

第六章 流量

河川の流量 (Discharge) とは其の或る断面を単位時間に流過する水量を云ふので、普通 m^3 / sec で表はす。而して流量は一河川にあつても、場所、水位及時期により著しい相違があるから流量を表はすには、場所、水位及観測時期を併記せねばならぬ。

第一節 場所による流量の變化

水源より河口に至るに従ひ、流域増大し、其の流量も亦漸次増加するは明である、而して流域全體の氣象及地質等の状態が同様なる時には流量の増加は單に流域の増大に比例するが、實際にあつては凡ての事情が複雑であつて、一河川の流量を計算によつて確實に定めることは甚だ困難のことである。依つて流量を定めるには間接にするより外に方法がない、即ち實測により或る断面に於ける流量を知り、之を利用して他の箇所に於ける流量を流域面積の比によつて、推定するのが一つの方法である。特に高水位に際しての流量を定めるのは困難である、即ち全流域に亘り雨量は決して一様ならず、流出率も期節により大差あり、又支川の高水量も著しく影響する、尙幹川及支川の洪水頂點が同時に到來する時は幹川の最大流量は、支川の最大流量だけ増加す、然し大抵は支川は延長短く、又其勾配も亦幹川に比べて急であつて、支川の出水は幹川より早い、唯幹支川の延長が殆ど等しいか、或は幹支川延長に差があつても、流域狭く、降雨繼續期間長いために、兩川の洪水が合致することがある。

1. 湖沼の作用

洪水の進行する途中に湖沼等ある時は、其の進行を遅らし、最大流量を減じ、低水流量を増加せしめる。

例へば淀川の上流瀬田川は琵琶湖より發するため、高水流量は他河川に比し極めて少ない、即ち宇治川 (滋賀縣に屬する部を瀬田川、京都府に屬する部を宇治

川と云ふ)の高水流量は $835 m^3/sec$ に過ぎず、琵琶湖吐口迄の流域面積 $2,800 km^2$ で割つても、 $1 km^2$ 當は $0.30 m^3/sec$ に過ぎないのである。

鬼怒川改修工事にて其上流栃木縣鹽谷郡三依村大字五十里地先男鹿川筋に堰堤を築き容量 $55,000,000 m^3$ 、湛水面積 $310 ha$ の調節池を設けて堰堤築設箇所の高水流量 $1,400 m^3/sec$ の内 $1,000 m^3/sec$ を減ずる様にする、従つて改修上流端に於ける高水流量 $5,000 m^3/sec$ を $4,000 m^3/sec$ に減ぜんとするも上記の理由にある。

獨逸、瑞西兩國の境にある湖水 Bodensee の貯水量は $1,125,000,000 m^3$ であつて Rhein 河よりの最大流入量は $8,545 m^3/sec$ となつて居るが、其吐口の Constanze に於ける最大流出量は $785 m^3/sec$ で、最大流入量の 22% に過ぎない。

又 1856 年の有名なる洪水に際し Geneva 湖よりの最大流出量は $316 m^3/sec$ に過ぎなかつたが、湖への最大流入量は殆ど其 5 倍であつた。

Niagara 河の流域中の 33% は Great Lake であるために、Buffalo に於ける實測に依るに最小流量は $4,694 m^3/sec$ 、最大流量は $7,174 m^3/sec$ で最小流量の $1\frac{1}{2}$ 倍に過ぎない。

2. 遊水地の作用

洪水流過に際し幅廣き堤外地がある時は流量の一部は此處に貯溜せられ尙一般に洪水波は下流に進むに従ひ平かになつて、洪水頂點が低くなるために下流或は中流にては最大流量は上流に比して幾分減ずることがある、但し總流出量は大體に於て同一である。

河川の延長が長い時には洪水波の低くなることも著しく、而かも支川の之に流入するものない時には斯ることがある、又例へ支川があつても其高水流量の少ない時或は幹川の洪水到達前に、支川の洪水が既に流去する時にも斯かることがある。

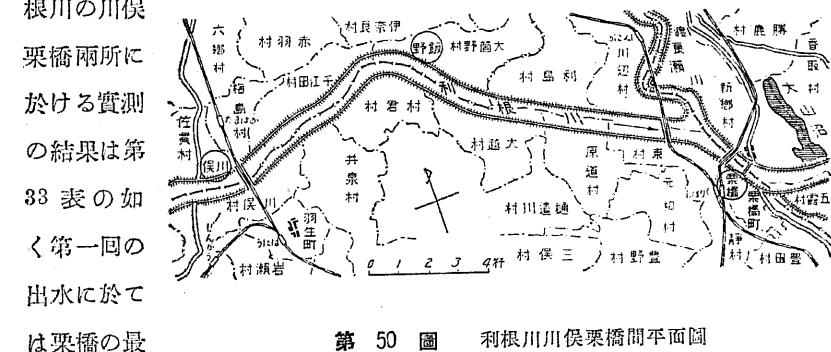
荒川上流改修工事にて埼玉縣大里郡武川村地先改修上流端に於ては高水流量を $5,570 m^3/sec$ と定めたが、其下流一帯に廣潤なる堤外遊水地があつて、洪水の一部は此處に蓄積せられるから、高水流量は下流に至るに従ひ漸減し、 $62 km$

下流の同縣川口町地先赤羽鐵橋では $4,170 m^3/sec$ となるものと計畫してある。

又前記鬼怒川改修工事にては上流端なる栃木縣鹽谷郡大宮村地先の高水流量を $4,000 m^3/sec$ とし、之より以下は現在の河道の調節作用により高水流量を次第に低減せしめ、 $58 km$ 下流なる水戸線鐵道橋にては $3,000 m^3/sec$ とし、之より $52 km$ 下流なる茨城縣北相馬郡大野村地先改修末端に於て $2,500 m^3/sec$ と定めてある。

利根川第三期改修部内郡馬縣佐波郡芝根村以下江戸川分派點に至る間は全區間を通じて計畫高水流量を $5,570 m^3/sec$ と定め、此の流量に對しては大體 $550 m$ の河幅があればよいのであるが、芝根村以下永樂村宇赤岩に至る $26 km$ の間は利根川の高原部より初めて平地に出づる部分であつて、高水流量も上記のものより幾分多く考へらるゝから河幅 $550 m$ の外に、兩岸合せて $350 m$ の堤外地を存せしめて遊水区域となし之より下流の高水流量を $5,570 m^3/sec$ に限定したのも此例である。

渡良瀬川改修工事にては利根川の水位増嵩するに従ひ、赤麻沼附近をして成る可く遊水地の効力を完からしむるために赤麻沼を擴張して面積 $3,500 ha$ の遊水地となし、之へ $167,000,000 m^3$ の水量を貯溜することになつて居る。之がため渡良瀬川(高水流量 $2,500 m^3/sec$)支川恩川(高水流量 $1,700 m^3/sec$)の兩川が幹川利根川(高水流量 $5,573 m^3/sec$)に合流するも、多少出水の遅速はあるとは云へ、利根川の最大流量に殆ど影響がないのみならず、却て利根川下流の流量が之れがために幾分減るのである。第 50 圖に示す渡良瀬川合流前後に於ける利根川の川俣栗橋兩所に於ける實測の結果は第 33 表の如く第一回の出水に於て



第 50 圖 利根川川俣栗橋間平面圖

大流量は川俣(栗橋の上流 19.6 km にあり)の最大流量より常に小さく、其比 0.78 ~ 0.94 平均 0.85 に當り、又兩所最大流量の起る時刻差は平均 5 時 12 分で、他に比して割合に長い。

第二節 水位と流量 との關係

同一の断面に於ても流量は水位と共に變化す、即ち流量増せば、水位昇り、流量減ずる時は、水位下るは明である、而して横断面及勾配に變動ない時は、一定の流量に對して水位一定し、又一定水位に對しては流量が一定である。而して種々の水位に應じて低水流量、平均流量、高水流量等の名稱がある。

横断面の形狀と水位に流量との關係に最も影響を有す、水位の上昇に伴ひ水面幅が漸次增加するが如き場合には横断面積も漸次增加するに止るが、低水路より高水敷に移るが如く水面幅が急に増す時は横断面積の増加の具合も變はり、従つて水位と流量との關係も急變する。

又勾配の變ることも亦水位と流量との關係に影響す、即ち水位が同じくとも其區間の勾配が異なる時は流量も一樣ならざるは明である。水位と流量との關係を示す曲

第 33 表 利根川川俣及栗橋最大流量														
川 俣 最 大 流 量					栗 橋 最 大 流 量									
年	月	日	時	刻	流 量 (A)	年	月	日	時	刻	流 量 (B)	(A)-(B)	(B)/(A)	兩所最大流量の時差
大正 9	8	5	午前	10—50	3,984	大正 9	8	5	午後	4—15	3,749	235	0.94	5—25
"	10	7—24	午前	11—30	3,787	"	10	7—24	午後	4—25	3,569	218	0.94	5—25
"	11	8—24	午後	6—15	4,882	"	11	8—24	午後	8—30	3,763	1,119	0.77	2—15
"	12	6—23	午前	8—25	2,595	"	12	6—23	午後	2—20	2,018	487	0.80	5—55
"	13	9—17	午後	5—30	1,961	"	13	9—18	午前	12—50	1,665	293	0.85	7—20
"	14	3—27	午前	9—50	3,692	"	14	8—27	午前	4—45	3,463	229	0.94	6—55
"	14	9—11	午前	8—40	1,213						445	0.73		3—10

線を流量曲線 (Discharge curve) と云ひ、此曲線を一般に數學的に表はし而かも充分正確を期せんとすることは、上述の理由により無理なることであつて、簡単なる方程式を以て兩者の間係を律せんとするよりは、單に實測流量の結果を圖面に記入し圖上に於て其平均位置を通して、之等に最も適合する曲線を書き之を流量曲線とする方法もある。

此方法によれば一度流量曲線を作りたる後或る水位に對する流量を求めるには計算に依つて求めることは出來ず、一々圖上より測り出さねばならぬ、故に其煩を避けるために流量曲線と同時に流量表 (Discharge rating table) を調製するを普通とす、之は各水位に對する流量を圖上より測り出して表にしたものである、尙後述の方程式を用ゆる場合にも流量表を調製するのが便利である。斯くの如く方程式を設定せざる方法にては前記の如く圖上にて平均位置に曲線を畫くので簡単であるが多少任意に流るゝ弊あるは此方法の缺點である、然し多くの實測流量ある時は無理に方程式を作るより却て安心である。

第三節 流量曲線式

流量曲線を數學的に取扱ふため、河川の横断面の形狀を第 51 圖の如く垂直軸を有する二次の抛物線なりと假定す、水面幅を b 、最大水深を t_{max} とすれば

$$\text{横断面積 } F = \frac{2}{3} b t_{max}$$

$$\text{又 平均流速 } v = c \sqrt{RJ}$$

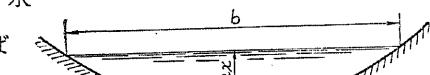
而して R は平均水深に殆ど等しく $\frac{2}{3} t_{max}$ とすることが出来るから

$$v = c \sqrt{\frac{2}{3} t_{max} J}$$

$$\text{故に } Q = Fv = \frac{2}{3} b t_{max} c \sqrt{\frac{2}{3} t_{max} J} \quad \dots \dots \dots (1)$$

P を抛物線の通徑 (Parameter) とすれば

$$b = 2 \sqrt{P t_{max}} \quad \dots \dots \dots (2)$$



(1) 及 (2) 式より

勾配 J が月との水位に於て一定なりと假定する時は

(4) 式は Q と t_{max} の関係を示し、河川の横断面形状を抛物線と假定すれば、其水深と流量との関係も亦二次の抛物線となる。

一般に水位は量水標の讀數により、又量水標の零點高は河底より或は高く或は低き所にあるが故に

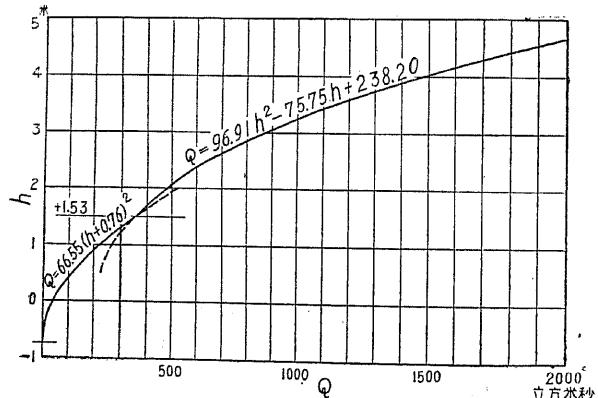
$$t_{max} = h \pm z$$

h = 量水標の示す水位讀數

$z =$ 或る常数にして量水標の零點と横断面の最低河床との差で、前者が後者の上にある時は正號となり、之に反する時は負號となる。

(5) 式は量水標の示す水位と流量との関係を表すもので第52図の如く抛物線は座標の縦軸

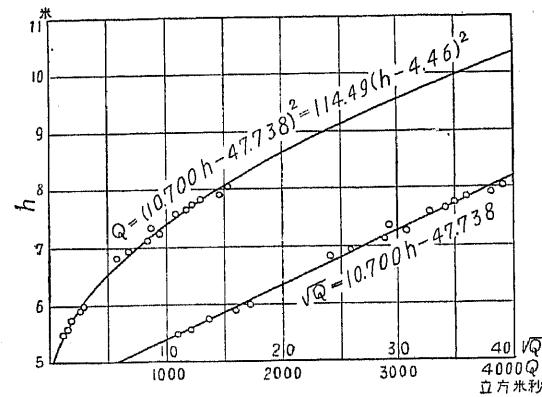
第 52 圖 流量曲線一般圖其一 に接し、其軸は座標の横軸に並行して居る。此形



式の曲線は中水位以下の水位に對して能く合致する、此水位以下では河川の横断面形狀が大體拋物線と看做し得るからである。

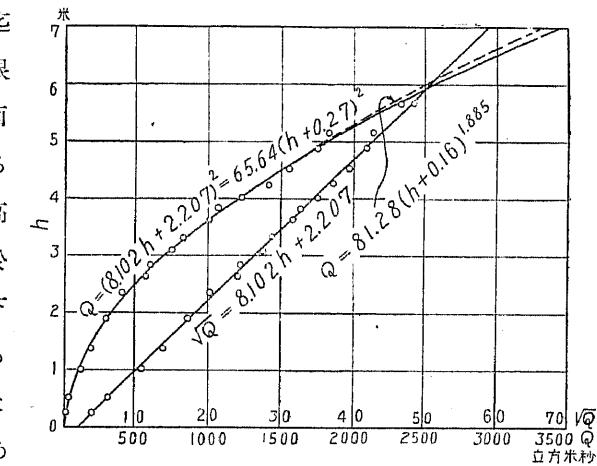
C なる常数は

同一河川にても横断面毎に
異なつて居つて、其數値を
求むるには實測流量と、夫
れに對する水位となり最小
二乗法に依る。而して Z
は理論上量水標の零點と最
低河床高との差であるから
横断面圖より見出すことが
出来る筈であるが實際に於



第 54 圖 阿武隈川千貫流量曲線圖

て流量が零となるのは必ずしも水位が最低河床迄降下せる場合のみに限らず、例へば其横断面箇所の下流に堰堤ある時又は下流の河床が高い時には其横断面に於ける水位が堰堤又は下流河床高と同じくなる時に流量は既に零となるから α の數値を定めることが出来ない、依



第 55 圖 太田川大野流量曲線圖

て(5)式の C 及 z の二常数を成るべく種々の水位に於ける實測流量より最小二乗法により算出するを普通とする。

此種に屬する數例を舉ぐれば次の如し。

$$\text{富士川 鰐澤町清水端 } Q = 66.55(h+0.76)^2 \quad h < 1.5 \text{ m (第 53 圖參照)}$$

$$\text{阿武隈川 千貫村} \quad Q = 114.49(h - 4.46)^2 \quad (\text{第54圖參照})$$

太田川 龜山村大野 $Q = 65.64(h+0.27)^2$ (第55圖參照)

大淀川 橋橋 $Q = 165.55(h-0.02)^3$

最上川 柴橋 $Q = 64.74(h-0.15)^2$

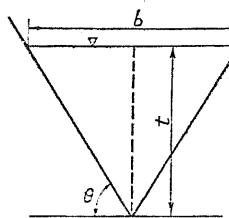
上式中 Q は m^3/sec h は m

河川の横断面の形狀を拋物線と考へず矩形と看做す時は

$$Q = Fv = bt \cdot c \sqrt{tJ} = c b \sqrt{J \cdot t^2}$$

故に $Q = C t^{\frac{3}{2}} = C(h \pm z)^{\frac{3}{2}}$ (6)

此形式の流量曲線は堤防を有する河川に於ける水位の高き場合又は水位上昇す



第 56 圖 三角形横断面

るも水面幅が著しく増加しない場合に適用すべきもので、主に佛國に於て用ひられる。其數例を挙げれば

Loire 河 Roanne 橋 $Q = 180(h+0.25)^{\frac{3}{2}}$

Seine 河 Mantes 橋 $Q = 95(h+0.70)^{\frac{3}{2}}$

又河川の横断面形狀を第 56 圖の如き三角形と假

定する時は

$$F = \frac{bt}{2} = \frac{t^2}{\tan \theta}$$

$$R = \frac{F}{p} = \frac{t^2}{\tan \theta} \cdot \frac{\sin \theta}{2t} = \frac{1}{2} t \cos \theta$$

$$\begin{aligned} Q &= Fv = \frac{t^2}{\tan \theta} c \sqrt{\frac{\cos \theta}{2} tJ} = \frac{c}{\tan \theta} \sqrt{\frac{\cos \theta}{2} J t^{\frac{5}{2}}} \\ &= C t^{\frac{5}{2}} = C(h \pm z)^{\frac{5}{2}} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (7)$$

此形式の流量曲線は實地に適用なく、次に述ぶる一般式 $Q = C(h+z)^n$ の n の極限の場合と看做すことが出来る。

河川の横断面の形狀は矩形と三角形とを以て兩極端と看做すことが出来る、従つて上記 $(h \pm z)$ の幕は 1.5 と 2.5 との間にあることが考へられる。Harlacher 氏は次の如く流量曲線を n 次の拋物線とすることを主張した。

$$Q = C(h \pm z)^n \quad \dots \dots \dots (8)$$

太田川大野にて一般的に計算せしに

$Q = 81.24(h+0.16)^{1.885}$ となつた（第 55 圖参照）。

又 Rhein 河 Köln $Q = 121.78(h+2.0)^{1.785}$

Elbe 河 Torgau $Q = 61.21(h+0.62)^{2.044}$

なる例もある。

又流量曲線を次の式にて表はすこともある。

$$Q = a + bh + ch^2 \quad \dots \dots \dots (9)$$

(9) 式は第 57 圖に示す如く拋物線の軸は座標の横軸に並行なることは第 52 圖と異なるが、座標の縦軸には接せず、縦軸に並行なる線に接して居る。

此拋物線の頂點の位置は Q の最小値なる箇所に相當するから

$$\frac{dQ}{dh} = 0 \quad \text{とする、即ち}$$

$$b + 2ch = 0, \quad h = -\frac{b}{2c}$$

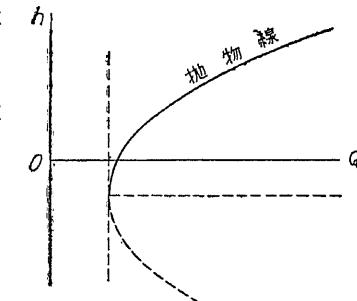
依て b と c とが同符号の時は頂點は横軸の下にあり、又 b と c とが異符号を有する時は頂點は横軸の上にある事が明である、尙頂點が縦軸の左にあるか、或は右にあるかを知るには、求めたる h の値を (9) 式に挿入して Q の値を求むれば宜しい、 Q が正號ならば頂點は縦軸の右にあり、又 Q が負號ならば頂點は縦軸の左にある。

尚 (9) 式に於て若し $b^2 = 4ac$ なる時には

$$\begin{aligned} Q &= c \left(h^2 + \frac{b}{c} h + \frac{a}{c} \right) \\ &= c \left(h^2 \pm 2 \sqrt{\frac{a}{c}} h + \frac{a}{c} \right) \\ &= c \left(h \pm \sqrt{\frac{a}{c}} \right)^2 = c(h \pm z)^2 \end{aligned}$$

となり、(5) 式と同形となる。

高水部の流量曲線に此形式のものが能く當て嵌まることが多く、高水部の流量



第 57 圖 流量曲線一般圖 其二

曲線を $Q = c(h \pm z)^2$ なる形式として縦軸に曲線を接する様にすることの困難なことが稀でない。

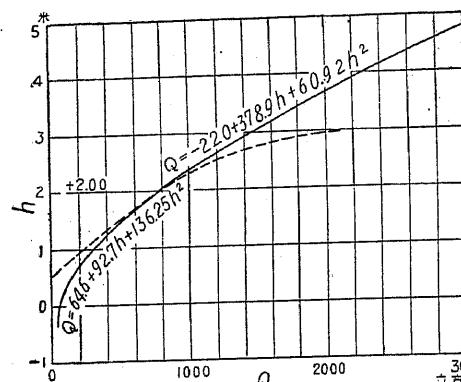
此種の實例を掲ぐれば

富士川 鉢澤町清水端 $Q = 238 - 75.8h + 96.91h^2$ $1.5 < h < 5.0 \text{ m}$
(第 53 圖参照)

" 松野村北松野 $Q = 64.6 + 92.7h + 136.25h^2$ $h < 2.0 \text{ m}$
(第 58 圖参照)

" " $Q = -220 + 378.9h + 60.92h^2$ $20 < h < 5.0 \text{ m}$

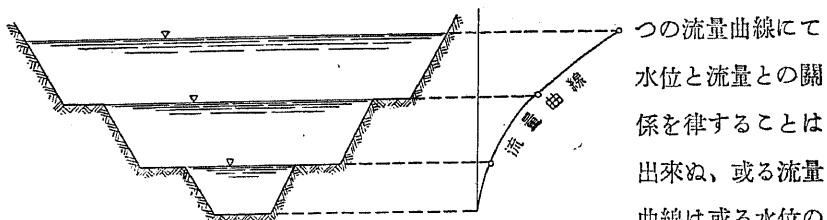
太田川 龜山村大野 $Q = 8.6 + 30.5h + 66.55h^2$



第 58 圖 富士川松野流量曲線圖（其二）

$$Q = C t_{max}^2 \sqrt{J} \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

水位による數多の流量曲線 水位上昇に際し河川の横断面に急變ある時には一



第 59 圖 水位による數多の流量曲線

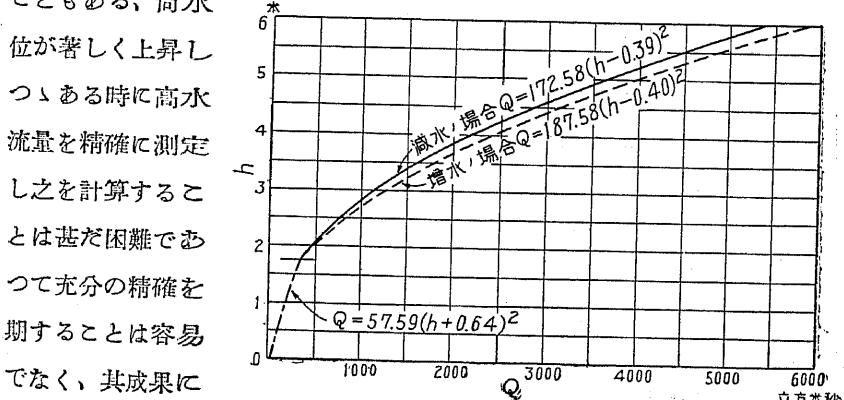
つの流量曲線にて
水位と流量との關
係を律することは
出來ぬ、或る流量
曲線は或る水位の
限界内のみに適用

せらるのである、例へば第 59 圖の如き時には三つの流量曲線を作る時は良好なる結果を得られる、第 58 圖及第 58 圖は此實例を示す。

流量曲線の移動 一般に或る箇所に於て同一水位に對しては同一流量なるが、年月を経るに従ひ、河床の状態が自然に變化すること稀ならず、又一回の洪水のために河床に於ける砂礫移動のため

横断面の形狀が一變することがある、斯かる時には第 60 圖の如く新しき流量曲線は、以前のものに比し或は上になり、或は下になる、前者にありては水位の上昇、後者にあつては水位が下降した結果である、依て流量實測に際しては其測定年月日並に其時的事情等を附記することが大切である。

増水時及減水時の流量曲線 理論上は水位が同高であつても、水位が上昇しつゝある時の流量は下降しつゝある時の流量よりも大である、而して最大流量は最高水位に達する少しく前に現はるゝのである、之は水位が上昇しつゝある時は水面勾配が急で、流速も亦大きく水位同高にても流量が大なるに因る。而して實際の觀測によると大體理論と一致して居るが、或る河川にては反対の現象を呈することもある、尚水



第 60 圖 流量曲線の移動

際の流量が大であるや否やを断定することが困難である。

利根川栗橋地先に於て大正 6 年より昭和 2 年に至る間に於て増水の場合 75 回、減水の場合 97 回の實測の結果によれば 第 61 圖の如く増水の場合の流量が減水のものよりも多い。

第四節 流量曲線式常數の算定

$$1. \quad Q = C(h \pm z)^2 \quad \text{の常数}$$

$\sqrt{C} = a$, $\pm z\sqrt{C} = b$ とすれば

上式中 a 及 b は常数にして、 \sqrt{Q} と h との関係は直線となる、實測流量の結果より a 及 b を計算せんとするには、各流量の平方根を出し然る後に最小二乗法を適用す、此計算は甚だ簡単であるが數學上正當ならざる點がある、何となれば此方法によれば \sqrt{Q} の確からしき値が得らるゝが、其二乘の Q に就ては然らざるのである、然れども此形式の流量曲線を實地に適用するに當りては、其誤差は實例によるに甚だ少ないから差支ないのである。

$Q_1, Q_2, Q_3 \dots Q_n$ 及 $h_1, h_2, h_3 \dots h_n$ を観測値とし夫々の残差 (Residual) を $v_1, v_2, v_3 \dots v_n$ とすれば

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{Q_1} - ah_1 - b = v_1 \\ \sqrt{Q_2} - ah_2 - b = v_2 \\ \sqrt{Q_3} - ah_3 - b = v_3 \\ \dots \\ \sqrt{Q_n} - ah_n - b = v_n \end{array} \right\} \quad (14)$$

$v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \dots + v_n^2 = [vv]$ が最小とならねばならぬから、 a 及 b を求めるために、 $[vv]$ を a 及 b について微分して零と置く、即ち

$$\frac{\partial [vv]}{\partial a} = 0$$

$$v_1 \frac{\partial v_1}{\partial a} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial a} + v_3 \frac{\partial v_3}{\partial a} + \dots + v_n \frac{\partial v_n}{\partial a} = 0$$

$$v_1 h_1 + v_2 h_2 + v_3 h_3 + \dots + v_n h_n = 0$$

或は

同様に

$$\frac{\partial [vv]}{\partial b} = 0$$

此正等式を解けば

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{n[h\sqrt{Q}] - [h](\sqrt{Q})}{n[h^2] - [h]^2} \\ b &= \frac{[h^2](\sqrt{Q}) - [h][h\sqrt{Q}]}{n[h^2] - [h]^2} \end{aligned} \right\} \dots \quad (17)$$

斯くの如く α 及 β を算出したる後、原式 $Q = C(h \pm z)^2$ に還元せんとするには

$$C = a^2, \quad z = \frac{b}{\sqrt{C}} = \frac{b}{a} \dots \dots \dots (18)$$

此形式の方程式の α 及 b を算出するに次の方法もある。

$$(16a) \quad \frac{\lceil \sqrt{Q} \rceil}{n} - a \frac{\lceil h \rceil}{n} - b = 0$$

$$\sqrt{Q_0} - a h_0 - b = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (19)$$

$$\text{式中 } \sqrt{Q_0} = \frac{\sqrt{Q}}{n}, \quad h_0 = \frac{h}{n}$$

(14) 及 (19) より

$[vv]$ を最小ならしむるには $\frac{\partial [vv]}{\partial a} = 0$

$$\text{即ち } v_1(h_1 - h_0) + v_2(h_2 - h_0) + v_3(h_3 - h_0) + \dots + v_n(h_n - h_0) = 0$$

(20) と組合せば

$$[(\sqrt{Q} - \sqrt{Q_0})(h - h_0)] - a[(h_1 - h_0)^2] = 0$$

依て

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{[(\sqrt{Q} - \sqrt{Q_0})(h - h_0)]}{[(h - h_0)^2]} \\ b &= \sqrt{Q_0} - a h_0 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

$\sqrt{Q} - \sqrt{Q_0}$ 及 $h - h_0$ が比較的小さき數字となるために前の方に比して計算が簡単に出来る。

2. $Q = a + bh + ch^2$ の常数

實測流量の結果より最小二乗法により a, b, c の常数を算出することが出来るが、前法に比し常数の算出に多くの手数を要する。

$Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$ 及 $h_1, h_2, h_3, \dots, h_n$ を観測値とし、夫々の残差を $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$ とすれば

$$\left. \begin{aligned} Q_1 - a - bh_1 - ch_1^2 &= v_1 \\ Q_2 - a - bh_2 - ch_2^2 &= v_2 \\ Q_3 - a - bh_3 - ch_3^2 &= v_3 \\ \dots & \\ Q_n - a - bh_n - ch_n^2 &= v_n \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$$\frac{\partial[vv]}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial[vv]}{\partial b} = 0, \quad \frac{\partial[vv]}{\partial c} = 0 \quad \text{より}$$

$$\left. \begin{aligned} [v] &= 0 \\ [vh] &= 0 \\ [vh^2] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

之れより次の正等式を得

$$\left. \begin{aligned} na + [h]b + [h^2]c &= [Q] \\ [h]a + [h^2]b + [h^3]c &= [Qh] \\ [h^2]a + [h^3]b + [h^4]c &= [Qh^2] \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

a, b, c を求むるには以上三式中より a, b, c の内何れかを順次消去するか、或

はデターミナントに依る、デターミナントに依る時の a, b, c の値は次の如し。

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{[h^2][h^4][Q] + [h^2][h^3][Qh] + [h][h^3][Qh^2] - [h^3]^2[Q] - [h][h^4][Qh] - [h^2]^2[Qh^2]}{D} \\ b &= \frac{[h^2][h^3][Q] + n[h^2][Qh] + [h][h^2][Qh^2] - [h][h^4][Q] - [h^2]^2[Qh] - n[h^3][Qh^2]}{D} \\ c &= \frac{[h][h^3][Q] + [h][h^2][Qh] + n[h^2][Qh^2] - [h^2]^2[Q] - n[h^3][Qh] - [h]^2[Qh^2]}{D} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

上式中

$$D = n[h^2][h^4] + 2[h][h^2][h^3] - n[h^3]^2 - [h]^2[h^4] - [h^2]^3$$

3. $Q = C(h+z)^n$ の常数

一般に流量曲線を C, n 及 z の或る函数と看做すことが出来るから

$$F(C, n, z) = C(h+z)^n = Q \quad (26)$$

今 C, n, z の近似値 (C_1), (n_1), (z_1) を何等かの方法により見出し得たるものとし、 C_1, n_1, z_1 を夫々の更正数とすれば

$$\left. \begin{aligned} C &= (C) + C_1 \\ n &= (n) + n_1 \\ z &= (z) + z_1 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

$$\text{即ち } F(C, n, z) = F\{(C) + C_1, (n) + n_1, (z) + z_1\} \quad (28)$$

上式の C_1, n_1, z_1 が共に甚だ小ならば次の如く展開することが出来る。

$$F(C, n, z) = F\{(C), (n), (z)\} + \frac{\partial F}{\partial(C)}C_1 + \frac{\partial F}{\partial(n)}n_1 + \frac{\partial F}{\partial(z)}z_1 \quad (29)$$

$$\text{但し } \partial F = \partial F\{(C), (n), (z)\}$$

$(C), (n), (z)$ なる近似値を用ひて得たる F の値を (Q) 、尚 $\frac{\partial F}{\partial(C)} = \alpha$,

$$\frac{\partial F}{\partial(n)} = \beta, \quad \frac{\partial F}{\partial(z)} = \gamma \quad \text{とすれば}$$

$$F(C, n, z) = (Q) + \alpha C_1 + \beta n_1 + \gamma z_1 \quad (30)$$

$(Q) - Q = l$ とし、 v を誤差とする時は觀測等式は

$$v = \alpha C_1 + \beta n_1 + \gamma z_1 + l \quad (31)$$

故に最小二乗法により次の正等式を得。

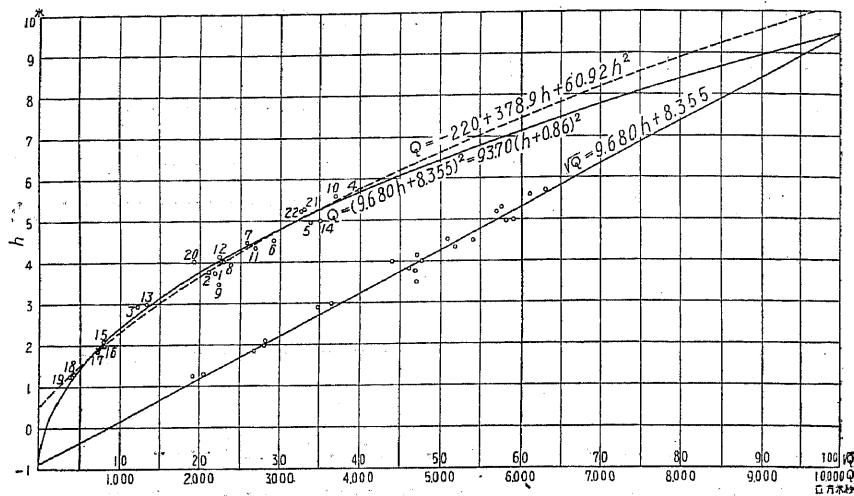
$$\left. \begin{array}{l} [\alpha\alpha]C_1 + [\alpha\beta]n_1 + [\alpha\gamma]z_1 + [\alpha\delta] = 0 \\ [\alpha\beta]C_1 + [\beta\beta]n_1 + [\beta\gamma]z_1 + [\beta\delta] = 0 \\ [\alpha\gamma]C_1 + [\beta\gamma]n_1 + [\gamma\gamma]z_1 + [\gamma\delta] = 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

之れより C_1, n_1, z_1 を見出し、從て (27) 式より C, n, Z を求むることを得。

4. 計算例

(4) 富士川松野流量観測所に於ける流量實測の結果は第62圖及第34表の如く

$$Q = C(h+z)^2$$



或は $\sqrt{Q} = ah + b$ と假定すれば

$$n[h\sqrt{Q}] = 22 \times 4,093.0361 = 90,046.7942$$

$$[h][\sqrt{Q}] = 82.81 \times 985.39 = 81,600.1459$$

$$n[h^2] = 22 \times 351.3683 = 7,730.1026$$

$$[h]^2 = 82.81 \times 82.81 = 6,857.4961$$

$$[h^2][\sqrt{Q}] = 351.3683 \times 985.39 = 346,234.8091$$

$$[h][h\sqrt{Q}] = 82.81 \times 4,093.0361 = 338,944.3194$$

$$(17) \text{ 式より } a = \frac{90,046.7942 - 81,600.1459}{7,730.1026 - 6,857.4961} = 9.6798$$

第34表

富士川松野流量曲線計算表 其一

$$b = \frac{346.248091 - 338,944.3194}{7,730.1026 - 6,857.4961} = 8.3548$$

依て

$$\sqrt{Q} = 9.6798 h + 8.3548$$

$$= 9.6798(h + 0.8631)$$

第62圖の直線は本式を示すもので其上下の點は實測流量に對する \sqrt{Q} である。

故に

h は cm 近讀むを普通とするにより h に加へるものも cm 止にて充分であり、又括弧前の常數も小數點以下 2 位にて充分である。

(33) 式により計算したる流量 Q_1 と實測流量 Q との差の實測流量に対する百分率を求むるに第 34 表末欄の如く 6.8 % である。

本計算に於ては實測流量は小數點以下2位迄のものとしてあるが、高水流量等にありては、あまり小さきものは意味がないから適宜小數點以下1位、或は小數

第 35 表 富士川松野流量曲線計算表 · 其二

No	h	Q	\sqrt{Q}	$h - h_0$	$\sqrt{Q} - \sqrt{Q_0}$	$(h - h_0)^2$	$\frac{(h - h_0) \times}{(\sqrt{Q} - \sqrt{Q_0})} \times$
1	3.75	2,184.66	46.74	- 0.01	+ 1.95	0.0001	- 0.0195
2	3.79	2,107.22	45.90	+ 0.03	+ 1.11	0.0009	+ 0.0333
3	2.93	1,218.36	34.91	- 0.83	- 9.88	0.6889	+ 8.2004
4	5.72	3,988.34	63.15	+ 1.96	+ 18.36	3.8416	+ 35.9856
5	4.97	3,382.78	58.16	+ 1.21	+ 13.37	1.4641	+ 16.1777
6	4.52	2,914.80	53.99	+ 0.76	+ 9.20	0.5776	+ 6.9920
7	4.48	2,584.27	50.84	+ 0.72	+ 6.05	0.5184	+ 4.3560
8	4.02	2,280.21	47.75	+ 0.26	+ 2.96	0.0676	+ 0.7696
9	3.48	2,240.70	47.34	- 0.28	+ 2.55	0.0784	- 0.7140
10	5.60	3,695.20	60.79	+ 1.84	+ 16.00	3.3856	+ 29.4400
11	4.35	2,673.30	51.70	+ 0.59	+ 6.91	0.3481	+ 4.0769
12	4.15	2,233.40	47.26	+ 0.39	+ 2.47	0.1521	+ 0.9633
13	3.00	1,331.60	36.49	- 0.76	- 8.30	0.5776	+ 6.3080
14	5.00	3,511.90	59.26	+ 1.24	+ 14.47	1.5376	+ 17.9428
15	2.10	790.70	28.12	- 1.66	- 16.67	2.7556	+ 27.6722
16	2.00	779.19	27.91	- 1.76	- 16.88	3.0976	+ 29.7088
17	1.85	713.49	26.71	- 1.91	- 18.08	3.6481	+ 34.5328
18	1.30	417.66	20.44	- 2.46	- 24.35	6.0516	+ 59.9010
19	1.25	369.64	19.23	- 2.51	- 25.56	6.3001	+ 64.1556
20	4.03	1,937.19	44.01	+ 0.27	- 0.78	0.0729	- 0.2106
21	5.27	3,298.11	57.43	+ 1.51	+ 12.64	2.2801	+ 19.0864
22	5.25	3,278.56	57.26	+ 1.49	+ 12.47	2.2201	+ 18.5803
計	82.81	—	985.39	—	—	39.6647	+ 383.9386

$$h_0 = \frac{[h]}{n} = \frac{82.81}{22} = 3.764$$

$$\sqrt{Q_0} = \frac{(\sqrt{Q})}{n} = \frac{985.39}{22} = 44.790$$

點止として宜しい。

(B) $Q = C(h+z)^2$ と假定し、(21) 式にて計算せんがため第 35 表を作る。

$$\alpha = \frac{388.9386}{39.6647} = 9.6796$$

$$b = 44.790 - 9.6796 \times 3.764 = 8.356$$

$$\sqrt{Q} = 9.6796h + 8.356$$

$$Q = 93.6947(h+0.8633)^2$$

斯く結果に於て (33) と (34) とは殆ど全く同一である。

(C) $Q = a + bh + ch^2$ と假定し第34表に準じ h, h^2, h^3, h^4, Q, Qh 及 Qh^2 の諸欄を設けて之を加ふる時は

[*h*] = 82.81

$$\langle h^2 \rangle = 351.3687$$

$$[h^3] = 1,597.2727$$

$$[h^4] = 7,577.8288$$

$$[Q] = 47,931.28$$

$$[Qh] = 212,179.9157$$

$$[Qh^2] = 989,369.9499$$

(25) 式より $\alpha = -220.3908$

$$b = +378.8567$$

$$c = + 60.9236$$

故に $Q = -220 + 378.9h + 60.92h^2$ (35)

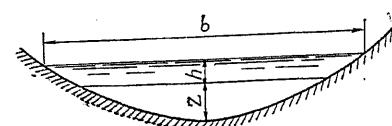
(第 62 圖參照)

尙(35)式にて算出したる流量と實測流量との差の實測流量に対する百分率を求むるに 6.7% であつて、前記(33)式のものと比するに多少小さいが殆ど同一である。

第三節に述べしが如く、(33) 式は $h = -0.86\text{ m}$ にて縦軸に接して居る、又 (35) 式の b, c が同符号であるから、頂點は横軸の下にあり其點は $h = -3.11\text{ m}$

第六章 流量

$$dv = -\frac{c}{2} \sqrt{\frac{J}{R}} dR = -\frac{c \sqrt{RJ}}{2R} dR = -\frac{v}{2R} dR$$



第 63 圖 抛物線形横断面

横断面の形狀を第 63 圖の如き抛物線と看做す時は、

$$F = \frac{2}{3} b(h+z)$$

$$R = \frac{F}{b} = \frac{2}{3}(h+z)$$

$$dR = \frac{2}{3} dh$$

$$\text{故に } dv = \frac{v}{2(h+z)} dh$$

$$\text{又 } dF = b \cdot dh$$

之等を (45) 式に入る時は次の如くなる。

$$dQ = \frac{4}{3} v \cdot b \cdot dh$$

即ち ΔQ 及 Δh を流量及水位の小なる增加とする時は

$$\Delta Q = \frac{4}{3} v \cdot b \cdot \Delta h = \frac{4}{3} v \cdot \Delta F \quad \dots \dots \dots (46)$$

横断面形狀を矩形と看做す時は

$$F = b(h+z)$$

$$R = h+z$$

$$dR = dh$$

$$dv = \frac{v}{2(h+z)} dh$$

$$dF = b \cdot dh$$

$$dQ = \frac{3}{2} v \cdot b \cdot dh$$

$$\text{故に } \Delta Q = \frac{3}{2} v \cdot b \cdot \Delta h = \frac{3}{2} v \cdot \Delta F \quad \dots \dots \dots (47)$$

又横断面の形狀を三角形と看做す時は

$$F = \frac{1}{2} b(h+z)$$

$$R = \frac{1}{2}(h+z)$$

第五節 流量の増減と水位の升降

$$dR = \frac{dh}{2}$$

$$dv = -\frac{v}{2(h+z)} dh$$

$$dF = b \cdot dh$$

$$dQ = \frac{5}{4} v \cdot b \cdot dh$$

故に

$$\Delta Q = \frac{5}{4} v \cdot b \cdot \Delta h = \frac{5}{4} v \cdot \Delta F \quad \dots \dots \dots (48)$$

〔例〕 或る河川に於て横断面は抛物線に近く、量水標水位 1.0 m の時の水面幅 $b = 150 \text{ m}$ 、横断面積 $F = 380 \text{ m}^2$ 、水面上の法勾配 1:6、水面勾配 $J = 0.00026$ である、流量 $Q = 600 \text{ m}^3/\text{sec}$ なる時の量水標水位を求む、Kutter 公式の $n = 0.028$ とす。

量水標水位 1.0 m の時には

$$R = \frac{380}{150} = 2.53 \text{ m}$$

$$v = 43 \sqrt{2.53 \times 0.00026} = 1.10 \text{ m/sec}$$

$$Q = 380 \times 1.10 = 418 \text{ m}^3/\text{sec}$$

第一近似値を求むるに

$$(46) \text{ 式より } \Delta h = \frac{3}{4} \cdot \frac{600 - 418}{1.10 \times 150} = 0.83 \text{ m}$$

依て $\Delta h = 0.80 \text{ m}$ とし次の如く計算す

$$F = 380 + 0.80(150 + 6 \times 0.80) = 503.8 \text{ m}^2$$

$$b = 150 + 2 \times 6 \times 0.80 = 159.6 \text{ m}$$

$$R = \frac{503.8}{159.6} = 3.15 \text{ m}$$

$$v = 45 \sqrt{3.15 \times 0.00026} = 1.285 \text{ m/sec}$$

$$Q = 503.8 \times 1.285 = 647 \text{ m}^3/\text{sec}$$

即ち流量は 47 m^3 過大であるから更に第二次の計算をなす。

$$\Delta h = \frac{3}{4} \cdot \frac{-47}{1.285 \times 159.6} = -0.17 \text{ m}$$

故に Q に $600 m^3$ 相當する水位は量水標の $1.00 + 0.80 - 0.17 = 1.63 m$ である、尙此水位に於ける流量を検算するに次の如く殆ど一致して居る。

$$F = 380 + 0.63(150 + 6 \times 0.63) = 476.9 m^2$$

$$b = 150 + 2 \times 6 \times 0.63 = 157.6 m$$

$$R = \frac{476.9}{157.6} = 3.03 m$$

$$v = 45 \sqrt{3.03 \times 0.00026} = 1.265 m/sec$$

$$Q = 476.9 \times 1.260 = 602 m^3/sec$$