第四章　河川の縱斷面及橫斷面

第一節　河川の縱斷面

1. 河川の縱斷勾配

一般に高さと距離との比を以て縱斷勾配を示す、而して高さを標準とする時は例へば 1:2,500 と云ひ、距離を標準とする時は 0.0004 と云ふ。尙河川の勾配と云ふのは普通水面の縱斷勾配を云ふのである。

縱斷勾配は各河川により異なるのみならず、同一河川に於ても場所によつて大に差がある、卽ち上流水源に於て急であつて、下流に至るに從ひ漸次緩となる。尙一般に河川が大なる程勾配は緩なるものである。我國の河川は地勢上大體に於て急勾配のものが多い、前述の如く河口に近づくに從ひ勾配漸次緩となるものであるが、河口に於てすら 1:200 に近いものが少くない。河口に於ける計畫高水位勾配の急なるものを擧ぐれば、富士川 1:200、安倍川 1:240、手取川 1:440、常願寺川 1:420、神通川 1:760 等である。

第 20 表

海面上の高 100 m 地點の河口よりの距離 其一

河川	箇所	河口よりの距離 km
常願寺川	大森村	14
手取川	河內村	17
安倍川	牛妻町	17
富士川	富河村	27
神通川	大澤野村	27
天龍川	龍山村	47
阿賀野川	豐實村	90
木曾川	八百津町	84
阿武隈川	立子山村	89
吉野川	池田町	94
荒川	寄居町	99
信濃川	橋村	119
最上川	左澤町	140
北上川	德田村	184
利根川	前橋市	202

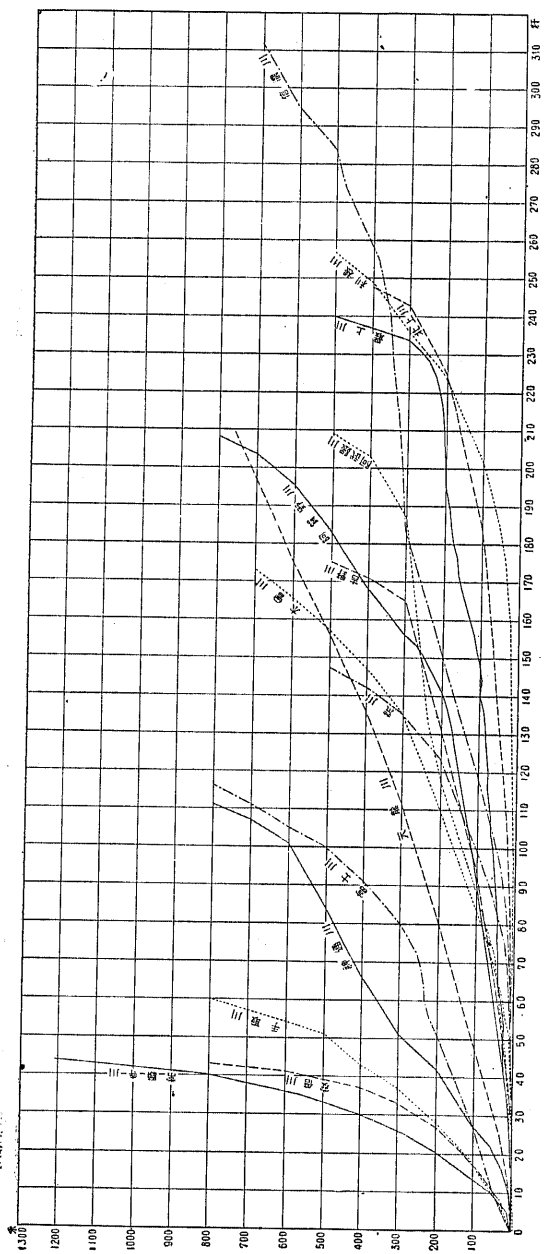
海面上の高 100 m に達する地點　海面上 100 m の高に達する地點の河口よりの距離を知る時は、河川の勾配の大體を比較することが出來る。第 20 表は我國の主なる 15 河川に就て調査したもので、其縱斷面圖は第 28 圖の如くである。

尙參考に獨、佛國に於ける河川の例を見るに第 21 表の如く、如何に我國河川の急流なるかを知ることが出來る。

2. 河川縱斷面の形狀

河川に於ては流水の洗掘と、土砂の堆積との兩作用が常に行はれ流勢と、河床の抵抗力とが平衡を保つに至つて、其部分の縱斷面は變化を止めて安定靜止の狀態を保ち得るのである。

河川の縱斷面の一般形狀に就ては種々の學說もあつて、之を一般に數式を以て表はすことは無理なことであるが E. de Beaumont 氏は、流速が水源より河口迄一定し、河の斷面の形狀が大體同じく、且つ流量は水源からの距離に比例して增加す

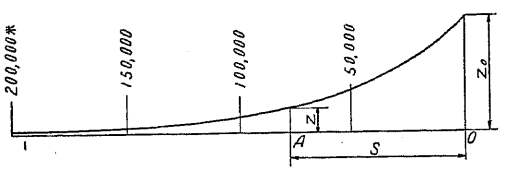


第 28 圖　15 河川の縱斷面圖

第 21 表

海面上の高 100 m 地點の河口よりの距離 其二

河　　川	箇　　所	河口よりの距離 km
獨逸 Elbe	Dresden	662
Rhein	Karlsruhe	621
Oder	Breslau	524
Weser	Carlshafen	399
佛蘭西 Seine	Aube 河合流點	547
Loire	Orleans	370
Garonne	Toulouse	380
Rhone	Valence	220



第 29 圖　指數曲線に依る河川縦斷勾配

ると云ふ假定の下に拋物線なりとした、又 Oppikofer氏はサイクロイド (Cycloid) なりと唱へ、H. Sternberg 氏は指數曲線 (Exponeutial curve) として、河川の縦斷面を次の式にて表はした。

$$Z_o - Z = a(1-e^{-cs}) \cdots (1)$$

式中 Z_o, Z は第 29 圖に示す如く上下流二點に於ける海面よりの高、S は上流より下流へ計りたる二點間の距離、a は常數であつて、$S = \infty$ の時に於ける $Z_o - Z$ に相當す、又 c は比磨損 (Specific wear) と稱へられ、1 kg の石が河川の流路 1 m を流るゝ間に減少する重量であつて、石材の種類により大體 0.000002 ～0.00002 である。即ち S が增すに從ひ、$Z_o - Z$ が增すことを示して居る。第 29 圖は $c = 0.00002$ なる時の縦斷面を表はしたのであつて、$s = 200{,}000\ m$ の時 $1-e^{-cs} = 0.982$ となる。

第二節　河川の横斷面

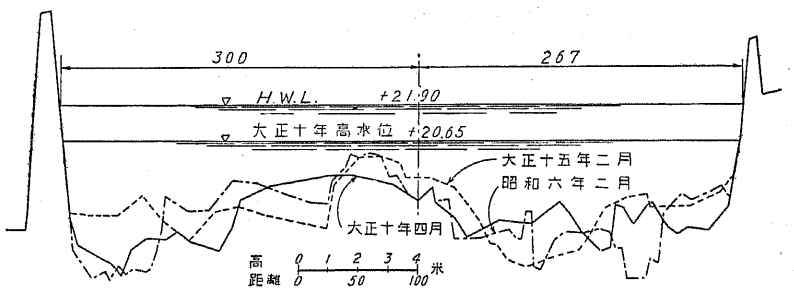
1. 横斷面の形狀

河川の縦斷面と横斷面とは密接なる關係を有して居るもので、一方が變化する時は他方も自然に變化する。

横斷面の形狀は第一に其地質に關係す、兩岸が岩石なる時は岸は直立することがある、之に反して地質が柔かい時には岸は緩勾配をなす、又急勾配の地點にては河床が變化すること稀ならず、從て横斷面の形狀も一定しない、殊に洪水に際

しては河床は移動し、而かも何れの深さ迄影響あるやは知ることが困難である。

横斷面の形狀は數年の間に漸次變化することがある、例へば一時は左岸に深所あつても、數年後に右岸に深所が移ることがある、又數年後に元の形狀に復することもある。然し此の推移は一岸の深所が河の中央に移り次に他岸に移ることはなく、大抵は一岸の水深減ずれば之に相應して他岸の河床が掘られて深くなる、爲めに河の中央には土砂の堆積隆起したるものが常にある。例へば富士川下流の鐵道橋附近にては本流は或數年間は左岸寄を流れ、次の數年間は右岸寄を流れ、河の中央には常に砂礫洲が殘つて居る。



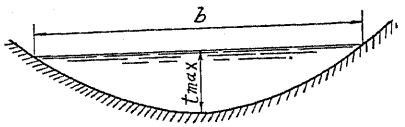
第 30 圖　富士川下流河床變遷圖

富士川下流國道橋と鐵道橋との間の斷面を大正 10、大正 15 年及昭和 6 年の 5 年目毎に實測せしに、第 30 圖の如く低水路は左右兩岸に分れ其中間に高き礫洲があつて、砂礫の堆積高或は洗掘深は 2 m に達して居る。今計畫高水位以下の斷面積を見るに河床の移動あるに拘らず第 22 表の如く大體に於て差がない。

第 22 表　富士川下流斷面積比較

實測年月	左半部の斷面積 m^2	右半部の斷面積 m^2	計 m^2
大正 10 年 4 月	2,084	1,982	4,066
大正 15 年 2 月	1,942	1,944	3,886
昭和 6 年 2 月	2,013	2,111	4,124

斷面形狀係數　一般に彎曲部に於ては凹岸にて水深大きく横斷面は水面を底邊としたる三角形に近い、此水深大なる所より他岸の水深大なる所へ移る途中では河幅擴がり水深は可なり一樣となり横斷面は梯形に近づく。



第 31 圖　拋物線形横斷面

第31圖の如く b を水面幅、t_{max} を最大水深、F を斷面積とし、$F = c_1 b_1 t_{max}$ とすれば c を形狀係數 (Coefficient of form) と稱へる。斷面形狀が矩形なる時は $c = 1$、拋物線なる時は $c = \frac{2}{3}$、又三角形なる時は $c = 0.5$ となる、而して一般に河川の横斷面形狀は矩形と三角形とを以て兩極端と看做すことが出來る、實際に於て横斷面は拋物線であることは稀であるが數多の横斷面實測の結果に依れば其斷面積が拋物線と看做したる時の斷面積と可なり一致するのである、Rhein 河にては $c = 0.4 \sim 0.8$ で、長き區間に亘り多くの横斷面を取り其の平均では $c = 0.652$ となつて居る。

横斷面が拋物線であることを最初に唱へたのは Sasse 氏であり、其後 Tolkmitt 氏も河川横斷面の形狀を拋物線と假定する說を提案し之を諸種の水理上の計算に應用した。

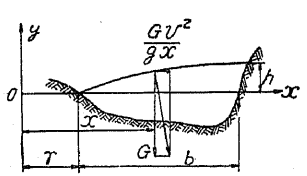
第 23 表　河川横斷面の形狀係數

河　　川	最　大	最　小	平　均
川　内　川	0.75	0.33	0.55
阿武隈川下流	0.74	0.37	0.57
由　良　川	0.85	0.41	0.57
豐　　川	0.78	0.36	0.54
太　田　川	0.77	0.29	0.58
最上川上流	0.75	0.35	0.58
平　　均	0.77	0.35	0.57

我國の數河川に就て平均低水位以下の横斷面に就て調べた結果は第 23 表の如く平均は 0.57 である。

2. 水面形狀

河川の直線部に於ては横斷面の水面は一般に水平であるが、河床の凸凹著しく、又勾配が急なる時には水面が不規則な形となることがある。又河川の彎曲部に於ては凹岸の水深が深く且つ凸岸よりは凹岸の水位が高い、F. Grashof 氏は之に就て次の樣に說明した。彎曲部に於ては水の各分子は遠心力のために外方へ飛び出さんとす、



第 32 圖　彎曲部に於ける水面形狀

第32圖に於て x なる距離に於ける水面で v なる流速を以て流るゝ水分子には垂直に G なる重力が働き、又水平に外側へ $\frac{G}{g}\cdot\frac{v^2}{x}$ なる遠心力が作用す、水面は此兩力の合力に垂直となる、即ち水面のなす曲線に引いた切線が x 軸となす角の正切は

$$\frac{dy}{dx} = \frac{G}{g}\cdot\frac{v^2}{x}\Big/G = \frac{1}{g}\cdot\frac{v^2}{x}$$

$$g\,dy = v^2\frac{dx}{x}$$

$$g\,y = v^2 \text{ lognat } x + C$$

而して $x = r$ なる所にては、水位上昇 $y = 0$ なるにより

$$0 = v^2 \text{ lognat } r + C$$

即ち v が全横斷面に於て等しいと假定する時は水面の方程式は次の如くなる。

$$y = \frac{v^2}{g} \text{ lognat } \frac{x}{r}$$

之は横軸に凹面を向ける對數曲線であつて、凹岸に於ける水位上昇は

$$h = \frac{v^2}{g} \text{ lognat } \left(\frac{r+b}{r}\right)$$

或は　$$h = 2.30\frac{v^2}{g}\log\left(1+\frac{b}{r}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

式中　v = 横斷面に於ける平均流速

b = 水面幅

r = 凸岸の曲線半徑

例へば $v = 2\,m/sec$, $b = 100\,m$, $r = 1{,}000\,m$ なる時は

$$h = 2.30\times\frac{4}{9.81}\times\log 1.1 = 0.04\,m$$

3. 横斷面積曲線

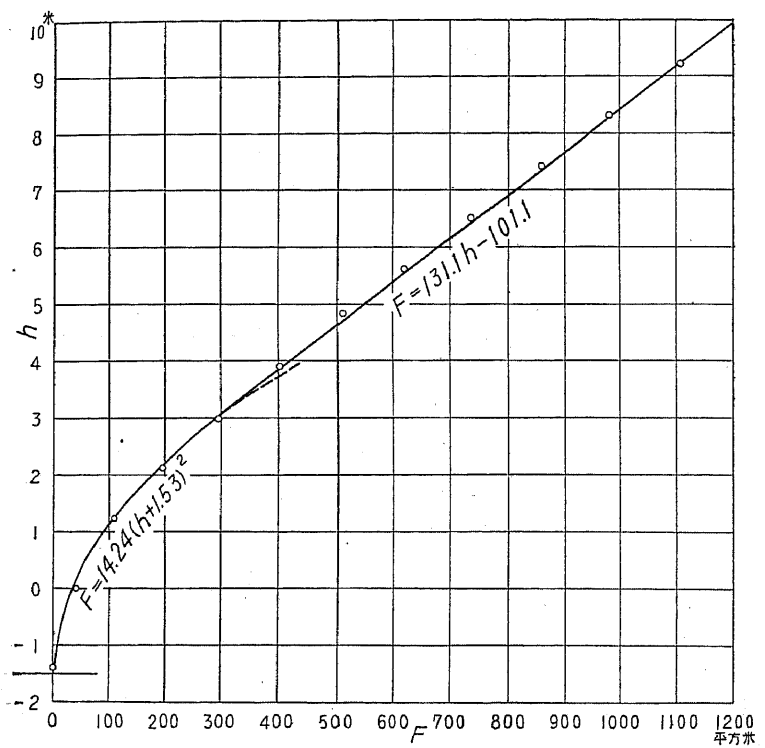
或る一定の距離毎に測つた總ての斷面を平均したる面積を其區間の平均斷面積と云ふ、此面積は主として流量及勾配に關係するものである、勾配は急なるときは緩なる時に比し斷面は小さくてよい、又横斷面の形狀も亦斷面積に影響する。

斷面は前述の如く主に流量及勾配に支配せらるゝから、一般に下流に至るに從ひ、流量の増加及勾配緩となるため斷面積の増大するは明である、而して各斷面に就て見る時は上記の平均斷面積と相當の差違がある。

横斷面積曲線（Area curve）は水位と河川の横斷面積との關係を示すものであつて、普通水位を縦距に、又斷面積を横距として表はす、斷面積は水位に伴つて變化するが、此面積の増減は横斷面の形狀の如何に關係がある。

（1）兩岸が殆ど垂直なる時は、水面幅 b は一定であり、斷面積の増加 $dF = b \cdot dh$ 依て斷面積 $F = A + bh$ ……（3）

（2）水面幅が $b = a + ch$ の如く水位と共に増す時は $dF = (a + ch)dh$ 依て



第 33 圖　豐川石田横斷面積曲線

$$F = A + ah + \frac{ch^2}{2} \quad \cdots\cdots (4)$$

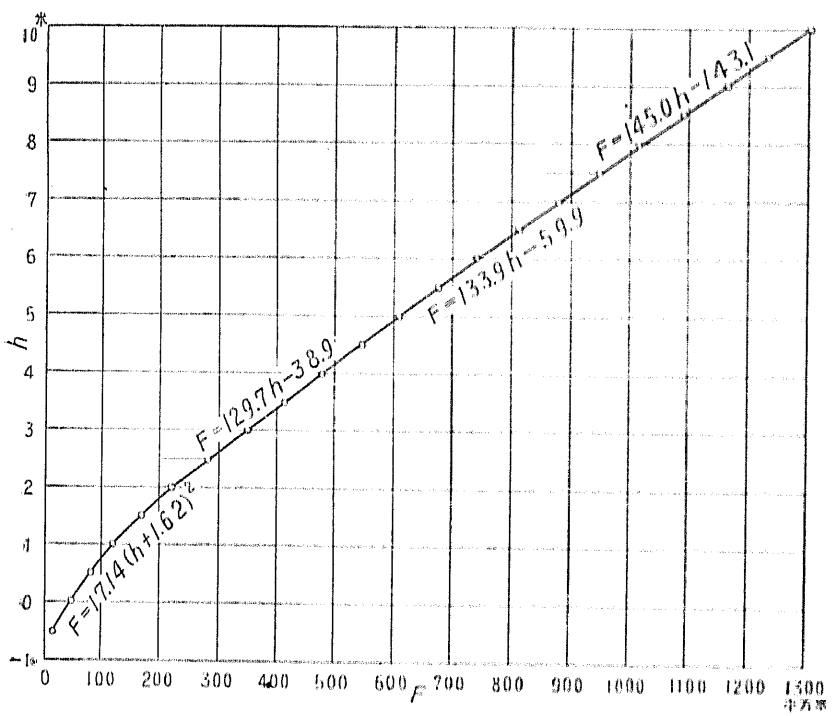
となり拋物線にて表はされる。

（3）水面幅が $b = \sqrt{2ph}$ の如く拋物線狀に増加する時は $dF = \sqrt{2ph} \cdot dh$

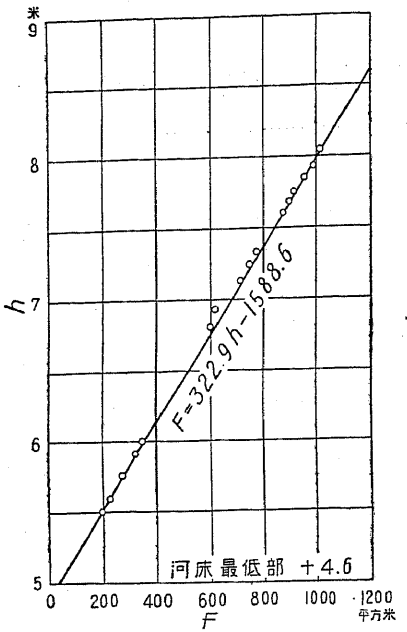
從て $F = A + Bh^{\frac{3}{2}}$ ……（5）

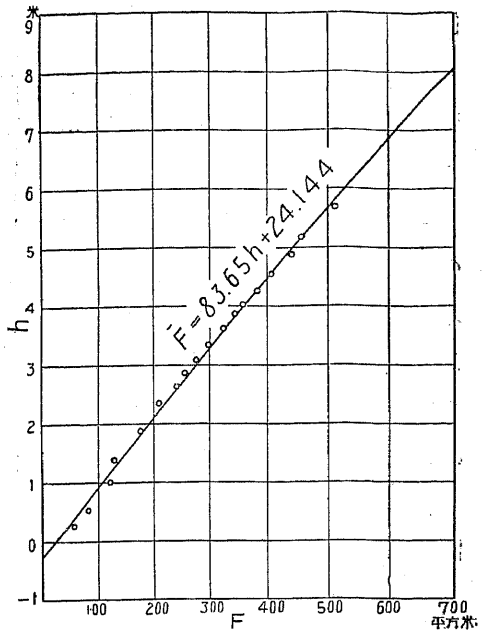
となり、一種の拋物線にて示される。

一般に河川の低水部に於ては水深とともに水面幅が増大するから或る水位迄は（4）式の如く拋物線となり、曲線は横軸に凹面を向くるが、或る水位以上にては水面幅増大の程度著るしくなくなり、（3）式の直線にて表はされる、尙高水流量を觀測するに適當なる狹窄箇所の如きに於ては横斷面の形狀により、低水路部も直線にて表はされることもある。又高水部に於ても精確に云へば、二、三の直線にて示す方が適當であつて、上部に至るに從ひ直線の横軸に對する傾斜が緩と



第 34 圖　富士川清水端横斷面積曲線 其一





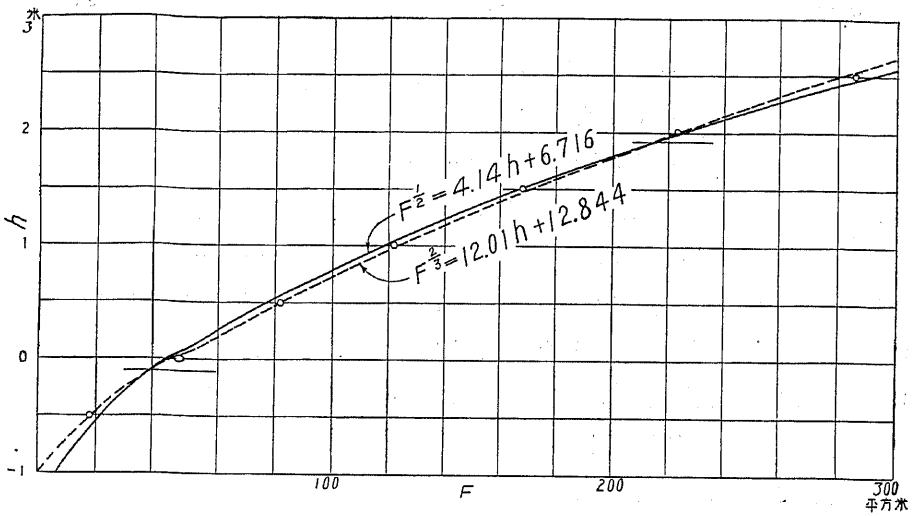
第35圖　阿武隈川千貫横斷面積曲線　　第 36 圖　太田川大野横斷面積曲線

なる。

實例に依るに第 33 圖豐川石田にては水位 3 m 迄は拋物線、3 m以上は直線で表はされる、又第 34 圖富士川清水端にても 2.5 m 迄は拋物線、夫れ以上は數本の直線で示される、第 35 圖 阿武隈川千貫 にては低水部も直線で充分である、又第36 圖 太田川大野にては、全水深を通じ一直線にて示すことが出來る。

尙富士川清水端の低水時に就き、先づ(4)式の拋物線として $F^{\frac{1}{2}}=ah+b$ を定め、次に(5)式の拋物線として $F^{\frac{2}{3}}=ah+b$ を定めしに第 37 圖の如くなり、實際値と計算値との差を比較せしに（5）式の拋物線が實際に近し。

横斷面積曲線は 第七章に述ぶる 平均流速曲線 と組合せて、或る水位に於ける流量を推定するに利用して甚だ便利なることがある。



第 37 圖　富士川清水端横斷面積曲線 其二

4. 横斷面積曲線算定方法

此曲線式を求むるには、直線の分は $F=ah+b$. 拋物線の分は $F^{\frac{1}{2}}=ah+b$ 或は $F^{\frac{2}{3}}=ah+b$ なる關係より最小二乘法に依り a 及 b を求むればよい。

豐川石田流量觀測所の横斷面より h 及 F を求め、$F^{\frac{1}{2}}=ah+b$ なる斷面積曲線を求むる例を次に掲ぐ。

No	h m	F m^2	$F^{\frac{1}{2}}$	$hF^{\frac{1}{2}}$	h^2	計算による F_1	$F-F_1$	$\frac{F-F_1}{F}$ %
1	−1.4	0	0	0	1.96	0.2	− 0.2	—
2	0 0	38.4	6.197	0	0	33.3	5.1	13.3
3	1.2	109.1	10.445	12.534	1.44	106.1	3.0	2.8
4	2.1	196.1	14.004	29.408	4.41	187.6	8.5	4.3
5	3.0	295.1	17.178	51.534	9.00	292.2	2.9	1.0
6	3.9	402.1	20.052	78.203	15.21	419.9	−17.8	− 4.4
計	8.8	1,040.8	67.876	171.679	32.02	—	—	25.8
								平均 5.2

$$a=\frac{n[F^{\frac{1}{2}}h]-[h][F^{\frac{1}{2}}]}{n[h^2]-[h]^2}=\frac{6\times171.679-8.8\times67.876}{6\times32.02-8.8\times8.8}=3.774$$

$$b = \frac{[F^{\frac{1}{2}}][h^2]-[h][F^{\frac{1}{2}}h]}{n[h^2]-[h]^2} = \frac{67.876\times32.02-8.8\times171.679}{6\times32.02-8.8\times8.8} = 5.778$$

$$\therefore \quad F^{\frac{1}{2}} = 3.774h+5.778$$

$$F = (3.774)^2(h+1.53)^2$$

$$= 14.24\ (h+1.53)^2 \cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

尙 $h = 3.0 \sim 9.2\,m$ に付き $F = ah+b$ として a 及 b を求めたるに

$$F = 130.9h-108.9 \cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

を得た、$h = 3.0\,m$ に對して F は（6）にては $292.2\,m^2$,（7）にては $283.8\,m^2$ となり多少の喰違を生ずるは止むを得ないので、之を是非共補正せねばならぬ必要もないが、曲線圖に示した點を見るに $h = 3.0\,m$ と $h = 9.2\,m$ との點を結びたる直線式にて充分なる樣であるから此直線の式を求むるに、一般に $(x_1 y_1)$ 及 $(x_2 y_2)$ 二點を通る直線式は

$$\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \quad \text{であるから}$$

$h = 3.0\,m$ にて $F = 292.2\,m^2$

$h = 9.2\,m$ にて $F = 1{,}105.0\,m^2$ とすれば

$$\frac{h-3.0}{F-292.2} = \frac{9.2-3.0}{1{,}105.0-292.2}$$

$$F = 131.1h-101.1 \cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

となる、第33圖は以上（6）及（8）式を示したものである。

富士川清水端にては $h = -0.5 \sim 2.5\,m$ に對し

$$F^{\frac{1}{2}} = 4.14h+6.716 \quad \text{或は} \quad F = 17.14(h+1.62)^2 \cdots(9)$$

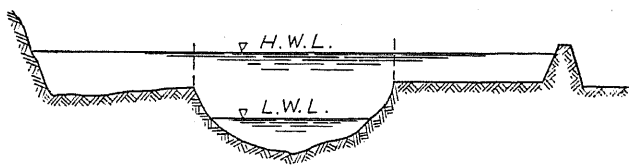
$$F^{\frac{2}{3}} = 12.01h+12.844 \cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

の二式を得、$\frac{F-F_1}{F}$ を計算せしに、前者にては 5.6％、後者にては 1.5％となり、後者が前者に比し實測と能く一致して居る（第37圖參照）。然るに豐川石田にて試に計算したるに $F^{\frac{2}{3}} = 10.42h+12.513$ となり $\frac{F-F_1}{F}$ は 7.7％となり、（6）式の 5.2％に比し稍劣る結果となる。

5. 複斷面

高水を流通せしむる斷面は大抵は第38圖の如く中央の水路と、兩岸の堤外地

との三部分よりなつて居り、之を複斷面（Double section）と云ふ。此の中央の低水時水の流るゝ部分を、低水路（Low water channel, Minr bed）と云ひ、兩岸の高水時のみ水の流るゝ部分を高水敷（High water channel, Major bed）と云ふ。

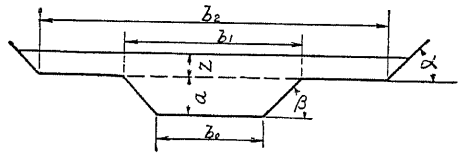


第38圖　複斷面

此複斷面を用ふる時には種々の利益がある、即ち或る斷面の流量は常に變化があるに拘らず、常に河床を洗掘せられず、又土砂の堆積もない樣にすることは、實際不可能である、流量の變動が大なれば大なる程困難である、複斷面を採用すれば、低水時には河床の低き部分を流れ、流量增加する時は、此部分が一杯となり、漸次上部に擴がり、低水は狹き部分に集中して流れるから相當の流速があつて、土砂堆積少なく、又洪水ある時には流水は幅廣き高水敷に擴がるから水位の上昇は輕減せられ、同時に流速も輕減し、河床及河岸が安全となるのである。

實際改修工事施行に當り堤防を作る時に、流量の關係上堤防を低水路に接近せしむることは出來ないことが多く、此の爲めに自ら複斷面を採用することゝなる一面堤防の安全の點からも多少の高水敷ある方が望ましい。尙地形によりては第22圖の如く高水敷が一岸のみにあることも起る。

複斷面に於ける流量の計算　複斷面に於ては低水路に相當する部分と高水敷とは別々に計算せねばならぬ、全斷面を一度に計算する時は其結果は不適當のものとなる。



第39圖　複斷面に於ける流量計算

第39圖の中央部にては

$$F_1 = \frac{b_0+b_1}{2}a+b_1 z$$

$$R_1 = \frac{F_1}{b_0+2a\sqrt{1+\cot^2\beta}} \doteqdot \frac{F_1}{b_1}$$

兩側部にては

$$F_2 = (b_2 - b_1)z + \cot\alpha . z^2$$

$$R_2 = \frac{F_2}{b_2 - b_1 + 2z\sqrt{1+\cot^2\alpha}} \doteqdot \frac{F_2}{b_2 - b_1 + 2z\cot\alpha}$$

依て全流量は　$Q = Fc\sqrt{RJ}$　なるにより

$$Q = \sqrt{J}\{F_1c_1\sqrt{R_1} + F_2c_2\sqrt{R_2}\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

R_1 及 R_2 を計算するに當り、第39圖に於て點線にて示したる中央部と兩側部との境界には河床に於けるが如き摩擦がないから、此境界線はないものと考へて差支ない。