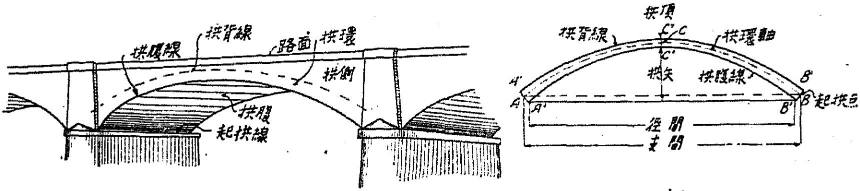
# 第七章　拱　橋

## 第一節　總　論

§ 701　**拱各部の名稱**　第701圖は鐵筋コンクリート拱橋を示したものであつて圖示せる各部名稱に付き簡單に説明せば次の如し。




(a)　(b)

第　701　圖

| | | |
|---|---|---|
| **拱環** | (arch ring) | 荷重を下部構に傳へる曲桁 ($A'A''C''B''B'C'$) |
| **拱環軸** | (arch axis) | 拱環の中心線 ($ACB$) |
| **拱背線** | (extrados) | 拱環外側の曲線 ($A''C''B''$) |
| **拱腹線** | (intrados) | 拱環內側の曲線 ($A'C'B'$) |
| **拱腹** | (soffit) | 拱環の內面 |
| **拱頂** | (crown) | 拱環をなす曲桁の頂點 ($C''$) 又は拱環軸のなす曲線の頂點 ($C$) |
| **起拱點** | (springing) | 拱腹線の兩端 ($A'$,$B'$) 又は拱環軸の兩端 ($A$ $B$) |
| **起拱線** | (springing line) | 拱腹と下部構造との交りの線 |
| **徑間** | (span) | 起拱點間の距離 ($A'B'$) 又は (AB) |
| **支間** | (effective span) | 起拱點間の距離 ($AB$) |
| **拱矢** | (rise) | 起拱點を通る直線と拱頂との鉛直距離 |
| **拱側** | (spandrel) | 路面と拱背線との間の部分 |
| **拱側壁** | (spandrel wall) | 拱側の兩側に設けたる壁 |
| **拱側裏込** | (spandrel filling) | 拱側を塡充する土砂又はコンクリート等の塡充材料 |

§ 702　**拱橋の種類**　拱橋の重なる分類は次の如し。

1　拱の理論に依る分類。(鉸數に依る分類)

イ、無鉸拱　hingeless arch　　鉸を有せざる拱

ロ、單鉸拱　one hinged arch　　一つの鉸を有する拱

ハ、二鉸拱　two hinged arch　　二つの鉸を有する拱

ニ、三鉸拱　three hinged arch　　三つの鉸を有する拱

無鉸拱の應力は不靜定であつて、その理論に依りて明かなる如く(§709 參照)下部構造の移動を避けることが絕對的の必要條件である。從つて基礎軟弱なる箇所に於ては架設不可能である。已む得ず基礎良好ならざる箇所に之を築造する場合は基礎を充分强固なる構造とし、尙ほ且つ起拱點及拱頂に一時的の鉸を設け、基礎が充分に落着きたる後、一時的の鉸にコンクリートを塡充する。基礎强固なれば無鉸拱は最も剛性に富み、且つ施工容易である。從つて現存せる鐵筋コンクリート拱橋の大部分は之に屬する。

三鉸拱の應力は靜定であつて基礎些少の移動のために無鉸拱の如くその內應力に著しき變化を生じない。從つて基礎軟弱なる箇所に利用して極めて有利であるが鉸數多く施工困難であり、且つその剛性に至りては到底無鉸拱に比肩するものでない。

二鉸拱、單鉸拱の應力は何れも不靜定であつて其の性質は無鉸拱と三鉸拱との中間に有る極めて不徹底な樣式であるが、利用範圍よりすれば無鉸拱を第一とし、次に二鉸拱、三鉸拱は略同程度である。單鉸拱に至りては、日本は勿論、歐米に於てもその實例は極めて稀である。

2　拱側の構造に依る分類。

イ、充側拱　fill spandrel arch　(§ 703 參照)

ロ、開側拱　open spandrel arch　(§ 704 參照)

3　使用鐵筋に依る分類。

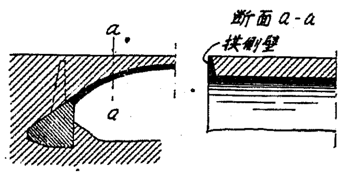
イ、細筋式　small reinforcement system

ロ、形鋼式　stiff reinforcement system



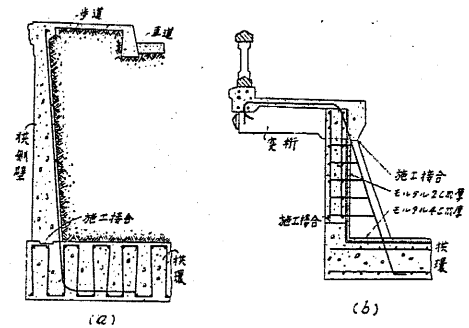
細筋式とは丸鋼、角鋼等の一般に使用せらるゝ鐵筋を使用したものであつて、此の樣式中の代表的なものは1876年佛國のモニエー(monier)氏の發明せるモニエー式である。モニエー式は拱背線、拱腹線に沿ふて丸鋼又は角鋼の主鐵筋を挿入し、之を副鐵筋及スターラツプにて連結したものであつて、鐵筋コンクリート拱橋の大部は此の樣式に屬する。形鋼式の內代表的のものは1892年オーストリアのメラン(melan)氏の發明せるメラン式であつて、メラン式は山形(angle)の如き形鋼にて拱環の形狀をなせる簡單なる結構を鋲にて組立て、之を主鐵筋とせるものである。

§ 703　**充側拱**は第702圖の如く路面と拱背線の間を土砂、或はコンクリートの類を以て塡充したものであつて、拱矢、徑間共に小なる拱橋に應用し、塡充材料の崩落を防止するため拱側壁を拱環の兩側に設ける。




第 702 圖

1　拱側壁は拱環に固定せる鐵筋コンクリート擁壁にして、其の高さに應じて第703圖(a),(b)の如く突桁式或は扶壁式とする。拱側壁は溫度變化、硬化收縮に備へる外、拱環の撓みに備へるため、拱頂と起拱點間に必ず一箇所以上の伸縮接合を設ける必要がある。徑間 15 m 以下の拱橋に於ては之を起拱點の直上に設くるも差支へない。徑間大なる場合に起拱點直上に伸縮接合を設くるときは、伸縮の度合甚だしきを以て彈性重心(§710 の 5 參照)を通る橫軸と拱環軸の交點附近に伸縮接合を設ける。

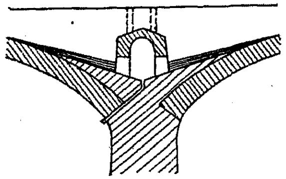



第 703 圖

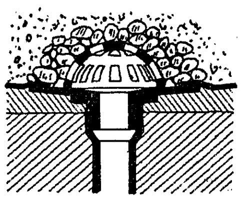
2　拱側裏込。裏込材料は手近の土砂を使用する。手近の土砂不良にして締固め困難なれば砂及砂利を適量に混合して使用せば充分である。裏込の締固めは特に注意して施工し、之が沈下を未然に防止しなければならない。橋臺背面の土質惡

しき場合は拱側裏込が橋臺背面に向ひ押し出され、路面の沈下を來す虞れがあるから、第702圖點線に示すが如き簡單なる擁壁を起拱點近くに設け、裏込の移動を防止する。拱矢小なる場合には、拱側裏込にセメント量少なき（例へば配合1:4:8）コンクリートを使用する。

3 耐水工及排水施設。拱環の上面及拱側壁の內面にはモルタル又はアスフアルトの類を以て第703圖の如く耐水工を施す。路面に排水工を設くるは勿論であるが、裏込中に浸透したる水を排水するために第704圖の如く起拱點近くに排水口を設ける。



(a)



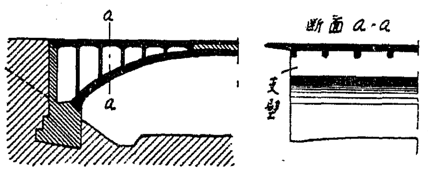
(b)

第 704 圖

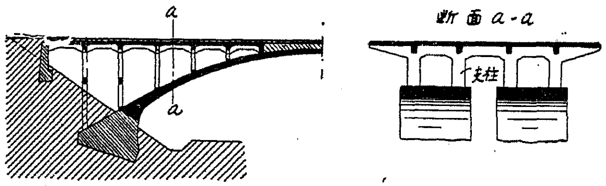
**§ 704 開側拱** は第705圖の如く拱環上に**支壁**又は**支柱**を建て之に依りて路面を支へたる拱橋である。

1 特長。開側拱には次の如き利點がある。

1. 拱側裏込なきため充側拱に比し死荷重が小なること。2. 死荷重小なるため基礎地盤に及ぼす壓力も又小であること。3. 拱側裏込なきため拱環の幅を橋幅と略同一にする必要なく、必要に應じ幅狹き數條の拱環を使用し得ること。4. 上記特長を有するため徑間大なる拱橋に於ては充側拱に比して經濟的であること。5. 充側拱




(a)




(b)

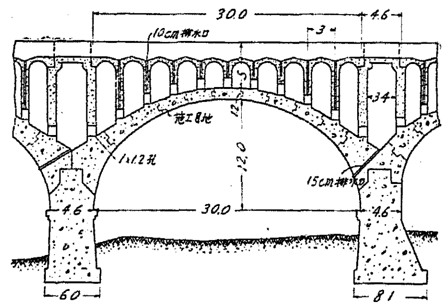
第 705 圖



に比して外觀が優美であること。

從つて開側拱は拱矢特に高きもの又は徑間約30 $m$ 以上の拱橋に應用せられる。

2 支壁及支柱は路面上の活荷重及**床構** (floor system) の死荷重を拱環に平等に分布（橫斷の方向に）傳達せしむるものであるから、拱環幅廣き場合は第705圖（$a$）の如く支壁を設け拱環幅狹き場合は第705圖（$b$）の如く支柱を設ける。支柱を設ける場合は、支柱下端に礎段(footing)を設け、拱環へ荷重を平等に分布せしめる。支壁及支柱は共に短柱（strut）として設計し、その最小厚又は最小幅は 30 $cm$ 以上とする。支壁及支柱の主鐵筋は充分拱環中に埋込む、第706圖は支壁を有する開側拱の中央縱斷圖であつて支壁下部に在る 1 $m$・1,2 $m$ の孔は拱環檢査の場合に於ける通路にして又拱環上の排水口を兼ねたものである。



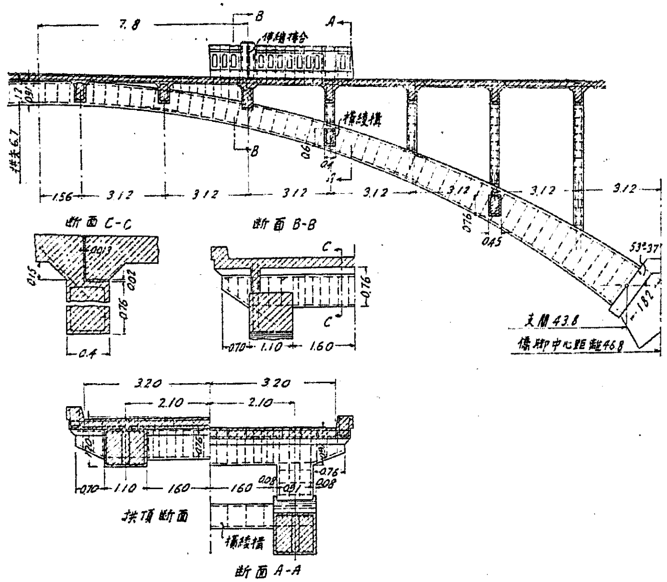

第 706 圖

3 床構(floor system) は第706圖の如く小拱とするか又は第707圖の如く連續桁とするかの2樣である、何れの場合に於ても拱環の撓みに備へるため、溫度變化に依る拱環の變位最小なる箇所、即ち彈性重心（§ 710の5參照）を通る橫軸と拱環軸の交點附近に、伸縮接合を設ける。橋脚又は橋臺直上に伸縮接合を設くるときは、之に接する支壁又は支柱が多大の應力を受けて危險である。構造は第707圖に示す如く摺動承構とする。

4 耐水工及排水施設。拱環の上面には普通モルタルを塗布して耐水性とし、橋脚上に第706圖の如く排水口を設ける。

**§ 705 拱環の配置** 第702圖又は第703圖（$a$）の如く拱環が一條の曲版より成るものを**連續拱環** (barrel rib) 又は**連續拱肋**と云ひ、第703圖（$b$）又は第707圖の如く拱環が二條以上の曲版或は曲桁より成るものを**分離拱環**(separated rib) 又は**不連續拱肋**と云ふ。

一般に充側拱及比較的徑間小なる開側拱に於ては連續拱環を用ひ、徑間大なる




第 707 圖

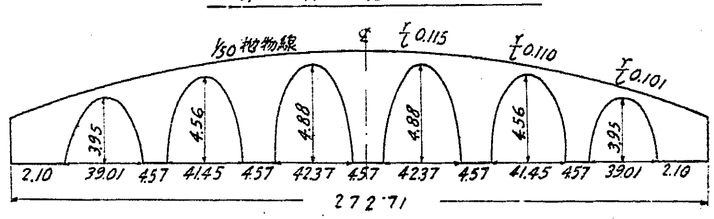
開側拱に於ては分離拱環を用ひる。分離拱環は橋幅狹き場合は二條、橋幅大なる場合は三條又は四條とする。

分離拱環は 1. 軌道を有するが如き道路橋に於ては軌道を支へる拱環と然らざる拱環とを全然別に設計し得て、連續拱環に於けるが如く橋上の最大荷重に依り拱環全幅の寸法を決定するが如き缺點を除き得ること。2. 拱環厚を增大するも幅狹きため連續拱環に比して工費增大せざること、等の利點がある。分離拱環にして幅狹き場合は横綾構 (lateral bracing) を必要とする。横綾構は第 708 圖に示す如く strut のみを用ひ、斜材を省略するも差支へない。

## § 706 徑間と拱矢

1 徑間の選定。 河川流量其の他に依り橋脚數を決定し、而も地質又は河川の性質上橋脚位置を自由に選定し得る場合に於ては、路面と各徑間の拱頂との間隔が略等しくなる様にし、各徑間に於ける拱矢 ($r$) の支間 ($l$) に對する比 ($r/l$) は同一にするか又は河心に近き徑間程 $r/l$ を漸次大にする。斯くする時は路面が一般に拋物線形をなすため徑間長は河心に向ひ漸次增大し、橋梁の外觀を優美ならしめ、且つ徑間長の變化急激ならざるため、橋脚に大なる偏心力を受くる虞なく經濟上の困難を伴ふこともない。第 708 圖は新潟市萬代橋の徑間配列を示したも






第 708 圖

のである。

勿論河川に低水敷、洪水敷の區別ある場合、又は河川の横斷形狀不規則なる場合は上記の如き徑間の配列は困難であるが、上記原則に重きを置いて徑間の配列を適當に選定する。

2 拱矢。 拱の起拱點はその高さを最大洪水面以上に、舟行ある河川に於ては徑間中央を船舟が自由に通過し得る程度に、跨線橋の場合は鐵道定規に支障なき程度に定め、路面の高さは架橋地點の地形、取付道路の勾配等に支配される、從て拱矢は必然的に定まり設計者の自由にならない場合が頗る多い。然し拱矢が之等の外部條件に支配さるゝことなく、自由に定め得る場合は拱矢の支間に對する比を次の範圍に定むるが經濟である。

$$\frac{r}{l} = \frac{1}{4} \sim \frac{1}{6} \qquad 但し\ r = 拱矢 \quad l = 支間$$

$r/l$ を上記限度より小にせば水平推力 (horizontal thrust) 及溫度應力が次第に增加するばかりでなく、橋臺及橋脚の寸法を增大して多大の工費を要するに至る。

鐵筋コンクリート拱橋に於ては $\frac{r}{l} = \frac{1}{10}$ を限度とし、$\frac{r}{l}$ が右の限度以下となるときは他の樣式の橋梁としなければならない、普通鐵筋コンクリート拱橋に使用せらるゝ $\frac{r}{l}$ の範圍は $\frac{1}{2} \sim \frac{1}{10}$ である。

## § 707 拱環の形狀

1 形狀決定の原則。 拱環形狀の適否は工費、並に橋梁の耐久力に多大の影響がある、從て形狀を任意に定めることは出來ない。

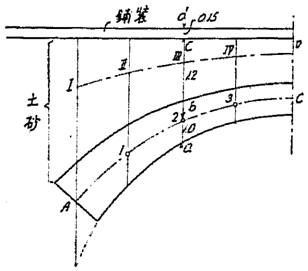
鐵筋コンクリート拱環は石拱の場合と異り、拱環の軸 (arch axis) が死荷重のみに依る壓力線に一致する樣に定める。

2 拱橋の死荷重。

(イ) 充側拱の死荷重は拱環單位幅に付いて測定し、拱環外に突出せる床構、拱側壁、欄干等の重量は拱環の全幅に平等に分布するものと假定する。

任意の點に於ける拱の水平單位長に對する死荷重は其の點を通る鉛直線に沿ひて測定する。

例へば第709圖の (2) 點に於ける死荷重は次の如くして算出する。




第 709 圖

$w$ = 拱環材料の單位重量 = 2 400 $kg/m^3$

$w_1$ = 拱側裏込の單位重量 = 1 600 $kg/m^3$

$w_2$ = 鋪裝材料の單位重量 = 2 200 $kg/m^3$

$w'$ = (2) 點に於ける拱側壁單位長の重量

$w''$ = 欄干單位長の重量

$w'''$ = 拱環外に突出せる床構單位長の重量

$B$ = 拱環幅

$$w_3 = \frac{2(w'+w''+w''')}{B}$$

$q_2$ = (2) 點に於ける拱橋單位長の重量

尚ほ第709圖に於て $ab = 1\,m$, $bc = 1{,}2\,m$, $cd = 0{,}15\,m$ にして $w_3 = 350\,kg/m$ と假定すれば

$$q_2 = 1 \cdot w + 1{,}2 \cdot w_1 + 0{,}15 \cdot w_2 + w_3 = 2\,400 + 1\,920 + 330 + 350 = 5\,000\ kg/m$$

**換算荷重線**(reduced load contour) 充側拱任意の點の死荷重を見出すには豫め換算荷重線を求めておけば一層便利である。

第709圖の $A$, 1, 2, 3, $C$ 點に於ける拱側裏込、鋪裝等の單位重量を拱環の單位重量と等しいものと見做して算出せる之等の高さの和を拱背線上に取り、之を I, II, III, IV, V とせば、之等の點を結ぶ線 I II III IV V を換算荷重線と云ふ。拱橋任意の點の死荷重は拱腹線と換算荷重線との鉛直間隔に拱環の單位重量を乘じたものである。

例へば第709圖 (2) 點に於ける換算荷重線の位置 III は次の如くして定める。

$$h_1 = \text{土砂の換算高} = \frac{bc \cdot w_1}{w} = \frac{1{,}2 \cdot 1\,600}{2\,400} = 0{,}8\ m$$



$$h_2 = \text{鋪裝の換算高} = \frac{cd \cdot w_2}{w} = \frac{0{,}15 \cdot 2\,200}{2\,400} = 0{,}1375\ m$$

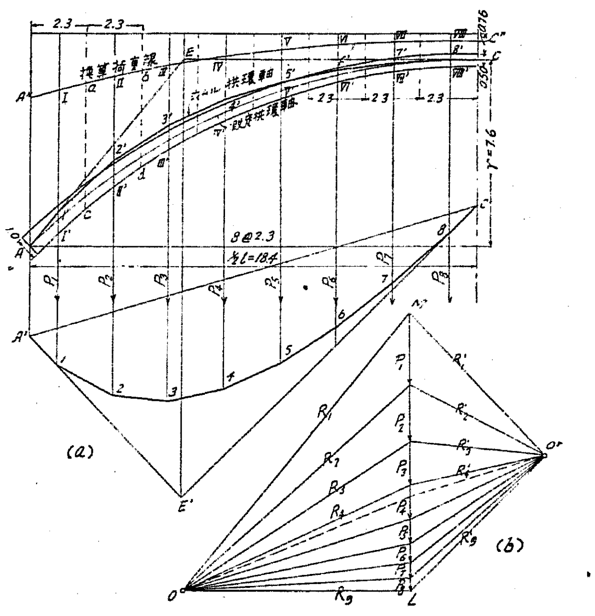
$$h_3 = w_3\ \text{の換算高} = \frac{w_3}{w} = \frac{350}{2\,400} = 0{,}1458\ m$$

$b\mathrm{III} = h_1 + h_2 + h_3 = 1{,}0833\ m$ として III の位置を定める。次に (2) 點に於ける拱橋死荷重 $q_2$ は

$$q_2 = (1{,}0833 + 1{,}00) \cdot 2\,400 \doteqdot 5\,000\ kg/m$$

(ロ) 開側拱の死荷重も又鉛直線に沿ふて測るのであるが鋪裝、欄干、床構の重量は支壁又は支柱に集中して、支壁又は支柱の中心線と拱環軸との交點に鉛直に作用し、作用點の位置に於て拱環の全幅に平等に分布するものと假定する。

3 圖式に依る拱環軸の決定。 拱環の死荷重に依る壓力線を圖式に依りて求め之を拱環軸とする。(5) に述ぶる方法に依りて先づ拱環の大體の形狀を定め、§ 715 に述ぶる方法に依りて拱環厚を假定したる後、第710圖に示す如く拱の半徑間を任意の水平距離(第710圖にては 2,3 m)に等分し、充側拱なれば (2) に述べた方法に依りて換算荷重線を求む。然るときは一區劃の重量は其の區劃の重心を通る鉛直線の長と其の區劃の幅と拱環單位重量との積である。例へば區劃 $abdc$ の重量は I I'·2,3·2 400 である。各區の幅が同一である場合は、重心を通る鉛直線の長さを以てその區劃の重量を代表せしむるも壓力線の形狀に變




第 710 圖

化はない。

第710圖に依りて壓力線の圖法を説明する。各區劃の重量を代表する ⅠⅠ′, ⅡⅡ′, ……ⅧⅧ′ を夫々 $P_1, P_2$……$P_8$ にて表し、之を（$b$）圖に示す如く $ML$ なる鉛直線に取り、拱の左半徑間を採りたるときは $ML$ 線の右側に極 $O'$ を任意に定め、$A$ 點を通る鉛直線上の任意の點 $A'$ より $R_1'$ に平行に $A'1$ を引きて $P_1$ 上に 1 を求め、次に 12 を $R_2'$、23 を $R_3'$……$8C''$ を $R_9'$ に平行に引きて力の多角形 $A'1\ 2$……$8C''$ を作る。次に $A'1$ 及 $8C''$ を延長しその交點を $E'$ とす、$E'$ を通る鉛直線と $C$ を通る水平線との交點を $E$ とし $AE$ を結ぶ。次に（$b$）圖に於て $L$ を通る水平線と $M$ を通り $EA$ に平行なる線との交點を $O$ とす、然るときは $O$ は求むる壓力線の極である。即ち $A$ より $R_1$ に平行線を引き $P_1$ との交點を $1'$ とし $1'2'$ を $R_2$ に、$2'3'$ を $R_3$ に……$8'C$ を $R_9$ に平行に引くときは壓力線 $A\ 1'2'$……$8'C$ 即ち拱環軸を求め得る。

本圖式解法の檢定。 $O'$ より $A'C'$ に平行線をき $ML$ との交點を $a$ とせば $a$ を通る $AC$ への平行線は $O$ を通らなければならぬ。

當初假定せる拱環軸と上記の方法に依りて求めたる壓力線とが甚だしく相違せる場合には、求めたる壓力線を軸とせる拱環を基礎として、上記の方法を再び繰返へして設計に使用する拱環軸の形狀を定める。

開側拱の場合は支壁又は支柱が各區劃の重心と一致する樣に各區劃を定める、從て各區劃の幅は同一とする必要はない。又換算荷重線を應用することが出來ぬから $P_1 P_2$……等は各區劃の實重とすればよい。

4　拱環軸の理論形狀。

（イ）理論形狀。 拱橋の死荷重が第711圖（$a$）の如き連續曲線狀に變化するものと假定して拱環軸を定める。

今　$q_c$ = 拱頂に於ける拱橋單位長の死荷重

$q_s$ = 起拱點に於ける拱橋單位長の死荷重

$q$ = 拱頂より $\zeta l_1$ だけ離れたる點の死荷重

$m = \dfrac{q_s}{q_c}$　　$l$ = 支間　　$l_1 = \dfrac{1}{2} l$

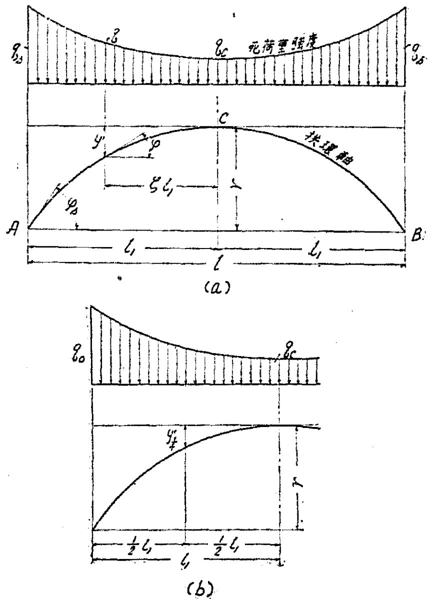


$r$ = 拱矢

$y'$ = 拱頂より $\zeta l_1$ だけ離れたる點に於ける拱環軸の縱距（原點は拱頂とす）

とし、死荷重は公式701の如く變化するものと假定すれば

$$q = q_c\left\{1+\frac{y'}{r}(m-1)\right\} \cdots(701)$$




第 711 圖

拱環の方程式は次の如くなる。

$$\left.\begin{aligned} y' &= \frac{r}{m-1}(\text{hyper.}\cos\zeta k - 1) \\ k &= \log(m+\sqrt{m^2-1}\,) \\ &\quad \text{又は}\ \text{hyper.}\cos k = m \\ m &= \frac{q_s}{q_c} \end{aligned}\right\}(702)$$

（ロ） $m$ の値。 公式 702 に示す如く $m$ の値は起拱點の死荷重を拱頂の死荷重にて除したるものである。起拱點及拱頂の死荷重は單位長に付いて算出する。開側拱に於ける支壁又は支柱の重量は其の兩側に平等に分布するものと假定して死荷重を定める。開側拱の拱頂附近の死荷重分布狀況は比較的不規則である、從て拱頂の實死荷重は拱環形狀決定に妥當でない故に、起拱點及拱頂の實死荷重に依る $m$ の値を用ひ、公式 702 又は 第 701 表に依りて支間の 1/4 點の拱環軸の縱距 $y'_{\frac{1}{4}}$ を求め、之を用ひて公式 703 に依りて $m$ の値を算出する.（第 711 圖（$b$）參照)。

$$m = \frac{1}{2}\left(\frac{r}{y'_{\frac{1}{4}}}-2\right)^2-1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(703)$$

（ハ） 拱環軸の切線が水平となす角（$\varphi$）（第711圖（$a$）參照）

**第 701 表 $\frac{y'}{r}$ の値（公式 702 及第 712 圖（$b$）參照）**

| | 格 點 | 0 起拱點 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 四分の一 點 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 拱 頂 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $m = \frac{q_s}{q_c}$ | 1,000 | 1,000 | 0,8403 | 0,6944 | 0,5625 | 0,4444 | 0,3403 | 0,2500 | 0,1736 | 0,1111 | 0,0625 | 0,0278 | 0,0070 | 0 |
| | 1,347 | 1,000 | 0,8331 | 0,6831 | 0,5493 | 0,4312 | 0,3284 | 0,2400 | 0,1660 | 0,1059 | 0,0594 | 0,0264 | 0,0066 | 0 |
| | 1,756 | 1,000 | 0,8256 | 0,6714 | 0,5359 | 0,4179 | 0,3163 | 0,2300 | 0,1584 | 0,1007 | 0,0563 | 0,0249 | 0,0062 | 0 |
| | 2,240 | 1,000 | 0,8180 | 0,6595 | 0,5223 | 0,4044 | 0,3042 | 0,2200 | 0,1508 | 0,0955 | 0,0532 | 0,0235 | 0,0059 | 0 |
| | 2,814 | 1,000 | 0,8101 | 0,6473 | 0,5085 | 0,3908 | 0,2920 | 0,2100 | 0,1432 | 0,0903 | 0,0502 | 0,0221 | 0,0055 | 0 |
| | 3,500 | 1,000 | 0,8019 | 0,6348 | 0,4944 | 0,3771 | 0,2798 | 0,2000 | 0,1357 | 0,0852 | 0,0472 | 0,0208 | 0,0052 | 0 |
| | 4,325 | 1,000 | 0,7935 | 0,6221 | 0,4801 | 0,3632 | 0,2675 | 0,1900 | 0,1282 | 0,0802 | 0,0443 | 0,0194 | 0,0048 | 0 |
| | 5,321 | 1,000 | 0,7849 | 0,6090 | 0,4656 | 0,3491 | 0,2552 | 0,1800 | 0,1208 | 0,0751 | 0,0413 | 0,0181 | 0,0045 | 0 |
| | 6,536 | 1,000 | 0,7758 | 0,5955 | 0,4507 | 0,3349 | 0,2428 | 0,1700 | 0,1133 | 0,0701 | 0,0384 | 0,0168 | 0,0041 | 0 |
| | 8,031 | 1,000 | 0,7664 | 0,5816 | 0,4356 | 0,3205 | 0,2303 | 0,1600 | 0,1060 | 0,0652 | 0,0356 | 0,0155 | 0,0038 | 0 |
| | 9,889 | 1,000 | 0,7567 | 0,5673 | 0,4200 | 0,3059 | 0,2177 | 0,1500 | 0,0986 | 0,0603 | 0,0327 | 0,0142 | 0,0035 | 0 |



**第 702 表 $\frac{W'}{r}$ の値（公式 705 及第 712 圖（$a$）參照）**

| | 格 點 | 0 起拱點 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 四分の一 點 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 拱 頂 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $m = \frac{q_s}{q_c}$ | 1,000 | 0,5000 | 0,4583 | 0,4167 | 0,3750 | 0,3333 | 0,2917 | 0,2500 | 0,2083 | 0,1667 | 0,1250 | 0,0833 | 0,0417 | ∞ |
| | 1,347 | 0,4743 | 0,4384 | 0,4015 | 0,3638 | 0,3254 | 0,2864 | 0,2466 | 0,2064 | 0,1657 | 0,1245 | 0,0832 | 0,0417 | ∞ |
| | 1,756 | 0,4503 | 0,4194 | 0,3869 | 0,3529 | 0,3176 | 0,2810 | 0,2432 | 0,2044 | 0,1647 | 0,1241 | 0,0830 | 0,0416 | ∞ |
| | 2,240 | 0,4279 | 0,4013 | 0,3727 | 0,3421 | 0,3097 | 0,2756 | 0,2397 | 0,2023 | 0,1636 | 0,1236 | 0,0828 | 0,0416 | ∞ |
| | 2,814 | 0,4070 | 0,3841 | 0,3589 | 0,3316 | 0,3019 | 0,2700 | 0,2360 | 0,2001 | 0,1624 | 0,1231 | 0,0827 | 0,0416 | ∞ |
| | 3,500 | 0,3872 | 0,3676 | 0,3456 | 0,3211 | 0,2941 | 0,2644 | 0,2323 | 0,1978 | 0,1611 | 0,1226 | 0,0826 | 0,0416 | ∞ |
| | 4,324 | 0,3686 | 0,3518 | 0,3326 | 0,3107 | 0,2862 | 0,2588 | 0,2285 | 0,1955 | 0,1599 | 0,1221 | 0,0824 | 0,0415 | ∞ |
| | 5,321 | 0,3510 | 0,3366 | 0,3200 | 0,3006 | 0,2783 | 0,2531 | 0,2246 | 0,1932 | 0,1585 | 0,1215 | 0,0823 | 0,0414 | ∞ |
| | 6,536 | 0,3342 | 0,3221 | 0,3076 | 0,2905 | 0,2704 | 0,2472 | 0,2206 | 0,1905 | 0,1571 | 0,1209 | 0,0822 | 0,0413 | ∞ |
| | 8,031 | 0,3182 | 0,3080 | 0,2956 | 0,2806 | 0,2625 | 0,2413 | 0,2164 | 0,1875 | 0,1557 | 0,1204 | 0,0820 | 0,0413 | ∞ |
| | 9,889 | 0,3030 | 0,2944 | 0,2838 | 0,2706 | 0,2546 | 0,2352 | 0,2121 | 0,1845 | 0,1542 | 0,1198 | 0,0817 | 0,0413 | ∞ |

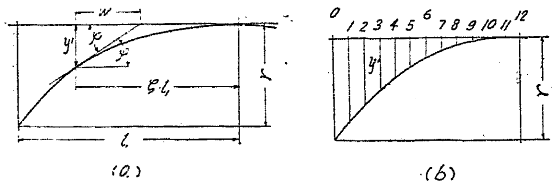
任意の點に於て $\tan\varphi = \frac{rk}{l_1(m-1)}\text{hyper.}\sin\zeta k$

$\frac{1}{4}$點に於て $\tan\varphi_{\frac{1}{4}} = \frac{rk}{l_1(m-1)}\sqrt{\frac{m-1}{2}}$ ………(704)

起拱點に於て $\tan\varphi_s = \frac{rk\sqrt{m^2-1}}{l_1(m-1)}$

である。又第712圖（$a$）に於て $\tan\varphi = \frac{y'}{W}$ であつて

$$W = \frac{l_1}{k}\cdot\frac{\text{hyper.}\cos\zeta k-1}{\text{hyper.}\sin\zeta k} \quad \cdots\cdots(705)$$



第 712 圖

$m$の種々なる値に對する公式 702 及 705 の $y'$ 及 $W$ の値を拱矢 $r$ にて割たる値を表記せば、第701表及第702表の如し。

〔註〕 公式 702 乃至 705 に於て

$\text{hyper.}\sin\zeta k = \frac{e^{\zeta k}-e^{-\zeta k}}{2}$ $\text{hyper.}\cos\zeta k = \frac{e^{\zeta k}+e^{-\zeta k}}{2}$

$e \doteqdot 2{,}71828$ $e^{-1} \doteqdot 0{,}36788$

であつて、之等の値は林圭一氏著 Fünfstellige Tafeln der Kreis-und Hyperbelfunktionen に依りて求める。計算實例は § 719 を參照。

5 拱環の近似形狀。 開側拱に於けるが如く死荷重が拱の全徑間に亘り略等しければ拱環の形狀は二次拋物線形に近く、第711圖に於て $C$ 點を原點に採れば $y' = \frac{4r}{l_2}(\zeta l_1)^2$ となる。又充側拱の如く死荷重が拱頂より起拱點に向ひ甚だしく增加する場合に於ける拱環は拱頂附近に於て扁平にして起拱點に近づくに從て急傾斜の曲線となる。即ち三次拋物線、三心圓、楕圓形に近き形狀となる。

6 結論。 一般に拱環の形狀は圖式に依りて定めたるものか又は公式 702 に依りて定めたるものを使用し、近似形狀は圖式解法に依る場合の假定拱環とするものである。



# 第二節 無鉸拱の理論

## § 708 記號及符號

1 記號。（第713圖參照）

$l$ = 支間

$r$ = 拱矢

$X$ = 任意の斷面 $D$ の橫距

$Y$ = 任意の斷面 $D$ の縱距

$P$ = 下向の鉛直荷重

$a$ = $P$ と左支點 $A$ との橫距

$V_A, V_B$ = 夫々 $A$, $B$ 點の鉛直反力

$H_A, H_B$ = 夫々 $A$, $B$ 點の水平推力

$M_A, M_B$ = 夫々 $A$, $B$ 點の彎曲率

$M_X$ = $A$ 點より $X$ なる距離に於ける任意の斷面 $D$ の彎曲率

$M_S$ = 拱を $B$ 點に於て固定し $A$ 點に於て自由なる突桁と見做したる場合に於ける任意の斷面 $D$ の彎曲率

$N_X$ = 任意の斷面 $D$ の軸壓力

$S_X$ = 任意の斷面 $D$ の剪力

$A_X$ = 任意の斷面 $D$ の斷面積

$I_X$ = $A_X$ の二次率

$E_c$ = コンクリートの彈性係數

$\varphi_X$ = 任意の斷面 $D$ の中心角（$A_X$ が鉛直線となす角）

$\Delta l$ = 軸壓力及彎曲率に因る $A$ 支點の水平變位 $= \Delta_1 l+\Delta_2 l$

$\Delta_1 l$ = 軸壓力に因る $A$ 點の水平變位

$\Delta_2 l$ = 彎曲率に因る $A$ 點の水平變位

$\Delta\varphi$ = $A$ 點の角變位

$\Delta\gamma$ = 軸壓力及彎曲率に依る $A$ 點の鉛直變位 $= \Delta_1\gamma+\Delta_2\gamma$

$\Delta_1 \gamma$ ＝ 軸壓力に因る $A$ 點の鉛直變位

$\Delta_2 \gamma$ ＝ 彎曲率に因る $A$ 點の鉛直變位

$ds$ ＝ 拱環の一分格長

〔註〕 拱任意の點の斷面とは其の點に於ける拱環軸の切線に直角なる斷面 (normal section) を意味す。

2 符號。

上向/下向の鉛直力 $\binom{(-)}{(+)}$　内側/外側に向ふ水平力 $\binom{(-)}{(+)}$ とする。

拱環の上側/下側に張應力を生ずる彎曲率 $\binom{(-)}{(+)}$ とする。

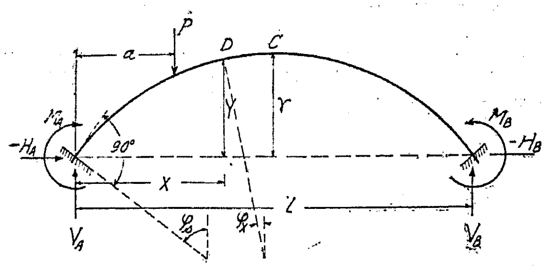
拱環の軸を短縮/伸長せしむるが如き水平變位 $\binom{(+)}{(-)}$ とする。

支點 $A$ を上昇/降下せしむるが如き鉛直變位 $\binom{(+)}{(-)}$ とする。

§ 709 **不靜定値**

1 反力。 第713圖の如き荷重狀態の拱が平衡狀態に在れば鉛直力及水平力の代數和は各々の零なる條件に依り

$$\left.\begin{aligned} V_A &= P - V_B \\ H_A &= -H_B \end{aligned}\right\} \cdots (706)$$




第 713 圖

2 彎曲率。 第713圖の如き荷重狀態の拱が平衡狀態に在れば總ての外力に依る任意の點の力率の代數は零である。今力率の中心を $B$ 支點に採れば

$$M_A + V_A l - P(l-a) + M_B = 0$$

$$M_A = P(l-a) - M_B - V_A l \cdots\cdots\cdots\cdots (707)$$

任意の點 $D$ の彎曲率 $M_X$ は

$$M_X = M_A + V_A X + H_A Y - P(X-a)$$

である、然るに $-P(X-a)$ は $B$ 點を固定點とせる突桁の $D$ 點に於ける彎曲率に等しい故に之を $M_s$ と置けば



$$M_X = M_A + V_A X + H_A Y + M_s \cdots\cdots\cdots\cdots (708)$$

となる。

3 不靜定値。 公式 706 乃至 708 に於て $M_A$, $V_A$, $H_A$ を求め得れば拱任意の點の彎曲率及支點反力を容易に算出し得る。 此の $M_A$, $V_A$, $H_A$ は彈性理論に依らなければ算定し得ない値であつて、之れを**不靜定値**(statically indeterminate value) と云ふ。

§ 710 **不靜定値 $M_A$, $V_A$, $H_A$ の算定**

1 假定と算定順序。 次の假定に基き $M_A$, $V_A$, $H_A$ を算定す。

**假定**（1） 荷重又は溫度應力を受くるも拱の支間長に變化を生ぜざるものとす。即ち拱の支點は水平及鉛直の變位をなさゞるものと假定する。

**假定**（2） 荷重又は溫度應力を受くるも拱の起拱點には角變位を生ぜざるものと假定する。

**算定順序** 拱の一支點（例へば第713圖の $A$ 支點）のみが自由に動き得るものとし、軸壓力及彎曲率に因る $A$ 支點の鉛直及水平變位を各別に求め各々その代數和を零と置く。

次に自由に動き得る支點の角變位を求め之れを零と置く。

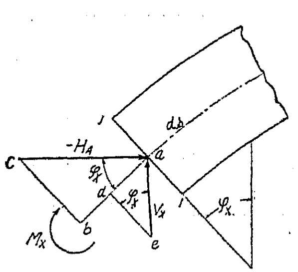
即ち

$$\left.\begin{aligned} \Delta l &= \Delta_1 l + \Delta_2 l = 0 \\ \Delta \gamma &= \Delta_1 \gamma + \Delta_2 \gamma = 0 \\ \Delta \varphi &= 0 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (709)$$

公式 709 の三方程に依りて三つの未知數 $M_A$, $V_A$, $H_A$ を求める。

2 軸壓力に因る左支點 $A$ の水平及鉛直變位（$\Delta_1 l$ 及 $\Delta_1 \gamma$）

第713圖に於ける拱環中の任意の斷面 $D$ には水平推力 $H_A$、及鉛直剪力 $V_X = V_A - P$（$P$ が $D$ 點の右に在るときは $V_X = V_A$）が第714圖の如く斷面の中心に作用し、同時に彎曲率 $M_X$ が作用するものである。$H_A$ 及 $V_X$ に因る拱の變位を算定するために此れ等の力を斷面に直角なるものと、平行なるものとに分割する。然るときは $H_A$ 及 $V_X$ の斷面に直角なる分力の和は軸壓力 $N_X$ (normal thrust) であり、平行なる分力の和は剪力 $S_X$ である。第714圖 1―1 を拱



$ab=-H_A\cos\varphi_x \cdot ad=V_A\sin\varphi_x \cdot N_x=ab+ad=-H_A\cos\varphi_x+V_A\sin\varphi_x$
$bc=-H_A\sin\varphi_x \cdot de=V_A\cos\varphi_x \cdot S_x=bc+de=H_A\sin\varphi_x+V_A\cos\varphi_x$

第 714 圖

環任意の斷面（第713圖の $D$ 點）とせば軸壓力及剪力の値は

$$\left.\begin{aligned} N_X &= V_X\sin\varphi_X - H_A\cos\varphi_X \\ S_X &= V_X\cos\varphi_X + H_A\sin\varphi_X \end{aligned}\right\} \cdots(710)$$

である。尙ほ $V_X\sin\varphi_X$ の値は一般に小であるから之を無視せば

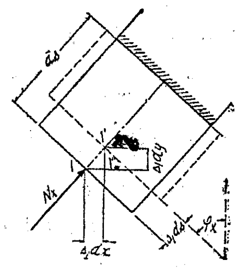
$$N_X = -H_A\cos\varphi_X \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(710a)$$

となる。次に剪力 $S_X$ に因る拱の變位は極めて微小であるから之を無視し、拱の左支點 $A$ が自由に動き得るものと假定して $A$ 點の軸壓力に因る水平變位（$\Delta_1 l$）及鉛直變位（$\Delta_1\gamma$）を求れば次の如し。

$$\Delta_1 l = \int_0^l \frac{N_X}{E_c A_X}\cos\varphi_X\,ds \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(711)$$

$$\Delta_1\gamma = \int_0^l \frac{N_X}{E_c A_X}\sin\varphi_X\,ds \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(712)$$

〔註〕 公式711及712の誘導。拱を $n$ 箇の小分格に分ち其の長さを $ds_1$ $ds_2\cdots\cdots ds_n$ とし、今任意の點の一分格長を $ds$ とし、その分格に於ける斷面積を $A_X$、之に作用する軸壓力を $N_X$ とし、$A_X$ の單位面積に作用する軸壓力强度を $\sigma_c$ とせば、$\sigma_c=\dfrac{N_X}{A_X}$ である。フツク氏の法則（hook's law）に依り $\sigma_c$ のために分格長 $ds$ が短縮する量 $\Delta_1 ds=\dfrac{\sigma_c}{E_c}ds=\dfrac{N_X}{E_cA_X}ds$ である（一分格內に於ては斷面積、軸壓力共に等しいものと假定す）



第 715 圖

第715圖の實線は短縮前の形狀、點線は短縮後の形狀とす、卽ち1點が1′點に移動したとせば $1-1'=\Delta_1 ds$ である。此の $\Delta_1 ds$ を水平と鉛直の方向とに分ち

$\Delta_1 dx$ ＝ 水平變位（1−1′）　　$\Delta_1 dy$ ＝ 鉛直變位（1′−1″）　とせば

$$\Delta_1 dx = \Delta_1 ds\cos\varphi_X = \frac{N_X}{E_cA_X}\cos\ {}_Xds \cdots\cdots\cdots\cdots(713)$$

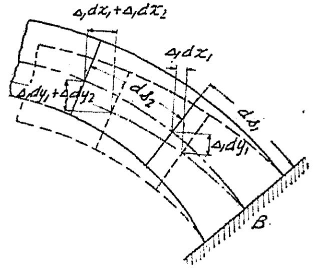
$$\Delta_1 dy = \Delta_1 ds\sin\varphi_X = \frac{N_X}{E_cA_X}\sin\varphi_X ds \cdots\cdots\cdots\cdots(714)$$

である。今固定支點 $B$ に接する分格 $ds_1$ の水平變位を $\Delta_1 dx_1$ 鉛直變位を $\Delta_1 dy_1$ とせば此



の分格の左端は $B$ 點に對し水平に $\Delta_1 dx_1$ 鉛直に $\Delta_1 dy_1$ だけ移動す、從て分格 $ds_1$ の左の總ての分格も又 $B$ 點に對し水平に $\Delta_1 dx_1$ 鉛直に $\Delta_1 dy_1$ だけ移動する。

次に $ds_1$ に接する分格 $ds_2$ の水平變位を $\Delta_1 dx_2$ 鉛直變位を $\Delta_1 dy_2$ とせば、前同樣分格 $ds_2$ の左の總ての分格は水平及鉛直に夫々 $\Delta_1 dx_2$, $\Delta_1 dy_2$, だけ移動す、今分格 $ds_1$ 及 $ds_2$ のみに之等の變位が生ずるものとせば、分格 $ds_2$ の左の總ての分格は第716圖の如く水平に $\Delta_1 dx_1+\Delta_1 dx_2$ 鉛直に $\Delta_1 by_1+\Delta_1 dy_2$ だけの移動をなす。



第 716 圖

今拱の全分格に水平及鉛直の變位が起るときは自由支承と假定せる $A$ 支點の水平及鉛直變位は前同樣にして

$$\Delta_1 l = \Delta_1 dx_1+\Delta_1 dx_2+\cdots\cdots+\Delta_1 dx_n = \sum_1^n \frac{N_X}{E_cA_X}\cos\varphi_X ds = \int_0^l \frac{N_X}{E_cA_X}\cos\varphi_X ds$$

$$\Delta_1\gamma = \Delta_1 dy_1+\Delta_1 dy_2+\cdots\cdots+\Delta_1 dy_n = \sum_1^n \frac{N_X}{E_cA_X}\sin\varphi_X ds = \int_0^l \frac{N_X}{E_cA_X}\sin\varphi_X ds$$

である。之れ卽公式711及712である。

3　彎曲率による左支點 $A$ の水平及鉛直變位（$\Delta_2 l$ 及 $\Delta_2\gamma$）

拱環材料等質にして、中立軸が斷面の重心に在るものと假定し、彎曲率に因る左支點 $A$ の水平及鉛直變位を求むれば次の如し。

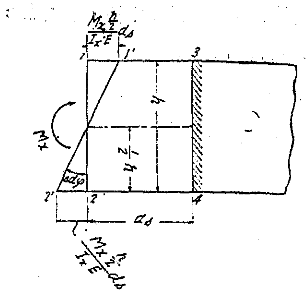
$$\Delta_2 l = -\int_0^l \frac{M_X Y}{E_c I_X}ds \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(715)$$

$$\Delta_2\gamma = \int_0^l \frac{M_X X}{E_c I_X}ds \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(716)$$

〔註〕 公式714及715の誘導。任意の分格 $ds$ 內の各點に於ては彎曲率は等しいものと假定し、今分格 $ds$ に於ける斷面の高を $h$ とせば、

任意の分格 $ds$ の斷面が彎曲率 $M_X$ を受くるときは斷面の半分には壓應力、他の半分には張應力を生じ、之等應力の値は斷面の上下線に於て最大である。此の最大應力を $\sigma$ とせば $\sigma=\pm\dfrac{M_Xh}{2I_X}$ である。次に壓應力及張應力を受くる場合の材料の彈性係數 $E_c$ を等しきものと假定せば、分格 $ds$ の上下線は應力 $\sigma$ のために短縮又は伸長をなし、此の短縮及伸長量はフツク氏の法則に依り

$\dfrac{\sigma}{E_c}ds=\dfrac{M_Xh}{2E_cI_X}ds$ である。第717圖に於て1234なる分格 $ds$ の斷面 1−2 が彎曲率 $M_X$ を受けて、その重心線の周りに廻轉し 1′−2′ となれば 1−2 線と 1′−2′ 線のなす

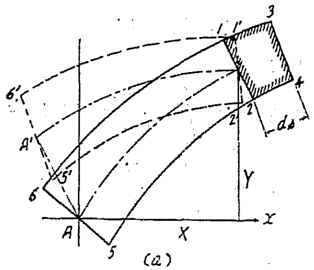


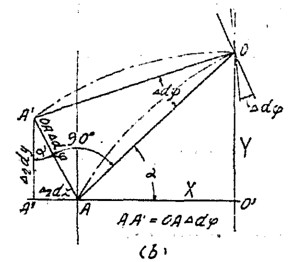

第 717 圖

角は斷面 1−2 の角變位 $\Delta d\varphi$ にして之をラヂアン (radian) にて示せば

$$\Delta d\varphi = \frac{M_X h}{2E_c I_X}\, ds \div \frac{h}{2} = \frac{M_X}{E_c I_X}\, ds \cdots\cdots (717)$$

である。任意の斷面の廻轉は其の斷面の左に於ける部分全部を移動せしめる。第718圖（$a$）に於て分格 $ds$ の斷面 1−2 が 1′−2′ に廻轉せば 1 2 5 6 の部分は 1′2′5′6′ に移動し、左支點 $A$ は $A'$ に移ることになる。第718圖（$b$）に於て $AA'$ を水平と鉛直に分割せば $M_X$ に因る $A$ 點の水平變位 $\Delta_2 dx = AA''$, 鉛直變位 $\Delta_2 dy = A'A''$ にして、$OA$ 及 $OA'$ の挾む角は 1−2 斷面の角變位 $\Delta d\varphi$ に等しい。$AA'$ は半徑 $OA$ なる圓弧にして中心角は $\Delta d\varphi$ であるから圓弧 $AA' = OA\Delta d\varphi$ であつて、$AA'$ は $OA$ と直角ではないが $\Delta d\varphi$ の値が極めて微小であるから角 $OAA'$ は直角、直線 $AA'$ と圓弧 $AA'$ とは等しいものと見做して差支ない。從て三角形 $AA'A''$ と三角形 $OAO'$ とは相似形と見做し得る。此の二つの相似三角形に依り




第 718 圖

$OA : O'A = AA' : A'A''$　　$OA : X = OA\Delta d\varphi : \Delta_2 dy$

$\Delta_2 dy = X\Delta d\varphi$

である。之れに公式716の値を代入せば $A$ 點の鉛直變位は

$$\Delta_2 dy = \frac{M_X X}{E_c I_X}\, ds$$

である、同樣にして $A$ 點の水平變位は

$$\Delta_2 dx = \frac{-M_X Y}{E_c I_X}\, ds$$

である、第718圖（$a$）に於て彎曲率 $M_X$ のために拱は支間を伸長し支點 $A$ を上昇せしめんとす、卽ち水平變位は（−）鉛直變位は（+）である（§708 の 2 參照）から $\Delta_2 dx$ に（−）を附する。

一般的に見て水平變位は彎曲率と反對の符號を採り、鉛直變位は彎曲率と同符號である。

以上は一分格 $ds$ に就いて考へたのであるが拱の各分格の斷面が彎曲率を受くる場合に於ける $A$ 支點の變位は各斷面の廻轉に因る $A$ 支點變位の代數和である。卽ち



$$\Delta_2 l = \Delta_2 dx_1 + \Delta_2 dx_2 + \cdots\cdots + \Delta_2 dx_n = -\sum_1^n \frac{M_X Y}{E_c I_X}\, ds = -\int_0^l \frac{M_X Y}{E_c I_X}\, ds$$

$$\Delta_2 \gamma = \Delta_2 dy_1 + \Delta_2 dy_2 + \cdots\cdots + \Delta dy_n = \sum_1^n \frac{M_X X}{E_c I_X}\, ds = \int_0^l \frac{M_X X}{E_c I_X}\, ds$$

である、卽ち公式 715 及 716 である。

4　彎曲率に因る $A$ 支點の角變位（$\Delta\varphi$）

前同樣の假定に依り $A$ 支點の角變位を求むれば

$$\Delta\varphi = \int_0^l \frac{M_X}{E_c I_X}\, ds \cdots\cdots\cdots\cdots (718)$$

である。

〔註〕 公式718の誘導。斷面が彎曲率を受けたる場合に於けるその斷面の角度位 $\Delta d\varphi$ は公式717に依りて求められる。

格の各分格が彎曲率を受くるために支點 $A$ に生ずる角變位は前の場合と同樣にして

$$\Delta\varphi = \Delta d\varphi_1 + \Delta d\varphi_2 + \cdots\cdots + \Delta d\varphi_n = \sum_1^n \frac{M_X}{E_c I_X}\, ds = \int_0^l \frac{M_X}{E_c I_X}\, ds$$

卽 公式718である。尙ほ斷面が鉛直線となす角 $\varphi$ を減少する角變位を（+）、増加する角變位を（−）とす、卽ち正彎曲率に對しては角變位は（+）負彎曲率に對しては角變位は（−）であるから公式717の角變位は彎曲率と同符號であるから（+）とす。

5　$M_A$, $V_A$, $H_A$ の値

公式711、712、715、716、718 の値を公式709に代入せば

$$-\int_0^l \frac{M_X Y}{I_X}\, ds + \int_0^l \frac{N_X}{A_X} \cos\varphi_X\, ds = 0 \cdots\cdots\cdots (719)$$

$$\int_0^l \frac{M_X X}{I_X}\, ds + \int_0^l \frac{N_X}{A_X} \sin\varphi_X\, ds = 0 \cdots\cdots\cdots (720)$$

$$\int_0^l \frac{M_X}{I_X}\, ds = 0 \cdots\cdots\cdots\cdots (721)$$

公式720の $N_X \sin\varphi_X$ の値は極めて小であるから此の項を無視すれば

$$\int_0^l \frac{M_X X}{I_X}\, ds = 0 \cdots\cdots\cdots\cdots (720a)$$

公式719、720 $a$、721 の $M_X$ 及 $N_X$ に公式708及710 $a$ の値を代入せば次の3方程式を得る。

$$M_A\int_0^l \frac{Y}{I_x}ds+V_A\int_0^l \frac{XY}{I_x}ds+H_A\int_0^l \frac{Y^2}{I_x}ds+\int_0^l M_s\frac{Y}{I_x}ds+H_A\int_0^l \frac{\cos^2\varphi_x}{A_x}ds = 0 \quad\cdots\cdots(722)$$

$$M_A\int_0^l \frac{X}{I_x}ds+V_A\int_0^l \frac{X^2}{I_x}ds+H_A\int_0^l \frac{XY}{I_x}ds+\int_0^l M_s\frac{X}{I_x}ds = 0 \quad\cdots\cdots(723)$$

$$M_A\int_0^l \frac{ds}{I_x}+V_A\int_0^l \frac{X}{I_x}ds+H_A\int_0^l \frac{Y}{I_x}ds+\int_0^l \frac{M_s}{I_x}ds = 0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(724)$$

此の 3 方程式より $M_A$, $V_A$, $H_A$ を求むるに當り縱橫距の原點を左支點より彈**性重心** (lastic center) に移すときは、公式 722 及 724 は更に簡單になり且つ $M_A$, $V_A$, $H_A$ も亦簡單なる形式にて表示し得るものである。

彈性重心とは次の 3 條件を滿足する點である。

$$\int y\frac{ds}{I_x} = 0 \qquad \int x\frac{ds}{I_x} = 0 \qquad \int xy\frac{ds}{I_x} = 0$$

此處に $x$, $y$ は原點を彈性重心に取りたる場合に於ける各斷面の縱橫距にして以下彈性重心を原點とせる場合の斷面の彎曲率、斷面積、二次率、其の他は夫々 $M_x$, $A_x$, $I_x$, $\varphi_x$ 等にて表はす。

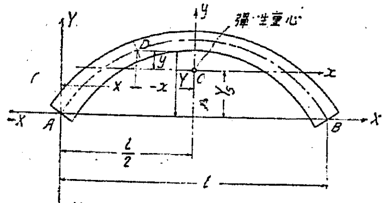
上記 3 條件を滿足する點は各斷面の $\frac{ds}{I_x}$ を一種の荷重と看做したるときの重心點である。

今 $X_s$ = 左支點 $A$ より彈性重心 $O$ までの橫距

$Y_s$ = 左支點 $A$ より彈性重心 $O$ までの縱距

とす、然るに對稱拱に於ては彈性重心は明かに拱頂を通る鉛直線上に在る、卽ち $= \frac{l}{2}$ である。

$Y_s$ は $X$ 軸の周りに於ける $\frac{ds}{I_x}$ の力率の和を $\frac{ds}{I_x}$ にて除して求める。



第 719 圖

$$Y_s = \frac{\sum_0^l Y\frac{ds}{I_x}}{\sum_0^l \frac{ds}{I_x}} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(725)$$

第 719 圖の如く原點を左支點 $A$ より彈性重心 $O$ に移す。卽ち



$$X = \frac{l}{2}-(-x) = \frac{l}{2}+x$$

$$Y = Y_s + y$$

を公式 722～724 に代入せば

公式 722 より

$$\left(M_A+\frac{l}{2}V_A+H_AY_s\right)Y_s\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\frac{ds}{I_x} = -H_A\left[\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}y^2\frac{ds}{I_x}+\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\frac{\cos^2\varphi_x}{A_x}ds\right]$$

$$-Y_s\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}M_s\frac{ds}{I_x}-\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}M_sy\frac{ds}{I_x} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(726)$$

公式 723 より

$$\frac{l}{2}\left(M_A+\frac{l}{2}V_A+H_AY_s\right)\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\frac{ds}{I_x} = -V_A\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}x^2\frac{ds}{I_x}-\frac{l}{2}\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}M_s\frac{ds}{I_x}$$

$$-\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}M_sx\frac{ds}{I_x} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(727)$$

公式 724 より

$$\left(M_A+\frac{l}{2}V_A+H_AY_s\right)\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\frac{ds}{I_x} = -\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}M_s\frac{ds}{I_x} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(728)$$

公式 728 を公式 726 に代入して

$$H_A = -\frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}M_sy\frac{ds}{I_x}}{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}y^2\frac{ds}{I_x}+\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\frac{\cos^2\varphi_x}{A_x}ds} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(729)$$

公式 728 を公式 727 に代入して

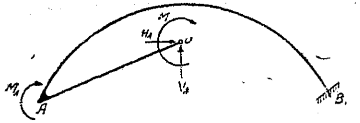
$$V_A = -\frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}M_sx\frac{ds}{I_x}}{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}x^2\frac{ds}{I_x}} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(730)$$

尙ほ　$M_A+\frac{l}{2}V_A+H_AY_s = M$ ……………………………(731a)

と置けば公式 728 より

$$M = -\frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} M_s \frac{ds}{I_x}}{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{ds}{I_x}} \cdots\cdots (731)$$

$M$ は公式 731 $a$ に依り明かなる如く左支點 $A$ と彈性重心 $O$ とを强固なる釬（如何なる力を受くるも伸長又は短縮せざる假想材料よりなる釬）にて結連したるときの彈性重心の彎曲率に當り、$O$ 點に於ける水平及鉛直反力は左支點 $A$ に於けるものと同量にして同方向である。（第 720 圖參照）



第 720 圖

§ 711　**溫度變化に因る水平推力及任意の斷面の彎曲率**　拱環は兩端固定し自由に移動し得ない。從つて溫度變化のため拱環内に溫度應力を生ずる。今

$M_A, V_A, H_t$ ＝ 溫度變化に依る左支點 $A$ の彎曲率、鉛直反力及水平推力

$M_B, V_B, H_t$ ＝ 溫度變化に因る右支點 $B$ の彎曲率、鉛直反力及水平推力

$M_{tx}$ ＝ 溫度變化に因る任意の點の彎曲率

とせば公式 708 に依り

$$M_{tx} = M_A+V_AX+H_tY+M_s \qquad (\text{原點左支點 } A)$$

原點を彈性重心に移し且つ鉛直荷重なき場合であるから

$M_s = 0$　　尙ほ $M = M_A+\frac{l}{2}V_A+H_tY_s$　と置けば

$$M_{tx} = M+V_Ax+H_ty$$

にして拱の兩支點に於て　$x = \pm\frac{l}{2}$　　$y = -Y_s$　であるから

$$M_A = M-\frac{l}{2}V_A-H_tY_s \qquad M_B = M+\frac{l}{2}V_A-H_tY_s \quad \text{となり}$$

$M_A-M_B = V_Al$　である。然るに對稱拱に於ては溫度變化のみに依る左右支點の彎曲率は明かに等しい。故に



$$M_A-M_B = 0 \qquad \text{從て} \quad V_A = 0 \quad \text{である。}$$

即ち、溫度變化に依り兩支點に鉛直反力を生じない。從て拱環任意の點の彎曲率は

$$M_tx = M+H_ty$$

となる。次に左支點 $A$ が自由に動き得るものと假定し溫度變化に因る水平變位 $\varDelta l$ を求むれば

$$\varDelta l = \frac{1}{E_c}\left\{-\int_0^l \frac{M_{tX}Y}{I_X}ds+\int_0^l \frac{N_{tX}}{A_X}\cos\varphi_X ds\right\}$$

〔註〕 公式 709 の　$\Delta l = \Delta_1 l+\Delta_2 l$　に公式 711 及 715 を代入して上式を求める。尙ほ $N_{tX}$ は溫度變化に因る任意斷面の軸壓力とす。

上式の原點を左支點 $A$ より彈性重心に移し、$N_{tx}$ の代りに公式 710 $a$ を代入せば

$$\varDelta l = \frac{1}{E_c}\left[-Y_sM\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\frac{ds}{I_x}-H_t\left\{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}y^2\frac{ds}{I_x}+\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\frac{\cos^2\varphi_x}{A_x}ds\right\}\right] \cdots\cdots (732)$$

次に溫度變化に依る起拱點の角變位を求め、公式 709 に依り之を零と置けば

$$\varDelta\varphi = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}(M+H_ty)\frac{ds}{I_x} = M\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\frac{ds}{I_x}+H_t\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}y\frac{ds}{I_x} = M\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\frac{ds}{I_x} = 0$$

然るに　$\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\frac{ds}{I_x} \neq 0$　にして　　$M = 0$　となる

〔註〕 上記角變位は公式 718 の $M_x$ の代りに　$M_{tx} = M+H_ty$ を代入し原點を彈性重心に移して求める、尙ほ原點が彈性重心であるため　$\int y\frac{ds}{I_x} = 0$　にして又 $M$ は彈性重心の彎曲率である。

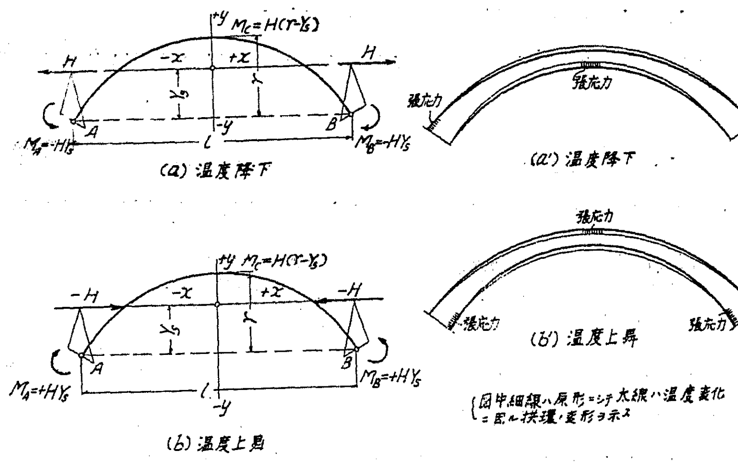
溫度變化のためには彈性重心に彎曲率を生じない、即ち溫度變化による水平推力 $H_t$ は第 721 圖の如く彈性重心と同高の位置に水平に作用する。

從て溫度變化に因る任意の點の彎曲率 $M_{tx}$ は

$$M_{tx} = H_ty \cdots\cdots (733)$$

である。

又公式 732 に　$M = 0$　を代入して $H_t$ を求むれば




第 721 圖

$$H_t = -\frac{E_c \Delta l}{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} y^2 \frac{ds}{I_x} + \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{\cos^2 \varphi_x}{A_x} ds} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(734)$$

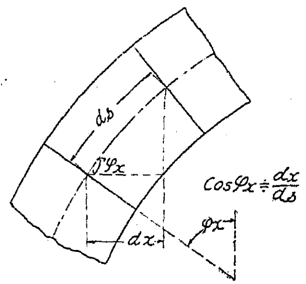
徑間が $\begin{matrix}\text{短縮}\\\text{伸長}\end{matrix}$ するときの $\Delta l$ は $\begin{matrix}(+)\\(-)\end{matrix}$ とす

今 $t$ = 拱環の溫度變化 $\alpha$ = 膨脹係數とせば

$$\Delta l = \pm \alpha t l$$

にして此の値を公式 734 に代入せば

$$H_t = \pm \frac{\alpha t E_c l}{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} y^2 \frac{ds}{I_x} + \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{\cos^2 \varphi_x}{A_x} ds} \cdots\cdots\cdots(735)$$




第 722 圖

(−) は溫度上昇、(+) は溫度降下の場合

第 721 圖は溫度變化に因る水平推力の方向及作用點、並びに張應力の生ずる位置を示したものである。

§ 712 $M_A$, $V_A$, $H_A$, $H_t$ **の實用公式**

公式 729, 730, 731、及 735 を一組として使用



し得るも設計に當つては次の如く之等の公式を變化せば更に便利である。

1 第 722 圖の如く分格 $ds$ の水平長を $dx$ とせば

$ds = \frac{dx}{\cos\varphi_x}$ であるから之を公式 729, 730, 731, 735, に代入して

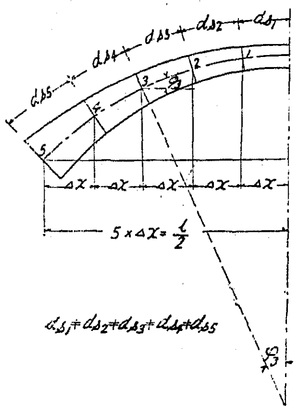
$$\left.\begin{aligned}
H_A &= -\frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} M \frac{y\,dx}{I_x \cos\varphi_x}}{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{y^2 dx}{I_x \cos\varphi_x} + \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{\cos\varphi_x}{A_x} dx} \cdots\cdots(a)\\
V_A &= -\frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} M_s \frac{x\,dx}{I_x \cos\varphi_x}}{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{x^2 dx}{I_x \cos\varphi_x}} \cdots\cdots(b)\\
M &= -\frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} Ms \frac{dx}{I_x \cos\varphi_x}}{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{dx}{I_x \cos\varphi_x}} \cdots\cdots(c)\\
H_t &= \pm \frac{\alpha t E_c l}{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{y^2 dx}{I_x \cos\varphi_x} + \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{\cos\varphi_x}{A_x} dx} \cdots\cdots(d)
\end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots(736)$$

彈性重心の位置は公式 725 より

$$Y_s = \frac{\int_0^{\frac{l}{2}} Y \frac{dx}{I_x \cos\varphi_x}}{\int_0^{\frac{l}{2}} \frac{dx}{I_x \cos\varphi_x}} \cdots\cdots(e)$$

2 公式 736 に於て $dx$ を實用上の長 $\Delta x$ とし、尙ほ第 723 圖の如く $\Delta x$ を等長に採り

$$w = \frac{y}{\cos I_x \varphi_x}$$




第 723 圖

$$w' = \frac{x}{I_x \cos\varphi_x}$$

$$w'' = \frac{1}{I_x \cos\varphi_x}$$

と置けば

$$H_A = -\frac{\Sigma M_s w}{\Sigma y w + \Sigma \frac{\cos\varphi_x}{A_x}} \cdots\cdots(a)$$

$$V_A = -\frac{\Sigma M_s w'}{\Sigma x w'} \cdots\cdots(b)$$

$$M = -\frac{\Sigma M_s w''}{\Sigma w'} \cdots\cdots(c)$$

$$H_t = \pm \frac{\alpha t E_c \frac{l}{\Delta x}}{\Sigma y w + \Sigma \frac{\cos\varphi x}{\Delta x}} \cdots\cdots(d) \quad \cdots(737)$$

此處に積算は $-\frac{l}{2}$ より $+\frac{l}{2}$ までとす

彈性重心の位置は

$$Y_s = \frac{\sum_0^{\frac{l}{2}} \frac{Y}{I_x \cos\varphi_x}}{\sum_0^{\frac{l}{2}} \frac{1}{I_x \cos\varphi_x}} \cdots\cdots(e)$$

3 彈性係數。前記の公式 729 ～ 737 に含む彈性係數はコンクリートの彈性係數である。コンクリートの彈性係數はコンクリートの受ける應力强度が增加する程、小になるものであつて、斷面の決定に使用するコンクリートの彈性係數 $140\,000 kg/cm^2$ は、コンクリートの受くる應力强度が其の許容强度に近い場合の値である。拱其の他の不靜定構造物に於ては、各斷面が同時に許容强度に近い應力を受くることなく、寧ろ或る斷面が許容强度に近い應力を受くるときは、他の斷面の大部分は許容强度より遙かに小さい應力を受くるものである。從て斯かる場合に於けるコンクリートの彈性係數は $140\,000 kg/cm^2$ より大なる値を採用しなければならない。次に溫度變化に因る水平推力 $H_t$ は、公式 735 に依りて明かなる如く彈性係數の値如何に依り、直接大なる影響を受ける(公式 735 の分母は彈性係數の變化に因る影響が比較的小さい)。卽ち彈性係數が增加すれば $H_t$ の値



は、彈性係數の增加した倍數に近く增大し、彈性係數の値を小さく採るは危險である。從て不靜定値を算出する場合と、許容强度に近い應力を受くる斷面決定の場合との彈性係數の値を同一にすることは甚だしい矛盾と云はなければならぬ。一般に次の標準に依る彈性係數を採用して不靜定値を算出する。

不靜定ノ算定ニ於テハ彈性比 $(n)$ ヲ 10 トシ斷面應力ノ算定ニ於テハ $n$ ヲ 15 トス。

卽ち鋼の彈性係數を標準として不靜定値算定に採用するコンクリートの彈性係數を算定せば

$$E_c = \frac{1}{10} \cdot 2\,100\,000 = 210\,000 \quad kg/cm^2$$

である。

4 公式運用上の注意。

(イ) 第二節の諸公式は對稱無鉸拱にのみ應用し得るものである。

(ロ) 第二節の諸公式中溫度應力に關するものを除いては何れも鉛直荷重にのみ應用し得るもので水平荷重には應用出來ない。拱環に作用する水平荷重は充側拱の土壓力である。充側拱の場合は拱矢低く、土壓力小にして之が拱環應力に及ぼす影響微小なるため一般に土壓力に依る水平荷重は無視する。從て此處には水平荷重に依る拱環應力の解法を略したのである。

(ハ) 支間小なる拱に於ては公式 729, 735, 及公式 736, 737, の $a$, $d$、に於ける分母の第二項は其の値第一項に比し極めて小であるから省略するも差支へない。

(ニ) 著者は最も便宜なる公式として 737 を推奬する。

### § 713 拱環の彎曲率、軸壓力、剪力

1 左支點 $A$ の彎曲率。公式 731a に依り。

$$M_A = M - \frac{l}{2} V_A - H_A Y_s \cdots\cdots(738)$$

2 任意の點の彎曲率。公式 708 の原點を彈性重心に移せば

$$M_x = M + V_A x + H_s y + M_s \cdots\cdots(739)$$

3 $M_s$ の値。$M_s$ は拱を右支點 $B$ に於て固定せる突桁(第 724 圖 $(b)$)と看做したるときの任意の點の彎曲率であつて常に負である。荷重が任意の點の左にある場合には其の點に $M_s$ を生じ、荷重が任意の點の右にあれば $M_s$ は零である。

今

$x$ ＝ 原點（彈性重心 $O$）より任意の點までの距離

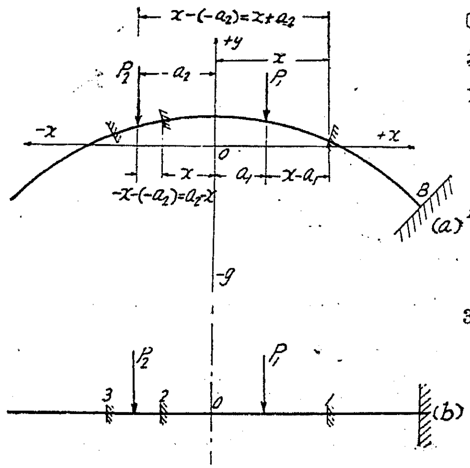
$a$ ＝ 原點より荷重 $P$ までの距離

$P$ ＝ 集中荷重

とせば

$$\left.\begin{array}{ll} M_s = -P(x-a) & P\text{ が任意の點の左に在るとき} \\ M_s = 0 & P\text{ が任意の點の右に在るとき} \end{array}\right\} \cdots\cdots(740)$$

式中 $x$, $a$ は原點の左右に依り（－）（＋）の符號を含むものとす



第 724 圖

〔例〕 第 724 圖の如き位置に荷重ある場合任意の點 1, 2, 3 の $M_s$ を求めよ。

1 點に於ては公式 740 に依り

$$M_s = -P_1(x-a) - P_2\{x-(-a_2)\}$$
$$= -P_1(x-a) - P_2(x+a_2)$$

2 點に於ては

$$M_s = -P_2\{-x-(-a_2)\}$$
$$= -P_2(-x+a_2)$$

3 點に於ては

$$M_s = 0$$

4　任意の點の軸壓力（$N_x$）及剪力（$S_x$）

公式 710 に依り軸壓力及剪力は

$$\left.\begin{array}{l} N_x = V_x \sin\varphi_x - H_A \cos\varphi_x \\ S_x = V_x \cos\varphi_x + H_A \sin\varphi_x \\ V_x = V_A - \Sigma P \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(741)$$

$\Sigma P$ は任意の斷面の左に於ける總ての荷重の和である。

例へば第 724 圖に於ける

1 點に對しては　$V_1 = V_A - (P_1+P_2)$

2 點に對しては　$V_2 = V_A - P_2$

3 點に對しては　$V_3 = V_A$



である。

5　溫度變化に因る任意の點の彎曲率（$M_{tx}$）、軸壓力（$N_{tx}$）、剪力（$S_{tx}$）。

彎曲率 $M_{tx}$ は公式 732 に依り。

$$M_{tx} = H_t y$$

軸壓力及剪力は公式 710 の $V_x = 0$ の場合である。即ち

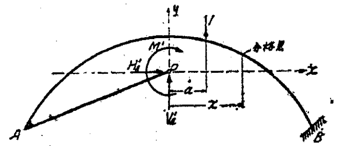
$$\left.\begin{array}{l} N_{tx} = -H_t \cos\varphi_x \\ S_{tx} = H_t \sin\varphi_x \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(742)$$

## § 714　影 響 線

1　$M$, $V_A$, $H_A$ の影響線

前述の $M$, $V_A$, $H_A$ に關する公式中荷重に左右さるゝ項は分子の $M_s$ だけである。第 725 圖に於て彈性重心より任意の分格點までの距離を $x$、單位荷重 1 までの距離を $a$ とせば、單位荷重に依る分格點の $M_s$ は公式 740 に依り

$$M_s = -(x-a) \qquad x > a$$
$$= 0 \qquad x \leqq a$$



第 725 圖

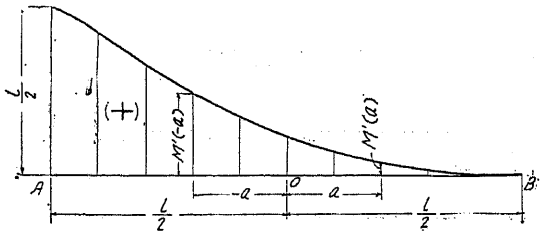
であるから此の値を $M$, $V_A$, $H_A$ に代入せば影響線の公式となる。

$M'$, $V'_A$ $H'_A$ を夫々單位荷重に依る彈性重心の彎曲率、鉛直反力、水平推力とせば、公式 737 に依り

$$\left.\begin{array}{ll} H'_A = \dfrac{\sum_a^{\frac{l}{2}} (x-a)w}{\sum_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} yw + \sum_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \dfrac{\cos\varphi_x}{A_x}} \cdots\cdots(a) \\ V'_A = \dfrac{\sum_a^{\frac{l}{2}} (x-a)w'}{\sum_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} xw'} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(b) \\ M' = \dfrac{\sum_a^{\frac{l}{2}} (x-a)w''}{\sum_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} w''} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(c) \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots(743)$$

2 $M', V'_A, H'_A$ に關する影響線の特性。

影響線の特性を知ることは單に誤差發見の一助となるのみならず、影響線算定の手數を省き得るものである。茲には特性の證明を省き結果のみを記する。




M′ 影響線

第 726 圖

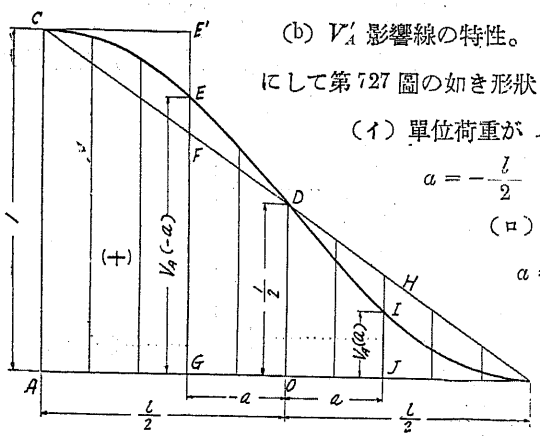
(a) $M'$ 影響線の特性。$M'$ の影響線は常に(+)にして第726圖の如き形狀をなし、次の特性を有する。

(イ) 單位荷重が $A$ に在るとき $a=-\frac{l}{2}$ $\quad M'=\frac{l}{2}$

(ロ) 單位荷重が $B$ に在るとき $a=\frac{l}{2}$ $\quad M'=0$

(ハ) 單位荷重が拱頂の左 $(-a)$ に在るときの $M'$ の値を $M'_{(-a)}$ とし、單位荷重が拱頂の右 $(+a)$ に在るときの $M'$ の値を $M'_{(a)}$ とせば、$M'_{(a)}$ と $M'_{(-a)}$ の間には次の關係が成立する。

$$M'_{(-a)} = M'_{(a)}+a \cdots\cdots\cdots(744)$$




$V'_A$ 影響線

第 727 圖

(b) $V'_A$ 影響線の特性。$V'_A$ の影響線は常に(+)にして第727圖の如き形狀をなし、次の特性を有する。

(イ) 單位荷重が $A$ に在るとき

$a=-\frac{l}{2}$ $\quad V'_A=1$

(ロ) 單位荷重が $B$ に在るとき

$a=\frac{l}{2}$ $\quad V'_A=0$

(ハ) 單位荷重が拱頂に在るとき

$x=0$ $\quad V'_A=\frac{1}{2}$

(ニ) 單位荷重が拱頂の左 $(-a)$ に在るときの $V'_A$ の値を $V'_{A(-a)}$ とし、單位荷重が拱頂の右 $(+a)$



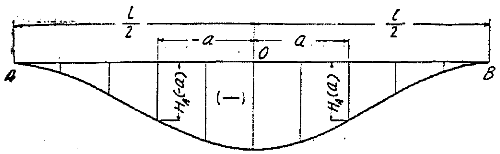
に在るときの $V'_A$ の値を $V'_{A(a)}$ とせば $V_{A(-a)}$ と $V_{A(a)}$ との間には次の關係が成立する。

$$V'_{A(-a)} = 1-V_{A(a)} \cdots\cdots\cdots(745)$$

又第727圖に於て $B, C$ を直線にて連結せば此の直線は $D$ を通り次の關係がある。

$$FE' = HJ \qquad JI = EE' \qquad EF = HI$$

(c) $H'_A$ 影響線の特性。$H'_A$ の影響線は常に(−)にして第728圖の如き形狀をなし次の特性を有する。




$H'_A$ 影響線

第 728 圖

(イ) 單位荷重が $A$ 及 $B$ に在るとき。$a=\pm\frac{l}{2}$ $\quad H'_A=0$

(ロ) 單位荷重が拱頂の左 $(-a)$ に在るときの $H'_A$ の値を $H'_{A(-a)}$ とし、單位荷重が拱頂の右 $(a)$ に在るときの $H'_A$ の値を $H'_{A(a)}$ とせば、$H'_{A(-a)}$ と $H'_{A(a)}$ との間には次の關係が成立す。

$$H'_{A(-a)} = H'_{A(a)} \cdots\cdots\cdots(746)$$

卽、拱頂に對して對稱である。

$M'$ $V'_A$ $H'_A$ の影響線は拱頂の左右に於て公式 744, 745, 746 の如き關係を有するを以て、支間の $\frac{1}{2}$ に對して影響線を求むれば他の 1/2 に對する影響線は簡單に求め得る。

2 任意の斷面に於ける彎曲率、軸壓力、剪力の影響線。

$M'_x$ $N'_x$ $S'_x$ = 夫々任意斷面の單位荷重に因る彎曲率、軸壓力、剪力

$M'_x = -(x-a)$ 單位荷重が任意斷面の左に在るとき

$= 0$ 單位荷重が任意斷面の右に在るとき

$V'_x = V'_A-1$ 單位荷重が任意斷面の左に在るとき

$= V'_A$ 單位荷重が任意斷面の右に在るとき

$x, y,$ = 任意斷面重心の縱橫距(原點は彈性重心)

とせば公式 738, 740 に依り

$$\left.\begin{aligned} M'_x &= M'+V'_A x+H'_A y+M'_s \cdots\cdots\cdots (a)\\ N'_x &= V'_x \sin\varphi_x - H'_A \cos\varphi_x \cdots\cdots\cdots (b)\\ S'_x &= V'_x \cos\varphi_x + H'_A \sin\varphi_x \cdots\cdots\cdots (c)\end{aligned}\right\} \cdots\cdots (747)$$

である。

## 第三節 無鉸拱の設計

徑間及拱矢に付いては § 705、拱環の形狀に付いては § 706 に述べたるを以て此處に省略する。

§ 715 **拱環厚** 鉸數 2 以下の拱に於ては拱環厚及鐵筋量を豫め定めなければ拱環各部の應力を算出することは出來ない。

拱環厚を豫め定めるには設計せんとする拱橋と支間、拱矢、荷重が類似せる既設拱橋を參考とするか、又は以下述ぶる近似式に依りて定める。

1 Strassner 氏の近似式

$h_c, h_s$ = 夫々拱頂及起拱點に於ける拱環厚 $(m)$

$I_c\ I_s$ = 夫々拱頂及起拱點に於ける斷面の二次率

$\varphi_s$ = 起拱點の中心角（起拱點の斷面が鉛直線となす角）

$n = \dfrac{I_c}{I_s \cos\varphi_s}$

$g_c, g_s$ = 夫々拱頂及起拱點の死荷重 $(t/m^2)$

$m = \dfrac{g_s}{g_c}$

$p$ = 等布活荷重 $(t/m^2)$

$\sigma_{ca}$ = コンクリートの許容壓應力强度 $(t/m^2)$

$l_1, r$ = 夫々支間及拱矢 $(m)$

$t$ = 溫度變化（度）

とせば

$$h_c = \frac{K\cdot l^2}{2\cdot r\cdot\sigma'_{ca}}\left[1+\sqrt{1+\frac{24\cdot\sigma'_{ca}\cdot U_1}{\left(K\cdot\frac{l}{r}\right)^2}}\,\right]$$

此處に $\sigma'_{ca} = \sigma_{ca} - 6(1-\phi_c)\left(U_2\dfrac{h_c}{r}+U_3\dfrac{l^2}{r^2}\right)$



$$\left.\begin{aligned} K &= \alpha g_c+\beta p\\ U_1 &= \gamma p\\ U_2 &= \delta t\\ U_3 &= \xi g_c\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots (748)$$

公式 748 の $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \xi$ は第 703 表又 $\phi_c$ は第 705 表に依りて定める。

$n = 0,3$ の場合に於ける $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \xi$ の値は次の公式に依りて求める。

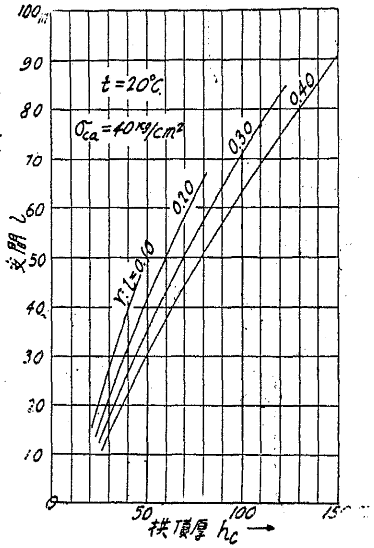
$$\left.\begin{aligned} \alpha &= 0,1080+0,0190\,m-0,0005\,m^2\\ \beta &= 0,0579+0,0035\,m\\ \gamma &= 0,00426+0,00037\,m\\ \delta &= -9,10+0,04\,m\\ \xi &= 0,0408+0,0046\,m\\ \phi_c &= \frac{4}{5}\ \frac{h_c}{r}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (749)$$

**第 703 表**

本表中 上の數は $n = 1,0$ の場合
中の數は $n = 0,3$ の場合
下の數は $n = 0,15$ の場合

| m | 1 | 3～4 | 10 |
|---|---|---|---|
| α | 0,125 | 0,169 | 0,250 |
| β | 0,060<br>0,059<br>0,059 | 0,072<br>0,072<br>0,073 | 0,088<br>0,089<br>0,091 |
| γ | 0,0054<br>0,0044<br>0,0040 | 0,0073<br>0,0057<br>0,0051 | 0,0099<br>0,0076<br>0,0068 |
| δ | —6,6<br>—9,4<br>—11,1 | —6,3<br>—9,3<br>—11,1 | —6,0<br>—9,1<br>—10,9 |
| ε | 0,035 | 0,040 | 0,053 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| ξ | 0,051<br>0,059 | 0,059<br>0,069 | 0,080<br>0,096 |




第 729 圖

公式 749 は $n = 0,3$ として算出したものであるが $n = 0,2$ 乃至 $n = 0,4$ の範圍に應用するも差支へない。公式 748 には $q_c$ 及 $h_c$ を含むために公式運用前先づ拱頂厚を假定しなければならぬ之れがためには第 729 圖の圖表、又は公式 751 に依りて $h_c$ を假定する、又 $m$ の値が必要であるため起拱點の厚を豫め假定するには § 715 の 3 に依りて定めるか、又は公式 751, 752 に依りて $h_s$ を假定する。

$$h_s = \frac{Kl^2}{2r\sigma_{ca}\cos\varphi_s}\left[1+\sqrt{1-\frac{4\sigma_{ca}C}{\left(K\frac{l}{r}\cos\varphi_s\right)^2}}\right]$$

此處に $C = 6U_1 + 6(1-\phi_s\cos\varphi_s)\left(U_2\frac{h_c^3}{l^2 r} + U_3\frac{h_c^2}{r^2}\right)$ ……………(750)

$\phi_s$ は第 705 表に依りて求める。

$K, U_1, U_2, U_3$ は公式 748 に同じく之等の係數

$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \xi$ は第 704 表に依る

$\cos\varphi_s$ は公式 752 に依りて定める。

第 704 表

本表中 { 上の數は $n = 1,0$ / 中の數は $n = 0,3$ / 下の數は $n = 0,15$ }

| m | 1 | 3～4 | 10 |
|---|---|---|---|
| α | 0,125 | 0,169 | 0,250 |



| | | | |
|---|---|---|---|
| β | 0,040<br>0,039<br>0,038 | 0,035<br>0,035<br>0,034 | 0,032<br>0,032<br>0,032 |
| γ | −0,0171<br>−0,0211<br>−0,0236 | −0,0145<br>−0,0180<br>−0,0201 | −0,0121<br>−0,0149<br>−0,0166 |
| δ | 13,3<br>29,4<br>42,3 | 14,8<br>34,8<br>50,7 | 17,1<br>41,3<br>61,5 |
| ξ | −0,073<br>−0,159<br>−0,221 | −0,091<br>−0,221<br>−0,311 | −0,156<br>−0,359<br>−0,543 |

第 705 表

| $n$ | 1,0 | 0,6 | 0,3 | 0,15 | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\phi_c$ | 0,58 | 0,66 | 0,80 | 0,95 | $\cdot\frac{h_c}{r}$ |
| $\phi_s$ | 0,24 | 0,23 | 0,22 | 0,21 | $\cdot\frac{h_s}{\gamma}$ |

〔例 1〕 拱橋の拱頂厚 $h_c$ を定めよ。

但し $l = 30\,m$ $r = 6\,m$ $n = 0,3$ $m = 6$ $q_c = 1,42\,t/m^2$ $p = 0,6\,t/m^2$ $t = \pm 20°C$ $\sigma_{ca} = 400\,t/m$ とす。

$r/l = \frac{6}{30} = 0,2$ であるから第 729 圖表に依り $h_c \fallingdotseq 0,34\,m$ と假定す。

公式 749 に依り

$$\alpha = 0,1080+0,0190\cdot6-0,0005\cdot6^2 = 0,2040$$
$$\beta = 0,0579+0,0035\cdot6 = 0,0789$$
$$\gamma = 0,00426+0,00037\cdot6 = 0,00648$$
$$\delta = -9,10+0,04\cdot6 = -8,86$$
$$\xi = 0,0408+0,0046\cdot6 = 0,0684$$

公式 748 に依り

$$\phi_c = \frac{4}{5}\cdot\frac{0,34}{6} = 0,045 \quad 6\cdot(1-\phi_c) = 5,73$$
$$K = 0,2040\cdot1,42+0,0789\cdot0,60 = 0,337\,t/m^2$$
$$U_1 = 0,00648\cdot0,60 = 0,0039\,t/m^2$$

$$U_2 = -8{,}86\ (-20°) = 177{,}2\,t/m^2$$
$$U_3 = 0{,}0684 \cdot 1{,}42 = 0{,}0971\,t/m^2$$
$$\sigma'_{ca} = 400 - 5{,}73\ \left(177{,}2\,\frac{0{,}34}{6{,}0} + 0{,}0971\,\frac{30^2}{6{,}0^2}\right) = 329\,t/m^2$$
$$h_c = \frac{0{,}337 \cdot 30^2}{2 \cdot 6{,}0 \cdot 329}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{24 \cdot 329 \cdot 0{,}00389}{0{,}337 \cdot \left(\frac{30}{6{,}0}\right)^2}}\right] = 0{,}34\,m$$

例 2　支間 80,0 $m$、拱矢 25,5 $m$、路面の有効幅 6,9 $m$ 拱頂に於ける拱環幅 6,5 $m$ 起拱點に於ける拱環幅 7,5 $m$ にして等布活荷重は路面 1 平方米當り 0,45 $t$ とし、拱頂及起拱點厚を求めよ。但し $q_c = 4{,}36\,t/m^2$　$m = 3{,}2$　$n = 0{,}3$　$t = \pm 28°C$　$\sigma_{ca} = 310\,t/m^2$ とす。

拱環 1 平米當の等布活荷重　$p = \dfrac{6{,}90}{6{,}50} \cdot 0{,}45 = 0{,}48\,t/m^2$

$r/l = \dfrac{25{,}5}{80} \doteqdot 0{,}32$　であるから第 729 圖に依り　$h_c = 1{,}2\,m$　と假定す。

拱頂厚 $h_c$　公式 749 に依り

$$\alpha = 0{,}1080 + 0{,}0190 \cdot 3{,}2 - 0{,}0005 \cdot 3{,}2^2 = 0{,}1637$$
$$\beta = 0{,}0579 + 0{,}0035 \cdot 3{,}2 = 0{,}0691$$
$$\gamma = 0{,}00426 + 0{,}00037 \cdot 3{,}2 = 0{,}00544$$
$$\delta = -9{,}10 + 0{,}04 \cdot 3{,}2 = -8{,}97$$
$$\xi = 0{,}0408 + 0{,}0046 \cdot 3{,}2 = 0{,}0555$$
$$\phi_c = \frac{4}{5} \cdot \frac{1{,}20}{25{,}5} = 0{,}038 \qquad 6\ (1 - \phi_c) = 5{,}772$$

公式 748 に依り

$$K = 0{,}1637 \cdot 4{,}36 + 0{,}0691 \cdot 0{,}48 = 0{,}746\,t/m^2$$
$$U_1 = 0{,}00544 \cdot 0{,}48 = 0{,}00261\,t/m^2$$
$$U_2 = -89{,}7\ (-28°) = 251{,}3\,t/m^2$$
$$U_3 = 0{,}0555 \cdot 4{,}36 = 0{,}242\,t/m^2$$
$$\sigma'_{ca} = 310 - 5{,}772\left(251{,}3 \cdot \frac{1{,}20}{25{,}5} + 0{,}242 \cdot \frac{80^2}{25{,}5^2}\right) = 228\,t/m^2$$
$$h_c = \frac{0{,}746 \cdot 80^2}{2 \cdot 25{,}5 \cdot 228}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{24 \cdot 228 \cdot 0{,}00261}{\left(0{,}746 \cdot \frac{80}{25{,}5}\right)^2}}\right] = 1{,}19\,m \doteqdot 1{,}20\,m$$

起拱點厚 $h_s$　　公式 752 に依り

$$\cos\varphi_s = \frac{1}{\sqrt{1 + C\left(\frac{25{,}5}{80{,}0}\right)^2}} \doteqdot 0{,}54$$
$$C = 11{,}50 + 4{,}55\,m - 0{,}13\,m^2 = 11{,}50 + 4{,}55 \cdot 3{,}2 - 0{,}13 \cdot 3{,}2^2 = 24{,}7283$$
$$h_s = \frac{h_c}{\sqrt[3]{n}\cos\varphi_s} = \frac{1{,}20}{\sqrt[3]{0{,}3} \cdot 0{,}54} \doteqdot 2{,}13$$

公式 750 中の $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, $\delta$, $\xi$ は第 704 表より求む

$\alpha = 0{,}1637$ (前に同じ)　$\beta = 0{,}035$　$\gamma = -0{,}018$　$\delta = 34{,}8$　$\xi = -0{,}221$



起拱點に於ては拱頂より拱環幅が廣いから $K$, $U_1$, $U$, $U_3$ の値を幅に比例して減少する。卽ち

$$K = \frac{6{,}50}{7{,}50}\ (0{,}1637 \cdot 4{,}36 + 0{,}035 \cdot 0{,}48) = 0{,}634\,t/m^2$$
$$U_1 = \frac{6{,}50}{7{,}50}\ (-0{,}0180) \cdot 0{,}48 = -0{,}0075\,t/m^2$$
$$U_2 = \frac{6{,}50}{7{,}50} \cdot 34{,}8\ (-28°) = -846\,t/m^2$$
$$U_3 = \frac{6{,}50}{7{,}50}\ (-0{,}221) \cdot 4{,}36 = -0{,}83\,t/m^2$$
$$\phi_s = \frac{2}{9} \cdot \frac{2{,}13}{25{,}5} = 0{,}0184 \qquad 6\ (1 - \phi_s \cos\varphi_s) = 5{,}941$$
$$C = 6\ (-0{,}0075) + 5{,}941\ \left(-846 \cdot \frac{120^3}{80^2 \cdot 25{,}5} - 0{,}83 \cdot \frac{1{,}20^2}{25{,}5^2}\right) = -0{,}1091$$

起拱點に於ける　$\sigma_{ca} = 300\,t/m^2$　とせば

$$h_s = \frac{0{,}634 \cdot 80^2}{2 \cdot 25{,}5 \cdot 300 \cdot 0{,}54}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{4 \cdot 300 \cdot 0{,}1091}{\left(0{,}634 \cdot \frac{80}{25{,}5} \cdot 0{,}54\right)^2}}\right] = 2{,}10\,m$$

2　Weld 氏の近似式

$h_c$ ＝ 拱頂に於ける拱環厚（吋）

$l$ ＝ 支間（呎）　　$p$ ＝ 等布活荷重（ポンド/呎²）

$q'_c$ ＝ 拱頂に於ける拱背線以上の死荷重（ポンド/呎²）

$\sigma_{ca}$ ＝ コンクリート許容壓應力强度（ポンド/吋²）

$$h_c = \frac{450}{1{,}14\sigma_{ca}}\left\{\sqrt{l} + \frac{l}{10} + \frac{p}{200} + \frac{q'_c}{400}\right\} \cdots\cdots(751)$$

3　起拱點及任意斷面の厚。 無鉸拱の拱環厚は拱頂に於て最も薄く、起拱點に近づくに從ひ次第に增大するものであつて $r/l$ の大なるものは增加の割合に小にして $r/l$ の小なるものは增加の割合が大きい。一般的に $h_s = 1{,}5\,h_c \sim 3\,h_c$ である。又 $n = \dfrac{I_c}{I_s \cos\varphi_s}$ の値は 0,3 が最も多く一般的に $n = 0{,}15 \sim 0{,}4$ である。$n$ の値を推定し得れば次の公式に依りて起拱點厚を算出し得る。

$$\left.\begin{aligned} h_s &= \frac{h_c}{\sqrt[3]{n}\cos\varphi_s} \\ \cos\varphi_s &\doteqdot \frac{1}{\sqrt{1 + C\left(\frac{r}{l}\right)^2}} \\ C &= 11{,}50 + 4{,}55\,m - 0{,}13\,m^2 \\ m &= \frac{q_s}{q_c} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(752)$$

之等の起拱點厚を用ひて公式 750 に依り略正しい起拱厚を求めればよい。

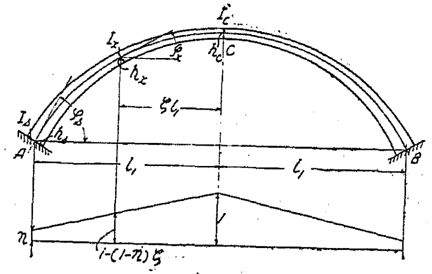
拱環任意斷面厚は一般に二次乃至三次拋物線形に變化するものと假定す、即ち拱頂厚と起拱點厚との差、大なる拱、即ち $r/l$ の小なるものは三次拋物線、$r/l$ の大なるものは二次拋物線形に變化するものとし次の式に依りて定める。

$h_x$ = 拱頂より $x$ だけ離れたる斷面の厚

$$\mu = \frac{h_s}{h_c}$$

とせば

$$\left.\begin{array}{ll}\text{二次拋物線形に變化する場合} & h_x = h_c\left[1+(\mu-1)\left(\dfrac{x}{\frac{1}{2}l}\right)^2\right] \\ \text{三次拋物線形に變化する場合} & h_x = h_c\left[1+(\mu-\ )\left(\dfrac{x}{\frac{1}{2}l}\right)\right]\end{array}\right\}\cdots\cdots(753)$$



第 730 圖

拱頂及任意斷面の間に次の關係が成立するものとして任意斷面厚を定めるときは次の公式 754 に依る。之れは拱環應力の近似計算に應用せらるゝ場合が多い。第 730 圖の如く $\dfrac{I_c}{I_x \cos\varphi_x} = 1-(1-n)\zeta$ と假定して任意斷面厚を算定せば次の如くなる。

$$\left.\begin{array}{l} h_x = h_c\dfrac{1}{\sqrt[3]{(1-(1-n)\,\zeta)\,\cos\varphi_x}} \\ \cos\varphi_x = \dfrac{1}{\sqrt{1+\tan^2\varphi_x}}\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(754)$$

4 拱環厚と溫度應力の關係。 公式 735 の分子は拱環厚に無關係であるが、分母は拱環厚の增加に伴ひ著しく減少するため、溫度變化に依る水平推力 ($H_t$) は非常に增加することになる。即ち溫度應力は拱環厚を增加しても減少せず寧ろ增加する傾向がある。拱環の溫度應力は活荷重又は死荷重に因る應力に比して甚だしく大きいもので、特に扁平なる拱(flat arch)に於ては公式 735 の分母が小になり水平推力增大し起拱點及拱頂の溫度應力は著しく大きい。從て溫度應力を減少せしむることは、死荷重に因る彎曲應力を避くると共に拱橋設計の要諦である。



死荷重に因る彎曲應力は拱環形狀を適當に定むることに依りて避け得るが溫度應力を避けることは出來ない。只問題は溫度應力を如何なる程度まで減少し得るかに在りて之がためには

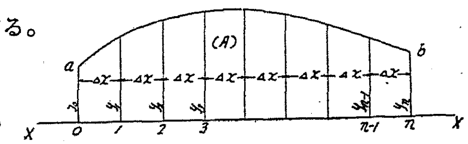
イ、出來得る限り拱環厚を小にすること。

ロ、扁平なる拱を避くること。

ハ、已を得ず拱を扁平となすときは起拱點厚を增大し拱頂厚をなるべく減少すること。

等の手段に依る。

§ 716 **積算法** 第二節に解きたる $M, V_A, H_A$ の値の積算には種々方法がある。分格 ($ds$) の定め方は運用せんとする積算に適するものでなければならぬ 此處には普通に應用せらるゝ**シンプソン氏積算法**(Simpson's rule 又は Parabolic rule)の結果を照會し其の特性を説明する。



第 731 圖

シンプソン氏積算法。第 731 圖の直線 $X-X$ と、曲線 $ab$ 間の面積 $A$ を求むるに當り曲線の各點より直線 $X-X$ への垂線 $y$ を知るときは、次の公式に依りて面積 $A$ を求める。

$$\left.\begin{array}{l} A=\dfrac{\Delta x}{3}\{y_0+4y_1+2y_2+4y_3+2y_4+\cdots\cdots+2y_{n-2}+4y_{n-1}+y_n\} \\ \text{又は} \\ A=\dfrac{\Delta x}{3}\{y_0+\ (y_1+h_3+y_5+\cdots+y_{n-1})+2(y_2+y_4+y_6+\cdots+y_{n-2})+y_n\}\end{array}\right\}(755)$$

公式 755 はシンプソン氏の積算式であつて、次の條件を具備する場合に限り應用し得るものである。

イ、各分格點 (第 731 圖ノ 0, 1, 2, 3…$n$) ノ間隔 ($\Delta x$) ガ等長デアルコト。

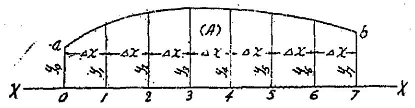
ロ、分格點ノ數 (第 731 圖ノ $n$) ガ偶數デアルコト。

ハ、$a\ b$ 線ガ $X-X$ 線ニ對シテ凸曲線デアルコト。

公式 736 の分母は拱環軸を等長偶數個の分格に分つことに依り公式 755 を應用して積算し得るが、分子は積算す可き分格數が偶數の場合と奇數の場合と相半す

る。

積算す可き分格數が奇數の場合は最後の一分格を除きたる面積を公式755に依りて求め、除外したる分格は梯形として面積を算出する。例へば第732圖の直線 $X-X$ と曲線 $ab$ 間の面積 $A$ は次の式に依りて求める。



第 732 圖

$$A = \frac{\Delta x}{3}\{y_0+4(y_1+y_3+y_5)+2(y_2+y_4)+y_6\}+\frac{\Delta x}{2}(y_6+y_7) \quad \cdots\cdots(756)$$

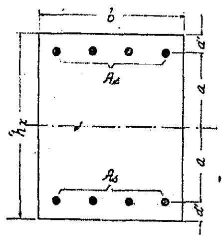
公式736の分母を公式755に依り、分子を公式756に依りて求むるときは同一公式の分母子の積算精度に差を生じ、理論上不完全なれども事實上の問題としては差支ない。

### § 717 應力計算

1 分格。 積算法としてシンプソン氏積算法を應用する場合は分格點の起點Oを拱頂に始め兩端に向ひ水平距離が等しい樣に拱支間の $\frac{1}{2}$ を偶數箇に分割し、公式737に依りて $M, V_A, H_A$ を算出する 他の積算法を應用するときは分格を等長偶數箇とする必要はない。支間長 30 m 以下の場合は支間の 1/2 を 8 〜10箇の分格に分ち、支間 30 m 以上なれば支間の 1/2 を 10 箇以上の分格に分割する。

2 幅。 連續拱環 (barrel rib) に於ては幅 1 m、分離拱環(separated rib) に於ては 1條の拱肋(rib)全幅又は拱肋幅大なるときは幅 1 m に付應力計算をなす。

3 斷面積 ($A_x$) とその二次率 ($I_x$)。 拱環の斷面積及その二次率は斷面全部が有効と見做して算出する。上下緣の主鐵筋量が等しいときは次の式に依りて算出す。第733圖を任意斷面とし



第 733 圖

$b$ = 斷面の幅

$n$ = 彈性比

$2A_s$ = 主鐵筋の總斷面積(上下の鐵筋)

とせば

$$\left.\begin{aligned} A_x &= bh_x+2A_s(n-1) \\ I_x &= \frac{bh_x^3}{12}+2A_s(n-1)\left(\frac{h_x}{2}-d'\right)^2 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(757)$$



である。公式757に於ける彈性比 $n = 10$ とする。(§ 712 の 3 參照)

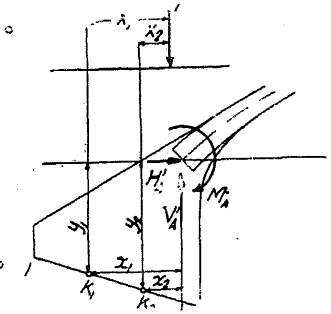
4 斷面の應力は軸壓力と彎曲率を同時に受くる場合であるから最大彎曲率を受くる場合、及最大軸壓力を受くる場合に付いて算定しなければならぬ。之等の彎曲率及軸壓力は影響線を應用して容易に算出し得る。斷面の應力算定の場合に於ける彈性比 $n = 15$ とする。(§ 712 の 3 參照)

5 鐵筋。 主鐵筋は普通直徑 14 mm 以上、副鐵筋は直徑 10 mm 以上、スターラップは直徑 6 mm 以上のものを使用し、拱頂に於ける主鐵筋量は斷面の $\frac{6}{1000}$ 以上とする。

主鐵筋の最大間隔は連續拱環に於ては 30 cm 以下、又は斷面厚の 2 倍以下とし分離拱環に於ては 15 cm 以下とする。副鐵筋は斷面の $\frac{2}{1000}$ 以上とし最大間隔は 50 cm 以下又は斷面の有効高の四倍以下とする。

### § 718 橋臺の設計

無鉸拱に於ては拱環と橋臺又は橋脚とは完全に一體でなければならない。卽ち拱環中の主鐵筋は充分之を橋臺又は橋脚中に埋込んで碇着せしめる。



第 734 圖

橋臺各部の最大應力は影響線を用ひて算出する。第734圖に於て

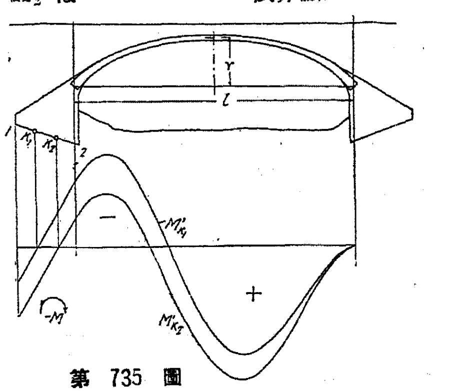
$K_1, K_2$ = 橋臺の斷面 12 の圖心とする。(コンクリート造なれば $K_1$ $K_2$ は middle third の限界點)

$M_{k1}, M_{k2}$ = 夫々 $K_1, K_2$ に於ける最大彎曲率

$\sigma_1, \sigma_2$ = 夫々 1, 2 に於ける應力强度

$W$ = 1−2 斷面の斷面係數 (斷面 12 の長を $l$、幅を $b$ とせば $W = \frac{bl^2}{6}$)

とせば



第 735 圖

$$\left.\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{M_{k2}}{W}\\ \sigma_3 &= \frac{M_{k1}}{W}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(758)$$

である。從て $M_{k1}$, $M_{k2}$ の最大値を求め得れば $\sigma_1$, $\sigma_2$ は公式 758 に依り容易に算出し得る。今

$y_1, y_2$ ＝ 夫々 $K_1$, $K_2$ より起拱點を通る横軸までの距離

$x_1, x_2$ ＝ 夫々 $K_1$, $K_2$ より起拱點を通る鉛直線までの距離

$X_1 X_2$ ＝ 夫々起拱點 $A$ の左に在る單位荷重と $K_1$, $K_2$ との水平距離

$M'_A, V'_A, H'_A$ ＝ 夫々 $A$ 點に於ける單位荷重に依る彎曲率、鉛直反力、水平推力

$M'_{k1}, M'_{k2}$ ＝ 夫々 $M_k$, $M_{k2}$ の影響線の縦距

$$\left.\begin{aligned}M'_{k1} &= M'_A+(-H'_A)y_1+(-V'_A)x_1 && \text{單位荷重が } A \text{ 點の右に在るとき}\\ &= -X_1 && \text{單位荷重が } AK_1 \text{ 間に在るとき}\\ &= X_1 && \text{單位荷重が } K_1 \text{ の左に在るとき}\\ M'_{k2} &= M'_A+(-H'_A)y_2+(-V'_A)x_2 && \text{單位荷重が } A \text{ 點の右に在るとき}\\ &= -X_2 && \text{單位荷重が } AK_2 \text{ 間に在るとき}\\ &= X_2 && \text{單位荷重が } K_2 \text{ の左に在るとき}\end{aligned}\right\}\cdots(759)$$

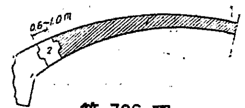
### § 719　施　　工

1　拱環の反り。拱環には自重及溫度降下に因る拱環の撓度並びに**拱架工**(centering) の沈下に備へるため、適當の**反り** (camber) を附する。自重及溫度降下に依る拱頂の撓度は極めて微小であつて事實上皆無と看做すも差支へない程度であるから、之を算出して反りを決定する必要はない。

拱架工の沈下程度は拱架の構造、拱架の高さ、基礎の硬軟、木組の精粗に依り甚だしき相違あるも大體支間 30 m ～ 40 m の木造拱架に於ては 1,5 cm ～ 2,5 cm 内外である。鋼造拱架を使用するときは其の撓度大なるに付、特に拱架の撓度を算定しなければならぬ。

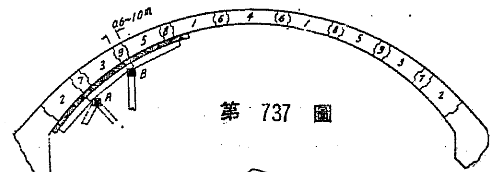
一般的に自重及溫度降下に依る撓度及拱架の沈下を含み、支間の $\frac{1}{800}$ ～ $\frac{1}{1\,000}$ の反りを付する。



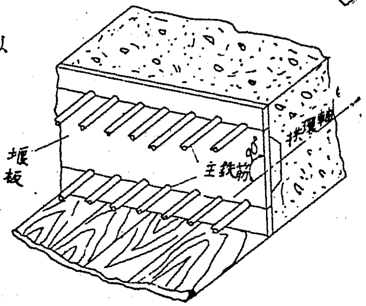


第 736 圖

2　拱環コンクリートの施工。　支間約 25 m 以下の扁平なる拱橋に於ては第 736 圖の如く起拱點附近一部（圖中（2）の部分）を殘して殘部（（1）の部分）全體のコンクリートを一度に塡充し、此のコンクリートが相當硬化したる後に（2）の部分にコンクリートを塡充する。橋幅廣き場合は縱の方向に施工接合を設ける。支間 25 m 以上又は拱矢大なる拱橋に於ては第 737 圖の如く拱環を横の方向に區分し、大體圖示の順序にコンクリートを塡充する。一區劃の長はなる可く大とす可きであるが、型板又は現場に於けるコンクリート混合能力に支配されるため普通には一區劃長を 3 m ～ 5 m 内外とする。



第 737 圖



第 738 圖

又各區劃の界は拱架の格點（第 737 圖 $A$ 及 $B$）に設くるがよい。拱架の撓度大なるときは起拱點に接する區劃（2）のコンクリートを最後に塡充する。

コンクリート塡充に當り各區劃界には第 738 圖に示す如き完全なる堰板を設ける、此の堰板は拱環軸を含む面に直角 (normol section) の方向に設置する。

### § 720　對稱無鉸拱設計例

本設計例は道路構造に關する細則案に準據せる國道橋の設計であつて本文中に記入せる條項は附錄に添附せる細則案の條項である。

Ⅰ　**設計の條件及一般寸法**　有效幅員 6 m、支間 30 m、拱矢 6 m の開側拱とし床構の構造は第 746 圖の如き連續 T 桁とす。床構は橋長 1 m に付き次の重量を有するものとす。

| | |
|---|---|
| 連桁の部に於ける鋪裝及床構重量（支壁を含まず） | 4 800 kg |
| 拱頂に於ける鋪裝及塡充コンクリート重量 | 4 200 kg |
| 欄干重量（兩側分） | 800 kg |

拱環幅員は 5,85 m とす。（第 746 圖參照）

Ⅱ　**拱環形狀**　は拱頂厚 40 cm、起拱點厚 100 cm と假定し公式 702 に依りて定める。

1 $m$ の値 $(q_s/q_c)$

拱頂に於ける死荷重 $(q_c)$

| | | |
|---|---|---|
| 床構舗裝及欄干重量 | $4\,200+800 =$ | $5\,000$ |
| 拱環重量 | $5{,}85 \cdot 0{,}4 \cdot 2\,400 =$ | $5\,616$ |

$$q_c = 10\,616\ kg/m$$

$$= \frac{10\,616}{5{,}85} = 1{,}8\ t/m^2$$

起拱點に於ける死荷重 $(q_s)$ § 707 の 5 に依り拱環の形狀が二次拋物線に近いものとせば起拱點の中心角 $\varphi_s$ は次の式に依りて算出し得る。

$$\tan\varphi_s = \frac{4r}{l} = \frac{4 \cdot 6}{30} = 0{,}8 \qquad \varphi_s \doteqdot 38°40'$$

起拱點を通る鉛直線に沿ふ拱環高 $h_s = \dfrac{h_c}{\cos\varphi_s}$ （Ⅷ 參照）

$$h'_i = \frac{1}{0{,}78079} = 1{,}28\ m$$

起拱點上の支壁厚は 30 $cm$ 高 $= 6-0{,}15-\frac{1}{2}1{,}28 \doteqdot 5{,}21\ m$ と假定す。本設計に於ては起拱點外にも支柱在るを以て、支壁より拱環に傳る荷重の $\frac{1}{2}$ が起拱點に傳はるものと假定して起拱點に於ける死荷重 $q_s$ を算出する。

| | | |
|---|---|---|
| 床構舗裝及欄干重量 | $4\,800+800 =$ | $5\,600$ |
| 支壁重量 | $\frac{1}{2} \cdot 5{,}21 \cdot 0{,}3 \cdot 5{,}85 \cdot 2\,400 \doteqdot$ | $10\,972$ |
| 拱環重量 | $1{,}28 \cdot 5{,}85 \cdot 2\,400 =$ | $17\,971$ |

$$q_s = 34\,543\ kg/m$$

$$m = \frac{q_s}{q_c} = \frac{34\,543}{10\,616} \doteqdot 3{,}25$$

開側に於ては § 707 の 4 に述べたる如く $m$ の値は公式 703 に依りて定めなければならない。依て先づ $m = 3{,}25$ と假定し公式 702 に依り $\frac{1}{4}$ 點の $y'_{\frac{1}{4}}$ の近似値を求める。

$$\text{hyper.}\cos k = m = 3{,}25 \qquad k = 1{,}847 \qquad \zeta k = 0{,}5 \cdot 1{,}847 = 0{,}924$$

$$\text{hyper.}\cos 0{,}924 = 1{,}45814$$

$$\therefore\ y'_{\frac{1}{4}} = \frac{6}{3{,}25-1}(1{,}45814-1) \doteqdot 1{,}2\ m$$

公式 703 に依り

$$m = \frac{1}{2}\left(\frac{Y}{y'_{\frac{1}{4}}}-2\right)^2-1 \doteqdot 3{,}5$$

2 拱環軸の形狀。本設計に於ては公式 743 を應用するため支間の $\frac{1}{2}$ を 10 分格に分ち、各分格點の水平距離を 1,5 $m$ とし、各分格點には第 740 圖の如く拱頂より右へ 0, 1, 2, …10、左へ $\bar{1}, \bar{2}, \dots \overline{10}$ の名稱を附す。

$m = 3{,}5$ の場合は第 701 表に依りて直ちに拱環形狀を決定し得るが、第 701 表と分格點



數が異るため、公式 702 に依りて各分格の位置を定むれば第 706 表の如くなる。

$$\text{hyper.}\cos k = m = 3{,}5 \qquad k = 1{,}925 \qquad \frac{r}{m-1} = \frac{6}{3{,}5-1} = 2{,}4$$

$$y' = 2{,}4(\text{hyper.}\cos 1{,}925\zeta - 1)$$

第 706 表

| 分格點 | $\zeta$ | $1{,}925\zeta$ | hyper. cos $\zeta k$ | $y'$ | $Y = 6-y'$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6,00 |
| 1 | 0,1 | 0,1925 | 1,0186 | 0,04 | 5,96 |
| 2 | 0,2 | 0,3850 | 1,0750 | 0,18 | 5,82 |
| 3 | 0,3 | 0,5775 | 1,1714 | 0,41 | 5,59 |
| 4 | 0,4 | 0,7700 | 1,3114 | 0,75 | 5,25 |
| 5 | 0,5 | 0,9625 | 1,5001 | 1,20 | 4,80 |
| 6 | 0,6 | 1,1550 | 1,7445 | 1,79 | 4,21 |
| 7 | 0,7 | 1,3475 | 2,0538 | 2,53 | 3,47 |
| 8 | 0,8 | 1,5400 | 2,4395 | 3,45 | 2,55 |
| 9 | 0,9 | 1,7325 | 2,9158 | 4,60 | 1,40 |
| 10 | 1,0 | 1,9250 | 3,5000 | 6,00 | 0 |

$Y$ は起拱點を通る水平線より各分格點への縱距である。

次に公式 704 に依りて各分格點の中心角を求むれば第 707 表の如くなる。

$$\tan\varphi = \frac{rk}{l_1(m-1)}\text{hyper.}\sin\zeta k = 0{,}308\ \text{hyper}\ \sin 1{,}925\,\zeta$$

第 707 表

| 分格點 | hyper $1{,}925\zeta$ | $\tan\varphi$ | $\varphi$ | $\cos\varphi$ | $\sin\varphi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1,000 | 0 |
| 1 | 0,1937 | 0,0597 | 3°25′ | 0,9932 | 0,0596 |
| 2 | 0,3946 | 0,1215 | 6°56′ | 0,9927 | 0,1207 |
| 3 | 0,6101 | 0,1879 | 10°39′ | 0,9828 | 0,1848 |
| 4 | 0,8484 | 0,2613 | 14°39′ | 0,9675 | 0,2529 |
| 5 | 1,1182 | 0,3444 | 19°0′ | 0,9455 | 0,[illegible]256 |
| 6 | 1,4295 | 0,4403 | 23°46′ | 0,9152 | 0,4030 |
| 7 | 1,7940 | 0,5526 | 28°55′ | 0,8753 | 0,4835 |
| 8 | 2,2251 | 0,6853 | 34°25′ | 0,8249 | 0,5652 |
| 9 | 2,7390 | 0,8436 | 40°9′ | 0,7644 | 0,6448 |
| 10 | 3,3546 | 1,0332 | 45°56′ | 0,6955 | 0,7185 |

起拱點の中心角は拱環を二次拋物線とせる場合と相違せるに付、（1）に於ける $m$ の算定に第 707 表の中心角を使用して檢定するに公式 703 に依る $m$ の値は前同同樣となる。

從つて第706,第 707表の値を以下の計算に使用す。

### Ⅲ 拱環厚

1　拱頂に於ける拱環厚。公式 748 に依り拱環厚を算定するに當り等布活荷重を必要とする。此の等布活荷重には支間 30 $m$ の單桁に於ける**換算等布荷重** (equivalent uniform load) を用ひる。

$q_c = 1{,}8\,t/m^2 \qquad p = 0{,}62\,t/m^2 \qquad m = 3{,}5 \qquad t = -25°$ (Ⅹ 參照) とし尙ほ

$h_c = 0{,}4\,m \qquad h_s = 1{,}0\,m$ と假定せば

$$n = \frac{I_c}{I_s \cos\varphi_s} = \frac{\dfrac{1{,}0\cdot 0{,}4^3}{12}}{\dfrac{1{,}0\cdot 1{,}0^3}{12}0{,}6955} \doteqdot 0{,}10$$

第703表中に於て $n = 0{,}1$ に最も近き値 $n = 0{,}15$ の場合に依り公式 748 の係數を定め、拱頂に於ける拱環厚を定める。

$$K = \alpha q_c + \beta p = 0{,}169\cdot 1{,}8 + 0{,}073\cdot 0{,}62 = 0{,}34946$$

$$U_1 = \gamma p = 0{,}0051\cdot 0{,}62 = 0{,}003162$$

$$U_2 = \delta t = -11{,}1(-25) = 277{,}5$$

$$U_3 = \varepsilon q_c = 0{,}069\cdot 1{,}8 = 0{,}1242$$

$$\phi_s = 0{,}95\frac{h_c}{r} = 0{,}95\cdot\frac{0{,}4}{6} = 0{,}0633$$

$$\sigma_{ca} = 40\,kg/cm^2 = 400\,t/m^2$$

$$\sigma'_{ca} = \sigma_{ca} - 6(1-\phi_c)\left(U_2\frac{h_c}{r} + U_3\frac{l^2}{r^2}\right)$$

$$= 400 - 6(1-0{,}0633)\left(277{,}5\cdot\frac{0{,}4}{6} + 0{,}1242\cdot\frac{30^2}{6^2}\right) = 279$$

$$h_c = \frac{Kl^2}{2r\sigma'_{ca}}\left[1+\sqrt{1+\frac{24\sigma'_{ca}U_1}{\left(K\dfrac{l}{r}\right)^2}}\right] = \frac{0{,}34946\cdot 30^2}{2\cdot 6\cdot 279}\left[1+\sqrt{\frac{1+24\cdot 279\cdot 0{,}003162}{\left(0{,}34946\cdot\dfrac{30}{6}\right)^2}}\right]$$

$$= 0{,}3527\ m$$

拱頂厚は當初の假定通り $h_c = 40\,cm$ とする。

2　起拱點及各分格點の拱環厚。起拱點の拱環厚は拱頂の 2,5 倍、卽ち 100 $cm$ と假定し任意の點の拱環厚は二次拋物線形に變化するものとして公式 753 に依りて算定する。

$$h_x = h_c\left\{1+(\mu-1)\left(\frac{x}{\frac{1}{2}l}\right)^2\right\} \qquad \mu = \frac{h_s}{h_c} = \frac{100}{40} = 2{,}5$$

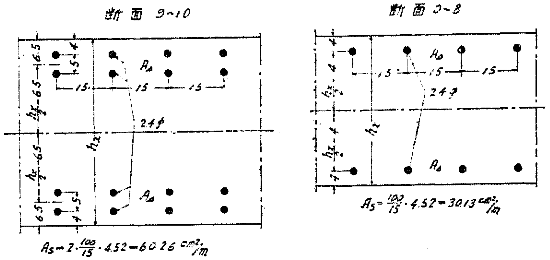
$$= 0{,}4\left\{1+1{,}5\left(\frac{x}{15}\right)^2\right\}$$

此の式より算出せる各分格點の拱環厚は第708表の如くなる。

### Ⅳ 鐵筋量、斷面積及斷面の二次率



主鐵筋には直徑 24 $mm$ の丸鋼を上下緣に等量に配置する。各斷面に於ける鐵筋配置は第739圖の如く假定す。從て分格點 10 及 9 に於ける鐵筋量は




第　739　圖

$$2A_s = 4\cdot\frac{100}{15}\cdot 4{,}52$$

$$= 120{,}52\ cm^2 = 0{,}012052\ m^2$$

分格點 0 乃至 8 に於ける鐵筋量は

$$2A_s = 2\cdot\frac{100}{15}\cdot 4{,}52 = 60{,}26\ cm^2 = 0{,}006026\ m^2$$

である。

次に斷面全部を有効と見做して公式 757 に依りて斷面積 $A_x$ 及二次率 $I_x$ を算出せば第708表の如くなる。

（註） 本設計例は土木學會の鐵筋コンクリート示方書發表前のもので $n=12$ として不靜定値を算定せるものである。§ 712 の 3 參照

$$A_x = bh_x + 2A_s(n-1) = h_x + 22A_s \qquad \{n = 12\}$$

$$I_x = \frac{bh_x^3}{12} + 2A_s(n-1)\left(\frac{h_x}{2}-d'\right)^2 = 0{,}083333h_x^3 + 22A_s\left(\frac{h_x}{2}-d'\right)^2$$

$d' = 0{,}04\ m$　　分格點 0 乃至 8

$\quad = 0{,}065\ m$　　分格點 9 及 10

第　708　表

| 分格點 | $x$ $(m)$ | $h_x$ $(m)$ | $A_x$ $(m)$ | $I_x$ $(m^4)$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0,400 | 0,466 | 0,00703 |
| 1 | 1,5 | 0,406 | 0,472 | 0,00734 |
| 2 | 3,0 | 0,424 | 0,490 | 0,00831 |
| 3 | 4,5 | 0,454 | 0,520 | 0,01012 |
| 4 | 6,0 | 0,496 | 0,562 | 0,01304 |
| 5 | 7,5 | 0,550 | 0,616 | 0,01753 |
| 6 | 9,0 | 0,616 | 0,682 | 0,02424 |
| 7 | 10,5 | 0,694 | 0,760 | 0,03410 |
| 8 | 12,0 | 0,784 | 0,850 | 0,04837 |
| 9 | 13,5 | 0,886 | 1,019 | 0,06743 |
| 10 | 15 | 1,000 | 1,133 | 0,09588 |

### Ⅴ 彈性重心　公式 737 に依りて彈性重心を求める。

$$Y_s = \frac{\Sigma_0^{10}\dfrac{Y}{I_x\cos\varphi_x}}{\Sigma_0^{10}\dfrac{1}{I_x\cos\varphi_x}}$$

**第 709 表**

| 分格點 | $I_x$ | $\cos\varphi_x$ | $I_x\cos\varphi_x$ | $\dfrac{1}{I_x\cos\varphi_x}$ | $Y$ | $\dfrac{Y}{I_x\cos\varphi}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0,00703 | 1,0000 | 0,00703 | 142,248 | 6,00 | 853,488 |
| 1 | 0,00734 | 0,9982 | 0,00733 | 136,426 | 5,96 | 813,099 |
| 2 | 0,00831 | 0,9927 | 0,00825 | 121,212 | 5,82 | 705,454 |
| 3 | 0,01012 | 0,9828 | 0,00995 | 100,503 | 5,59 | 561,812 |
| 4 | 0,01304 | 0,9675 | 0,01262 | 79,239 | 5,25 | 416,005 |
| 5 | 0,01753 | 0,9455 | 0,01657 | 60,350 | 4,80 | 289,680 |
| 6 | 0,02424 | 0,9152 | 0,02218 | 45,086 | 4,21 | 189,812 |
| 7 | 0,03410 | 0,8753 | 0,02985 | 33,501 | 3,47 | 116,248 |
| 8 | 0,04837 | 0,8249 | 0,03990 | 25,063 | 2,55 | 63,911 |
| 9 | 0,06743 | 0,7644 | 0,05154 | 19,402 | 1,40 | 27,163 |
| 10 | 0,09588 | 0,6955 | 0,06668 | 14,997 | 0 | 0 |

公式 755 に依り（本公式中の $\Delta x$ は分母子の共通因數に付略す）

$$\Sigma_0^{10}\frac{1}{I_x\cos\varphi_x} = \frac{1}{3}\{142,248+4[136,426+100,503+60,350+33,501+19,402]$$
$$+2[121,212+79,239+45,086+25,063]+14,997\} = \frac{1}{3}\cdot 2099,173$$

同様に $$\Sigma_0^{10}\frac{Y}{I_x\cos\varphi_x} = \frac{1}{3}\cdot 10835,860$$

公式 737e に依り $$Y_s = \frac{\frac{1}{3}\cdot 10835,860}{\frac{1}{3}\cdot 2099,173} = 5,1619 \doteqdot 5,16\ m$$

### VI 不靜定値 $M'$, $V'_A$, $H'_A$ の影響線

1 不靜定値の影響線を求むる公式 743 中の分母は何れも單位荷重の位置に無關係であるから、先づ公式 743 の分母及分子算出に必要なる $w$, $w'$ を求める。

**第 710 表**

| 分格點 | $x$ | $w'=\dfrac{x}{I_x\cos\varphi_x}$ | $xw'$ | $y=Y-Y_s$ | $w=\dfrac{y}{I_x\cos\varphi_x}$ | $yw$ | $\dfrac{\cos\varphi_x}{A_x}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0,84 | 119,488 | 100,370 | 2,146 |
| 1 | 1,5 | 204,639 | 306,959 | 0,80 | 109,141 | 87,313 | 2,115 |
| 2 | 3,0 | 363,636 | 1090,908 | 0,66 | 80,000 | 52,800 | 2,026 |
| 3 | 4,5 | 452,264 | 2035,186 | 0,43 | 43,216 | 18,583 | 1,890 |
| 4 | 6,0 | 475,434 | 2852,604 | 0,09 | 7,132 | 0,642 | 1,722 |
| 5 | 7,5 | 452,625 | 3394,688 | −0,36 | −21,726 | 7,821 | 1,535 |
| 6 | 9,0 | 405,774 | 3651,966 | −0,95 | −42,832 | 40,690 | 1,342 |
| 7 | 10,5 | 351,761 | 3693,485 | −1,69 | −56,617 | 95,682 | 1,152 |
| 8 | 12,0 | 300,756 | 3609,072 | −2,61 | −65,414 | 170,732 | 0,970 |
| 9 | 13,5 | 261,927 | 3536,015 | −3,76 | −72,952 | 274,298 | 0,750 |
| 10 | 15,0 | 224,955 | 3374,325 | −5,16 | −77,385 | 399,304 | 0,614 |
| 公式 755 に依り $2\Sigma_0^{10}xw' = 51\,765,838$ | | | | | | $2\Sigma_0^{10}yw = 1\,976,127$ | $2\Sigma_0^{10}\dfrac{\cos\varphi_x}{A_x} = 29,765$ |



本表の計算に於て $\dfrac{1}{I_x\cos\varphi_x}$ は第 709 表、$Y$ は第 706 表、$Y_s = 5,16m$、$\cos\varphi_x$ は第 707 表、$A_x$ は第 708 表より求める。

公式 743a より

$H'_A$ 影響線の分母は $2\Sigma_0^{10}yw+2\Sigma_0^{10}\dfrac{\cos\varphi_x}{A_x} = 1\,976,127+29,765 = 2\,005,892$

$V'_A$ 影響線の分母は $2\Sigma_0^{10}xw' = 51\,765,838$

$M'$ 影響線の分母は $2\Sigma_0^{10}w'' = \dfrac{2}{3}\cdot 2\,099,173 = 1\,399,449$ （V 參照）

2 $M'$ 影響線 公式 743c の分母は既に求めたるに付き、分子のみを求むればよい。單位荷重を $1\,kg$ とし之が拱の右半、即ち分格點 0 乃至 10 に在る場合を求むれば左半、即ち分格點 0 乃至 $\overline{10}$ に在る場合は公式 744 に依りて直ちに求め得る。計算の結果は第 711 表の如くなり、之の影響線を圖に示せば第 740 圖の如くなる。

公式 743c に依り $$M' = \frac{\Sigma_a^{10}(x-a)w''}{2\Sigma_0^{10}w''} = \frac{\Sigma_a^{10}(x-a)w''}{1399,449}$$

公式 744 に依り $M'_{(-a)} = M'_{(a)}+a$

3 $H'_A$ 影響線 公式 743a に依りて荷重が右半に在る場合の $H'_A$ を求むれば左半は右半と全く同一である。計算法は第 711 表と同一であるから第 712 表に一部分の計算と結果のみを示す。此の影響線を圖示せば第 740 圖の如くなる。

公式 743a に依り $$H'_A = \frac{\Sigma_a^{10}(x-a)w}{2\Sigma_0^{10}yw+2\Sigma_0^{10}\dfrac{\cos\varphi_x}{A_x}} = \frac{\Sigma_a^{10}(x-a)w}{2005,892}$$

公式 746 に依り $H'_{A(-a)} = H'_{A(a)}$

## 第 711 表

| 1 kg の荷重が右の各分格點に在るとき | | | 0 $a=0$ | | 1 $a=1,5m$ | | 2 $a=3,0m$ | | 3 $a=4,5m$ | 4 $a=6,0m$ | 5 $a=7,5m$ | 6 $a=9,0m$ | 7 $a=10,5m$ | 8 $a=12,0m$ | 9 $a=13,5$ | 10 $a=15,0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 點 | $x$ | $w''$ | $x-a$ | $(x-a)w''$ | $x-a$ | $(x-a)w''$ | $x-a$ | $(x-a)w''$ | $(x-a)w''$ | $(x-a)w''$ | $(x-a)w''$ | $(x-a)w''$ | $(x-a)w''$ | $(x-a)w''$ | $(x-a)w''$ | $(x-a)w''$ |
| 0 | 0 | 142,248 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1,5 | 136,426 | 1,5 | 204,639 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 3,0 | 121,212 | 3,0 | 363,636 | 1,5 | 181,818 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 4,5 | 100,503 | 4,5 | 452,264 | 3,0 | 301,509 | 1,5 | 150,755 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 6,0 | 79,239 | 6,0 | 475,434 | 4,5 | 356,576 | 3,0 | 237,717 | 118,859 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 7,5 | 60,350 | 7,5 | 452,625 | 6,0 | 362,100 | 4,5 | 271,575 | 181,050 | 90,525 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 9,0 | 45,086 | 9,0 | 405,774 | 7,5 | 338,145 | 6,0 | 270,516 | 202,887 | 135,258 | 67,629 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 10,5 | 33,501 | 10,5 | 351,761 | 9,0 | 301,509 | 7,5 | 251,258 | 201,006 | 150,755 | 100,503 | 50,252 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 12,0 | 25,063 | 12,0 | 300,756 | 10,5 | 263,162 | 9,0 | 225,567 | 187,973 | 150,378 | 112,784 | 75,189 | 37,595 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 13,5 | 19,402 | 13,5 | 261,927 | 12,5 | 232,824 | 10,5 | 203,721 | 174,618 | 145,515 | 116,412 | 87,309 | 58,206 | 29,103 | 0 | 0 |
| 10 | 15,0 | 14,997 | 15,0 | 224,955 | 13,5 | 202,460 | 12,0 | 179,934 | 157,469 | 134,973 | 112,478 | 89,982 | 67,487 | 44,991 | 22,496 | 0 |
| 公式 755 又は公式 756 に依り積算す | | | $\Sigma_0^{10}=3403,006$ | | $\Sigma_1^{10}=2454,846$ | | $\Sigma_2^{10}=1718,933$ | | $\Sigma_3^{10}=1154,344$ | $\Sigma_4^{10}=751,142$ | $\Sigma_5^{10}=458,260$ | $\Sigma_6^{10}=263,535$ | $\Sigma_7^{10}=131,433$ | $\Sigma_8^{10}=53,801$ | $\Sigma_9^{10}=11,248$ | 0 |
| $M'_{(a)}=\frac{\Sigma(x-a)w''}{1399,449}$ | | | 2,432 $m\,kg$ | | 1,754 | | 1,228 | | 0,825 | 0,537 | 0,327 | 0,188 | 0,094 | 0,038 | 0,008 | 0 |
| 1 kg の荷重位置 ($a$) | | | | | $\overline{1}$ $a=-1,5$ | | $\overline{2}$ $a=-3,0$ | | $\overline{3}$ $a=-4,5$ | $\overline{4}$ $a=-6,0$ | $\overline{5}$ $a=-7,5$ | $\overline{6}$ $a=-9,0$ | $\overline{7}$ $a=-10,5$ | $\overline{8}$ $a=-12,0$ | $\overline{9}$ $a=-13,5$ | $\overline{10}$ $a=-15,0$ |
| 公式 744 に依り $M'_{(-a)}=M'_{(a)}+a$ | | | | | 3,254 $m\,kg$ | | 4,228 | | 5,325 | 6,537 | 7,827 | 9,188 | 10,594 | 12,038 | 13,508 | 15,000 |



## 第 712 表

| 1 kg の荷重が右の各分格點に在るとき | | | 0 $a=0$ | | 1 ($\overline{1}$) $a=1,5$ | | 2 ($\overline{2}$) $a=3,0$ | | 3 ($\overline{3}$) $a=4,5$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 分格點 | $x$ | $w$ | $x-a$ | $(x-a)w$ | $x-a$ | $(x-a)w$ | $x-a$ | $(x-a)w$ | $x-a$ | $(x-a)w$ |
| 0 | 0 | 119,483 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1,5 | 109,141 | 1,5 | 163,712 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 3,0 | 80,000 | 3,0 | 240,000 | 1,5 | 120,000 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 4,5 | 43,216 | 4,5 | 194,472 | 3,0 | 129,648 | 1,5 | 64,824 | 0 | 0 |
| 4 | 6,0 | 7,132 | 6,0 | 42,792 | 4,5 | 32,094 | 3,0 | 21,396 | 1,5 | 10,698 |
| 5 | 7,5 | − 21,726 | 7,5 | − 162,945 | 6,0 | − 130,356 | 4,5 | − 97,766 | 3,0 | − 65,178 |
| 6 | 9,0 | − 42,832 | 9,0 | − 385,488 | 7,5 | − 321,240 | 6,0 | − 256,992 | 4,5 | − 192,744 |
| 7 | 10,5 | − 56,617 | 10,5 | − 594,479 | 9,0 | − 509,553 | 7,5 | − 424,628 | 6,0 | − 339,702 |
| 8 | 12,0 | − 65,414 | 12,0 | − 784,968 | 10,5 | − 686,847 | 9,0 | − 588,726 | 7,5 | − 490,605 |
| 9 | 13,5 | − 72,952 | 13,5 | − 984,852 | 12,0 | − 875,424 | 10,5 | − 765,996 | 9,0 | − 656,568 |
| 10 | 15,0 | − 77,385 | 15,0 | −1160,775 | 13,5 | −1044,698 | 12,0 | − 928,620 | 10,5 | − 812,543 |
| 公式 755 又は公式 756 に依り積算す | | | $\Sigma_0^{10}=-2826,957$ | | $\Sigma_1^{10}=-2751,179$ | | $\Sigma_2^{10}=-2497,161$ | | $\Sigma_3^{10}=-2141,388$ | |
| $H'_A=\frac{\Sigma(x-a)w}{2005,892}$ | | | − 1,409 | | − 1,372 | | − 1,245 | | − 1,068 | |

| 1 kg の荷重が右の各分格點に在るとき | 4 ($\overline{4}$) | 5 ($\overline{5}$) | 6 ($\overline{6}$) | 7 ($\overline{7}$) | 8 ($\overline{8}$) | 9 ($\overline{9}$) | 10 ($\overline{10}$) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $H'_A$ | −0,844 | −0,625 | −0,417 | −0,244 | −0,111 | −0,029 | 0 |

本表の積算に於ては (+) の部分と (−) の部分を別々に取扱ふ。

4 $V_A$ 影響線 公式 743b に依り荷重が右半に在る場合の $V_A$ を求むれば左半は公式 745 に依りて直ちに求められる。計算法は第 711 表と同一であるから第 713 表には一部の計算と結果のみを示す。此の影響線を圖示せば第 740 圖の如くなる。

公式 743b に依り $V_A=\frac{\Sigma_a^{10}(x-a)w'}{2\Sigma_0^{10}xw'}=\frac{\Sigma_a^{10}(x-a)w'}{51\,765,338}$

公式 745 に依り $V_{A(-a)}=1-V_{A(a)}$

### 第 713 表

| 1 $kg$ の荷重が右の各分格點に在るとき | | | 0 $a=0$ | | 1 $a=1{,}5$ | | 2 $a=3{,}0$ | | 3 $a=4{,}5$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 分格點 | $x$ | $w'$ | $x-a$ | $(x-a)w'$ | $(x-a)$ | $(x-a)w'$ | $x-a)$ | $(x-a)w'$ | $(x-a)$ | $(x-a)w'$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1,5 | 204,639 | 1,5 | 306,959 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 3,0 | 363,636 | 3,0 | 1090,908 | 1,5 | 545,454 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 4,5 | 452,264 | 4,5 | 2035,186 | 3,0 | 1356,792 | 1,5 | 678,393 | 0 | 0 |
| 4 | 6,0 | 475,434 | 6,0 | 2852,604 | 4,5 | 2139,453 | 3,0 | 1426,302 | 1,5 | 713,151 |
| 5 | 7,5 | 452,625 | 7,5 | 3394,688 | 6,0 | 2715,750 | 4,5 | 2036,813 | 3,0 | 1357,875 |
| 6 | 9,0 | 405,774 | 9,0 | 3651,966 | 7,5 | 3043,305 | 6,0 | 2434,644 | 4,5 | 1825,983 |
| 7 | 10,5 | 351,761 | 10,5 | 3693,485 | 9,0 | 3165,849 | 7,5 | 2638,208 | 6,0 | 2110,566 |
| 8 | 12,0 | 300,756 | 12,0 | 3609,072 | 10,5 | 3157,938 | 9,0 | 2706,804 | 7,5 | 2255,670 |
| 9 | 13,5 | 261,927 | 13,5 | 3536,015 | 12,0 | 3143,124 | 10,5 | 2750,234 | 9,0 | 2357,343 |
| 10 | 15,0 | 224,955 | 15,0 | 3374,325 | 13,5 | 3036,893 | 12,0 | 2699,460 | 10,5 | 2362,028 |
| 公式 755 又は 756 に依り積算す | | | $\Sigma_0^{10}=25882{,}919$ | | $\Sigma_1^{10}=20869{,}327$ | | $\Sigma_2^{10}=16083{,}188$ | | $\Sigma_3^{10}=11870{,}449$ | |
| $V_{A(a)}=\dfrac{\Sigma_a^{10}(x-a)w'}{51765{,}838}$ | | | 0,500 | | 0,403 | | 0,311 | | 0,229 | |

| 1 $kg$ の荷重が右の各分格點に在るとき | 4 $a=6{,}0$ | 5 $a=7{,}5$ | 6 $a=9{,}0$ | 7 $a=10{,}5$ | 8 $a=12{,}0$ | 9 $a=13{,}5$ | 10′ $a=15$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $V_{A(a)}$ | 0,161 | 0,106 | 0,064 | 0,034 | 0,014 | 0,003 | 0 |

| 1 $kg$ の荷重が右の各分格點に在るとき | $\overline{1}$ | $\overline{2}$ | $\overline{3}$ | $\overline{4}$ | $\overline{5}$ | $\overline{6}$ | $\overline{7}$ | $\overline{8}$ | $\overline{9}$ | $\overline{10}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $V_{A(-a)}=1-V_{A(a)}$ | 0,597 | 0,689 | 0,771 | 0,839 | 0,894 | 0,936 | 0,966 | 0,986 | 0,997 | 1,000 |

### Ⅶ 各斷面に於ける彎曲率、軸壓力、剪力の影響線

此處には計算の例として起拱點 ($\overline{10}$) 1/4 點 ($\overline{5}$) 及拱頂 (0) の斷面に於ける彎曲率軸壓力、剪力の計算法のみを記する。

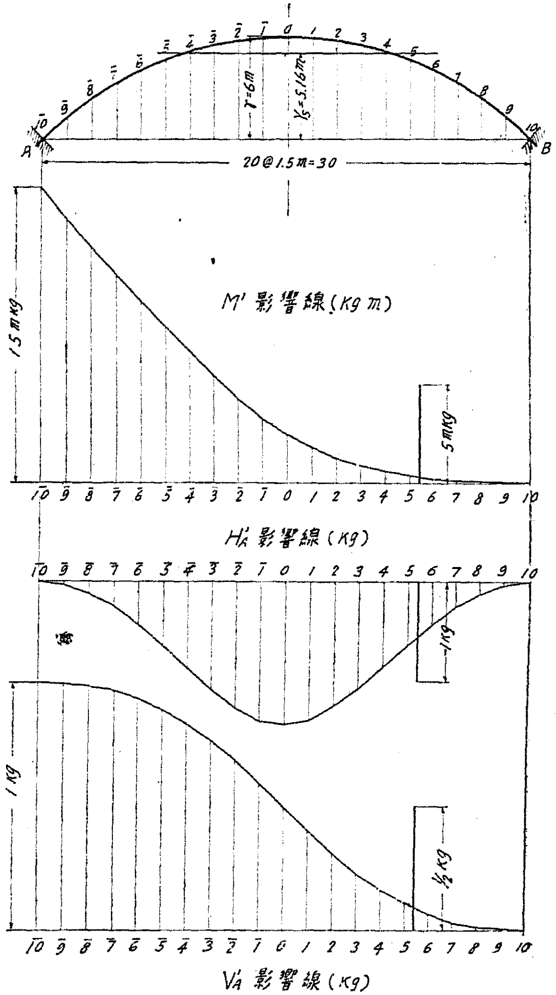
1 起拱點に於ける彎曲率 ($M'_{\overline{10}}$)、軸壓力 ($N'_{\overline{10}}$)、剪力 ($S'_{\overline{10}}$) の影響線

公式 747 に依り

$$M'_x = M' + V'_A x + H_A y + M'_s$$

然るに起拱點 ($\overline{10}$) に於ては $M_s = 0 \quad x = \dfrac{-l}{2} = -15\,m \quad y = -Y^s = -5{,}16\,m$ である。






第 740 圖

從て $\quad M'_{\overline{10}} = M' - 15V_A - 5{,}16\,H'_A$

又 $\cos\varphi_{\overline{10}} = 0{,}6955 \quad \sin\varphi_{\overline{10}} = 0{,}7185 \quad V_x = V_A$ であるから公式 747 に依り

$$N'_{\overline{10}} = 0{,}7185\,V_A - 0{,}6955\,H'_A$$

$$S'_{\overline{10}} = 0{,}6955\,V_A + 0{,}7185\,H'_A$$

第 711, 712, 713 表に於ける $M'$, $H'_A$, $V_A$ の値を用ひて彎曲率、軸壓力、剪力を計算せ

ば第 714, 第 715 表の如くなり、此の影響線を圖示せば第 741 圖の如くなる。

### 第 714 表

$M'_{10} = M' - 5{,}16\,H'_A - 15\,V'_A$

| 荷重位置 | $M'$ | $-5{,}16\,H'_A$ | $-15\,V'_A$ | $M'_{10}$ |
|---|---|---|---|---|
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 0,008 | 0,150 | — 0,045 | 0,113 |
| 8 | 0,038 | 0,573 | — 0,210 | 0,401 |
| 7 | 0,094 | 1,259 | — 0,510 | 0,843 |
| 6 | 0,188 | 2,152 | — 0,960 | 1,380 |
| 5 | 0,327 | 3,225 | — 1,590 | 1,962 |
| 4 | 0,537 | 4,355 | — 2,415 | 2,477 |
| 3 | 0,825 | 5,511 | — 3,435 | 2,901 |
| 2 | 1,228 | 6,424 | — 4,665 | 2,987 |
| 1 | 1,754 | 7,080 | — 6,045 | 2,789 |
| 0 | 2,432 | 7,270 | — 7,500 | 2,202 |
| $\overline{1}$ | 3,254 | 7,080 | — 8,955 | 1,379 |
| $\overline{2}$ | 4,228 | 6,424 | —10,335 | 0,317 |
| $\overline{3}$ | 5,325 | 5,511 | —11,565 | — 0,729 |
| $\overline{4}$ | 6,537 | 4,355 | —12,585 | — 1,693 |
| $\overline{5}$ | 7,827 | 3,225 | —13,410 | — 2,358 |
| $\overline{6}$ | 9,188 | 2,152 | —14,040 | — 2,700 |
| $\overline{7}$ | 10,594 | 1,259 | —14,490 | — 2,637 |
| $\overline{8}$ | 12,038 | 0,573 | —14,790 | — 2,179 |
| $\overline{9}$ | 13,508 | 0,150 | —14,955 | — 1,297 |
| $\overline{10}$ | 15,000 | 0 | —15,000 | 0 |

### 第 715 表

| | $N'_{\overline{10}} = 0{,}7185\,V'_A - 0{,}6955\,H'_A$ | | | $S'_{\overline{10}} = 0{,}6955\,V'_A + 0{,}7185\,H'_A$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 荷重位置 | $0{,}7185\,V'_A$ | $-0{,}6955\,H'_A$ | $N'_{\overline{10}}$ | $0{,}6955\,V'_A$ | $0{,}7185\,H'_A$ | $S'_{\overline{10}}$ |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 0,002 | 0,020 | 0,022 | 0,002 | — 0,021 | — 0,019 |
| 8 | 0,010 | 0,077 | 0,087 | 0,010 | — 0,080 | — 0,070 |
| 7 | 0,024 | 0,170 | 0,194 | 0,024 | — 0,175 | — 0,151 |
| 6 | 0,046 | 0,290 | 0,336 | 0,045 | — 0,300 | — 0,255 |
| 5 | 0,076 | 0,435 | 0,511 | 0,074 | — 0,449 | — 0,375 |
| 4 | ,116 | ,587 | ,703 | 0,112 | — ,606 | — ,494 |
| 3 | ,165 | ,743 | ,908 | 0,159 | — ,767 | — ,608 |
| 2 | ,223 | ,836 | 1,089 | 0,216 | — ,895 | — ,679 |
| 1 | ,290 | ,954 | 1,244 | 0,280 | — ,986 | — ,706 |
| 0 | ,359 | ,980 | 1,339 | 0,348 | — 1,012 | — ,664 |
| $\overline{1}$ | ,429 | ,954 | 1,383 | 0,415 | — ,986 | — ,571 |
| $\overline{2}$ | ,495 | ,866 | 1,361 | 0,479 | — ,895 | — ,416 |
| $\overline{3}$ | ,554 | ,743 | 1,297 | 0,536 | — ,767 | — ,231 |
| $\overline{4}$ | ,603 | ,587 | 1,190 | 0,584 | — ,606 | — ,022 |
| $\overline{5}$ | ,642 | ,435 | 1,077 | 0,622 | — ,449 | ,173 |
| $\overline{6}$ | ,673 | ,290 | ,963 | 0,651 | — ,300 | ,351 |
| $\overline{7}$ | ,694 | ,170 | ,864 | 0,672 | — ,175 | ,497 |
| $\overline{8}$ | ,708 | ,077 | ,785 | 0,686 | — ,080 | ,[illegible]06 |
| $\overline{9}$ | ,716 | ,020 | ,736 | 0,693 | — ,021 | ,672 |
| $\overline{10}$ | ,719 | 0 | ,719 | 0,696 | 0 | ,696 |



2 $\frac{1}{4}$點（$\overline{5}$）に於ける彎曲率、軸壓力、剪力の影響線。

$\overline{5}$點に於ては　$x = -7{,}5\,m$　　$y = Y - Y_s = 4{,}80 - 5{,}16 = -0{,}36$ にして

$M'_s = -(x-a) = 7{,}5+a$　　　1 $kg$ の荷重が $\overline{5}$ 點より左に在るとき

$\quad = 0$　　　1 $kg$ の荷重が $\overline{5}$ 點より右に在るとき

1 $kg$ が $\overline{5}$ 點より左に在る場合には $a$ は常に負である。

公式 747$a$ に依り

$M'_{\overline{5}} = M' - 7{,}5\,V'_A - 0{,}36\,H'_A + (7{,}5+a)$　　　分格點 10 より $\overline{5}$ まで

$\quad = M' - 7{,}5\,V'_A - 0{,}36\,H'_A$　　　分格點 $\overline{6}$ より $\overline{10}$ まで

次に　$\cos\varphi_{\overline{5}} = 0{,}9455$.　$\sin\varphi_{\overline{5}} = 0{,}3256$　にして

$V_x = V'_A - 1$　　　1 $kg$ の荷重が $\overline{5}$ 點の左に在るとき

$\quad = V'_A$　　　1 $kg$ の荷重が $\overline{5}$ 點の右に在るとき

である。從て公式 747$b,c$ に依り

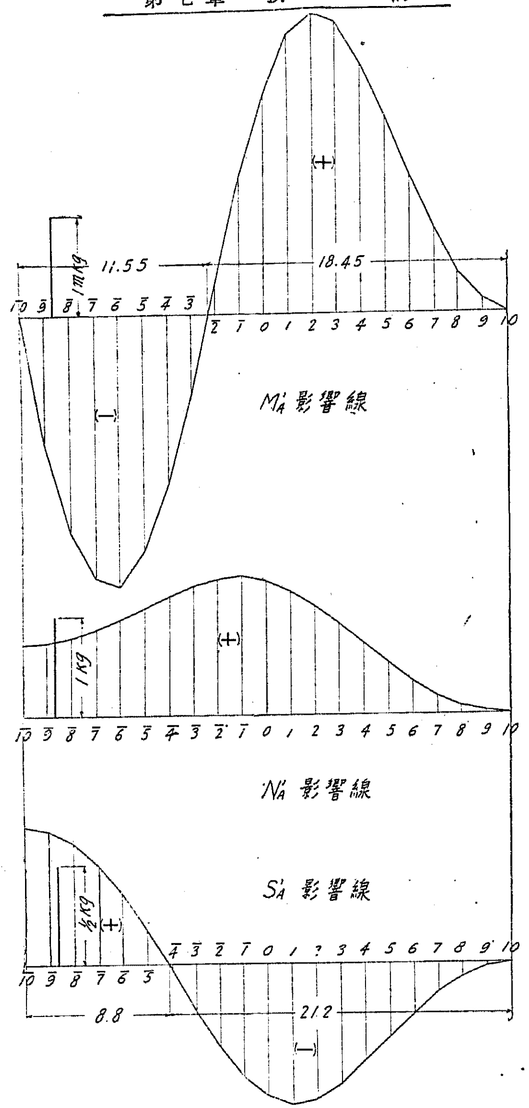
$N'_{\overline{5}} = 0{,}3256\,V'_A - 0{,}9455\,H'_A$　　　分格點 10 より $\overline{5}$ まで

$\quad = 0{,}3256(V'_A - 1) - 0{,}9455\,H'_A$　　　分格點 $\overline{5}$ より $\overline{10}$ まで

$S'_{\overline{5}} = 0{,}9455\,V'_A - 0{,}3256\,H'_A$　　　分格點 10 より $\overline{5}$ まで

$\quad = 0{,}9455(V'_A - 1) - 0{,}3256\,H'_A$　　　分格點 $\overline{5}$ より $\overline{10}$ まで

軸壓力と剪力影響線は第 742 圖に示す如く考慮中の斷面 $\overline{5}$ 點に於て急激なる變化をなす。從て影響線の面積を求むるに此の變化せる位置を明瞭ならしめねばならぬ。單位荷重




第　741　圖

が $\overline{5}$ 點に極めて接近せる左右の點に在る場合の影響線を求める、之がためには $\overline{5}$ 點に單位荷重が在る場合と無き場合を求むればよい。

第 717 表中括弧内は $\overline{5}$ に荷重在る場合を示す。尙第 715 表 第 717 表は彎曲率、及軸壓力、剪力影響線の計算を示し第 742 圖は影響線を圖示したものである。



第　716　表

$$M'_{\overline{5}} = M' - 7{,}5V'_A - 0{,}36H'_A \qquad 10-\overline{5}$$
$$= M' - 7{,}5V'_A - 0{,}36H'_A + (7{,}5+a) \qquad \overline{5}-\overline{10}$$

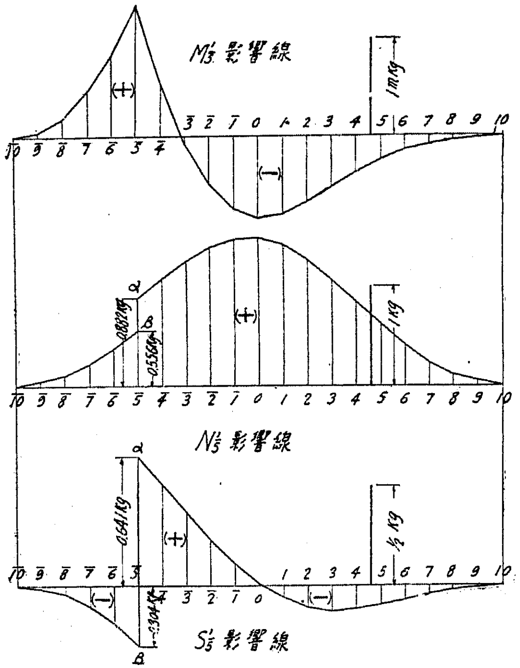
| 荷重位置 | $M'$ | $-7{,}5V'_A$ | $-0{,}36H'_A$ | $a$ | $7{,}5+a$ | $M'_{\overline{5}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 |
| 9 | 0,008 | − 0,023 | 0,010 | | 〃 | − 0,005 |
| 8 | ,038 | − ,105 | ,040 | | 〃 | − ,027 |
| 7 | ,094 | − ,255 | ,089 | | 〃 | − ,072 |
| 6 | ,188 | − ,480 | ,150 | | 〃 | − ,142 |
| 5 | ,327 | − ,795 | ,225 | | 〃 | − ,243 |
| 4 | ,537 | − 1,208 | ,304 | | 〃 | − ,368 |
| 3 | ,825 | − 1,718 | ,384 | | 〃 | − ,509 |
| 2 | 1,228 | − 2,333 | ,448 | | 〃 | − ,557 |
| 1 | 1,754 | − 3,023 | ,494 | | 〃 | − ,775 |
| 0 | 2,432 | − 3,750 | ,507 | | 〃 | − ,811 |
| $\overline{1}$ | 3,254 | − 4,478 | ,494 | | 〃 | − ,730 |
| $\overline{2}$ | 4,228 | − 5,168 | ,448 | | 〃 | − ,492 |
| $\overline{3}$ | 5,325 | − 5,783 | ,384 | | 〃 | − ,074 |
| $\overline{4}$ | 6,537 | − 6,293 | ,304 | | 〃 | ,548 |
| $\overline{5}$ | 7,827 | − 6,705 | ,225 | − 7,5 | 0 | 1,347 |
| $\overline{6}$ | 9,188 | − 7,020 | ,150 | − 9,0 | − 1,5 | ,818 |
| $\overline{7}$ | 10,594 | − 7,245 | ,089 | − 10,5 | − 3,0 | ,438 |
| $\overline{8}$ | 12,038 | − 7,395 | ,040 | − 12,0 | − 4,5 | ,183 |
| $\overline{9}$ | 13,508 | − 7,478 | ,010 | − 13,5 | − 6,0 | ,040 |
| $\overline{10}$ | 15,000 | − 7,500 | 0 | − 15,00 | − 7,5 | 0 |

第　717　表

$$N'_{\overline{5}} = 0{,}3256V'_A - 0{,}9455H'_A \qquad 10-\overline{5}$$
$$= 0{,}3256(V'_A-1) - 0{,}9455H'_A \qquad \overline{5}-\overline{10}$$
$$S'_{\overline{5}} = 0{,}9455V'_A - 0{,}3256H'_A \qquad 10-\overline{5}$$
$$= 0{,}9455(V'_A-1) - 0{,}3256H'_A \qquad \overline{5}-\overline{10}$$

| 荷重位置 | $0{,}3256V'_A$ / $0{,}3256(V'_A-1)$ | $-0{,}9455H'_A$ | $N'_{\overline{5}}$ | $0{,}9455V'_A$ / $0{,}9455(V'_A-1)$ | $-0{,}3256H'_A$ | $S'_{\overline{5}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 0,001 | 0,027 | 0,028 | 0,003 | −0,009 | −0,006 |
| 8 | ,005 | ,105 | ,110 | ,013 | − ,036 | − ,023 |
| 7 | ,011 | ,231 | ,242 | ,032 | − ,079 | − ,047 |
| 6 | ,021 | ,394 | ,415 | ,061 | − ,136 | − ,075 |

| 荷重位置 | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | $0,3256\,V'_A$ | ,035 | ,591 | ,626 | $0,9455\,V'_A$ | ,100 | − ,204 | − ,104 |
| 4 | | ,052 | ,798 | ,850 | | ,152 | − ,275 | − ,123 |
| 3 | | ,075 | 1,010 | 1,085 | | ,217 | − ,348 | − ,131 |
| 2 | | ,101 | 1,177 | 1,278 | | ,294 | − ,405 | − ,111 |
| 1 | | ,131 | 1,297 | 1,428 | | ,381 | − ,447 | − ,066 |
| 0 | | ,163 | 1,332 | 1,495 | | ,473 | − ,459 | − ,014 |
| $\overline{1}$ | | ,194 | 1,297 | 1,491 | | ,564 | − ,447 | ,117 |
| $\overline{2}$ | | ,224 | 1,177 | 1,401 | | ,651 | − ,405 | ,246 |
| $\overline{3}$ | | ,251 | 1,010 | 1,261 | | ,729 | − ,348 | ,381 |
| $\overline{4}$ | | ,273 | ,798 | 1,071 | | ,793 | − ,275 | ,518 |
| $\overline{5}$ | $0,3256(V'_A-1)$ | ,291 (−,035) | ,591 | ,882 (,556) | $0,9455(V'_A-1)$ | ,854 (−,100) | − ,204 | ,641 (− ,304) |
| $\overline{6}$ | | − ,021 | ,394 | ,373 | | −0,061 | − ,136 | − ,197 |
| $\overline{7}$ | | − ,011 | ,231 | ,220 | | − ,032 | − ,079 | − ,111 |
| $\overline{8}$ | | − ,005 | ,105 | ,100 | | − ,013 | − ,036 | − ,049 |
| $\overline{9}$ | | − ,001 | ,027 | ,026 | | − ,003 | − ,009 | − ,012 |
| $\overline{10}$ | | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 |




第 742 圖



**3** 拱頂（0）に於ける彎曲率、軸壓力、剪力の影響線。

0 點に於ては　$x=0$　$y=0,84\,m$　$\cos\varphi_o=1$　$\sin\varphi_o=0$

である。從て公式 747 に依り

$$M'_o = M'+0,84H'_A+M_s$$

$$M'_s = -(x-a) = a \qquad 1\,kg \text{ の荷重が 0 點の左に在るとき}$$

$$= 0 \qquad 1\,kg \text{ の荷重が 0 點の右に在るとき}$$

$$N'_o = -H'_A$$

$$S'_o = V'_x$$

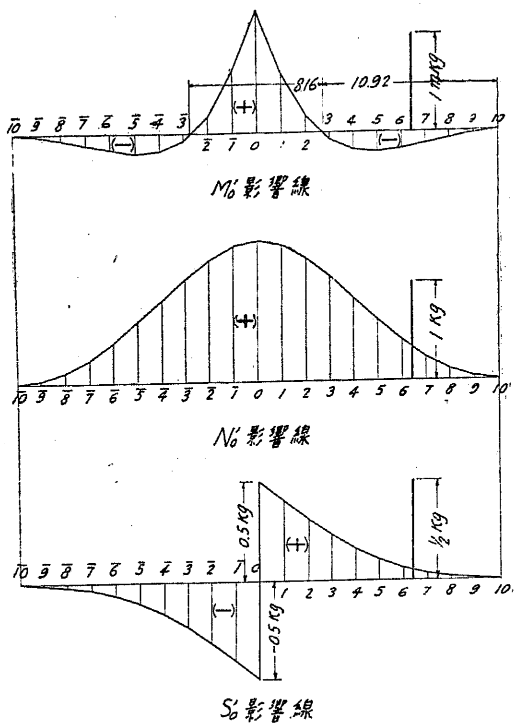
$$V'_x = V'_A-1 \qquad 1\,kg \text{ の荷重が 0 點の左に在るとき}$$

$$= V'_A \qquad 〃 \quad 右 \quad 〃$$

第 718 表は上記計算表であつて、第 743 圖は此の影響線を圖示したものである。

**第　718　表**

| $M'_o = M'+0,84\,H'_A$　$10-\overline{5}$<br>$= M'+0,84\,H'_A+a$　$\overline{5}-\overline{10}$ | | | | | $N'_o=-H'_A$ | $S'_o=V'_A$ $10-\overline{5}$<br>$=V'_A-1$ $\overline{5}-\overline{10}$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 荷重位置 | $M'_o$ | $0,84H'_A$ | $a$ | $M'_o$ | $N'_o=-H_A$ | | $S'_o$ |
| 10 | 0 | 0 | | 0 | 0 | $V'_A$ | 0 |
| 9 | 0,008 | −0,024 | | −0,016 | 0,029 | | −0,003 |
| 8 | ,038 | − ,093 | | − ,055 | ,111 | | ,014 |
| 7 | ,094 | − ,205 | | − ,111 | ,244 | | ,034 |
| 6 | ,188 | − ,350 | | − ,162 | ,417 | | ,064 |
| 5 | ,327 | − ,525 | | − ,198 | ,625 | | ,106 |
| 4 | ,537 | − ,709 | | − ,172 | ,844 | | ,161 |
| 3 | ,825 | − ,897 | | − ,072 | 1,068 | | ,229 |
| 2 | 1,228 | −1,046 | | ,182 | 1,245 | | ,311 |
| 1 | 1,754 | −1,152 | | ,602 | 1,372 | | ,403 |
| 0 | 2,432 | −1,184 | 0 | 1,248 | 1,409 | $V'_A-1$ | ,500 (− ,500) |
| $\overline{1}$ | 3,254 | −1,152 | − 1,5 | ,602 | 1,372 | | − ,403 |
| $\overline{2}$ | 4,228 | −1,046 | − 3,0 | ,182 | 1,245 | | − ,311 |
| $\overline{3}$ | 5,325 | − ,897 | − 4,5 | − ,072 | 1,068 | | − ,229 |
| $\overline{4}$ | 6,537 | − ,709 | − 6,0 | − ,172 | ,844 | | − ,161 |
| $\overline{5}$ | 7,827 | − ,525 | − 7,5 | − ,198 | ,625 | | − ,106 |
| $\overline{6}$ | 9,188 | − ,350 | − 9,0 | − ,162 | ,417 | | − ,064 |
| $\overline{7}$ | 10,594 | − ,205 | −10,5 | − ,111 | ,244 | | − ,034 |
| $\overline{8}$ | 12,038 | − ,093 | −12,0 | − ,055 | ,111 | | − ,014 |
| $\overline{9}$ | 13,508 | − ,024 | −13,5 | − ,016 | ,029 | | − ,003 |
| $\overline{10}$ | 15,000 | 0 | −15,0 | 0 | 0 | | 0 |



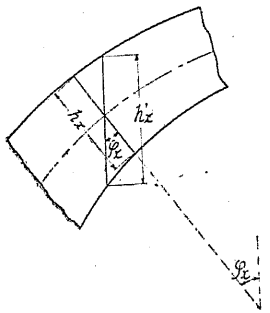

第　743　圖

### Ⅷ　死荷重に因る彎曲率、軸壓力、剪力

1　死荷重、死荷重は § 707 の 2 に述べた様に鉛直線に沿ひて測る。第 744 圖に於て任意の斷面厚を $h_x$ とし、その斷面の重心を通る鉛直線に沿ふ拱環高を $h'_x$ とせば

$$h'_x = \frac{h_x}{\cos\varphi_x}$$

である。彎曲率、軸壓力、剪力を求むるに當り充測拱の場合、又は開測拱の拱環のみに因る場合に於ては、死荷重の變化は連續的であるから各分格點に於ける單位長の死荷重を算出し、之れに各影響線の縱距を乘じ、公式 755 又は 756 の積算法に依りて算出するも差支ない。然し軸壓力、剪力影響線縱距に死荷重を乘じたる積の曲線は一部凹曲線となり、公式 755 に依りて之の面積を積算するときは相等の誤差を避ける事は出來ぬ。從て死荷重に因る彎曲率、軸壓力、剪力は各分格點に集中するものとして、之れに影響線縱距を乘じたる積の代數和に依りて求むるも差支へない。開側拱床構の死荷重は支壁に集中して拱環に作用するものとする。本計算例に於ては拱環支壁及床構等の死荷重は分格點に集中するものと假定する。拱環重量は各分格點に於ける高 ($h'_x$) を平均高、長 1,5 $m$ 幅 1,0 $m$ として算出す。第 719 表は死荷重の算出表である。




第　744　圖



第　719　表

| 分格點 | $\cos\varphi_x$ | $h_x(m)$ | $h'_x(m)$ | 拱環重量 1,5•2400 $h_x(kg)$ | 床構、支壁欄干の重量 | 拱環幅1 $m$當り死荷重 $\eta(kg)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1,000 | ,400 | ,400 | 1,440 | 1,283 | 2,723 |
| 1 | 0,9982 | ,406 | ,407 | 1,465 | 1,427 | 2,892 |
| 2 | 0,9927 | ,424 | ,427 | 1,537 | 2,462 | 3,999 |
| 3 | 0,9828 | ,454 | ,462 | 1,663 | | 1,663 |
| 4 | 0,9675 | ,496 | ,513 | 1,847 | 3,224 | 5,071 |
| 5 | 0,9455 | ,550 | ,582 | 2,095 | | 2,095 |
| 6 | 0,9152 | ,616 | ,673 | 2,423 | 3,893 | 6,316 |
| 7 | 0,8753 | ,694 | ,793 | 2,855 | | 2,855 |
| 8 | 0,8249 | ,784 | ,950 | 3,420 | 5,153 | 8,578 |
| 9 | 0,7644 | ,886 | 1,159 | 4,172 | | 4,172 |
| 10 | 0,6955 | 1,000 | 1,438 | $\frac{1}{2}$•5,177 =2,589 | 6,673 | 9,262 |

2　死荷重に因る彎曲率、軸壓力、剪力は第 719 表の死荷重を Ⅶ に求めたる影響線の縱距に乘じたる積の代數和である。參考のため起拱點及拱頂に於ける彎曲率、軸壓力、剪力を求むれば次の如し。

**起拱點** ($\overline{10}$)　第 719 表、第 714 表、第 715 表を應用し彎曲率 ($M_{d\overline{10}}$)　軸壓力 ($N_{d\overline{10}}$)　剪力 ($S_{d\overline{10}}$)　を求むれば次の如し。

$$M_{d\,\overline{10}} = 4\,367\ m\,kg$$

$$N_{d\,\overline{10}} = 66\,1\ 2\ kg$$

$$S_{d\,\overline{10}} = 1\,047\ kg$$

拱頂 (0)　に於ては第 719 表第 718 表を應用して彎曲率 ($M_{d0}$)　軸壓力 ($N_{d0}$)　剪力 ($S_{d0}$)　を求むれば次の如し。

$$M_{d0} = 1\,765\ m\,kg$$

$$N_{d0} = 45\,269\ kg$$

$$S_{d0} = 0$$

### Ⅸ　活荷重に因る彎曲率、軸壓力、剪力

1　活荷重　拱環に作用する活荷重を算出するには、橋面の全幅に荷重を滿載し、之を拱環の全幅にて受くるものと見做し、拱環單位幅の活荷重を算出する、充側拱又は本設計の拱頂附近 (2～$\overline{2}$ まで) に於ける輪荷重は塡充土砂又はコンクリートを通して縱の方向に分布する。之の分布幅は輪荷重直下の塡充材深を用ひ 28 條に準じて算出する。

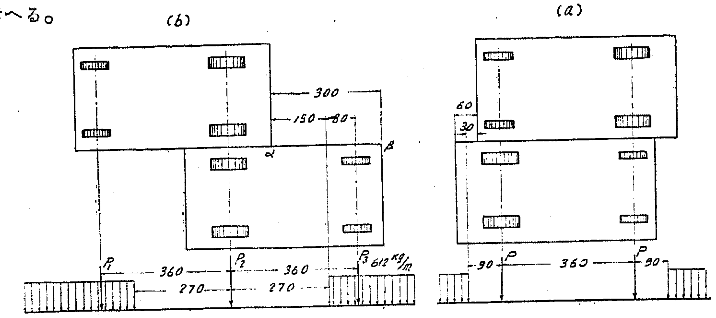
本設計に於ける活荷重は大部分支壁に集中する集中荷重である、分格點 2～$\overline{2}$ 間に於ては塡充コンクリート及舖裝を通し縱の方向に分布するものであるがその影響小なるに付き

輪荷重は分格點 $2\sim2'$ 間に於ても集中荷重と見做す。

拱環幅 $1\,m$ 當りの群衆荷重は 20 條に依り

$$P=\frac{6}{5{,}85}\cdot\frac{100{,}000}{170+30}=\frac{6\cdot500}{5{,}85}\doteqdot 612\,kg/m\quad\left\{\begin{array}{ll}\text{路面幅} & 6\,m\\ \text{拱環幅} & 5{,}85\,m\\ \text{支　間} & 30\,m\end{array}\right.$$

拱環幅 $1\,m$ 當りの自動車輪荷重。自動車の配置は第 745 圖（$a$）（$b$）の如き 2 つの場合を考へる。




第　745　圖

（$a$）の場合　　$P=\dfrac{1}{5{,}85}(2\cdot1\,000+2\cdot3\,000)=1\,368\,kg/m$

（$b$）の場合　　$P_1=P_3=\dfrac{1}{5{,}85}\cdot2\cdot1\,000=342\,kg/m$

$$P_2=\frac{1}{5{,}85}\cdot4\cdot3\,000\qquad=2\,051\,kg/m$$

自動車の前後に在る群衆荷重は第 745 圖に示す如く α β の中央を通る線の前後に滿載するものと假定する。

衝擊係數は最大應力を生ずる荷重長に依りて異る故に個々の場合に算定しなければならぬ。

2　活荷重に因る起拱點の彎曲率、軸壓力、剪力。

（イ）　正最大彎曲率（$M_{l\,\overline{10}}$）。第 741 圖に依り正最大彎曲率を生ずる、荷重長 $l=18{,}45\,m$ であるから衝擊係數 $i$ は 21 條に依り

$$i=\frac{20}{60+18{,}45}=0{,}255$$

である。從て衝擊を含む輪荷重は次の如くなる。

（$a$）の場合　　$P=1{,}255\cdot1\,368\doteqdot1\,720\,kg$

（$b$）の場合　　$P_1=P_3=1{,}255\cdot342\doteqdot429\,kg$

$$P_2=1{,}255\cdot2\,051\doteqdot2\,57?\,kg$$

之等の輪荷重の內最大のものが影響線縱距の正最大値の直上に在る場合にし、影響線が



負なる區間に荷重なきものとして、正最大彎曲率及正最大彎曲率を生ずる場合の軸壓力を算出せば第 720 表の如くなる。

第　720　圖

| 分格點 | $M'_{\overline{10}}$ | （$a$）の場合 | | （$b$）の場合 | | 群衆荷重のみの場合 | | 正最大 $M_{l\overline{10}}$ を生ずる場合の軸壓力 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 荷重 | $M_{l\overline{10}}$ | 荷重 | $M_{l\overline{10}}$ | 荷重 | $M_{l\overline{10}}$ | $N'_{\overline{10}}$ | $N_{10}$ |
| 10 | 0 | 1 836 | 0 | 1 836 | 0 | 1 836 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 0,401 | 〃 | 735 | 〃 | 735 | 〃 | 735 | 0,087 | 160 |
| 6 | 1,380 | 1 950 | 2 691 | 1 912 | 2 639 | 〃 | 2 531 | 0,336 | 655 |
| 4 | 2,477 | 1 606 | 3 978 | 1 436 | 3 557 | 〃 | 4 543 | 0,703 | 1 129 |
| 2 | 2,987 | 1 720 | 5 138 | 2 583 | 7 712 | 1 377 | 4 113 | 1,089 | 1 873 |
| 1 | 2,789 | 826 | 2 303 | 0 | 0 | 918 | 2 530 | 1,244 | 1 028 |
| 0 | 2,202 | 918 | 2 021 | 643 | 1 416 | 918 | 2 021 | 1,339 | 1 229 |
| 0+0,6m | 1,8728 | | | 429 | 803 | | | | |
| $\overline{1}$ | 1,379 | 918 | 1 266 | 918 | 1 266 | 918 | 1 266 | 1,383 | 1 270 |
| $\overline{2}$ | 0,317 | 734 | 233 | 734 | 233 | 734 | 233 | 1,361 | 999 |
| | | $\Sigma=18\,365$ | | $\Sigma=18\,361$ | | $\Sigma=18\,002$ | | $\Sigma=8\,343$ | |

卽ち　正最大彎曲率　　$M_{l\overline{10}}=18\,365\,m\,kg$

此の場合の軸壓力　　$N_{\overline{10}}=8\,343\,kg$

（ロ）負最大彎曲率（$M_{l\overline{10}}$）最大軸壓力（$N_{l\overline{10}}$）最大剪力（$S_{l\overline{10}}$）

前同樣にして

負最大彎曲率　　$M_{l\overline{10}}=-11\,113\,m\,kg$

此の場合の軸壓力　　$N_{\overline{10}}=7\,963\,kg$

最大軸壓力　　$N_{l\overline{10}}=15\,931\,kg$

此の場合の剪力　　$M_{\overline{10}}=5\,855\,m\,kg$

正最大剪力　　$S_{l\overline{10}}=3\,015\,kg$

負最大剪力　　$S_{l\overline{10}}=-4\,883\,kg$

3　活荷重に依る拱頂の彎曲率、軸壓力、剪力。算法は全く前と同樣であるから結果のみを記せば次の如し。

正最大彎曲率　　$M_{l0}=3\,344\,m\,kg$

此の場合の軸壓力　　$N_0=5\,217\,kg$

負最大彎曲率　　$M_{l0}=-1\,423\,m\,kg$

此の場合の軸壓力　　$N_0=9\,672\,kg$

最大軸壓力　　$N_{l0}=12\,279\,kg$

此の場合の彎曲率 $M_0 = 1\,324\ m\ kg$

正負剪力 $S_{t0} = \pm 2\,189\ kg$

### X 溫度變化に因る彎曲率、軸壓力、剪力

**1** 溫度變化に因る水平推力 $H_t$。溫度變化は 2; 條に依り $\pm 15°C$ であるが此の外硬化收縮の影響を考慮しなければならぬ。硬化收縮の影響は § 106 に述べたる如く溫度低下 $15°C$ と同等の影響あるものと見做すものである。然し拱環コンクリート施工法に依りて硬化收縮の影響を幾分避け得るを以て溫度は次の如く變化するものと見做す。

溫度上昇 $15°C$

溫度低下 $25°C$

彈性比 $n = 12$ とし鋼の彈性係數を標準としてコンクリートの彈性係數 $E_c$ を算出せば（§ 719 Ⅳの註及 § 712 の 3 參照）

$$E_c = \frac{E_s}{12} = \frac{2\,100\,000}{12} = 166\,666{,}6 \doteqdot 167{,}000\ kg/cm^2 = 167 \cdot 10^7\ kg/m^2$$

尙ほ $\alpha = 0{,}00001$ とせば

公式 737 の分子は次の如くなる。

$$\alpha E \frac{l}{\Delta x} t = 0{,}00001 \cdot 167 \cdot 10^7 \cdot \frac{30}{1{,}5} t = 334\,000\,t$$

溫度上昇 $H_t = \dfrac{-334\,000 \cdot 15}{2\,005{,}92} = -2\,498\ kg$

溫度低下 $H_t = \dfrac{334\,000 \cdot 25}{2\,005{,}92} = 4\,163\ kg$

**2** 起拱點の彎曲率 ($M_{t\overline{10}}$) 軸壓力 $N_{t\overline{10}}$) 剪力 ($S_{t10}$)

公式 733 に依り

$M_{t\overline{10}} = -2\,498 \cdot (-5{,}16) = 12\,890\ m\ kg$ 溫度上昇

$= 4\,163 \cdot (-5{,}16) = -21\,841\ m\ kg$ 溫度低下

公式 742 に依り

$N_{t\overline{10}} = -(-2\,498) \cdot 0{,}6955 = 1\,737\ kg$ 溫度上昇

$= -4\,163 \cdot 0{,}6955 = -2\,895\ kg$ 溫度低下

$S_{t\overline{10}} = -2\,498 \cdot 0{,}7185 = -1\,795\ kg$ 溫度上昇

$= 4\,163 \cdot 0{,}7185 = 2\,991\ kg$ 溫度低下

**3** 拱頂に於ける彎曲率 $M_{t0}$ 軸壓力 $N_{t0}$ 剪力 $S_{t0}$

公式 733 に依り

$M_{t0} = -2\,498 \cdot 0{,}84 = -2\,098\ m\ kg$ 溫度上昇

$= 4\,163 \cdot 0{,}84 = 3\,497\ m\ kg$ 溫度低下

公式 742 に依り



$N_{t0} = -(-2\,498) \cdot 1 = 2\,498\ kg$ 溫度上昇

$= -4\,163 \cdot 1 = 4\,163\ kg$ 溫度低下

$S_{t0} = 0$

**XI 全彎曲率、軸壓力、剪力** 同時に起り得る彎曲率、軸壓力、剪力を適當に組合せ之等の最大値を求むれば第 721 表の如くなる。

**第 721 表**

| | | 正最大彎曲率を生ずる場合 | | 負最大彎曲率を生ずる場合 | | 最大軸壓力を生ずる場合 | | 正最大剪力 | 負最大剪力 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 荷重名 | 彎曲率 | 軸壓力 | 彎曲率 | 軸壓力 | 彎曲率 | 軸壓力 | | |
| | | $m\ kg$ | $kg$ | $m\ kg$ | $kg$ | $m\ kg$ | $kg$ | $kg$ | $kg$ |
| 起拱點（10） | 死荷重 | + 4 367 | +66 162 | + 4 367 | +66 162 | + 4 367 | +66 162 | + 1 047 | + 1 047 |
| | 活荷重 | +18 365 | + 8 343 | −11 113 | + 7 963 | + 5 855 | +15 931 | + 3 015 | − 4 883 |
| | 計 | +22 732 | +74 505 | − 6 746 | +74 125 | +10 222 | +82 093 | + 4 062 | − 3 836 |
| | 溫度變化 | +12 890 | + 1 737 | −21 841 | − 2 895 | +12 890 | + 1 737 | + 2 991 | − 1 795 |
| | 合計 | +35 622 | +76 242 | −28 587 | +71 230 | +23 112 | +83 830 | + 7 053 | − 5 631 |
| 拱頂（0） | 死荷重 | + 1 765 | +45 269 | + 1 765 | +45 269 | + 1 765 | +45 269 | 0 | 0 |
| | 活荷重 | + 3 344 | + 5 217 | − 1 428 | + 9 672 | + 1 324 | +12 279 | + 2 189 | − 2 189 |
| | 計 | + 5 109 | +50 486 | + 337 | +54 941 | + 3 089 | +57 548 | + 2 189 | − 2 189 |
| | 溫度變化 | + 3 497 | − 4 163 | − 2 098 | + 2 498 | − 2 098 | + 2 498 | 0 | 0 |
| | 合計 | + 8 606 | +46 323 | − 1 761 | +57 439 | + 991 | +60 046 | + 2 189 | − 2 189 |

### XII 起拱點に於ける斷面の應力

**1** 正最大彎曲率を生ずる場合

$M = 35\,622\ m\ kg$ $N = 76\,242\ kg$ $h = 100\ cm$ $d' = 6{,}5\ cm$ $a = 43{,}5\ cm$

$b = 100\ cm$ $A_s = 60{,}26\ cm^2$ $n = 15$ $e = \dfrac{M}{N} = \dfrac{35\,622}{76\,242} = 0{,}467\ m = 43{,}7\ cm$

公式 77 に依り

$$x^3 - 9{,}9x^2 + 5\,065{,}5\,x - 458\,521{,}4 = 0$$

$$x \doteqdot 58{,}2\ cm$$

公式 77 に依り

$$\sigma_c = \frac{N}{\dfrac{bx}{2} + nA_s\left(2 - \dfrac{h}{x}\right)} = \frac{76\,242}{\dfrac{100 \cdot 58{,}2}{2} + 15 \cdot 60{,}26\left(2 - \dfrac{100}{58{,}2}\right)} = 24{,}1\ kg/cm^2$$

$$\sigma_s = \frac{n\sigma_c}{x}\left[a + \frac{h}{2} - x\right] = \frac{15 \cdot 24{,}1}{58{,}2}\left[43{,}5 + \frac{100}{2} - 58{,}2\right] = 219\ kg/cm^2$$

**2** 最大軸壓力を生ずる場合

$N = 83\,830\ kg$ $M = 23\,112\ m\ kg$ $e = \dfrac{23\,112}{83\,830} = 0{,}276\ m = 27{,}6\ cm$

公式 77 に依り

$$x = 82{,}7\ cm$$

$$\sigma_c = 17{,}2\ kg/cm^2$$

負最大彎曲率を生ずる場合は略す。尚ほ剪力は極めて小であるから剪應力の計算は略す。

### XII　拱頂に於ける斷面の應力

1　正最大彎曲率を生ずる場合

$$M = 8\,606\ m\,kg \quad N = 46\,323\ kg \quad h = 40\ cm \quad d' = 4\ cm \quad a = 16\ cm \quad b = 100\ cm$$

$$A_s = 30{,}13\ cm^2 \quad n = 15 \quad e = \frac{M}{N} = \frac{8\,606}{46\,323} = 0{,}186\ m = 18{,}6\ cm$$

公式 77 に依り

$$x^3 - 4{,}2x^2 + 1\,008{,}8\,x - 34\,059 = 0$$

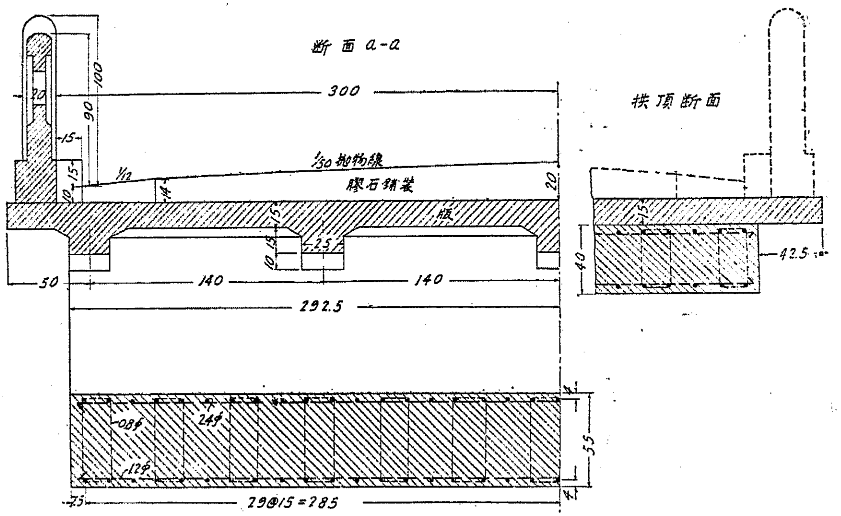
$$x \doteqdot 23{,}4\ cm$$

$$\sigma_c = \frac{46\,323}{\frac{100 \cdot 23{,}4}{2} + 15 \cdot 30{,}13\left(2 - \frac{40}{23{,}4}\right)} = 35{,}4\ kg/cm^2$$

$$\sigma_s = \frac{15 \cdot 35{,}4}{23{,}4}\left[16 + \frac{40}{2} - 23{,}4\right] = 499{,}1\ kg/cm^2$$

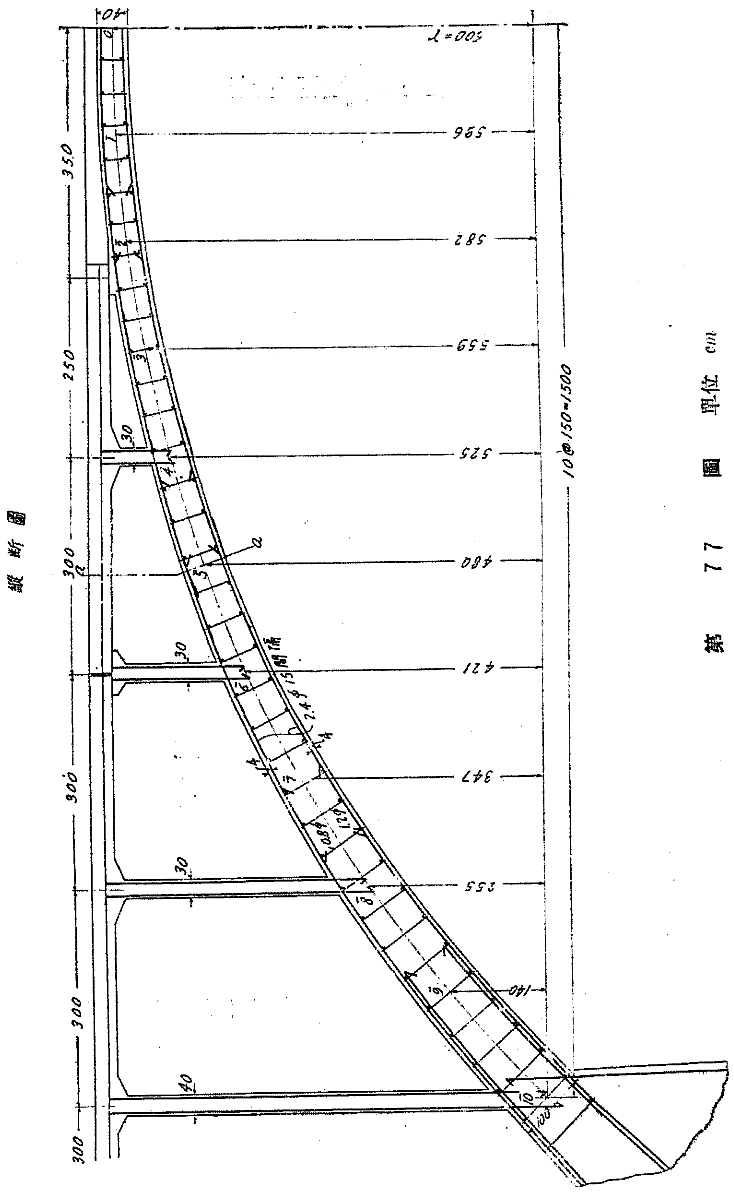
2　最大軸壓力を生ずる場合

$$N = 60\,046\ kg \quad M = 991\ m\,kg \quad e = 1{,}7\ cm$$




第 746 圖　位單 cm






第 77 圖　單位 cm

公式 69 に依り

$$\sigma_c = \frac{N}{bh+2nA_s} + \frac{Ne \cdot 0{,}5\,h}{\frac{bh^3}{12}+2nA_s a^2}$$

$$= \frac{60\,046}{100 \cdot 40+2 \cdot 15 \cdot 30{,}13} + \frac{60\,046 \cdot 1{,}7 \cdot 0{,}5 \cdot 40}{\frac{100 \cdot 40^3}{12}+2 \cdot 15 \cdot 30{,}13 \cdot 16^2}$$

$$= 12{,}2+2{,}6 = 14{,}8\ kg/cm^2$$

XIV **假定斷面に付いて** 上記計算に依ると拱頂の應力强度は許容强度に近く起拱點の應力强度は許容應力の約 1/2 に過ぎない。之れは起拱點に於ける斷面厚の假定過大なりし結果である。從て(XI)に算定せる彎曲率，軸壓力に依り大體の起拱點の斷面寸法を定め再び全計算を繰返へさねばならない。單に鐵筋量のみ過大又は過小なりしため之を變更せる場合は彎曲率、軸壓力は前回に求めたるものを其のまゝ用ひ、之が算定を繰返す必要はない。鐵筋量多少の變更は影響線に影響する處極めて微量であるためである。

XV **鐵筋の配置** 主鐵筋は直徑 24 *mm* の丸鋼とし第 746 乃至 747 圖の如く配置す。副鐵筋には直徑 12 *mm* の丸鋼を使用し、スターラップ設置の位置に 40～50 *cm* 間隔に配置す。スターラップは計算上不要なれども上下鐵筋を連結するため 50～40 *cm* 間隔に設ける。尙ほ起拱點に於ては主鐵筋を橋臺中に充分に埋込み橋臺と拱環の連結を完全にする。

XVI **床構の伸縮接合** は § 704 に述べたる如く彈性重心を通る水平線と拱環軸の交點附近、卽ち分格點 6 に在る支壁上に設ける。此の外床構主桁の拱頂に近き端及起拱點に最も近き支間外に在る支柱上にも伸縮接合を設ける。

# 第四節 二鉸拱及三鉸拱の理論

## A. 二鉸拱の理論

§ 721 **記號及符號** (第 748 圖參照)

$l$ = 支 間

$r$ = 拱 矢

$x,y$ = 夫々左支點 $A$ を原點とせる場合の任意斷面 $D$ の橫距及縱距

$P$ = 下向の鉛直荷重

$a$ = $P$ の 橫 距

$H$ = 鉛直荷重のみに依る支點 $A, B$ の水平推力

$,V_B$ = 夫々支點 $A, B$ の鉛直反力



$M_x$ = 任意斷面 D の彎曲率

$M_s$ = 拱を之と同支間の單桁と看做したるときの任意斷面 D の彎曲率

$N_x$ = 任意斷面 $D$ に作用する軸壓力

$A_x$ = 任意斷面 $D$ の斷面積

$A_v$ = 拱環の平均斷面

$I_x$ = $A_x$ の二次率

$I_c$ = 拱頂斷面の二次率

$E_c$ = コンクリートの彈性係數

$E_s$ = 鋼の彈性係數

$\varphi_x$ = 任意斷面 $D$ の中心角

$\Delta l$ = 支點の一方が移動し得るものと見做したるときの支間長の伸長又は短縮量

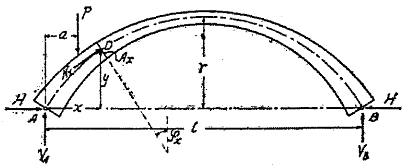
$d_s$ = 拱環の一分格長

符號は § 708 に同じ

§ 722 **支點反力、任意斷面の彎曲率、軸壓力及剪力**

1 鉛直反力。 二鉸拱に於ては鉸の位置に於ける彎曲率は零であるから水平推力及鉛直反力は鉸の中心を通る。

第 748 圖の如く鉸が同一水平線上に在る場合に於て力率の中心を $B$ に取れば水平推力に因る力率は零である卽ち




第 748 圖

$$V_A l - P(l-a) = 0$$

$$\left.\begin{aligned} \therefore\ V_A &= P\frac{l-a}{l} \\ \text{同樣にして}\quad V_B &= P\frac{a}{l} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (760)$$

公式760に依りて明かなる如く鉛直反力は全く單桁の反力に等しいものである。

2 水平反力。(水平推力 $H$)

一物體に作用する水平力の代數和は零である。今第 748 圖に於て支點 $A, B$ の

水平推力を夫々 $H_A$, $H_B$ とせば、水平推力以外に水平力が作用しないから

$$H_A = H_B$$

である。卽ち支點 $A$, $B$ の水平推力は相等しい故に 第748圖の如く、水平推力を $H$ とする。

二鉸拱に於ては此の水平推力 $H$ のみが不靜定値であるから、之れを彈性理論に依りて求める。

水平推力を求むるに當り無鉸拱同樣に荷重又は溫度應力を受くるも、拱の支間長は變化せざるものと假定する。從て第748圖の左支點 $A$ が自由に動き得るものとして、左支點の水平移動量 $\Delta l$ を求め、之れを零と置いて水平推力を求める。

水平移動量 $\Delta l$ を公式719と全く同樣にして求むれば

$$\Delta l = -\int_0^l \frac{M_x}{E_c I_x} y ds + \int_0^l \frac{N_x}{E_c A_x} ds \cos\varphi_x$$

である。任意斷面の彎曲率 $M_x$ は

$$M_x = V_A x - P(x-a) + Hy$$

單桁に於ける $D$ 點の彎曲率を $M_s$ とせば

$$M_s = V_A x - P(x-a)$$

$$\therefore\ M_x = M_s + Hy \quad \cdots\cdots(761)$$

任意斷面の軸壓力は公式710又は710$a$に依り

$$N_x = V_x \sin\varphi_x - H\cos\varphi_x$$

$$\fallingdotseq -H\cos\varphi_x$$

此の $M_x$ と $N_x = -H\cos\varphi_x$ の値を上記 $\Delta l$ に代入して零と置けば

$$\Delta l = -\frac{1}{E_c}\int_0^l \frac{1}{I_x}(M_s+Hy) y ds + \frac{1}{E_c}\int_0^l \frac{-H\cos^2\varphi_x}{A_x} ds = 0 \cdots(762)$$

之れより $H$ を求むれば

$$H = -\frac{\int_0^l \frac{M_s y}{I_x} ds}{\int_0^l \frac{y^2}{I_x} ds + \int_0^l \frac{\cos^2\varphi_x}{A_x} ds} \quad \cdots\cdots(763)$$

尙ほ　$\int_0^l \frac{\cos^2\varphi_x}{A_x} = \frac{l}{A_v}$　と置けば



$$H = -\frac{\int_0^l \frac{M_s y}{I_x} ds}{\int_0^l \frac{y^2}{I_x} + \frac{l}{A_v}} \quad \cdots\cdots(764)$$

〔註〕 公式763の分母の第二項 $\int_0^l \frac{\cos^2\varphi_x}{A_x} ds$ は、その第一項 $\int_0^l \frac{y^2}{I_x} ds$ に比して非常に小である。又拱環厚同一なる缺圓拱に於て $\int_0^l \frac{\cos^2\varphi_x}{A_x} ds$ を求めてみれば

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\frac{r}{l} =$ | 0,1 | 0,15 | 0,2 |
| $\int_0^l \frac{\cos^2\varphi_x}{A_x} ds =$ | $0{,}974\frac{l}{A_v}$ | $0{,}945\frac{l}{A_v}$ | $0{,}904\frac{l}{A_v}$ |

にして $\int_0^l \frac{\cos^2\varphi_x}{d_x} \fallingdotseq \frac{l}{A_v}$ と置くも分母全體としての誤差は極めて微小であるから實用上に於ては公式764を使用するも差支へない。之は無鉸拱の場合も全く同一であつて公式729, 735, 736 $a,d$ 737 $a,d$ に於ても分母の第二項を $\frac{l}{A_v}$ と置いて差支ない。

又、公式737を求めたる如く各分格の水平長を等長に取り

$w = \frac{y}{I_x \cos\varphi_x}$　と置けば

$$\left.\begin{aligned} H &= -\frac{\Sigma M_s w}{\Sigma y w + \Sigma\frac{\cos\varphi_x}{A_x}} \\ &= -\frac{\Sigma M_s w}{\Sigma y w + \frac{l}{A_v}} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(765)$$

3　任意斷面の彎曲率、軸壓力及剪力。

任意斷面の彎曲率は公式761に依りて求め、軸壓力、剪力は公式710と同樣に

$$\left.\begin{aligned} N_x &= V_x \sin\varphi_x - H\cos\varphi_x \\ S_x &= V_x \cos\varphi_x + H\sin\varphi_x \\ V_x &\ \text{は任意斷面の鉛直剪力} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(764)$$

である。

### § 723　溫度變化に因る水平推力、任意斷面の彎曲率

1　溫度變化に因る水平推力は無鉸拱の場合と全く同樣にして求められる。其の結果のみを記せば

公式762と共に使用する場合 $H_t = -\dfrac{\alpha t E_c l}{\int_0^l \frac{y^2}{I_x}ds + \int_0^l \frac{\cos^2\varphi_x}{A_x}ds}$ a

公式763と共に使用する場合 $= -\dfrac{\alpha t E_c l}{\int_0^l \frac{y^2}{I_x}ds + \frac{l}{A_v}}$ b ……(767)

公式764と共に使用する場合 $= -\dfrac{\alpha t E_c \frac{l}{\Delta x}}{\Sigma yw + \Sigma \frac{\cos^2\varphi_x}{A_x}}$ c

此處に $\alpha$ = 膨脹係數

$t$ = 溫度變化度（+……溫度上昇 —……溫度低下）

$\Delta x$ = 一分格長

2 溫度變化に因る任意斷面の彎曲率 $M_{tx}$ は

$$M_{tx} = H_t y \quad \cdots\cdots(768)$$

である。

§ 724 **水平推力及任意斷面に於ける彎曲率の影響線**

1 水平推力 $H$ の影響線は公式763～765に於て $M_s$ を單位荷重に付いて求むれば無鉸拱の場合と全く同樣にして求め得る。只無鉸拱の場合は $M_s$ が突桁の彎曲率であつたが、二鉸拱に於ては $M_s$ が單桁の彎曲率であるだけの相違である。今

$x, y$ = 影響線の縱距を求める斷面の縱橫距（原點は左支點）

$a$ = 單位荷重と左支點との水平距離

とせば $M'_s$ = 單位荷重に依る（$x,y$）點の彎曲率

$M'_s = \dfrac{l-x}{l}a$……單位荷重が（$xy$）點の左に在るとき

$= \dfrac{l-a}{l}x$……單位荷重が（$xy$）點の右に在るとき ……(769)

であるから之れを應用して水平推力 $H$ を求める。

2 任意斷面の彎曲率の影響線 $M'_x$。

$H'$ = 單位荷重に因る水平推力



とせば $M'_x = H'y + \dfrac{l-x}{l}a$ 單位荷重が（$xy$）點の左に在るとき

$= H'y + \dfrac{l-a}{l}x$ 單位荷重が（$xy$）點の右に在るとき ……(770)

である。

§ 725 **拋物線形二鉸拱の理論**

拱環軸の形狀を二次拋物線。卽ち

$y = \dfrac{4r}{l^2}(lx - x^2)$

原點は左支點 ……(771)

とし尙ほ $I_x \cos\varphi_x = I_c$ と假定せば二鉸拱の不靜定値 $H$ は簡單に求め得る。此の場合拱環厚は $I_x \cos\varphi_x = I_c$ に適合する樣に定める。卽ち公式752に於て $n = 1$ の場合である。

1 水平推力 $H$ 公式763の分母子に $I_c$ を乘ずれば

$$H = -\frac{\int_0^l M_s y \frac{I_c}{I_x} ds}{\int_0^l y^2 \frac{I_c}{I_x} ds + \frac{I_c l}{A_v}} \quad \cdots\cdots(772)$$

であつて、$\dfrac{I_c}{I_x} = \cos\varphi_x$ であり、又分格長 $ds$ の水平線への正射影を $dx$ とせば $ds \cos\varphi_x = dx$ である。之等の値を公式772に代入せば

$$H = -\frac{\int_0^l M_s y dx}{\int_0^l y^2 dx + \frac{I_c l}{A_v}} \quad \cdots\cdots(773)$$

となる。然るに $y$ の値は公式771の如き値であるから

$$\int_0^l y^2 dx + \frac{I_c l}{A_v} = \frac{8}{15} r^2 l + \frac{I_c l}{A_v}$$

從て公式773より

$$H = -\frac{\int_0^l M_s y dx}{\frac{8}{15} r^2 l + \frac{I_c l}{A_v}} \quad \cdots\cdots(774)$$

分母の第二項を無視して水平推力を求むれば次の如し。

（イ）$p$ なる等布荷重が全支間に在る場合

$$H = \frac{1}{8}pl\left(\frac{l}{r}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots(775)$$

（ロ）$p$ なる等布荷重が一方の支點より $ml$ 長の間に連續して在る場合

$$H = \frac{15}{8}\left(\frac{1}{6}-m^2+\frac{2}{3}m^3+\frac{5}{6}m^4-\frac{3}{5}m^5\right)pl\left(\frac{l}{r}\right) \cdots(776)$$

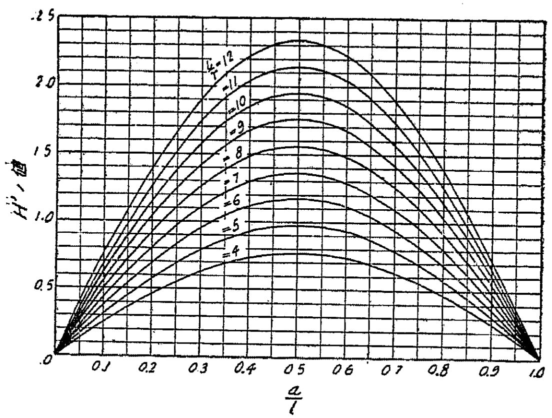
$p$ なる等布荷重が兩方の支點より中央に向ひ、各々 $ml$ 長の間に連續して在る場合の水平推力は公式 776 より求めたる $H$ の 2 倍である。拱頂よりその兩側に連續して各々 $m_1l$ 長の間に $p$ なる等布荷重がある場合は先づ $ml = \left(\frac{1}{2}-m_1\right)l$ として公式 776 より水平推力を求め之れを $H_1$ とし、次に公式 775 に依り $p$ なる等布荷重が全支間に在る場合の水平推力を求め之れを $H_2$ とすれば、求むる水平推力 $H$ は

$$H = H_2-2H_1$$

である。

2　水平推力の影響線 $H'$。

$$H' = \frac{5}{8}\cdot\frac{l}{r}\cdot\frac{a}{l}\left[1-\left(\frac{a}{l}\right)^2\left(2-\frac{a}{l}\right)\right] \cdots\cdots\cdots\cdots(777)$$




第 349 圖

$a$ = 左支點より單位荷重までの距離

第 749 圖は公式 777 より求めたる水平推力の影響線である。

3　任意斷面に於ける彎曲率の影響線 $M'_x$。

$x$ = 影響線を求むる斷面の横距。

$a$ = 單位荷重の横距。



斷面の左側に於て

$$M'_x = \left(1-\frac{x}{l}\right)\left\{\frac{a}{l}-\frac{5}{2}\frac{a}{l}\left[1-\left(\frac{a}{l}\right)^2\left(2-\frac{a}{l}\right)\right]\frac{x}{l}\right\}l$$

斷面の右側に於て

$$M'_x = \frac{x}{l}\left\{1-\frac{a}{l}-\frac{5}{2}\frac{a}{l}\left[1-\left(\frac{a}{l}\right)^2\left(2-\frac{a}{l}\right)\right]\left(1-\frac{x}{l}\right)\right\}l \quad \cdots(778)$$

4　溫度變化に依る水平推力（$H_t$）と彎曲率（$M_{tx}$）

$$H_t = \pm\frac{15}{8}\frac{l}{r^2}\alpha Et \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(779)$$

（＋）……溫度低下

（－）……溫度上昇

$$M_{tx} = H_ty \cdots\cdots\cdots\cdots(780)$$

## § 726　繋材を有する二鉸拱

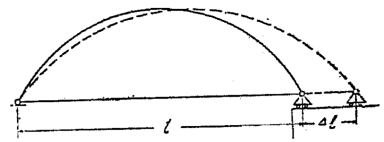
1　概說。繋材を有する拱(tied arch) は二鉸拱の鉸を水平繋材 (horizontol tie) にて連結せる拱であつて、下部構造が拱の水平推力に對し充分の强度を有しない屋根、橋梁に於ては下路橋の場合に應用せられ、鐵筋コンクリート橋に於ては之れをボーストリング拱橋( bow-string arch) とも稱する。

水平繋材は抗張材であるから鋼釬又は形鋼より成り、多くの場合之れをコンクリートにて被覆するが水平繋材として有効に作用するのは鋼材のみと見做す。

拱の水平推力は全部繋材にて受けるから下部構造は鉛直反力のみを受ける。從て繋材を有する二鉸拱は反力の點に於ては全く桁橋と同樣であるが、內應力の算定は彈性理論に依らなければ求められない。

2　水平推力（繋材の受くる力）。

繋材は拱の水平推力を受けて伸長する、即ち拱の支間は繋材の伸長量だけ變化する。今




第 750 圖

$H$ = 繋材に作用する水平推力

$A_s$ = 繋材の斷面積（鋼）

$l$ = 支間

$\Delta l'$ = $H$ なる力を受けた場合に於ける繋材の伸長量

とすればフツク氏の法則に依り（第750圖參照）

$$\Delta l' = \frac{H}{A_s E_s} l$$

然るに $\Delta l'$ は支間の伸長量であるから公式 762 の $\Delta l = \Delta l'$ と置けば

$$\int_0^l \frac{M_s y}{E_c I_x} ds + H\int_0^l \frac{y^2 ds}{E_c I_x} + H\int_0^l \frac{\cos^2 \varphi_x}{E A_x} ds = -\frac{Hl}{A_s E_s}$$

$$\int_0^l \frac{\cos^2 \varphi_x}{E_c A_x} ds = \frac{l}{E_c A_v}$$ とし $H$ を求むれば

$$H = -\frac{\frac{1}{E_c}\int_0^l \frac{M_s y}{I_x} ds}{\frac{1}{E_c}\int \frac{y^2}{I_x} ds + \frac{l}{E_c A_v} + \frac{l}{E_s A_s}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(781)$$

$\frac{E_s}{E_c} = n$ とせば

$$H = -\frac{\int_0^l \frac{M_s y}{I_x} ds}{\int \frac{y^2}{I_x} ds + \frac{l}{A_v} + \frac{l}{nA_s}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(782)$$

3　任意斷面の彎曲率及影響線は繫材を有せざる場合と全く同樣にして求め得る。

繫材を有する拱に於ては下部構造は全く水平推力を受けぬものであるから、第750圖に示す如く一支點を鉸端とし、他の支點は鉸を有すると同時に水平移動自由なる承構としなければならぬ。若し之れの水平移動が自由でなければ下部構造は水平推力を受け危險である。

4　溫度變化。コンクリートと鋼材の膨脹係數は等しい故に、拱環及繫材共に同一の溫度變化を受くるときは拱環長の變化に依る支間長の變化と、繫材長の變化は全く等量である。從つて溫度變化に因りては拱環及繫材內に應力を生じない。

## B　三鉸拱の理論

**§ 727　三鉸拱の支點反力**　三鉸拱は靜定構造であるから支點反力は各鉸の位置に於ける彎曲率を零と置いて容易に求めることが出來る。尙ほ兩支點に於ける水平推力は二鉸拱の場合と同樣にその大さは相等しい。第751圖の如き對稱三鉸拱に於て、一つの鉸が拱頂に在る場合の支點反力を求むれば次の如し。



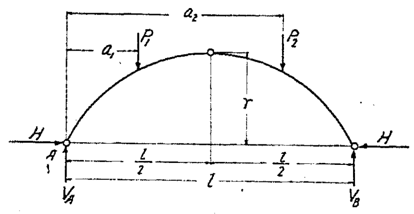
$l$ = 支間

$r$ = 拱矢

$P_1, P_2$ = 夫々 $A$ 支點より $a_1, a_2$ なる距離に在る鉛直荷重

$V_A, V_B$ = 夫々支點 $A, B$ の鉛直反力

$H$ = 支點 $A, B$ の水平推力（三鉸拱の場合に限り內側に向ふ水平推力を（＋）とす）




第 751 圖

$A, B, C$ 點に於ける力率を零と置けば

$$V_A l - P_1(l-a_1) - P_2(l-a_2) = 0$$
$$V_B l - P_1 a_1 - P_2 a_2 = 0$$
$$V_A \frac{l}{2} - Hr - P_1\left(\frac{l}{2} - a_1\right) = 0$$

之より $H, V_A, V_B$ の値を求むれば

$$\left.\begin{aligned} V_A &= \frac{1}{l}\left[P_1(l-a_1) + P_2(l-a_2)\right] \\ V_B &= \frac{1}{l}\left(P_1 a_1 + P_2 a_2\right) \\ H &= \frac{1}{2r}\left[P_1 a_1 + P_2(l-a_2)\right] \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(783)$$

支點反力を求むれば任意斷面の彎曲率、軸壓力、剪力は無鉸拱、二鉸拱と同樣の方法にて算出し得るを以て此處には略す。──(完)──