第二章　交流理論解說

第一節　單相交流

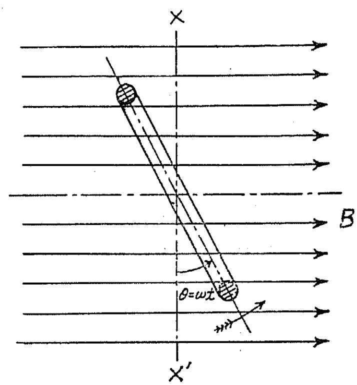
§ 19 交　流

時間の經過に伴ひ規則正しく周期的に其の方向及び大いさを變化する電壓を**交番電壓** (Alternating Voltage) といひ、交番電壓に依つて**交番電流** (Alternating Current) が生ずる。

交番電流の中で時間に對して正弦波曲線的に變化するものを、**正弦波交流** (Sinusoidal Current) といふ。電氣工學に於て交流と稱するものは大部分此の正弦波交流である。第12圖に示す如く、强さ B ガウスの一様なる磁場內で面積 A 平方糎なる一つの線輪を矢の方向に一定の角速度 ω で廻轉せしめる時、線輪が X X′ の位置より t 秒後に於て X X′ となす角を θ とすれば、其の瞬間線輪を通過する磁力線の數は

$$\phi = AB\cos\theta = AB\cos\omega t$$

である。故に其の線輪に誘發される起電力 e は



第 12 圖

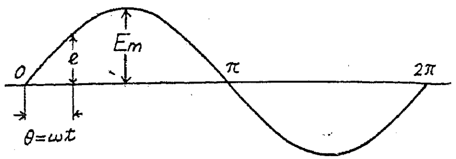
$$e = \frac{d\phi}{dt}\times 10^{-8} = AB\frac{d\cos\omega t}{dt}\times 10^{-8}$$
$$= -AB\omega\sin\omega t\times 10^{-8} \quad \text{ヴォルト}$$

であつて、$\sin\omega t$ に正比例し、$\omega t = \frac{\pi}{2}$ の瞬間起電力が最大であることを知る。今此の最大値を E_m とすれば

$$E_m = -AB\omega\times 10^{-8} \quad \text{ヴォルト}$$

從つて、　$$e = E_m\sin\omega t \quad \text{ヴォルト}$$

かゝる任意の瞬間の起電力を起電力の**瞬時値**(Instantaneous Value)と云ひ、各瞬間に於ける値を圖示すれば第13圖に示す如く一の正弦波曲線となるのである。



第 13 圖

§ 20 正弦波交流の平均値及實效値

線輪の一廻轉に要する時間を周期と云ひ、これを T 秒とすれば

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{ラヂアン/秒}$$

である。一秒間の周期數を**周波數**(Frequency)と云ひ、これを f にて表はせば $f = \frac{1}{T}$ であるから

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad \text{ラヂアン/秒}$$

となり、從つて瞬時起電力は

$$e = E_m \sin 2\pi f t$$

で表はされる。

上記の線輪を r なる抵抗を通じて閉路すれば其の回路に流れる電流は總ての瞬間オームの法則によるべきであるから、i 及 I_m を以つて夫々電流の瞬間値及最大値を示すとすれば

$$i = \frac{e}{r} = \frac{E_m}{r}\sin\omega t = I_m \sin\omega t$$

となる。

上式より電流の**平均値**(Average Value)を求めるには瞬時値を半週期に對して平均すればよい。

$$\text{平均値} = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi I_m \sin\theta\, d\theta = \frac{2}{\pi} I_m$$

正弦波の瞬時値の二乘を一週期について平均し、之れを平方に開いた値を**實效値**(Effective Value)といふ。

$$\text{實效値} = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_0^\pi I_m^2 \sin^2\theta\, d\theta} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{I_m}{1.41}$$

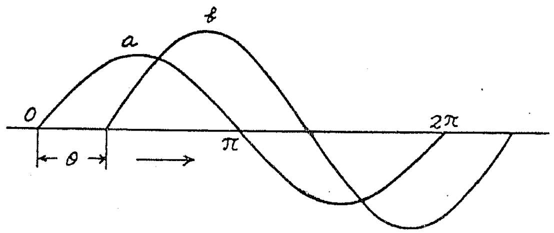
實效値の計算方法は以上の如くであるが、何故に斯樣な數値が必要であるかといふ疑問を解いて置かなければならぬ。§ 2 に於て述べた如く直流に依る仕事は電流と電壓との相乘積に比例し、電壓は亦電流に比例するから、

$$\text{電流}\times\text{電壓} = (\text{電流})^2\times\text{抵抗} = (\text{電壓})^2\times\frac{1}{\text{抵抗}}$$

の關係となり、單位時間に爲す仕事は電流又は電壓の二乘に比例することが判る。而して交流の爲す仕事は後に述べる如く 電流×電壓×力率 であらはされるが、力率を 1 とすれば直流と同樣の關係となる。故に交流瞬時値の二乘の平均を直流電流の二乘に等しく採れば兩者の效果は同一となる。それ故實效値とは此の交流と同一效果を有する直流値を示すことになる。第十二章に述べる如く、日常實務に使用する交流用計器は凡てこの實效値を指示するものであつて、交流 100 ヴオルトとは實效値が 100 ヴオルトの意味で、その時の最大値は計器には指示されないが $100\times\sqrt{2} = 141$ ヴオルトである。電流に對しても同樣である。

次に、第14圖の如く同一周波數の二つの波がある場合を考へる。

時間の進みを左から右へとることにすれば、b の波の最大値は a の波の最大値より角度にて θ、時間にて $\frac{\theta}{\omega}$ 秒だけ遲れて起る。此の場合に a は b より θ だけ位相が**進む**(lead)といひ、逆に b は a より θ だけ位相が**遲れる**(lag)といふ。而して $\theta = 0$ の時は**同位相**(In-phase)にあると云ふ。



第 14 圖

§ 21 二つの正弦波交流の加法及び減法

直流電壓又は電流を加えたり差引いたりすることは代數的に簡單に出來るが、

交流では周波數及位相といふ二つの異つた要素が新たに加はるので、直流より非常に複雑になる。同一回路に周波數の異る電壓を加へ若くは電流を通すときは不規則なる電壓又は電流を生ずるから實用上では同一回路には同一周波數の電壓又は電流のみを加ふ。故にこゝでは同一周波數の場合に就てのみ述ぶることゝする。

$$q_1 = A_1 \sin(\omega t+\theta_1) \quad \cdots\cdots(1)$$

$$q_2 = A_2 \sin(\omega t+\theta_2) \quad \cdots\cdots(2)$$

$$q = q_1 \pm q_2 = A_1 \sin(\omega t+\theta_1) \pm A_2 \sin(\omega t+\theta_2)$$

$$= (A_1\cos\theta_1 \pm A_2\cos\theta_2)\sin\omega t + (A_1\sin\theta_1 \pm A_2\sin\theta_2)\cos\omega t$$

t の値如何に拘らず $q = A\sin(\omega t+\theta)$ なる形となる爲には

$$A\cos\theta = A_1\cos\theta_1 \pm A_2\cos\theta_2 \quad \cdots\cdots(3)$$

$$A\sin\theta = A_1\sin\theta_1 \pm A_2\sin\theta_2 \quad \cdots\cdots(4)$$

$$\therefore\ A^2 = A_1^2 + A_2^2 \pm 2A_1A_2(\cos\theta_1\cos\theta_2 + \sin\theta_1\sin\theta_2)$$

$$= A_1^2 + A_2^2 \pm 2A_1A_2\cos(\theta_1-\theta_2)$$

即ち　$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 \pm 2A_1A_2\cos(\theta_1-\theta_2)} \quad \cdots\cdots(5)$

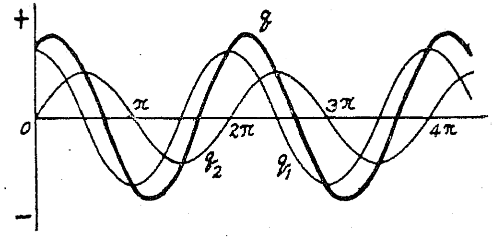
又（3）（4）の比より

$$\tan\theta = \frac{A_1\sin\theta_1 \pm A_2\sin\theta_2}{A_1\cos\theta_1 \pm A_2\cos\theta_2}$$

即ち

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_1\sin\theta_1 \pm A_2\sin\theta_2}{A_1\cos\theta_1 \pm A_2\cos\theta_2}\right) \quad \cdots\cdots(6)$$

以上は（1）（2）の二式から三角法の計算を行つたのであるが、これを言葉にて説明すれば、周波數の等しき二つの正弦波の和又は差は位相及び振幅の如何に拘らず原の正弦波と同一周波數を有する正弦波であつて、その振幅及び位相は原正弦波の振幅及び位相の兩者に依つて定るといふことになる。第15圖は $A_1 = 1.5$, $A_2 = 1.0$, $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$, $\theta_2 = 0$ に於ける合成正弦波 q を示すものである。特別の場合として $\theta_1 = \theta_2$ の場合には（3）式及び（4）式は夫々

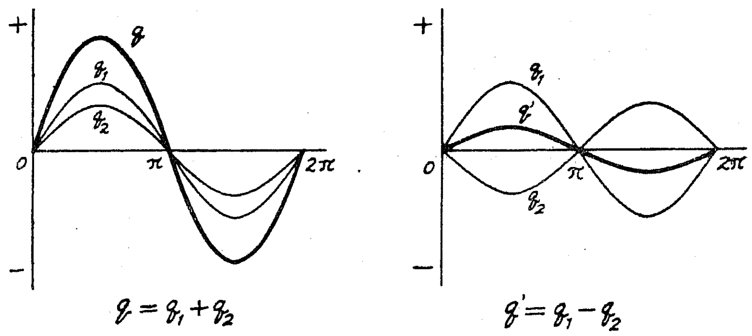


第　15　圖

$$A = A_1 \pm A_2$$

$$\theta = \theta_1 = \theta_2$$

となり、合成正弦波は原正弦波と位相を等しくし振幅のみを加へ又は引きたる正弦波となる。

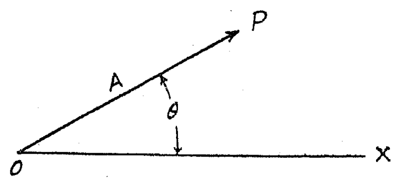


第　16　圖

第16圖は $A_1 = 1.5$, $A_2 = 1.0$, $\theta_1 = \theta_2 = 0$ に於ける $q = q_1+q_2$ 及び $q' = q_1-q_2$ を示すものである。後の場合は $q' = A_1\sin\omega t - A_2\sin\omega t$ と考へる代りに、$q' = A_1\sin\omega t + A_2\sin(\omega t+\pi)$ と考へても同様である。

§ 2　ヴエクトルに依る交流の表はし方

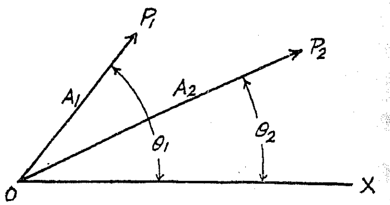
第17圖にて、OX を基準とし OX より反時計方向に θ なる角をとり、$\overline{OP} = A$ となる様に P を定める。$t = 0$ なる時に OP を反時計方向に ω なる角速度にて廻しはじめたとする、斯様にすれば任意の時間後に P 點から OX に下した垂線の長さ及び $\overline{OX}$ と $\overline{OP}$ の挾む角



第　17　圖

度は恒に $q = A\sin(\omega t+\theta)$ の大さ及び位相を表はすことが判る。故にヴェクトルを利用すれば任意の時間に於ける正弦波の狀況を直ちに知ることが出來る。

次に、周波數の相等しき任意の二つの正弦波を考へて見る。兩者は周波數が等しいから角速度も相等しく、從つて兩ヴェクトルが廻轉を續けてもお互の關係位置は少しも變らない。それ故兩ヴェクトル相互の關係は任意の時間、例へば t = 0 におけるヴェクトルで示すことが出來る。第18圖は $q_1 = A_1\sin(\omega t+\theta_1)$, $q_2 = A_2\sin(\omega t+\theta_2)$ をヴェクトル圖に示したもので $OP_1 = A_1$ $OP_2 = A_2$ にとり、正弦波の加法、減法は斯樣なヴェクトル圖から普通の合成方法に從つて簡單に行ふことが出來るものである。以上の説明から考へれば、ヴェクトル OP_1, OP_2 等は當然電流なり電壓なりの最大値にしなければならない筈であるが、§ 20 にも述べた如く、我々が日常使用する交流値はすべて實效値であるし、又ヴェクトル計算に當つても與へられたヴェクトルで、はじめから實效値を表しておけば合成値も實效値として讀むことが出來るから、實際にはヴェクトルの大さを實效値で表して居る。又、位相の差を表すには、任意のヴェクトルを基準にとりこれと他のヴェクトルとのなす角を以てし、此の場合反時計式の方向に、進んで居るヴェクトルをとる。* 例へば第18圖に於て OP_1 は OP_2 より $\theta = \theta_1-\theta_2$ だけ進んで居ることを示して居る。



第 18 圖

§ 23 交流に於ける電流と電壓との關係

直流に於てはオームの法則に依り、電流、電壓、抵抗の孰れか二つが與へられれば他は定まる。自己誘導を直流回路に直列に結べば電流の增加又は減少の瞬間だけその變化を妨げる作用を爲すが、それ以外の時には何の働きもしない。蓄電器を直流回路に接續した場合にも同樣であつて、接續の瞬間に蓄電器の電壓が加

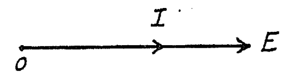
* 位相を表はすに反時計式と時計式とがある本書に於ては反時計式を採用して居る。

へられた電壓に等しくなるまで極めて短時間充電電流が流れるが、充電が終つた後は、蓄電器は絶縁物の働きを爲して電流は流れなくなる。

然るに交流電壓を蓄電器に加へると蓄電器兩極間は絶縁されてゐるにも拘らず交流が持續的に蓄電器に流れ、自己誘導を交流回路に直列に入れると電流の通過は著しく阻碍され、抵抗を直列に入れたやうな外觀を呈する。又、是等の場合の電流と電壓との位相の關係を調べて見ると著しい相異のあることが判る。是等は交流を取扱ふ上に於て重要な事項であるから、各々の場合に就て述べることにしやう。

イ 抵抗のみを有する回路

抵抗 r オームなる回路に $i = I_m\sin(\omega t+\theta)$ なる電流を流す爲には、直流の場合と同じくオームの法則に從ひ $v = ir = I_m r\sin(\omega t+\theta)$ なる電壓を加ふべきである。此の場合電流と電壓とは θ が等しく同相にある。これをヴェクトルにて表せば第19圖の如くになる。



第 19 圖

ロ インダクタンスのみを有する回路

L ヘンリーなるインダクダンスを有する回路に $i = I_m\sin(\omega t+\theta)$ なる交流を流す爲には、§17 に於て述べたやうに自己誘導作用を有する回路の電流を變化すれば起電力が誘發されるからそれに打ち勝つ樣な電壓を加へなければならない。この逆起電力は回路の誘導係數及び電流變化の時間率即ち $\frac{di}{dt}$ の積に比例し、電流の變化を妨げる樣な方向に發生するから符號は－で、

$$
\begin{aligned}
\text{逆起電力} &= -L\frac{di}{dt} \\
&= -LI_m\frac{d}{dt}[\sin(\omega t+\theta)] \\
&= -\omega LI_m\cos(\omega t+\theta) \\
&= -\omega LI_m\sin\left(\omega t+\theta+\frac{\pi}{2}\right)
\end{aligned}
$$

故に、L ヘンリーの誘導係數を有する回路に

$$i = I_m \sin(\omega t + \theta) \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

なる電流を流す爲には回路内に誘起する逆起電力 $-\omega LI_m \sin\left(\omega t+\theta+\frac{\pi}{2}\right)$ に打勝つ爲にこれと大さが等しくて、方向の反對なる電壓即ち

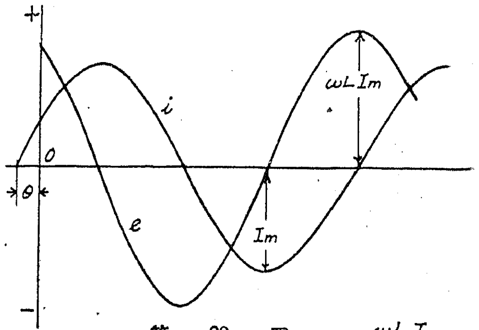
$$e = \omega LI_m \sin\left(\omega t+\theta+\frac{\pi}{2}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

を加えなければならない。

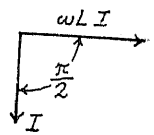
電流電壓の兩式を比較すると、大さのみから見れば

$$電壓 = \omega L \times 電流$$

で、オームの法則と同樣な關係となり、位相は電壓の方が電流よりも $\frac{\pi}{2}$ だけ進んでゐる。電流電壓の關係を波形にて示せば第20圖の如くであつて、ヴエクトル線圖にて示せば、第21圖に示す如くである。



第 20 圖



第 21 圖

ωL は直流における抵抗に相當するものであつて、これを**リアクタンス**[*](Reactance) といひ、通常 x_L にて表される。

$$x_L = \omega L = 2\pi fL \quad オーム \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

但し　$f =$ 周波數、サイクル

$L =$ 誘導係數、ヘンリー

數字例を示せば、自己誘導係數 10 ミリヘンリーなる回路の 50 サイクルに對するリアクタンスは

$$x_L = 2\pi fL = 2\pi \times 50 \times 0.01 = 3.14 \quad オーム$$

である。逆に、60 サイクルにて 10 オームのリアクタンスを有する回路の誘導係

* 誘導リアクタンスとも云ふ。

數は

$$L = \frac{x_L}{2\pi f} = \frac{10}{2\pi \times 60} = 0.0265 \quad ヘンリー$$
$$= 26.5 \quad ミリヘンリー$$

である。

ハ　靜電容量のみを有する回路

C フアラッドなる靜電容量を有する蓄電器に

$$i = I_m \sin \omega t \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

なる電流を流す爲めに蓄電器に加ふべき電壓は次の如くに求めることが出來る。蓄電器の保有する電荷を Q クローンとし、その時の電壓を e とすれば次の關係がある。

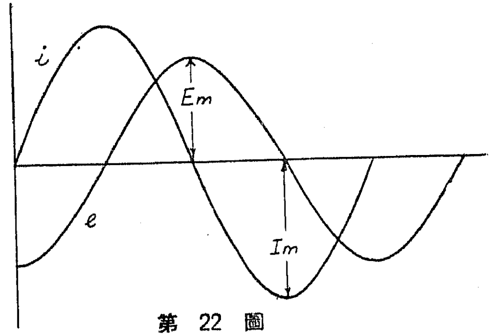
$$e = \frac{Q}{C}$$

電荷 Q は又電流と充電時間との相乘積であるから

$$Q = \int i\,dt = \int I_m \sin \omega t\,dt = \frac{I_m}{\omega} \sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\therefore \quad e = \frac{Q}{C} = \frac{I_m}{\omega C} \sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right) \cdots\cdots\cdots(5)$$

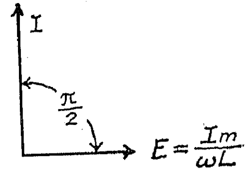
これを波形及ヴエクトル線圖にて示せば夫々第22圖及第23圖の如くになる。(5) 式より見れば $\frac{1}{\omega C}$ を直流の場合の抵抗と同樣に考へれば大さの關係からは



第 22 圖

$$電壓 = \frac{1}{\omega C} \times 電流$$

となり、位相は電壓が電流よりも $\frac{\pi}{2}$ だけ遲れて居る。



第 23 圖

$\frac{1}{\omega C}$ は交流に對する蓄電器の抵抗作用を表すものであつて、**キアパシタンス**(Capacitance) 又は **容量リア**

クタンス(Condensive Reactance) といひ、通常 x_C にて表はす。

$$x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \quad \text{オーム} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

但し　$f =$ 周波數、サイクル

$C =$ 靜電容量、フアラツド

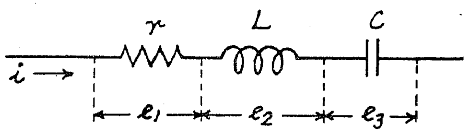
(6) 式が示す通り、キヤパシタンスは周波數及靜電容量に逆比例する。故に $f = 0$ 即ち直流に對しては $x_C = \infty$ となるが電力用の 50 サイクル程度の交流に對しては幾分小となり、極端な場合として無線電信電話に使用するやうな數萬サイクル以上の交流即ち高周波電流に對しては x_C は頗る小となる。今 1 マイクロフワラツドに對する 50 サイクル及び東京中央放送局放送用電波の 870,000 サイクルの兩者に對するキヤパシタンスを示せば次の如くである。

$$f = 50; \quad x_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times 0.000001} = 3180 \quad \text{オーム}$$

$$f = 870{,}000; \quad x_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \times 870{,}000 \times 0.000001} = 5.46 \quad \text{オーム}$$

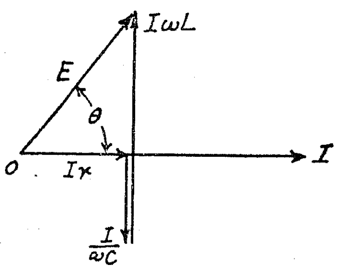
二　抵抗、インダクタンス、及靜電容量を直列にせる回路、

第 24 圖の如く抵抗 r、インダクタンス L、蓄電器 C を直列にせる回路に $i = I_m \sin \omega t$ なる電流を流す爲には各々に要する電壓をヴエクトル的に加へ合せた電壓を加へればよろしい。



第 24 圖

$$e = e_1 + e_2 + e_3 = I_m \left[r \sin \omega t + \omega L \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{\omega C} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \right]$$



第 25 圖

右邊の各項は大さ及び位相が異るから、これ等をヴエクトル的に加へ合せれば第 25 圖

に示す如く合成電壓 E を得る。E はヴエクトル圖より幾何學的に求めれば

$$E = \sqrt{I^2 r^2 + \left(I\omega L - I\frac{1}{\omega C}\right)^2} = I\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \cdots\cdots (7)$$

であつて、電流の位相は電壓より

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

だけ遲れて居る。

$\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ は普常 Z にて表し、これを回路の**イムピーダンス** (Impedance)といひ、$\omega L - \frac{1}{\omega C}$ をリアクタンスといふ。これを使用すれば交流電壓と電流との關係は一般に

$$E = IZ = I\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

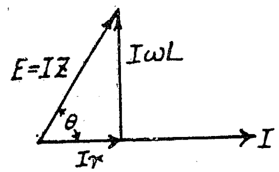
にて表される。特別の場合として、C がなく、r と L のみの回路では $C = \infty$ となるから

$$Z = \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}, \quad \theta = \tan^{-1}\frac{\omega L}{r} \cdots\cdots (10)$$

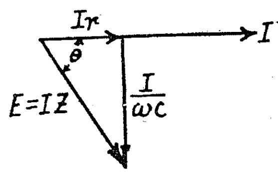
であつて、L がなくて r と C のみ直列にある場合には $L = 0$ にて

$$Z = \sqrt{r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}, \quad \theta = \tan^{-1} - \frac{1}{r\omega C} \cdots\cdots (11)$$

となる。第 26 圖は (10)式のヴエクトル線圖を示し、第 27 圖は (11) 式の場合を示す。



第 26 圖



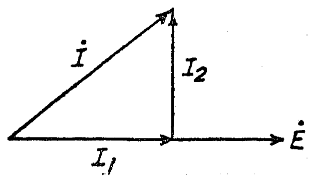
第 27 圖

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

の場合には $Z = r$, $\theta = 0$ となつて L と C との作用が消失したと同樣な結果になる。この狀態を**直列共振** (Series Resonance) といふ。

§ 24　交流回路の記號式解法

以上述べて來たところでは、交流電壓、電流、インピーダンス等をヴエクトルに依つて說明して來たが、ヴエクトル計算を容易にする爲に**記號法**(Symbolic Method)といふ便利な方法がある。この方法に於ては大さ及方向を有する任意の量を**水平分**(Horizontal Component)と**垂直分**(Vertical Component)とに分ち、水平分は實數、垂直分は虛數 $j=\sqrt{-1}$ にて表すのであつて、符號は水平分に於ては右に向ふ場合、垂直分に於ては上に向ふ場合を正とし、それ等の反對を負とする、斯樣な規約に從へばすべてのヴエクトル量は $a+jb$ なる形にて表はされる。この場合には、ヴエクトルの大さを示す文字の上に點を附して方向をも有する量であることを指示する。例へば第28圖に示すやうな電流を示すのには次の如くする。



第 28 圖

$$\dot{I} = I_1 + jI_2,\quad I = \sqrt{I_1^2+I_2^2}$$

インピーダンスも亦

$$\dot{Z} = r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right),\quad Z = \sqrt{r^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

なる形にて表はされる。

ヴエクトルとヴエクトルとの加減乘除はこれ等を示す複素數の加減乘除に依つて代數的に求められる。

§ 25 交流電力及力率

電力とは電流と電壓との積であるが(§2)、交流の場合には電流電壓の兩者が刻刻に變化してゐるから、電流及電壓の瞬時値の積を一週期に亘つて平均しなければならない。與へられた回路の電壓及電流の瞬時値を

$$e = E_m \sin\omega t \quad \cdots\cdots(1)$$

$$i = I_m \sin(\omega t-\theta) \quad \cdots\cdots(2)$$

とすれば、電力の瞬時値 p は次の如くである。

$$p = ei = E_m I_m \sin\omega t \sin(\omega t-\theta)$$
$$= \frac{1}{2}E_m I_m[\cos\theta-\cos(2\omega t-\theta)]$$
$$= \frac{1}{2}E_m I_m\cos\theta-\frac{1}{2}E_m I_m\cos(2\omega t-\theta) \quad \cdots\cdots(3)$$

上式の第一項は常數であつて、第二項は原正弦波の二倍の周波數を有する正弦波である。電力の平均値 P を求めるには上式の p を一週期卽ち T 秒間平均すればよいが、第二項の T 秒間の平均は零となるから P は次の如くになる。

$$P = \frac{E_m I_m}{2}\cos\theta \quad \cdots\cdots(4)$$

然るに與へられた交流電壓及び電流の實效値を夫々 E 及 I とすれば

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}},\qquad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

であるから電力は

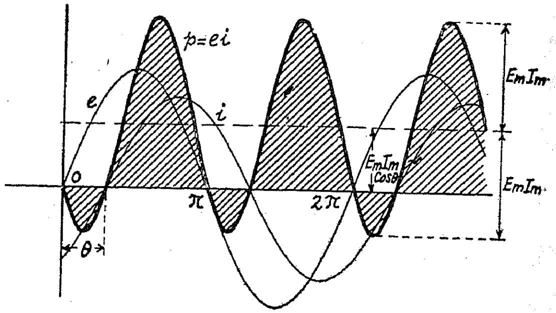
$$P = EI\cos\theta \quad \cdots\cdots(5)$$

で表はされる。上式より $\theta=0$ の時 $P=EI$ となつて、直流の場合と同樣となり、$\theta=\pm\frac{\pi}{2}$ の時は $P=0$ となる事を知る。$\theta=0$ とは§23 **イ**の場合で回路が抵抗のみから成るか、又は共振の狀態にある場合である。$\theta=\pm\frac{\pi}{2}$ とは §23 **ロ**又は**ハ**に相當する場合で、この時は電流が流れても仕事はしないことになる。實際の場合は抵抗とリアクタンス又はキャパシタンス或は三者が同時に回路に存在するから $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ である。EI を**皮相電力**(Apparent Power)といひ、ヴォルトーアムペア又は**キロヴオルトアムペア**(kVA) にて表はす。$\cos\theta$ は回路の**力率**(Power Factor)といひ、1 又は 1 以下の小數であるが通常百分率で表はす。

§ 26 力率の意義及び無效電力

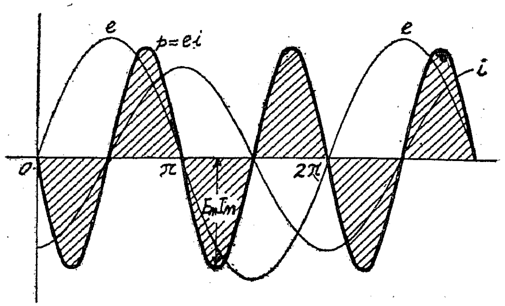
力率は交流特有のもので、交流の應用に當つて始終離れることの出來ない重要な事項であるから、少しく詳細に述べることとしやう。§25 の(3)式が表はす電力の波を電流、電壓の波と共に圖示すれば第29圖の如くになる。$p=ei$ の

波は（3）式が示す如く、電流又は電壓波の二倍の周波數を有する正弦波であつて、その中心線の高さは $\frac{1}{2}E_mI_m\cos\theta = EI\cos\theta$ 即ち電力を示して居る。力率が良くなるといふことは



第 29 圖

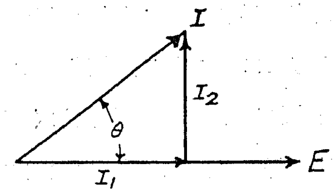
$\cos\theta$ が大即ち θ が小となることであつて、電壓波と電流波とが互に接近する結果、$p = ei$ の曲線は全體として上に行くことになる。所謂電力とは零線と p 曲線とにて圍まれた面積を原正弦波の一周期即ち p 曲線の二周期に對し平均したものであるが、力率がよくなると p 曲線の零線より下にある部分は減じ、上にある部分は増すから同一電流及電壓に對しても電力は増して來る。力率の最も良い場合即ち $\theta = 0$, $\cos\theta = 1$ の場合には p 曲線は全部零線より上となり $\theta = \frac{\pi}{2}$ 即ち $\cos\theta = 0$ の場合には第 30 圖に示す如く p 曲線の中心線と電壓電流波の中心線とは一致し、p 曲線と零線とにて圍まれた面積の平均値は 0 となつて、電力は零であることが解る。この場合にも各瞬間に就て考へれば電力は正負いづれかの方向に流れてゐるのであつて、p 曲線が零線より上にある瞬間は電力が回路に流れ込むことを意味し、零線より下にある場合は逆に電力を回路より放出することを意味する。力率の悪い負荷回路とは結局、發電機より受ける瞬時電力に比して、負荷回路から逆に發電機に返す瞬時電力が割合に大にて、差引き發電機から送り出される平均電力が小であるといふこ



第 30 圖

とになる。負荷回路が發電機に瞬時電力を逆送するといふことは蓋し力率が 1 以下の回路は必ず蓄電器又はインダクタンスを有し、これ等のものは夫々電氣的又は磁氣的にエナージーを蓄積し得る性質を有するからである。

交流回路に於ける電流及電壓のヴエクトル線圖に於て電壓のヴエクトルを基線とし、電流が電壓より θ だけ進んで居るとすれば電流電壓の關係は第 31 圖の如くになる。今、電流のヴエクトルを電壓と同方向の分力 I_1 及び電壓に垂直な分力 I_2 に分ければ



第 31 圖

$$I_1 = I\cos\theta$$

$$I_2 = I\sin\theta$$

となる。I_1 は仕事を爲す電流であつて、これを**有效電流**（Watt Current）といひ、I_2 は仕事に無關係な電流であつて、これを**無效電流**（Wattless Current）といふ。有效電流と電壓との積は電力であつて、無效電流と電壓との積を**無效電力**（Reactive Power）といふ。

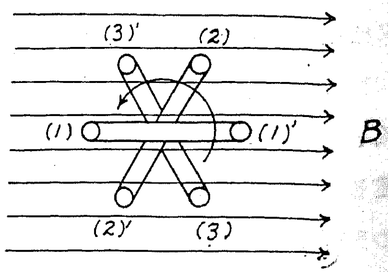
第二節 多相交流

§ 27 多相交流の定義及種類

周波數が相等しく、一定の位相の差を有する二個又は二個以上の交流方式を**多相交流**（Polyphase Alternating Current）といふ。多相交流の中で、位相の異る二個の交流より成るものを**二相交流**（Two-Phase Alternating Current）、三個より成るものを**三相交流**（Three-Phase alternating Current）、六個の相より成るものを**六相交流**（Six-Phase Alternating Current）といふ。一般に使用される多相交流では三相交流式が大部分を占め、最も重要なものであるから本書に於てはこれを主として説明する。

§ 28　三相交流の發生

三相交流が如何なるものであるかを知るため先づ發生方法を考へて見る。一樣なる磁場中に第 32 圖の如く互に 120 度の角度を爲す三つの線輪を置き、これを矢の方向に ω なる定角速度にて廻轉したとすれば § 19 に述べた如く (1) (1)′ 線輪に誘發される起電力は次式にて表はされる。



第　32　圖

$$e_1 = E_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ ヴォルト} \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

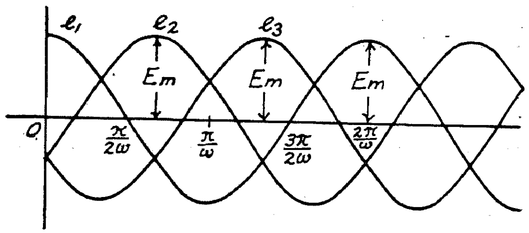
但し　$E_m = SB\omega \times 10^{-8}$

(2) (2)′ の線輪に就ても同樣であるが、位相が $\frac{2\pi}{3}$、時間として $\frac{2\pi}{3\omega}$ 秒だけ遅れて居るから次式にて表はされる。

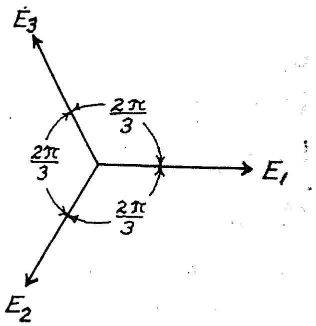
$$e_2 = E_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

(3) (3)′ の線輪に就ても同樣である。

$$e_3 = E_m \sin\left(\omega t - \frac{5\pi}{6}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$



第　33　圖



第　34　圖

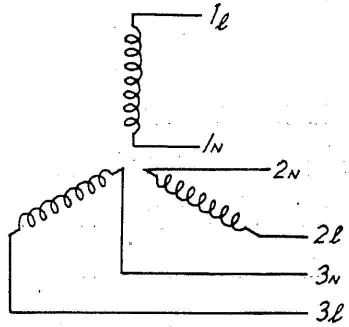
第 33 圖は e_1, e_2, e_3 の波の關係を示し、第 34 圖は實效値にて各相電壓のヴエクトル線圖を示したものである。

§ 29　三相交流回路の接續法

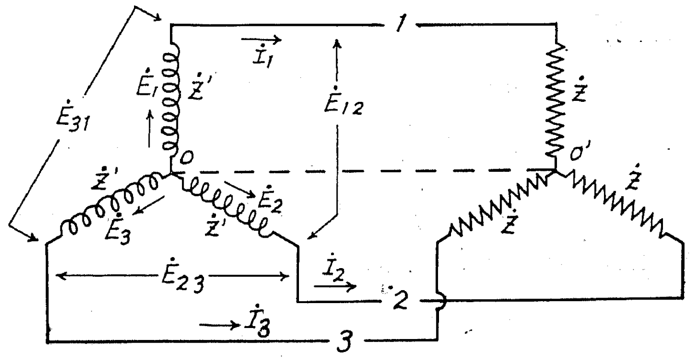
三相交流を送電する場合に、各相を別々に送れば六本の電線を要するが、適當な結び方をすれば三本又は四本で濟む。

イ　星形結線

第 35 圖 (*A*) の如く三相を別々に送る代りに、同圖 (*B*) の如く各線輪の相當する一端を三相共に結び合せ、他端を三本引き出した接續法を**星形結線** (Star Connection) といひ、*O* 點を其の**中性點** (Neutral Point) といふ。而して各相の電壓 E_1, E_2, E_3 を**星狀電壓** (Star Voltage),相隣る兩線間の電壓 E_{12}, E_{23}, E_{31} を**線間電壓** (Line Voltage) といひ、我々が日常取扱ふ電壓は線間電壓の方である。E_1, E_{12} 等の瞬時値を夫々 e_1, e_{12} 等とすれば



(*A*)



(*B*)

第　35　圖

$$e_{12} = e_1 - e_2 = E_m \sin \omega t - E_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$= E_m\left\{\sin \omega t\left(1 - \cos\frac{2\pi}{3}\right) + \cos \omega t \sin\frac{2\pi}{3}\right\}$$

$$= E_m\left(\frac{3}{2}\sin \omega t + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos \omega t\right) = \sqrt{3}\,E_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \cdots\cdots (4)$$

同樣に

$$e_{23} = \sqrt{3}\,E_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\,E_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \cdots\cdots (5)$$

$$e_{31} = \sqrt{3}\,E_m \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\,E_m \sin\left(\omega t - \frac{7\pi}{6}\right) \cdots\cdots (6)$$

即ち線間電壓は星狀電壓の $\sqrt{3}$ 倍であつて、E_{12}, E_{23}, E_{31} は夫々 E_1, E_2, E_3 より位相が 30° 進んでゐる。

星形結線の電源に對する負荷が同樣に星形の場合の電壓、電流の關係は、兩方の中性點間を假に破線で示す樣なイムピーダンスのない電線で結んだとすれば、各相に就て § 23 の關係が成り立つから次の樣に求める事が出來る。今負荷の各相の抵抗、リアクタンス及イムピーダンスを夫々 R, X 及 Z とすれば、各相の電流瞬時値は

$$i_1 = I_m \sin(\omega t - \theta),\quad i_2 = I_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \theta\right),$$

$$i_3 = I_m \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3} - \theta\right) \cdots\cdots (7)$$

$$I_m = \frac{E_m}{Z},\qquad \theta = \tan^{-1}\frac{X}{R} \cdots\cdots (8)$$

で、また、ヴエクトル的に計算すれば

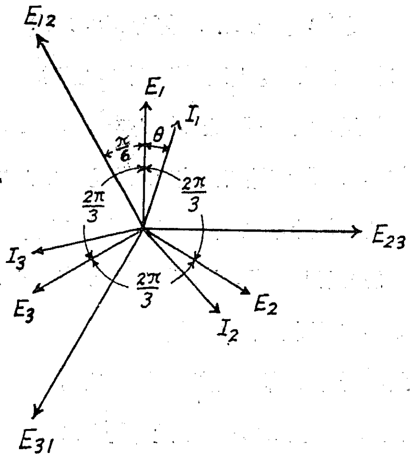
$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}},\quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_2}{\dot{Z}},\quad \dot{I}_3 = \frac{\dot{E}_3}{\dot{Z}}$$

となる。かく各相の電流は互に 120° の位相の差を有し、其の總和は次式に示す如く常に零で、從て前に假定せる中性點間を結むだ電線には電流が流れないことがわかる。

$$\begin{aligned} i_1+i_2+i_3 &= I_m\left\{\sin(\omega t-\theta)+\sin\left(\omega t-\frac{2\pi}{3}-\theta\right)+\sin\left(\omega t-\frac{4\pi}{3}-\theta\right)\right\} \\ &= I_m\left\{\sin(\omega t-\theta)\left(1+\cos\frac{2\pi}{3}+\cos\frac{4\pi}{3}\right)-\cos(\omega t-\theta)\left(\sin\frac{2\pi}{3}+\sin\frac{4\pi}{3}\right)\right\} \\ &= 0 \end{aligned}$$

星形結線に於ける電壓、電流の關係をヴエクトルで示せば第36圖の如くである。

以上の說明では電源のイムピーダンスを考へず、從つて E_1 等は中性點に對する各相の端子電壓を表すこととしたが、實際には電源の線輪もいくらかのイムピーダンスを有するから、無負荷の場合には E_1 等は各相に誘發された起電力と同じであるが、負荷をかけた場合には其の値も位相も幾分異るわけである。



第 36 圖

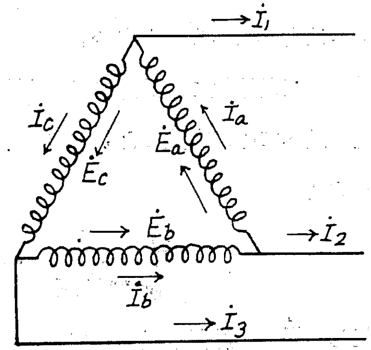
今 E_1' 等で各相の誘導起電力を、Z' で電源各相のイムピーダンスを示せば $\dot{I}_1$ 等は次式にてヴエクトル的に計算することが出來る。

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1'}{\dot{Z}'+\dot{Z}},\quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_2'}{\dot{Z}'+\dot{Z}},\quad \dot{I}_3 = \frac{\dot{E}_3'}{\dot{Z}'+\dot{Z}}$$

ロ 三角結線

第37圖の如く、三相を環狀に接續する方式を**三角結線** (Delta Connection) といひ、各相の電壓はその儘線間電壓となる。三角結線に於て星狀電壓に相當するものを求めるには、一相の電壓を $\sqrt{3}$ で割ればよい。

電源も負荷も共に三角結線である場合には相電流 $\dot{I}_a$ 等は相電壓即ちこゝでは線間電壓 $\dot{E}_a$ 等をその相の負荷のイムピーダンス $\dot{Z}$ で割つたものとなる。



第 37 圖

相電流 $\dot{I}_a$ 等から線路電流 $\dot{I}_1$ 等を求めるには『$\dot{I}_1$ は $\dot{I}_a$ から $\dot{I}_c$ を差引いた

て示せば第1表の如くである。

第　1　表

環狀結線		
	三相の場合	一般多相の場合
相數	3	n
線路電流	I_l	I_l
線間電壓	E_l	E_l
環狀電流	$I_r = I_l / \sqrt{3}$	$I_r = I_l / \left(2 \sin \frac{\pi}{n}\right)$
對中性點電壓	$E_s = E_l / \sqrt{3}$	$E_s = E_l / \left(2 \sin \frac{\pi}{n}\right)$
全電力	$\sqrt{3}\,(\dot{E}_l \dot{I}_l)$	$n(\dot{E}_l \dot{I}_r) = \dfrac{n(\dot{E}_l \dot{I}_l)}{2 \sin \frac{\pi}{n}}$
環狀各相イムピーダンス	$\dot{Z}_r = \dot{E}_l / \dot{I}_r$	$\dot{Z}_r = \dot{E}_l / \dot{I}_r$
星形結線		
	三相の場合	一般多相の場合
相數	3	n
線路電流	I_l	I_l
線間電壓	E_l	E_l
星狀電壓(對中性點電壓)	$E_s = E_l / \sqrt{3}$	$E_s = E_l / \left(2 \sin \frac{\pi}{\mathrm{n}}\right)$
全電力	$\sqrt{3}\,(\dot{E}_l \dot{I}_l)$	$n(\dot{E}_s \dot{I}_l) = \dfrac{n(\dot{E}_l \dot{I}_l)}{2 \sin \frac{\pi}{n}}$
星狀各相イムピーダンス	$\dot{Z}_s = \dot{E}_s / \dot{I}_l$	$\dot{Z}_s = \dot{E}_s / \dot{I}_l$