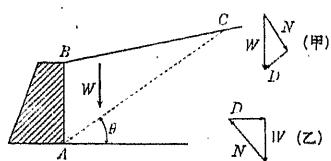


第二編 土の崩壊力學(土壓論)

✓ 1. 土壓論小史

土を支へる爲めに造つた擁壁に及ぼす土壓力に就いての理論は佛蘭西に於ては既に古く十七世紀頃から論議せられてゐた。即ちVauban(1687), Bullet(1691), Rondelet(1691) Mayniel等の工兵出身技術家が要塞を築造する際に考へ出した理論が基をなしてゐる。就中メイニエルの著書^{*}は當時の土壓論をよく総合記述した一つの權威書と云はれてゐる。最も初步的の土壓論として知られてゐるところのも



第 28 図

のは擁壁後方の土が土の
息角に等しい傾斜面に沿
つて滑り落ちるといふ考
へであつて、第 28 圖の

ABC を斯くの如き土塊とすればこの重量 W を傾斜面 AC に垂直並に平行の 2 要素に分力して N 及び D とする時は(第 28 圖, 甲), この平行分力 D に等しき力にて擁壁 AB を壓するものと考へた。後にこの考へを少しく改良して壁 AB に垂直の力と, 傾斜

* *Traité expérimental, analytique et pratique de la poussée des terres et des murs de revêtement*, Paris.

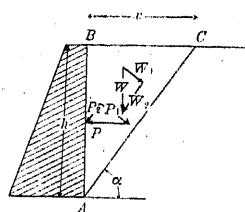
面 AC に垂直の力とに分力する(第 28 圖, 乙)事にした。

Couplet(1726-1728)は如上の考へに更に改良を加へて W は AB に垂直の分力と AC には垂直でない分力とに分つことを考へた。即ち AC 面に於ては恰かも固體の摩擦力の如く土と土との間に摩擦力が働く爲めにこの面に對する分力 N は AC 面の垂線と摩擦角に等しい傾斜をなすものと考へた。

クープレーの説は傾斜面を息角面にとつた點が今日の土壓論から見れば明かに誤ではあるが擁壁背後に楔形の土塊を考へこれが自重によつて擁壁と傾斜面との間に恰かも楔が打込まれるが如く入つて行くことを土の摩擦力によつて支へるものと考へたことは今日の土楔土壓論の基礎をしてゐるものである。

土楔論を眞に正しく論じた最初の人は Coulomb である。クーロンは先づメイニエル, クープレー等の土楔の傾斜面が實は息角面で無いことを發見したのみならず, 土壓に大小二つの極限値があることを始めて明示した。即ちクーロンは第 29 圖に於て(簡単の爲めに擁壁面は鉛直, 地表面は水平の場合を取扱つた)土楔 ABC の頂方 W を先づ AC に面に垂直の分力及び平行の分力に分ちて

* *Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes des statique relatifs à l'architecture* (1773).



第 29 圖

とし、 AB 壁に及ぼす土壓 P を AB に垂直なりと考へこれを同じく上の W_1 及び W_2 に平行に分力して

$$P_1 = P \frac{h}{\sqrt{h^2+x^2}} \quad P_2 = P \frac{x}{\sqrt{h^2+x^2}}$$

とした。

而して上に面 AC に平行の分力和 $W_2 - P_2$ がこの面上の摩擦力と釣合ふ條件は μ をこの面の摩擦係数とすれば

$$W_2 - P_2 = \mu(W_1 + P_1)$$

となる。これに上式の値を入れて

$$\frac{Wh - Px}{\sqrt{h^2+x^2}} = \mu \frac{Wx + Ph}{\sqrt{h^2+x^2}}$$

故に $P = W \frac{h - \mu x}{x + \mu h}$

且つ $W = \rho \frac{1}{2} h x$

但し $\rho \doteq$ 土の単位重量、なる故

$$P = \frac{\rho}{2} h x \left(\frac{h - \mu x}{x + \mu h} \right)$$

クーロンはこの P の値を x を變數と考へて變化せしめその最大値を求めたのである。このときの x の値は

$$x = h(\sqrt{1+\mu^2} - \mu)$$

となる。今日を土の内部摩擦角(或は息角と考へる人もある)とすれば

$$\mu = \tan \theta$$

なるを以つて

$$\frac{x}{h} = \sec \theta - \tan \theta = \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta} = \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2} \right)$$

故に第 29 圖に於て

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}$$

となる。これ今日に於ても正論と信じられてゐる上に面の傾斜角であつて息角とは全く異つた傾をなしてゐる。

上の P は土楔が落する場合であるがクーロンはこの外に尚土楔 ABC が擁壁の後退によつて上向に抜け出る場合を考へて

$$P' = W \frac{h + \mu x}{x - \mu h}$$

と置き、これを x を變化せしめてその最小値を出して土楔抜け出しの土壓としてゐる。この場合

$$\alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}$$

となる。

此の P の最大値及び P' の最小値は今日の所謂**主動土壓**(Active pressure)並に**受動土壓**(Passive pressure)と呼ばれるものである。クーロンがこれ等の點を明かにしたことは將に土壓論建設の祖と云つても差支ない功勞者となつた所以である。

クーロンは尙擁壁の面と土との間にも摩擦力が働き從つて P が AB 面に垂直にならぬ場合をも同様に解くことを得ることを示した。その後 de Prony (1802) は擁壁背後の地表面が上向勾配をして傾いてゐる場合を解き, Navier (1839) は地表面に等分布荷重が一面に積載されてゐる場合の解法を出した。Ponclet (1844) はクーロン説を圖式解法によつて幾何學的に解くことに成功し, Rebhann (1871) 及び Winkler (1872) は圖式並に解析的解法を完全に一致せしめて今日吾々の云ふところのクーロン土壓論を完成した。

然し一方クーロンが擁壁に働く土壓力の最大又は最小値を取つてそこに働く土壓と考へたことが果して妥當なりや否やの問題が起つて J. Curie (1873) の如きはむしろ擁壁に働く土壓の擁壁下端についてのモーメントをとつてこれを最大又は最小値ならしむべき α の値が辺り面の傾斜を決定すべきであるといふ説を出してゐる。之は相當に根據のあるクーロン反對説の一つであつて其後 Kötter は擁壁が

クーロンの云ふ如く前後に立つのみならずキュリーの云ふ如く下端を中心として顛倒するか又は他の任意の點をも中心として顛倒し得べしと考へ、換言すれば擁壁が全く自由勝手に動き得べしと考へて土壓を一つの變微分 (Calculus of variation) の問題として一般に解くべきことを唱導してゐる*。

今日云ふところのクーロン説に於ては擁壁に働く土壓力 P を A より AB の $1/3$ の點に働くと考へるのが普通である。これは土壓力分布を水壓力の如く地表面に於て零、地下に降るに従つてその深さに比例して大きさを増すと考へたときの當然の歸結である。然し斯く考へるとときはクーロン説は力學上の根據の原理に抵觸する一大矛盾に逢着する。

即ち第 30 圖に於て

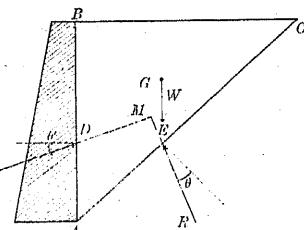
$$AD = \frac{1}{3} AB$$

$$AE = \frac{1}{3} AC$$

とし R 及び P を夫れ夫れ AC 面, AB 面の垂線と土の内部摩擦角 θ 及び土

壁面との摩擦角 θ' に等しき傾をなすものと考へれば P , R の交點 M は ABC の重心を通る ABC 土塊の重量 W とは

* Kötter: Jahrb. deut. Math. Verein. 1891-1892.



第 30 圖

一點に會さなくなる。従つて P, R, W の 3 力釣合の條件は満足されないことになる。これを一點に會せしむるには

$$\theta' = 0$$

と置くか又は D, E の位置を變するより外に妥協の道はない。前者は後に述べるランキンの土壓と稱する特別の土壓になり、後者は地表面に於て零土壓にして深さに正比例し土壓強を増す原則と相容れなくなる。近來獨逸に於てはこの後者をとつてゐるものもあるが一彌縫策たるに過ぎぬ。

尙クーロン土壓論の土楔の辺り面を一つの曲面と考へることが近來發案せられた。これは後に述べるランキンに端を發する解析的土壓論の近代的所産からヒントを得たるものであつて H. Krey*, M. Möller** 等の研究があり、又瑞西の Petterson 及び Hultin はこれを岸壁の安定理論に應用した。此等の人々により曲面を一個の圓墻面と假定することによつて極めて簡単に圖式解法が用ひらるるに至つたが平面辺り面に對するクーロン土壓の力學的缺點は依然としてこの曲面辺り面の場合に於ても残つてゐることは免れない。只この方が實驗値とよく符合することは舊理論に一步を長じてゐる證據とも見らるべきか。

土壓論を更に基本的に又彈性學的に研究し始めたのは

* Erddruck, Erdwiderstand und Tragfähigkeit der Baugrundes, Berlin 1926.

** Erddruck Tabellen, Leipzig 1922.

J. M. Rankine である*. ランキンは土を單純なる砂粒の堆積と假定し従つて安定を保つ爲めの力は内部摩擦力のみであるものと考へた。而して自重を有する土塊の要素部分の釣合の微分方程式と如上の安定の限界條件とよりいとも見事に一つの土壓理論を導出したのである。ランキンの土壓論と同一主旨の土壓論が其後 M. Lévy (1869), E. Winkler (1872), Considère (1870) によつて各々獨立に考案せられたが今日では我々はこれを一般にランキン論と呼んでゐる。

ランキン土壓論はその理論體系の見事なる爲めに廣く學界の信用を得て一時クーロン理論を壓倒するかに見えた。然し不幸にして實驗と比較検證するときは一般にクーロンの結果に及ばない。これが原因はランキン土壓は極めて特別なる一特解に過ぎないことにあることが解つた。而してこれを更に實際に近き一般的の解に擴大することが色々の人々によつて試みられるに到つた。即ちランキン土壓はクーロン土楔論に似て平面辺り面を與へるが St. Venant (1870), Boussinesq (1870, 1875, 1884) はこれを曲面辺り面と考へることによつて一般化することに成功したのである。尙近年に到つてこれが研究は益々盛になつて佛の Réal を始め獨の Kötter, Reissner, Kármán 等の研究あり、我邦九

* On the stability of loose sand. Phil. Trans. Roy. Soc. London 1856.

大教授安藏善之輔博士も亦この問題に就いて重要な研究を發表してゐる。

次に土壓論の實驗的研究に就いて一言する要がある。壁に働く土壓を實測した最初の人は Lambert (1772) であらう。後獨逸に Forehheimer (1882) の實驗があり、これとほど時を同じうして英國の Darwin (1883) の實驗がある。この兩者の土壓實驗は何れも有名であつて、今日に於ても貴重なる文獻として一讀の値がある。其後この問題が幾多の學者によつて繰り返し研究せられた。例へば Leygue (1885), Siegler (1885), Donath (1891), Müller-Breslau (1906) 等の古典的研究あり、近年に至つては墺國に Terzaghi, 獨逸に於て Krey, Loos, 米國に於ける Feld, Gilboy, Casagrande 等の研究家が續出してゐる。此等近代の實驗家の實驗裝置はその精密度と規模とに於て古典的研究家のそれとは比較にならぬ程進歩してゐる。近代研究家が古典的研究家と異なるところは啻にその裝置の著しき進歩のみでなく土壓研究の根本觀念に於ても亦異つた立場を見出さんとする傾向がある。それは古典的研究家が土を砂粒の集合體と見る所謂粉體力學一點張りなるに對して近代研究家は土を天然のままの如實のものとしてこれに即した材料力學的研究に移らんとしつつあることであつて、本書第一編に於て述べた土性論の發展をうながした。斯かる觀點から見た第一歩として

は Résal, Caquot, Fellenius 等の土に粘着力を考へたときの土壓論がある。Nils, Westerberg の如きは寧ろ粘着力を主とした方が實際に近き土壓の値を與へると云つてゐる。何れにしても土壓論は斯かる土性論的立場より見て今や一轉期に立つてゐるものと見てよからう。

以下本書では次の順序で各土壓論をなるべく簡単に列述し現代土壓理論の概況を傳へたいと思ふ。

1) 二大古典土壓論—クーロン土楔論とランキンの粉體土壓論。

2) ランキン土壓論の繁榮—Boussinesq, Kötter, Reissner, Kármán 等の彈性學的理論の發展として表れたる曲面にり面說。

3) 曲面にり面說の實用化—Krey, Petterson, Hultin 等の研究。

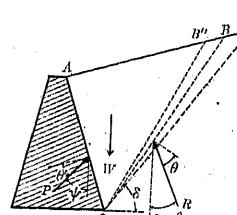
4) 粘性の土壓論への導入—Résal, Caquot の理論と Fellenius, Terzaghi 等の實用的解法。

5) 應用問題—擁壁の安定、法面の安定と地にりの理論、矢板工の安定等。

✓ 2. クーロンの土壓論(土楔論)

前節に述べた如くクーロンは擁壁の背後に及ぼす土壓を始めて科學的に處理することに成功した人と云つてもよい云はば土壓論の祖といふべき人であつて常に壁後の三角形

の土をとつて考へる故に通稱これを土楔論(Wedge theory)又は土稜論と云つてゐる。クーロン自身の考へたのは前節に述べた如き特別の初步的の場合のみであるが、今日吾々がクーロン土壓論又は土楔論と稱してゐるもののはポンスレー、レブハン、ウインクラー、クルマン等の努力によつて次の如き形に於て表されるに至つた。



第 31 圖

第 31 圖に於て土楔 OAB の重量 W が壁面 OA 及び土の辺り面 OB にそつてすり落ちんとするのを OA 壁と土との間に働く力 P と OA 面に於て下方の土の及ぼす反力 R とによって支へるものと考へる。今土に粘着力が無いものと考へれば(乾いた砂の場合)滑動の將に起らんとするときは R は OB 面の垂直線と土の内部摩擦角 θ に等しき傾をなして上方に向いてゐる。 P は OA の垂直線と θ' の角に等しき傾をなして上方に向いてゐる。 θ' は OA 面の平滑であるか粗面であるかによつて異なる値であつて、充分に平滑なる時は零にもなり得るが、極めて粗面であれば土がここに薄いフィルムをなして附着してその上を土楔が走る故に結局は土の内部摩擦角 θ と等しくなる。通常 θ' の値は θ

の $3/4$ 乃至 $1/2$ にとるのが實際的であるとされてゐる。即ち

$$\theta' = \frac{3}{4}\theta \text{ 乃至 } \frac{1}{2}\theta$$

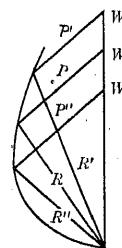
斯様にして土楔 OAB の二邊 OA 及び OB に働く反力の方向が決定すれば土楔の重量 W は鉛直に働き、その大きさは OAB の面積に土の単位重量をかけたものである故解つてゐるから力の三角形により P 及び R の大きさが決定される。即ち第 31 圖の右圖より sin 比例によつて

$$P = \frac{\sin(\delta-\theta)}{\sin(\delta-\theta+\psi)} W \quad \dots \dots \dots (22)$$

然るに辺り面 OB は實驗によらなければ豫め決定出来ぬものである。今この面の位置を OB' 又は OB'' の如く少しく傾を變へて考へて見る。之は上式に於て δ を變數と考

へて W 及び P の變化を見る事である。今

辺り面 OB に對する土楔の重量 W 、反力 P 及び R 辺り面 OB' に對する土楔の重量 W' 、反力 P' 及び R' 辺り面 OB'' に對する土楔の重量 W'' 、反力 P'' 及び R'' とすればこの各々の場合の力の三角形は第 32 圖の如くに R, R', R'' は辺り面の方向が變る爲め各々その方向が變り、 P, P', P'' は OB 面の位置には無關係に常に平行である。この力の三角形の頂點の軌跡は一つの曲線となる。この曲線の最も W 線より離れたる點をとればその點に於ける P



第 32 圖

の値は他の P の値より大である。

即ちこの點は壁面の土壓の最大値を與へる。故にこの値を取つて壁面の土壓とすれば安全なわけである。この頂點の軌跡をクルマン線 (Culmann's line) と呼んでゐる。いま第31圖を斯くの如き最大 P を與へる力の三角形と考へれば(22)式はそのまま擁壁に及ぼす最大の土壓値と考へてよい。クーロンはこの値を以つて土の擁壁に及ぼす主働土壓と考へた。

尙此の土壓 P は OA 壁面の全土壓の量であつて之が如何なる分布をなして OA 壁面に擴がつて居るかは明かでない。この爲めには P の働く點が問題となるわけである。通常吾々は土壓は水壓に似て地表面では一般に零であり、地下に入るに従つて深さに比例してその強度を増すと考へてゐる。故に P は OA 面の O より $\frac{1}{3} \times OA$ の點を通過することとなる。同様に R も亦 OB 面の O より $\frac{1}{3} \times OB$ の點を通過ねばならぬこととなる。然るにここに端なくもクーロン土壓的一大缺陷が見出されたのである。今上の如く P, R の働く點を規定するときはこの2力は常に W と一點に會するとは限らない。従つて3力の釣合の力學の根本原理が成立しないことになる。近頃これが妥協策として獨逸では P の働く點を必ずしも OA 面の O より $\frac{1}{3} \times OA$ の點にしないことが實際的であると云はれてゐるが未だその可否は明か

ではない。

次に受働土壓の

場合は第33圖の

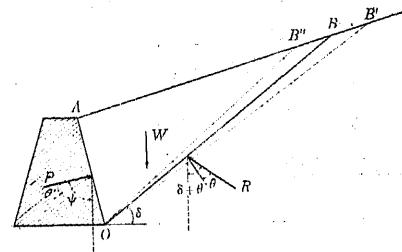
如く土楔 OAB が

壁よりの壓力 P に

よつて上方に押し

上げられる場合で

あつてこれに抗す



第 33 圖

る爲めに OA 面及び OB 面に於ける摩擦力は下向に働くねばならぬ筈であるから P 及び R はこの場合には各々 OA 面及び OB 面の垂直線とは主働土壓の場合とは反対の側に θ' 及び θ の傾をなして働くこととなる。

従つて W, P, R の力の三角

形は第34圖の如くになる。

この場合に於ても土楔 AOB

の OB 面は豫め決定し兼ねる

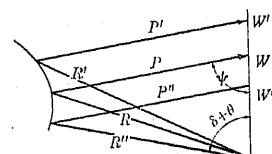
がこれの水平に對する傾 δ を

少しく變化して OB', OB'' の如き面を考へ、これに應する

W', P', R' 及び W'', P'', R'' の力の三角形を描きその頂點の

軌跡即ちクルマン線を描くときは今度は第34圖の如く凸部を W に向け、その最も W に近き點は最小の P を與へる。

斯くして得たる最小の P をとればこれ土楔の上向に押し出



第 34 圖

さるる最小抵抗力である筈であるからこれを以つて土の受働土圧と考へるといふのがケーロンの説くところである。

斯くの如きにり面 OB の位置は主働土圧の場合より通常遙かに A に遠く従つて受働土壓の土楔 AOB は主働土圧の土楔よりもずっと大きくなつてゐる。今この場合の OB 面の水平との傾を δ とすれば力の三角形より

$$P = \frac{\sin(\delta+\theta)}{\sin(\delta+\theta+\psi)} W \quad \dots \dots \dots (23)$$

但しこの ψ, δ は主働土圧の場合とは全く異なる。 P の働く點は OA の O より $\frac{1}{3} \times OA$ の點を通る。

尙主働土圧の場合に於ける P の最大値及び受働土圧の場合に於ける最小値を求める方法に Rebhann の方法及び Ponglet の圖解法がある。

$$(22) \text{ 式} \quad P = \frac{\sin(\delta-\theta)}{\sin(\delta-\theta+\psi)} W$$

に於て P は未だ最大値でないものとする。この値が最大となれば P は主働土圧となる。斯くの如き最大値 P を與へる爲めの土楔のにり面 OB を求めるのにレブハンは次の如くに考へた。

$$\frac{dP}{d\delta} = 0$$

と置けば

$$W = -\frac{dW \sin(\delta-\theta)\sin(\delta-\theta+\psi)}{d\delta \sin \psi} \quad \dots \dots \dots (24)$$

然るに OC を水平と θ の傾をなして引き $\angle BNO = \psi$ とすれば

$$\frac{\sin(\delta-\theta+\psi)}{\sin \psi} = \frac{ON}{OB}$$

BM を OC に垂直に引けば

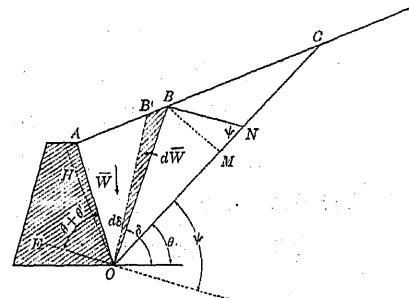
$$\sin(\delta-\theta) = \frac{BM}{OB}$$

故に (24) 式は

$$W = -\frac{dW}{d\delta} \frac{BM}{OB} \frac{ON}{OB}$$

然るにこの式の dW は次の如くにして求められる。

今 O より AC に垂線を立て、その長さを H とする。 dW は第 35 圖中陰影を施した部分の示す如く δ が $d\delta$ 丈正の方向に進めば W は dW 丈減少する。故に dW と $d\delta$ とは互に反対の符号を有する。



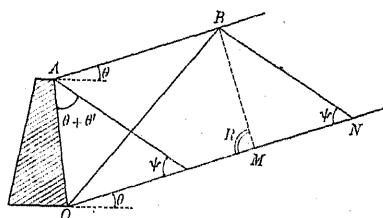
第 35 圖

$$\frac{DN}{NC} = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{故に } \frac{ON}{OC} = \frac{DN}{NC} = \frac{ON - OD}{OC - ON}$$

これよ!!

故に OC を直径として半圓を描き D より OC に垂線を引いて圓周との交點を D' とすれば OD' を半徑 O を中心として圓弧を描き OC を切る點が N を與へる. 故にこの方法では先づ水平と内部摩擦角 θ なる傾をなす線 OC を引いてこれを直徑として半圓を描き AD を $\angle ADO = \psi$ となる様に引いて D に於て OC に垂線を立て, 之と半圓との交點を D' とし, OD' を半徑とし, O を中心として圓弧を描き OC との交點を N とすれば N より AD に平行に NB を引けばこれより面 OB を一氣に決定し得. OB が決まれば P は(27)式より得られる.



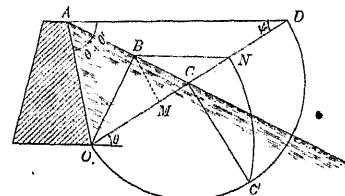
第 37 圖

尙この場合地表面が直角 θ に等しく傾をなすときは O 點は無限の遠くに逸し去る故に上の作圖法は不可能となる(第 37 圖).

このときは(27)式の BN , BM は何處に引いても同一値である故 N を求むる作圖は不要となる.

又地表面が後方に低

下してゐる場合には C 點が D 點より O に近く出る。このときの N を求むる作圖は第 38 圖の如し。



第 38 圖

この作圖の順序は第
36 圖と同一であるか
らそれを參照して見れ
ばすぐ解る。

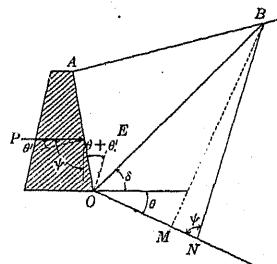
受働土圧の場合に於てはレプハンの方法は第39圖に示す如くON線を水平と下向にθの傾をなすやうにとりNI

$$\angle ONB = \psi$$

(但しこの γ は受働土圧のときの値) に引き

$$\triangle OAB \text{ の面積} = \triangle OBN \text{ の面積}$$

となるやうに B を決定する。斯くして OB の辺り面がきまれば P は(23)式で出る。又(27)式と同じく

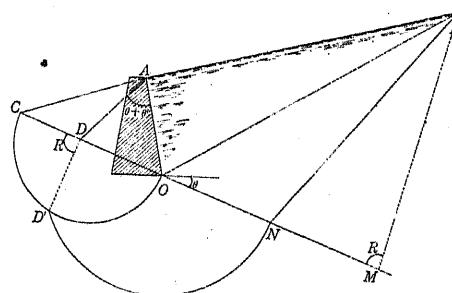


第 39 圖

$$P = \frac{w}{2} BN \cdot BM$$

となる。

ポンスレーの作圖はこの場合は第40圖の如くなる。



第 40 圖

この作圖の順序は全く第36圖と同一であるから説明する要はないと思ふ。

クーロン
土楔論は上

述の如き力学的の缺點があるにも係らず今日多くの實際問題に最も屢々用ひられつつある土壓論である。その理由は如上の簡単なる圖解法で求めらるる簡便なる點のみによるのではなく此の圖解法は尙上の地表面が平面でない場合及び地表面に種々なる荷重がある場合にも容易に應用出来る爲めでもある。尙進んでは土に粘着力のある場合にもこの理論を擴張出来る、云はば萬能土壓論と云ふべきものである。以下地表面が平面でない場合並に載荷のある場合に就いて述べる。但し粘着力のある場合は後章に改めて述べることにする。

3. 地表面が平面でない場合のクーロン土壓

地表面が平面でない場合は土楔が單純なる三角形にならないが要はこの重心を見出し得れば全く上述の圖解法がその儘用ひられる。従つて單純に三角形でない土楔の重心とその全重量を求めるに歸着する。これは簡単な幾何學によつて容易に求められる。

今 AB 面を曲面と考へ三角形

OAB を AB が曲線の三角とす。

この場合上述の如くこの三角形の重心及び W を求めればあと

は AB が曲線であつても直線の

場合と全く同一となる故土壓 P の値は(22)式と同じ形の

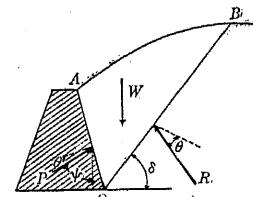
$$P = \frac{\sin(\delta - \theta)}{\sin(\delta - \theta + \psi)} W$$

を用ひ得。今假にこの式を未だ P が最大値でないものと考へる。この最大値を求める爲めにレブハンの定理を用ひて見ると(勿論この場合にもクルマン曲線を用ひてもよい)上式に於て AB が直線の場合にやつたのと同じ方法で(24)式即ち

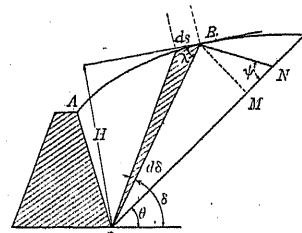
$$W = - \frac{dW}{ds} \frac{\sin(\delta - \theta) \sin(\delta - \theta + \psi)}{\sin \psi}$$

を用ふることが出来る。

B に於ける地表面の接線に O から引いた垂線の長さを



第 41 圖



第 42 圖

これ全く地表面が平面のときの(25)式と同一式である。故に以下の推論は全く平面地表面の場合と同一となつて ON を水平と H の傾をなして引き

$$\angle ONB = \psi$$

にとり、且つ

$\triangle OAB$ の面積 = $\triangle OBN$ の面積

になる様に OB を引けばこれが最大土圧を與へる辺り面となること、その値が

$$P = \frac{w}{2}BN \cdot BM$$

となることは平面地表面のときと同一である。只異なる點は OAB が一邊を曲線とする三角形になる爲めにその面積の計算が面倒になる丈のことである。

以上は主働土圧の場合であるが受働土圧についても同一で、地表面が曲面の場合も平面の場合も同一筆法が使へる。

H とすれば(第42圖)

$$dW = -\frac{1}{2} w \times H \times ds$$

$$\text{且} \quad ds \sin \lambda = OB \times d\delta$$

$$\text{故に } ds = \frac{OB^2}{F} d\delta$$

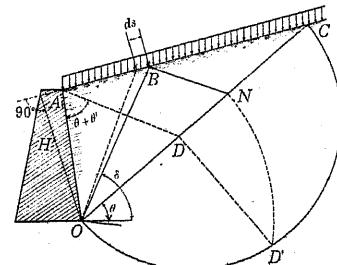
$$\text{故而 } dW = -\frac{1}{2}wOB^2d\delta$$

地表面に荷重のある場合のケーロン土盤

4. 地表面に荷重のある場合のクーロン土圧

地表面に荷重のある場合その荷重が分布荷重であつても集中荷重であつても且つ又荷重面が平面であつても曲面であつても自由に上述の方法が使へることはクーロン土圧の説である。今ここでは例示の爲めに表面は平面で等分布荷重のある場合の主働土圧に就いて述べる。

地表面に於ける載荷による分布荷重の強度を地表面の単位面積に於て γ とし土楔 OAB の重量とこの上に載れる荷重の和は H を O より AB に下せる垂線の長さとすれば



第 43 圖

$$W = \frac{1}{2}w \times AB \times H + \gamma \times AB$$

(25) 式の dW は

$$dW = -\left(\frac{1}{2}w \times OB^2 \times d\delta + \gamma ds\right)$$

$$\text{且つ} \quad ds = \frac{OB^2}{H} d\delta$$

$$\text{故に } dW = -\frac{1}{2} \left(w + \frac{2\gamma}{H} \right) OB^2 d\delta$$

$$\text{とすれば } dW = -\frac{1}{2}w' \times OB^2 \times d\delta$$

$$W = \frac{1}{2}w' \times AB \times H = w' \Delta OAB \quad \dots \dots \dots (30)$$

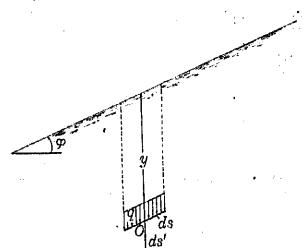
即ち(27)式で土の単位重量を w の代りに w' と考へれば前述の載荷の無いときのレブハンの方法がそのまま使へる。即ち OC を水平と θ の傾にとり且つ $\angle OAD = \theta + \theta'$ にとって之に平行に BN を引き $\triangle OAB$ の土の重量にこの土楔上の載荷の總重量を加へたものが単位重量を w' と考へた $\triangle OBN$ の重量と等しくなるやうに OB を決めればこれが今の場合の辺り面を與へる。斯くの如き OB をきめるにはトライアルでやらねばならぬが、これにもポンスレーの作圖によつて一遍に決める方法が使へる。即ち OC を直徑としてこの上に半圓を描き D より OC に立てた垂線がこれと交る點を D' とすれば OD' を半徑 O を中心として圓弧を描きこれと OC との交點を N とする。 N より AD に平行に NB を引けば B は求むる點となる。この證明は前節の載荷の無い場合と全く同一にゆく故省略することにする。

5. ランキンの粉體土壓論

第44圖に示す如く無限に擴がれる平面地表面下(水平でも傾いてゐてもよい。但し傾いてゐる場合には傾角は勿論砂の内部摩擦角より小でなければ地表面の安定は保てぬ)

y の深さの O 點に、地表面

に平行なる要素面 ds を考へこれに働く上向よりの土壓力強度を q とすればこれは第44圖中點線で挟まれた部分の土の重量を ds で割つたものである。即ち



第 44 圖

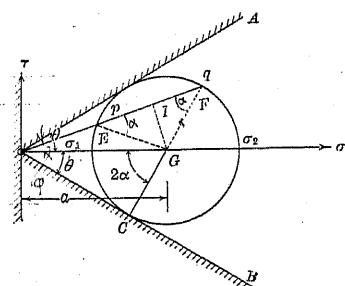
$$q = \frac{wy ds \cos \varphi}{ds} = wy \cos \varphi \quad \dots \dots \dots (31)$$

次に O 點を通つて鉛直の要素面 ds' を考へこれに働く土壓力強度 p は如何といふに先づこの上に働く土壓力は方向は上面に平行なる管である。即ち p, q 何れも各々 ds' 面及び ds 面の垂線と同一大きさ φ の傾をなす; 故にモールの應力圖示法に従つて垂直應力を横軸、剪斷應力を縦軸にとつて應力を表すときは p, q は重つてゐる。

$$OF = q$$

$$OE = p$$

とすれば第45圖に於て EF の垂直二等分線を引き σ 軸との交點を G とすればモールの圓



第 45 圖

は G を中心として EF を通る。この圓と σ 軸との交點は主應力 σ_1 及び σ_2 を與ふ*。

$$\text{故に } OG = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = a$$

砂中の応力は面の垂線に對して内部摩擦角 θ より大なる傾をなすことは出來ぬから坐標原點よりモールの圓に引いた接線（この線が最大傾角をなす應力を示す）の σ 軸となす角は θ である。故にモール圓の半徑は

$$\gamma = a \sin \theta \quad q = OI + IF$$

$$OI = a \cos \varphi \quad IF = IE = \gamma \cos \alpha$$

$$p = OI - IE = a \cos \varphi - a \sin \theta \cos \alpha \quad : \quad (33)$$

$$GI = a \sin \varphi$$

$$GI \equiv \alpha \sin \alpha \equiv \alpha \sin \theta \sin \phi$$

$$\text{故に } \sin \alpha = \frac{\sin \varphi}{\sin \theta}$$

$$\text{夫れ故に} \quad \cos \alpha = \sqrt{\frac{\sin^2 \theta - \sin^2 \varphi}{\sin^2 \theta}}$$

これを(30), (31)式に入れて

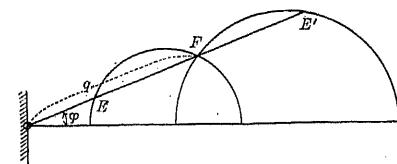
$$q = a(\cos \varphi + \sqrt{\sin^2 \theta - \sin^2 \varphi}) \\ = a(\cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi - \cos^2 \theta}) \dots \dots \dots (34)$$

*拙著“應用力學ポケットブック”(鐵道時報局發行)參照。

$$p = a(\cos \varphi - \sqrt{\sin^2 \theta - \sin^2 \varphi}) \\ = a(\cos \varphi - \sqrt{\cos^2 \varphi - \cos^2 \theta}) \quad \dots \dots \dots (35)$$

$$\text{故に } p = \frac{\cos \varphi - \sqrt{\cos^2 \varphi - \cos^2 \theta}}{\cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi - \cos^2 \theta}} q \quad \dots \dots \quad (36)$$

これ ds' 上に働く土の主働土圧の値である。受働土圧の場合は第 46 図の如く E' 点を F の延長線上上の調和点に



第 46 圖

とり p は (36) 式の逆

$$p = \frac{\cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi - \cos^2 \theta}}{\cos \varphi - \sqrt{\cos^2 \varphi - \cos^2 \theta}} q \dots \dots \dots (37)$$

となる。

(36), (37) 式の q に (31) 式を入れれば

$$\text{但し } \kappa = \frac{\cos \varphi - \sqrt{\cos^2 \varphi - \cos^2 \theta}}{\cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi - \cos^2 \theta}} \dots \dots \dots (40)$$

(38), (39) 式を見るにランキン土圧強度は深さ y に正比例する。これ等の土圧強度の鉛直壁(高さ h)に対する総和合

力は

$$P = \int_0^h p dy = \kappa \cos \varphi \frac{wh^2}{2} \quad (\text{主働}) \quad \dots \dots \dots (41)$$

$$P = \frac{1}{\kappa} \cos \varphi \frac{wh^2}{2} \quad (\text{受働}) \quad \dots \dots \dots (42)$$

合力 P は第 47 図に示す如く地表下 $\frac{2}{3}h$ の點を通る。

特に地表面が水平の場合は $\varphi=0$ なる故

$$\kappa = \frac{1-\sin \theta}{1+\sin \theta} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2} \right) \quad \dots \dots \dots (43)$$

となり

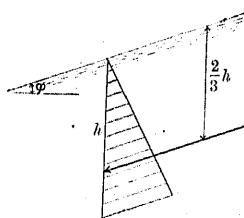
$$p = \kappa wy \quad (\text{主働}) \quad \dots \dots \dots (44)$$

$$p = \frac{1}{\kappa} wy \quad (\text{受働}) \quad \dots \dots \dots (45)$$

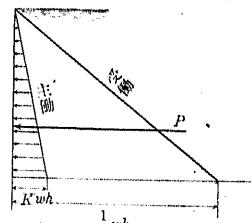
且つ合力は $P = \kappa \frac{wh^2}{2}$ (主働) $\dots \dots \dots (46)$

$$P = \frac{1}{\kappa} \frac{wh^2}{2} \quad (\text{受働}) \quad \dots \dots \dots (47)$$

となる。



第 47 図



第 48 図

主働土圧と受働土圧との強度の比は

$$\kappa^2 : 1$$

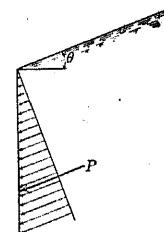
となる。故に今最も単純なる第 48 図の如き 水平地表面の場合に於て假に内部摩擦角 $\theta=30^\circ$ とすれば $\kappa=\frac{1}{3}$ なる故に受働土圧強度は主働の場合の 9 倍となる。然るに面白いことは、これは地表面の傾によつてこの差は變化して來て第 49 図の如く地表面が内部摩擦角 θ と等しくなると

$$\kappa = 1$$

となつて主働、受働両土圧は同一大さくなる。即ちこの場合

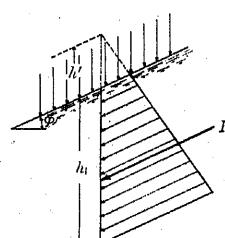
$$p = q = \cos \theta wy \quad \dots \dots \dots (48)$$

$$P = \frac{1}{2} \cos \theta wh^2 \quad \dots \dots \dots (49)$$

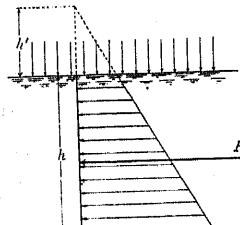


第 49 図

次に地表面に載荷あるときはその強度を γ とすれば主働



第 50 図



第 51 図

土壓強度は

$$p = \kappa(\cos \varphi w y + \gamma) \quad \dots \dots \dots \quad (50)$$

その合力は $P = \kappa \left(\cos \varphi \frac{w h^2}{2} + \gamma h \right) \quad \dots \dots \dots \quad (51)$

即ち $h' = \frac{\gamma}{w} \frac{1}{\cos \varphi} \quad \dots \dots \dots \quad (52)$

丈 y を加算すればよい。合力 P の位置はこの加算されて完成した應力三角形の重心を通る(第 50 圖参照)。尙第 51 圖の如き水平の地表面では

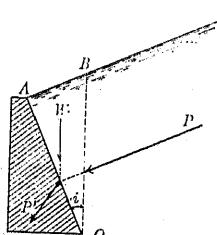
$$p = \kappa(w y + \gamma) \quad \dots \dots \dots \quad (53)$$

$$P = \kappa \left(w \frac{h^2}{2} + \gamma h \right) \quad \dots \dots \dots \quad (54)$$

受働く土壓は(50)乃至(54)式で凡て κ の代りに $1/\kappa$ を用ふればよい。

擁壁の壁が鉛直でない場合に於ては上述の方法により先づ鉛直面 OB (第 52 圖)に於ける土壓 P を求め、次に OAB

三角形の土塊の重量 W と P との合力を求めて之を以つて斜面 OA の土壓と考へればよい。又は鉛直壁に對しての土壓 p 及び之と共になる鉛直土壓 q とより應力橢圓



第 52 圖

$$\frac{x^2}{\sigma_1^2} + \frac{y^2}{\sigma_2^2} = 1 \quad \dots \dots \dots \quad (55)$$

を描く。これを求めるには先づ主應力 σ_1, σ_2 の大きさを第 45 圖モールの圓により決定し又その椭圓の主軸の方向(即ち主應力の方向)は同じ圖の

$$\angle OGC = 2\alpha$$

により決定すればその點の應力橢圓を描くことが出来る。

次にその點に於ける應力方向橢圓

$$\frac{x^2}{\sigma_1^2} + \frac{y^2}{\sigma_2^2} = 1 \quad \dots \dots \dots \quad (56)$$

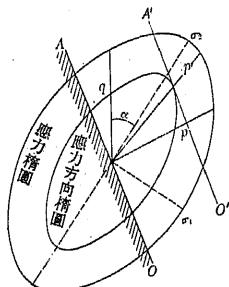
を第 53 圖に示す如くこれに重ねて描きこれに斜壁 AO と平行接線 $A'O'$ を引くときその接點を通る應力橢圓の通徑 p' は OA 面の土壓強度を與ふ(第 53 圖)*。

第 53 圖

6. ランキン土壓論の缺點と其の補正

ランキンが如上の理論を發表したのは 1856 年で彼が應用力學者として不朽の名をなした名論である。クーロン土壓論の力學的不合理はランキンの新説によつて一掃され、土壓論はここに完成されたかの觀があつた。ランキンに少しく遅れて佛の M. Lévy (1869) も亦同工異曲の土壓論を獨立に提案し、獨の Winkler (1872) も亦これと同様のものを發表してゐる。時を殆んど同じうして斯くの如き同様の土

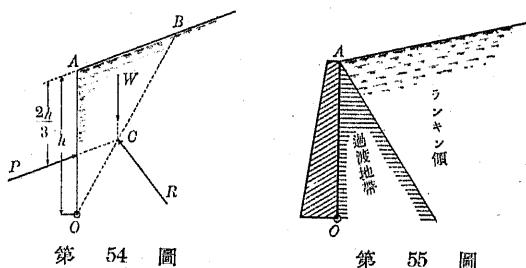
* 前出、拙著“應用力學ポケットブック”参照。



壓論を出したといふことは如何に當時これが學界の中心問題となつてゐたかといふことが窺はれる。

扱ランキンによつて土壓論も一時完成に近く見えたが、これを實際上に用ふるときは一大缺點のあることが發見された。それは無限に擴がつてゐる平面地表面の假定であつて、吾々が實際に壁を作つてこれを切斷するときはそこから始めの條件と異つた事情が生ずる。今これ等の諸點を更に詳述する。

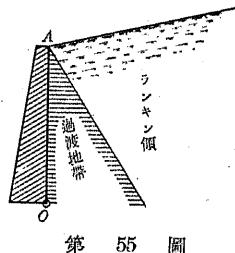
ランキンの説に従へば鉛直壁に及ぼす土壓は地表面に平行であるから第54圖に於て P の OB との交點 C は OB の O より $1/3$ の距離にあり、従つて $\triangle OAB$ の重量 W も亦この點を通る。故に P , W 及び OB 面力の反力 R の3力は常に一點に會することになる。これランキン説がクーロン土壓の不合理を一掃した點である。その代りにランキンの説は壁面 OA に於ける壓力 P の方向を常に上面と平行にする爲めここにクーロンの場合の如く任意の傾角をとることが



第 54 圖

不可能となる。従つてランキン土壓は鉛直壁面の土壓が恰かも地表面の勾配と同一摩擦角で働く場合に限り用ひられることとなつて一つの特別の場合に過ぎないこととなる。即ち一般に粗度の異つた壁を挿入した場合に常にこのまま實際に使へる理論ではないことがこの理論の應用上的一大缺點であることが解つて來た。そこで壁面の種々なる粗度に對して、換言すれば P に任意の傾を與へて尙力學的に矛盾のない土壓論を打ち立てる必要を生じた。この問題に最初の解決を與へたのは Boussinesq である。ブーシネスクは第55圖の如くランキン領と壁との間に三角形の過渡地帶を置いてランキン土壓をこの地帶で漸次補正して壁面に到つては任意の摩擦角をとり得るやうに考へたのである。Résal, Kötter, Reissner, Kármán, 安藏博士等の學者も方法は變つてゐるが同一主旨でランキン土壓の補正を行ふ事に努力し、將にランキン土壓論の繁榮期を出現した。以下これ等の人々の補正論の概況を一括して述べる事にする。

抑々ランキン土壓論の擁壁土壓に應用することの無理は上述の如く擁壁面の粗度を無視して常に地表面に平行に土壓が働くとする點にある。従つてこの擁壁面より充分に距たれる點に於てはランキン土壓は正しいわけである。即ち擁壁面の存在が無關係なるランキン領土に於てはランキン土壓は理論上正しい。このランキン領土と擁壁の爲めに生



第 55 圖

する過渡領と區別するのに色々の考へ方がある。今前節のランキン論を少しく見方を變へて次の如くに考へて見る。

モールの圓第45圖に於て OA, OB は土壓の最大傾角を與ふ。従つて OA, OB の方向は土が立った場合の辺り面を與へる。而してこの兩面と主應力面との間の角は第45圖中 OGO 角の半分によつて與へられる。即ち

$$2\alpha = \pi - \frac{\pi}{2} - \theta$$

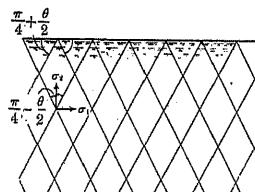
夫れ故に $\alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}$ (57)

故に土が崩壊する場合の辺り面はその點の主應力の方向と

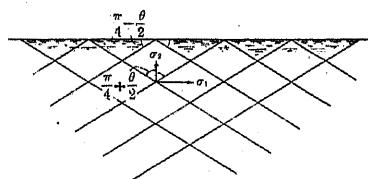
常に上の α に等しき傾をなす
二群の平行線をなす。但し θ
は土の内部摩擦角である。

故に今地表面水平の場合に
於ては土の中の主應力 σ_1, σ_2
は水平並に鉛直なるべきによ

り、ランキン論によ
る辺り面の方向は第
56圖か又は第57圖
の如きものである。
第56圖は主働土壓
第57圖は受働土壓

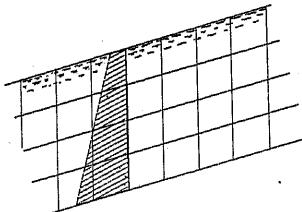


第 56 圖

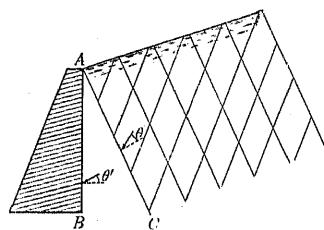


第 57 圖

の場合である。地表面の傾斜せる場合も σ_1, σ_2 なる主應力の方向が決れば辺り面の方向は直ちに決定する。この場合も亦主働受働2種の平行線群圖を生ずる。この辺り面上に於ては第45圖モール圓が示す如く土壓應力は常にその面の垂線と土の内部摩擦角 θ の傾をなす。扱今この第56圖又は第57圖に於て無限に擴がれる土中に鉛直擁壁を作る時は明かに擁壁面は辺り面とは一致しない。之が即ちランキン土壓が擁壁面が挿入されることによつて補正せられねばならぬ理由であつて、もしこの擁壁も亦一個の辺り面となつて居ればここで内部摩擦角と等しき土壓力の傾を生じ従つて土が壁にフィルムとなつてくつついてゐると考へれば正しいことになる。斯かる條件は只一つ地表面が内部摩擦角 θ と等しい傾の場合のみ成立してゐる。即ちこの場合の無限に廣い土中の辺り面を描けば第58圖の如く一つの辺り面は地表面に平行となり他の辺り面は鉛直となる。従つてここに鉛直壁を挿入するともそれが自らランキンの辺り面の一つになる爲めにその壁面が充分に粗であつて土のフィルムが附着するならばランキン土壓は正しく用ひられる筈である。



第 58 圖



第 59 図

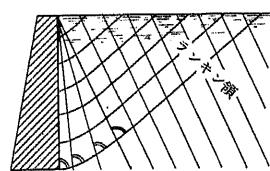
所が一般的の場合はさうは行かない。然し第59圖に示す如く壁肩を通るランキン辺り面を假に AC とすればこれから右方はランキン土壓を用ひてもよいわけであつてこの最後の辺り面 AC を境として BAC 間に何とか AB を辺り面に變へるやうな工夫をすればよいことになる。これ即ち上記の過渡領であつて、ブーシネスクは AB を土の内部摩擦角と等しい土壓の傾を與へる辺り面になるやうにランキン土壓をこの過渡領で補正したのである。然し考へて見ると AB 面では別に必しもこの面が土の内部摩擦角と同一土壓の傾を必要とはしない、もつと一般に壁面の粗度によつて任意の傾をなし得るやうにとるべきであつて安藏博士はかういふ風にこの過渡領を補正したのである。この補正の方法は上記の各著者が各々異つた方法を用ひてゐるので、一一ここに擧げることは止めることにするが、要するに或は分析的に或は圖解法によつて AB を一つの特定の辺り面たらしめることに歸着する。その爲めに AB に生ずる土壓の値はランキンのとは異なる値を生ずることは當然である。

ライスナーはこの過渡領に於ける辺り面を一群は壁頂に

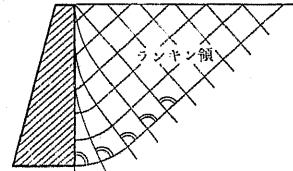
集る放射直線と考へ、他の一群はこれに等角に交る曲線と考へた。第60圖に示す様な水平地表面鉛直壁の場合で土の内部摩擦角 $\theta = 30^\circ$ とし壁と土との間の摩擦角もこれに等しいと考へて土壓を計算した結果をランキン土壓と比較すると次の如くなる。

$$\frac{\text{ライスナー土壓}}{\text{ランキン土壓}} = 0.75 \quad \text{第一近似値}$$

$$= 0.907 \quad \text{第二近似値}$$



第 60 図



第 61 図

カルマンは一群の辺り面は壁面を包線 (Envelope) に持つ曲線、他の群はこれに等角に交る曲線と考へて上の同一場合の土壓を計算した結果は次の如くなつた。

$$\frac{\text{カルマン土壓}}{\text{ランキン土壓}} = 0.81$$

この兩者何れもランキン土壓が過大であるといふ點は一致してゐる。尙試みに同一場合のクーロン土壓とランキン土壓と比較すれば

$$\frac{\text{クーロン土壓}}{\text{ランキン土壓}} = 0.79$$

となりクーロン土壓はライスナーの第二近似値並にカルマン土壓よりも小になつてゐるが可成に兩者は接近してゐる。これクーロン土壓論が力學的不備の點あるにも係らず偶然ではあるが可成によき値を有してゐることが判る。この點は解法の容易なる點と相俟つてクーロン土壓が今日尚ランキン土壓よりも實際家の間に行はれてゐる一つの證左でもあると見てよい。

此等の粉體力學的土壓論に就いては相當に煩瑣な數學的分析を必要とする故本書には凡て省略した。これに就いても少し詳しいことは岩波講座“物理學及び化學”に於て曾つて筆者は“材料強弱並に土壓論”といふ題で書いたことがあるので讀者の御一讀を願ひたい*。

7. クレーの土壓論

上述の如くクーロン並にランキンの土壓論は何れも各々缺點を有してゐることが明かである。而してこれが補正としては前節に述べた如くに結局壁面の附近に於ては辺り面が彎曲するものと考へることに歸著する。

このことは實驗的にも Müller-Breslau 等によつて實證された。曲辺り面の理論は前節にも述べた如く數學的煩瑣をまぬかれぬ爲めに理論の華やかなる割に實際家がこれを實用するに至らない。

* 岩波講座“物理學及び化學”物理學 III. D.

今日の土木建築家にして土壓論といへば未だ依然としてクーロン又はランキンの古典論を用ゐるに過ぎない状態にあるのは遺憾の次第である。

H. Krey は曲辺り面の理論を單純化して二つの直線を以つて表し容易に實用し得るやうに考案した。これ恐らく實際家をしてクーロン、ランキンの古典土壓論から新土壓論に導いた最初の實用理論家と云ふことが出來よう。次にその要旨を述べることにする。

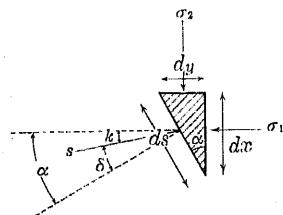
土中に dx, dy, ds なる要素部分よりなる直角三稜形をとりその各邊に働く土壓強度を σ_1, σ_2, s とする。但し dx, dy は主應力面にとり、 σ_1, σ_2 は主應力と考へる。然るときは釣合の條件として

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 dx &= s \cos k ds \\ \sigma_2 dy &= s \sin k ds \end{aligned} \right\}$$

故に
$$\tan k = \frac{\sigma_2 dy}{\sigma_1 dx} = \frac{1}{n} \tan \alpha \dots \dots \dots (58)$$

但し
$$n = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \dots \dots \dots \dots \dots (59)$$

然るに
$$\delta = \alpha - k$$



第 62 圖

$$\text{故に } \tan \delta = \tan(\alpha - k) = \frac{\tan \alpha - \tan k}{1 + \tan \alpha \tan k}$$

$$= \frac{(n-1) \tan k}{1 + n \tan^2 k} \quad \dots \dots (60)$$

即ち兩主應力比 n が一定なるとき傾角 δ の最大を求むれば上式より

$$\frac{d \tan \delta}{d \tan k} = 0$$

により $\tan \delta$ 最大の條件として

$$1 - n \tan^2 k = 0 \quad \text{又は} \quad \tan k = \pm \sqrt{\frac{1}{n}}$$

を得。これを (60) 式に入れて

$$\text{最大 } \tan \delta = \pm \sqrt{\frac{n-1}{2}}$$

然るに最大 $\tan \delta$ は土の内部摩擦角の \tan に等しき故

$$\tan \theta = \pm \sqrt{\frac{n-1}{2}} \quad \dots \dots (61)$$

これ實はランキンの土壓論に於て述べた

$$r = a \sin \theta$$

$$\text{但し } a = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \quad r = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

と全く同一式である。

此の式によつて土の内部摩擦角 θ が解ければ二主應力 σ_1 , σ_2 の比 n が決定する。例へば次表の如し。

θ (度)	0	$6\frac{1}{2}$	$11\frac{1}{2}$	$19\frac{1}{2}$	$25\frac{1}{2}$	30	$33\frac{2}{3}$	$36\frac{3}{4}$	$41\frac{3}{4}$	$45\frac{1}{2}$
$n = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$	1.0	1.25	1.50	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	5.0	6.0

次に n の値が決定すれば (60) 式により $\tan k$ の値を求むることを得。

(60) 式は書き直して

$$\tan k = \frac{n-1}{2n \tan \delta} \mp \sqrt{\left(\frac{n-1}{2n \tan \delta} \right)^2 - \frac{1}{n}} \quad \dots \dots (62)$$

但し δ は s の ds 面の垂線との傾角である。

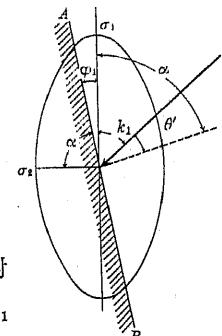
今これを壁面土壓に應用すれば第 63 圖の如く s の傾角 δ の代りに壁面と土との摩擦角 θ' を置きこの時の k の値を k_1 とすれば (62) 式は

$$\tan k_1 = \frac{n-1}{2n \tan \theta'}$$

$$\mp \sqrt{\left(\frac{n-1}{2n \tan \theta'} \right)^2 - \frac{1}{n}} \quad \dots \dots (63)$$

となる。

これにより任意の壁面摩擦角に対する k_1 の値を得。従つて主應力 σ_1 と壁面との角 φ_1 は



第 63 圖

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{\pi}{2} - k_1 - \theta' \quad \dots \dots \dots (64)$$

によつて求められる。

然るときは辺り面と主應力との角は前節に述べた如く

$$\varphi_2 = \frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}$$

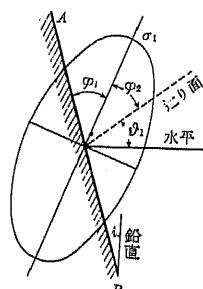
但し θ = 土の内部摩擦角

なる故に辺り面と壁面との間の角は

$$\begin{aligned} \varphi_1 + \varphi_2 &= \frac{\pi}{2} - k_1 - \theta' + \frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2} \\ &= \frac{3}{4}\pi - k_1 - \frac{\theta}{2} - \theta' \quad \dots \dots \dots (65) \end{aligned}$$

によつて得らる。又辺り面と水平線との角は

$$\vartheta_1 = \frac{\pi}{2} - (\varphi_1 + \varphi_2 - i) = k_1 + \frac{\theta}{2} + \theta' + i - \frac{\pi}{4} \quad \dots \dots \dots (66)$$

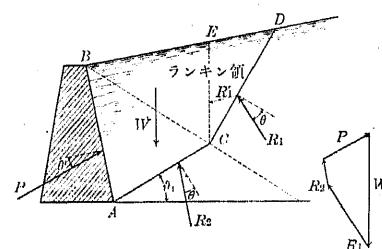


第 64 圖

但し i は壁面の鉛直との傾角となる。これによつて如何なる傾の壁、如何なる粗度の壁でも土の内部摩擦角と土と壁面との摩擦角が判つてゐれば辺り面の水平との角度が出来るわけである。

クレーは如上の方法によつて壁面の粗度に応する辺り面の水平となす

角 ϑ_1 を求めこれを壁底より水平と ϑ_1 の傾をなす直線 AC にとり、之とランキン領に於けるランキン直線辺り面 CD とを連ねこの 2 直折線を以つて曲辺り面の近似と考へたのである。



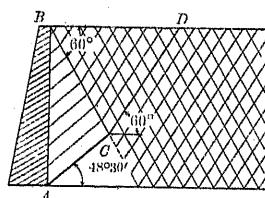
第 65 圖

ランキン領に於ける辺り面 CD の方向はこの主應力の方向が前節に述べた方法で決定すれば(57)式によつて常に決定出来る故容易に求められる*。辺り面 ACD がきまれば後はクーロン式の圖解法で CD , AC 面の反力を R_1 , R_2 とすれば、これ各面の垂直線と θ の傾をなすものと考へてよいからその方向がきまり、壁面圧 P は AB 面の垂直線と θ' の傾をなす故これも亦方向がきまる。 $ABDC$ の土の重量 W は判る故 R_1 , R_2 の内何れか一つのその大きさが決定すれば力の多角形が決定して壁圧 P が求められる。 R_1 はランキン領内の土圧であるからランキン土壓論より決定出来る。或

* この場合 BC も亦一個のランキン辺り面であつてこれも同様に決定出来る。即ち壁肩を通るランキン辺り面がランキン領と過渡領との境になることは前節の理論で明かであるが或は BC 辺り面には係らずこれは CD 辺り面を多少平行移動させてトライアルで P が最大になる様に考へ C 點の位置を決めるのも一方法である。

は CE 鉛直壁(假設)上のランキン土壓 R_t' を求め、これと R_2 並に P, W と組み合せててもよい。

今簡単なる例として水平地表面にして鉛直壁の場合について例示すればランキンにり面は主應力が鉛直及び水平なる爲め水平と $\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}$ の傾をなす。今壁面と土との間の摩



第 66 圖

擦角 $\theta' = 20^\circ$, 土の内部摩擦角 $\theta = 30^\circ$ とすればランキン領のにり面は水平と $45^\circ + 15^\circ = 60^\circ$ の傾をなす。因つてランキン領と過渡領との境をなす

BC にり面がきまる。次に 79

頁の表より $\theta = 30^\circ$ なる故 $n = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 3.0$ となる。故に κ_1 を決定する式は

$$\tan \kappa_1 = \frac{3-1}{2 \times 3 \times \tan 20^\circ} + \sqrt{\left(\frac{3-1}{2 \times 3 \times \tan 20^\circ}\right)^2 - \frac{1}{3}} = 1.63$$

$$\kappa_1 = 58^\circ 30'$$

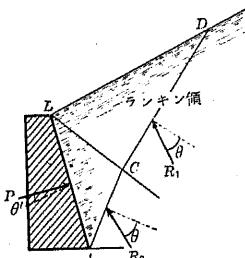
$$\text{夫れ故に } \varphi_1 = 90^\circ - 58^\circ 30' - 20^\circ = 11^\circ 30'$$

$$\text{且つ } \varphi_2 = 45^\circ - \frac{30^\circ}{2} = 30^\circ$$

又 $i = 0$ なる故に

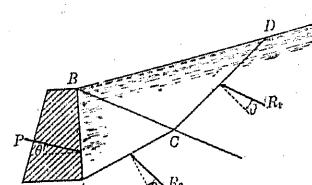
$$\vartheta_1 = 90^\circ - (11^\circ 30' + 30^\circ) = 48^\circ 30'$$

尚クレーは壁面の性質によつてはにり面は逆に壁面附近に於て却つて水平との傾を大にすることあるべきを指示してゐる。例へば後面の著しく鉛直と傾いてゐる壁等にては第 67 圖の如くになる場合もあると云ふ。この場合は P は壁面垂直線の上側に傾いてゐる。第 65 圖と第 67 圖の兩者の間ににり面 ACD が直線となる場合あり、これ ランキン土壓が全領土を支配する特別の場合である。

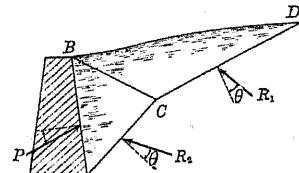


第 67 圖

以上は凡て主働土壓の場合であるが受働土壓に於てはランキン領の境を示すにり面が平たくなり R_1, R_2 は面の垂直



第 68 圖



第 69 圖

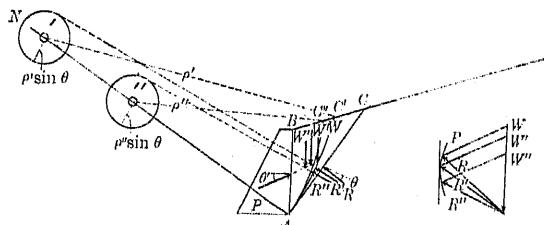
線より上側に出る。 P は上側に出るときは第 68 圖の如くなり、下側に出るときは第 69 圖の如くになる。

8. ペターソン, フルティン等の圓形にり面説

Petterson 及び Hultin は瑞典 Gothenburg の岸壁のにり

出し事件の研究により曲面に面を一つの圓弧と見做せば極めて簡単なる力學計算を用ふることによつて土壓の問題を實用的に説くを得べきことを提案した。

先づ主働土壓の場合を考へて見る。第70圖に於て AC を平面に面の一つと考へる。次に A に於て AC に垂直線 AN を立て、この線上に $O', O'' \dots$ 等の點を中心とし



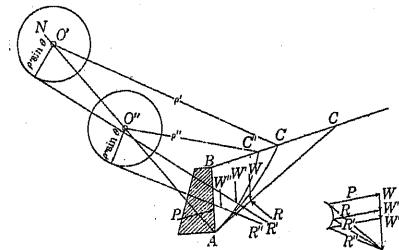
第 70 圖

て $p', p'' \dots$ を半径とする $AC', AC'' \dots$ 等の圓弧を描きこの各々の場合の重心を求め、そこに三角形 $BAC, BAC', BAC'' \dots$ の土の重量 $W, W', W'' \dots$ をかける。次に壁 AB の垂線と θ' の傾をなし A より $\frac{1}{3} \times AB$ の點を通る壁壓 P はその方向及び位置は決つてゐる故之と $W, W', W'' \dots$ との交點が決定する。この交點を通つて $AC, AC', AC'' \dots$ の垂線と土の内部摩擦角 θ と等しい傾をなす反力 $R, R', R'' \dots$ を引けばそれで P, W, R による力の三角形が描けて、從つて壁壓 P の大きさが決定する。 $AC', AC'' \dots$ の垂線と θ の傾をなす $R', R'' \dots$ を引く方法は $O', O'' \dots$ に於て

$p' \sin \theta, p'' \sin \theta \dots$ の小圓を描きこれに外接するやうに $R', R'' \dots$ を引けばよい。斯くして得た幾つもの力の三角形の頂點を結ぶクルマン線から P の最大値を求め得ることは平面に面のクーロン土壓と同一である。斯くの如くにして圓形に面の場合の主働土壓が求められる。尙始めに基本に取つた平面に面 AC は任意のものである爲め如上の作圖を色々の傾をなす AC に就いて幾回か繰り返して行ふことが必要である。斯くして何れかの曲に面の與へる P の最大値がクーロン土壓より大なる値があればそれが最大なる主働土壓を與へることとなる。それ故にこれをとつて主働土壓と考へればクーロン土壓をとるよりも安全なわけであり又これは實際と一層よく適合する。

受働土壓に於ては第71圖の如く AC を受働土壓の平面に面にとり前と同様に AN をこれに垂直にとつてその上に $O', O'' \dots$

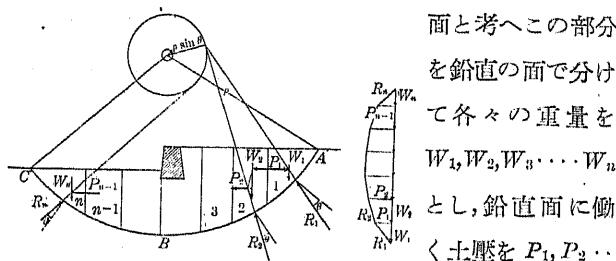
等の點を設け、之を中心として $p', p'' \dots$ を半径として $AC', AC'' \dots$ 圓弧を描くこと、この重心にそれに應する土壓の重量 $W', W'' \dots$ を描き、これと壁壓 P (この場合 P



第 71 圖

は勿論圓の垂線と主働土壓の場合とは反対の側に θ' の角をもつて傾いてゐる)との交點を通り $O', O'' \dots$ を中心とし, 半径 $\rho' \sin \theta, \rho'' \sin \theta \dots$ の小圓に接するやうに $R', R'' \dots$ をひく, この場合は主働土壓の場合と異りこの小圓の下側の點に接する様に引くを要する. 而して W, P, R の力の三角形より今度は最小の P を求めればそれが受働土壓となる. AC は任意にとれる故幾つかかういふ作圖を練り返して行ひその内 P が平面に面の最小値より小なるものが發見されればその値を以つて受働土壓と考へれば平面に面の場合より安全なる結果を得るわけである.

Sven Hultin は同一方法を岸壁にり出しの説明に用ひた. 即ち第 72 圖に於て ABC を半径を ρ とした一つの圓形にり



第 72 圖

各々深さの $2/3$ の點を通るものと考へ、之等と圓弧上の反力 $R_1, R_2 \dots R_n$ とで力の多角形を作つて見る. 勿論 $R_1, R_2 \dots R_n$ の方向は圓弧の中心 O に於て小圓 $\rho \sin \theta$ を描き、

これに接してしかも W と P との交點を通る様に引けばよい. 斯くして W, P, R で作つた力の多角形が萬一閉鎖しない場合は θ の値を變じてトライアルで閉鎖せしめる. 斯くして力の多角形の閉鎖する様な θ の値がその土の内部摩擦角より小なればこの圓弧に沿つてはこりは起らぬわけである. 勿論この圓弧はその中心の位置は全く任意にとり得る故に色々の位置と色々の半径の大さによつて幾つもの圓弧を描いて何處に於てもこり得ないことが必要である. 萬一何れにかこり得る弱點が發見されたならばこの岸壁は特別の工法を用ひねばこり出しの危険があることとなる.

尙 Möller は與へられたる土の内部摩擦角 θ に於て圓弧の最下部 B の右側の半分では R は主働土壓即ち R は凡て圓弧の垂線の下側にとり、左側の半分は R は受働土壓即ち R は凡て圓弧の垂線の上側になるを以つて、この兩半分の水平分力の和を比較して左半分の方が大なれば安全であるといふ説をたてた.

9. 粘著力の土壓に及ぼす影響

粘著力 (Cohesion) が土の剪断抵抗として重要なことは可なり古くより云はれてゐたがこの値は含水量によつて多大の影響を受け急激に低下することあるを以つてこれに信頼することは危険なりと考へられてゐた. 近年に至つて相當深い基礎又は高い擁壁の下部の如く地表面より距れる

點ではこれを採算に入ることとは必ずしも危険でないことが實際上確めらるるに至つたので、近來この問題が漸に土壓論に重要な位置を占むるに至つた。粘著力を土壓に導入した最初の人は佛の Résal である。

土の剪断抵抗力は第一編土性論に於て述べたる如く極めて一般的に表せば次式で表し得.

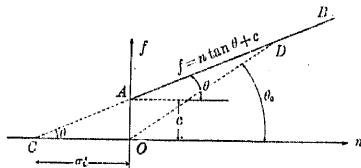
但し f = 剪断抵抗應力 (kg/cm^2)

$$n = \text{垂直壓力 (kg/cm}^2)$$

$$\theta = \text{土の内部摩擦角}$$

c = 土の粘着力 (kg/cm^2)

純粹の乾いた砂に於ては $c = 0$ となり、純粹の粘土に於ては $\theta = 0$ となる。通常の土壤ではこの何れもが零でない場合が多い。此等の値に就いては鐵道省土質調査委員會で測定した値を卷末に例示してある故參照されたい。今 (67)



第 73 圖

となり粘著力のある爲めに恰かも土はこれ無き時よりも豫

式を圖示すれば第
78 圖の如くなり $O A$
の大さが恰かも粘著
力 c に等しい。此の
圖より

めの丈土を押し付けた時の抵抗力と等しくなつてゐる。即ちこれ丈土は丈夫になつたものと見てよい。従つて粘著力のある土の壓力を求めるのに Caquot は土に豫め σ_1 丈の水壓力を加へたものと考へて内部摩擦角 θ のみをもつ土と考へて解き(これは砂の場合と同一法則でよい)然る後にその結果より再び σ_1 丈の水壓力を引く方法を考へた。Krey 其他は c を考へる代りに坐標原點 O と AB 線上の點 D (この點は問題となれる土の深さによりて決定する)とを結ぶ直線 OD と n 軸との間の角 θ_0 を以つて内部摩擦角に代用し、これを假摩擦角(Ersatzwinkel, virtual angle)と名付けた。この角を内部摩擦角の代りに用ふれば粘性土の場合も全く砂の場合と同一理論で解けるわけであるが D 點の位置によつてこの角が變化する爲めこの解法は完全とは云ひ難い。

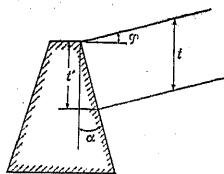
RéSal は粘性のある土の擁壁土圧を計算するのに次の如き粘着力高(Cohesion height)

$$t = \frac{2c}{w} \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right)^* \dots \dots \dots \quad (69)$$

に相當する深さの上土をはねたものと考へて後は通常の粉體として主働土圧の水平分力を計算すればよい事を結論と

* 通常土を一つの個體として考へたときは粘著力高はこの倍になつて出て来るが(後出), レザルの理論ではかく出る. これをとる方が安全であることは勿論である(J. Résal: *Poussée des terres* II, 1910).

して與へた。受働土圧には逆に地表に之丈の盛土をしたものと考へて水平分力を計算すればよい。レザルの土圧表を曲線で表したものと卷末に載せてある故それより直ちにこの場合の水平分力を得られる。



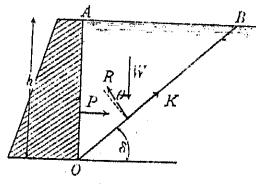
第 74 図

此の(69)式の t' は鉛直高であるから地表面の傾 φ , 壁の傾 α のときは次式の如く t' 丈引く(主働)か又は増す(受働)こととなる。

$$t' = t \frac{\cos \alpha \cos \varphi}{\cos(\alpha - \varphi)} \quad \dots \dots \dots \quad (70)$$

10. フェレニウスの粘性土の土圧論*

Fellenius は第 75 図の如く地表面水平で擁壁面鉛直の場合に於ける粘性土の主働土圧を次の如くに計算した。今水平と傾角 δ を有する土楔 OAB をとりその重量を W とし OA 壁面の土圧 P はこれに垂直と假定す(即ち壁は平滑とする)。 OB 面の反力 R はこの面の垂線と内部摩擦角 θ に等しき傾をもつ、 OB 面の抵抗力 R は R の外に OB 面に於ける粘着力ありと考ふ。この大きさは



第 75 図

* W. Fellenius: Erdstatische Berechnungen mit Reibung und Kohäsion, Berlin, 1927.

$$K = c \times OB = c \frac{h}{\sin \delta} \quad \dots \dots \dots \quad (71)$$

である。拟今 W, P, R 並に K の 4 力の釣合の條件とし此等の力の OB 面に平行並に垂直の分力の和を零と置けば

$$\left. \begin{aligned} P \cos \delta + c \frac{h}{\sin \delta} + R \sin \theta - W \sin \delta &= 0 \\ -P \sin \delta + R \cos \theta - W \cos \theta &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\text{但し } W = \frac{wh^2}{2 \tan \delta}$$

$$w = \text{土の単位重量}$$

上式より

$$P = \frac{\frac{wh^2}{2} \sin 2\delta - wh^2 \cos^2 \delta \tan \theta - 2ch}{\sin 2\delta + 2 \sin^2 \delta \tan \theta}$$

この最大値を求むる爲め

$$\frac{dP}{d\delta} = 0$$

と置けば

$$\delta = \frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}$$

を得。これ即ち OB に面は粘性の無い場合の面と一致することを示す。これを上式に入れて

$$P = \frac{wh^2}{2} \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2} \right) - 2ch \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2} \right) \dots \dots \dots \quad (72)$$

即ち粘著力無き場合の土圧より $c \times 2AB$ 丈引けば粘著力のある場合が出る。

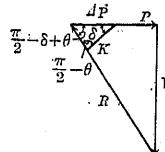
従つて上の P の値を零と置けば

$$h = \frac{4c}{w} \cot\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) = \frac{4c}{w} \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right) \dots \dots (73)$$

この深さ迄は土圧はこの場合零である。これ即ち粘著力高であつて前述レザルの算出した値の倍となつてゐる。

11. 粘性土の土圧圖解法

フェレニュウスの粘性土の土圧を



第 76 圖

圖解法により求めるには次の如くすればよい。第 75 圖に於ける如く辺面 OB を粘性のない場合と等しく

$$\delta = \frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}$$

にとり、次にこの土楔に於ける W, R, P を以つて粘性のない場合と同様に第 76 圖の如き力の三角形を作る。而して後 OB に平行にして

$$K = \frac{ch}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right)}$$

に等しき大きさを有する K をこの力の三角形の R, P の交點に近き一角より切りとりその P 邊上の大さを ΔP とすれば

$$P - \Delta P$$

が即ち粘性のある場合の土圧である。何となれば三角の比例原則により

$$\frac{\Delta P}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)} = \frac{K}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta + \theta\right)}$$

然るに $\delta = \frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}$ なる故

$$\frac{\Delta P}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)} = \frac{K}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right)}$$

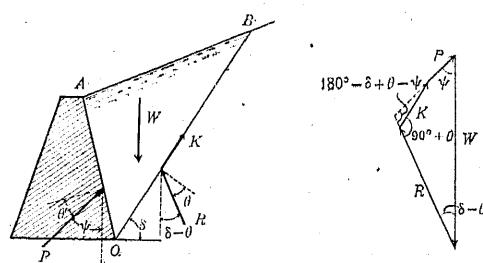
$$\begin{aligned} \therefore \Delta P &= \frac{ch}{\sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right)} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \\ &= \frac{2ch \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right)} \\ &= 2ch \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) \end{aligned}$$

これ即ち(72)式の第2項と同一である。

故に地表面 AB 並に壁面 OA が任意の傾をなしてゐる一般の場合の粘性土圧を圖解法によつて求めるには次の如くすればよい。先づ粘著力の無い場合に於けるクーロン式圖解法を行ひ最大 P (主働の場合) 又は最小 P (受働の場合) を求め然る後に OB 面に於て

$$K = c \overleftarrow{OB}$$

に等しき粘着力があると考へればこの K は主働く土圧の場合には W の落ち込むのに抗して上向に働く故に P, R の 2 力はこの爲めに粘着力の缺如してゐる場合よりもそれ丈小さくなる。



第 77 圖

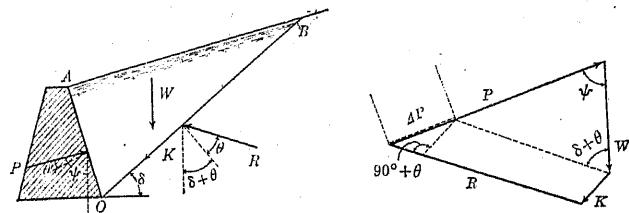
その有様は第 77 圖の如く粘著力なき場合の力の三角形の R, P 2 力の交る頂點を OB に平行に以上の K の値に等しい大きさ丈削りとればよい。 P の減少量 ΔP はこの場合は

$$\frac{AP}{\sin(90^\circ - \theta)} = \frac{K}{\sin(180^\circ - \delta + \theta - \psi)}$$

より求められる。故に粘着力のある場合の擁壁土壓は

$$P = \frac{\sin(\delta - \theta)}{\sin(\delta - \theta + \psi)} W - \frac{\cos \theta}{\sin(\delta - \theta + \psi)} K \quad \dots \quad (74)$$

上卷



第 78 圖

粘着力のある場合の受働土圧は第78圖にて示すが如く
 OB 面に $K = c \times OB$ なる力をとるのに前述の主動土圧の場合とは反対に下向にとりこの面の摩擦力と共に W の上方に押し上げらるるのに抗する働くをなすものと考ふべきである。従つて K 無き場合よりも抵抗力 P は大となり、その有様は第78圖にて明かである。即ち K の無い場合に比し圖中點線で示された部分 ΔP が増大する。増大量 ΔP は

$$\frac{\Delta P}{\sin(90^\circ + \theta)} = \frac{K}{\sin(180^\circ + \delta + \theta + \psi)}$$

により求められる。故にこの場合の擁壁より来る受働く圧抵抗力は

$$P = \frac{\sin(\delta + \theta)}{\sin(\delta + \theta + \psi)} W + \frac{\cos \theta}{\sin(\delta + \theta + \psi)} K \dots \quad (75)$$

上者も

壁面 0.4 に於ても粘着力ある場合にはこれに尙

の大さに等しき力を OA 面に主働土壓の場合には上向に、受働く土壓の場合には下向に附加すればよい。

尙上記の(74)式及び(75)式に於て土の内部摩擦力なく粘著力のみが働く場合は此等の式に於て $\theta = 0$ と置き

主働く土壓は

$$P = \frac{\sin \delta}{\sin(\delta + \psi)} W - \frac{1}{\sin(\delta + \psi)} K \dots \dots \dots (77)$$

受働く土壓は

$$P = \frac{\sin \delta}{\sin(\delta + \psi)} W + \frac{1}{\sin(\delta + \psi)} K \dots \dots \dots (78)$$

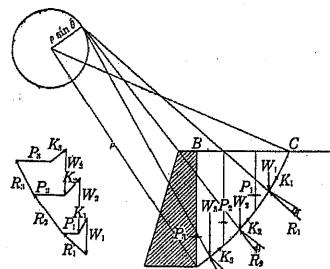
となる。但しこの兩式の ψ 及び δ は同一値ではない。

12. 粘性土の圓形にり面説

にり面が圓形なりと考へたときの粘性土壓は第79圖の如くに作圖する。即ち第70圖のペターソン、フルティンの

圓形にり面説の主旨と
同一であつて AC にり
面上に粘著力が働く丈
の違ひである。

この圓形にり面上の
粘著力は平面のときと
異り圓弧に沿つて働く
と考へるべきにより、



と同様に考へこれに粘着力の $K_1, K_2 \dots$ 等を加味して最後に P_4, W_5 と K_5 と R_5 の 4 力が閉四邊形となればよい。

もし閉ぢねば閉ぢるやうに θ の値を變じてこれを閉すことを考へねばならぬ。斯くして得た θ がその土の θ より小なれば ABC は辺り面を作らぬこととなる。試験的に色々の辺り圓弧を想像してこの圖解法を繰り返して行ひ何れに於ても辺り面を生じなければその岸壁は深部で辺る心配はないこととなる。

解析的にこの場合を取り扱ふならば W_1, W_2, \dots 等の O に就いてのモーメントが ABC に沿つて辺る能動力なる故先づこれを求め M とする。この M が R_1, R_2, \dots 等による摩擦力、即ち $R_1 \sin \theta, R_2 \sin \theta, \dots$ 等のモーメント、即ち

$$M_f = \rho \sin \theta \sum_1^5 R$$

及び K_1, K_2, \dots 等のモーメント、即ち

$$M_c = \rho c L$$

但し $L = ABC$ 圓弧の長さ
の和より小なれば安全である。故に限界値として

$$M = \rho \sin \theta \sum R + \rho c L$$

なる故

$$\sin \theta = \frac{M - \rho c L}{\rho \sum R} \quad \dots \dots \dots (79)$$

より θ を求め、これがこの上の摩擦角より小なれば ABC で

は辺らぬこととなる。

尚テルザキ (Terzaghi) はこれを更に簡単に第 81 圖の如く考へた。土の重量 W が圓弧上でこれに垂直なる N と接線方向なる T とに分力されるものと考へ、辺りを起す能動モーメントを

$$M = \rho \sum T$$

と考へ、抵抗モーメントとして摩擦力によるものは

$$M_r = \rho \tan \theta \sum N$$

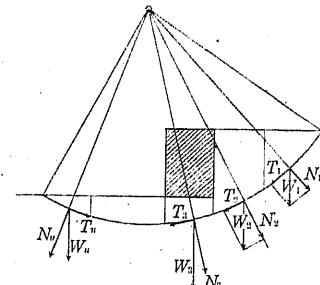
粘着力によるものは

$$M_c = \rho c L$$

とし、安定の條件として

$$M \leq M_r + M_c$$

なるにより限界條件をと
つて



第 81 圖

$$\sum T = \tan \theta \sum N + c L$$

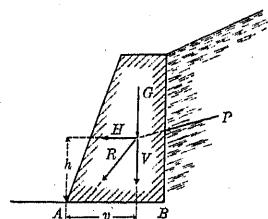
$$\therefore \tan \theta = \frac{\sum T - c L}{\sum N} \quad \dots \dots \dots (80)$$

より θ を求める。この θ が土の内部摩擦角より小なればその面では辺らぬ。色々の圓弧をとつて常にこの條件が成立すればその岸壁には深部辺り出しの心配はない事となる。

13. 擁壁の安定計算

擁壁の安定を得る爲めには先づ以つて第 82 圖の如く主

働く土圧 P と擁壁の自重 G との合力 R を求め、この R が擁壁の前端 A を出でざることは顛倒を防ぐ爲めに絶対に必要である。尙この R を今水平 H 、鉛直 V の 2 力に分ち考へ



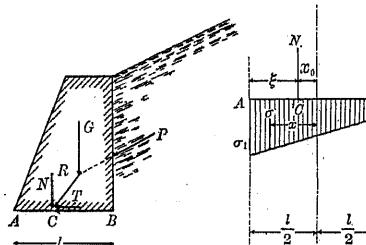
第 82 圖

顛倒モーメント Hh 及び直立モーメント Vv とを比較して

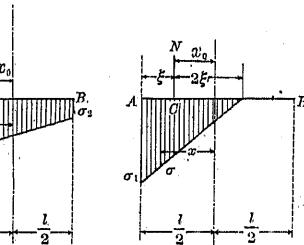
$$n = \frac{Vv}{Hh} \dots \dots \dots (81)$$

この値が少くとも 1.5 乃至 2.0 になるやうに設計するが安全である。

尙擁壁は上の式により顛倒に對して安定である丈では不充分であつて AB 底部に生ずる垂直壓力が基礎地盤の支持力より充分に小なるを要する。その爲めには第 83 圖の如



第 83 圖



第 84 圖

くに R の底面 AB との交點を C とすればこの點に於て R を鉛直 N 及び水平 T の 2 力に分力し、 N によつて生ずる基

礎面の壓力強を計算するを要する。これは第三編に詳述する如く實は基礎地盤の性質によつて異なる壓力を生じ、厄介な問題なれども今假に擁壁並に基礎地盤を剛體なりと假定すれば第 84 圖の如き壓力分布となる。即ち第 84 圖に於て底幅 l 、 N の働點 C は A より ξ の距離にありとすれば左圖は $\frac{l}{3} < \xi < \frac{2}{3} l$ の場合であつてこの場合には基礎面には到るところ壓力を生じその大きさは任意の點 x に於て

$$\sigma = \frac{N}{l} \left(1 + \frac{12xx_0}{l^2} \right)^* \quad \left[\frac{l}{3} < \xi < \frac{2}{3} l \right] \dots \dots \dots (82)$$

但し x_0 は AB の中點より N の働點 C 迄の距離である。

右圖は $\xi < \frac{l}{3}$ の場合であつてこの場合には基礎面 A 端より 3ξ 丈壓力が働き残りの部分は遊んでゐることとなる。而して任意の點 x に於ける壓力強は

$$\sigma = \frac{N}{3\xi} \left(1 + \frac{2}{3} \frac{x}{\xi} \right)^* \quad \left[\xi < \frac{l}{3} \right] \dots \dots \dots (83)$$

以上何れの場合も C が中心線より左にあれば A 端にて最大 σ の値を生じその大きさは次の如くなる。

$$\text{最大 } \sigma = \frac{N}{l} \left(1 + \frac{6x_0}{l} \right) \quad \left[\frac{l}{3} < \xi < \frac{2}{3} l \right] \dots \dots \dots (84)$$

$$\text{最大 } \sigma = \frac{2}{3} \frac{N}{\xi} \quad \left[\xi < \frac{l}{3} \right] \dots \dots \dots (85)$$

* 前出、拙著“應用力学ポケットブック”参照。

此等の垂直壓力強は地盤の支持力より小なるを要する。此處に注意すべきことはこの最大 σ の値が地盤の支持力より小であつて例へばその $1/5$ であつてもこれが直ちに擁壁の安定率が 5 なることを意味しないことである。何となれば土壓力 P を少し許り増加するとこの最大 σ の値は直ちに極めて大になり數倍になることが珍らしくないからである。故に土壓力 P の計算の不確実さが最大 σ の値に數倍の變化を與へ得べきにより支持力が最大 σ より充分に大なることが常に望まれる。次に R の水平分力 T によつて擁壁が前方に引出さざるを要する。この爲めには

$$\frac{T}{N} = \tan \theta$$

とすれば、この θ が擁壁底部と基礎地盤との摩擦角 θ' より小なるを要する。この比

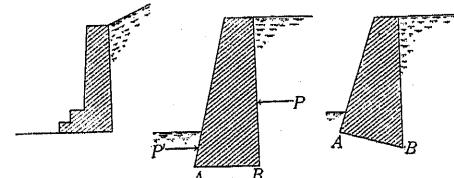
$$m = \frac{\tan \theta'}{\tan \theta} \dots \dots \dots \quad (86)$$

の値が少くとも 1.5 乃至 2 以上たるを要する。

以上の安定條件が充たされぬ場合には色々の工夫を要する。例へば最大 σ が土の支持力より大になる傾あれば基礎に杭打地形等の補強を施すか又は基礎を第85圖の左圖の如くに擴げる。

尙又基礎を第85圖中央の如くに地中に根据して入れることは A 端の前面の土の受働く P' を利用し得ることと

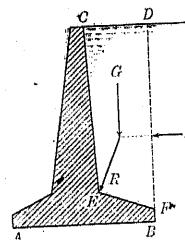
なり最大 σ を減する効をなすのみならず T による引出しにも抵抗力を増すこと



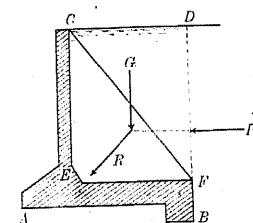
第 85 圖

となり一舉兩得の工法である。尙 T による引出しに對しては AB 面を斜にして一層抵抗を増すことは第85圖右の圖の如し。尙擁壁直下の基礎の安定は以上の如くにして得らるるが軟弱地盤に作った擁壁では前節に述べた如くに基盤面深く圓形引し面を生ずる恐ある故これが安定をも併せて考へることを要する。

尙近來は鐵筋コンクリートを用ひて第86圖及び第87圖の如き擁壁を作り充分に大なる基礎面を與へ且つ擁壁體を造るコンクリートを節約する工法が用ひられてゐる。かかる



第 86 圖



第 87 圖

る場合の土壓は DF 鉛直面を假設してこの面に働く土壓 P を考へこれと $CEFD$ の土塊の重量 G とのベクトル和が R として壁體に働くものと考へればよい。

尙擁壁基礎先端の最大 σ を輕減する爲めに様々の擁壁が工夫せられてゐるがここに一々これを擧げることは省略することとする。

14. 法面の安定並に地辺りの理論

砂地の法面は砂の内部摩擦角より急なる傾斜は保ち得ない。砂の内部摩擦角を息角と呼ぶことによつてもこれは明かである。即ち砂地の斜面を永く放置した場合に自然に納まる角度を以つて息角といふ。粘性土の法面はこれに反して或程度の深さ迄は鉛直に切つても尙安定を保ち得。前節に求めた粘着力高は即ちこれである。尙一般に粘性土の法面は土の内部摩擦角よりも大なる傾斜角をとることが出来る。但しこの傾斜角は法面高によつて異なる。法面高が極めて大なるときは砂の場合と同じく土の内部摩擦角より急な傾斜は保ち得ない。所謂循行性地辺りと稱する比較的ゆつきとした地辺りが思ひの外緩傾斜の法面に起るのは多くは極めて長い斜面に於てであつて、斯かる地の粘性土の内部摩擦角は 7° とか 10° とかいふ小なる値であるのが常であるから地辺りの起るのは寧ろ當然のことである。

掲第 88 圖の如く法面の傾斜角を φ とし、法高を h とし、

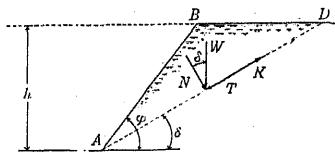
土の内部摩擦角 θ 及び

粘着力 c が知れてゐる

とき φ と h との關係

を見出さんとす。辺り

面 AD を平面なりと假



第 88 圖

定すれば土塊 ABD に作用する力は自重 W と AD 面への垂直分力 N によつてこの面に生ずる摩擦力 $N \tan \theta$ 及びこの面の粘着力 $K = c \overline{AD}$ との 3 力である。この 3 力は釣合る故に AD 面に平行なる分力の總和を零と置けば

$$N \tan \theta + c \overline{AD} - T = 0$$

然るに

$$N = W \cos \delta = \frac{wh^2}{2} \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\sin \varphi \sin \delta} \cos \delta$$

$$T = W \sin \delta = \frac{wh^2}{2} \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\sin \varphi \sin \delta} \sin \delta$$

$$\overline{AD} = \frac{h}{\sin \delta}$$

但し $w =$ 土の単位重量

なるによりこれを上式に代入して

$$c = \frac{wh}{2} \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\sin \varphi} (\sin \delta - \cos \delta \tan \theta) \cdots (87)$$

此式で

$$\frac{dc}{d\delta} = 0$$

と置けば

$$\tan(\varphi - \delta) = \tan(\delta - \theta)$$

$$\therefore \delta = \frac{\varphi + \theta}{2} \quad \dots \dots \dots \quad (88)$$

この値を (87) 式に代入して

$$c = \frac{wh}{2} \frac{\sin^2 \varphi - \theta}{\sin \varphi \cos \theta} \quad \dots \dots \dots \quad (89)$$

故に傾斜角 φ と法高 h との関係は次式を以つて表し得.

$$h = \frac{2c \sin \varphi \cos \theta}{w \sin^2 \varphi - \theta} \quad \dots \dots \dots \quad (90)$$

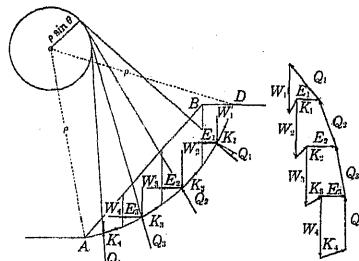
この式に於て $\varphi = \frac{\pi}{2}$ とするときは所謂粘著力高(Cohesion height)を得.

$$h = \frac{4c}{w} \cot\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right)$$

これ前節に於て得たる値と同一である. レザルは全く異つた理論の上からこの $1/2$ を以つて正しき粘著力高であることを主張してゐることは既に屢々述べた. (90) 式に於て $h = \infty$ とすれば $\varphi = \theta$ となる. 即ち極めて大なる法高の場合には傾斜角は土の内部摩擦角と等しくなる.

次に辺り面を圓形なりと考へた場合には第 89 圖の如き圖解法を用ふるが便である. 即ち ABD を n 個に分ちてこの各自重を W_1, W_2, \dots とし前節に於て屢々行つた同一圖法により垂線と内部摩擦角 θ の傾をなす反力 Q_1, Q_2, \dots の方向を決定しこれと

AD 辺り面上の粘著力 K_1, K_2, \dots 及び鉛直境界面に働く水平土圧 E_1, E_2, \dots とより力の多角形を作り最後に $E_n = 0$ となつてこの多角形が



第 89 圖

閉ぢればこの AD 面では釣合が保つてゐることとなる. 閉ぢざる場合は θ の値又は c の値を加減して閉ぢる様にし, これ等の θ 又は c の値がその土の内部摩擦角, 又は粘著力より小なれば AD 面では辺らぬこととなる. 辺り面は何處に表れるか豫想し難い故澤山の AD 面を色々の位置に假定して上の計算を繰り返し行ふことを要する. 斯くして何處にも危険の面が無ければこの法面は安定なるわけである.

又曾つて大和川に起つたやうな地盤の始發及び終極の上下 2 點が明瞭に解つてゐる場合にはその辺り面が程程の深さにあるかを次の如くにして算定することが可能であ

る。第90圖に於て ACB は辺り面であつて一つの圓弧と假定する。今この圓弧の中心を O , 半径を ρ とする。

この圓弧の辺り出す滑動モーメントは圓弧内の土の重量を W とし W の O よりの水平距離を a とすれば

$$M = Wa$$

但し W は圓弧の面積を F , 土の単位重量を w とすれば

$$W = wF$$

a の値は ACB 缺圓の重心を G とすれば

$$a = \overline{OG} \sin \alpha$$

但し α は地表面の勾配と同じく, \overline{OG} は弦 AB の長さを s とすれば

$$\overline{OG} = \frac{s^3}{12F}$$

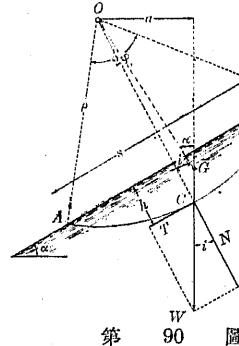
故に滑動モーメントは結局

$$M = w \frac{s^3}{12} \sin \alpha \quad \dots \dots \dots \quad (91)$$

となる。

これに抵抗するモーメントは第一に ACB に於ける摩擦力のモーメントであつて、これは

$$M_f = N \tan \theta \rho$$



第 90 圖

但し $N = W \cos i = W \cos \alpha$ (i, α は第90圖の示す角)

θ = 土の内部摩擦角

故に $M_f = W \cos \alpha \tan \theta \rho$.

今この式の W, ρ を ACB の最大深さ h 及び地表法面の長さ s で表せば

$$M_f = w \cos \alpha \tan \theta \left(\frac{s^2 + 4h^2}{8h} \right)^3$$

$$\times \left\{ \sin^{-1} \frac{4sh}{s^2 + 4h^2} - 4sh \frac{s^2 - 4h^2}{(s^2 + 4h^2)^2} \right\} \quad \dots \dots (92)$$

抵抗モーメントの第二は ACB に沿つて働く粘著力によるモーメントであつてその大きさは

$$M_c = c 2 \varphi \rho^2$$

但し c = 土の粘著力

φ は第90圖に示す角

今この式の φ, ρ を M_f と同じく h, s で表せば

$$M_c = 2c \left(\frac{s^2 + 4h^2}{8h} \right)^2 \sin^{-1} \frac{4sh}{s^2 + 4h^2} \quad \dots \dots (93)$$

となる。安定の限界條件としては上式のモーメントの間に

$$M \leq M_f + M_c \quad \dots \dots \dots \quad (94)$$

なる條件が必要である。

従つてこの式を h に就いて解けば土の内部摩擦角 θ , 粘著力 c 及び土の単位重量 w が與へられ、且つ法面勾配 α 及び

地辺りの上下二極點の地表面距離 s が解つてゐれば地辺りの最大深さ h を求められる。比較的浅い地辺りの時は

$$\sin^{-1} \frac{4sh}{s^2 + 4h^2} \approx \frac{4sh}{s^2 + 4h}$$

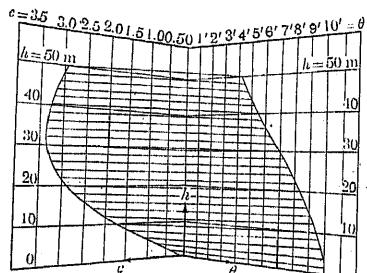
なる故(94)式は

$$\frac{s^3}{12} \sin \alpha \leq \frac{2c}{w} \frac{s^2 + 4h^2}{16h} s$$

$$+ \tan \theta \cos \alpha \left\{ \frac{(s^2 + 4h^2)^2}{128h^2} s - \frac{s^4 - 16h^4}{128h^2} s \right\}$$

故に限界式は

$$\tan \theta + \frac{2c}{wh} \sec \alpha - \frac{4}{3} \frac{s^3}{s^2 + 4h^2} \tan \theta = 0 \quad \dots \dots (95)$$



第 91 図

この式は α, s 及び w を常数とし、土の内部摩擦 $\tan \theta$ 及び 粘着力 c の二つを独立変数と考へ h の面を作れば h は常数の切断面は一つの直線となる。故に上式はこの直線によつて

包まれた一つの螺旋面をなす(第91圖参照)。従つてこの螺旋面より地辺りの最大深さを與ふ。

今

$$\alpha = 10^\circ$$

$$s = 100 \text{ m}$$

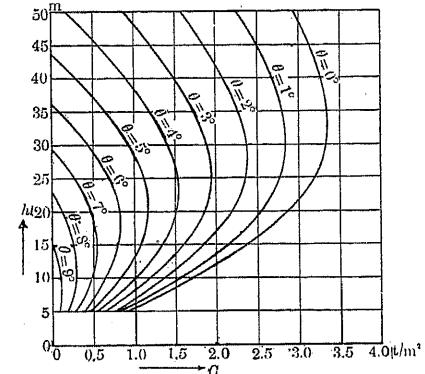
$$w = 1.6 \text{ t/m}^3$$

として

$$\theta = 0^\circ \text{ 乃至 } 9^\circ$$

$$c = 0 \text{ 乃至 } 4 \text{ t/m}^2$$

の間に h を求めれば第92圖の如き線圖を得*。

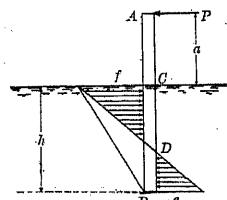


第 92 図

15. 矢板工の安定計算

堅き地盤に棒を立ててこれを第93圖の如く P の力にて倒さんとするときは地中の一點 D を中心として棒は回転せんとし、この D 點より上方では P と反対の方向に壓力を生じ、 D より下では P と同一方向の壓力を生ずる。今 B 點に於ける壓力強度を e 、 C 點に於ける壓力強度を f とし、この BC の間は等變分布をして回転點 D にては零となるものと假定すれば e 及び f は次の二つの釣合條件式より

求められる。



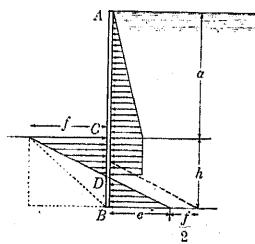
第 93 図

* “鐵道省土質調査委員會報告第三輯” 参照。

$$\left. \begin{array}{l} \sum \text{水平分力} = 0 \\ \sum B \text{ に於けるモーメント} = 0 \end{array} \right\}$$

即ち

$$\left. \begin{array}{l} P - \frac{fh}{2} + \frac{eh}{2} = 0 \\ P(a+h) - \frac{fh}{2} \times \frac{2}{3} h + \frac{eh}{2} \times \frac{h}{3} = 0 \end{array} \right\} \cdots \cdots (96)$$



これと同一理論を土圧を受ける矢板工に用ふれば第94圖の如く P の代りに AB に働く土の主働土圧をとればよい。然し主働土圧は AB 全長に等變分布的に働く土圧をとることは不合理である。

第 94 圖 あつて AC 間丈でよいやうであるが安全の爲めこれに尙 CD の間に第94圖の如く等分布の土圧を附加する。 DB の間には無しとする方が寧ろ安全である。従つて釣合の條件式は次の如くなる。

$$\left. \begin{array}{l} \frac{kwa^2}{2} + kwa \frac{hf}{f+e} - f \frac{h}{2} + \frac{eh}{2} = 0 \\ \frac{kwa^2}{2} \times \left(\frac{a}{3} + h \right) + \frac{kwa hf}{f+e} \times \frac{e + \frac{f}{2}}{f+e} h \\ - \frac{fh}{2} \times \frac{2}{3} h + \frac{ef}{2} \times \frac{h}{3} = 0 \end{array} \right\} \cdots \cdots (97)$$

但しこの式の w は土の単位重量であり、 k は主働土圧係数でランキン式を用ふれば $k = \frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}$ 。

この2式より前と同じく e, f を求めることを得。従つて回転點 D の位置も決定出来る。

軟弱なる土地に於ては第93圖又は第94圖の如き等變分布壓力を生じないが斯かる地盤には矢板を打込みて持たすることは危険であるから實際には行はぬ方がよい。

矢板の高さが大なるときは屢々上部に錨碇をなす。この場合に於ては e, f の2未知値の外に新たに錨碇の位置に於ける引張力が未知なる爲めに上記の二つの釣合式では解けぬ。即ち靜力學的不定の問題となる。然し乍ら大體の値を得る爲めには通常 D 點の位置を豫め假定して定めてしまふ。然るときは e, f 中の何れか一つは他のものより決定さる故その一つと P

とを未知値としてやはり上の如く二つの

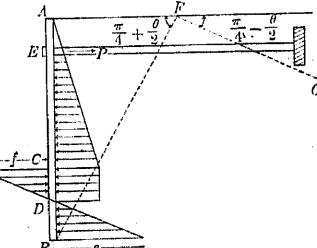
釣合の條件式より、それ等の値を求めら

れる。例へば D を

B と一致せしめ従つ

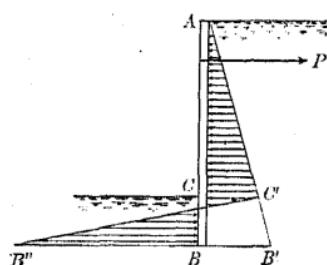
て $e = 0$ とすること等も一法である。

尙又この際次の如くに計算するも一法である。



第 95 圖

先づ主働土壓分布を AB 全高に對して出し AB' とする。
次に CB に對して受働土壓を出し、之を $C'B'$ を基線として



第 96 圖

左向にプロットして $C'B''$ とする。此の二者の差が CB 部の土壓強度をなすものと考へる。而して後錨碇の位置及び引張力 P を上記の二つの釣合條件より求めることが出来る。

尙錨碇の位置は第 95 圖に示す如く B より主働土壓の辺面 BF を引き（これは水平と $\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}$ の傾をなす） F より受働土壓の辺面 FG を引き（これは水平と $\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}$ の傾をなす）少くともこの FG 線より右に置くを要する。