

となる。方程式 (9) 及び (10) を結びつけて結局次式を得る。

$$N_k = E J \tau \frac{4 f s}{(s^2 - 2 f^2)(s^2 + 8 f^2)} \left[ \frac{3 s^2 - 8 f^2}{16 f s} - \frac{f}{s} \right] = E J \tau \frac{6 s^2 - 48 f^2}{(s^2 - 2 f^2)(s^2 + 8 f^2)}$$

實用に供するためこの公式は  $f$  の高次の項を無視すれば簡単化せられる。即ち結局次式を得る。

$$N_k = \frac{6 E J \tau}{s^2} \left( 1 - 14 \left( \frac{f}{s} \right)^2 \right)^{1/2} \dots \dots \dots (11)$$

それ故に三鉸拱の桁平面内に於けるバックリングに対しては次のバックリング長を以て計算すべきである。

$$\frac{\pi}{\sqrt{6}} \frac{s}{\sqrt{1 - 14 \left( \frac{f}{s} \right)^2}} = 1.28 \left[ 1 + 7 \left( \frac{f}{s} \right)^2 \right] s$$

茲に  $s$  は半拱の弦の長であつて  $f$  はその拱矢を示す。

例. M. A. N. の Gustavsborg 工場に於て行つた矩形断面を持ち第 168 圖に示した様な寸法の部材に就ての實驗がある。荷重は集中荷重より成り八分點に作用するものである。

$$s = \sqrt{90^2 + 24^2} = 93.2 \text{ cm}, f = 6 \text{ cm},$$

$$J = 0.1343 \text{ cm}^4 \text{ (平均値)}$$

を以て  $\frac{l}{z} < 105$  であるから  $\tau = 1$  と置き得る。

故に次の如くなる。

$$N_k = \frac{6 \cdot 2150 \cdot 0.1343}{93.2^2} \left[ 1 - 14 \left( \frac{6}{93.2} \right)^2 \right] = 0.188 \text{ t}$$

實驗によるものは  $N_k = 0.202 \text{ t}$  である。相當亂暴な近似方法なるにも拘はらず満足すべき一致を示してゐる。同様の寸法の二鉸拱に對して、實驗は理論と非常によく一致して  $N_k = 0.294 \text{ t}$  である。之は三鉸拱に於けるものよりも約 50% 位高い値である。

### 第十三章 抗壓材の鈹のバックリング

#### 54. 板狀部材の安全度問題

不安定平衡状態に就ての之までの研究に於ては統一した一體としての部材を觀察して來た。鋼橋の部材をなす部分は普通板状をした要素から成つてゐる。それ故一體としての部材の破壊を示すこれ迄考へて來た不安定平衡状態が生ずる前に、部材を形作る薄い鈹が壓應力の作用のために不安定な平衡状態になり、即ちバックルし、従つて全部材が早期の破壊を起す様な場合が考へられる。此の各單一の場合に就てバックリングの生ずる條件を常に長々と研究することは勿

1) Engesser が導いた  $N_k$  の値は之より幾分大きい。

論不必要な事であらう。本節に於ける問題は次に述べる説明の一般的結果から、實用に供するために其の他の部材寸法に對する板の厚さの關係の法則をたてる事に止めようと思ふ。彎曲の作用する I-形の桁の腹鈹のバックリング剛度の問題も亦茲に述べた問題と密接な理論的關係を持つもので、此の問題に就ては 60 に於て述べよう。

矩形板のバックリング問題に就ては最初 Bryan<sup>1)</sup> に依つて取扱はれた。彼は周圍が自由に廻轉し得る様に置かれ、二つの相對應する邊に板平面にその方向を有する等布壓力の作用する板の解を與へた。更にそれ以外の場合は Timoschenko<sup>2)</sup> 及び Reißner<sup>3)</sup> に依つて取扱はれ、此の範圍に於て考へられる問題の非常に詳細なる説明は H. Rode<sup>4)</sup> に依つて與へられた。然し乍ら板のバックリングの問題に就ての上記の論文は只限られた實際上の重要さしか持つて居ない。何となれば弾性法則が無限に成立つ事を假定し、従つて短い部材の場合にバックリングの生ずる前に現れる弾性限界を越した應力に就ては考慮されなかつたからである。

(Timoschenko の論文には勿論弾性限界を越した場合の安定度についての二三の項目がある)。併し乍ら橋梁工に於ては短い部材及び中位に細い部材が主として使はれるから、上述の研究の數字的結果は何等橋梁工の實際に於て最後の決定を與へるものとはならない。併し今述べた問題に就て弾性係數の變化を計算に入れ、弾性並びに非弾性バックリングの範圍に適合する様な結果を得る事はさしたる難事ではない。次に述べる研究はこの見地に立つて計算を行つたものである。

#### a) 矩形板がバックルする時の二つの基礎の場合

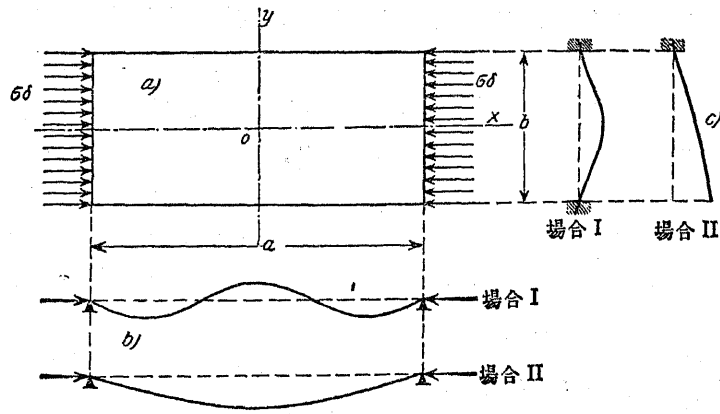
今  $y$  軸に平行な兩邊に(邊長  $b$ ) 等布荷重  $o\delta$  が作用する様な平板を考へる。茲に  $\delta$  は板の厚さとする(第 169 圖)。此の邊は廻轉が出来る様に置かれて居るから板は此の邊の周りに上下に廻轉し得るものである。<sup>5)</sup>  $x$  軸に平行な邊(邊長  $a$ ) は色々な方法で支へられてゐる。即ち

場合 I. 板は兩邊  $a$  に於て弾性的に固定されてゐる場合。この場合は邊  $a$  の周りに自由に廻轉し得る様に支へた場合、及び此の邊を強固に固定した場合を極限の場合として含む。

場合 II. 一方の邊  $a$  は弾性的に固定され他が自由に置かれた場合。此の場合も支へられた邊が自由に廻轉し得る、場合及び強固に固定せられた兩極限の場合を包含するものである。

第 169  $b$  圖はバックルした平板の縦断面であり、第 169  $c$  圖は二つの支持の場合に對する彎曲せる平板の横断面を示す。兩側が支へられた板(場合 I)ではバックリングは板の長さ  $a$  に應

1) London Mathematical Society Proceedings 1891 S. 54.  
2) Timoschenko, St.: Einige Stabilitätsprobleme der Elastizitätstheorie. Z. Math. u. Phys. 1910, S. 337 及び Sur la stabilité des systèmes élastiques. Annales Ponts Chauss. 1913.  
3) Reißner, H.: Über die Knicksicherheit ebener Bleche. Zentralbl. Bauverw. 1909, S. 93.  
4) Rode, H.: Beitrag zur Theorie der Knickerscheinungen. Eisenbau 1916, S. 121 ff.  
5) 荷重を受ける邊を固定する事は長い平板の限界荷重に對しては抗壓材の場合に見る様に考慮に値する様な影響を與へない。何となれば壓力の方向に平行な邊を支持する方法が決定的なものであるからである。



第 169 圖

じて一つ或は多数の波形を以て生じ、自由邊の場合(場合 II)には此の支へられた邊に於て例へば上下に振れ得る時には多くは一つの波形にバックルするものである(第 169 b 圖)。

b) 薄い板のバックリングに対する微分方程式

部材のバックリング状態の研究に當り我々は弾性曲線の微分方程式を基礎とした。同様な方法に依つてこゝでも亦薄い板の平面に直角な方向の彎曲を示す弾性理論の微分方程式から出發しよう。此の微分方程式は次の様になる。<sup>1)</sup>

$$\frac{EJ}{1-\bar{m}^2} \left[ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] + \delta \left[ \sigma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\tau_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] = 0$$

茲に

- $w$  を  $xy$  平面(板平面)に直角な撓度:
- $\sigma_x, \sigma_y$  を  $x$  及び  $y$  軸の方向の直應力、之等の應力は板の厚さに従つては變化しないもので、板平面に一致する邊縁荷重の作用として考へる。撓度  $w$  を小さい量と假定すれば板の彎曲に依つて生ずる應力  $\sigma$  の變化は無視する事が出来る。
- $\tau_{xy}$  を  $x$  及び  $y$  軸に平行で板の平面に垂直な斷面の剪應力
- $J = 1/12 \delta^3$  を單位巾で高さ  $\delta$  なる帶狀板の慣性能率
- $\bar{m} = 0.3$  をポアソン數とする。

今板の邊  $b$  に於ける等布荷重  $\sigma\delta$  を考へるのみであるから  $\sigma_y = 0$  及び  $\tau_{xy} = 0$  となり、 $w$  に對する微分方程式は簡單になつて次の如くなる。

$$\frac{EJ}{1-\bar{m}^2} \left[ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] + \sigma_x \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \dots \dots (1)$$

1) Enzyklopädie d. math. Wissenschaften. Bd. IV. Mechanik, 4. Teilband, S. 377.

今上の形では只フックの法則の範囲内に於てのみ用ひ得るが、此微分方程式を  $\sigma_x$  が弾性限界を越えた時、弾性係數  $E$  が  $x$  及び  $y$  方向に對して異なる値を有する様なより一般的な場合に適用させ様と思ふ。バックリング係數  $\tau$  を正しく入れる目的で方程式(1)の各項の意味を知るために次の様な考へ方を行ふ。

今方程式(1)の括弧中の第二項及び第三項を零とおけば、次の方程式を得る

$$\frac{EJ}{1-\bar{m}^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \sigma_x \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$

弾性曲線の方程式

$$EJ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + Pw = 0$$

を2度微分すれば同様な關係を得る。即ち

$$EJ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + P \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$

それ故第一項は  $x$  軸に平行な單位巾を有する帶狀板の彎曲を特に示すものである。然し乍ら此の帶狀板には軸力  $\sigma_x$  が作用するから、 $\sigma_x$  が弾性限界を越えた時には係數  $EJ$  は  $EJ\tau$ <sup>1)</sup> によつて置換へらるべきである。従つて第一項は

$$EJ\tau \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}$$

となる。

同様な方法で括弧内の第三項は  $y$  軸に平行な帶狀板に彎曲が生ずる時彎曲項として示されるものである。彎曲のために生ずる小さい直應力を無視すれば、此の帶狀板には應力が作用しないから ( $\sigma_y = 0$ )、 $E$  はその儘で残り第三項は夫れ故

$$EJ \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}$$

となる。

最後に括弧内中央の項は正方形板要素の廻轉を示すものである。板の兩方向が此の量に影響するから、兩軸應力に關係を示した係數に 1 と  $\tau$  との間に見積つた中間値を導入して此の状態を考へる。今便宜上  $\sqrt{\tau}$  を係數として選ぶならば括弧内第二項は次の様になる。

$$EJ \sqrt{\tau} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2}$$

故に方程式(1)は次の一般形を取る事になる。

$$\frac{EJ}{1-\bar{m}^2} \left[ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \tau + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \sqrt{\tau} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] + \sigma_x \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \dots \dots (2)$$

此の方程式が持つ不確實性は括弧内中央項の係數  $\sqrt{\tau}$  を任意に取り得る事、茲にポアソン數  $\bar{m}$  が  $\sigma_x$  に無關係な値を持つと云ふ假定に存在する。 $\bar{m}$  の影響は此の量はそれ自身僅かに

1) バックリング係數  $\tau$  に就ては 30 参照。

變化するものであるから非常に小さい。又中央項の誤差の影響は、數計算が示す様に、只假定した係数が正しい係数に比して甚だしく異なる場合でも比較的小さいものである。

c) 微分方程式 (2) の一般解

偏微分方程式 (2) の解は邊  $b$  に於て先づ次の邊縁條件を満足しなければならない。即ち變位  $w$  及び彎曲率  $M_x$  は零にならねばならぬ。従つて  $x = \pm \frac{a}{2}$  に對して

$$w = 0 \dots \dots \dots (3)$$

及び

$$M_x = \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \frac{EJ}{1-m^2} = 0$$

邊  $x = \pm \frac{a}{2}$  に沿つては  $\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$  であるから (邊は假定に従つて直線のまゝである)、第二の邊縁條件は次の様になる。

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \dots \dots \dots (4)$$

方程式 (2) 及び邊縁條件 (3) 及び (4) は次の式によつて満足される

$$w = Y \cos \frac{n\pi x}{a} \quad (n=1, 2, \dots) \dots \dots (5)$$

茲に  $Y$  は尙定めんとする  $y$  の函数である。

方程式 (5) は  $y$  の定められた時波長  $a$  の  $n$  個の半波形をもつ餘弦曲線を示すものである。

解 (5) を偏微分方程式 (2) へ代入するならば、 $\cos \frac{n\pi x}{a}$  で約して次の四次の常微分方程式を得る。

$$\frac{d^4 Y}{dy^4} - 2\sqrt{\tau} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \frac{d^2 Y}{dy^2} + \left[ \tau \left( \frac{n\pi}{a} \right)^4 - \frac{\sigma_k \delta}{D} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \right] Y = 0 \dots \dots (6)$$

茲に

$$\frac{EJ}{1-m^2} = D \quad \text{及び} \quad \sigma_x = \sigma_k$$

と置いた。  $\sigma_k$  は求むる限界軸應力で之によつて板はバックルするのである。方程式 (6) の積分は容易である。その特解

$$Y = e^{ky}$$

を方程式 (6) に代入して

$$k^4 - 2\sqrt{\tau} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 k^2 + \left[ \tau \left( \frac{n\pi}{a} \right)^4 - \frac{\sigma_k \delta}{D} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \right] = 0$$

を得る。之は係数  $k$  を決定する方程式であり、之より  $\pm k_1$  及び  $\pm k_2$  の四つの根が生じて來るのである。即ち

$$\left. \begin{aligned} \pm k_1 &= \pm \sqrt{\sqrt{\left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \frac{\sigma_k \delta}{D} - \sqrt{\tau} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2}} \\ \pm k_2 &= \pm i \sqrt{\sqrt{\left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \frac{\sigma_k \delta}{D} - \sqrt{\tau} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

之より容易に解る様に  $k_2$  の根號は恒に實數である、それ故  $k_2$  は常に虚數である。邊  $a$  を或る方法で支へた板は邊  $a$  が自由な板と反對に大きな抵抗を有する故に、周圍を支へた板の場合に於けるバックリング應力  $\sigma_k$  は邊の自由な場合に於けるバックリング應力よりも大きい。  $\sigma_k'$  を周圍が完全に自由な板 (Euler の場合) のバックリング應力とすれば、  $\sigma_k'$  に對して次式を得、茲に幅廣い板に於ては  $\frac{1}{1-m^2}$  なる係數によつて横方向の歪の減少を考へる事にする。

$$\sigma_k' = \frac{(n\pi)^2 EJ\tau}{(1-m^2)a^2}$$

それ故次の不等式が成立する。

$$\delta \sigma_k > \frac{(n\pi)^2 EJ\tau}{(1-m^2)a^2}$$

即ち

$$\frac{\delta \sigma_k}{D} > \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \tau$$

一方兩邊に  $\left( \frac{n\pi}{a} \right)^2$  を乘じて平方根を求むれば

$$\sqrt{\left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \frac{\delta \sigma_k}{D}} > \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \sqrt{\tau}$$

此の式が吾々の示さんとする式である。

それ故微分方程式 (6) の一般解は次の様になる。

$$Y = C_1 e^{k_1 y} + C_2 e^{-k_1 y} + C_3 e^{i k_2 y} + C_4 e^{-i k_2 y}$$

茲に  $k_1$  及び  $k_2$  は絶対値を示すものとする。

此の指數函数を三角函数及び双曲線函数で置換へるならば微分方程式 (2) の求むる一般解は次の形を取る事になる。

$$w = \cos \frac{n\pi x}{a} [A \text{Cof } k_1 y + B \text{Sin } k_1 y + C \cos k_2 y + D \sin k_2 y] \dots \dots (8)$$

常數  $A, B, C$  及び  $D$  は邊  $a$  に於けるその場合に特長ある邊縁條件を充分満足する様に各場合場合に付て定められるべきものである。

d) 場合 1. 邊  $b$  が自由で邊  $a$  を彈性的に固定した板

板の平面に一致する直交軸  $xy$  の原點を第 169 圖に示した様に板の中央に採る。然る時は撓度  $w$  は兩邊  $a$  に於ける等しい條件によつて明かに  $y$  に付き對稱的な函数である。それ故方程式 (8) の項  $B \text{Sin } k_1 y$  及び  $D \sin k_2 y$  は消失し次の簡単な形になる。

$$w = \cos \frac{n\pi x}{a} [A \text{Cof } k_1 y + C \cos k_2 y] \dots \dots \dots (9)$$

常數  $A$  及び  $B$  を定める條件方程式は邊  $a$  の邊縁條件から求められるもので

即ち

$$y = \pm \frac{b}{2}$$

に対して

$$w = 0 \text{ 及び } M_y = \nu \frac{\partial w}{\partial y}$$

でなければならぬ。

最初の邊縁條件は固定された邊  $a$  の撓度は 0 でなければならぬ事實を示し、第二の條件は邊  $a$  に沿ふ固定彎曲率は各場所に於て板の邊に於て  $y$  軸に平行な切線の撓角に比例すると云ふ事實を物語つてゐる。

橋梁工に於て場合 I の固定條件が如何なる場合に現れるかを説明するならば、之は例へば大體第 170 圖に示した様に二重の對稱部材断面の場合に存在する事を知る。薄い腹板は強固な蓋板によつてバックリングの時自由に變形する事を妨げられて居り、之等は彈性的に固定されて居る。今  $y$  軸に平行に切つた帶狀板を考へる時には腹板は第 170 b 圖に示す様な載荷状態及び變形状態を示す。併し腹板がバックルする時には腹板と蓋板との強固な結合によつて蓋板も亦バックルし、その變形状態は第 170 c 圖に示した様になる。

邊縁彎曲率  $M_y$  と蓋板の末端の切線の撓角  $\varphi'$  との間には彈性曲線の方程式から容易に導き出し得る關係が成立する、即ち

$$\tan \varphi' = \frac{1 - \bar{m}^2}{EI} \frac{c}{2} M_y$$

となり、茲に  $I$  は單位幅の弦片の慣性能率である。今  $\tan \varphi = -\tan \varphi'$  でなければならぬから、

$$\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{y=\frac{b}{2}} = -\frac{1 - \bar{m}^2}{EI} \frac{c}{2} M_y$$

之より

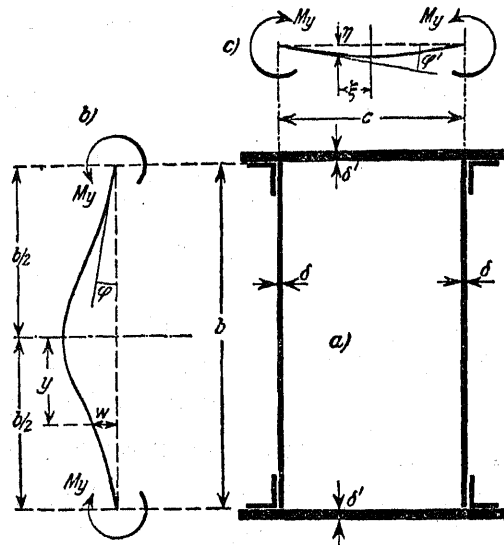
$$M_y = -\frac{EI}{1 - \bar{m}^2} \frac{2}{c} \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{y=\frac{b}{2}}$$

を得る。之は第二の邊縁條件を示すものである。然し乍ら板の邊縁彎曲率  $M_y$  に対して既に前に求めた式が與へられる。即ち

$$M_y = \frac{EJ}{1 - \bar{m}^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \bar{m} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)$$

茲に此の式は  $w$  及び  $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$  が邊縁に於ては零に等しいから、

$$M_y = \frac{EJ}{1 - \bar{m}^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)_{y=\frac{b}{2}}$$



第 170 圖

と簡単になる。 $M_y$  に対して求めた兩方程式を結合して結局次の形の問題の邊縁條件を得る。

$$\frac{\partial w}{\partial y} + \zeta \frac{b}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0, \quad (y = \pm \frac{b}{2} \text{ に対して}) \dots \dots (10)$$

茲に固定係數  $\zeta$  は

$$\zeta = \frac{Jc}{Ib} = \left(\frac{\delta}{\delta'}\right)^2 \frac{c}{b} \dots \dots \dots (11)$$

に依つて示される。

$\zeta$  は少くとも理論的には 0 から  $\infty$  のすべての値を採り得ると云ふ事は直ちに解る。 $\zeta = 0$  ( $I = \infty$ ) の場合は強固に固定した場合を示し、 $\zeta = \infty$  ( $I = 0$ ) の場合は板は邊  $a$  に於て廻轉し得る様に支持されてゐる場合を示してゐる。

兩邊縁條件

$$w = 0 \text{ 及び } \frac{\partial w}{\partial y} + \zeta \frac{b}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad (y = \pm \frac{b}{2} \text{ に対して})$$

に解 (9) を代入して次の二つの決定方程式を得る。

$$A \cos k_1 \frac{b}{2} + C \cos k_2 \frac{b}{2} = 0$$

$$\left(A k_1 \sin k_1 \frac{b}{2} - C k_2 \sin k_2 \frac{b}{2}\right) + \zeta \frac{b}{2} \left(A k_1^2 \cos k_1 \frac{b}{2} - C k_2^2 \cos k_2 \frac{b}{2}\right) = 0$$

此の 1 組の方程式の行列式  $\Delta$  が零の場合にのみ  $A$  及び  $B$  に対して此の方程式から零と異なつた根を求め得るのである。 $\Delta = 0$  はそれ故バックリング條件で、上記の方程式に対して  $\Delta$  の計算を行へば、

$$\left(\tan k_2 \frac{b}{2} + \zeta k_2 \frac{b}{2}\right) k_2 + \left(\sin k_1 \frac{b}{2} + \zeta k_1 \frac{b}{2}\right) k_1 = 0.$$

茲に考へてゐる  $k_1 \frac{b}{2}$  に対して  $\sin k_1 \frac{b}{2}$  は 1 と殆ど僅かしか異なるない<sup>1)</sup>。それ故  $\sin k_1 \frac{b}{2} = 1$  と置けばバックリング條件は非常に簡単になり、結局次の關係を得る。

$$\tan k_2 \frac{b}{2} = -\zeta k_2 \frac{b}{2} - \frac{k_1}{k_2} \left(1 + \zeta k_1 \frac{b}{2}\right) \dots \dots \dots (12)$$

最初の方程式 (7) から  $\frac{a}{b} = \alpha$  とすれば次の如くなる。

1) 即ち方程式 (7) から 
$$\frac{k_1 b}{2} = \frac{b}{2} \sqrt{\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 \frac{\sigma_k \delta}{D} + \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{1-\nu}}}$$

既に c) で知つた様に根號内の最初の被加數は第二のものよりも大きい。今第一の被加數の代りに

第二の被加數を入れれば 
$$\frac{k_1 b}{2} > \frac{b}{2} \frac{n\pi}{a} \sqrt{2\sqrt{1-\nu}}$$

更に展開によつて明かな様に  $\frac{a}{nb} \leq \frac{1}{\sqrt{1-\nu}}$  である。今不等符號を考へて  $\frac{a}{nb}$  を  $\frac{1}{\sqrt{1-\nu}}$  で置き換へ

る時は結局 
$$\frac{k_1 b}{2} > \frac{\pi}{\sqrt{2}} \text{ 或は } \frac{k_1 b}{2} > 2.22 \text{ となる。}$$

$\sin k_1 \frac{b}{2}$  も亦 0.977 と 1 の間に存在する。

$$\frac{k_1 b}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\sqrt{\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 \frac{\sigma_k \delta b^2}{D} + \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 \tau} + \frac{n\pi}{2a} \sqrt{\sqrt{\frac{\sigma_k \delta b^2}{D} \left(\frac{a}{n\pi}\right)^2 + \tau}}$$

今 
$$\sigma_k = \frac{(n\pi)^2 E / \tau}{a^2 \delta (1 - m^2)} \mu^2 = \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 \frac{\tau}{D \delta} \mu^2, \dots \dots (13)$$

とおけば、即ち邊  $a$  を弾性的に固定した場合のバックリング應力と Euler の場合 (邊  $a$  が自由な場合) のバックリング應力と比較するならば、この場合  $\frac{1}{\mu}$  を板の長さ  $a$  に対する減少係数とすれば、 $k_1 \frac{b}{2}$  に対する方程式は次の如くなる。

$$\frac{k_1 b}{2} = \frac{n\pi}{2a} \sqrt{\tau} \sqrt{\mu + 1}$$

同様にして

$$\frac{k_2 b}{2} = \frac{n\pi}{2a} \sqrt{\tau} \sqrt{\mu - 1}$$

バックリング条件 (12) は之等の関係を用ひて次の様になる。

$$\tan \left[ \frac{\pi}{2} \sqrt{\mu - 1} \frac{n \sqrt{\tau}}{a} \right] = - \frac{\pi \mu \zeta}{\sqrt{\mu - 1}} \frac{n \sqrt{\tau}}{a} - \frac{\sqrt{\mu + 1}}{\sqrt{\mu - 1}} \dots (14)$$

此の超越方程式は減少係数  $\frac{1}{\mu}$  と大きさ  $\frac{n \sqrt{\tau}}{a}$  の関係を表はしてゐる。與へられた  $\frac{n \sqrt{\tau}}{a}$  によつてこの方程式から係数  $\mu$  を計算するならば、バックリング應力  $\sigma_k$  を方程式 (13) によつて求める事は簡単な Euler の場合に歸するのである。然し乍ら方程式 (14) によつて與へられた一般解の説明をする前に—茲に説明すべき問題の本質を容易に知るために—最も簡単な場合即ち邊  $a$  を彎曲率の起らぬ様に支持された場合に就てより詳しく考へて見よう、そうすれば一般の方程式 (14) の取扱ひ方は只多少の努力を要するのみである。

方程式 (14) 中で  $\zeta = \infty$  とおけば次の簡単な関係が得られる。

$$\tan \left[ \frac{\pi}{2} \sqrt{\mu - 1} \frac{n \sqrt{\tau}}{a} \right] = - \infty$$

此の方程式の考へ得る最小の根は

$$\frac{\pi}{2} \sqrt{\mu - 1} \frac{n \sqrt{\tau}}{a} = - \frac{\pi}{2}$$

である。  $\mu$  について解けば 
$$\mu = \left( \frac{a}{n \sqrt{\tau}} \right)^2 + 1$$

となるから方程式 (13) に立ち戻つて考へるならば、之より

$$\sigma_k = \frac{(n\pi)^2 E / \tau}{a^2 \delta (1 - m^2)} \left[ \left( \frac{a}{n \sqrt{\tau}} \right)^2 + 1 \right]^2$$

となる。  $J = 1/12 \delta^3$  を用ひ分母分子に  $b^2$  を乗すれば結局次の式を得る。

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E \sqrt{\tau}}{12 (1 - m^2)} \left( \frac{\delta}{b} \right)^2 \left( \frac{a}{n \sqrt{\tau}} + \frac{n \sqrt{\tau}}{a} \right)^2 \dots \dots (15)$$

尙方程式 (15) 中の唯一の疑問の量としては  $n$  が存在する。之は板が其の長さの方向の断面内

でバックルする半波形の数を與へるものである。或る定まつた邊の関係  $a = \frac{a}{b}$  に対する半波形の数  $n$  を決定するため次の如き考察を用ふる：充分に短い板にては即ち  $a$  が小さい時にはバックリングは一つの半波形に生ずるものである。或る比  $a'$  から以上になるとバックリングに際して二つの半波形が形成される。此の極限比に對し即ち之によつて平衡状態が突然に他に變化する様な場合に對しては、兩状態はそのバックリング應力  $\sigma_k$  に於ても等しくなるから、 $\sigma_k$  に對して方程式 (15) は最初  $n = 1$  次に  $n = 2$  を與へる場合に同じ値を示さねばならぬ。同様に二つ並に三つの波形にバックルするものには  $n = 2$  及び  $n = 3$  に對する  $\sigma_k$  に同じ値を與へる  $a$  の値を定める事が出来る。之に依つて一般的に  $n$  並に  $n + 1$  の半波形が成立し得る様な極限比  $a'$  を次の方程式から求めるのである。

$$\left( \frac{a'}{n \sqrt{\tau}} + \frac{n \sqrt{\tau}}{a'} \right)^2 = \left( \frac{a'}{(n+1) \sqrt{\tau}} + \frac{(n+1) \sqrt{\tau}}{a'} \right)^2$$

之から

$$\frac{a'}{\sqrt{\tau}} = \sqrt{n(n+1)} \dots \dots \dots (16)$$

今 
$$n = 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \dots \dots$$

とおけば 
$$\frac{a'}{\sqrt{\tau}} = \sqrt{2} \quad \sqrt{6} \quad \sqrt{12} \quad \sqrt{20} \dots \dots$$

となる。  $\tau = 1$  即ち弾性の法則が適用し得る時には  $a = 1.414 b$  まではバックリングは一つの波で起り、 $a = 1.414 b$  から  $a = 2.456 b$  までは二つの波で生ずる。弾性限界を越す時には  $\tau < 1$  であるから極限比は互に近づき、バックリング應力  $\sigma_k$  が高い程波形は短くなるのである。

色々な邊の比  $a$  に対するバックリング應力の経過圖を示すために第 171 圖は次式

$$s = \left( \frac{a}{n} + \frac{n}{a} \right)^2$$

即ち  $\tau = 1$  の場合を  $a$  の函数として圖示した。  $\sigma_k$  は  $s$  に比例するから  $s$  曲線は又バックリング應力  $\sigma_k$  の  $a$  に関する経過圖を示す事になる。第 171 圖から解る様に  $s$  曲線は相互に結合する個々の不連続な小分枝に分解される。之は邊の比  $a$  に従つて  $n = 1, 2, 3 \dots$  の半波形に於けるバックリングを示すものである。各々の小分枝の中に  $\sigma_k$  が最小値となる様な邊の比  $a_0$  が存在する。しかも圖が示して居る様に尙之については以下示さうと思ふが、断面決定に際して便宜的な値として特に重要な此の  $\sigma_k$  の最小値は  $a$  が丁度巾  $b$  の整数倍の時に生ずるものである。  $s$  線の最も深い點は  $a = 1, 2, 3 \dots$  の時に存在する。更に又注意すべき事實として各個々の曲線枝に相當する最小値は全く相互に等しく、且又板長  $a$  が増加するに従つて實際の板長に相當する  $s$  の値 (並に  $\sigma_k$  の値) と最小値  $\min \sigma_k$  との間の差違は益々小さくなると云ふ事が確定出来る、そこで例へば  $a = 3.464$  のとき  $\max s = 4.08$  であり  $\min s = 4$  である。茲に於ける差違は 2% である。そして  $a$  が増加すると共に非常に速に減少する。抗壓材に於ては只長くて巾のせまい板が考へられるから總ての長さ  $a$  と巾  $b$  の比  $a$  に對して同じである  $\min \sigma_k$  を以て常に計算の根本となし得られ、之に依つて更に細かい計算方法は非常に簡単になるのである。  $\tau < 1$  の場合即ち弾性限界を越した場合にも同様の関係が存在する。

$\sigma_k$  に対する方程式 (15) から条件

$$\frac{\partial \sigma_k}{\partial a} = 0$$

に基いて  $\sigma_k$  を最小ならしめる  $a_0$  を求める、即ち

$$a_0 = n \sqrt[4]{\tau} \dots \dots \dots (17)$$

を得る。

$\tau = 1$  に対しては  $a_0 = n$  となり、之は既に上で説明した所である。 $a_0$  を方程式 (15) に代入すれば

$$\min \sigma_k = \frac{\pi^2 E}{3(1-\bar{m}^2)} \left(\frac{\delta}{b}\right)^2 \sqrt[4]{\tau} \dots \dots \dots (18)$$

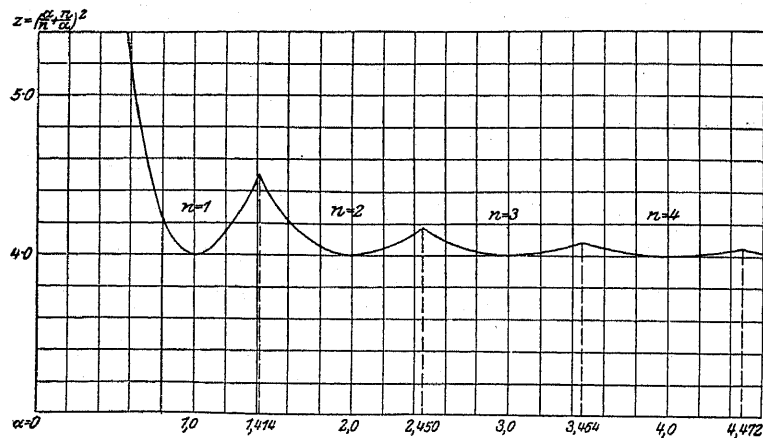
或は  $E = 2150 \text{ t/cm}^2$  及び  $\bar{m} = 0.3$  より

$$\min \sigma_k = 7772 \left(\frac{\delta}{b}\right)^2 \sqrt[4]{\tau} \quad (t \text{ 及び } \text{cm}) \dots \dots \dots (18')$$

となる。此の式は半波形数  $n$  従つて邊の比  $a$  には無関係である。實用的には弾性限界を越した場合にもすべての比  $a$  に対して只  $\sigma_k$  の最も都合の悪い値を以て計算すれば良い、茲に  $\sigma_k$  が部材と異なる点であるが、 $\sqrt[4]{\tau}$  に比例する事は注意に値すべき事である。

$\tau$  は 1 又は 1 より小さい量で  $\sigma_k$  に関係するものである。今の場合 30 の方程式 (9) による  $\tau$  を方程式 (18') に代入すれば、 $\sigma_k$  に対する二次方程式を得る。即ち

$$\sigma_k = \frac{r}{2} - \sqrt{\frac{r^2}{4} - 9.61} \quad \text{但し } r = \frac{(b/\delta)^4}{2190 \cdot 10^4} + 6.2 \quad (t \text{ 及び } \text{cm}) \dots \dots (18'')$$



第 171 圖

今一般バックリング条件方程式 (14) の説明に立ち戻つて考へると量  $\frac{a}{n \sqrt[4]{\tau}}$  を含む超越的な形のために方程式 (14) を應用する事は非常に困難である。吾々は今詳細に觀察した  $\zeta = \infty$  の場合に於て  $\mu^2$  に対して嚴密に正しい式を見出し得る。

1)  $a_0$  を決定する際  $\tau$  を  $\sigma_k$  に無関係とみて來た事は正確には正しくない。然し係数  $\tau$  が  $\sigma_k$  に関係する影響は  $a_0$  を求める際には若し  $n > 1$  ならば非常に小さい。

$$\mu^2 = 1 + 2 \left(\frac{a}{n \sqrt[4]{\tau}}\right)^2 + \left(\frac{a}{n \sqrt[4]{\tau}}\right)^4 \dots \dots \dots (19)$$

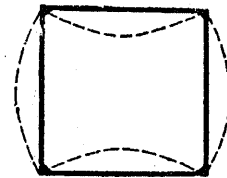
方程式 (14) に依つて與へられる  $\mu$  と  $\frac{a}{n \sqrt[4]{\tau}}$  との間の關係は少くとも近似的に之と似た式によつて示されないかどうかと云ふ事を研究して見ようと云ふ考へは尤もである。實際も亦そうである。方程式 (14) は實際上充分に近似的に (誤差 < 1.5%) 次の形の函数で置換へられる。

$$\mu^2 = 1 + p \left(\frac{a}{n \sqrt[4]{\tau}}\right)^2 + q \left(\frac{a}{n \sqrt[4]{\tau}}\right)^4 \dots \dots \dots (20)$$

茲に  $p$  及び  $q$  は固定係数  $\zeta$  に関係する量である。著者は  $p$  及び  $q$  を次の様に求めた。

$\zeta = 0$	0,1	0,2	0,5	1
$p = 2,50$	2,30	2,18	2,10	2,00
$q = 5,00$	3,55	2,81	2,16	1,00

$\zeta = 1$  に対する最後の行については尙説明が必要である。吾々は本節の最初の所で邊緣力率  $M_y$  と撓角  $\varphi$  とは比例するものと假定した、此の假定は固定部分はその變形に影響する壓力を受けない限り正しく成立するものである。併し乍ら此處に考慮してゐる様な函形斷面の抗壓材に於ては決して上の如きものでない。固定部分を示す (第 170 圖) 例に於ける弦の彎曲は只單に不安定平衡状態に於ける腹板の變形に依つて定められるのみならず、蓋板に作用する軸壓力に依つて決定されるものである。しかしながら蓋板が強固であればある程、従つて  $\zeta$  が小さければ小さい程壓力の影響は少くなるのであるが、1 に近づく時には此の影響は實際上著しくなる。即ち  $\zeta = 1$  に際しては  $p$  及び  $q$  は固定部分に於ける壓力を無視した際  $\zeta = \infty$  の時始めて達する値に達するのである。



第 172 圖

$\zeta = 1$  のときには第 172 圖に示した斷面の際に實現する様に總ての四つの壁が同一の剛度を有する事になる。此の中一つの板の一對が只軸壓力を受けて居る時には第二の板の一對は最初のものの荷重を幾分減ぜしめ得るものである。此の時のバックリング應力  $\sigma_k$  の値は此の假定の下に導いたバックリング条件 (14) に依つて與へられ、又  $\mu$  は此の條件に適合した方程式 (20) の形の方程式に依つて與へられる。しかし乍ら四邊全部が一様に壓力を受けて居る時には——抗壓材は勿論此の場合であるが、——板の兩方の一對は同時に不安定平衡状態に入り、一方の一對は最早他の一對の荷重を減ぜしめる事は出来ない。此の時板は恰も邊に於て彎曲率が作用しない様に置かれた様な状態にある。之は上に分けて取扱はれた  $\zeta = \infty$  の場合である。<sup>1)</sup> それ故上述の關係を次の様に修正すべきである。即ち  $\zeta = 1$  の時に生ずる  $p$  及び  $q$  のやゝ大きな値の代りに  $\zeta = \infty$  のとき (方程式 19) に対する  $p = 2, q = 1$  を置換へるべきである (正確な値は  $p = 2,01, q = 1,68$  である)。

1) 部材列の凡ての部材が同時にバックリング限界に達する時には、部材結合に於て同様の場合が考へられる。

ζ の中間の値に対しては上述の表の値から直線的關係に依つて求められる。

μ に對する近似公式 (20) を利用して σ<sub>k</sub> に對する方程式 (13) から、λ = 1/12 δ<sup>3</sup> とおき、分母分子に δ<sup>2</sup> を乗じて次式を得る。

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E \sqrt{\tau}}{12(1-\bar{m}^2)} \left(\frac{\delta}{b}\right)^2 \left[ \left(\frac{n\sqrt{\tau}}{a}\right)^2 + \rho + q \left(\frac{a}{n\sqrt{\tau}}\right)^2 \right] \dots (21)$$

上と同様の考へ方に基いて n 並に n+1 の半波形が存在し得る場合の邊の比 a' を定め得る。即ち

$$a' = \sqrt[4]{\frac{\tau}{q}} \sqrt{n(n+1)} \dots (22)$$

茲に q は 1 と 5 との間に存在する。q = 1 に對しては (邊 a を自由に支へたため) 既に上で求めた a' の値を得る。即ち

$$a' = \sqrt[4]{\tau} \sqrt{n(n+1)}$$

q = 5 に對しては (邊 a を固定した場合)

$$a' = 0.668 \sqrt[4]{\tau} \sqrt{n(n+1)}$$

半波形はそれ故固定に依つて著しく短くなる。

更に σ<sub>k</sub> が最小値となる a<sub>0</sub> の値について研究しよう、何故なら此の値を今後の計算に於て根本におくからである。條件方程式

$$\frac{\partial \sigma_k}{\partial a} = 0$$

より

$$a_0 = n \sqrt[4]{\frac{\tau}{q}} \dots (23)$$

となる。

此の値を方程式 (21) の中に入れ結局次の式を得る。

$$\min \sigma_k = \frac{\pi^2 E \sqrt{\tau}}{12(1-\bar{m}^2)} \left(\frac{\delta}{b}\right)^2 (\rho + 2\sqrt{q}) \dots (24)$$

或は E = 2150 t/cm<sup>2</sup>, m̄ = 0.3 とし

$$\sigma_k = 1943 \left(\frac{\delta}{b}\right)^2 (\rho + 2\sqrt{q}) \sqrt{\tau} \quad (t \text{ 及び } cm) \dots (24')$$

となる。之は n に無關係の式であるから總ての部材長に適用し得る。

部分構造物の總ての部分に於てその部分の破壊に對してもつ常に等しい安全度に主眼を向けなければならない。それ故に抗壓集成材の断面決定は全部材がバックリングに對する時と各個々の板狀部分がバックリングに對して同一の安全度を持つ様に行はれねばならない。それ故板のバックリングを起させる限界應力 σ<sub>k</sub> は l/i の細長比を持つ部材が一體としてバックルする時に有する限界應力と等しくなければならない。それ故次の關係がある。

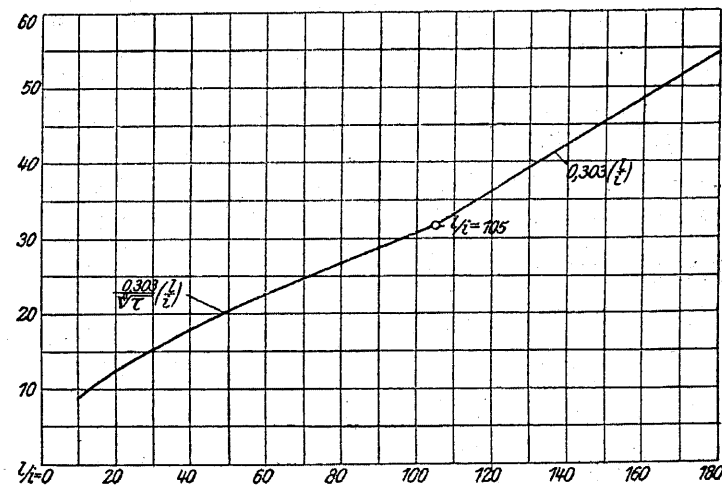
$$\frac{\pi^2 E \tau}{\left(\frac{l}{i}\right)^2} = \frac{\pi^2 E \sqrt{\tau}}{12(1-\bar{m}^2)} \left(\frac{\delta}{b}\right)^2 (\rho + 2\sqrt{q})$$

之から次の決定的關係を得る、

$$\frac{b}{\delta} = \frac{\sqrt{\rho + 2\sqrt{q}}}{2\sqrt{3(1-\bar{m}^2)} \sqrt{\tau}} \left(\frac{l}{i}\right) = \frac{0.303}{\sqrt{\tau}} \sqrt{\rho + 2\sqrt{q}} \left(\frac{l}{i}\right) \dots (25)$$

式 (25) から板の巾及び厚さ間の許容比は全部材の細長比と共に増加すると云ふ重要な事實を知る。それ故繊細な部材に於ては短大なるものに於けるよりも薄い腹板を用ひて宜しい。

曲線  $\frac{0.303}{\sqrt{\tau}} \left(\frac{l}{i}\right)$  の経過を  $\left(\frac{l}{i}\right)$  によつて第 I 表及び第 III 表を利用して計算し、第 173 圖に示した。極く僅か彎曲して居る第一の枝は充分近似的に拋物線に依つて置換へられる。



第 173 圖

ζ に關係する根の式は近似的に 2.64 - 0.64√ζ に依つて示される、故に次の簡単な公式を得る。

10 から 105 までの l/i に對して

$$\frac{b}{\delta} \approx \left(3.42 \sqrt{\frac{l}{i}} - 3.30\right) (2.64 - 0.64\sqrt{\zeta})$$

l/i > 105 に對して

$$\frac{b}{\delta} \approx 0.303 \frac{l}{i} (2.64 - 0.64\sqrt{\zeta})$$

..... (26)

此處に ζ = δ<sup>3</sup>b' / δ<sup>3</sup>b で、δ 及び b は固定された板の厚さ及び巾で、δ' 及び b' は固定する板の厚さ及び巾である。

橋梁工に於ける普通の部材形に對して此の簡単な公式を應用する事は 55 に示した。

e) 邊  $a$  の片方が弾性的に固定され他方が全く自由な板

此處でも亦最も一般的な支持条件を示す様な或る特定の場合を考へて一般的研究を關係づけ様と思ふ。第 174 a 圖は腹板が一方は全く自由に他方は蓋板によつて弾性的に固定された對稱な部材断面を示したものである。腹板並に蓋板の偶然の變形を第 174 b 及び c 圖に示してある。y 軸を板の中央を通して採り、x 軸を固定した邊に一致させて採る。茲に此の問題の根本をなす微分方程式即ち方程式 (8) を再び考へねばならぬ。此の方程式は次の如くなる。

$$w = \cos \frac{n\pi x}{a} [A \text{Cof } k_1 y + B \text{Sin } k_1 y + C \cos k_2 y + D \sin k_2 y]$$

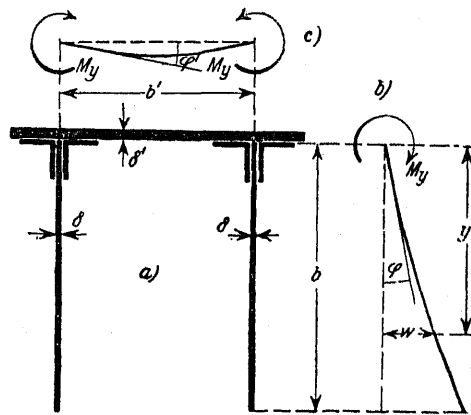
茲に  $k_1$  及び  $k_2$  は式 (7) の絶対値によつて與へられる。

四つの常數  $A \sim D$  を決定せしめる所の邊縁条件として次のものを考へる。

$$y=0 \text{ に対し } w=0 \text{ 及び } M_y = \nu \frac{\partial w}{\partial y}$$

$$y=b \text{ に対し } M_y=0 \text{ 及び } Q_y=0$$

弾性的に固定された邊に於ては第一の場合に於ける様に——此處に固定した部分には壓力が作用しないものとする——邊に作用する彎曲率は y 軸に平行な末端の切線の撓角に比例しなければならない。此の邊縁条件を更に追究すると既に導いた關係



第 174 圖

10) に歸着する。  $M_y$  及び  $Q_y$  は弾性理論により次の式で與へられる。

$$M_y = \frac{EJ}{1-m^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \bar{m} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \sqrt{\tau} \right), \quad Q_y = \frac{EJ}{1-m^2} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + (2-\bar{m}) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \sqrt{\tau} \right)$$

此の場合バックリング係數  $\tau$  を方程式 (2) を定めた時と同じ考察に基いて相對應せる部分に導いた。此の解に最初の二つの邊縁条件を代入すれば次の式を得る。

$$A + C = 0$$

$$B k_1 + D k_2 - \zeta \frac{b}{2} (A k_1^2 - C k_2^2) = 0^{1)}$$

故に

$$A = -C$$

$$B = -D \frac{k_2}{k_1} - C \zeta \frac{b}{2} \frac{k_1^2 + k_2^2}{k_1}$$

故に一般解 (2) は次の特別の形を取る事になる

1) こゝに縦距  $\nu$  は I の場合の様に中央からではなく邊から、即ち反對に測るから方程式 (10) は次の形をとる

$$\left( \frac{\partial w}{\partial y} \right) - \zeta \frac{b}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$$

$$w = \cos \frac{n\pi x}{a} \left[ C \left( \cos k_2 y - \text{Cof } k_1 y - \zeta \frac{b}{2} \frac{k_1^2 + k_2^2}{k_1} \text{Sin } k_1 y \right) + D \left( \sin k_2 y - \frac{k_2}{k_1} \text{Sin } k_1 y \right) \right]$$

w の此の値により他の二つの邊縁条件から次の方程式を得る。

$$C \left\{ \left[ k_2^2 + \bar{m} \sqrt{\tau} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \right] \cos k_2 b + \left[ k_1^2 - \bar{m} \sqrt{\tau} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \right] \text{Cof } k_1 b + \zeta \frac{b}{2} \frac{k_1^2 + k_2^2}{k_1} \left[ k_1^2 - \bar{m} \sqrt{\tau} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \right] \text{Sin } k_1 b \right\}$$

$$+ D \left\{ \left[ k_2^2 + \bar{m} \sqrt{\tau} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \right] \sin k_2 b + \left[ k_1^2 - \bar{m} \sqrt{\tau} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \right] \frac{k_2}{k_1} \text{Sin } k_1 b \right\} = 0$$

$$C \left\{ \left[ k_2^2 + (2-\bar{m}) \sqrt{\tau} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \right] k_2 \sin k_2 b - \left[ k_1^2 - (2-\bar{m}) \sqrt{\tau} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \right] k_1 \text{Sin } k_1 b - \zeta \frac{b}{2} \frac{k_1^2 + k_2^2}{k_1} \left[ k_1^2 - (2-\bar{m}) \sqrt{\tau} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \right] k_1 \text{Cof } k_1 b \right\}$$

$$- D \left\{ \left[ k_2^2 + (2-\bar{m}) \sqrt{\tau} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \right] k_2 \cos k_2 b + \left[ k_1^2 - (2-\bar{m}) \sqrt{\tau} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \right] k_2 \text{Cof } k_1 b \right\} = 0$$

扱て方程式 (7) によつて容易に驗算しうる事が出来る様に

$$r = k_2^2 + \bar{m} \sqrt{\tau} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 = k_1^2 - (2-\bar{m}) \sqrt{\tau} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2$$

$$t = k_1^2 - \bar{m} \sqrt{\tau} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 = k_2^2 + (2-\bar{m}) \sqrt{\tau} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2$$

である。更に

$$\zeta \frac{b}{2} \cdot \frac{k_1^2 + k_2^2}{k_1} = h$$

と置けば、上述の方程式は次の様になる

$$C [r \cos k_2 b + t \text{Cof } k_1 b + ht \text{Sin } k_1 b] + D [r \sin k_2 b + t \frac{k_2}{k_1} \text{Sin } k_1 b] = 0$$

$$C \left[ t \frac{k_2}{k_1} \sin k_2 b - r \text{Sin } k_1 b - hr \text{Cof } k_1 b \right] - D \left[ t \frac{k_2}{k_1} \cos k_2 b + r \frac{k_2}{k_1} \text{Cof } k_1 b \right] = 0$$

I の場合と同じく  $A=0$  はバックリング条件となる。即ち

$$\frac{2rt}{\text{Cof } k_1 b \cdot \cos k_2 b} + (r^2 + t^2) - \frac{r^2 k_1^2 - t^2 k_2^2}{k_1 k_2} \text{Cof } k_1 b \cdot \tan k_2 b + h \left[ t^2 \text{Cof } k_1 b - r^2 \frac{k_1}{k_2} \tan k_2 b \right] = 0 \quad (27)$$

バックリング条件 (27) に依て定められる  $\mu$  と  $\frac{a}{n\sqrt{\tau}}$  との間の關係は I の場合と全く同様

様に (20) の形の有理式で充分正確に示される。1) され故  $\sigma_b$  は此處でも亦方程式 (21) に依て

1) a) に於る様に係數  $\mu$  を代入すれば

$$k_1 b = \frac{n\pi}{a} \sqrt{\tau} \sqrt{\mu+1}, \quad k_2 b = \frac{n\pi}{a} \sqrt{\tau} \sqrt{\mu-1},$$

$$r = \frac{1}{b^2} \left[ \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \sqrt{\tau} (\mu-1+m) \right]$$

$$t = \frac{1}{b^2} \left[ \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \sqrt{\tau} (\mu+1-m) \right].$$



$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E \sqrt{\tau}}{12(1-m^2)} \left(\frac{\delta}{b}\right)^2 \left[ \left(\frac{n^2 \sqrt{\tau}}{a}\right)^2 + p + q \left(\frac{a}{n^2 \sqrt{\tau}}\right)^2 \right]$$

となる此の方程式中の係数  $p$  及び  $q$  は単に固定係数  $\zeta$  に関係するもので正確な方程式 27) を利用して次の様に計算せられる

$\zeta = 0$	0.1	0.2	1
$p = 0.570$	0.475	0.452	0.425
$q = 0.125$	0.115	0.098	0

$\zeta$  の中間値に対しては直線的に變化するものとして求められる。I の場合と同様の考察によつて、 $\zeta=1$  の時は  $p$  及び  $q$  に対しては邊に沿つて彎曲率の作用しない様な支持 (即ち  $\zeta=\infty$ ) に相當する値を置いた。之等の値は兎に角計算による値と始ど僅かしか異なつてゐない。 $(\zeta=\infty$  に対する正しい値は  $p = 0.427$  及び  $q = 0.010$  である)。

方程式 (21) が適合する事から亦 I の場合によつて確定せられた他の簡単な關係式 22—24 も適合する、即ち

極限比  $a'$  は

$$a' = \sqrt[4]{\frac{\tau}{q}} \sqrt{n(n+1)} \dots \dots \dots (22)$$

$\sigma_k$  に最小値を與へる邊の關係  $a_0$  は

$$a_0 = \sqrt[4]{\frac{\tau}{q}} \dots \dots \dots (23)$$

それ故

$$\min \sigma_k = \frac{\pi^2 E \sqrt{\tau}}{12(1-m^2)} \left(\frac{\delta}{b}\right)^2 (p + 2\sqrt{q}) \dots \dots \dots (24)$$

となる。

方程式 (23) から次の事實を知る、即ち固定度の減少するに伴つて  $q$  は非常に速に減少するから  $a_0$  は益々増大し邊  $a$  に沿ふて彎曲率の作用しない様な支持の際には  $q = 0$  によつて無限にまでなるのである。一方  $a$  が増加するにつれ  $\min \sigma_k$  は連続的に減少し次の極限值に漸近線的に近づくのである。即ち

$$\min_{n=\infty} \sigma_k = \frac{\pi^2 E \sqrt{\tau}}{12(1-m^2)} \left(\frac{\delta}{b}\right)^2 p \dots \dots \dots (28)$$

今或る邊が自由に廻轉し得るものとせばどんな長さ  $a$  を持つともそれに無關係に板は一半波形にバックルし、板の長さ  $a$  を如何に大きく選ぶともバックリング應力の値は上述の極限值 (28) を超過する事はないのである。板の片方が弾性的に固定されゐるものとせば、充分な長さ  $a$  をもつ時には多數の半波形をなすものである。

板のバックリングに対する安全度は全部材のバックリングに対するものと同様でなければならぬから場合 I (242 頁) と同様に次の如くなる。

$$\frac{b}{\delta} = \frac{\sqrt{p+2\sqrt{q}}}{2\sqrt{3(1-m)^2\sqrt{\tau}}} \left(\frac{l}{i}\right) = \frac{0.303}{\sqrt{\tau}} \sqrt{p+2\sqrt{q}} \left(\frac{l}{i}\right) \dots \dots \dots (29)$$

上述の様にバックリング係数  $\tau$  と細長比  $\frac{l}{i}$  との間の關係を考へて、根の式  $\sqrt{p+2\sqrt{q}}$  を更に ( $p$  及び  $q$  の上述の 1 組の値を近似的に示す簡単な式)  $1.13 - 0.48\zeta$  をもつて置換へれば次の實用上適當なる公式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{l}{i} \text{ が } 10 \text{ から } 105 \text{ までに對して} \\ \frac{b}{\delta} \approx (3.42\sqrt{\frac{l}{i}} - 3.30)(1.13 - 0.48\zeta) \\ \frac{l}{i} > 105 \text{ に對して} \\ \frac{b}{\delta} \approx 0.303 \frac{l}{i} (1.13 - 0.48\zeta) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (30)$$

55. 橋梁工に使用する抗壓材断面への應用

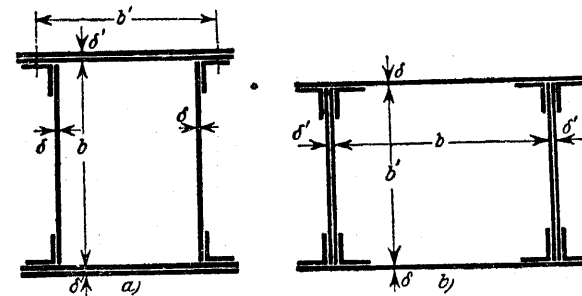
a) 閉じた函形断面

橋梁工に於ては第 175 圖に示した断面形を持つ抗壓材は通常細長比  $\frac{l}{i} < 105$  として示される。其の腹銀の断面決定は個々の場合に於ては方程式 (26) に従つて次の公式による。

$$\left(\frac{b}{\delta}\right)_{\text{erf}} = (3.42\sqrt{\frac{l}{i}} - 3.30)(2.64 - 0.64\sqrt{\zeta})$$

茲に  $\zeta$  は次の式によつて定義せられる。

$$\zeta = \frac{\delta^3 b'}{\delta'^3 b}$$



第 175 圖

腹銀薄く蓋銀厚き場合 (断面 a) には  $\delta$  及び  $b$  の値として腹銀の寸法を採るべきである。腹銀が蓋銀よりも厚き場合には  $\delta$  及び  $b$  の値として蓋銀の寸法を計算に入るべきである (断面 b)。固定係数  $\zeta$  は常に 1 よりも小さく、最大の場

合に 1 に等しくなければならぬ。比  $\frac{b}{\delta}$  の値は細長比及び固定係数  $\zeta$  に従つて 28 から 61 の間に上下するものである。

バックリングの危険を少なくする目的で隔壁を挿入する事は此の様な断面に於ては無意味である。通常行つてゐる様に相當の間隔 (例へば銀幅  $b$  の數倍) に隔壁を設けるならば、バックリングに際しては、此の 2 個の隔壁の間で多數の半波形をつくり其の波長は設計公式の基と

した  $\min \sigma_k$  の値に對應する最悪の場合の波長と殆んど異なるのである。半波形が出来るだけ大きな波長を形づくり得る様に此の隔壁を  $\alpha = 1.414 b \sqrt{\frac{1}{i}}$  の様に狭い間隔に設けても其の耐荷力の上昇は極く僅かで、うまく行つた所で高々 6% 位のものであらう。此の爲めに例へば  $\frac{l}{i} = 25$  の部材に對しては  $\alpha = 0.76 b$  に採り、 $\frac{l}{i} = 60$  の部材に對しては  $\alpha = 1.13 b$  に採つてゐる。隔壁鉄を非常に密に配置する事により耐荷力は非常に僅かしか増さないから斯くする事は最も不經濟なものと考へられる。それ故に閉じた函形断面に於て鉄幅  $b$  の 2 倍乃至數倍の距離を有する隔壁鉄は部材の耐荷力に何等考慮に値する作用を及ぼさない事を確言し得るのである。それ故隔壁は避くべきである。

b) 開いた函形断面及び工断面

第 176 圖に示した部材断面の腹鉄は堅の邊に於て彎曲率が働かぬ様に支へられた板の様な状態に在る、何となれば部材端からの若干の距離の所では腹鉄は廻轉に對し極く僅かの抵抗を有するのみであるからである。許容比  $\frac{b}{\delta}$  の決定はそれ故  $\zeta = 1$  の時の公式 (26) に従ふのである、それ故

$\frac{l}{i}$  が 10 から 105 までのとき

$$\left(\frac{b}{\delta}\right)_{\text{ert}} \approx 6.84 \sqrt{\frac{l}{i}} - 6.60$$

$\frac{l}{i} > 105$  のとき

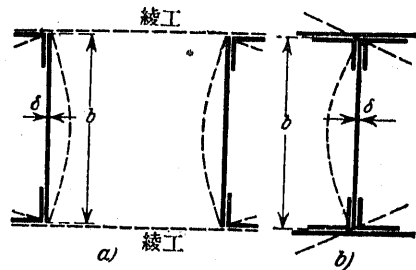
$$\left(\frac{b}{\delta}\right)_{\text{ert}} \approx 0.606 \left(\frac{l}{i}\right)$$

..... (31)

第 176 a 圖の様に  $\frac{l}{i}$  が 25 ~ 60 の間にある様な断面形の場合には  $\frac{b}{\delta}$  は 28 ~ 46 の間にある。

及び  $\square$  形の輓壓した断面に於ては比  $\frac{b}{\delta}$  は次の様になる。

- $\square$  桁 NP 8-60 . . . . . 30~28
- $\square$  鋼 NP 8-30 . . . . . 13~30
- $\square$  桁 18B-60B . . . . . 21~29



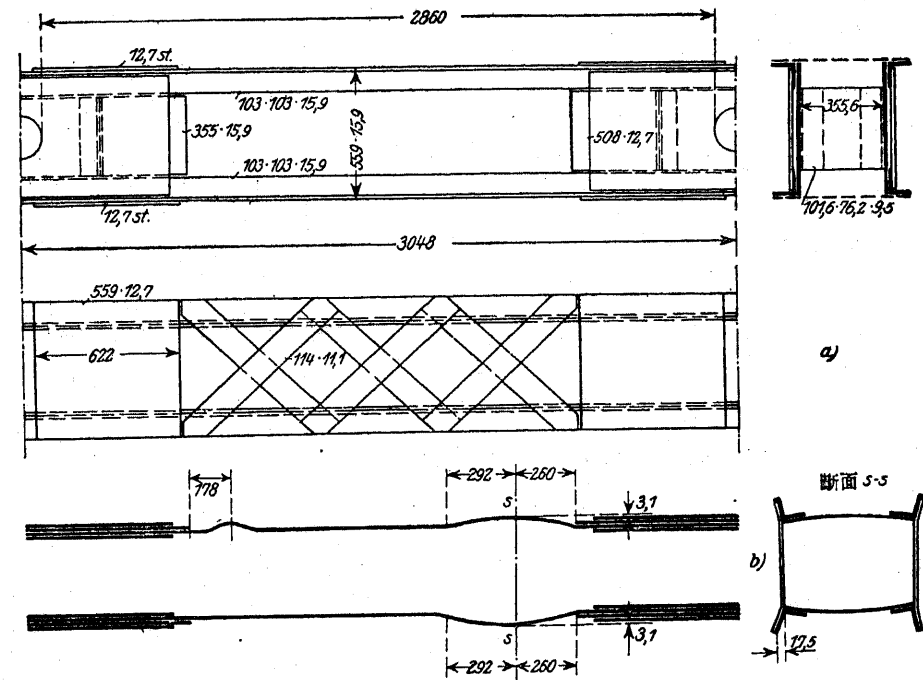
第 176 圖

それ故に細長比  $\frac{l}{i} > 25$  の様な部材に於ては鉄のバックリングは最初から考へなくて良い。

第 176 a 圖の様な函形断面をした部材に於ける隔壁鉄の配置に關しては  $\alpha$  の場合と同様である。

例 1. 1912 年に Phoenixville Pa. に於て行はれた Onebeck 橋の新工事に對する鑄鐵部材の實驗の際第 177 圖に示す様な断面と長さをも有する 6 部材等に壓力を加へ破壊した。<sup>1)</sup>

1) Mayer, Dr. Ing. R.: Die Knickfestigkeit, S. 424 參照。



第 177 圖

之は降伏點が 3,0 t/cm<sup>2</sup> で、4,55 t/cm<sup>2</sup> の強度を持つ固い鑄鐵から成つて居た。之はその端に圓錐狀のボルトを挿入したため、與へられた部材寸法に於て只自由軸の方向に於けるバックリングが問題になるのみである。

$F = 296,3 \text{ cm}^2$ ,  $i_x = 20,55 \text{ cm}$ ,  $l = 286 \text{ cm}$  から  $\frac{l}{i_x} = 13,92$  故に (31) の兩式中最初の式から

$$\left(\frac{b}{\delta}\right)_{\text{ert}} = 6,84 \sqrt{\frac{l}{i}} - 6,60 = 13,9,$$

となる。然るに事實上の比は

$$\frac{55,9}{1,59} = 35,2.$$

であつた。それ故部材端に於ける色々な補強鉄に依つてのみ區別される此の種類 6 構造部材は皆腹鉄のバックリングに依つて早期に破壊されると云ふ事は明白な事實である。Tetmajer の公式に依る ( $\sigma_k = 2,94 \text{ t/cm}^2$ ) よりも尙幾分大きい耐荷力を期待せしめる様な高い降伏點を有するにも拘らず、第 177 圖に示した部材は 2,66 t/cm<sup>2</sup> で既にバックルして居る。

公式 (18') に依つて鉄のバックリングの生ずる部材應力の方の限界値  $\min \sigma_k$  は

$$r = \frac{\left(\frac{b}{\delta}\right)^4}{2190 \cdot 10^4} + 6,2 = 6,2702$$

なるを以て

$$\min \sigma_k = \frac{r}{2} - \sqrt{\frac{r^2}{4} - 9,61} = 2,67 \text{ t/cm}^2,$$

となり、之は観測したバックリング應力 2,66 t/cm<sup>2</sup> と非常によく一致して居る。

第 177 b 圖は實驗後の試験體 Nr. 44 の軸に沿ふ縦断面及び横断面を示したものである。

例 2. 上述の例に於けるものと同じ材料から成る一対の試験體を選んだ。その断面は第 178 圖に示した通りである。此の實驗も同様に新 Quebeck 橋を造築する目的で 1913 年に行はれたものである。部材は只 y 軸方向のバックリングが問題になる様にボルトで支へられて居る。

部材の全長は 1036 cm でボルトの接觸點間の距離は 1018 cm である。之を吾々はバックリング長と見做した。綾工は交叉する平板 108×15,9 から成つて居る。部材端には隔板及び腹板の上におかれた板によつて補強された。

$$F = 227,0 \text{ cm}^2, \quad i_x = 20,08 \text{ cm} \quad \text{故に} \quad \frac{l}{i_x} = 50,7$$

それ故バックリング應力は  
 $\sigma_k = 2,520 \text{ t/cm}^2$  (Tetmajer に依る)

となる。

前に計算した様に必要な  $\frac{b}{\delta}$  の比を式 (31) に依つて求めるならば

$$\left(\frac{b}{\delta}\right)_{\text{erf}} = 6,84\sqrt{50,7} - 6,60 = 42,1.$$

事實土の厚さと巾との比は  $\frac{55,9}{1,27} = 44$  で幾分大きい。此の事實は部材の耐荷力は Tetmajer に依るものよりも幾分下に止まるものと想像される。實驗も亦これを確證してゐる。兩實驗の平均値は  $\sigma_k = 2,44 \text{ t/cm}^2$  である。

方程式 (18') から邊縁應力  $\min \sigma_k$  を求める。之に依つて板はその細長比  $\frac{b}{\delta} = 44$  の時にバックルするのである。即ち

$$r = \frac{\left(\frac{b}{\delta}\right)^4}{2190 \cdot 10^4} + 6,2 = 6,370$$

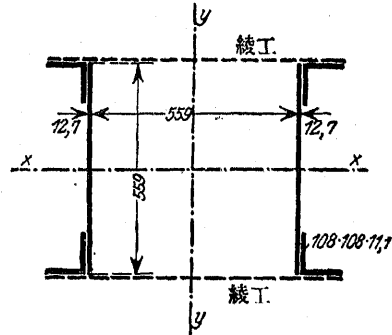
及び

$$\min \sigma_k = \frac{r}{2} - \sqrt{\frac{r^2}{4} - 9,61} = 2,458 \text{ t/cm}^2$$

をうる。之は實驗の結果と非常によく一致するもので、之によつて部材の破壊は明かに腹板から初まる事を知る。何となれば腹板は所々に於て突縁山形鋼と離れて居るからである。

### c) I 形の部材断面

I 断面の腹板は普通完全に固定されたものと考へられる、何となれば突縁山形鋼及び綾工によつてバックリングしない様にされて居る強固な側板は極く僅かしか彎曲作用を受け得ない



第 178 圖

からである (第 179 圖)。部材が非常に長いものとすれば、突縁山形鋼の側方剛度を助けるために山形鋼の脚幅の 10~15 倍の距離に突縁山形鋼を互に結合せる横結合材(綾工)を設ける事は無條件に望ましい事である。ζ = 0 (強固に固定された場合) の時は公式 (26) より次の様な設計に就ての規則を得、即ち

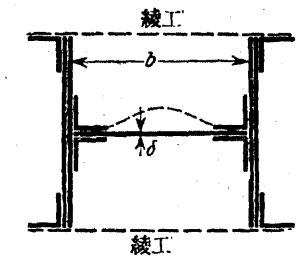
$$\frac{l}{i} = 10 \sim 105 \text{ の場合には}$$

$$\left(\frac{b}{\delta}\right)_{\text{erf}} = 9\sqrt{\frac{l}{i}} - 8,7 \dots \dots \dots (32)$$

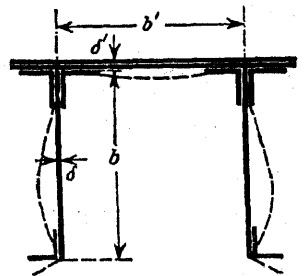
通常の細長比即ち  $\frac{l}{i} = 25 \sim 60$  の時には  $\frac{b}{\delta}$  は 36 と 61 の間にある。

### d) 端山形鋼の付いた II 断面

茲に説明せねばならぬ更に重要な断面を第 180 圖に示した。腹板は上方は蓋板に弾性的に結合されて居り、下方は端山形鋼に自由に廻轉し得る様支へられてゐるものとみなされる。何となれば斯かる山形鋼は又廻轉に對しては抵抗し得ぬからである。勿論端山形は腹板の側方へのバックリングを妨げるために充分な側方剛度を有する事に注意を拂はなければならない、これには適當の間隔に綴板並に綾工を配置すれば良い。斯かる綴板の間隔は第十章 40 の法則に依れば、次の様にして定めるべきである。即ち山形鋼は全壓力の中この断面によつて取られる力による側方バックリングに對して全断面と同じ程度のバックリング安全度を持たねばならない。そこで端山形鋼は全部材の耐荷力の決定に際しては荷重を受けた部分断面として計算するべきである。腹板の唯一方のみを固定した場合を計算するために、問題になる比  $\frac{b}{\delta}$  に對して平均値を求める。即ち吾々は ζ = 1 (彎曲率の作用せる様支持された場合) の場合の  $\frac{b}{\delta}$  の値及び蓋板及び腹板の剛度に相當する ζ に對する  $\frac{b}{\delta}$  の値から  $\frac{b}{\delta}$  の算術的平均値を求める。そ



第 179 圖



第 180 圖

れ故

$$\frac{b}{\delta} = \frac{1}{2} \left[ \left( 3,42 \sqrt{\frac{l}{i}} - 3,30 \right) (2,64 - 0,64 \sqrt{\zeta} + 2) \right]$$

或は  $\frac{l}{i}$  が 10 ~ 105 までに對し

$$\left(\frac{b}{\delta}\right)_{\text{erf}} = \left( 3,42 \sqrt{\frac{l}{i}} - 3,30 \right) (2,32 - 0,32 \sqrt{\zeta}) \dots \dots \dots (33)$$

となる。

最もありふれた 25~60 間の細長比  $\frac{l}{i}$  に對して  $\frac{b}{\delta}$  は蓋板の厚さ及び幅によつて 28 ~ 54

の間を變化するのである。

腹鉄のバックリング強度を上げるため、部材端の間に隔壁鉄を配置する事は (a) に與へられた理由によつて無意味の事である。此の様な隔壁鉄は精々端山形鋼のバックリング長を一定にする役目をつとめるだけである。之に反して格點近くの部材端に横鉄を設ける事は部材を空間的に變位し難き一體とするために推奨さるべき事である。

e) 山形鋼断面と十字形断面

第 181 圖には此の兩断面形を示した。等邊山形鋼の一方の脚は他の脚の變形を妨げ得ず。此の兩者は同時に不安定状態を示すから部材の中央の断面は第 181 a 圖 に示す様に廻轉するのである。十字形断面 (第 181 b 圖) に就ても同様の事が言ひ得る。ζ = 1 (一方の邊を彎曲率が作用せぬ様支持した場合) により方程式 (30) から次の關係を得る。

$$\left. \begin{aligned} & \frac{l}{i} \text{ が } 10 \text{ から } 105 \text{ まで} \\ & \left(\frac{b}{\delta}\right)_{\text{erf}} = 2.22 \sqrt{\frac{l}{i}} - 2.15 \\ & \frac{l}{i} > 105 \text{ に對し} \\ & \left(\frac{b}{\delta}\right)_{\text{erf}} = 0.197 \left(\frac{l}{i}\right) \end{aligned} \right\} \dots (34)$$

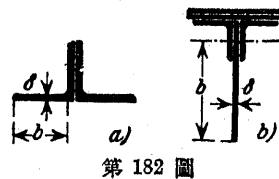
第 181 圖

單一の山形鋼にては細長比  $\frac{l}{i}$  が 30 以下のことは殆んどなく多くは之より大きいから  $\frac{b}{\delta}$  の最も都合悪い場合の値は公式 (34) に依つて  $\frac{b}{\delta} = 10$  である。此處に  $b$  は純脚幅を示すものである。鋼橋工に於ける通常山形鋼は若干の不等邊山形鋼を除いては此の要求に適應するものである。

第 181 b 圖に示した十字形断面に於ては山形による補強を考へるために幅  $b$  を山形鋼の中央から板の邊までにとつて差支ない (第 181 b 圖)。

f) T 形 断 面

之に屬すべきものは第 182 a 及び b 圖に示した断面形である。鋸結した兩脚 (第 182 a 圖) の廻轉對する抵抗は非常に小さいから、部材の中央に於ける断面は第 181 a 圖 に示した様に廻轉するものである。第 182 圖の T 形突縁に於ても亦同様である。此處には腹鉄が或る不安定な平衡状態に遭遇する時には蓋鉄も廻轉するのである。ζ = 1 と置かれねばならぬから公式 (34) が適應する。茲に第 182 b 圖 に示した断面形の場合には突縁山形鋼による補強を計算に入るために、 $b$  を首の鉄中心から下方の鉄の邊まで取るべきである。短大に造られた部材に於ては方程式 (34) は



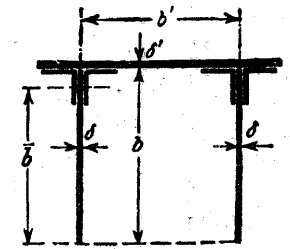
$\frac{b}{\delta}$  に對して比較的小さい値を與へる。例へば  $\frac{l}{i} = 25$  に對して  $\frac{b}{\delta} = 9$  である；然も此の比は突縁の細長比増加すると共に速に増大する。例へば  $\frac{l}{i} = 50$  の時には此の値は既に 13.5 である。通常の橋梁工の設計に於て  $\frac{b}{\delta}$  は往々非常に大きな値を示してゐるが、之は避くべきものである。腹鉄を山形鋼にて邊を取つた場合は、比  $\frac{b}{\delta}$  は著者が之に就ての研究から注意した様に公式 (34) が示すものゝ約 2 倍に採つて差支ない。然しその説明は詳細に過ぎるからこゝではやらない。

g) T 形 断 面

第 183 圖に示す様な二つの腹鉄を持つた断面形は (f) に於て考へた T 形の突縁断面よりも更に都合の良い状態にある。何となれば蓋鉄に固定する事に依つて腹鉄は徹底的に支持される事になるからである。固定係數  $\zeta = \frac{\delta^3 b'}{\delta^3 b}$  から此處では方程式 (30) が決定公式として使用される。

$$\left(\frac{b}{\delta}\right)_{\text{erf}} = \left(3.42 \sqrt{\frac{l}{i}} - 3.30\right) (1.13 - 0.48 \zeta)$$

腹鉄が厚く蓋鉄薄き場合に起り得る様に  $\zeta$  が 1 より大きな場合には、 $\zeta = 1$  として計算し、同時に方程式 (31) に依つて蓋鉄が充分持つや否やを吟味すべきである。 $\zeta$  は全腹鉄高  $b$  を以て求めるべきであるが、 $\frac{b}{\delta}$  の値は自由な腹鉄部分に及ぼす山形鋼の固定作用に依つて山形鋼の脚の中央から鉄の下端まで採るべきである。



第 183 圖

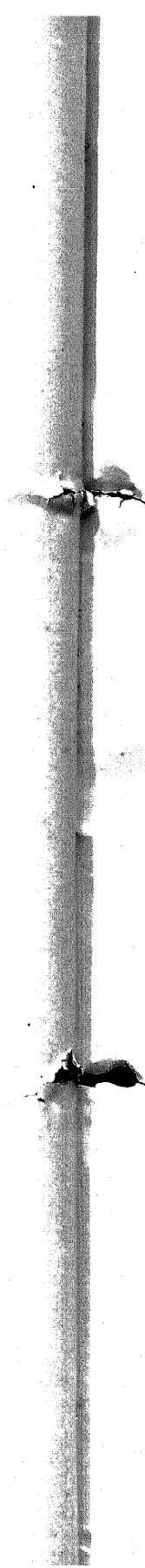
一方を支へた鉄に於てはバックリングの波長は兩端固定の鉄に於けるよりも著しく大きいから—— $\zeta = 1$  の場合には之は部材長に等しい—— $\zeta$  が略々 1 に等しい場合即ち蓋鉄が幅廣く且つ弱い場合には横結合材を設け波長を制限する事によつて耐荷力を相當高める事が出来る。

吾々は此の目的のために鉄長の鉄幅に對する比  $a = \frac{a}{b}$  を含んだ 242 頁のバックリング應力の方程式 (21) から出發する。今  $a$  を隔壁鉄の距離と考へるならば、此の方程式を此の間隔の影響と見得られる。 $\zeta = 1$  に對しては  $q = 0$  及び  $p = 0.425$  であるから方程式 (21) は  $n = 1$  により次の様に簡單化される。何となれば二つの隔壁間には唯一つの波が形造られるのみであるからである。即ち

$$\sigma_s = \frac{\pi^2 E \sqrt{\tau}}{12(1 - m^2)} \left[ \frac{\sqrt{\tau}}{a} + 0.425 \right] \left(\frac{\delta}{b}\right)^2$$

第 28 表  
抗壓材の鉋に對する比  $\frac{b}{\sigma_{\text{eff}}}$

部 材 断 面	$\left(\frac{b}{\sigma}\right)_{\text{eff}}$	摘 要
	$\frac{l}{z}$ が 10 ~ 105 の時 $\left(\frac{b}{\sigma}\right)_{\text{eff}} = (3.42 \sqrt{\frac{l}{z}} - 3.30) (2.64 - 0.64 \sqrt{\zeta})$ $\zeta = \frac{23.4}{\sigma^2 b}$	腹鉋が各々二つの山形鋼によつて蓋鉋と結合されて居る時は $\alpha)$ の場合のみは $\beta)$ の場合の $b$ を腹鉋の距離と考へる。 隔鉋は只部材端にあり、之以上の横鉋は耐荷力を高めない。
	$\frac{l}{z}$ が 10 ~ 105 の時 $\left(\frac{b}{\sigma}\right)_{\text{eff}} = 6.84 \sqrt{\frac{l}{z}} - 6.80$ $\frac{l}{z} > 105$ に對して $\left(\frac{b}{\sigma}\right)_{\text{eff}} = 0.606 \frac{l}{z}$	隔鉋は只部材端にあり、之以上の横鉋は耐荷力を増加しない。展壓した I 及び J 鋼 (標準断面) 並に Diff. I 18 B から I 60 B までは $l/z > 25$ に對しては腹鉋のバックリングは度外視する。
	$\frac{l}{z}$ が 10 ~ 105 の時 $\left(\frac{b}{\sigma}\right)_{\text{eff}} = 9 \sqrt{\frac{l}{z}} - 8.7$	



	$\frac{l}{z}$ が 10 ~ 105 の時 $\left(\frac{b}{\sigma}\right)_{\text{eff}} = (3.42 \sqrt{\frac{l}{z}} - 3.30) (2.32 - 0.32 \zeta)$ $\zeta = \frac{23.4}{\sigma^2 b}$	横鉋は只部材端にあり、これ以上の横鉋は耐荷力を増加しない。
	$\frac{l}{z}$ が 10 ~ 105 の時 $\left(\frac{b}{\sigma}\right)_{\text{eff}} = 2.22 \sqrt{\frac{l}{z}} - 2.15$ $\frac{l}{z} > 105$ に對して $\left(\frac{b}{\sigma}\right)_{\text{eff}} = 0.197 \frac{l}{z}$	I-断面が山形鋼で結合されて居る時には、次の公式によつて計算した比 $\frac{b}{\sigma}$ の 2 倍の大きさに取つてよるしい。
	$\frac{l}{z}$ が 10 ~ 105 の時 $\left(\frac{b}{\sigma}\right)_{\text{eff}} = (3.42 \sqrt{\frac{l}{z}} - 3.30) (1.13 - 0.48 \zeta)$ $\zeta = \frac{23.4}{\sigma^2 b}$	蓋鉋のとき、 $\zeta \sim 1$ のときには隔鉋を配置する事が望ましい。その距離を $a$ とすれば $\left(\frac{b}{\sigma}\right)_{\text{eff}} = (3.42 \sqrt{\frac{l}{z}} - 3.30) \sqrt{\frac{b}{2a} + 0.425}$

部材のバックリング應力と鋼のバックリング應力とは互に等しくなければならぬから次の関係が成立する。

$$\frac{\pi^2 E \tau}{\left(\frac{l}{i}\right)^2} = \frac{\pi^2 E \sqrt{\tau}}{12(1-m^2)} \left[ \frac{\sqrt{\tau}}{a} + 0.425 \right] \left(\frac{\delta}{b}\right)^2$$

$a = \frac{a}{b}$  として上式から次の式を得る。

$$\left(\frac{b}{\delta}\right) = \frac{\sqrt{\frac{b^4 \sqrt{\tau}}{a} + 0.425}}{2\sqrt{3(1-m^2)}\sqrt{\tau}} \frac{l}{i} = \frac{0.303}{\sqrt{\tau}} \left(\frac{l}{i}\right) \sqrt{\frac{b}{2a} + 0.425}$$

$\sqrt{\tau}$  は  $\frac{l}{i} = 20$  から 60 の値に對して 0.483 ~ 0.800 まで變化する。此の中の最小値を選び  $\frac{1}{2}$  に切上げ此の値を根の値に代入する。此の根の式に對して (243) 頁の様な充分なる近似法を用ひて、

$$\frac{0.303}{\sqrt{\tau}} \frac{l}{i} = 3.42 - 3.30 \frac{l}{i}$$

それ故結局次式を得る。

$$\frac{b}{\delta} = \left( 3.42 \sqrt{\frac{l}{i}} - 3.30 \right) \sqrt{\frac{b}{2a} + 0.425} \dots \dots \dots (35)$$

(a) から (g) までに立てた公式を第 28 表に一覽に供した。