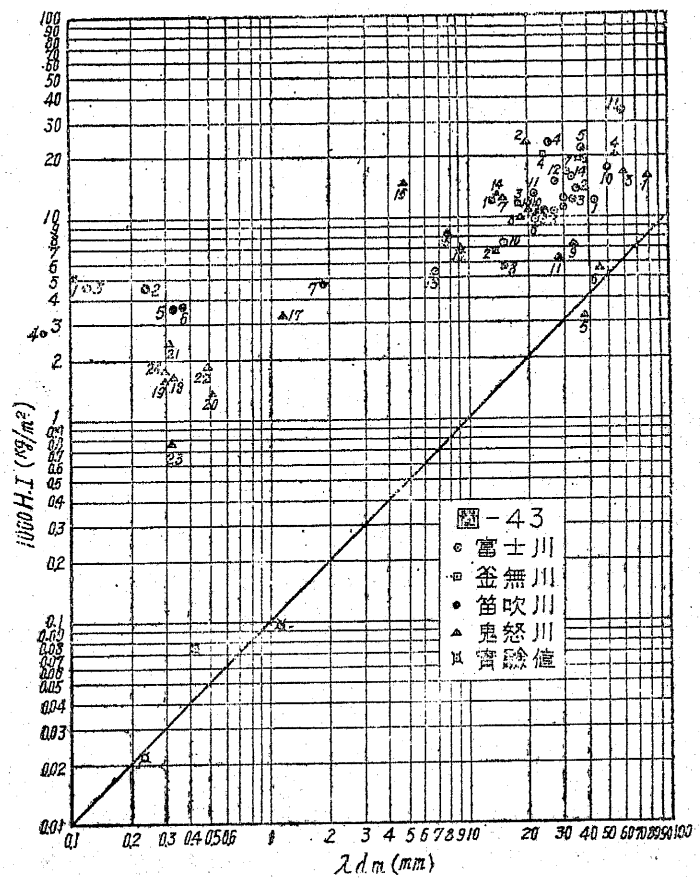
前記實驗並びに上述の富士川及び鬼怒川で求めた資料から γHI と $\lambda\cdot dm$ の關係を求めるために對數方眼紙に縦軸に γHI を，横軸に $\lambda\cdot dm$ をとると圖-43 の如くになる。此の結果は曩に求めた γHI と dm, k との關係と殆んど同樣なものとなつた。之に依れば實際河川に於ては平均粒徑 dm は大體に於て砂

圖-42.



礫の混合狀態をも表はすと云ふことであり，Krey の云ふところも妥當であると考へられる。併し之は考へた範圍内に於て混合狀態に餘りに不規則な混合狀態のなかつたことをも意味するものであり，理論上は粒徑と共に其の密度の狀態をも考慮すべきであつて，限界掃流力公式として此の形を採ることは至當である。圖-43 に見るやうに實驗の結果は大體に於て γHI と $\lambda\cdot dm$ とは直線的に比例してをり，實際河川に於ける測定値は殆んど總て此の延長線の左側に在る。此の事實は實際河川では明らかに限界掃流力を超えてゐることを示してゐると見て差支へない。注意すると此の實際河川に於ける測定値の間

圖-43.



にも或る關係が見受けられる。

富士川筋に於けるものは笛吹川の下流部に於けるものを除いては一群をなし，此の間の傾向は限界掃流力を示す直線と殆んど平行してゐる。笛吹川筋の笛-8～笛-11 は殆んど直線をしてゐるが，此の間には河狀に變化を及ぼす程の支流はなく，見掛けは河床の變化は僅少であり，而も殆んど同樣であつて，かなりに安定してゐるものの如くに見受けられる。笛-7 以下は一大右支荒川を合流して居り，河床面は砂のみであり，砂利は殆んど得られない。笛-1 及び笛-2 は流末付換の新河道の部分に在り，笛-3 は其の直上に在つて，此の部分は河道の變化著しく，昭和5年新河道の通水以來約 2 m の河床低下を來した所である。此の影響は笛-7 の附近迄及んでゐる。富士川は大體に於て笛吹川と同樣な傾向が見受けられる。此の内富-4 は狹窄部に於けるもので，水位の上昇著しく，測定の結果に依ると河床の移動は 2 m 以上に達してゐることが認められて居り，富-13 は特に河幅の擴い所で，上下流に比し細砂多く，河床の低下又は上昇を見ることが屢々であり，河床の移動の甚しい所である。

釜無川筋のものは多少不規則である。釜無川は近年は比較的河床の變移は減じて來てゐるが，以前は河狀極めて不良で，河道の維持に苦心した所である。釜-1 は笛吹川との合流點直下に在り，笛吹川に依る細砂の堆積が著しい。

鬼怒川に於けるものは富士川に於けるものより一般に亂雜してゐる。鬼怒川には富士川程河狀を變化せしめる程の支流はないのであるが，河幅が極めて不規則で，非常に擴い所や狹い所があり，水面勾配は局部的に變動が多い。特に鬼-14 から上流は河幅が廣く 500 m から 1000 m に及ぶもので，亂流し，資料採取地點の水深，勾配の決定に多少の誤差は免れない。大體に於て鬼-16 より下流には砂利は殆んど表面には現はれず，鬼-17 以下では砂利の採集は行はれてゐない。鬼-16 は幅員 120 m 程の狹窄部であつて，砂礫河川が急激に河狀を一變し，表面に砂利を見受けない樣になるところで，河床の移動の大きいことは想像せられる。鬼-20 は新に開鑿した捷水路の下流端に位し，新河道通水後は稍流砂の堆積を見てゐる。之より下流は河狀比較的整然として殆んど單斷面であるが，水深大きく，一般に增水時には 3 m 以上に及ぶ河床の移動が護岸根固の沈下等に依つて推定することが出來る。之は尤も掃流力以外の原因が含まれて居り，根固に用ひた沈床に依る渦のために細かい砂の吹きあげられるのにも因るのであるが，現に角可成りの深さの移動が認められてゐる。

限界掃流力の實驗が現在のところ實驗設備に依つて限られてゐるので，粒徑の大きなものに對しては試みられず，又其の種類も3種に過ぎないので，之丈で遽かに斷んずることは出來ないのであるが，現在の範圍內に於ては大體に於て以上の事實が認められ，從つて (62) 式に依つて其の傾向を知ることが出來る。(62) 式から實際河川に於て河床に作用する力が限界掃流力を超えてゐる程度を知ることが出來，其の程度に依つて河床の移動狀態が推定し得られるのである。河床の變動する狀況は敍上の說明の如く，此の理論と合理的な關聯を持つことが認められるから此の理論は成り立つものと考へられる。大體に於て (62) 式と平行な關係に在る各地點の河床の變動狀況は類似してゐることは確かである。實驗の結果から (62) 式の數値を求めると，

$$S_0=\gamma H_0 I_0$$

$$=55.7(\gamma_1-\gamma)\cdot\lambda\cdot d_m \qquad (64)$$

となる。玆に S_0 は限界掃流力 (gr/m²)，d_m は平均粒徑 (mm)，γ_1 は砂礫，γ は水の比重である。

Kramer は空隙率卽ち砂礫混合の狀態を示すのに重量百分率 50% の粒徑以下の重量百分率に粒徑を乘じたものと以上の夫れとの比 M を用ひてゐるが，砂礫の混合狀態に依つて平均粒徑の重量百分率に相當異ることのあるのを考へれば混合狀態を示すのには M を用ひるよりは基準を平均粒徑にとつた λ の方がよりよく其の狀態を表はすことが出來る。又 Indri の如く常數を添加する

ことは平均粒徑零の場合に尙或る掃流力を與へることになり不合理である。Indri の云ふが如く限界掃流力曲線は實際には直線でなく，$\lambda \cdot d_m$ の大きな場合にはより大きな値をとるものであり，或は拋物線形をとるのではないかと思はれる節もあるのであるが，著者の資料の範圍內では敍上の如く考へて差支へなく，(63) 式は (62) 式に從へば Kramer も云ふ樣に dimension 的に誤りがなく，簡單であり，掃流理論とも一致し，又各項は容易に實際に測定し得られる値であるから限界掃流力公式として適切なものと考へる。

富士川及び鬼怒川に於ては大體に於て $\lambda \cdot d_m$ (mm) が 0.4 の時には實際に河床に作用した力は限界掃流力の約 40 倍，$\lambda \cdot d_m$ (mm) 1.0 で約 30 倍，$\lambda \cdot d_m$ (mm) 10 で約 5 倍，$\lambda \cdot d_m$ (mm) 40 で約 4 倍，$\lambda \cdot d_m$ (mm) 50 で同樣 5 倍位となつてゐた。之に依つて河床の移動狀態を類推することが出來ると共に可動河床模型實驗に於て砂礫の移動を相似たらしめるための最も有效な手段とすることが出來るのである。

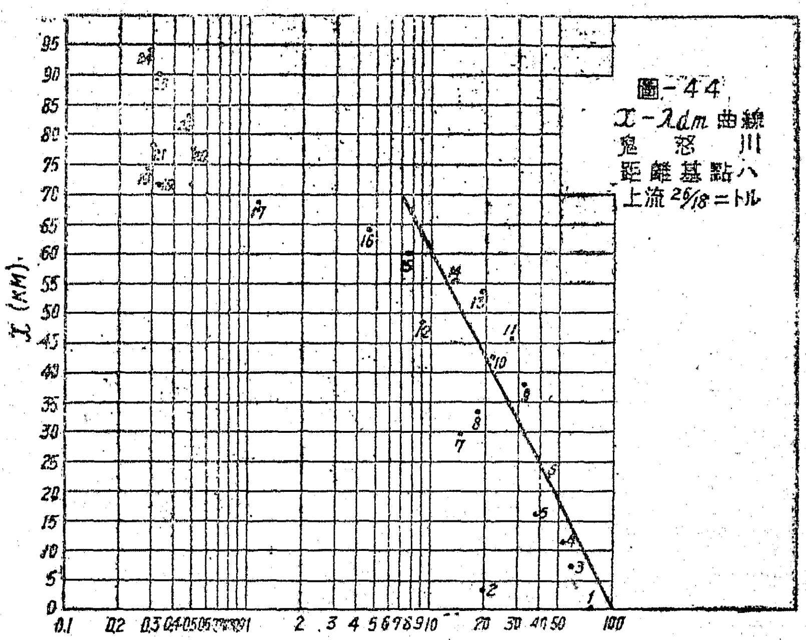
〔2.5.4〕 河川の平衡勾配

既に述べて來た樣に河床に作用する力は γHI で表はされ，之に相應する河床の抵抗は砂礫の平均粒徑，其の混合狀態に支配されるのである。此の河床の抵抗は $\lambda \cdot d_m$ で表はされる。

自然河川に於ては河床構成砂礫は流水に依る自然選擇作用に依つて次第に其の地點に於ける掃流力に對應する形態を採るものであり，此の結果若し他に之に影響を與へる條件のない限りは縱斷形は 1 個の美しい曲線を形造る。

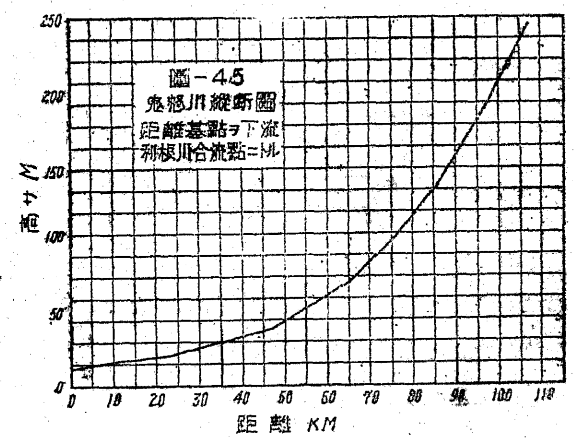
鬼怒川に於ける河床砂礫から求めた數値に就て考へる。今基點を 0 として流れの方向に距離を x とし，x と $\lambda \cdot d_m$ との關係を求めると圖-44 の通りとなる。之に依れば大體に於て $x-\lambda \cdot d_m$ 曲線は對數曲線で表はすことが出來る。d_m の値が 1~2 mm と云ふ普通河床が砂と云はれてゐる部分は夫れより上流の砂利の部分とは幾分異つた事狀に在るが，之は實際河川に於ても此の部分で

圖-44



は河床勾配は急激に變化し，縱斷曲線は折れてゐる樣に見えるのであつて，此の點は掃流力と河床抵抗との關係が此の上下流部分に於て同じ狀態に在るのではなく，周圍の條件に依つて河川が此の樣な形をとる樣餘儀なくさ

圖-45.



れて居り，其の結果河床の移動狀態が上下流部分に於て相當異るものであることが考へられる。夫れ故，特に周圍の條件に依つて支配される影響のない區間を考へる時は距離 x と $\lambda\cdot d_m$ との關係は一般に

$$x=a-b\log\lambda\cdot d_m \cdots\cdots\cdots\cdots(65)$$

で表はすことが出來る。

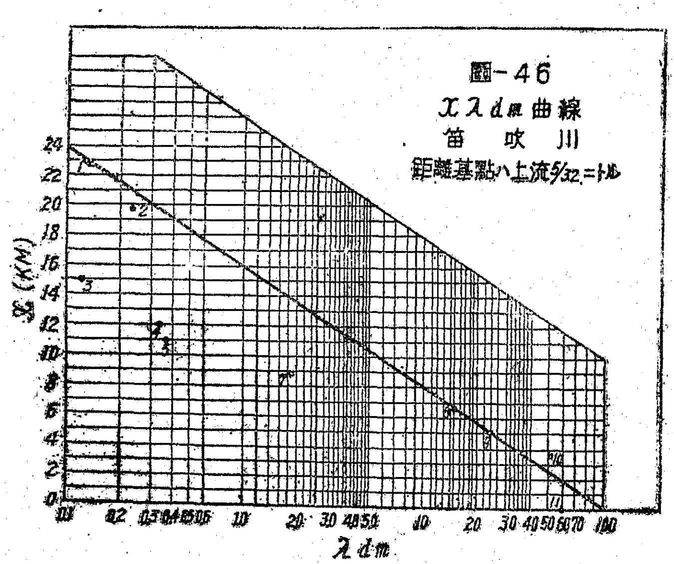
今之を鬼怒川の例にとれば

$$\lambda\cdot d_m=10^{-\frac{x-120}{60}}$$

となる。茲に $\lambda\cdot d_m$ は mm, x は km である。

笛吹川に於て得られた資料に就て之を検討すれば圖-46 の通りとなる。此の場合も明らかに鬼怒川に於けるものと同様な傾向を示して居り，(65)式の關係は成立する。笛吹川では笛-7 の地點で荒川の合流を見るのであつて，河狀は明らかに此の上下流で異つてゐることは前述の通りである。此の上流部分は明治 41 年の大洪水の際に笛吹川が支川の河道を奪つて新な水路を形造つたところであり，當時は著しく土砂の堆積を見たのであるが，其の後河

圖-46

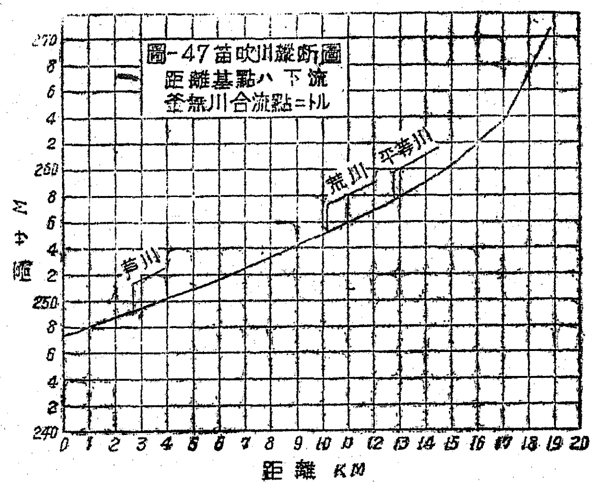


道の改修を行つたもので，爾來上流よりの土砂の流送も尠く，自己の流水に依り自然に矯整されて，比較的に安定感の得られてゐる部分である。此の區間は水面幅は 250～210 m で，水深は昭和 10 年 9 月の出水では，3.00～2.50 m となつて居り，河道は比較的整然としてゐる。(65) 式に此の場合の數値を與へると

$$\lambda\cdot d_m=10^{-\frac{x-16}{8}}$$

となる。此の場合 $\lambda\cdot d_m$ の値は流下距離に從つて，鬼怒川の場合より減少率は著しく大きいが，之は河道の正整なると，上流よりの流送砂礫の狀況の異るのに依るものと思はれる。

圖-47



斯く考へると(64)及び(65)兩式から河床が平衡の狀態に在る場合の流下距離に從つての掃流力の變化を知ることが出來る。即ち

$$S_0=55.7(\gamma_1-\gamma)\cdot10^{-\frac{x-a}{b}}$$

と云ふ形をとるのである。

一般に自然河川の水流は次の如き不等速定流として表はすことが出來る。

$$I=i-\frac{dH}{dx}=\alpha\frac{d}{dx}\left(\frac{v^2}{2g}\right)+\frac{v^2}{C^2R^{2n}}\cdots\cdots\cdots\cdots(67)$$

茲に i は河床の自然勾配であつて，之を限界掃流力に關聯して解けば河川の

平衡勾配を求めることが出來る。

既に述べた如く，掃流力 HI は砂礫平均粒徑 d_m と砂礫の混合狀態を示す λ との積の函數で表はされ，又 $\lambda\cdot d_m$ は平衡狀態に在る一河川に於ては流下距離 x の函數で示し得ることから

$$HI=k\cdot f(x) \qquad\cdots\cdots(68)$$

とすることが出來る。其處で (67) 及び (68) の兩式から

$$\frac{k\cdot f(x)}{H}=\frac{\alpha}{g}v\frac{dv}{dx}+\frac{v^2}{C^2R^{2n}} \qquad\cdots\cdots(69)$$

となる。今水深に比し幅員の極めて擴い場合を考へると

$$H\fallingdotseq R$$

又幅員を一樣として $B=$一定$=B_0$，之と連續の方程式 $Q_0=Av$ とから

$$H=\frac{Q_0}{B_0v}=\frac{q_0}{v} \qquad 但し \quad \frac{Q_0}{B_0}=q_0$$

が得られる。之を (69) 式に代入することに依り

$$\frac{k\cdot v\cdot f(x)}{q_0}=\frac{\alpha}{g}v\frac{dv}{dx}+\frac{v^{2+2n}}{C^2{q_0}^{2n}}$$

$$\therefore\quad \frac{dv}{dx}=\frac{\alpha}{g}\frac{v^{2n+1}}{C^2{q_0}^{2n}}-\frac{\alpha}{g}\frac{k}{q_0}f(x)$$

$$K_1=\frac{\alpha}{gC^2{q_0}^{2n}},\qquad K_2=\frac{\alpha}{g}\frac{k}{q_0} \qquad と置けば$$

$$\frac{dv}{dx}=K_1v^{2n+1}-K_2f(x) \qquad\cdots\cdots(70)$$

併し乍ら一般には此の (70) 式は解くことが出來ない。

今 (66) 式から河床が平衡の狀態に在る河川では任意の 2 地點の間に次の關係の在ることを知ることが出來る。卽ち

$$\frac{\gamma HI}{\gamma H_0I_0}=\frac{55.7(\gamma_1-\gamma)\cdot 10^{\frac{a-x}{b}}}{55.7(\gamma_1-\gamma)\cdot 10^{\frac{a-x_0}{b}}} \qquad \therefore\quad \frac{HI}{H_0I_0}=\frac{10^{\frac{a-x}{b}}}{10^{\frac{a-x_0}{b}}}$$

$$\therefore\quad I=I_0\frac{H_0}{H}\cdot 10^{\frac{x_0-x}{b}} \qquad\cdots\cdots(71)$$

此の場合前記同樣に水深に比し幅員が極めて擴く，又幅員一樣とすれば

$$\frac{Q_0}{B_0}=CH^{1+n}I^{0.5}=C{H_0}^{1+n}{I_0}^{0.5} \qquad\cdots\cdots(72)$$

$$=q_0 \qquad \therefore\quad \frac{H_0}{H}=\left(\frac{I}{I_0}\right)^{\frac{0.5}{1+n}}$$

之を (71) 式に代入して

$$I=I_0\cdot 10^{\frac{x_0-x}{b}\cdot\frac{1+n}{0.5+n}} \qquad\cdots\cdots(73)$$

同樣にして

$$H=H_0\cdot 10^{\frac{0.5(x-x_0)}{b(0.5+n)}} \qquad\cdots\cdots(74)$$

今河床勾配を i とすれば

$$i=I+\frac{dH}{dx} \qquad\cdots\cdots(75)$$

(74) 式を x に關して微分すれば

$$\frac{dH}{dx}=H_0\cdot\frac{0.5}{b(0.5+n)}\cdot l_n 10\cdot 10^{\frac{0.5(x-x_0)}{b(0.5+n)}} \qquad\cdots\cdots(76)$$

(73), (75), (76) の各式から

$$i=I_0\cdot 10^{\frac{x_0-x}{b}\cdot\frac{1+n}{0.5+n}}+H_0\cdot\frac{0.5}{b(0.5+n)}\cdot l_n 10\cdot 10^{\frac{0.5(x-x_0)}{b(0.5+n)}} \qquad\cdots\cdots(77)$$

(72) 式に於て $n=2/3$ とすれば流速係數 C は單に水路周邊の粗度のみで表はすことが出來，此の場合考ふる任意の 2 點間の距離を短くとれば C は同一數値を以て示し得られる。卽ち此の場合は

$$i=I_0\cdot 10^{\frac{5}{3.5}\cdot\frac{x_0-x}{b}}+\frac{3.45}{3.5b}\cdot H_0\cdot 10^{\frac{1.5(x-x_0)}{3.5b}} \qquad\cdots\cdots(78)$$

河川に於て河床構成砂礫の平均粒徑と其の混合狀態とが或る一定の關係に在れば其の河床は平衡の狀態を保つことが出來，之から此の場合の河床縱斷曲線を求めることが出來る。

一般に自然河川では河床の砂礫は規則正しくは變化するものでなく，此の結果勾配の變化も同樣となる。然乍特別の原因のない限り，河床構成砂礫は流水に依り自然に其の條件に適應する樣な構成狀態に移向して行くものであるから，(78) 式に依つて求められる縱斷曲線から將來への河床の變化を推定することが出來る。

今例を笛吹川にとれば $\lambda \cdot d_m = 10^{\frac{1.6-x}{8}}$ であることから，(78) 式は

$$i = I_0 \cdot 10^{\frac{5}{28}(x_0 - x)} + \frac{3.45}{28} \cdot H_0 \cdot 10^{\frac{1.5}{28}(x - x_0)}$$

$$= 0.00195 \times 10^{\frac{5}{28}(6.7-x)} + 0.358 \times 10^{\frac{1.5}{28}(x-6.7)}$$

玆に I_0, H_0 としては丁杭 4/3 に基準を置いたもので，夫々 0.00195, 2.80 m の値を有し，此の點の位置は基準點から 6.7 km のところに在る。x は考ふる位置の基準點からの距離を km で表はしたものである。數値計算に當つては dH/dx に相當する項は距離の單位が km であるから，H の單位 m と一致せしめるために 1/1 000 を乘ずるものとする。以上に依り之を表示すれば右表の如くにして圖示すれば圖-49 の通りとなる。圖-49 には昭和 10 年 9 月の洪水直後及び昭和 15 年 2 月の縱斷曲線を並記してゐるが，此の區間は明治 40 年の洪水の際に流送土砂で殆んど埋沒せられたものが，漸時流水に依り現況を形造つて來たものであり，現在流路は比較的整然として居り，平衡狀態に近かつきつゝあるものと考へられるもので，之に依れば (78) 式は大體に於て實況を示すものと考へることが出來る。上流部は尚相當亂流して居り，漸時河床の低下することは (78) 式に依るのみでなく，昭和 10 年及び昭和 15 年の實績からも類推することが出來る。(78)式の計算に當つては基準を現況にとるのであるから，其の撰定に依つて平衡なる河床勾配は多少異つて來る。著者は夫れで此の場合此處數年間比較的移動の尠い 4/3 を一應基準としたのである。之に依れば 4/3 より下流の部分では平衡勾配は現況より下つて居り，此の部分は尚將來低下すべく，上流部に比し移動深は一層大なるものと推察せられる。

丁 杭	距 離 (x km)	河床勾配 (i)	基準面高 (m)
4/30	3.7	0.0069 4	268.32
4/18	5.0	0.0039 7	261.23
4/3	6.7	0.0019 5	256.60
3/20	8.7	0.0013 2	252.94
3/1	10.9	0.0009 5	250.45

圖-43. 笛吹川縱斷曲線

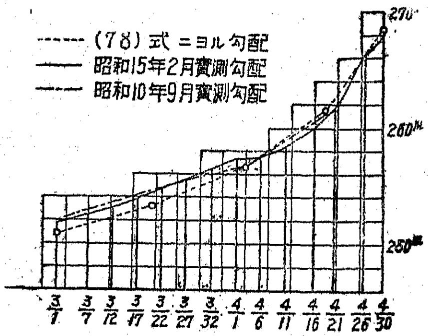
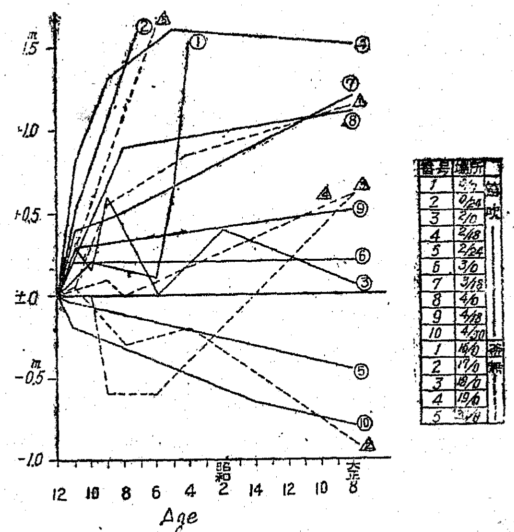


圖-49.



〔2.6〕 河相と河川工法との關聯性に就て

著者は以上に於て在るがまゝの河狀に作用する諸力の關係を說明して來た。

一般に砂礫の移動は極めて表面的であり，表面砂粒の移動のために引きづられて內部の砂粒迄一緒に働くものとは考へられない。枯葉が吹き掃られるか，粉雪の吹き飛ばされるが如き狀態で流動して行く，而も此の掃流されつゝある狀態は河床砂礫の細粗粒の混合狀態に依つて又異るのである。

限界掃流力 S_0 を

$$S_0=\gamma H_0 I_0$$

と定義すれば，之は砂礫の性質に從つて或る定數であることが確められた。卽ち砂粒の掃流の限界點では水深と勾配とは反比例するのである。此の事實は實際河川に於ても見受けられるのであつて，富士川，鬼怒川での調査に依れば勿論最近の大出水に於ては遙るかに限界掃流點を超えて居り，河床は相當量の移動を見てゐるのであるが，類似の狀況の所では相對的に此の關係が成立する。此の掃流限界點から離れてゐる部分，或は基準を之と相對的な或る一定の掃流狀態にとつた場合に之から離れてゐる部分に於ては特に砂礫の堆積を見るとか又は時に深い洗掘を生ずるのである。圖-49 は釜無川及び笛吹川の大正 10 年以來の河床高の變遷を示すものであるが，之は昭和 13 年の河床高を基準とし既往に溯り，＋に河床の上昇高，－に其の下降高を示したもので，之に依れば河床高の年々の變動の多い所では概して砂礫の混和狀態に不規則の關係が多い。釜無川は大體に於て同一傾向を以て變化してゐる笛吹川に比し，砂礫の平均粒徑，其の混和狀態は不規則であり，河床高の變化は著しく大きい。之は河床が一層不安定になることを示してゐるものである。

限界掃流力は砂礫の性質に依つて或る定數であると云ふことから Krey は之を平均粒徑で表はし，Kramer は平均粒徑と空隙率，――之を細粗粒の混合比 M で示してゐる――とで表はした。併し此の M は砂礫の篩分曲線を表はすには不十分であるので，著者は M が篩分重量 50% の粒徑を基準とするのを平均粒徑を基準とする λ に代へた。篩分曲線の形に依り平均粒徑が異り，之に從つて其の篩通過重百量分率が變るのであるから，λ の方が M よりもより適切に細粗粒の混合狀態を表はし得るものと考へる。斯くして限界掃流力 S_0 を與へる式として

64） $S_0=55.7(\gamma_1-\gamma_\lambda)\lambda\cdot d_m$

を求めたのである。此の式は實際河川に於て考へられる總ての要素を含んで居り，而も之は容易に測定し得られる値であると共に此の式の形式は掃流理論とも一致してゐる。

河川が平衡狀態に在る場合には砂礫の平均粒徑 d_m と混合比 λ との間には一定の關係のあることが認められた。砂礫の平均粒徑は Sternberg の法則を廣義に解釋することに依り流下するに從つて對數曲線で低下して行くものと考へられるので，$\lambda\cdot d_m$ も流下距離に從つて對數曲線で低下するものと推定せられる。此の事實は實測例から明らかに認めることが出來た。

夫れ故に平衡の狀態に在る河川では卽ち途中に著しい砂礫の堆積，又は洗堀の見受けられぬ場合には掃流力も流下距離に從つて同樣な關聯を以て變化してゐるのである。此の關係を河床の自然勾配を決定する條件として，次の河床平衡勾配公式を求めた。

78） $$i=I_0 10^{\frac{5}{3.5}\cdot\frac{x_0-x}{b}}+\frac{3.45}{3.5b}\cdot H_0\cdot 10^{\frac{1.5}{3.5}\cdot\frac{(x-x_0)}{b}}$$

在るがまゝの自然河川の河床には其の構成材料に從つて或る一定の掃流限界點があり，之を超へると河床の移動を見るのであるが，一水系に於て掃流限界點を超へてゐる割合が一樣でない限りは河床は美しい 1 個の縱斷曲線を持つことが出來ず，河床の異狀の移動から砂礫の堆積，洗掘を見る樣になる。

河川改修に當つては此の河床の移動と云ふことは他の水理學的の資料と同樣に極めて大切なものであり，重要な 1 つの基本事項である。河川改修に際し若し河川幅員を自由に定め得る場合には其の河狀に應ずる樣な水深を決定して幅員を定め得られるが，實際の場合には周圍の條件からなかなか斯くすることは困難であり，幅員は自然他から定められる場合が多い。又地形的に河床勾配の定まつてゐる場合もある。河床の安定を望むことは困難なことが多い。而も河床に作用する力，卽ち流量には所に依つては非常に大きな差異があるのであ

る。河床の不安定の程度に應じて河川工法も自ら限られて來るのであり，其の特異性に應じた工法を採用しなければならない。或る河川に效果のあつた工法が他の河川では不結果を來したと云ふ事實は之に原因してゐる。捷水路，合流點或は護岸，水利等の處理に當つては特に此の問題は重大な關聯性を持つものであつて，決定的な役割をしてゐることを知らねばならない。

又此の問題は水理模型實驗に從事するものにとつては尚一層重要である。可動河床の模型實驗の相似律に關し1個の新しい指針を與へるものであつて，實際と模型とに於ける河床の移動狀態を類推せしめることから，定性的から一歩進めて定量的にもはいり得られるであらう。

河川を處理する場合に解析的方法にのみ依つては至難な現況に於ては自然觀察と模型實驗とに依る部分が大きく，此の觀察及び實驗の結果を理論的に把握することに依り初めて普遍的な效果を得ることが出來るのであり，之等相互間の關係を明瞭ならしめ，普遍性を與へることに依り河川工法を更に合理化し，發展せしめることが出來るのである。

〔3〕捷　水　路

〔3.1〕概　　説

冲積層地帶を流下する河川は一般に蛇行する傾向がある。蛇行河川は直行河川に比して不行狀を呈するのが普通であつて，著しく流水の疏通を害し，水位の上昇を來すと共に彎曲部凹岸では水面勾配が比較的緩になるにも關らず，河床の洗掘，河岸の決潰を來すと同時に其の反對側には砂洲を寄せる。又次の彎曲部に移る箇所，即ち主流が一方から他方に河を横斷する地點では流送土砂が堆積して澪筋を不安定ならしめ，勾配の急になる箇所をつくり，可航河川に於ては航行の大きな支障となつて居る。