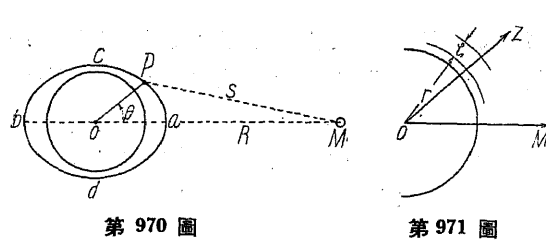


第二十四章 潮汐及び種々の波動

[121] 潮汐の理論

潮汐 (Tide) の現象は主として月及び太陽の引力に因る。地球中心より月の中心に到る平均距離は 384,400 km, 太陽中心迄は 150×10^6 km, 地球質量を 1 とすれば月の質量は 0.01228, 太陽の質量は 333,430 にして兩者の地球に及ぼす引力の強さは質量に比例し中心距離の三乗に逆比例するを以て、月の引力は太陽の夫れの約 2.2 倍に當り従て地球上の潮汐現象は主として月に依て支配さる。然し實際の潮汐は海洋の形状, 水深, 地球の自轉, 風, 氣壓等種々の影響を受け、地方的には極めて複雑なる現象を呈し理論的に充分の説明を爲し難いが次に單純なる説を紹介する。

(1) 引力説 (Attraction theory, Equilibrium theory, Newton) 先づ月の引力のみを考ふるに、地球表面の任意の一點 P と地球及び月の中心を含む断面に於て



m, M ... 夫々月及び地球の質量
 r ... 地球断面の平均半径
 R ... 地球と月との平均中心距離
 γ ... 萬有引力恒數
 s ... P と月の中心との距離
 P 點に及ぼす月の引力のポテンシャル
 $\phi_1 = -\frac{\gamma m}{s} = -\frac{\gamma m}{(R^2 - 2rR \cos \theta + r^2)^{3/2}}$

然るに海面を引き上げる力は P 點に及ぼす引力と地球中心に及ぼす引力との差にして、地球中心の質量に及ぼす月の引力に依る加速度は OM の方向に於て $-\gamma m/R^2$ 、之に相當するポテンシャルは $\phi_2 = -(\gamma m/R^2)r \cos \theta$ 、故に P に於ける有効ポテンシャル ϕ は

$$\phi = -\frac{\gamma m}{(R^2 - 2rR \cos \theta + r^2)^{3/2}} + \frac{\gamma m}{R^2} r \cos \theta = \frac{3}{2} \frac{\gamma m r^2}{R^3} \left(\frac{1}{3} - \cos^2 \theta \right) \dots \dots (1,124)$$

今 地球引力即ち重力のみを考へそのポテンシャルを ψ にて表せば海面上に於ては $\psi = \text{const.}$ である。然るに地球自轉により P 點に於ける物質に遠心力作用し之に相當するポテンシャル ψ_1 は $-\frac{1}{2} r^2 \omega^2$... ω は自轉の角速度...にして、その他、月の引力のポテンシャル ϕ も存在する。而て海面に於ては之等の合成ポテンシャルが總ての點に於て同一なるを要するを以て、等壓面を表はす式は

$$\psi - \frac{1}{2} r^2 \omega^2 + \phi = \text{const.} \dots \dots (1,125)$$

月の引力を受けざる場合の等壓面は $\psi - \frac{1}{2} r^2 \omega^2 = \text{const.}$

$$r \text{ なる半徑の球面上の合成加速度} = \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\psi - \frac{1}{2} r^2 \omega^2 \right) \right]_{z=0} = g$$

海面を表はす微分方程式は

$$\left(\psi - \frac{1}{2} r^2 \omega^2 \right) + \zeta \frac{\partial}{\partial z} \left(\psi - \frac{1}{2} r^2 \omega^2 \right) + \phi = \text{const.} \dots \dots (1,126)$$

$$\therefore \zeta = -\frac{\phi}{g} + C \dots \dots (1,127)$$

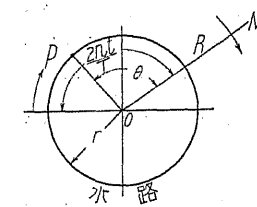
然るに地球表面にては $g = \gamma M/r^2$ なるを以て (1124) 及び (1127) 式より

$$\zeta = K \left(\cos^2 \theta - \frac{1}{3} \right) r + C \quad \text{茲に} \quad K = \frac{3}{2} \frac{m}{M} \left(\frac{r}{R} \right)^3 \dots \dots (1,128)$$

即ち海面は O を中心とする廻轉橢圓面 (Spheroid) となる。この理論に依れば干満の差は僅かに 0.55 m にして、之に太陽の作用を加算するも最大 0.83 位に過ぎぬ。

地球、月及び太陽が略一直線にある時即ち朔望時期に於て海面に及ぼす月と太陽との合成作用が最大なるを以て潮波の高さも最大にして之を大潮 (Spring tide) と稱し、反對に地球中心に對し月と太陽との方向が直角に近き場合即ち上下弦に於ては兩者の作用互に消し合ふを以て潮の干満は小さく之を小潮 (Neap tide) と稱する。又太陽が赤道面に位する春分、秋分の朔望に於ては合成引力が最も有力にて干満最も大なるが、之等を彼岸大潮 (Equinoxial spring tide) と呼ぶ。

(2) 波動説 (Dynamical theory, Laplace) 及び溝渠説 (Canal theory, Airy) Laplace は潮汐現象を強制波動と考へ地球表面が等水深の海洋にて覆はるゝものと假定して動力學的に解いた。更に Airy は地球の赤道面に平行なる面にて地球表面を一周する水路を考へ、その水が月の引力に依て地球自轉の 1/2 週期の波動を起す事に依て潮汐現象を説明した。之等の理論は H. Lamb の Hydrodynamics 中に詳説してある。問題を簡單ならしむる爲、地球が固定し月が赤道面内を一晝夜に一公轉するものと假定するも相對的には何等の差異がない。今赤道面内の水路を考ふれば



第 972 圖

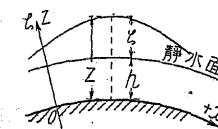
水路を考ふれば

h ... 水路の平均水深. T ... 月の公轉の週期
 x ... 月の公轉角に相當する水路の長さ
 t 間に月の廻轉する角 $= 2\pi t/T$
 $\angle POM = \theta = \frac{2\pi t}{T} - \frac{x}{r}$

$$P \text{ 點の水に及ぼす月の引力の切線分力} = X = \frac{\partial \phi}{r \partial \theta}$$

$$\therefore X = \frac{3}{2} \frac{\gamma m r^2}{R^3} \frac{1}{r} (2 \cos \theta \sin \theta) = K g \sin 2\theta$$

$$\text{茲に} \quad K = \frac{3}{2} \frac{m}{M} \left(\frac{r}{R} \right)^3$$



第 973 圖

Euler の運動方程式 (867) 及び連續性の方程式に依り

$$X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} \dots \dots (i) \quad \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial(zv_x)}{\partial x} = 0 \dots \dots (ii)$$

$$\therefore \frac{\partial z}{\partial t} + v_x \frac{\partial z}{\partial x} + z \frac{\partial v_x}{\partial x} = 0, \quad z = h + \zeta$$

$$\zeta \text{ が } z \text{ に比して微小なる時は} \quad z \frac{\partial v_x}{\partial x} = h \frac{\partial v_x}{\partial x}, \quad v_x \frac{\partial z}{\partial x} = 0$$

$$\therefore -h \frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{\partial \zeta}{\partial t} \dots \dots (iii) \quad \text{且} \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \rho g \frac{\partial \zeta}{\partial x}, \quad \frac{\partial v_x}{\partial x} = 0$$

此等の関係を (i) に代入して

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + Kg \sin 2\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{x}{r}\right) \dots \dots (iv)$$

(iii) 及び (iv) より

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = -h \frac{\partial^2 v_x}{\partial x \partial t} = -h \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} \right) = gh \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + Kg h \frac{2}{r} \cos 2\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{x}{r}\right) \dots (1,129)$$

(1,129) 式の一一般解は

$$\zeta = \frac{2Khg}{r} \left\{ \frac{4gh}{r^2} - \left(\frac{4\pi}{T}\right)^2 \right\}^{-1} \cos 2\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{x}{r}\right) \dots \dots (1,130)$$

然るに h なる水深の水路を傳播する長波の週期 T_1 は

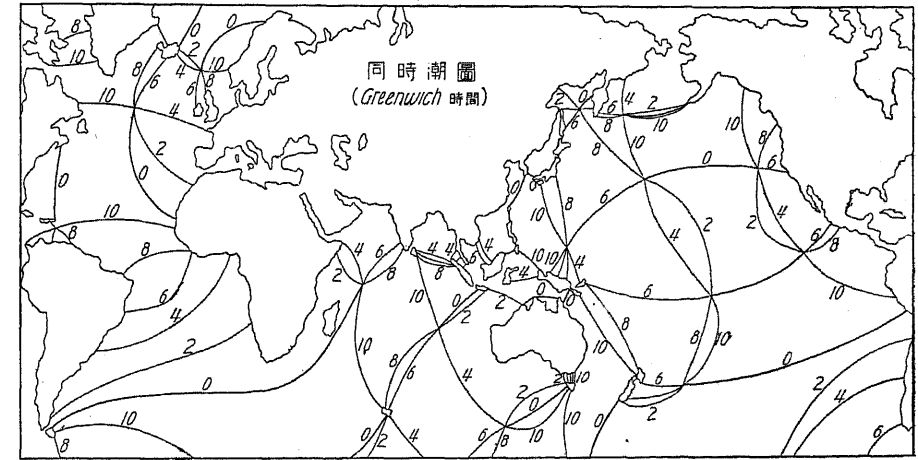
$$T_1 = 2\pi r / \sqrt{gh} \quad \therefore gh = 4\pi^2 r^2 / T_1^2$$

故に潮汐の半波高 $A = \frac{2Khg}{(4\pi)^2 r \left(\frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T^2}\right)}$, 茲に $K = \frac{3}{2} \frac{m}{M} \left(\frac{r}{R}\right)^3 = 0.84 \times 10^{-7} \dots (1,131)$

即ち潮汐現象は月及び太陽の引力を主因とし且一日二回の干満を有する事は引力説にて大體説明し得るも海面上のある點にて月が子午線面を通過してより最高水面の現はる迄の時間即ち満潮の後は波動説に據るにあらざれば説明し得ぬ。而て潮波の傳播は主として地球の自轉に依るを以て大洋に於ては常に東より西に向ふ。

(3) 振動波説 (Oscillatory wave theory, Harris) 波動説、溝渠説に於ては進行波のみを考へ潮汐は地球を一周する水路に於て生じ、兩端を有する水路には著しき波動は起り得ずと考へたが、振動波説にてはかゝる限られた海面にてもその自由振動週期が約半日或は一日にて起潮力の週期に近き場合は海面に著しき振動を起す事實を以て潮汐の大なる原因とする。Sterneck の作つた同時潮圖 (第 974 圖) はこの考へに依るものである。

(4) 潮汐の調和解 (Harmonic analysis of tides) 實際各地方の海灣に於ける潮汐現象は大體一日二回の干満を有する波動なるも潮差 (Tidal range), 傳播速度 ω , 満潮時の遅れ (Time lag) 即ち遅角 $\dots h$, (1,132) 式参照 \dots 等は極めて複雑にして到底理論的に解決し得ない。従てある地點の將來の潮汐現象を推定するには過去の水位觀測に依りて平均潮面を定め、それよりの昇降 H を時間 t の函數として表はす式を作成する。之を容易ならしむる爲種々の作用に原因する種々の週期の分潮 (Component tide) に分解し、各々に對する振幅を過去の資料に依て別々に定めて之等



第 974 圖 Sterneck の半日週潮同時潮圖略圖

を組合はせる。次に夫等の分潮中の主なるものを擧ぐれば

1. 太陰半日潮 (Lunar semidiurnal tide, 記號 M_2) 半潮差 (H_m) とは振幅の 1/2、遅角とは月が子午線を通過してより最高水位に達する迄の時間 t を角度にて表はせるもの即ち $\frac{t}{24.8} \times 360^\circ$ にて H_m は地方に於て多少異なる。此潮波は月の引力に因り、月が相對的に地球を一周する 24 時間 51 分の間に二回の干満をなす。
 2. 太陽半日潮 (Solar semidiurnal tide, 記號 S_2) 太陽が相對的に地球を一周する事に因るものにして 12 時間を週期とする。
 3. 太陰太陽一日潮 (Luni-solar diurnal tide, 記號 K_1) 月と太陽との合作用即ち兩者の質量がその重心に集中して赤道面上を周廻する場合の作用に依り略一日の週期を有する。
 4. 太陰一日潮 (Lunar diurnal tide, 記號 O) 月の作用に依る週潮にて約一日の潮波である。
 5. 太陽一日潮 (Solar diurnal tide, 記號 P) 太陽の作用に依る約一日の週期の潮波である。
- 上記の他太陰太陽半日潮 (Luni-solar semidiurnal tide, 記號 K_2) 地球が太陽の周りを一年間に一周する爲に生ずる太陽半年潮 (Solar semiannual tide) 及び月の公轉面と地球赤道面との交點の移動に因る週期約 19 年の潮汐等も存在する。

實際上最も重要なものは 1, 2, 3, 4 である。各分潮に對する常數を第 134 表に示す。但し

引數 V ...太陽及び月の位置に依て定まる角度

遅角 h ...天體が子午線を通過してより最高潮位に達する迄の時間を角度にて表はしたるものにて $h = \omega t^\circ$ 、

但し ω は引數の一時間に於ける變化にして半日潮にては約 30°

t ...地方平均時の正午より計りたる時間數に相當する子午線角度

s ...太陰の平均黃經, h ...太陽の平均黃經

第 134 表 潮汐の調和常數及び T, V, n

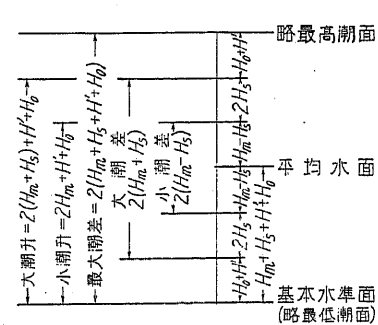
分 潮	記號	半潮差 H	遅角 k	週期 T (時-分)	引數 V	n
太陰半日潮	M_2	H_m	k_m	$T_m=12-25$	$V_{0m}=2(t+h-s)$	$28^{\circ}.98$
太陽半日潮	S_2	H_s	k_s	$T_s=12-0$	$V_{0s}=2t$	30°
太陰太陽一日潮	K_1	H'	k'	$T=23-56$	$V'_0=t+h-90^{\circ}$	$15^{\circ}.04$
太陰一日潮	O	H_0	k_0	$T_0=25-49$	$V_{00}=t-h-2s+90^{\circ}$	$13^{\circ}.94$
太陽一日潮	P	H_p	k_p	$T=24-4$	$V_p=t-h+90^{\circ}$	$14^{\circ}.96$
太陰太陽半日潮	K_2	H''	k''	$T=11-58$	$V_2=2t+2h$	$30^{\circ}.08$

ある地點に於ける平均水面上の潮高 H を式を以て表はせば

$$H = H_m \cos(V_{0m} + n_m t - k_m) + H_s \cos(V_{0s} + n_s t - k_s) + H' \cos(V'_0 + n' t - k') + H_0 \cos(V_{00} + n_0 t - k_0) + \dots \dots (1,132)$$

[122] 實際の潮汐現象

(1) 潮波の形状 實際の潮波の形状は季節、月齡、海灣の形、潮流等に依て異り干満は普通一日二回あるも一回に過ぎざる場合もある。今、最も重要な M_2, S_2, K_1, O のみを考へて潮差



第 975 圖

を表はせば

大 潮 $2H=2(H_m+H_s)$

小 潮 $2H=2(H_m-H_s)$

彼岸大潮 $2H=2(H_m+H_s+H'+H_0)$

ある地點の潮波の形式は $K_1 = \frac{H'+H_0}{H_m+H_s}$ の値に依て定まり

- I. $0 < K_1 < 0.25$ 一日二回の規則正しき潮波を生ず (三池、嚴原、釜山)
- II. $0.25 < K_1 < 1.25$ 一日二回の不規則なる潮波を生ず (太平洋岸及び内海地方)
- III. $1.25 < K_1$ 一日一回の潮波を生ず (基隆、高雄、日本海、オホツク海等)

(2) 潮流 (Tidal current) 潮の干満及び傳播に依て生ずる海面の傾斜に因る海水の流動にして一日二回の干満あれば流れの方向は普通四回變ずる。若し二つの海面が短かき海峡に依て連絡さるる時は兩海面の水位差 h に依て強き潮流を生じ、 μ を係數とすれば流速は $v = \mu\sqrt{2gh}$

小倉氏の調査に依れば下關海峡の早鞆の瀬戸に於ては h 大なる時は $\mu=0.7$ 、平均 0.6 にして最大流速 13 km/hour に達し鳴戸海峡に於ては 18 km/hour に及ぶ。

(3) 潮波の傳播 深海に於ける潮波は大なる傳播速度 (ω) を有し m -單位にて

$$\omega = \sqrt{gH} \quad H \dots \text{水深}$$

$$H=100 \text{ m}, \quad \omega=31 \text{ m/sec}=112 \text{ km/hour}; \quad H=1,000 \text{ m}, \quad \omega=141 \text{ m/sec}=510 \text{ km/hour.}$$

而て週期は極めて長きを以て波長は頗る大に數百軒乃至數千軒に達する。

(4) 日本近海の潮汐 日本近海の潮汐は北太平洋に生じたる潮波の傳播せるものにして太平洋岸に於ては潮差は北部に小、南部に大にして一日の干満は千島附近一回、本州以南に於ては一日二回にして稍規則正しき波形を示し、大潮差は北部 1 m 内外、南部に於て 1.5 m 位である。

黄海の沿岸に於ては規則正しき二回の干満あり大潮差は 2 m 以上にして有明灣 5.5 m 、朝鮮西岸 6 m に達する。

日本海の潮波は主として太平洋潮波が琉球方面を通過し對島海峡より入りたるものにして淺海を通過し方向を變ずる爲に勢力を失ひ潮差は著しく小に、一日一回の干満を爲すのみにして本州沿岸に於ては大潮差僅かに $0.1 \sim 0.5 \text{ m}$ 位なるが對岸に於ては 3 m 位に達する所もある。

瀬戸内海に於ては主として紀伊水道より進入する潮波にして大潮差は $1 \sim 3 \text{ m}$ である。

第 135 表 日本近海の潮汐

地名	經度	緯度	M_2		S_2		K_1		O		$2(H_m+H_s)$	$\frac{H'+H_0}{2(H'+H_0)}$	
			H_m	k_m	H_s	k_s	H'	k'	H_0	k_0			
根 室	145-35	43-20	1.02	101	0.47	153	0.73	172	0.60	126	2.98	2.66	0.89
稚 内	141-40	45-25	0.07	81	0.07	156	0.19	14	0.16	322	0.28	0.70	2.50
函 館	140-42	41-47	0.72	109	0.32	149	0.46	190	0.32	160	2.04	1.56	0.76
宮 古	141-58	39-38	0.94	116	0.48	143	0.79	181	0.31	155	2.84	2.20	0.77
父 島	142-12	27-6	0.92	188	0.40	212	0.53	195	0.38	175	2.64	1.82	0.69
横 濱	139-39	35-27	1.52	156	0.75	188	0.78	180	0.60	160	4.54	2.76	0.61
清 水	138-30	35-1	1.29	170	0.57	198	0.61	182	0.50	160	3.72	2.22	0.60
田 邊	135-22	33-43	1.66	171	0.70	198	0.72	190	0.53	169	4.72	2.50	0.53
浦 戸	133-35	33-30	1.56	186	0.61	220	0.63	195	0.53	178	4.34	2.32	0.53
鹿兒島	130-34	31-36	2.54	206	1.20	231	0.82	197	0.61	178	7.48	2.86	0.38
那 覇	127-41	26-13	1.88	198	0.83	221	0.69	212	0.50	189	5.42	2.38	0.44
基 隆	121-45	25-9	0.64	285	0.19	281	0.60	229	0.53	202	1.66	2.28	1.37
高 雄	120-16	22-36	0.55	240	0.20	243	0.54	289	0.50	255	1.50	2.08	1.39
長 崎	129-51	32-43	2.83	230	1.20	259	0.79	192	0.67	184	8.06	2.92	0.36
福 岡	130-23	33-36	1.83	272	0.80	306	0.48	267	0.46	244	5.26	1.88	0.36
敦 賀	136-2	35-42	0.19	68	0.06	83	0.17	344	0.18	321	0.50	0.70	1.40
大 連	121-39	38-56	3.29	297	1.10	343	0.88	354	0.58	326	8.78	2.92	0.33
注文島	126-14	37-39	8.85	139	3.26	188	1.27	304	1.02	270	24.22	4.58	0.19
迎日灣	129-22	36-3	0.11	119	0.02	139	0.13	9	0.13	324	0.26	0.52	2.00
神 戸	135-12	34-41	1.02	216	0.55	226	0.84	205	0.67	183	3.14	3.02	0.96
下 關	130-56	33-58	2.41	263	1.06	297	0.57	228	0.47	225	6.94	2.08	0.30
上 海	121-30	31-21	3.11	30	1.03	77	0.66	207	0.46	149	8.28	2.24	0.27

[123] 潮力發電の理論

潮力發電は海灣、入江等に出入する潮の水量と落差とを利用して發電するものにして、その原

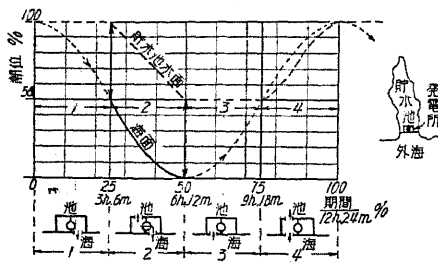
理は 19 世紀中葉に於て既に佛人に依て研究され動力化の方法に關しては Lucas 等が 1839 年に佛國特許を得しものを嚆矢とする。

潮汐の勢力を電力化する方法は其の細部に於ては種々の型式あるも、最も單純なるものは干満差大なる海灣又は入江を築堤に依て外海と遮斷し大貯水池を形成せしめ、築堤の一部に發電所を設け水門に依て水の出入を制禦し得る設備を爲せるものにして、外海満潮時に外海より貯水池に流入せしめ...第 976 圖矢付實線...干潮時には池より外海に流出せしめ...矢付點線...その水量と水位差とに依て發電する。

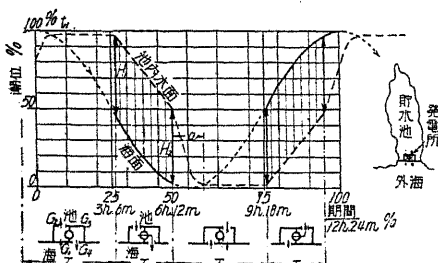
而て貯水池の最低最高兩水位間の容積を V 、兩水位の差を H_0 、單位體積の水の重量を w_0 とすれば一潮期の潮汐の總勢力は

$$E = w_0 V \frac{H_0}{2} \dots \dots \dots (1,133)$$

從て發電力は貯水池面積と干満差の二乗とに比例し、一方工事費は灣口廣く出入水量大なる程大なるを以て、經濟的發電を爲すには干満差出來得るだけ大に、灣口の低水時水深が小、地質良好なる地點を可とする。例へば加奈陀ファンデー灣口、英國セバーン江口の如く平均潮差 10 m にも達する地方に於ては、面積 10 km² の貯水池に依て平均約 30,000 kw の電力を得るも、潮差 3 m の場合は僅かに 3,000 kw に過ぎぬ。

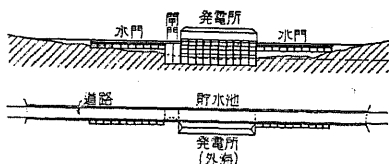
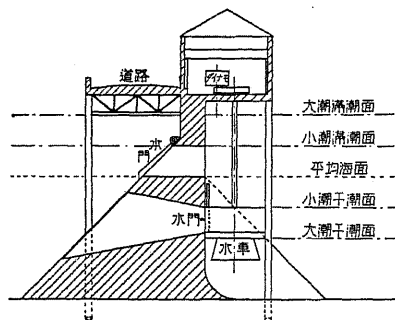


第 976 圖



第 977 圖

(1) 一潮期二回の間歇的發電 最初に考案されたる方法にして一の貯水池に出入する海水の水量と落差とをその儘利用するを以て、流入、流出の轉換期に於て落差不充分のため有利に發電



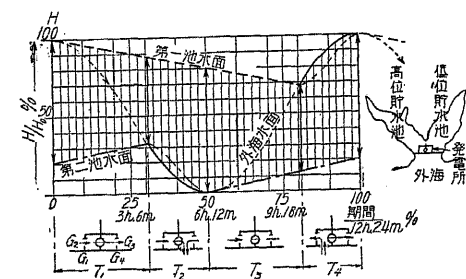
第 978 圖

し得ざる期間 (第 977 圖の T_1 及び T_3) は發電を休止し、從て發電は間歇的にして出力も多少變化する。而て落差の變動甚しきは水車能率を低下せしむるを以て、之を略一定に保つ爲には第 977 圖の如き運轉を爲す。満潮時即ち第一期 (T_1) の初頭に於ては水門 G_1 及び G_2 を開放、 G_3 及び G_4 を閉塞し、高水位なる外海より海水は水車を通らずに池内に流入し池水面は急速に上昇す。斯て時刻 T_1 に至り池水が外海と略同一高に達すれば G_1 を閉ぢ池水の外海に流出するを防ぎ、外海水位が漸降して平均潮位を僅かに下り、内外の落差が略干満差の半分 (H_1) に達するに及び、 G_4 を閉ぢ池内の水を水車を廻轉せしめつゝ外海に放出せしめて發電す (第二期, T_2)。而て外海面が最低に達する少しく以前 (T_2 の終り) に池内の水面は平均潮位に下り、此期間に於て平均潮面以上の池水の體積 (V_1) と落差 (H_1) との乘積に相當する電力を得る。

次に第三期 (T_3) の初頭に於ては G_1, G_2 を閉ぢ G_3, G_4 を開放し池内の水を急速に外海に放流せしめ、内外の水面一致するに及び、 G_4 を閉ぢ G_1 を開放すれば、池内の水位は干潮に近き低位を持續し外海の水面が上げ潮に依て漸次上昇し平均潮位を少しく超ゆるに及び G_3 を開放すれば、外水は H_1 なる落差を以て池内に流入して發電し、内水位は略 H_1 なる落差を保ちつゝ外水に伴ふて上昇し平均潮位に達し、その期間に略 T_2 期間と等しき電力を得る。茲に於て G_3, G_4 を閉ぢ G_2 を開放すれば、外水は急速に池内に流入し次の第一期の初頭に於て内外の水面一致する。 T_1 及び T_3 兩期に於ける給排水は短期間に完了する程有効落差を大ならしむる。

此方法にありては一潮期 (約 12 時 25 分) の下げ潮及び上げ潮期に於て各一回約 2 時 36 分づゝの間歇的發電を爲すも、池水を最も有効に利用するを以て一潮期の總出力は最大にして貯水池の効率を 85% 位に達せしめ得る。

(2) 連續的發電法 (1) の發電法に於ける休止期間を補充する爲に第二の貯水池を附加するものである。第 979 圖に示すが如く第一、第二兩池は何れも水門に依りて外海と聯絡し、第一池は即ち高位貯水池にして外海の高位期に貯水し...第 979 圖下部の通水圖解第四期 T_4 ...水車を通じて之を第二池又は外海に流出せしめて發電し、



第 979 圖

第二池は低位貯水池にして發電のため外海又は第一池より流入したる水は干潮時に外海に放流する。

運轉方法 (第 979 圖) は第一期 (T_1) の初頭即ち外海面の最高時に於ては高貯水池は最高水面を保ち、低貯水池はその最高最低の中間の水位に在り、此時刻に於て水門 G_1 (水車室上流と外海とを聯絡するもの) 及び G_4 (水車室下流と外海とを聯絡す

るもの)は共に閉ざされ、水門 G_2 (水車室上流側と高貯水池とを聯絡するもの) 及び G_3 (水車室と低貯水池とを聯絡するもの) は開放され、高貯水池の貯水は G_2 に依り水車を通りて低池に流出しつゝ發電す。時刻の経過に伴ひ高池の水面は漸降し (T_1 に於ける太點線) 低池の水面は上昇し (同太點線)、同時に外海面は下げ潮に依りて低下しつゝあり。次に第二池と外海とが同一水面となれば (T_1 の終期) 水門 G_4 を開放す。次の期間 (T_2) に於ては G_1 は閉ぢ、 G_2, G_3, G_4 は共に開放され外海は干潮に近づきたるを以て、高池の貯水は G_2 、水車及び G_4 を通じて外海に流出しつゝ發電を繼續し、池水面は漸降し同時に第二池の貯水は G_3, G_4 を通じて急速に外海に排出され (水面の下降は細點線を以て示す)、 T_2 の終期即ち干潮時に於て外海と一致するに及び水門 G_4 を閉づ。第三期 T_3 に於ては外海に通ずる G_1, G_4 を閉ぢ高池の貯水を水車を通して低池に放水して發電を爲し、高池の水面下りて外海面... 上昇しつゝあり... と一致するに及べば (T_4) G_1 を開き外水を高池に流入せしむると同時に水車を通じて低池に流入せしめて發電する。

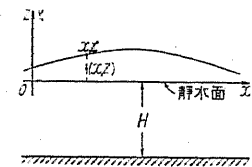
この發電法に依れば連続的に發電せしめ得るも、落差は不同にして水車の効率低く出力にも増減がある。尙高貯水池に於ける水面の昇降は H_0 の上部約 $H_0/3$ 、低貯水池に於て下部約 $H_0/3$ に過ぎざるを以て貯水池の効率は著しく低下する。

尙此種の發電法に於ては附近の高池に貯水池を設け、 T_2, T_3 期の過剰電力を利用して高地に貯水し以て低貯水池に代ふる事を得る。

その他佛國 Defour 式の如く荷重に應ずる出力を得る方法あるも總出力は (1) の場合より低下する。

[124] 種々の波動

(1) 長波 (Long wave) 波長が水深に比して極めて大なる波を長波 (うねり) と呼び水分子の鉛直加速度は水平加速度に比し極めて小にして之を無視し得る。今、静水面上に波の傳播の方向に x 軸、之に直角に上向きに z 軸を取り、ある時刻に於てある點の坐標を x, z 水面の高さを ζ とすれば、運動の方程式は Euler の式 (867) に於て $\frac{\partial}{\partial y} = 0$ と置き



第 980 圖

$$\frac{dv_z}{dt} = 0 = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad \text{即ち} \quad \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g = 0 \quad \dots \dots (i)$$

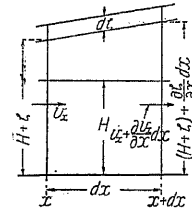
$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad \dots \dots \dots (ii)$$

(i) を積分して $p = -\rho g z + p_0(x, t)$
 p_0 は水面の壓力即ち大氣壓にして之を一様とすれば波の運動には

無關係なるを以て水面即ち $z = \zeta$ に於ては $p = 0$

$$\therefore p = -\rho g z + \rho g \zeta = \rho g (\zeta - z) \quad \therefore (ii) \text{ 式は } \frac{dv_x}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad \dots (iii)$$

次に連続性の方程式を求むるに單位幅員を有し水深の變化する水路の如く考へ



第 981 圖

$$\delta t \text{ 間に } x \text{ 断面より流入する水量} = (H + \zeta) v_x \cdot \delta t$$

$$,, \quad x + dx \quad ,, \quad \text{流出する} ,, = (H + \zeta) v_x \delta t + \frac{\partial (H + \zeta) v_x}{\partial x} \delta x \delta t$$

$\therefore \delta x$ 間の水量の増加 (δV) は、 ζ が H に比して小なる時は

$$\delta V = -\frac{\partial (H + \zeta) v_x}{\partial x} \delta x \delta t = -\frac{\partial (H v_x)}{\partial x} \delta x \delta t$$

δV だけの増加に依りて dx 間の水面が平均 $\delta \zeta$ だけ上昇せりとすれば

$$\delta \zeta = \frac{\delta V}{\delta x} = -\frac{\partial (H v_x)}{\partial x} \delta t = -H \frac{\partial v_x}{\partial x} \delta t$$

$$\therefore \frac{\partial \zeta}{\partial t} = -H \frac{\partial v_x}{\partial x} \quad \dots \dots \dots (iv)$$

然るに $\frac{dv_x}{dt} = \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = \frac{\partial v_x}{\partial t}$ 故に (iii) より

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad \dots \dots \dots (v)$$

$$\therefore (iv) \text{ 及び } (v) \text{ より } \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = g H \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} = \omega^2 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \quad \text{茲に } \omega = \sqrt{g H} \quad \dots \dots (1,134)$$

(1,134) 式の一般解は

$$\zeta = f(x - \omega t) + F(x + \omega t) \quad \text{即ち } \omega \text{ を傳播速度とする波動にして}$$

$f(x - \omega t)$ は ω なる速度を以て $+x$ の方向に傳播する波

$F(x + \omega t)$ は ω なる速度を以て $-x$ の方向に傳播する波

$$\text{次に } \frac{\partial v_x}{\partial t} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = -g \{ f'(x - \omega t) + F'(x + \omega t) \}$$

$$\therefore v_x = -\frac{g}{\omega} \{ -f(x - \omega t) + F(x + \omega t) + \varphi(x) \}$$

然るに $\frac{\partial v_x}{\partial x} = -\frac{1}{H} \frac{\partial \zeta}{\partial t}$ なるを以て

$$\frac{g}{\omega} \{ f'(x - \omega t) - F'(x + \omega t) + \varphi'(x) \} = \frac{\omega}{H} \{ f'(x - \omega t) - F'(x + \omega t) \}$$

而て $\omega^2 = g H$ なるを以て $\varphi'(x) = 0 \quad \therefore \varphi(x) = \text{const.}$

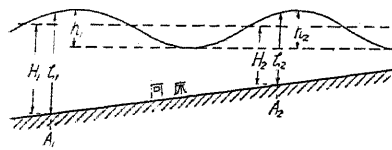
$$\therefore v_x = \frac{g}{\omega} \{ f(x - \omega t) - F(x + \omega t) \} \quad \dots \dots \dots (1,135)$$

$$\zeta = f(x - \omega t) \text{ なる波に對しては } v_x = \frac{g}{\omega} f(x - \omega t) = \frac{g}{\omega} \zeta = \zeta \sqrt{\frac{g}{H}}$$

$$\zeta = F(x + \omega t) \text{ なる波に對しては } v_x = -\frac{g}{\omega} F(x + \omega t) = -\frac{g}{\omega} \zeta = -\zeta \sqrt{\frac{g}{H}}$$

潮波の如き長波が河口又は入江に進入する時水深及び幅が徐々に變ずるものとすれば勢力の損失は殆んどなく、 $\omega = \sqrt{gH}$ にて水深の漸減に依りて ω も漸減するを以て、淺所ほど波長 ($2L$) は小となるが一波長の勢力には殆んど變化なく、河幅を B とすれば一波長の全勢力 E は M を全質量として $E = \frac{1}{2} M v_s^2 = \frac{\rho}{2} H B \cdot 2L \frac{g}{H} \zeta^2 = K B \omega \zeta^2$, $L \dots$ 半波長, $T \dots$ 半週期

茲に $2L = \omega \cdot 2T \quad \therefore K = \frac{1}{2} \rho g \cdot 2T = \text{const.}$



第 982 圖

故に A_1, A_2 二断面に於て $\omega_1 B_1 \zeta_1^2 = \omega_2 B_2 \zeta_2^2$

$$\therefore \frac{\zeta_2}{\zeta_1} = \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} \cdot \sqrt{\frac{B_1}{B_2}} = \left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{B_1}{B_2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

故に波高を h_1, h_2 とすれば

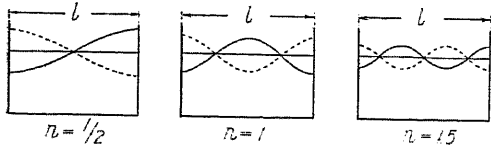
$$\frac{h_2}{h_1} = \left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{B_1}{B_2}\right)^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (1,136)$$

(2) 定状波 (Standing wave) 定状波は傳播せぬ波にして水分子は運動するも波形も位置も變らぬ波なるが河川の瀬, 溢流堰の下流等に起るものである。此等の場合は波の固有の傳播速度に等しき流速を有する水流を逆の向きに傳播するものと考ふる事を得。水深極めて大なる場合を除き (1,054) 式に依り

$$\omega = \frac{L}{T} = \sqrt{\frac{gL \tanh \frac{\pi H}{L}}{\pi}} \quad \text{或は} \quad \omega^2 = v^2 = \frac{gL \tanh \frac{\pi H}{L}}{\pi}$$

瀬又は水叩に於ては種々の波動を生ずるも $\omega = -v$ なる關係を有せぬものは直ちに流れ去る。廣き水面を舟が進行する場合にその後方に現はるゝ雁行波 (Wave pattern) も一種の定状波にして一の波の空間に於ける位置は變らぬ。

(3) 振動波 (Oscillatory wave) 此種の波は同一位置に於て一定の週期毎に同一波形を現はすものにして重複波と性質を同じくする。静水時水深 H , 長さ l なる矩形水槽内を左右交互に傾けて放置したる際に起る波、又は地震の際大ならざる池沼等に起るもの等は此種の波にして節 (node) 及び腹 (loop) の位置は不變である。之は水深と長さとの外力の週期等に依て槽内に生ずる波数を異にし、波長を $2L$ とすれば $l/(2L)$ だけの波数を生ずる。



第 983 圖

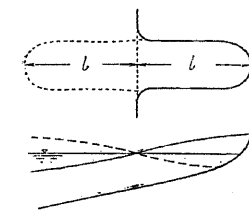
$$n = \frac{l}{2L}, \quad \text{半波長} = L = \frac{l}{2n}$$

(1,054) 式より

$$T_n = \sqrt{\frac{\pi L}{2ng} \coth \frac{2n\pi H}{l}} \dots \dots \dots (1,137)$$

波高が水深に比して極めて小なる場合 sine. 波と考ふれば、主振動の週期は

$$T = \frac{4\sqrt{2}}{\pi} \frac{l}{\sqrt{gH}} = 1.8 \frac{l}{\sqrt{gH}} \dots \dots \dots (1,138)$$



第 984 圖

湖沼その他の水面は種々の原因に依り常に多少の振動を爲し、之れをセーシユ (Seiche) と呼び振幅の最も大なるものは $n = \frac{1}{2}$ 即ち $l = \frac{1}{2} L, \dots L$ は波長...の場合なるが、灣, 入江等に於てはその長さを $\frac{1}{4}$ 波長とする振動が最も大である。

外海より進入し來る長波中、灣の固有の水面振動と週期を同くするものがあれば茲に共鳴 (Resonance) を起して振幅が増大する。此現象をも矢張りセーシユと呼ぶ。淺くして大なる灣に於ては潮波の如き大なる週期の波と共鳴する場合もある。

貯水池の水面が地震に依て振動する場合は地震の週期に最も近き週期を有する振動波となり、従て堰堤に作用する波壓は [116] (4) の重複波の理論より計算し得る。然し波壓の計算に於ては水の弾性による弾性波が相當の影響を有するものと考へられるが、その解法は甚だ複雑となる。