

第十章 變斷面の部材及び集成部材のバックリング強度

37. 總 論

今迄の節においては不安定平衡の本質を最も簡單なる場合について學び知るために不變斷面をもつ直材について考察した。彈性曲線の微分方程式は第二項係数が x に無關係なる限り既知の函数によつて満足せられるから、之を直接積分することに依つてバックリング荷重を求めらると言ふ事は定めた問題が簡單な事に基くものである。此の場合がそうでないとなれば、まともな形の解を見出す事はごく例外の場合に於てのみ出来るので、大抵は近似法をとる事を唯一の頼りとしてゐる。幸な事に Göttingen の數學者であり且物理學者であつた故 Ritz の非常に優れた方法を用ひる事に依つて數學的困難なく任意の近似程度を持たせ得る近似解法を見出す事が出来る。然し此處に述べた問題の範圍を超えて更に一般的意義を有する Ritz の方法に解き及ぼす事は斷念して、特に不安定平衡の問題の解に適し、又 Ritz の一般的方法を多分に含んでゐる Timoschenko の與へた方法¹⁾を説明するに止める。

今軸荷重 P の作用を受けて居る直材を考へる。 P が R_k より小さい内は部材は眞直である。そして荷重が 0 から P まで増加し部材短縮 Δl がなされる時、荷重により與へられ部材に貯へられた變形エネルギーは $P \frac{\Delta l}{2}$ となる。荷重が限界荷重 R_k に達すれば 34 にのべた不安定平衡が入り來り部材は彎曲する。部材端が Δl だけ接近する事に依つて成され得るエネルギーの給與 $P \Delta l$ は最早壓縮エネルギーに非ずして、彎曲エネルギーに變ずる。 P は部材が直線より曲線に變化する間にその値は不變であるからエネルギー $P \Delta l$ の係数 $\frac{1}{2}$ はなくなる。

今荷重 P による仕事(外働)を

$$A_a = P \Delta l$$

を以て示し、變形による仕事(内働)を A_i を以て示せばエネルギーの出入を無視すればエネルギー方程式

$$A_a - A_i = 0 \dots \dots \dots (1)$$

が成立する。

仕事 A_a 及び A_i は荷重 R_k と不安定平衡に於ける部材の各點が持つ變位 w との函数である。今 w が便宜のため選ばれた函数 φ の有限數によつて

$$w = a_1 \varphi_1 + a_2 \varphi_2 + a_3 \varphi_3 + \dots \dots \dots (2)$$

なる形にて求むるだけの正確さを以て表はされたものとすれば、問題は函数 $\varphi_1, \varphi_2, \dots$ を選んだ後それ自身變位を示す係數 a_1, a_2, \dots を決定する事に歸着する。函数 $\varphi_1, \varphi_2, \dots$ は

1) Timoschenko, S.: Sur la stabilité des systèmes élastiques. Annales des ponts et chaussées 1913. Über die Stabilität versteifter Platten. Eisenbau 1921, S. 147. Ritz の方法の簡單に容易に理解し得る説明は次の論文を参照されたい。 Dr. Ing. P. Usinger Beiträge zur Knicktheorie. Eisenbau 1918, S. 169.

任意に選び得るが次の 2 條件を満足するものでなければならない。

1. 函数 φ は與へられた問題の邊縁條件を満足すべき事
2. 級數 (2) は收斂級數たるべき事

函数 φ を選ぶ事についての一般法則はないが、簡單な類似の場合の既知の解から出發して之を (2) に對して利用する様にすれば都合がよいであらう。此の解の正確さはその次の 1 項を解につけ加へ、この添加した項が結果に及ぼす變化に注意する方法に依つて確める。大抵の場合には實際的要求に適合する解を得るためには級數 (2) の 2~3 項を取れば充分である。

係數 a を求めるためにエネルギー方程式 (1) から出發する。 A_a 及び A_i を次の形で書けば

$$A_a = R_k F_a(a_1 a_2 \dots) \quad A_i = F_i(a_1 a_2 \dots)$$

茲に 38 に於ける次の應用例から解る様に函数 F_a, F_i は係數 a_1, a_2, \dots の二次の相似函数である。故に方程式 (1) から次の如くなる。

$$R_k = \frac{F_i(a_1 a_2 \dots)}{F_a(a_1 a_2 \dots)} \dots \dots \dots (3)$$

即ちバックリング荷重 R_k の方程式である。

F_a, F_i は a に関して同次であるから之等の量を例へば a_1 で除し

$$\frac{a_2}{a_1} = z_1, \quad \frac{a_3}{a_1} = z_2, \dots$$

とすれば

$$R_k = \frac{F_i(z_1 z_2 \dots)}{F_a(z_1 z_2 \dots)}$$

となる。 z_1, z_2, \dots の量は R_k が最小値である様に決定さるべきである。それ故 z を決定する方程式として

$$\frac{\partial R_k}{\partial z_1} = 0 \quad \frac{\partial R_k}{\partial z_2} = 0 \dots$$

を得る。故にこの問題は一般に解ける事になる。

多くの場合幾分異つた計算方法を用ふる事が便利である。再び方程式 (3) について考へれば係數 a_v を決定する最小條件として次式を得る。

$$\frac{\partial R_k}{\partial a_v} = \frac{\partial F_i}{\partial a_v} F_a - \frac{\partial F_a}{\partial a_v} F_i = 0$$

今

$$A = A_a - A_i = R_k F_a - F_i$$

とおき、條件

$$\frac{\partial A}{\partial a_v} = 0$$

を求むれば、 $R_k = \frac{F_i}{F_a}$ を考へ入れて

$$\frac{\partial A}{\partial a_v} = R_k \frac{\partial F_a}{\partial a_v} - \frac{\partial F_i}{\partial a_v} = F_i \frac{\partial F_a}{\partial a_v} - F_a \frac{\partial F_i}{\partial a_v} = 0$$

となる。之は然し以前に $\frac{\partial R_k}{\partial a_v} = 0$ から求めた係數 a_v に對する同じ條件方程式である。それ故 a_v は $\frac{\partial A}{\partial a_v} = 0$ なる條件方程式からも求める事が出来る。さて $A = A_a - A_i$ は今考へて居る全體系即ち力 R_k を含んだ彈性系の位置のエネルギーの變化に外ならないから條件 $\frac{\partial A}{\partial a_v} = 0$ は

係数 α_v (変位) を全体系の位置のエネルギーの変化を最小ならしめる様に定める事を意味する。

条件 $\partial A / \partial \alpha_v = 0$ より n 個の係数 α_v の際、 n 個の α_v について同次の一次方程式の 1 組を得る。之は上に得た n の $n-1$ 個の方程式に対して尙未知数 R_k を含んで居る。然し α_v の有限値は此の 1 組の方程式の行列式 Δ が零の時にのみ存在する。そこで $\Delta = 0$ の条件から R_k の値を直接定め得る R_k についての方程式を得る。次の節で最初に説明した方法を用ひ、59 で第二の方法を應用する事にする。

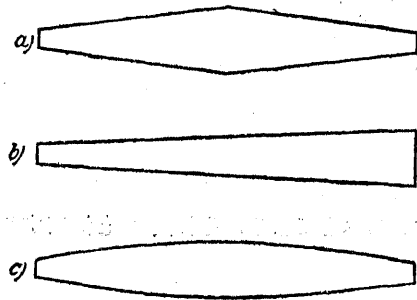
38. 連続的に断面の變化する部材のバックリング強度

連続的に断面の變化する抗壓材は通常用ひられる譯ではないが、橋梁工に於て屢々遭遇するものであるから、その設計に際して自由に使用出来る簡単な公式を導いて置くのは適當と思はれる。多くの場合實際上は部材中央の最大断面を以て計算するが、之は斯る部材の耐荷力を過大に評價する事になる。或は又誠實な人ならば、最大最小兩断面の平均値を用ひるが、之は事情に依つては材料の浪費を來す事になる。次に述べる研究は第 100 圖に示す様に擴がつてゐる 3 部材形に基く事とする。2 部材は弦が直線状であり (第 100 圖 a 及び b)、1 部材は拋物線状に曲つた弦を持つ對稱部材である (第 100 圖 c)。

此處では部材は中空でないものと見做し得るが、その慣性能率 J は充分正確に次の形に置き得るものとする。即ち

$$J = 2 F_g \frac{h^2}{4}$$

茲に F_g は弦の断面で、 h は弦間の距離を示すものとする。



第 100 圖

すものとする。

a) 直線状の弦を有する對稱部材

部材の 1 點 x に於ける慣性能率 J_x は第 101 圖に示す關係を用ひ

$$J_x = 2 F_g \frac{h^2}{4} = 2 F_g \frac{h_m^2}{4} \left(\frac{2x_1}{l_1} \right)^2 = 2 F_g \frac{h_m^2}{4} \left(\frac{a+x}{a+\frac{l}{2}} \right)^2 = J_m \left(\frac{a+x}{a+\frac{l}{2}} \right)^2 \dots (4)$$

となる。

部材軸の変位 y によつて仕事 A_a は次の式に依り示される。*) 即ち

1) 弧長 s' は一般には次の定積分で定義せられる

$$s' = \int_0^s dx \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2} \sim \int_0^s \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right] dx$$

それ故に
$$\Delta l = s' - s = \frac{1}{2} \int_0^s \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx.$$

$$A_a = R_k \Delta l = \frac{1}{2} R_k \int_0^l \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx \dots (5)$$

一方變形による内働に對しては既知の關係

$$A_i = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{M_x^2}{T J_x} dx$$

が成立つ。茲に研究を弾性並びに非弾性の範圍に對して共通に導き得るために 35 にのべた説明によつて、

弾性係數 E の代りにバックリング弾性係數 T を用ひた。

弾性曲線の一般化した方程式

$$T J_x \frac{d^2 y}{dx^2} = - M_x$$

から、 M_x を變位 y によつて示す事が出来る、それ故

$$A_i = \frac{T}{2} \int_0^l \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 J_x dx$$

を得る。方程式 (4) で導いた J_x を代入して

$$A_i = \frac{T J_m}{2} \frac{1}{\left(a + \frac{l}{2} \right)^2} \int_0^l (a+x)^2 \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx \dots (6)$$

となる。方程式 (5) 及び (6) を方程式 (3) に代入する事によつて、結局バックリング荷重は次の形によつて示される。

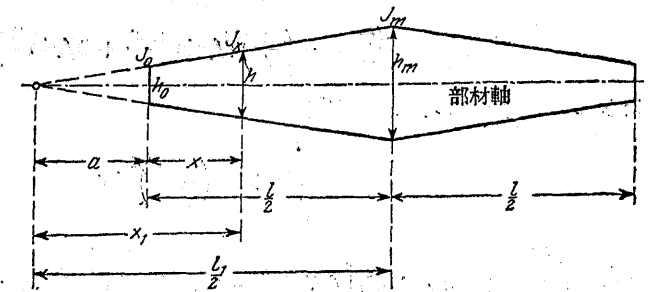
$$R_k = \frac{T J_m}{\left(a + \frac{l}{2} \right)^2} \frac{\int_0^l (a+x)^2 \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx}{\int_0^l \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx} \dots (7)$$

不變断面を持つ部材は正弦曲線に彎曲するから、彎位 y に對する項として正弦級數を選ぶ事にし、此の中最初の二項のみを考へる事にする。それ故次の如く置く事が出来る。

$$y = f_1 \sin \frac{\pi x}{l} + f_3 \sin \frac{3\pi x}{l} \dots (8)$$

之から直ちに解る様に、此の級數の兩函数は又邊緣條件即ち $x = 0$ 及び $x = l$ の時 $y = 0$ を満足する。彎曲線は部材中央に對して對稱的であるから、 $\frac{\pi x}{l}$ の偶數倍を持つた項は全く問題に入つて來ない。

さて式 (8) より



第 101 圖

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\pi}{l} \left[f_1 \cos \frac{\pi x}{l} + 3f_3 \cos \frac{3\pi x}{l} \right]$$

及び

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \left[f_1 \sin \frac{\pi x}{l} + 9f_3 \sin \frac{3\pi x}{l} \right]$$

が得られる。式(7)の分子の積分は

$$\int_0^l (a+x)^2 \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 dx$$

$$= 2 \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 \int_0^{l/2} (x^2 + 2ax + a^2) \left[f_1^2 \sin^2 \frac{\pi x}{l} + 18f_1f_3 \sin \frac{\pi x}{l} \sin \frac{3\pi x}{l} + 81f_3^2 \sin^2 \frac{3\pi x}{l} \right] dx$$

となる、次の定積分

$$\int_0^{l/2} x^2 \sin^2 \frac{\pi x}{l} dx = \frac{l^3}{8} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{\pi^2} \right), \quad \int_0^{l/2} x \sin^2 \frac{\pi x}{l} dx = \frac{l^2}{4} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{\pi^2} \right),$$

$$\int_0^{l/2} x^2 \sin^2 \frac{3\pi x}{l} dx = \frac{l^3}{8} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{9\pi^2} \right), \quad \int_0^{l/2} x \sin^2 \frac{3\pi x}{l} dx = \frac{l^2}{4} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{9\pi^2} \right),$$

$$\int_0^{l/2} x^2 \sin \frac{\pi x}{l} \sin \frac{3\pi x}{l} dx = -\frac{5}{32} \frac{l^3}{\pi^2}, \quad \int_0^{l/2} x \sin \frac{\pi x}{l} \sin \frac{3\pi x}{l} dx = -\frac{l^2}{4\pi^2},$$

$$\int_0^{l/2} \sin^2 \frac{\pi x}{l} dx = \frac{l}{4}, \quad \int_0^{l/2} \sin^2 \frac{3\pi x}{l} dx = \frac{l}{4}, \quad \int_0^{l/2} \sin \frac{\pi x}{l} \sin \frac{3\pi x}{l} dx = 0$$

を用ひて分子 Z は次の如くなる。

$$Z = 2 \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 \frac{l^3}{48\pi^2} \left\{ f_1^2 \left[(\pi^2+6) + (6\pi^2+24) \left(\frac{a}{l}\right) + 12\pi^2 \left(\frac{a}{l}\right)^2 \right] - 18f_1f_3 \left[\frac{15}{2} + 24 \left(\frac{a}{l}\right) \right] + 81f_3^2 \left[\left(\pi^2 + \frac{2}{3}\right) + \left(6\pi^2 + \frac{8}{3}\right) \left(\frac{a}{l}\right) + 12\pi^2 \left(\frac{a}{l}\right)^2 \right] \right\}$$

方程式(7)の分母の積分は(8)を用ひて

$$\int_0^l \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \int_0^l \left[f_1^2 \cos^2 \frac{\pi x}{l} + 6f_1f_3 \cos \frac{\pi x}{l} \cdot \cos \frac{3\pi x}{l} + 9f_3^2 \cos^2 \frac{3\pi x}{l} \right] dx$$

となり、又次の定積分

$$\int_0^l \cos^2 \frac{\pi x}{l} dx = \frac{l}{2}, \quad \int_0^l \cos^2 \frac{3\pi x}{l} dx = \frac{l}{2}, \quad \int_0^l \cos \frac{\pi x}{l} \cdot \cos \frac{3\pi x}{l} dx = 0.$$

によつて

$$N = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \frac{l}{2} [f_1^2 + 9f_3^2].$$

となる。

尚分母分子を l^2 で割れば、結局式(7)より次の形の R_k を得る。

$$R_k = \frac{\pi^2 T/m}{l^2} \frac{1}{3\pi^2 \left(1 + 2\frac{a}{l}\right)^2}$$

$$\frac{\left[(\pi^2+6) + (6\pi^2+24) \left(\frac{a}{l}\right) + 12\pi^2 \left(\frac{a}{l}\right)^2 \right] - 18z \left[\frac{15}{2} + 24 \left(\frac{a}{l}\right) \right] + 81z^2 \left[\left(\pi^2 + \frac{2}{3}\right) + \left(6\pi^2 + \frac{8}{3}\right) \left(\frac{a}{l}\right) + 12\pi^2 \left(\frac{a}{l}\right)^2 \right]}{1+9z^2} \dots \dots \dots (9)$$

茲に $\frac{f_3}{f_1} = z$ と置いた。

今 z に関係ある分數を次の簡單化した形

$$\frac{p - 18rz + 81qz^2}{1+9z^2}$$

で書き示すならば z を決定するための最小條件は次の二次式で示される。

$$z^2 + 2\frac{q - \frac{p}{9}}{2r} z - \frac{1}{9} = 0$$

此の値を(9)に代入すれば、求めるバックリング荷重は次の形で與へられる

$$R_k = \frac{\pi^2 T \mu / m}{l^2}$$

次に示す第16表は比 $\frac{h_0}{h_m}$ の色々の値に對して z の値及び係數 μ を計算したものである。部材は μ/m なる慣性能率を以て與へられたバックリング長に對して Euler-Tetmajer に従つて既に述べた方法により計算すべきである。

第 16 表

$\frac{h_0}{h_m}$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
$\frac{a}{l}$	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	2	∞
z	0,0883	0,0665	0,0450	0,0265	0,0116	0
μ	0,936	0,478	0,616	0,750	0,878	1,000

第16表から明白な様に z は小さく、部材の形が平行弦部材に近づくにつれて減じて行く。平行弦部材に對しては z は丁度零に等しい。即ち f_3 は消えて y は純粹の正弦曲線によつて定められた微分方程式の直接積分の結果と一致するものである。

今式(8)に於て第一項のみを取扱ふならば、例へば $\frac{h_0}{h_m} = 0,2$ のときには μ に對する値は 0,478 の代りに 0,608 を得る。此の差違は充分考慮の價値のあるもので、之は屢々起る様に彈性曲線を單一の正弦曲線或は拋物線で置きかへる事がいけない事を示す。反對に更に高次の項について考へるならば此の級數は非常に早く收斂する事が解る。 μ の正確な値は上に示したものと僅に第三の小數位に於て異なるのみである。

実際に用ふる場合には第 16 表に示した μ の數列は次の簡単な近似公式によつて非常によく示される。

$$\mu = 0,34 + 0,66 \left(\frac{h_0}{h_m} \right)$$

或は $\frac{h_0}{h_m} = \sqrt{\frac{J_0}{J_m}}$ と置けば

$$\mu = 0,34 + 0,66 \sqrt{\frac{J_0}{J_m}} \dots \dots \dots (10)$$

b) 直弦を有する非對稱部材

計算方法は前と全く同様である。慣性能率に對しては第 102 圖に關して次の様にする。

$$J_x = 2 F_g \left(\frac{x_1}{4} \right)^2 \frac{h_{\max}^2}{4} = 2 F_g \left(\frac{x+a}{l+a} \right)^2 \frac{h_{\max}^2}{4} = \left(\frac{x+a}{l+a} \right)^2 J_{\max}$$

$$y = f_1 \sin \frac{\pi x}{l} + f_2 \sin \frac{2\pi x}{l}$$

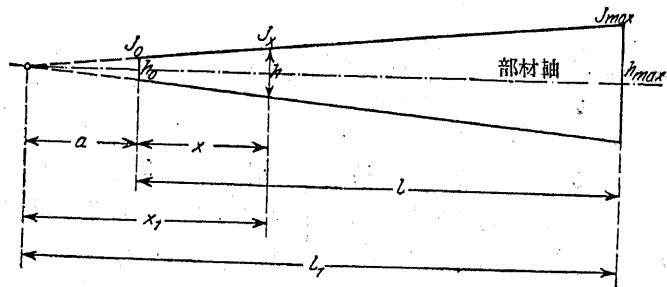
の式から

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)^2 = \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \left[f_1 \cos \frac{\pi x}{l} + 2f_2 \cos \frac{2\pi x}{l} \right]^2$$

及び

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^2 = \left(\frac{\pi}{l} \right)^4 \left[f_1 \sin \frac{\pi x}{l} + 4f_2 \sin \frac{2\pi x}{l} \right]^2$$

を出す。



第 102 圖

前と同様に方程式 (7) の積分を求めるならば、次の定積分の公式を利用して P_k に對する式を求める事が出来る。即ち

$$\int_0^l x^2 \sin^2 \frac{\pi x}{l} dx = \frac{l^3}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2\pi^2} \right) \quad \int_0^l x^2 \sin \frac{\pi x}{l} \sin \frac{2\pi x}{l} dx = -\frac{8l^3}{9\pi^2}$$

$$\int_0^l x^2 \sin^2 \frac{2\pi x}{l} dx = \frac{l^3}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{8\pi^2} \right) \quad \int_0^l x \sin \frac{\pi x}{l} \sin \frac{2\pi x}{l} dx = -\frac{8l^2}{9\pi^2}$$

$$\int_0^l x \sin^2 \frac{\pi x}{l} dx = \int_0^l x \sin^2 \frac{2\pi x}{l} dx = \frac{l^2}{4}, \quad \int_0^l \sin \frac{\pi x}{l} \cdot \sin \frac{2\pi x}{l} dx = 0;$$

$$\int_0^l \sin^2 \frac{\pi x}{l} dx = \int_0^l \sin^2 \frac{2\pi x}{l} dx = \frac{l}{2}.$$

により

$$P_k = \frac{\pi^2 T J_{\max}}{l^2} \frac{1}{6\pi^2 \left(1 + \frac{\alpha}{l} \right)^2}$$

$$\frac{\left[2\pi^2 - 3 + 6\pi^2 \frac{\alpha}{l} + 6\pi^2 \left(\frac{\alpha}{l} \right)^2 \right] - \frac{256}{3} \left[1 + 2\frac{\alpha}{l} \right] s + 16 \left[2\pi^2 - \frac{3}{4} + 6\pi^2 \frac{\alpha}{l} + 6\pi^2 \left(\frac{\alpha}{l} \right)^2 \right] s^2}{1 + 4s^2}$$

となる。茲に $s = \frac{f_2}{f_1}$ とする。今最初の括弧内を ρ 、中央のものを r 、第三番目のものを q を以て示せば、最小條件は次の形で示す事が出来る。

$$s^2 + \frac{3(4q-r)}{128r} s - \frac{1}{4} = 0$$

此の s の値を種々の $\frac{\alpha}{l}$ の比に對して求めた計算の結果を第 17 表に示した。此の表からは又 J_{\max} に乗すべき係數 μ の値も分る。

第 17 表

$\frac{h_0}{h}$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
$\frac{\alpha}{l}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	4	∞
s	0,1613	0,1300	0,0934	0,0550	0,0265	0
μ	0,166	0,291	0,445	0,618	0,804	1

μ の數列は次の簡単な形にて示される。

$$\mu = 0,20 + 0,80 \sqrt[3]{\left(\frac{h_0}{h_{\max}} \right)^4}$$

或は慣性能率を考へに入れて

$$\mu = 0,20 + 0,80 \sqrt[3]{\left(\frac{J_0}{J_{\max}} \right)^2} \dots \dots \dots (11)$$

となる。

c) 曲弦を有する部材

弦が正弦曲線状に彎曲してゐると云ふ假定を設けると計算は至極簡單になる。然る時は α なる點の慣性能率は次の形で示される (第 103 圖)。

$$J_x = J_m \sin^2 \left(\frac{a+x}{a+l} \right) \pi$$

此處に更に又詳細な計算を述べる事は避ける。a)の場合と同様な項目により結局 P_k の値として

$$P_k = \frac{\pi^2 T \mu J_m}{l^2}$$

なる形を得る。茲に μ の數値は次の近似公式に依つて與へられる。即ち

$$\mu = 0.61 + 0.39 \sqrt{\frac{J_0}{J_m}} \dots \dots \dots (12)$$

次の第 18 表には實際使用に供するため式 (10), (11) 及び (12) をもう一度一覽表として示した。

第 18 表

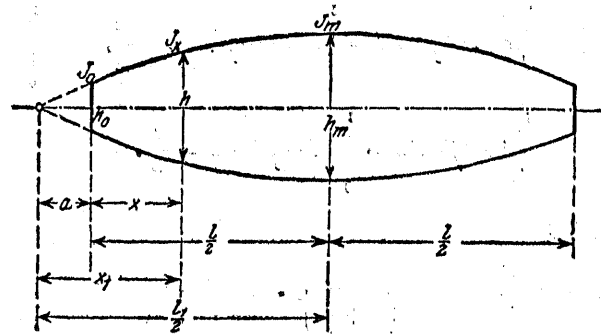
連続的に變化する断面を持つた抗壓材に対する慣性能率の減少係數 μ

計算は理想的慣性能率 J_0 を持つた不變断面を有する部材の場合と同様の方法に従ふ

部 材 形	$J_0 = \mu J_m$
	$\mu = 0.20 + 0.80 \sqrt{\left(\frac{J_0}{J_m}\right)^2}$
	$\mu = 0.34 + 0.66 \sqrt{\frac{J_0}{J_m}}$
	$\mu = 0.61 + 0.39 \sqrt{\frac{J_0}{J_m}}$

39. 綾工を有する集成抗壓材

36 に於て我々は中空でない部材の耐荷力が剪力のため減少する影響に就て學び知つた。此の影響の非常に小さい理由は最も不利な場合と考へられた T 断面さへも腹部は剪力をとる關係上多くの材料過剰を示し、従つて比較的小さい變形を示すと云ふ状態に原因があるのであ

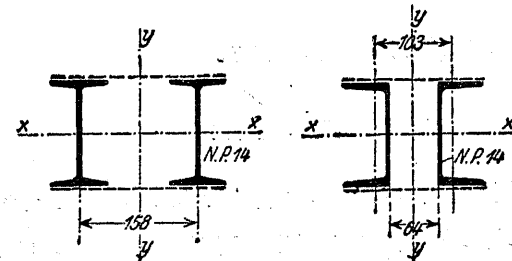


第 108 圖

る。腹部に綾片或は所謂綴釘がとり付けてある集成された 2 部分より成る部材に於ては不安定平衡状態に於ける全變形の中綾片が受持つ部分は非常に廣範圍のものである。この結果自由軸の周りのバックリングに際し同じ断面の慣性能率を有つ固形部材に對して集成部材は場合によつては可成著しい耐荷力の減少を示す事がある。此の考へ方は又實驗の結果によつても確められる。

F. v. Emperger¹⁾ は 1908 年に澤山の集成部材のバックリング實驗を完成した。その結果は同じ慣性能率を有する固形部材の計算に依る耐荷力に對する事實上の耐荷力の比を明かにした。

今此處に 2 組の實驗を説明する。1 組は第 104 圖に示す様な 2 本の I-O.N.P 14 より成り、他の 1 組は第 105 圖に示す様な 2 本の I-O.N.P 14 より成る。總ての部材は突縁に於て結合されて居る。部材端はバックリング長を $l_k = 0.6l$ とし考へ得る様に、滑かなる端釘に依つて支へられて居る。l を部材長、c を綴釘或は



第 104 圖

第 105 圖

綾片の格點間の距離とし、 P_k は測られた耐荷力とする。

第一組

- 實驗 1. 2 鉄を有する綴釘 $l = 360$ cm, $c = 100$ cm, $P_k = 80$ t.
- „ 2. 2 鉄を有する綴釘 $l = 360$ cm, $c = 50$ cm, $P_k = 97$ t.
- „ 3. 綾工を持つたもの $l = 360$ cm, $c = 30.5$ cm, $P_k = 108$ t.
- „ 4. 2 鉄を有する綴釘 $l = 540$ cm, $c = 76$ cm, $P_k = 97$ t.

第二組

- 實驗 5. 2 鉄を有する綴釘 $l = 360$ cm, $c = 100$ cm, $P_k = 80$ t.
- „ 6. 4 鉄を有する綴釘 $l = 360$ cm, $c = 100$ cm, $P_k = 85$ t.
- „ 7. 2 鉄を有する綴釘 $l = 360$ cm, $c = 50$ cm, $P_k = 100$ t.
- „ 8. 綾工を持つたもの $l = 360$ cm, $c = 30.5$ cm, $P_k = 100$ t.

Tetmajer による耐荷力計算法に基いて計算すれば次の如くなる。

- 第一組 $F = 2 \cdot 20.3 = 40.6$ cm², $i_x = 5.67$ cm, $i_y = 8.08$ cm.
 360 cm の長さを有する試験體のバックリング長 $l_k = 216$ cm.
 $l/i_x = \frac{216}{5.67} = 38.1$ $\sigma_k = 2.666$ t/cm², $P_k = 108.3$ t.
 $l/i_y = \frac{216}{8.08} = 26.7$ $\sigma_k = 2.796$ t/cm², $P_k = 113.5$ t.
 540 cm の試験體に對するバックリング長 $l_k = 324$ cm.
 $l/i_x = \frac{324}{5.67} = 57.2$ $\sigma_k = 2.448$ t/cm², $P_k = 99.4$ t.

1) Emperger, F. v.: Welchen Querverband bedarf eine Eisensäule? Beton und Eisen, 1908, S. 71 ff.

$$I/i_y = \frac{324}{8,08} = 40,1 \quad \sigma_k = 2,643 \text{ t/cm}^2 \quad R_k = 107,3 \text{ t}$$

従つて 360 cm の長さを有する部材に於ては Tetmajer の公式は最小耐荷力として、108,3 t を示してゐるが、事實上のバックリング荷重は横結合の密度によつて 80 t から 108 t の間を變化し、此の減少は最悪の場合は 26% に達する。併し此の實驗にて充分に横結合を行へば耐荷力は固形部材のもの近くに達する事が解る。

第二組 $F = 44,1 \text{ cm}^2, i_x = 5,44 \text{ cm}, i_y = 5,48 \text{ cm}$

$$\text{バックリング長 } l = 0,6 \cdot 360 = 216 \text{ cm}$$

$$I/i_x = \frac{216}{5,44} = 39,7 \quad \sigma_k = 2,647 \text{ t/cm}^2, \quad R_k = 116,7 \text{ t}$$

$$I/i_y = \frac{216}{5,48} = 39,4 \quad \sigma_k = 2,651 \text{ t/cm}^2, \quad R_k = 117,0 \text{ t}$$

Tetmajer による耐荷力は 116,7 t であり、測定したバックリング荷重は 80 t ~ 100 t である。此の差違は 30% に達する。此の實驗に於ても亦第一組に於けると同様にバックリング強度の増加は横結合の密度によつて決定せられる事が明かである。

集成部材の理論は Engesser,¹⁾ Müller-Breslau,²⁾ Kayser,³⁾ Ellwitz⁴⁾ 等に依つて詳細に取扱はれたが、今此處では耐荷力の計算及び結合の設計に對して實際上役立つ近似公式を導く事に止めよう。

著者の見解によると橋梁工に於て集成抗壓材を更に之以上に分解する事は不可能に思はれるから次に述べる説明は 2 部分より成る部材に限つた。こゝでは自由断面軸の周りのバックリング、従つて竣工平面に於けるバックリングに際して最初眞直な部材軸は固形部材の場合と同様に正弦曲線に變形すると假定する。即ち 37 に於て一般的に説明した方法を應用するに當つて撓度 y に對して定めた正弦級数の第一項に止めよう。

今 S をすべて部材の彎曲に依つて結構部材の弦材又は腹材中に引き起される部材力とするならば、内働は次の方程式によつて示される。

$$A_i = \frac{1}{2} \sum \frac{S^2 s}{EF} \dots \dots \dots (13)$$

正弦曲線の方程式

$$y = l \sin \frac{\pi x}{l}$$

から弧の長さは

- 1) Engesser, F.: Die Knickfestigkeit gerader Stäbe, Zentralbl. Bauw. 1891, S. 483. Über die Knickfestigkeit von Rahmenstäben, Zentralbl. Bauw. 1909, S. 136.
- 2) Müller-Breslau: Über exzentrisch gedrückte Stäbe und über Knickfestigkeit, Eisenbau 1911, S. 339 ff. Über Knickfestigkeit und einseitig gedrückte Stäbe, Eisenbau 1913, S. 35 ff.
- 3) Kayser, H.: Die Knickversteifung doppelwandiger Druckquerschnitte, Eisenbau 1911, S. 141 ff.
- 4) Ellwitz, E.: Die Lehre von der Knickfestigkeit, Hannover 1920.

$$l + \Delta l = \int_0^l \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

であり、拱矢 f が小さい時には近似的に

$$l + \Delta l = \int_0^l \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \right] dx$$

となる。之に

$$\frac{dy}{dx} = f \frac{\pi}{l} \cdot \cos \frac{\pi x}{l}$$

を代入すれば

$$l + \Delta l = \int_0^l \left(1 + \frac{1}{2} f^2 \frac{\pi^2}{l^2} \cos^2 \frac{\pi x}{l} \right) dx = \left[1 + \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{f}{l}\right)^2 \right] l$$

それ故

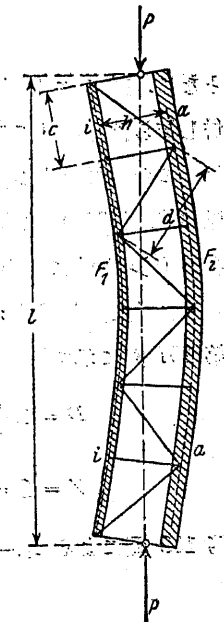
$$\Delta l = \frac{\pi^2}{4} \frac{f^2}{l}$$

即ち外力に依る仕事は次の如くなる。

$$A_a = P_k \Delta l = P_k \frac{\pi^2}{4} \frac{f^2}{l} \dots \dots \dots (14)$$

吾々は結構部材の或る部分に於ける弾性係数 E を R_k と共に變化するものと考へて以下の説明を出来る限り一般的に用ひられ得るものにしようと思ふ(バックリング應力は弾性限界を越へて居るものとす)。—それ故 E の代りに E' とかく—その他に集成部材の弦材は等しからざる断面を有するものと假定する。

第 106 圖は彎曲した状態に於ける部材を示したものである。35 に於て知れる様に、もしバックリング應力が弾性限界を越すならば、非對稱断面を持つ部材は圖に依つて明なる様に完全な中心荷重に對して大きな弦材の方へバックルするものである。丁度固形部材の場合と同様にバックリング應力 σ_k が弾性限界の上にある時には、内側 $i-i$ に於て内側弦材の變形に對しては σ_k に相當する弾性係数 E' を以て計算すべきであるが、一方應壓力の減少のみが現はれる外側弦材に對しては Hooke の法則に従つて弾性係数 E はそのまま用ひられるものである。腹材に於ては變形の起る瞬間に始めて内力が生じはじめる。今拱矢 f を任意に小さく假定し得るから—之は彎曲内働の絶対値に關係するものではなく、その仕事 $P \Delta l$ に對する比のみに關係するものである—腹材の變形は弾性範圍に於けると同様に起るものと假定し得るのである。次に述べる計算に際しては、二つの腹板を持つ箱形断面の兩竣工壁を重心を通る 1 平面に一



第 106 圖

致せしめて考へる。

今

S_1 及び F_1 = 内側の弦材の部材應力及び一定断面

S_2 及び F_2 = 外側の弦材の部材應力及び一定断面

D 及び F_d = 斜材の部材應力及び總て等しい断面

V 及び F_v = 横材の部材應力及び總て等しい断面

l = 部材の自由長

$c = \frac{l}{n}$ = 結構の格間長

h = 部材の高さ、即ち兩弦の重心間の距離

d = 全格間で悉く等しい斜材長

とすれば、仕事の方程式 (37 の方程式 (1)) は上で求めた A_i 及び A_a の値即ち方程式 (13) 及び (14) を用ひて次の如くなる。即ち

$$P_k \frac{\pi^2 f^2}{4 l} - \left[\frac{1}{2} \sum \frac{S_1^2 c}{E' F_1} + \frac{1}{2} \sum \frac{S_2^2 c}{E F_2} + \frac{1}{2} \sum \frac{D^2 d}{E F_d} + \frac{1}{2} \sum \frac{V^2 h}{E F_v} \right] = 0$$

及び $M = P_k y = P_k f \sin \frac{\pi x}{l}$

より $Q = \frac{dM}{dx} = P_k f \cdot \frac{\pi}{l} \cos \frac{\pi x}{l}$

弦材に対しては：

$$S_1 = S_2 = P_k \frac{f}{h} \sin \frac{\pi x}{l}$$

となる。茲に x は此の弦材に対して考察せられる Ritter の力率點の横距を示すものとする。併し乍ら稜片の凡ての種類に対する弦材の助力に関する公式を統一的に形造るために、例へば相交つた斜材を持つ結構の弦材應力の計算に普通用ひられて居る様に、各弦断面に対する力率點が稜工格間のその都度都度の中央にあるものと假定する。之によつて生ずる誤差は格間數が多い ($n > 4$) 時には小さい。

腹部材に対しては：

第 107 圖に示す様に垂直材稜工に於ては

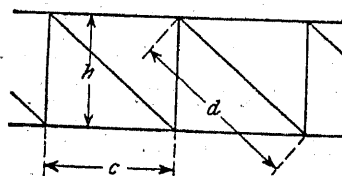
$$D = Q \frac{d}{h} = P_k \frac{\pi}{l} f \frac{d}{h} \cos \frac{\pi x}{l}$$

$$V = Q = P_k \frac{\pi}{l} f \cos \frac{\pi x}{l}$$

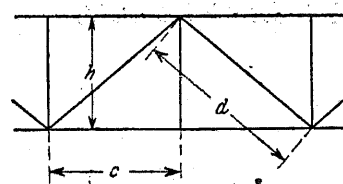
第 108 圖による 単一斜材稜工 に於ては

$$D = Q \frac{d}{h} = P_k \frac{\pi}{l} f \frac{d}{h} \cos \frac{\pi x}{l}$$

第 109 圖 a 及び b に於ける 交叉斜材稜工 或は 菱形稜工 には

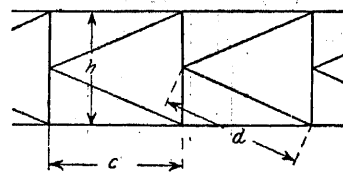


第 107 圖



第 108 圖

横材の影響は小さいから省略する。



第 110 圖

第 110 圖に依る

K 稜工 の際は

第 109 圖

$$D = \frac{Q}{2} \frac{2d}{h} = Q \frac{d}{h} = P_k \frac{\pi}{l} f \frac{d}{h} \cos \frac{\pi x}{l}$$

此の場合も横材の影響は同様に省略する。

總ての場合に於て剪力 Q を決定する縦距 x は格間中央にて計られる。

垂直材稜工：

仕事の方程式は次の如くなる。

$$P_k \frac{\pi^2 f^2}{4 l} = \frac{P_k^2 f^2}{E' F_1 h^2} c \cdot \frac{1}{2} \sum \sin^2 \frac{\pi x}{l} + \frac{P_k^2 f^2}{E F_2 h^2} c \cdot \frac{1}{2} \sum \sin^2 \frac{\pi x}{l} + \frac{P_k^2 \pi^2 f^2 d^3}{E F_d l^2 h^2} \frac{1}{2} \sum \cos^2 \frac{\pi x}{l} + \frac{P_k^2 \pi^2 f^2 h}{E F_v l^2} \frac{1}{2} \sum \cos^2 \frac{\pi x}{l}$$

扱て

$$\sum \sin^2 \frac{\pi x}{l} = \sum \cos^2 \frac{\pi x}{l} = \frac{n}{2} = \frac{l}{2c}$$

其れ故に P_k 及び $\frac{f^2}{4}$ で省略して、

$$\frac{\pi^2}{l} = P_k \left\{ \frac{1}{h^2} \left(\frac{1}{E' F_1} + \frac{1}{E F_2} \right) + \frac{\pi^2}{l} \frac{1}{E} \left[\frac{d^3}{c h^2} \frac{1}{F_d} + \frac{h}{c} \frac{1}{F_v} \right] \right\}$$

となり、これから次の如くなる。

$$P_k = \frac{\frac{\pi^2}{l}}{\frac{1}{h^2} \left(\frac{1}{E' F_1} + \frac{1}{E F_2} \right) + \frac{\pi^2}{l} \frac{1}{E} \left(\frac{d^3}{c h^2} \frac{1}{F_d} + \frac{h}{c} \frac{1}{F_v} \right)}$$

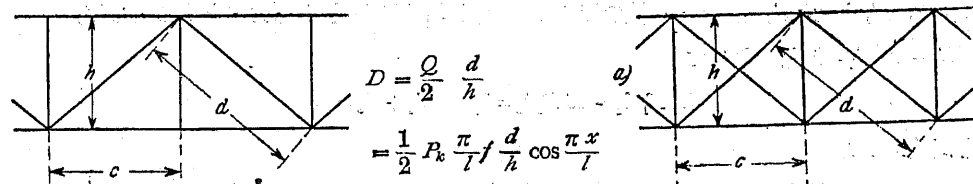
今第 111 圖に示す様に慣性率を $J = F_1 h_1^2 + F_2 h_2^2$ と書き得る様な無限に薄い腹板をもつた固形部材と比較して見る。m-m 線からの距離 h_1 及び h_2 は 35 の式 (9) により與へ

1) 證明は非常に簡単である。n を總和項の數、即ち格間數とし、先づ和を作れば

$$\sum \sin^2 \frac{\pi x}{l} + \sum \cos^2 \frac{\pi x}{l} = \sum \left(\sin^2 \frac{\pi x}{l} + \cos^2 \frac{\pi x}{l} \right) = n \cdot 1$$

さて右の半部材のある點の sin は左の半部材のそれと對稱的にある點の cos と等しいから、

又 $\sum \sin^2 \frac{\pi x}{l} = \sum \cos^2 \frac{\pi x}{l}$ 、これら兩關係から上に用ひた値 $n/2$ が出るのである。



第 109 圖

られる。Σ₁ 及び Σ₂ を m-m 線の周りの断面積 F₁ 及び F₂ の静力率とするならば、
E'Σ₁ - EΣ₂ = 0 なるを以て

$$E'F_1 h_1 \sim E F_2 h_2 = 0, \quad h_1 + h_2 = h$$

此の兩式より

$$h_1 = \frac{E F_2}{E' F_1 + E F_2} h \quad \text{及び} \quad h_2 = \frac{E' F_1}{E' F_1 + E F_2} h$$

となる。

今此の様な部材に対して 35 の方程式 (12) による T/J (T はバックリング弾性係数) の式を求めれば

$$T/J = E'J_1 + EJ_2 = E'F_1 h_1^2 + E F_2 h_2^2$$

h₁ 及び h₂ を代入すれば

$$T/J = \frac{E'F_1(E F_2)^2 + E F_2(E' F_1)^2}{(E' F_1 + E F_2)^2} h^2 = \frac{E' F_1 \cdot E F_2}{E' F_1 + E F_2} h^2$$

即ち之は R_k の方程式の分母の最初の項の逆数に外ならない、故に之を用ふれば、

$$R_k = \frac{\frac{\pi^2 T/J}{P}}{1 + \frac{\pi^2 T/J}{P^2} \cdot \frac{1}{E' c h^2} \left[\frac{d^3}{F_a} + \frac{h^3}{F_v} \right]}$$

となる。

バックリング係数弾性 T をバックリング應力 σ_k⁰ に対する値とすれば、式 $\frac{\pi^2 T/J}{P}$ は慣性能率ノを持つ固形部材のバックリング荷重 P_k⁰ = (F₁ + F₂) σ_k⁰ を示すものである。然し此處では T は集成部材のバックリング應力 σ_k に対する T を示して居る。しかし係数 $\frac{\pi^2 T/J}{P^2}$ を含む分母の第二項は 1 に對して小なる故に、もし $\frac{\pi^2 T/J}{P^2} = \sigma_k^0 (F_1 + F_2)$ と置いても誤差は微々たるものであるから、結局次の式を得る。

$$R_k = \frac{\pi^2 T/J}{P^2 \left[1 + \sigma_k^0 \frac{F_1 + F_2}{E' c h^2} \left[\frac{d^3}{F_a} + \frac{h^3}{F_v} \right] \right]} = \frac{\pi^2 T/J}{(r l)^2} \dots (15)$$

茲に係数 r は次の式に依つて與へられる。

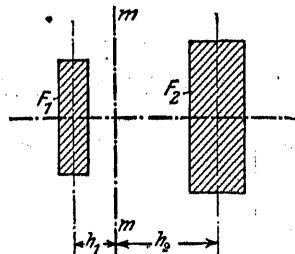
$$r = \sqrt{1 + \sigma_k^0 \frac{F_1 + F_2}{E' c h^2} \left[\frac{d^3}{F_a} + \frac{h^3}{F_v} \right]} \dots (15')$$

それ故にバックリング長さ l を有する集成部材のバックリング強度は同じ慣性能率を有する長さ r l の固形部材のものと丁度同じ大きさである。

此の法則は一般に σ_k が弾性限界の外にあるか或は内にあるかには無関係である。

r に對する方程式は他の綾工に於ては式 (15') と只括弧の中が異なるのみである。

單一斜材綾工に於ては垂直材の影響がなくなり、次の様になる。



第 111 圖

$$r = \sqrt{1 + \sigma_k^0 \frac{F_1 + F_2}{E' c h^2} \frac{d^3}{F_a}} \dots (15'')$$

交叉斜材綾工或は菱形綾工でも部材應力 D は半減するが斜材の数は 2 倍になるから式 (15'') は満足する。

IK-綾工に於ては

$$r = \sqrt{1 + 2\sigma_k^0 \frac{F_1 + F_2}{E' c h^2} \frac{d^3}{F_a}} \dots (15''')$$

綾工集成部材の部分及び結合の設計 個々の部分より成る部材に於ては此の個々の部分それ自身が充分強固に設計せられねばならない事は明かである。何となればそうでないと此の個々の部分の弱いため、全部材が尙バックリング荷重に達しない以前に於て既に残留變形を示すものであるからである。

先づ兩弦材は何れもそれ自身に對して格點間の距離をバックリング長としたときバックリングに安全でなければならぬ。今 i₀ を自由軸に平行な重心軸 g-g に関する弦材の環動半徑とすれば

$$\frac{c}{i_0} \geq \frac{l}{i_0}$$

でなければならぬ。

即ち弦材の格間長に関する細長比は全部材のものに等しいか又は小さくなければならぬ。綾工の格間長 c は此の際結合鉄の距離 c' でおきかへられる (第 112 圖参照)。

斜材 は不定定平衡状態に於ける部材の彎曲によつて生ずる剪力をとると云ふ役目を持つてゐる。之は弦材がその耐荷力を失ふ瞬間に、その耐荷力が丁度極限に達してゐるだけの強さに設計する事を要する。それ故抗壓斜材はそのバックリング耐荷力に、抗張斜材はその純断面に關して全抗張強度 3.6 t/cm² に達する事が出来る。さて剪力 Q は拱矢 f の函数である。そして斜材の計算の時根本になる此の拱矢は (彎曲した部材の内側では丁度弦の耐荷力がなくなる) 各極限值よりも大きくなり得ないと云ふ考へから求めるのである。弦の細長比を c/i₀ = 0 と置く時、即ち (Tetmajer に従つて) 3.1 t/cm² の應力のとき最も都合のよい場合となる。それ故部材中央について次の如く置く。

$$3.1 = \frac{R_k}{F_1 + F_2} + \frac{R_k f}{F_1 h} = \sigma_k + \frac{R_k f}{F_1 h}$$

茲に F₁ は兩弦材断面の小さい方である。

此の方程式から f に對する式が得られる、

$$f = \frac{3.1 - \sigma_k}{R_k} F_1 h$$

剪力は (150 頁参照) 部材端に於て最大值に達する。即ち、

$$Q_{max} = R_k \frac{\pi}{l} f$$

之に今求めた γ の値を代入すれば

$$Q_{max} = (3.1 - \sigma_k) \frac{\pi}{\gamma} F_1 h \dots (16)$$

が得られる。単位は t と cm である。

$$\sigma_k \text{ が限界荷重を越す時には } \sigma_k = 3.1 - 0.0114 \pi \frac{\gamma l}{i}$$

と置かれ、式(16)は次の簡単な公式に変化する。

$$Q_{max} = 0.0114 \pi \frac{\gamma h}{i} F_1$$

今 $F_1 = F_2$ とすれば、 $i \sim \frac{h}{2}$ を以て、

$$Q_{max} = \frac{\gamma F_1}{14} \dots (16')$$

此の公式は $\frac{\gamma l}{i} < 105$ の時に限つて成立つ。単位は前と同様 t と cm とである。

Q_{max} が既知であれば斜材應力は決定され部材が設計せられる。鉄結合に対しては許容剪應力を $0.8 \cdot 3.6 = 2.9 \text{ t/cm}^2$ として計算する。又許容支壓力を $2 \cdot 2.9 = 5.8 \text{ t/cm}^2$ とする。非対称部材では F_1 は小さい弦材の断面積と考へる。

例 1) 弦の純間隔 25 cm の 2 本の] 鋼 NP 30 よりなる部材が兩突線平面に於て第 112 圖に示す様に $4 \cdot 60 \cdot 6$ の山形鋼によつて結合せられてゐる。バックリング長は 5.40 m である。

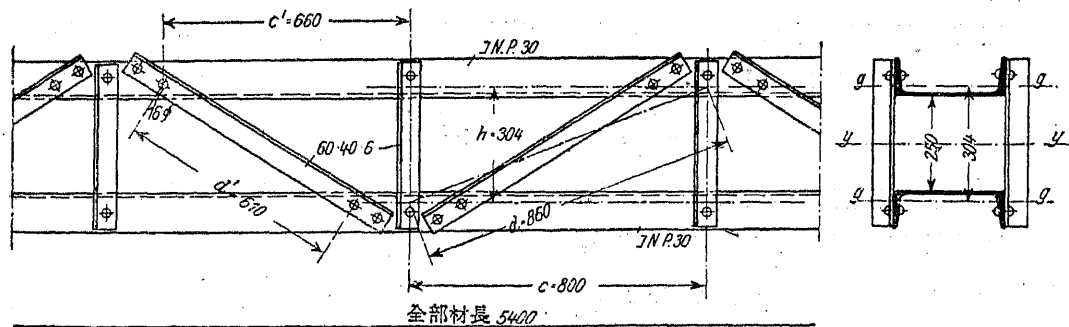
$$F_1 + F_2 = 2 \cdot 58.8 = 117.6 \text{ cm}^2 \text{ 及び } J_y = 117.6 \frac{30.4^2}{4} + 2 \cdot 495 = 28160 \text{ cm}^4$$

であるから

$$i_y = \sqrt{\frac{28160}{117.6}} = 15.47 \text{ cm}$$

従つて $\frac{l}{i_y} = \frac{540}{15.47} = 34.8$ であるから、第 I 表より

$$\sigma_k^0 = 2.703 \text{ t/cm}^2$$



第 112 圖

更に第 112 圖から $c = 80 \text{ cm}$, $d = 86 \text{ cm}$, $h = 30.4 \text{ cm}$ $F_a = 2 \cdot 5.68 = 11.36 \text{ cm}^2$ であるから式(15'')が

ら

$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{2.703 \cdot 117.6 \cdot 86^2}{2150 \cdot 80 \cdot 30.4^2 \cdot 11.36}} = 1.055$$

それ故、 $\gamma l = 1.055 \cdot 540 = 570 \text{ cm}$ であるから、結局

$$\frac{\gamma l}{i_y} = \frac{570}{15.47} = 36.8$$

それ故

$$\sigma_k = 2.680 \text{ t/cm}^2$$

故に此の集成部材のバックリング荷重は

$$P_k = 117.6 \cdot 2.680 = 315.2 \text{ t}$$

一方圆形部材としての計算に依れば、 $P_k^0 = 2.703 \cdot 117.6 = 317.9 \text{ t}$ となる。此の差違は全體で 0.85% で非常に小さい。

單一の弦に対しては $d' = 66 \text{ cm}$, $i_d = 2.90 \text{ cm}$ であるから、 $\frac{d'}{i_d} = 22.8$ 及び $\sigma_k^d = 2.840 \text{ t/cm}^2$ である。

$\sigma_k^d > \sigma_k$ であるから、全部材の耐荷力がなくなる前に單一の弦がバックルすると云ふ危険は全くない譯である。

最大剪力は方程式(16')によつて

$$Q_{max} = \frac{\gamma F_1}{14} = \frac{1.055 \cdot 58.8}{14} = 4.43 \text{ t}$$

となる。それ故 1 綫工面に対しては、 $\frac{Q_{max}}{2} = 2.22 \text{ t}$ 即ち斜材應力は次の様になる。

$$D_{max} = \frac{Q_{max}}{2} \cdot \frac{d}{h} = 2.22 \frac{86}{30.4} = 6.28 \text{ t}$$

斜材のバックリング長 $d' = 61 \text{ cm}$, $i_{min} = 0.86 \text{ cm}$, $d'/i_{min} = 70.8$, $\sigma_k^d = 2.293 \text{ t/cm}^2$ であるから、耐荷力は

$$P_d = 2.293 \cdot 5.68 = 13.02 \text{ t}$$

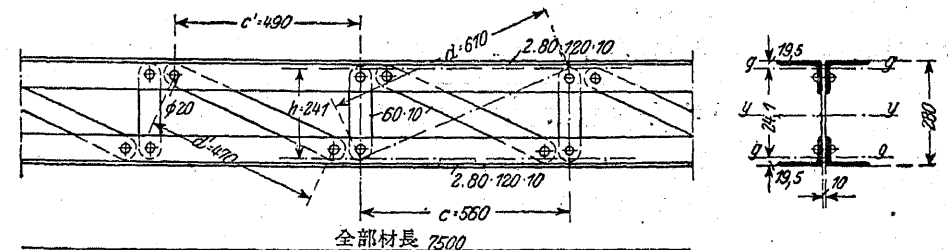
となる。それ故斜材は充分に設計されて居る。鉄結合は

$$N = 2 \frac{\pi^2}{4} 1.6 \cdot 2.9 \text{ t/cm}^2 = 11.65 \text{ t}$$

の耐荷力を持つて居るから同様に充分安全である。

例 2. 第 113 圖に示す様なバックリング長 7.50 m の抗壓部材。

$$2F = 4 \cdot 19.1 = 76.4 \text{ cm}^2 \text{ 及び } J_y = 76.4 \cdot \frac{24.10^2}{4} + 4 \cdot 98.2 = 11486 \text{ cm}^4 \text{ であるから}$$



第 113 圖

$$i_y = \sqrt{\frac{11486}{76,4}} = 12,26 \text{ cm}$$

となる。それ故 $\frac{l}{i_y} = \frac{750}{12,26} = 61,2$ 及び第 I 表から $\sigma_k^0 = 2,403 \text{ t/cm}^2$

第 113 圖より更に $c = 56 \text{ cm}$, $d = 61 \text{ cm}$, $h = 24,1 \text{ cm}$, $F_d = 6,0 \text{ cm}^2$, $F_v = 6,0 \text{ cm}^2$ であるから、之等の値より

$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{2,403 \cdot 76,4}{2150 \cdot 56 \cdot 24,1^2} \left(\frac{61^3}{6,0} + \frac{24,1^3}{6,0} \right)} = 1,051$$

を得る。それ故計算上に用ひるバックリング長 $\gamma l = 1,051 \cdot 7,50 = 7,88 \text{ m}$ 及び $\frac{\gamma l}{i_y} = \frac{788}{12,26} = 64,3$ 及び $\sigma_k = 2,367 \text{ t/cm}^2$

を得る。結局事実上の集成部材の耐荷力は

$$P_k = 2,367 \cdot 76,4 = 180,8 \text{ t}$$

となり同じ断面を持つ固形部材 ($P_k^0 = 183,6$) より 1,5% だけ小さい。之も亦その差違は實際上から考へると小さい。

$i_y = 2,26 \text{ cm}$ であるから、弦の細長比 $\frac{c'}{i_y} = \frac{49}{2,26} = 21,7$ となり、全部材に對するものより小さい。それ故全部材がバックルする以前に弦がバックルすると云ふ心配はない。

斜材をしらべるため、方程式 (16') から Q_{\max} を計算する。

$$Q_{\max} = \frac{\gamma F_1}{14} = \frac{1,051 \cdot 38,2}{14} = 2,88 \text{ t}$$

それ故

$$D_{\max} = 2,88 \frac{61}{24,1} = 7,29 \text{ t}$$

となる。バックリング長 $0,8 \cdot 47 = 37,6 \text{ cm}$ $\frac{l}{i_y} = \frac{37,6}{0,29} = 130$ なる斜材平鋼の耐荷力は $P_d = 1,256 \cdot 6,0 = 7,54 \text{ t}$ であるから、丁度一杯である、徑 20 mm の複剪結合鉄は

$$N = 2 \cdot 1 \cdot 5,8 \text{ t} = 11,6 \text{ t}$$

であり一方之は計算上單に 7,29 t をとれば良い譯である。

例 3. 10 m のバックリング長を持ち 2] 鋼 N.P. 16 よりなる横構斜材、之は第 114 圖に示す様に 50/8 なる平鋼によつて結合されてゐる。

$2F = 48 \text{ cm}^2$, $f_y = 3922 \text{ cm}^4$, $i_y = 9,04 \text{ cm}$ であるから

$$\frac{l}{i_y} = \frac{1000}{9,04} = 110,6 \text{ 及び } \sigma_k^0 = 1,735 \text{ t/cm}^2$$

$c = 48 \text{ cm}$, $d = 51 \text{ cm}$, $h = 17,7 \text{ cm}$, $F_d = 4 \text{ cm}^2$ から

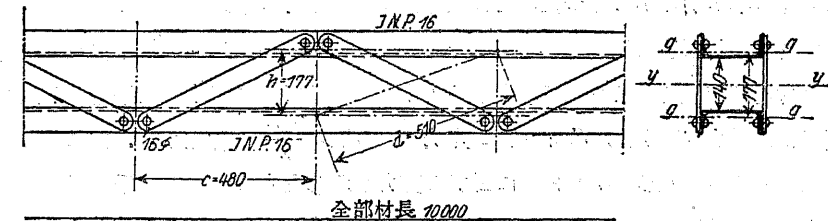
$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{1,735 \cdot 48}{2150 \cdot 48 \cdot 17,7^2 \cdot 2,4}} = 1,022$$

となる。之より $\gamma l / i_y = 1,022 \cdot 110,6 = 113$ となり、

$$\sigma_k = 1,662 \text{ t/cm}^2 \text{ を得る。}$$

それ故バックリング荷重は

$$P_k = 48 \cdot 1,662 = 79,8 \text{ t}$$



第 114 圖

之に對し固形部材では $\sigma_k^0 \cdot 48 = 83,3 \text{ t}$ である。竣工による減少は 4% であるから之も特別大きいものではない。

斜材及び弦の設計が充分であるや否やの證明は前と同様になされる、しかし之の場合 $\gamma l / i_y > 105$ であるから、 Q_{\max} は方程式 (16) によつて定めらるべきである。

上述の例で明らかに判る様に斜材の部材軸に對する傾斜が大體 30° より小さくない竣工部材に於ては固形部材の耐荷力に對する耐荷力の減少は決して餘りに大きなものではない。短部材に於て此の差違は非常に小さく細長比と共に増大するものである。短かいもの及び中位の細長比を持つた竣工集成部材は固形部材として計算して差支へない。 $l / i_y > 100$ のときには γ を計算して耐荷力の減少を考へ入れる事が望ましい。併し乍ら何れの場合にせよ、斜材を充分に設計する事に注意すべきである。

40. 綴釘を有する抗壓材 (ラーメン部材)

此の計算方法は本質的には前節に於て述べたものと同様である。此處では先づ次のエネルギー方程式を考へる。

$$A_a - A_i = 0$$

A_a に對しては前と同様に

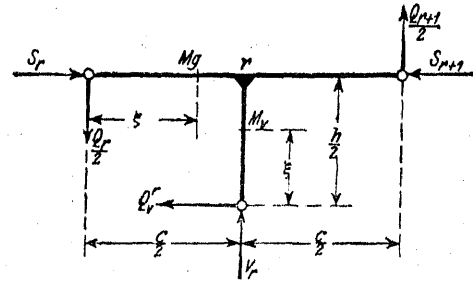
$$A_a = P_k \frac{\pi^2 f^2}{4 l}$$

を與へる。

A_i は不安定平衡状態に於ける彎曲の際の變形内働である。ラーメン部材の材片は鉸格點を有する結構の材片とは反對に彎曲作用を受けるものであるから、 A_i はそれ自身二つの部分から成り立つて居る事になる。即ち部材の伸長或は短縮に伴ふ部材直應力の仕事及びその彎曲作用による力率のなす仕事即ち之である。剪力に依る仕事は著しくないから之を省略する事が出来るのである。

n 個の格間を有するラーメン部材は $3n$ 次の不靜定系を形造り、從つてその與へられたる外力に對する正確な計算は煩しいものである。しかし乍ら部材の兩突縁は等しいものであると云ふ假定の下に直接簡単な方法で断面力を與へる近似的な計算方法が與へられる。即ち嚴密な研究の結果平行弦より成るラーメン桁に於ては彎曲率は丁度部材中央に彎曲率が零の點がある様

に分布してゐる事が明らかになつた。それ故部材及び垂直材の中央に鉸があるものと假定すれば、ラーメン桁は近似的には同値な静定系によつて置換られる事になる。¹⁾ 今格点 r に於て互に結合する部材を仮想鉸を通る断面で切り取るとすれば第 115 圖に示す様な平衡系が成立する。弦の切斷點には軸力 S_r 及び S_{r+1} 並に剪力 $\frac{Q_r}{2}$ 及び $\frac{Q_{r+1}}{2}$ が作用する。茲に Q_r 及び Q_{r+1} は夫々格間 $r-1, r$ 及び $r, r+1$ に対する剪力を示したものである。垂直材の断面には垂直材の軸力 V_r 、並に剪力 Q_v が作用する。



第 115 圖

第 115 圖より次の平衡條件が容易に導かれる。

$$-Q_v \frac{h}{2} + \left(\frac{Q_r}{2} + \frac{Q_{r+1}}{2} \right) \frac{c}{2} = 0$$

之より

$$Q_v = \frac{Q_r + Q_{r+1}}{2} \cdot \frac{c}{h} = \bar{Q}_r \frac{c}{h}$$

を得る。

此處に $\frac{Q_r + Q_{r+1}}{2}$ を格点 r に作用する剪

力の値 (之を \bar{Q}_r を以て示す) で置換へて考へる。弦材應力は結構の場合に於けると同様な關係即ち

$$S_r = \frac{m_r}{h}$$

にて得られる、茲に桁の彎曲率 m_r は格間中央 (鉸) に関するものを示す。

S_1 及び S_2 = 全部材の彎曲に依つて生ずる内側及び外側の弦材の軸應力

M_g = 弦材に於ける彎曲率

M_v = 垂直材に於ける彎曲率

F_g = 1 弦材の断面

F_v = 垂直材の断面

c = 垂直材間の距離, h = 弦重心の間隔

I = 構桁平面に垂直な重心軸の周りの弦材断面の慣性能率

I_v = 構桁平面に垂直な重心軸の周りの垂直材の断面の慣性能率

とすれば、變形内働の方程式は垂直材の長さの變化を無視する時には次の様になる。

$$A_i = \frac{1}{2} \sum_1^n \frac{S_1^2 c}{E' F_g} + \frac{1}{2} \sum_1^n \frac{S_2^2 c}{E F_g} + 2 \cdot \frac{1}{2} \sum_1^n \int_0^c \frac{M_g^2}{T J_g} d\xi + \frac{1}{2} \sum_1^{n-1} \int_0^h \frac{M_v^2}{E J_v} d\xi \dots (17)$$

丁度結構部材の場合に於けると同様に、彎曲の内側に對しては係數 E' を、外側に對しては彈性係數 E を導入し得る爲に弦應力の仕事を二つの部分に分けた。第三項 (弦の彎曲率に依る内働) は次に示す考へ方に依りバックリング彈性係數 T を用ひた。即ち不安定平衡状態に於て彎曲

1) この假定は例へば鉄結構の格点が鉸であると云ふ普通の假定よりも一層適切なものである。

の始まる時には彈性曲線の方程式は一般的に次の様になるからである (35 の方程式 (11) 参照)。

$$T J \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = -M_x$$

之は全部材のバックリング應力 σ_k に関するバックリング彈性係數 T を含んで居る。それ故此の係數 T を變形内働に對する式で彎曲率の作用する弦に移したのである。

今仕事の方程式 (17) の各項に就て計算し彎曲が正弦曲線に従つて生ずると云ふ假定が成立するものとして行ふ。

彎曲率に對しては、 $P_k y = P_k f \sin \frac{\pi x}{l}$

剪力に對しては、 $\frac{d P_k y}{dx} = P_k f \frac{\pi}{l} \cos \frac{\pi x}{l}$

$$\frac{1}{2} \sum_1^n \frac{S_1^2 c}{E' F_g} = \frac{1}{2} \sum_1^n \frac{P_k^2 y^2 c}{E' F_g h^2} = \frac{1}{2} \frac{P_k^2 f^2 c}{E' F_g h^2} \sum_1^n \sin^2 \frac{2r-1}{2n} \pi = \frac{1}{4} \frac{P_k^2 f^2 l}{E' F_g h^2}$$

$$\frac{1}{2} \sum_1^n \frac{S_2^2 c}{E F_g} = \frac{1}{2} \sum_1^n \frac{P_k^2 y^2 c}{E F_g h^2} = \frac{1}{2} \frac{P_k^2 f^2 c}{E F_g h^2} \sum_1^n \sin^2 \frac{2r-1}{2n} \pi = \frac{1}{4} \frac{P_k^2 f^2 l}{E F_g h^2}$$

此處でも既に前章に於て示した様に

$$\sum \sin^2 \frac{2r-1}{2n} \pi = \frac{n}{2} = \frac{l}{2c}$$

である。更に 1 弦材及び 1 垂直材につき第 115 圖より考へて次式を得る

$$\int_0^c \frac{M_g^2}{T J_g} d\xi = 2 \int_0^{c/2} \frac{Q_r^2 \xi^2}{4 T J_g} d\xi = \frac{Q_r^2 c^3}{48 T J_g}$$

$$\int_0^h \frac{M_v^2}{E J_v} d\xi = 2 \int_0^{h/2} \frac{Q_v^2 \xi^2}{E J_v h^2} d\xi = \frac{Q_v^2 c^2 h}{12 E J_v}$$

それ故

$$2 \cdot \frac{1}{2} \sum_1^n \frac{M_g^2}{T J_g} d\xi = \sum_1^n \frac{Q_r^2 c^3}{48 T J_g} = \frac{P_k^2 f^2 \pi^2 c^3}{48 T J_g l^2} \sum_1^n \cos^2 \frac{2r-1}{2n} \pi = \frac{\pi^2}{96} \frac{P_k^2 f^2 c^2}{T J_g l}$$

$$\frac{1}{2} \sum_1^{n-1} \frac{M_v^2}{E J_v} d\xi = \frac{1}{2} \sum_1^{n-1} \frac{Q_v^2 c^2 h}{12 E J_v} = \frac{P_k^2 f^2 \pi^2 c^2 h}{24 E J_v l^2} \sum_1^{n-1} \cos^2 \frac{r}{n} \pi = \frac{\pi^2}{48} \frac{P_k^2 f^2 c^2 h}{E J_v l}$$

但し

$$\sum_1^n \cos^2 \frac{2r-1}{n} \pi = \sum_1^{n-1} \cos^2 \frac{r}{n} \pi = \frac{n}{2} = \frac{l}{2c}$$

1) r 番目の格間の中央に於ては $\frac{x}{l} = \frac{2r-1}{2n}$ 。

2) 格点 r に對しては $\frac{x}{l} = \frac{r}{n}$ である。

である。

方程式 (17) に於ける總和に對し之等の式を代入すれば最初にたてた仕事の方程式により

$$\frac{1}{4} \frac{R_k^2 f^2 l}{E' F_g h^2} + \frac{1}{4} \frac{R_k^2 f^2 l}{E F_g h^2} + \frac{\pi^2}{96} \frac{R_k^2 f^2 c^2}{T J_g l} + \frac{\pi^2}{48} \frac{R_k^2 f^2 c h}{E J_v l} = \frac{1}{4} P_k \frac{\pi^2 f^2}{l}$$

となる。これから R_k に對する方程式

$$P_k = \frac{\frac{\pi^2}{l^2}}{\frac{1}{h^2} \left(\frac{1}{E' F_g} + \frac{1}{E F_g} \right) + \frac{\pi^2}{l^2} \left(\frac{c^2}{24 T J_g} + \frac{c h}{12 E J_v} \right)}$$

を得る。

更に又既に 39 に於て知れる様に、

$$\frac{1}{h^2} \left(\frac{1}{E' F_g} + \frac{1}{E F_g} \right) = \frac{1}{T J}$$

であるから、

$$P_k = \frac{\frac{\pi^2 T J}{l^2}}{1 + \frac{\pi^2 T J}{l^2} \left(\frac{c^2}{24 T J_g} + \frac{c h}{12 E J_v} \right)}$$

或は分母の括弧を解けば

$$P_k = \frac{\frac{\pi^2 T J}{l^2}}{1 + \frac{\pi^2 J}{24 J_g} \left(\frac{c}{l} \right)^2 + \frac{\pi^2 T J}{l^2} \frac{c h}{12 E J_v}} = \frac{\pi^2 T J}{\gamma^2 l^2} \dots (18)$$

此處に

$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{\pi^2 J}{24 J_g} \left(\frac{c}{l} \right)^2 + 2 F_g \sigma_k^0 \frac{c h}{12 E J_v}} \dots (18')$$

である。茲に根號内の最後の項に於て $\frac{\pi^2 T J}{l^2}$ に對してそれと同じ値を持つ固形部材の耐荷力 $2 F_g \sigma_k^0$ を以て示した。勿論之は近似的にのみ適合するものである、何となれば此の項の係数 $\frac{\pi^2 T J}{l^2}$ のバックリング弾性係数 T は σ_k^0 に関するものではなく、 σ_k に関するものであるからである。然し乍ら此の項の影響はそれ自體非常に小さいものであるから此の近似法に依つて生ずる誤差は結果に於ては實際には消失するものである。

其れ故に Euler-Tetmajer の公式中バックリング長 l の代りにバックリング長 γl を用ふるならばラーメン部材は固形部材として計算し得るものである。

ラーメン部材に於ける結合の設計 各個々の弦の自由軸に平行な弦材断面の重心軸に関する細長比が全部材のその自由軸に関する細長比より大きくないと云ふ事の證明の外に 尙横結合 (綴鋸) の研究が必要である。何となれば之は不安定平衡状態に於て作用する剪力をとる役目をしてゐるからである。

最大剪力については 39 に於て一般的に通用する式

$$Q_{\max} = (3.1 - \sigma_k) \frac{\pi}{4} F_g h$$

を得て居る。それ故綴鋸を曲げる縦の最大剪力は

$$Q_v = Q_{\max} \frac{c}{h} = (3.1 - \sigma_k) \pi F_g \frac{c}{h} \dots (19)$$

にて計算し得る。單位は t 及び cm である。方程式 (19) は一般に通用するものである。若しも $\gamma l / i_y < 105$ の時には次の一次方程式を用ひて

$$\sigma_k = 3.1 - 0.0114 \gamma l / i$$

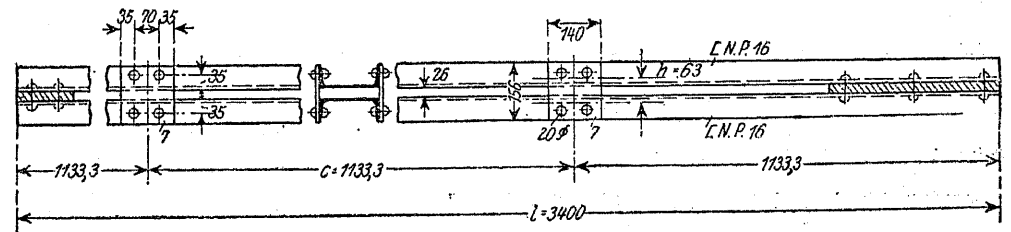
方程式は簡單化され

$$Q_v = \frac{\gamma F_g c}{14 h} \dots (19')$$

となる。 $(F_g$ は cm^2 , Q_v は t である)。然し乍ら h が小さい場合には、正確な公式 (19) を用ふる方が良い。

此の式の應用に就ては次の例にて詳しい説明を述べる。

例 1. 第 116 圖に Hamburg のガスタンクの床の臺脚の斜材を横造せる試験部材を示す。此の構造物の墜落は此の部材の弛んだ爲であつた。Berlin ドックの材料試験所に於て 1912 年に 3 箇の同じ部材に就て行つた實驗によれば、平均の耐荷力は 84.6 t であつた。



第 116 圖

再計算には次の數を基本とする。

$$\text{バックリング長 } l = 340 \text{ cm}, F_g = 24 \text{ cm}^2, J_y = 644 \text{ cm}^4, i_y = 3.66 \text{ cm}$$

先づ $\frac{l}{i_y} = \frac{340}{3.66} = 92.9$ を計算し、第 1 表から $\sigma_k^0 = 2.041 \text{ t/cm}^2$ を得る。

今 $c = 113.3 \text{ cm}$, $h = 6.3 \text{ cm}$, $E = 2150 \text{ t/cm}^2$, $J_g = 85.3 \text{ cm}^4$, $J_v = 2 \cdot \frac{1}{12} \cdot 0.7 \cdot 14^3 = 320.1 \text{ cm}^4$

と置けば式 (18') より

$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{\pi^2 \cdot 644}{24 \cdot 85.3} \left(\frac{113.3}{340} \right)^2 + 2 \cdot 24 \cdot 2.041 \frac{113.3 \cdot 6.3}{12 \cdot 2150 \cdot 320.1}} = \sqrt{1 + 0.345 + 0.008} = 1.164$$

$\frac{\gamma l}{i_y} = \frac{1.164 \cdot 340}{3.66} = 108.2$ であるから、第 1 表から

$$\sigma_k = 1.812 \text{ t/cm}^2$$

となる。それ故實驗の結果の平均値 84.6 t に對し

$$P_k = 48 \cdot 1.812 = 87.0 \text{ t}$$

となる。計算による耐荷力の減少は固形部材に於けるもの即ち $P_k^0 = 2.041 \cdot 48 = 98.0 \text{ t}$ に對して 11.2% である。

例 2. 部材は前の場合と同様で只綴鋸の距離を例 1 に示す場合の半分となした時 (第 117 圖)。此の場合

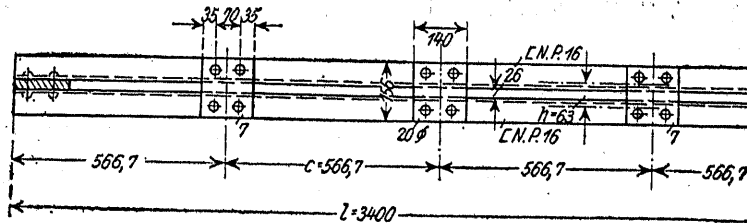
も $c = 56,7$ cm 以外は前と同様の数値を用ふれば

$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{24} \frac{644}{85,8} \left(\frac{56,7}{340}\right)^2 + 2 \cdot 24 \cdot 2,041 \frac{56,7 \cdot 6,8}{12 \cdot 2150 \cdot 320,1}} = \sqrt{1 + 0,086 + 0,004} = 1,044$$

となる。 $\frac{\gamma l}{i_y} = \frac{1,044 \cdot 340}{3,66} = 97$ より第 I 表により

$$\sigma_k = 1,994 \text{ t/cm}^2 \text{ 及び } F_k = 48 \cdot 1,994 = 95,7 \text{ t}$$

とる。此の値は F_k^0 と僅か 2,3% だけ異つて居る。綴綴を細かく配置する事は部材の耐荷力を固形部材の耐荷力の近くにまで引き上げるものである。この事實は実験に依つても亦確められる。



第 117 圖

弦材の細長比は $c' = 49,7$ cm を用ひて

$$\frac{c'}{i_g} = \frac{49,7}{1,89} = 26,3$$

それ故全部材に於けるものよりも遙に小さい。

縦方向の剪力 Q_v を正確な公式 (19) によつて計算すれば

$$Q_v = (3,1 - \sigma_k) \pi F_g \frac{c}{l} = (3,1 - 1,994) 3,14 \cdot 24 \cdot \frac{56,7}{340} = 13,90 \text{ t}$$

となる。此の力は各々 0,7 cm の厚さの 2 枚の綴綴に分布するものであるから、一つの綴綴に来る力は

$$\frac{Q_v}{2} = \frac{13,90}{2} = 6,95 \text{ t}$$

である。鉄孔部における最大彎曲率は (第 118 圖) より

$$M = 6,95 \cdot 4,8 = 33,35 \text{ tcm}$$

となる。最大彎曲應力は $W = 17,8 \text{ cm}^3$ であるから

$$\sigma = \frac{33,35}{17,8} = 1,87 \text{ t/cm}^2$$

となる。純断面 $f = 7 \text{ cm}^2$ の場合の最大剪應力は

$$\tau = \frac{6,95}{7} = 0,99 \text{ t/cm}^2$$

である。それ故材料は一杯に用ひられて居る事になる (56 参照)。

$$\sigma_{\max} = 0,35 \sigma + 0,65 \sqrt{4\tau^2 + \sigma^2} = 0,35 \cdot 1,87 + 0,65 \sqrt{4 \cdot 0,99^2 + 1,87^2} = 2,42 \text{ t/cm}^2$$

此の値は破壊強度 $\sigma_B = 3,6 \text{ t/cm}^2$ より小さい。

上に求めた彎曲率は兩結合綴綴によつて弦に傳達されるものである (第 119 圖)。それ故此の各々の綴綴は剪力は

$$N_1 = \frac{M}{7,0} = \frac{33,35}{7,0} = 4,76 \text{ t}$$

をとる譯である。又綴綴は同じ部分へ $\frac{Q_v}{2}$ なる力を傳達しなければならぬから、その剪力は

$$N_2 = \frac{1}{2} \frac{Q_v}{2} = \frac{6,95}{2} = 3,48 \text{ t}$$

となる。それ故 N_1 と N_2 との合力は

$$N = \sqrt{N_1^2 + N_2^2} = 5,90 \text{ t}$$

それ故徑 20 mm の鉄の剪應力は

$$\tau = \frac{5,90}{3,14} = 1,88 \text{ t/cm}^2$$

此の値も尙許されてよい。

例 3. 154 頁の例 1 に選んだ部材を第 120 圖に示す様に綴綴の代りに綴綴を入れて見る。かくすれば次の如くなる。

$$l = 540 \text{ cm}, \quad 2 F_g = 117,6 \text{ cm}^2, \quad J_y = 28160 \text{ cm}^4, \quad i_y = 15,47 \text{ cm}, \quad J_g = 495 \text{ cm}^4, \quad c = 80 \text{ cm}$$

$$h = 30,4 \text{ cm}, \quad J_v = 2 \cdot 1/12 \cdot 0,8 \cdot 20^3 = 1067 \text{ cm}^4$$

$\frac{l}{i_y} = 34,8$ であるから、 $\sigma_k^0 = 2,703 \text{ t/cm}^2$ である。方程式 (18) から

$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{24} \frac{28160}{495} \left(\frac{80}{540}\right)^2 + 117,6 \cdot 2,703 \frac{80 \cdot 30,4}{12 \cdot 2150 \cdot 1067}} = \sqrt{1 + 0,514 + 0,023} = 1,242$$

となる。それ故

$$\frac{\gamma l}{i_y} = \frac{1,242 \cdot 540}{15,47} = 43,3$$

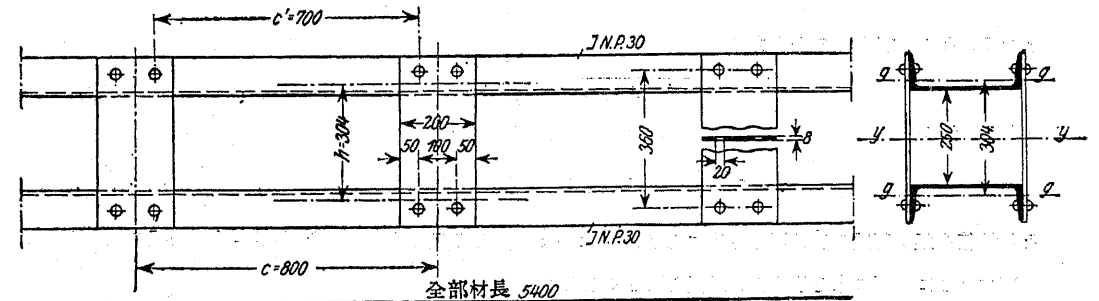
故に

$$\sigma_k = 2,607 \text{ t/cm}^2$$

耐荷力は

$$F_k = 117,6 \cdot 2,607 = 306,6 \text{ t}$$

となる。



第 120 圖

此の場合耐荷力の減少は $F_k^0 = 317,9 \text{ t}$ に對し約 3,5% である。一方結構部材に對しては僅か 0,85%

の減少を示すのみである。容易に算出し得る様に此の二つの場合に於て結合の爲の材料の消費は略等しい。それ故事情に依つては斜材竣工は綴鋸による結合よりも幾分都合なものといひ得る。

尚綴鋸を研究するために先づ公式(19')を用ひて縦方向の剪力を計算する。即ち

$$Q_v = \frac{\gamma F_D c}{14 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1,242 \cdot 58,8 \cdot 80}{14 \cdot 30,4} = 13,72 \text{ t}$$

これから I 綴鋸平面内に

$$\frac{Q_v}{2} = \frac{13,72}{2} = 6,86 \text{ t}$$

がかかる事になる。それ故鉄軸に於ける彎曲率は

$$M = 6,86 \cdot \frac{36,0}{2} = 123,48 \text{ tcm}$$

となる。綴鋸の接合點の断面の断面係数は $W = 45,23 \text{ cm}^3$ であるから、縁維に於ける應力は次の如くなる。

$$\sigma = \frac{123,48}{45,23} = 2,72 \text{ t/cm}^2$$

即ち此の値は充分破壊應力以下であるが、一方此の値は抗壓縁に於ける鋸のバックリングに對しては相當恐るべき大きさである。それ故此處に明らかにした様に巾の廣い部材にあつては強固な斜材によつて結合する代りに綴鋸に依つて結合する事は餘りよくない。

$\frac{Q_v}{2}$ なる力が綴鋸に依つて弦に傳達されるため、接合點断面に次の様な剪應力を生ぜしめる。

$$\tau = \frac{6,86}{12,8} = 0,54 \text{ t/cm}^2$$

茲に純断面を $12,8 \text{ cm}^2$ として計算した。

それ故最大主應力は次の如くなる。

$$\sigma_{\max} = 0,35 \cdot 2,72 + 0,65 \sqrt{4 \cdot 0,54^2 + 2,72^2} = 2,86 \text{ t/cm}^2$$

結合鋸の應力は前に述べた例と同様の方法で第120圖に示した寸法に基いて計算する。かくすれば鋸應力 N_1 は

$$N_1 = \frac{M}{10,0} = \frac{123,48}{10,0} = 12,35 \text{ t}$$

鋸應力 N_2 は

$$N_2 = \frac{1}{2} \frac{Q_v}{2} = \frac{1}{2} \cdot 6,86 = 3,43 \text{ t}$$

となる。それ故接合點の全合力は

$$N = \sqrt{12,35^2 + 3,43^2} = 12,82 \text{ t}$$

となる。此の力は問題の 20 mm 鋸に次の剪應力を與へる。即ち

$$\tau = \frac{12,82}{3,14} = 4,08 \text{ t/cm}^2$$

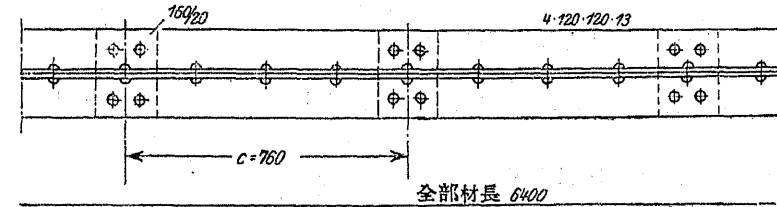
それ故結合鋸は荷重を受け過ぎる事になる。故に吾々は之より徑の大きい鋸を選ぶか或は綴鋸の縁維應力を落すために綴鋸の巾を廣くし、鋸距を大きくしなければならない。

例 4. 6,4 m のバックリング長を有する抗壓斜材を研究して見る。之は 120・120・13 の大きさの山形鋼 4 より成り第121圖に示す様に配列され結合されてゐる。此處では綴鋸は 20 mm の厚さの填材によつて置きかへられて居る。その變形量は非常に小さいから之を完全に無視し得る。計算に對しては次に示す數値

を用ひた。

$$2 F_D = 4 \cdot 29,7 = 118,8 \text{ cm}^2, F_D = 2 \cdot 393,5 = 787 \text{ cm}^2, J_y = 2 \cdot 59,4 \cdot 4,44^2 + 2 \cdot 787 = 3918 \text{ cm}^4$$

$$i_y = 5,74 \text{ cm}$$



第121圖

先づ $\frac{l}{i_y} = \frac{640}{5,74} = 111,5$ を計算し、之から第I表を用ひてバックリング應力を求めると、 $\sigma_k^0 = 1,707 \text{ t/cm}^2$

を得る。其れ故部材の耐荷力は此の抗壓部材を均一部材と考へれば次の如くなる。

$$P_k^0 = 118,8 \cdot 1,707 = 202,8 \text{ t}$$

扱て、 $c = 76 \text{ cm}$ として公式(18')より γ を計算すれば

$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{\pi^2 \cdot 3918 \cdot (76)^2}{787 \cdot (640)^2}} = 1,014$$

となる。従つて

$$\frac{\gamma^2 l}{i_y} = \frac{1,014 \cdot 640}{5,74} = 113,1$$

これより

$$\sigma_k = 1,659 \text{ t/cm}^2$$

を得る。

それ故事實上の耐荷力は

$$P_k = 1,659 \cdot 118,8 = 197,1 \text{ t}$$

減少は 2,8% となる。

此の節及び前節に述べた數例より次の事實を認める事が出来る。即ち集成抗壓部材は充分密に結合材を配置すれば Euler-Tetmajer の公式から計算した耐荷力に對してその事實上の耐荷力は比較的小さい減少を示すものである。この差違は 0,65% から 4% の間を上下し、この差違は通常織細部材に於ては短大なる部材に於けるものより大きく、又竣工をした部材に於けるものは綴鋸を有する部材に於けるものより小さい。それ故一般的に特に概算設計に當つては非常に織細に成された集成部材を固形部材と區別して計算を行ふ必要はなく、只結合の充分なる設計特に非常に大きな部材断面を有するものに就ては此の計算に特に注意を要する。此の場合意識中に隠れた經驗に他ならない所の所謂技術の感を働かせる事は多くの場合出来ないから、上述の公式を基本として個々の部分について研究する事が望ましい。

本節及び前節に導いた設計公式の一覽表を第19表に示した。

ラーメン部材に對する方程式(18')に於て横結合の變形の影響を示す項を無視する時は横結

合の距離の上限界 c に対する簡単な法則を導く事が出来る。今集成部材の之と同様の値をもつ固形部材に対する 5% だけの耐荷力の減少を実際的に無視するものと仮定し、横結合が最少限度に持たなければならない、従つて此の限界を越してはならない距離 c を決定しようと思ふ。

$J = 2 F_0 i_y^2$ 及び $J_0 = F_0 i_0^2$ として (18') 式より

$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{2\pi^2 i_y^2 c^2}{24 i_0^2 l^2}} = \sqrt{1 + \frac{1}{1.2} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^2} \dots (18'')$$

となる。茲に固形部材及び弦材の細長比を夫々 $\lambda = \frac{l}{i_y}$, $\lambda_0 = \frac{c}{i_0}$ を以て示した。

λ 及び $\gamma l > 105$ に対しては

$$\sigma_k^0 = \frac{21220}{\lambda^2}, \quad \sigma_k = \frac{21220}{\gamma^2 \lambda^2}$$

それ故假定に依つて次の様になる。

$$\frac{\sigma_k^0 - \sigma_k}{\sigma_k^0} = 1 - \frac{1}{\gamma^2} \approx 0.05 \dots (20)$$

(18'') 及び (20) から

$$1 + \frac{1}{1.2} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^2 = \frac{1}{1 - 0.05}$$

或は

$$\frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{1}{4}$$

となる。それ故

$$c = \frac{1}{4} \left(\frac{l}{i_0}\right) \cdot i_0 \dots (21)$$

$\frac{l}{i_y}$ が 105 ~ 200 の時は c は $26 i_0 \sim 50 i_0$ の間にある。

若し λ 及び $\gamma l < 105$ ならば

$$\sigma_k^0 = 3.1 - 0.0114 \lambda \quad \text{及び} \quad \sigma_k = 3.1 - 0.0114 \gamma \lambda$$

となる。それ故 γ に対する條件は

$$\frac{\sigma_k^0 - \sigma_k}{\sigma_k^0} = \frac{0.0114}{\sigma_k^0} \lambda (\gamma - 1) \approx 0.05$$

となる。之より (18'') 式と結びつけて

$$\sqrt{1 + \frac{1}{1.2} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^2} \approx 1 + \frac{0.05 \sigma_k^0}{0.0114 \lambda} \dots (22)$$

を得る。

第 20 表は實用に供するため色々な細長比に対する距離 c を式 (21) に基いて弦の環動半径 i_0 の倍數として示した。茲に $\lambda = 90$ から 110 までの過渡範圍に対しては中間の値を導いた。

第 19 表

集成抗壓材に対する使用公式一覽表

圖形	記號	バックリング荷重 $F_k = (F_1 + F_2) \sigma_k$	バックリング剪力
	l , バックリング長 F_1 , 細い弦材の断面積 F_2 , 太い弦材の断面積	$\gamma = \sqrt{1 + \sigma_k^0 \frac{F_1 + F_2}{E c h^2} \left(\frac{a^3}{F_1} + \frac{h^3}{F_2} \right)}$	一般的に通用する公式 $Q_{max} = (3.1 - \sigma_k) \frac{\pi}{4} F_1 h$
	F_a , 斜材の断面積 (箱型断面のときは、兩壁の断面積)		
	F_v , 垂直材結構の垂直材の断面積	$\gamma = \sqrt{1 + \sigma_k^0 \frac{F_1 + F_2}{E c h^2} \frac{a^3}{F_a}}$	$\gamma l / i_y < 105$ に対する近似公式 $Q_{max} = \frac{\gamma F_1}{14}$ 單位は t 及び cm
	i_y , 自由軸に関する全断面の環動半径		
	σ_k^0 , 細長比 l / i_y を持った固形部材の Euler-Tetmajer の公式によるバックリング應力	$\gamma = \sqrt{1 + 2 \sigma_k^0 \frac{F_1 + F_2}{E c h^2} \frac{a^3}{F_a}}$	
	l , バックリング長 $F_0 = F_1 = F_2$, 弦材の断面積 J_y , 全断面の自由軸の廻りの慣性能率 J_0 , 自由軸に平行な重心軸のまわりの弦材の慣性能率 J_v , 綴板断面の慣性能率 (箱型断面では兩腹板の断面) その他は同前	$\gamma = \sqrt{1 + \frac{\pi^2 J_y}{24 J_0} \left(\frac{c}{l}\right)^2 + 2 F_0 \sigma_k^0 \frac{c h}{12 E J}}$	縦の剪力: 一般に通用する公式 $Q_v = (3.1 - \sigma_k) \pi F_0 \frac{c}{l}$ $\frac{\gamma l}{i_y} < 105$ で h なる大きさのときの近似公式 $Q_{max} = \frac{\gamma F_0 c}{14 h}$ 單位は t 及び cm

第 20 表

固形部材に対する耐荷力の減少が 5% 以下の場合の

集成部材の結合の最小距離 $c = \mu i_g$

全部材の細長比 λ/i_y	30	40	50	60	70	80	90	95	100	105	110	>110
$\mu = \frac{c}{i_g}$	32	36	38	41	43	44	45	40	35	30	28	$\frac{1}{4} \frac{l}{i_y}$

距離 $c \geq 30i_g$ に結合を配置すべきであると云ふ屢々適用される法則は合法的なものと考へられる。何となれば、之はその最小値を考へてゐるからである（新國有鐵道規定でもこの値を選んで居る）。中位の細長い部材（ $\lambda = 50 - 90$ ）及び非常に繊細な部材 $\lambda > 120$ に對しては第 20 表に示した様に結合は本質的により廣く置かれ得る。

第十一章 平面部材網のバックリング強度

41. 平面部材網の不安定平衡状態

本質的に一種の部材網を形成するもので、構造上結構或はラーメンとして取扱ひ得べき各桁要素は橋梁工に於ては重要なものの一つである。通常よく見受けられる様に彎曲率に抵抗し得る部材結合のために各部材は不安定な平衡状態——先づ此の様な状態が存在し得るものと假定する——の下に相互に作用し合ふものである。結構或はラーメンの個々の要素はその相隣る部材と弾性的に結合されて居り、その結合の程度は正しく部材結合に於けるその他の部材の弾性状態及び荷重とに關係するものである。それ故バックリングの状態に關しては個々の部材それ自身に就てではなく他の部材との關係如何に依つて論ぜられなければならない。即ち問題は弾性的に結合せられた部材網の不安定なる平衡に就て研究すれば良い事になる。吾々は平面部材網の關係に就て研究するに止めよう、と云ふのは普通橋梁工では之で充分であるからである。

前項を説明する意味に於て、かゝる不安定な平衡状態が存在し得るや否やに就ての疑問は若しも此の状態が起る爲の條件を定める事が出来るならば同時に解決せられるであらう。次に分る様に部材結合に於ける不安定な平衡状態は次の如き特長を有して居る。即ちかゝる状態の起る時に際して變位の種類及びその相互間の割合は定め得るが總ての變形量には任意の因數が共通に入つて居るためその大きさは定め得られない。バックリング状態が成立する前に平衡して居る内力及び外力はバックリング状態に於ける變形の生じたる時は最早平衡系を形造らない。何となれば此の變形が外力の相互の位置を變化せしめ、しかも此の位置の變化は無視する事が出来ないからである。それ故に一般に附加應力及び附加力率を生ずる。此等を夫々バックリング應力及びバックリング力率と呼ぶ事にする。そして此等の量はバックリング状態に於ける變位と