

第三編 土の支持力(地耐力論)

1. 土の支持力に就いての概説

土地がその上に設けられた構造物の重量を支持する力を決定するには先づ土の力学的性質を知る必要がある。土の力学的性質の探究に就いては第一編土性論のところで概説したが我々が構造物の基礎を据える土地には堅きは岩盤の如きから軟弱なるは泥土の如きもの迄がある。因つてこれを一括して簡単に述べることは可成に困難なことである。基礎としての土地を通常4種に分けて

- 1) 堅い弾性體と同様にフックの法則の適用さるる岩盤,
 - 2) 砂, 砂利, 磯のやうな粉體又は粒狀地盤,
 - 3) 砂質粘土, 粘性土壤の如き粉體に粘性を加味した土地, この部に属するものには屢々可なりに大なる強さのものがある,
 - 4) 鐵道の道床の如き基礎底面の沈下量にほど比例して反力を生ずる地盤,
- の如く區別してゐる。

(1) は弾性力學 (Elasticity) の理論がそのまま當てはまる場合であつて充分に堅固な岩盤又はよく固まつた地山に適用せられるものと考へてよい。弾性力學として基礎を取

扱つた學者は多いがブーシネスクは最も有名であつて、この問題に就いての基本的理論は殆んど此の人によつて開拓せられたと云つてよい。

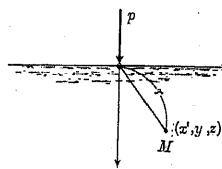
(2) 及び (3) はランキン並にクーロン等が土壓論をこれに打立てたことは既に第二編に述べたものであるが支持力の計算に就いても此等の人々は同様土壓論をこれに適用した。最近に到つては塑性力学(Plasticity)の相手としてもこれ等のものを考へるやうになつて材料力学(Strength of materials)と近き關係を有するに至つた。

(4) は弾性床(Elastic foundation)の問題として一種の連續梁の理論として取扱はれるものであつて鐵道道床、乾渠、閘門の基礎理論等に屢々適用せられてゐる。

以下順を追うてこれ等の各種の基礎地盤の支持力に就いて述べることにする。

2. ブーシネスクの弾性論とケーガラーの砂地の實驗

ブーシネスク(Boussinesq)は第 97 圖の如き半無限に延びてゐる弾性體表面上の一點に P なる集中荷重が垂直に働く場合に任意の一点 (x, y, z) に於ける變位及び應力は次式の如くなることを解いた。



第 97 圖

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{P}{4\pi G} \left\{ \frac{xz}{r^3} - \frac{m-2}{m} \frac{x}{r(r+z)} \right\} \\ v &= \frac{P}{4\pi G} \left\{ \frac{yz}{r^3} - \frac{m-2}{m} \frac{y}{r(r+z)} \right\} \\ w &= \frac{P}{4\pi G} \left\{ \frac{z^2}{r^3} + \frac{2(m-1)}{m} \frac{1}{r} \right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (98)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{3P}{2\pi} \left\{ \frac{x^2 z}{r^5} + \frac{m-2}{3m} \left(\frac{1}{r(r+z)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{2r+z}{(r+z)^2} \frac{x^2}{r^3} + \frac{z}{r^3} \right) \right\} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y &= \frac{3P}{2\pi} \left\{ \frac{y^2 z}{r^5} + \frac{m-2}{3m} \left(\frac{1}{r(r+z)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{2r+z}{(r+z)^2} \frac{y^2}{r^3} + \frac{z}{r^3} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (99)$$

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{r^5}$$

$$\tau_{xy} = \frac{3P}{2\pi} \left\{ \frac{xyz}{r^5} - \frac{m-2}{3m} \frac{2r+z}{(r+z)^2} \frac{xy}{r^3} \right\}$$

$$\tau_{yz} = \frac{3P}{2\pi} \frac{yz^2}{r^5}$$

$$\tau_{zx} = \frac{3P}{2\pi} \frac{xz^2}{r^5}$$

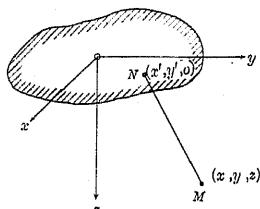
但し r は OM の距離, m はボアソン係數, G は剪断彈性係數であつて u, v, w は各々 x, y, z 軸に平行の變位, $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ は各々 x, y, z 軸に平行の垂直應力 $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ は各々符号の示

す平面内の接線應力である。此等の式の表す如く應力は凡て集中荷重 P の働く原點 O からの動徑 OM の距離の自乘に逆比例し且つ表面に平行なる面に働く應力の合力は動徑 OM の方向を向いてゐる。非壓縮性の物體と假定すればボアソン係数 m は 2 となり上式は簡単に

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{3P}{2\pi} \frac{zx^2}{r^5} \\ \sigma_y &= \frac{3P}{2\pi} \frac{zy^2}{r^5} \\ \sigma_z &= \frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{r^5} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (100)$$

となる。

尙ブーシネスクは進んで半無限彈性體の表面に於て任意の部分に分布荷重の働く場合に於ける彈性體内部の任意の一點に於ける變位並に應力を次の如くにして求めた。第 98 圖中陰影を施した部分に分布荷重のある場合この載荷面中の任意の一點 N の坐標を $(x', y', 0)$ とし、 NM の距離を r とすれば



第 98 圖

$$r^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + z^2$$

今 N 點に於ける荷重の強度を p とすれば先づ次の如き函

數を考ふ。

$$\left. \begin{aligned} \chi &= \int \int p \log(r+z) dx' dy' \\ V &= \int \int \frac{p}{r} dx' dy' \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (101)$$

但しこの積分は第 98 圖陰影部に就いて行ふ。

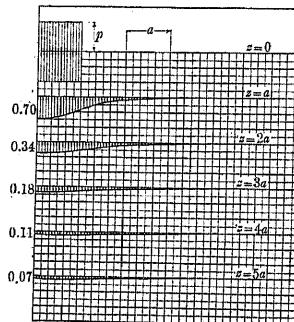
この上式は對數ポテンシアル、次式はニュートンのポテンシアル式である。 M 點の變位並に應力はこれ等の函数を用ふれば一般に次の如く簡単に表し得。

$$\left. \begin{aligned} u &= -\frac{1}{4\pi G} \left\{ \frac{m-2}{m} \frac{\partial \chi}{\partial x} + z \frac{\partial V}{\partial x} \right\} \\ v &= -\frac{1}{4\pi G} \left\{ \frac{m-2}{m} \frac{\partial \chi}{\partial y} + z \frac{\partial V}{\partial y} \right\} \\ w &= -\frac{1}{4\pi G} \left\{ \frac{2(m-2)}{m} V - z \frac{\partial V}{\partial z} \right\} \\ \sigma_x &= \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{2}{m} \frac{\partial V}{\partial z} - \frac{m-2}{m} \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} - z \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right\} \\ \sigma_y &= \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{2}{m} \frac{\partial V}{\partial z} - \frac{m-2}{m} \frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right\} \\ \sigma_z &= \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{\partial V}{\partial z} - z \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right\} \\ \tau_{yz} &= -\frac{1}{2\pi} z \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (102)$$

$$\tau_{zx} = -\frac{1}{2\pi} z \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z}$$

$$\tau_{xy} = -\frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{m-2}{m} \frac{\partial^2 \chi}{\partial x \partial y} + z \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} \right\}$$

この式は如何なる分布荷重にも適用出来る極めて一般性を有する便利な式であるが χ 及び V の 2 函数を求めることが一般には困難である。従来圓形載荷面の場合が色々の學者によつて解かれたのみであつたが、最近ラヴ (Love) は等分布矩形載荷面の場合の解法に成功した。今 $2a \times 2a$ の正方形面に p なる等分布載荷のある場合に於ける σ_z を計算せるものを圖示すれば次の如くなる。

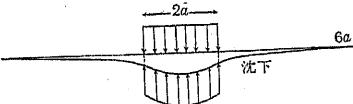


第 99 圖

但しこの右の圖は等壓力強度線を示す。

尙この場合に於ける地表面の沈下の状態(即ち w の値)を

示せば第 100 圖の如く中央が大にして兩端に行くに従ひ小なる中凹みの形状となり載荷面は平面にはならない。

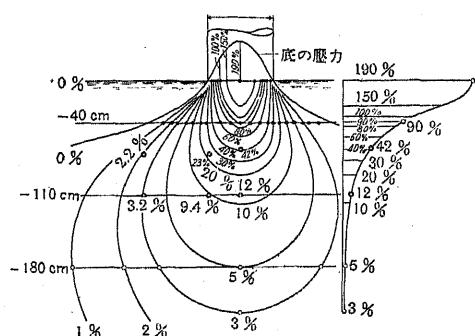


第 100 圖

従つて堅き剛性のブロックを用ひて等分布荷重を表面に加へようとしても不可能な事となる。然らば等沈下の條件の下には基礎底に如何なる壓力分布を生ずるかといへ

ば、この場合には第 101 圖に示す如きものとなり兩端部で無限に大なる壓力強度を生ずる。以上は凡て純弾性體理論の結果であつて、實際の基礎地盤の問題に對しては地盤と構造物との弾性係数如何により如何なる分布荷重が果してこの基礎面に起るやを先づ實際的に決定することが先決問題となつて、従つてブーシネスク、ラヴ等の數學的結果は實際に供せらるるには尙相當の工夫を必要とする。然し實際上は上の如き弾性體と考へらるる様な堅き地盤の場合よりももつと軟弱なる場合の方が計算を必要とする。

ケーラー (Kögler) 及びシャイディヒ (Scheidig) の砂地盤に於て實驗的に測定したものは第 102 圖に示す様な壓力



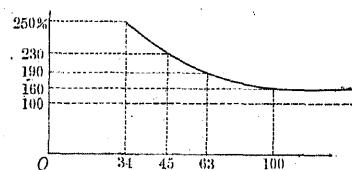
第 102 圖

分布になつてゐる。

これは徑 63 cm の圓形鐵板に荷重をかけて色々の點の上下壓を測

つたもので

ある。圖中右に示したのは中央の鉛直線に沿つての壓力分布である。第 99 圖の彈性の場合とは角型と圓型とで既に載荷板の形狀が異つてゐるのでこれを比較することは無理ではあるが兩者の性質の著しく異つてゐるのはブーシネスクの彈性論では壓力強度が載荷強度の 100 % を超える點は決して無いにも係らず、ケーブラー等の實驗では板の中央に近い直下では壓力分布は荷重強度の 190 % 迄上つてゐる。尙ケーブラー等は徑 34 cm, 45 cm, 100 cm の圓形



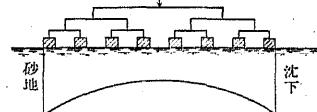
第 103 圖

載荷板に就いて同様の實驗を繰り返してゐるが徑が小さい程中央部の壓力集中が大である事を報告し

てゐる。即ち今横軸を徑の大きさ、縦軸を中央部最高壓力強度(但し平均荷重強度の百分率で表す)にとつて示せば第 103 圖の如くなる。素より此等の關係は一例を示すに過ぎない。形狀の異つた載荷板を用ひて異つた砂地等で同様の實驗を繰り返せば恐らく更に異つた數字を得られよう。然し此等の實驗で一貫してゐる性質は載荷板の端に近い所が中央部より壓力分布が著しく小であつて中央部直下では平均荷重強度より遙かに大となることである。このことは彈性理論の等沈下の理論とは寧ろ反対の結果になつてゐる。この相違は載荷板の端のところの砂粒は横方に逃げる爲めにここには高い壓力を支へる力がない爲めである。この點は明かに彈性理論の通じないところである。

次にケーブラー等は第 104 圖の如く載荷板を小さい獨立した小ブロックにして分布荷重を懸けた。然るときは圖に示す如き沈下量を得た。

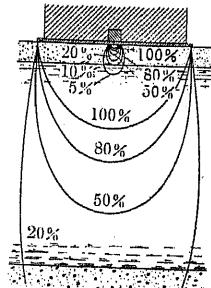
これも先に述べた彈性論の結果とは著しく變つてゐて端の方が中央部より



第 104 圖

多く沈下してゐる。これ等の相違は砂が全く彈性と正反対の性質を有することを示してゐて興味深い。尙天然の土壤の如く砂と粘土との混合體に於ては果して實際上如何なる結果となるか。これは極めて多岐に亘つて異なるであらうと

いふことは想像に難くない。上に述べたところのものは極めて特殊の場合を擧げたに過ぎない。尙問題を一層複雑にすることは實際の天然地盤は決して均等の地質から成立つてゐることで、深さによつて異つた土質の層状をなしてゐる場合が多い。斯くの如き場合に就いての載荷による地中の圧力分布が如何なる値を有するかは極めて複雑多岐なるものであらう。従つてかかる問題を總括的に單一の數式で解決することは出來ない。各個の場合場合にその局所に適應した計算法が必要となる。



第 105 圖

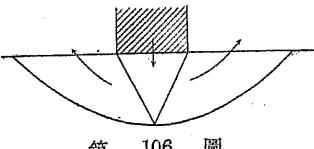
又屢々實地に於て繰り返され實驗されてゐる土の支持力の載荷試験のあるものも勿論相當の参考資料として役立つが、小さな載荷板の地耐力を以つて大建築の毎平方米の地盤支持力と考へる事は亂暴極まることであつて、之等に就いては後章述べる積りであるが地下に異つた層のある際には一層この小載荷板の試験の當にならぬことは第 105 圖を見ても明かであらう。

3. クルドデュモフ效果とプラントルの塑性論

天然の土壤のやうな非弾性的の土の上に重き荷重を載せるとその直下は楔形に間まつてその左右の部分の土壤はこ

の土楔の穿入の爲めに左右横方に押し出される。その結果第 106 圖の如くになる。これをクルドデュモフ (Kurdjü-moff) 效果と呼んでゐる。

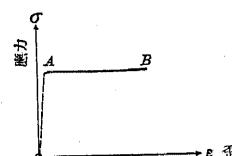
土でなくとも一般に塑性物質ではこれに似た現象が起る。プラントル



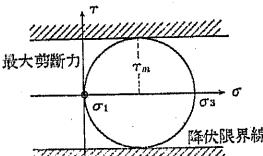
第 106 圖

(Prandtl) は純プラスチックの物質の場合に就いて此の問題を理論的に解くことに成功した。今ここにその主なる結果を述べれば次の如くである。但し以下述べる所は凡て二次元の場合に就いてである*。

ここに云ふ純プラスチックの物質とは先づ材料が充分に大なる應力を受けて降伏し、もはや應力を増加せざるも歪を増大する狀態にある場合でなければならない。即ち第 107 圖 AB 部の如く應力歪圖が歪軸に平行なる一直線をなす場合である。尙材料の降伏は最大剪斷應力が一定の値に達したる場合に起りこの降伏を起す最大剪斷力は常に材料



第 107 圖



第 108 圖

* Z. f. Angew. Math. u. Mech. 1921.

により一定してゐる場合でなければならない、即ちモールの應力圓にて示せば第108圖の如き場合である。最大剪斷力は常に最大並に最小主應力の差の半分に等しい故これを式で示せば次の如くなる。

$$\tau_m = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} = \text{常數 } k \dots \dots \dots \quad (104)$$

但し τ_m は最大剪斷力

σ_3, σ_1 は最大並に最小主應力

斯くの如き純プラスチックの場合に於ては材料の辺り面の方向は最大剪斷力の方向と常に一致してゐて従つて主應力線と 45° の傾をなす一對の直交曲線群をなすこととは、辺り面の方向は常に主應力線と $\frac{\pi}{4} \pm \frac{\theta}{2}$ の傾をなし、この場合 $\theta=0$ であるから直ちに解る。

プラントルは斯くの如き純プラスチックの物質の上に載荷されたる場合その直下に當る三角楔形の部分は剛體的に固まりこの楔形の斜邊は 45° の傾をなすものと想像した。これより載荷端を中心とした 90° の扇形の部分は恰かも扇の骨の如く頂點に集る放射直線状の辺り面を生じ、その左右に更に載荷直下と同一大さの楔形の部分を考へ、之は恰も土壓論に於ける土楔と似た性質の部分と考へた。これ等3種の塑性部分がその基底の純彈性部分の上にのつてゐると見たのである。今その概況を圖示すれば第109圖の

如くなる。圖中陰影

を施せる部分より下

は彈性領域であつて

その上部分は塑性の

領域である。何れも

曲線は滑り面を示し

てゐる。之によつて

主應力線圖を描くこ

とが出来る、その狀

況は第110圖の如く

なる。此等の景況を

試みに全領域純彈性

の場合と比較して見

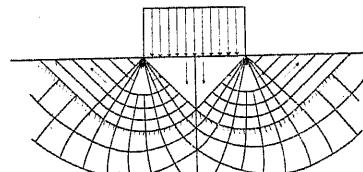
ると第111圖及び第

112圖の如く第111

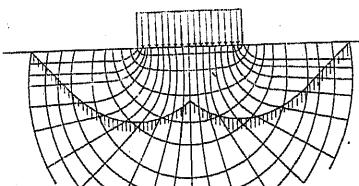
圖は辺り面を示す圖

でこれを109圖と比

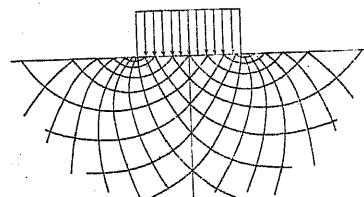
較して見ると辺り面



第 109 圖

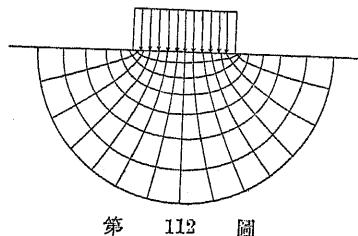


第 110 圖



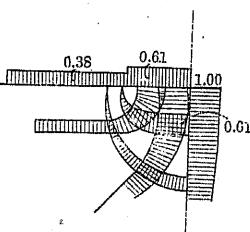
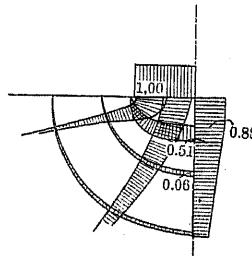
第 111 圖

は縱線の群を見ると彈性體の方が載荷端に集中することなく凡て曲線を爲してゐる。第112圖は彈性體の主應力線でこれを第110圖と比較して見ると主應力線は横線の群を見ると彈性體の方が遙かに丸味を帶びてゐる。此等は凡て應



力が弾性體の場合の方が廣く一般によく分布されることを示してゐる。尙今試みに塑性、弾性兩者の主應力線に沿つての

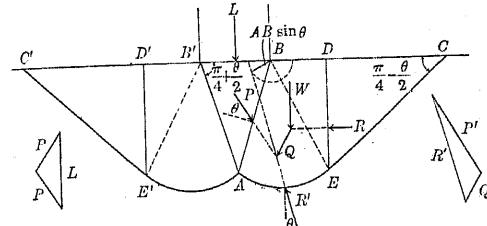
主應力の大きさを比較して圖示すれば次の如くなり、弾性の場合の方が塑性の場合より遙かに早く消失して上記のことが益々明瞭にわかる。



此等の理論は土の耐荷支持力の性質に一つの指針を與へてゐる點、土の力學上からも重要な資料である。次章に於て此等の理論に類似した土の支持力論を述べる事にする。

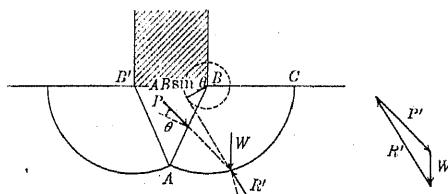
4. 土の支持力の土楔式圖解法

前節の理論に従つて第 115 圖の如く楔形 ABB' を考へる。但しこの場合には AB, AB' の 2 面は土の内部摩擦角を



θ とすれば水平と $\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}$ の傾にとり、この AB, AB' 面に働く壓力 P はこの面の垂線と θ の傾をなす。この P の大きさは第 115 圖の左圖の如くに載荷 L より P に平行に引ける 2 邊の大きさによりて決定される。 P の働點は AB, AB' の A より $1/3$ の點である。この壓力 P が兩側の受働土壓より大でなければ荷重 L は安定なわけである。 AB の外側に ABE なる扇形の土塊を考へ、之に BED なる鉛直なる DE 邊を有する三角形の土塊を加へ $BAED$ なる土塊の重量を W としその重心に懸るものと考へる。次にこの $BAED$ なる土塊の鉛直邊 DE にはランキン又はクーロン理論による受働土壓が外側より働く。即ち第 115 圖 DEC の如き受働的土楔を考へればこれに因る土壓 R は即ち外側より来る受働土壓である。この場合 EC は水平線と $\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}$ の傾斜をなすことは既に前編土壓論で述べた。 R は DE の E より $1/3$ の點を通る。この R と重量 W との合力を Q とする。次

に圓弧 AE 邊に於てはこの垂線と内部摩擦角 θ の傾をなす R' が AB 邊に働く力 P と前述の Q との交點を通つて働く。これは B 點を中心として $AB \times \sin \theta$ を半徑とする小圓を描きこれに接してしかも P と Q との交點を通るやうに R' を引けばよい。斯くして R' の方向がきまる故土塊 $BAED$ に働く三つの力で力の三角形を作ることが出来る。 Q は土楔 DEC から来る受働土壓力 R と土塊 $BAED$ の重量 W と合成されて出来る故にその大きさ並に方向がわかつてゐる。 R' は上記の方法で方向がきまる故力の三角形の他の一邊を P に平行にとれば第 115 圖右側の圖の如くにして P' の大きさが決定する。斯くして定つた P' が P より大なればこの基礎は安定なわけである。萬一この反対に前者が後者より小なれば安定は保たれない。



第 116 圖

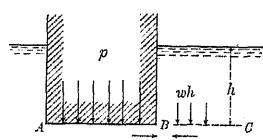
以上の圖式計算法を、も少し簡便にして第 116 圖の如くにするも一法であ

る。この場合に於ては第 115 圖の $BAED$ と楔形 DEC とを結合して簡単に B を中心とする一つの扇形 BAC と考へて

しまふ。而してこの扇形土塊の重量を W とし、 AB 邊に働く土壓力 P' と此の土塊の重量 W 並に弧線 AC に於ける反力 R' とで第 116 圖右圖の如き力の三角形を作らせる。 W は方向、大きさ何れも決定されてゐる。 R' は第 116 圖に於て P と W の交點を通つて、 B を中心とし $AB \sin \theta$ を半徑とする小圓に接するやうな方向を必要とする。 P' は P に平行にひけばよい。斯くして力の三角形より P' の大きさが決定される。この P' が荷重 L より出る P の値より大なればこの基礎は安定なるわけである。

次に尙一層簡単に考へて ABB' なる載荷面直下の土楔の AB 又は AB' 邊に荷重 L の爲めに起る壓力 P を AB 又は AB' 面に於ける兩側の土のクーロン又はランキン理論による受働土壓と比較してこれより小なれば載荷は安定であるとしてもよい。但し AB 又は AB' の如く内側に傾ける斜面の受働土壓はクーロン、ランキン何れの理論に於ても實驗とはよく合はないといふことは云はれてゐる。従つて斯くの如く考へた支持力には相當の不確実さがあることは覺悟せねばならぬ。

以上の作圖は凡て地表面載荷の場合であるが、基礎ケイソン又は基礎井の如き地中に載荷面のある場合でも少しく作圖を變へれば上述の圖解法が適用される。尙この場合にはランキンの土壓論より出立して次式を得。



第 117 圖

基礎根入りの深さを h とし、土の単位重量を w とすれば BC に於ける上方よりの土圧は wh でありこの爲めに生ずる抵抗横壓 q は受働土圧 $\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} wh$ となる。但し θ は土の内部摩擦角である。然るに基礎底面 AB に及ぼす建物の荷重を p とすれば、この爲めに生ずる横壓 q' は主働土圧 $\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta} p$ である。従つてこの q' が前記の q と釣合ふことより上式を得。

上記の支持力の計算法は凡て粘着力のない場合について述べたが粘着力のある場合に於ては内部摩擦角 θ の代りに假摩擦角を用ひるか^{*}、又は圖解法を用ひる場合には滑動面に粘着力による抵抗力として滑動面の大きさに粘着力強度 c を乗じたるものを作へて行へばよい。

5. ライスナー及びカコーの支持力式

ライスナー (Reissner) はプラントルの純プラスチック載荷の方法を用ひ粘着力なき砂の場合に對して砂の自重は無視し得るものと考へての載荷式を求める事に成功した**。

* 第二編 9 参照。

** Proc. 1st International Congress for Applied Mechanics, 1924.

$$p = \left(\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} \right)^2 wh \quad \dots \dots \dots (105)$$

基礎根入りの深さを h とし、土の単位重量を w とすれば BC に於ける上方よりの土

この場合にはプラントルの純プラスチックの場合と異るところは θ が零でない點である。従つてクルド・ジュモフの效果は第 118 圖に示す如くなり、載荷面下の楔形は水平と $\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}$ の傾斜をなし兩側のランキン土楔は水平と $\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}$ の傾をなす。従つてこの兩楔の間をつなぐ曲線に面はもはや圓弧ではなく一つの對數曲線群をなす。第 118 圖中 p と p_0 との關係は次式で表される。

$$p = p_0 \frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} e^{\pi \tan\theta} \quad \dots \dots \dots (106)$$

地下 h の深さに埋め込んだ基礎の場合には $p_0 = wh$ なる故に上式は次の如くなる。

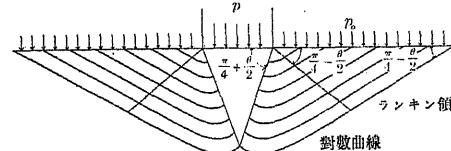
$$p = wh \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right) e^{\pi \tan\theta} \quad \dots \dots \dots (107)$$

尙カコー (A. Caquot) は上式を粘性土壤の場合に擴張した^{*}。今

$$H = c \times \cot\theta$$

と置けばこの場合支持力は

* A. Caquot: Equilibre des massifs à frottement interne, Paris, 1934.



第 118 圖

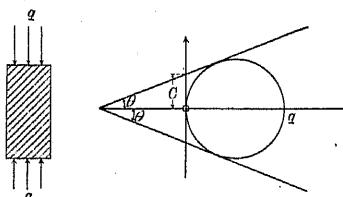
$$p = (wh + H) \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right) e^{\pi \tan \theta} - H \quad \dots \dots (108)$$

尚この式を書き直して

$$\begin{aligned} p &= wh \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right) e^{\pi \tan \theta} \\ &\quad + \frac{c}{\tan \theta} \left\{ \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right) e^{\pi \tan \theta} - 1 \right\} \quad \dots \dots (109) \end{aligned}$$

とする。此の第1項は砂の場合の式と同一であつて第2項が粘性の項である。この式で見ると砂のみの場合には地表に単に置かれた基礎では $h = 0$ なる故支持力も零であるが粘着力ある場合には地表面上の基礎も次式によつて表される支持力を有する。

$$p = \frac{c}{\tan \theta} \left\{ \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right) e^{\pi \tan \theta} - 1 \right\} \quad \dots \dots (110)$$



第 119 圖

粘土質土壤をとつて
圧縮試験を行ふときは
その圧縮強度は次式によつて表されることは
第 119 圖のモールの圓
により容易に知ることが出来る。

$$q = \frac{c}{\tan \theta} \left\{ \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right) - 1 \right\} \quad \dots \dots (111)$$

故にこれと (110) 式で表すところの地表面支持力とを比較して見ると

$$\frac{p}{q} = \frac{\tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right) e^{\pi \tan \theta} - 1}{\tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right) - 1}$$

この場合に純粘土の如き粘著力のみを有する土なるときは $\theta \rightarrow 0$ なる故上の比は

$$1 + \frac{\pi}{2} = 2.57$$

となり、これにより地表面支持力は圧縮強度の 2.57 倍となる。然るに純粘土の圧縮強度は $2 \times c$ (c は粘著力) なる故この場合の地表面支持力は次の如くなる。

$$p = 2.57 \times 2 \times c = 5.14 c \quad \dots \dots \dots (112)$$

尚純粘土にして地下 h の深さにある基礎の支持力は

$$p = wh + 5.14 c \quad \dots \dots \dots (113)$$

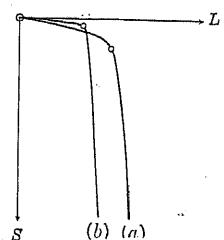
この式は上記の (109) 式に於て $\theta \rightarrow 0$ と置くことによつても得られる。

ライスナー、カロー式の缺點は土の自重を無視してゐる爲めに基礎の幅が大になると漸次に不正確となつて来る。これは第 118 圖の辻り面が基礎幅大になるに従ひ漸次地下深く入つて行くことによつて見ても土の自重の影響を受けることが大となることが想像出来る。勿論自重を考に入れ

ぬことは計算の結果を安全側に持ち來すから實際上は差支
ない。

6. 沈下の公式

實際に吾々が地表又は地中に基礎を置いて構造物を作る
ときは充分に堅くして厚き岩盤でない限り多少の沈下はま



第 120 圖

ぬかれない。勿論荷重を増すに従つて沈下の量も一般に増大し、もし際限なく荷重を増せば建物は地中に陥没するに到る。今沈下量 S と荷重 L を坐標軸にとつて $L-S$ 曲線を描けば第 120 圖の如くになり曲線は或る

荷重量に於て急激に屈曲する。この屈曲點は即ち建物が陥没する點であつて通常この際の荷重の大きさを吾々は地耐力又は土の支持力と云つてゐる。陥没に到るまでの沈下量は小なるものが常に大なる地耐力を有するとは限らない。即ち第 120 圖中曲線 (a), (b) を比較するときは (a) は (b) に比して陥没前の沈下量は同一荷重に對して大であるが地耐力は却つて大になつてゐる。これ等の關係は土地の性質によつて異つてゐることは元よりであるが又載荷面の大きさ及び形狀によつても異なる。一般に同一地面ならば大なる面の方が同一載荷強度に對して大なる沈下をなし、形が短くて太きものは細長きものより沈下が大

きいとされてゐる。ゴールドベック (Goldbeck) は沈下量は同一地盤、同一載荷強度ならば載荷面の大きさに比例すると稱し、エム・ペルゲル (Emperger) は載荷面の平方根に比例すると云つてゐる。

ハウゼル (Housel) は地上に載せた荷重 W が第 121 圖に示す如く $r:1$ の傾斜で開いて地下に上下圧を生じ且つその壓力強度は地上載荷幅 b の幅と等しい部分は等分布であつてその兩側では等減的に減少すること第 121 圖の如くであると假定した。故に任意の深さ y のところでは $b+ry$ の幅の間に等分布的に上下圧が起るものと見てよい。故に第 121 圖の如き正方形載荷面の場合に就いて次の如くに考へた。

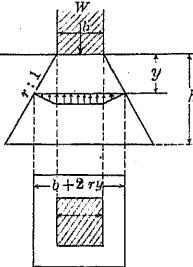
Δ = 沈下量

$$\frac{d\Delta}{dy} = \text{単位深さの土に對する沈下量}$$

$$p' = \text{単位面積の平均壓力, 即ち} = \frac{W}{(b+ry)^2}$$

$$\text{今 } \frac{p'}{\frac{d\Delta}{dy}} = I \quad \text{とすれば}$$

$$d\Delta = \frac{W}{I(b+ry)^2} dy$$



第 121 圖

故に

$$\Delta = \int_0^h \frac{W}{I(b+ry)^2} dy$$

この積分に於て今 I を一定と考へれば

$$\Delta = \frac{Wh}{I(b^2 + brh)}$$

載荷面の大きさを A , その周邊の長さを P とし

$$p = \frac{W}{A}, \quad x = \frac{P}{A}$$

と置けば $P = 4b$, $A = b^2$ なる故上式は

$$\Delta = \frac{Aph}{I\left(A + P\frac{rh}{4}\right)}$$

となる. 今 $\frac{h}{I} = K_1$, $\frac{rh}{4} = K_2$ と置けば

$$\Delta = \frac{K_1 p}{1 + K_2 x} \quad \dots \dots \dots (114)$$

尚 h が無限に大になると考へればこの式は簡単に

$$\Delta = \frac{K_1 p}{K_2 x} \quad \dots \dots \dots (115)$$

となる. これに反して面積が極めて大になると

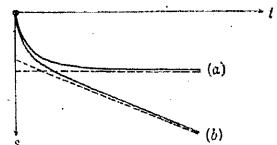
$$\Delta = K_1 p \quad \dots \dots \dots (116)$$

上記の一般式 (114) は $K_1 p$, $K_2 x$ を水平の二直交坐標軸とし Δ を垂直坐標軸にとれば Δ は一つの雙曲拋物面となる.

この K_1 , K_2 は實驗により決定し得べき値であつてハウ

ゼルが米國ミシガン州の或地點に於て鐵道と道路の立體交叉點の橋脚に就いて行つた實驗の結果によれば米式単位で沈下量 1 時乃至 0.8 時に對し $K_1 = 0.0000416 \sim 0.0000489$, $K_2 = 1.7338 \sim 2.2132$ であつたといふ*.

尙沈下に就いて更に一言述ぶべきことは沈下量と時間との關係であつて元來一般的土壤は多分にプラスチックなる爲め載荷しても直ちに沈下を起さない. 時間の経つに従つて漸次沈下を増し長きは數十ヶ月又は數年に亘つて少しづつ沈下を増す場合がある. 然し遂には一定量の沈下に止まればよいが軟弱なる地盤に於ては殆んど永久に沈下の止まらぬ場合がある. 即ち第 122 圖に於て沈下量 s と時間 t を二坐標軸にとつて考へれば



第 122 圖

曲線 (a) の如く t に平行の漸近線を持つ場合はよいが, (b) の如く傾ける漸近線を有する場合は沈下は永久に一定量の増加率を有することとなる. 斯くの如き場合は基礎面下の土地は恰かも粘性流體の如き性質をもつて徐々に流出しつあると考へねばならない.

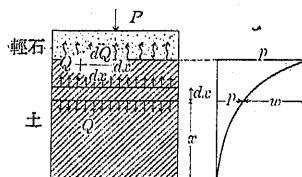
* W. S. Housel: A Practical Method for the Selection of Foundations based on Fundamental Research in Soil Mechanics, 1929.

7. テルザギの動水圧に依る支持力論

第一編に於て述べた壓密試験に於て土を容器に入れてこれを四方から壓縮するときはその間隙を減じて徐々に容積を減少することを知つた。土の間隙には空氣と水とが含まれてゐて壓密の進むにつれて漸次これ等のものが間隙から外に擠り出される。

テルザギは土が水によつて充分に浸されてゐる場合にこの間隙内の水が外壓により擠り出されるのは土の内部の水の壓力が外側の水壓より大なることを意味することからこの内部水壓を動水壓(Hydrodynamische Spannung)と稱してこれが地下水下にある基礎面の土の支持力に大なる關係のあることを提唱した*。

今簡単の爲め第123圖の如く側及び底部は不滲透性で上面のみから水が擠り出るやうな壓密試験器に充分に水に浸された土を入れて壓縮するときを考へる。



第 123 圖

断面積を A , 荷重を P
とすれば土の上面のところでは壓力強度

$$p = \frac{P}{A}$$

である。この壓力は土中

* Proc. 1st. Int. Congr. Ap. Mecha. 1924, (前出)。

より擠り出る水が自由に上面の輕石を透して流出するものと考へれば凡て土の粒子によつて支へらるべきである。然るに土中に入るに従つて漸次に水壓が上つてゐる。何となれば水は専ら上方に向つて流出するやうになつてゐるからである。従つて土中に入るに従つて上記の土粒子の受ける壓力 p は減少してその減少量は土中の水壓力によつて置き換へられる。その状態は第123圖右方に示した如く底より x の距離にある断面に於ては壓力の一部は p , 他の部は w によつて表さるる動水壓よりなり, その總和は容器と土との間の摩擦を無視すれば上面の p と同一大きさとなる。この断面が上面より充分に深くなれば壓力中 p は殆んど消失して w のみとなる。

今斯くの如き深さに不滲透性の底面があつたと考へる。土中の間隙を通して擠り出る流量は単位時間に於てはダルシーの法則によつて

$$Q = -kiA$$

但し k = 透水度(第一編参照)

A = 断面積

i = 水壓勾配

今 x の断面に於て厚さ dx の要素部分を考へこの上下両面を透過する流量を Q 及び $Q + \frac{dQ}{dx} dx$ とすればその差

は $\frac{dQ}{dx} dx$ となる。 Q に上式の値を入れれば

$$\frac{dQ}{dx} dx = -Ak \frac{di}{dx} dx$$

然るに

$$i = \frac{dw}{dx}$$

なる故上式は

$$\frac{dQ}{dx} dx = -Ak \frac{d^2 w}{dx^2} dx \quad \dots \dots \dots \quad (117)$$

然るにこの流量差は単位時間に $A dx$ なる土の要素部分の消失する含水量に等しい。土の間隙が全く水で充たされてゐる場合には $A dx$ の単位時間に失ふ含水量はこの土の間隙比の単位時間に於ける減少と等しい故、土の間隙比を e とすれば

$$\frac{dQ}{dx} dx = -A \frac{de}{dt} dx$$

然るに

$$\frac{de}{dt} = \frac{de}{dp} \frac{dp}{dt}$$

又第一編 11 にある (18) 式により

$$\frac{dp}{de} = -E'$$

$$\text{故に } \frac{de}{dt} = -\frac{1}{E'} \frac{dp}{dt}$$

故に単位時間に $A dx$ の失ふ含水量は

$$\frac{dQ}{dx} dx = \frac{A}{E'} \frac{dp}{dt} dx \quad \dots \dots \dots \quad (118)$$

(117) 式と (118) 式とを等しいと置けば

$$\frac{dp}{dt} = -k E' \frac{d^2 w}{dx^2} \quad \dots \dots \dots \quad (119)$$

となる。これテルザギの動水圧の基本式である。 E' は土の圧縮弾性係数である。従つて此の値及び透水度 k の知れる土ならば土の内部水圧 w の分布によつて土粒子の支へるべき圧力 p の時間的變化を知ることが出来る。

尙第 123 図の如く

$$p + w = \text{常数}$$

にして上面の荷重強度に等しきときは

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{dw}{dt}$$

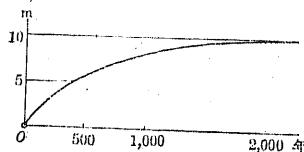
なるにより (119) 式は次の如く書くことが出来る。

$$\frac{dw}{dt} = k E' \frac{d^2 w}{dx^2} \quad \dots \dots \dots \quad (120)$$

この式に於て厳密にいへば k 及び E' は何れも t 及び x の或函数なるべきも今假に之を土の常数と考へてこれ等に無関係なりとすればこの式は通常の熱傳導の微分方程式であつてこの積分は種々の場合に可能である。従つてそれ等の解を用ふれば種々の條件の場合に於ける土の内部水圧と時間との關係が求められる。従つて土粒子の受くる圧力と時間との關係もわかり、荷重によつて圧縮されて土の表面が永い間に沈下して行く有様を時間的に計算することが出

来る。

米國ボストン工科大學のオルテンブラッド (Ortenblad) は河川の三角洲が自重によつて間隙の水を擠り出し壓縮沈



第124圖

下する量を上記の方法で計算し 50 m の深さの堆積土に對して凡て次表の様な沈下を生ずることを算出した*.

年	0	50	100	500	1,000	2,000	5,000	∞
沈下(m)	0	0.611	1.29	5.27	8.30	10.82	11.00	11.05

ビザの斜塔等の古き建物が數百年に亘つて沈下していくのも或は上の様な作用の爲めかといふ説もある。

8. 土の支持力(地耐力)表

上に述べた如く土の支持力に就いては土の性質によつて夫れ夫れ異つた理論があり從つて簡単に土の支持力の平均値を決定することは理論上困難である。然し實際家は屢々建物の設計資料として毎平方米に何噸といふやうな大略の地耐力表を使用してゐる。

* Ortenblad: Mathematical theory of the process of consolidation of mud deposits; Journal of mathematics and physics Vol. IX. No. 3, 1930.

今その二三の例を擧げれば

獨逸の工業規格 (DIN) に於ては次の如き土の許容地耐力を規定してゐる。

土の種類	許容地耐力 (t/m^2)
盛土	5
沖積砂床	10
適度の濕潤を保つ緊締砂	15
緊締細砂、堅い乾いた粘土層、砂の少い砂利	30
緊締粗砂、砂利、泥灰岩	40
岩盤の地耐力は凡てその岩石の壓縮許容應力の $2/3$ をとする	—

英國の或例では次の如き許容地耐力を用ひてゐる。

土の種類	許容地耐力 (t/m^2)
沖積土, 30 ~ 70% 砂を含むローム	8 ~ 16
濕潤粘土	16 ~ 22
細砂を含む堅い粘土	40 ~ 50
黃色粘土	44 ~ 65
緊密灰色粘土, 凝灰岩	54 ~ 87
軟白堊	11 ~ 16
砂利を含む白堊	22 ~ 33
河口, 潟内の緊密砂	49 ~ 55
6m 以上の厚さの壓密砂及び砂利	65 ~ 76
壓密砂利	76 ~ 98

本邦の地盤は軟堅極めて雜多であつて一概には表示出来ぬが大略次の如きを標準としたらよからう。

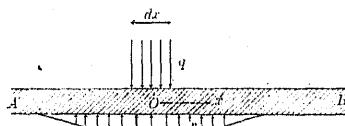
土の種類	許容地耐力(t/m ²)
泥土	0
粘土	5 ~ 20
砂交り粘土	30 ~ 40
水多き砂	1 ~ 30
水少き砂	30 ~ 50
堅き砂	50 ~ 70
堅き礫	50 ~ 80
土丹岩, 砂岩	70 ~ 250
堅岩	200 ~ 500

9. 挊み易き載荷面下の土の反力

搦み易き載荷面を一本の梁と見做してこれに荷重を懸けた場合基礎面下の土の反力が何程になるかの問題は近頃梁を縦横に渡してこの上に柱を立てる建築工法の發達とともに實際上に重要性をもつて來た。この問題を平面載荷面に擴張するときは更に建物の平板基礎、修船渠の基礎等にも

應用する事が出来る。

ここでは此の問題に就いては單に基本的の簡単なる場合の力学を取扱ふに止めることにする。第125圖に於て



第125圖

梁ABに上方より dx の長さに等分布荷重(強度 $q \text{ kg/m}$)が懸つたとき地面上の反力を求める。IIを梁材のヤング

弾性係数、 I を同じく慣性モーメントとするときこの兩者の積 $E \times I$ は梁の彎曲に對する抵抗力を示す値である。これを梁の曲げ剛さ(Flexural rigidity)といふ。荷重によつて彎曲を起す梁の曲率は荷重による曲げモーメント(Bending moment)に正比例し、曲げ剛さに逆比例すべきにより今曲げモーメントを M とすれば

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

但し梁の荷重によつて起る曲率は極めて小と考へるために曲率を $\frac{d^2y}{dx^2}$ と等しと置いた。上式を2回更に微分するときは

$$\frac{d^4y}{dx^4} = \frac{p}{EI} \quad \dots \dots \dots \quad (121)^*$$

となる。但しここに p は梁にかかる分布荷重の強度である。今 qdx の荷重の中心を坐標原點にとると任意の點 x を qdx 載荷面より外方の點とすれば p は下方からの土の反力 r を負したものである。因つて上式から

$$\frac{d^4y}{dx^4} = -\frac{r}{EI} \quad \dots \dots \dots \quad (122)$$

この土の反力 r を梁の撓み y に比例するものと考へれば

$$r = ky \quad \dots \dots \dots \quad (123)$$

但しこの k は實驗的に定むべき係数であつてこれを道床

* 摂著“應用力学ポケットブック”參照。

道床係数

	kg/cm ³
砂利道床	3 ~ 8
碎石道床	5 ~ 15

10. 杭の支持力

地形杭の支持力の力学的計算は頗る困難の問題であつて實際と一致しないことが多い。現今行はれてゐる杭の支持力の算法は2種類あつて一つは静力學的方法であり他の一つは杭を打込む際の打ち留めを測つて推算する動力學的方法である。

静力學的に杭の支持力を計算する場合杭が軟弱なる地層を貫いて地下の堅い層に立つてゐる場合には一つの長柱と考へて杭の支持力は長柱の強度と同一のものと考へるのが普通である。斯かる杭を屢々支持杭(Bearing pile)と呼ん

でゐる。杭が地下の堅い層に立つてゐない場合をこれに對して摩擦杭(Friction pile)と呼んでゐる。支持力計算に際して問題となるのはこの場合であつて摩擦杭と云つても實は單なる摩擦力のみによつて之にかかる荷量を支へるものではなく杭の尖端に於てはその附近の土を壓縮して之が幾分の支持力を與へ殘部が杭の周



第 128・圖

杭の支持力

面の摩擦力によつて支へられるものと見るべきである。

故に今 h = 杭の長さ

A = 杭の断面積

s = 杭の周邊

W = 支持力

とすれば

$$W = \alpha A + \beta sh \quad \dots \dots \dots (129)$$

デール(Dörr)に従つて α をランキンの受働土圧にとれば

$$\alpha = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right) wh \quad \dots \dots \dots (130)$$

但し w = 土の単位重量

θ = 土の内部摩擦角

デールは β に對しては次の如き特別の平均土圧強度をとることをすすめてゐる。

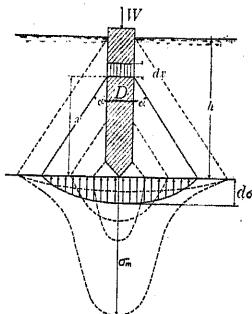
$$\beta = \mu (1 + \tan \theta) \frac{wh}{2} \quad \dots \dots \dots (131)$$

但し μ は土と杭との間の摩擦係数であつてコンクリー

土の種類	μ
泥土, 沼澤地	0.1
濕つたローム	0.2
濕つた砂	0.3
濕つた砂利, 乾いたローム	0.4
乾いた砂, 砂利	0.5 ~ 0.7

ト杭の場合各種の土に就いて凡前頁表の如き値をとる。木杭のときはこれより稍、小と見るべきである。

(131) 式中の $1 + \tan^2 \theta$ は受働土圧係数 $\tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right)$ と主働土圧係数 $\tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right)$ の中間に位する値であつて天然地盤に打ち込んだ杭の周邊に受ける土圧はほゞこの位になるといふのがデールの主張するところである。尚弛んだ地盤に立つてゐる杭に對してはもつと小なる値をとるべきであつて $\tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right)$ 又は $\cos^2 \theta$ を用ふることをすすめてゐる。



第 129 図

載荷重は凡て杭の周邊摩擦力によつて支へられるものと假定し、従つて尖端の抵抗による値を無視し得るものとする。次に載荷重 W は杭長に平均に分布されるものと假定する。従つて第 129 図 dx の長さの要素部分に於ては

$$\frac{W}{h} dx \quad (\text{但し } h = \text{杭長})$$

の荷重を支へるものとする。而してこの荷重は杭と α の傾斜をなして土中に擴がり杭尖端の平面に傳はるものと考へ且つその平面内に於ては第 129 図の陰影を施した部分の如き抛物線型の壓力分布をなすものと假定する。然るときは中央の最大壓力強度を $d\sigma_m$ とすれば平均壓力の $3/2$ なるが故に

$$d\sigma_m = \frac{3}{2} \frac{\frac{W}{h} dx}{\pi \left(\frac{D}{2} + x \tan \alpha \right)^2}$$

故に全長 h に對してこれを積分すれば

$$\begin{aligned} \sigma_m &= \frac{3}{2} \frac{W}{h \pi} \int_0^h \frac{dx}{\left(\frac{D}{2} + x \tan \alpha \right)^2} \\ &= \frac{3W}{\pi D \left(\frac{D}{2} + h \tan \alpha \right)} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (132)$$

従つて杭の直下の地盤はこの値に相當する最大壓力強度に堪へるを要する。尚此式で α は未定であるがビールバウマーは

$$\alpha = 30^\circ$$

にとるが適當なりと云つてゐる。

杭を打込むときの錘の打撃の穿入量より杭の支持力を算定する所謂動力學的公式は古くより到るところで用ひられてゐる*.

今重量 W の鉤を H の高さより落して杭を打込むときその穿入量を s とすれば落鉤の杭頭に於けるエネルギーは WH にしてこのエネルギーは杭の穿入の爲めに費さるる外熱、音響、杭重鉤並に土の振動等の内部仕事に費される。

即ち

但し R = 土の穿入抵抗力

s = 杭の穿入量

$V =$ 内部仕事

上式中 V の値は杭の穿入量 $s = 0$ の場合に於ける WH によつて決定出来るわけであるから杭の穿入せざる程度の最大の重錘落下高 H_0 を測れば

できる。然し V が H の異なる大きさに對して常に一定なりといふことは誤であるから上式によつては精確なる値は得られない。然し概略の値で満足するならばこの式により V を得。更に(133)式に於て W, H 並に s を知れば十の空

* 原口忠次郎、米田正文著“土と杭の工學”(岩波書店發行)參照。

入抵抗力 R を知ることが出来る。通常この値を以つて杭の支持力と考へてゐる。

尙米國及び我邦に於て屢々實際に用ひらるる Engineering News 式又は Wellington 式と稱するものは V を換算して 1 吋の穿入抵抗仕事と者へた次の如き形のものである。

但し R, W の単位は听得, H, s の単位は時とする.

杭の許容支持力はこの式を安全率6で除した値をとるのが普通である。従つてこれを H , s を軸, W , R を軸にて書けば

$$R = \frac{WH}{6(s+2.54)} \quad \dots \dots \dots \quad (136)$$

となる。

近來複数蒸気錘を用ふることが多いがこのときはピストンにかかる蒸気圧による仕事を落すエネルギーに加へればよい。尙この際は消失仕事量 V は落下錘の場合より小さく通常その十分の一にとる。即ち

$$R = \frac{(W+pA)H}{6(s+0.1)} \quad \dots \dots \dots (137)$$

但し R, W は听, H, s は时,

p は蒸氣壓 (吋/ 吋^2),

A はピストンの有效面積(時⁻²)とす.

單働蒸氣錘即ち單に錘を上げる丈に蒸氣を用ふる蒸氣杭打機に於ては (137) 式で $pA = 0$ と置けばよい。

大なる建物の基礎地業として澤山の杭を打つ場合には地質によつてはその群杭の支持力は一本の杭の支持力の倍數とはならない。地下に堅き地盤のある所謂支持杭の場合には群杭はほど単杭の本數倍になるが摩擦杭の場合には杭の距離が餘程離れてゐない限り互に交錯して杭間の地盤は兩側からの杭の耐力による荷重を負ふ爲め其れに耐へ切れなくなる。従つて一本當りの支持力は減少を免れぬ。スエーデン國有鐵道土質調査委員會が Göteborg (Gothenburg) で行つた實驗は一本の獨立杭と正六角形の各頂點及び中心に打つた群杭とを比較したもので著名であるがその結果は次の如くであつた。

杭の種類	単杭	杭距 1.2 m	杭距 0.7 m
支持力	19.2 ton	18.5 ton	12.0 ton

此等群杭と単杭との關係は勿論地質によつて異なるのみならず基礎面の大さによつても亦異なる。