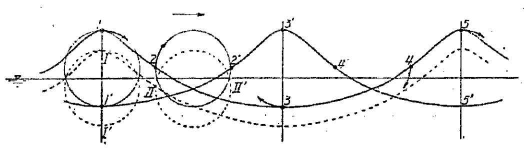
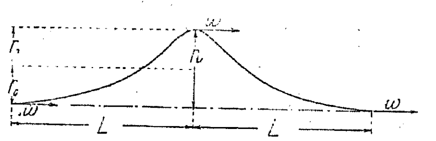
第二十三章　波　動

[113] 波浪

（1） **波浪 (Wave)**　海洋その他の水面に於て風が略一定の方向に吹き續けば水面に波動を生じて風の方向に傳播する。此場合波動運動を誘起するものは、最初は風の摩擦力にして水面の水分子に水平運動を起さしむるも、全水域に亘り略同事情なるを以て遠く水平に移動する能はず、一分子の移動せる跡は直ちにその下方の分子に依て補はるゝを以て、結局各分子は風の方向の鉛直面に於て公轉運動 (Orbit motion) を爲し、その最高位置は**波頂** (Wave crest), 最低位置は**波底** (Bottom) を形成する。一旦波狀を形成すれば風上斜面に風壓が直接作用するを以て、**波高** (Wave height) は愈々增大し、風の與ふる勢力と波動に因る勢力消費とが平衡するに及んで止まり、風やめば波動の勢力に依て運動を繰り返し形狀は一層規則正しくなるも種々の抵抗の爲に波高は漸衰する。



第　928　圖



第　929　圖

波動に於ける水分子の運動と波浪の傳播との關係は第 928 圖に示すが如く、波が右方に傳播する場合は各分子は右廻りの軌道 (Orbit) 運動を爲し、ある時刻 (t) に 1, 2, …5… に在りし水分子は半廻轉後 ($t+\Delta t$) に $1'$, $2'$,…$5'$… に移り、波頂は 1 より $3'$ に移る。t に於て 1 より ε だけ下位にありし水分子 I, II… は $t+\Delta t$ に於ては夫々 I', II'… に移る。

實際の波浪に於ては風速，風向は必ずしも一定せず、海底にも凹凸勾配あり、特に岸近き所にてはその形狀，狀態等の影響を受くるを以て波形も亦多少不規則なるも、理論的研究と實際の應用との都合上規則正しき理想的波動として取扱て居る。

尙，機械的に水面に週期的壓力を加ふるか又は水分子に週期的運動を與ふる場合も波動を生ずるが、原動部附近は原動力の性質に依て複雜なる運動を爲すも、稍遠方に傳播する間に漸次規則正しき單純なる波動に變じ、又原動力を撤去すれば時刻の經過に伴ひ漸次理論的運動に近づく。

（2） **理論上の波浪**　原動力の休止したる後の波浪に於ては、水分子は重力の作用に依りて週期的運動を繼續するを以て一般に**重力波** (Gravity wave) と稱し、運動の爲の勢力消費を無視すれば一分子の有する全勢力は不變にして、位置勢力と運動勢力との割合が刻々變ずるのみである。

次に波浪に關する重要なる量の定義を擧ぐれば

波頂 (Wave crest) 波形の最高點，**波底** (Wave bottom) 波形の最低點

波高 (Wave height, $h=2r_0$ m) 波頂波底間の鉛直距離

波長 (Wave length, $2L$ m) 波の傳播方向に測りたる相隣れる二波頂又は二波底間の水平距離（第 929 圖）

週期 (Period, $2T$ sec) 波が一波長だけ傳播するに要する時間即ち水分子が軌道を一週するに要する時間

波の傳播速度 (Propagation velocity, ω m/sec) 波形が其の傳播方向に移動する速度

半波高 $r_0=\frac{1}{2}h$,　　**半波長** $L=\omega T$,　　**半週期** $T=\frac{L}{\omega}$

次に波浪の理論的研究に必要なる一般的假定を擧ぐれば、

1. 水底面は水平にして水深 (H) は波高 (h) に比して著しく大である。
2. 波頂線及び波底線は傳播方向に直角なる水平直線である。
3. 波形は不變のまゝ傳播方向に等速度 (ω) を以て移る。即ち傳播方向の鉛直面上の二次元的運動 (Two dimensional motion) として取扱ふ。
4. 水分子の運動は完全液體の動水力學 (Hydrodynamics) の二基本方程式を近似的に滿足する無渦運動である。
5. 總ての水分子の軌道は對稱的中心を有する閉塞線路 (Closed circuit) である。
6. 水分子の軌道は下方程小にして無限の深さに於ては一點に歸し運動はない。
7. 總ての水分子が各々の軌道を一周するに要する時間 ($2T$) は同一である。

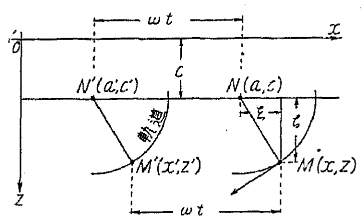
而て現今理論的に取扱ひ得る波浪の種類は、

1. **深海波**即ち**トロコイド波** (Trochoidal wave)　水深は波長 ($2L$) に對して極めて大に、波高 (h) は波長に比して極めて小にして、h^2/L^2 は 1 に比して微小なる場合にして水分子の軌道は圓である。而て h/L 稍大にして h^3/L^3 以上の項を無視し得る場合も近似的に解き得る。
2. **深海波重複波** (Clapotis of trochoidal waves)　深海波が傳播方向に直角なる鉛直面に遮られて反射せる波と原波との重複したるものである。
3. **淺海波** (Elliptic trochoidal wave)　水分子の軌道は水平長軸の楕圓にして、水深及び波長は波高に比して著しく大なるも水深は波長に比して著しく大ならざるものにして、理論上の解は近似的である。
4. **淺海波重複波** (Clapotis of elliptic trochoidal waves)　3. の重複波にして近似的に解き得る。

（3） **波動に關する基本方程式** (**Fundamental equations of wave motion**)　上記の如き理論上の波動に於ては、ある位置に於て一週期 ($2T$) 每に全く同一の狀態が繰り返へされ、波の傳播方向に $x=\omega t$ だけ先方の位置に於ても t だけ遲れて全く同一の狀態が現はるゝ。依て波の傳播方向の鉛直面内に於て x 軸を傳播方向に，平均水面上に，z 軸を鉛直下向に取れば、z なる水深の水平線上に於て ωt なる間隔に存する $N(a, c)$, $N'(a', c')$（第 930 圖）なる二點を中心とする軌道を周る二つの水分子 $M(x, z)$, $M'(x' z')$ の運動を考ふるに、t に於ける M 分子の

運動はそれより t たけ以前、卽ち $t=0$ に於て $x'=x-\omega t$ に存する M' 分子の運動と全く同一にして、此關係は x 及び t の如何に係らず成立するを以て、各分子の運動，水壓强度及びその他の從變數 (Dependent variables) は總て $(x-\omega t)$ なる變數の函數として表はし得る。

今，Lagrange の坐標を用ひ運動中の分子 (M) をその軌動の中心の位置 $(N, N'\ldots)$ の坐標 $x=a$, $z=c$ を以て表はす時は、$a'=a-\omega t$, $c'=c$ なるを以て $(x-\omega t)$ の代りに $(a-\omega t)$ なる變數を用ふる事を得。一方 $a=\text{const.}$ なる鉛直線上に於ても c の異る分子にありては運動を異にし得るを以て、任意の分子 (a, c) の運動中の位置，速度，壓力等は $(a-\omega t)$ 及び c の函數を以て表はし得る。例へば N 分子 (a, c) の t に於ける流速を v, その x 分速度を v_x, z 分速度を v_z, 水壓强度を p とすれば、



第 930 圖

$$v=F_v(a-\omega t,\ c),\quad v_x=F_x(a-\omega t,\ c),\quad v_y=F_y(a-\omega t,\ c)$$
$$p=F_p(a-\omega t,\ c)$$

茲に F_v, $F_x\ldots$ は何れも $(a-\omega t)$ 及び c を變數とする函數にして、液體力學の運動竝に連續性の二基本方程式を滿足するものである。

(4) ラグランジユの運動竝に連續性の方程式 此方程式は完全液體の運動を、運動する分子を表はす坐標 (a, c) を變數として表はしたる [**101**] の (893) 式にして、波動の場合に於ては一の分子の軌道の中心 $x=a$, $z=c$ を以て其分子を表はす。卽ち

運動の方程式

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d^2x}{dt^2}\cdot\frac{\partial x}{\partial a}+\left(\frac{d^2z}{dt^2}-g\right)\frac{\partial z}{\partial a}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial a}=0\\&\frac{d^2x}{dt^2}\cdot\frac{\partial x}{\partial c}+\left(\frac{d^2z}{dt^2}-g\right)\frac{\partial z}{\partial c}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial c}=0\end{aligned}\right\}\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad(1{,}022)$$

連續性の方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}D=\frac{\partial}{\partial t}\begin{vmatrix}\dfrac{\partial x}{\partial a}&\dfrac{\partial z}{\partial a}\\[2mm]\dfrac{\partial x}{\partial c}&\dfrac{\partial z}{\partial c}\end{vmatrix}=0\quad 卽ち\quad \frac{\partial x}{\partial a}\frac{\partial z}{\partial c}-\frac{\partial x}{\partial c}\frac{\partial z}{\partial a}=\text{const.}\ (t\ に無關係)\quad(1{,}023)$$

然るに $x=a+\xi,\quad z=c+\zeta$ (第 930 圖)

$$\therefore\ \left(1+\frac{\partial\xi}{\partial a}\right)\left(1+\frac{\partial\zeta}{\partial c}\right)-\frac{\partial\xi}{\partial c}\cdot\frac{\partial\zeta}{\partial a}=\text{const.}\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad(1{,}024)$$

(1,022) 式に於て $\dfrac{d^2x}{dt^2}$ …水分子の軌道運動の x 方向の分加速度 $=\dfrac{dv_x}{dt}$

$\dfrac{d^2z}{dt^2}$ … ,, ,, z ,, ,, $=\dfrac{dv_z}{dt}$

p … x, z 點に於ける水壓强度

(1,022) 及び (1,023) 式に依て表はさるゝ波浪の水分子の運動が無渦運動にして速度ポテンシアル (ϕ) …[**100**] (**1**) 參照…を有する場合は、ϕ の形を適當に撰定すれば

$$\frac{\partial\phi}{\partial a}=v_x=\frac{d\xi}{dt},\qquad \frac{\partial\phi}{\partial c}=v_z=\frac{d\zeta}{dt}$$

に依て (1,022) 及び (1,023) 式は精確に滿足され、又之等が近似的に滿足さるゝ時は實地上は無渦運動と看做して差支なきも嚴密に言へば之は渦運動である。

[114] 水深無限なる場合の波浪

(1) 水分子の運動を表はす式 此場合 (1,022) 及び (1,023) 式を滿足する解にして而も [**113**] (**2**) の假定を滿足する爲には、變數は $(a-\omega t)$ の形にて入り且つ各水分子は一定時間 (週期 $2T$) 每に同一狀態を繰り返すを以て、$n(a-\omega t)$ の圓函數たるを要し、尙任意の時刻 t に於て $x=a$ と $x=a+2nL$ の二點に於ても全く同一の狀態を生ずるを以て、

$$\sin n(a-\omega t)=\sin n(a+2L-\omega t),\quad \cos n(a-\omega t)=\cos n(a+2L-\omega t)$$

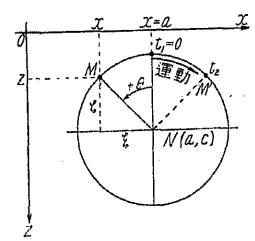
故に $2nL=2\pi\qquad \therefore\ n=\dfrac{\pi}{L}$

同樣に任意の分子 (a, c) は t と $t+2T$ に於て同一狀態を生ずるを以て、

$$\sin\frac{\pi}{L}(a-\omega t)=\sin\frac{\pi}{L}[a-\omega(t+2T)]\qquad\therefore\ \frac{\pi}{L}[a-\omega(t+2T)]=\frac{\pi}{L}(a-\omega t)+2\pi$$

$$\therefore\ \omega=\frac{L}{T}\quad 依て\quad n(a-\omega t)=\frac{\pi}{L}\left(a-\frac{L}{T}t\right)=\pi\left(\frac{a}{L}-\frac{t}{T}\right)=\theta\quad\ldots\quad\ldots\quad(1{,}025)$$

と置けば x, z, v_x, $v_z\ldots$ の從變數は $\sin\theta$, $\cos\theta$ にて表はされ、且つ之等の從變數と c との關係を求むるに、t に於ける水分子の位置 (x, z) は軌道の形如何に係らず θ と動徑 (Radius vector, r) とに依て次の如く表はさる。但し θ は $N(a, c)$ 點を通る水平線を基線として逆時計樣に計る。



第 931 圖

$$x=a-r\sin\theta,\qquad z=c-r\cos\theta\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad(1{,}026)$$

卽ち $\xi=x-a=-r\sin\theta,\quad \zeta=z-c=-r\cos\theta\ \ldots\quad\ldots\quad(1{,}027)$

茲に ξ, ζ は $N(a, c)$ を原點として分子の運動を表はす坐標である。而て r は x, t に無關係なるを以て c のみの函數にして、一定の c に對しては一定の値を有し從て軌道運動は r を半徑とする圓周上の公轉運動である。然るに $\theta=\pi\left(\dfrac{a}{L}-\dfrac{t}{T}\right)$ にして $t=t_1$ に於て最高位置に在りとすれば、a は一定なるを以て t の增加に伴ひ θ は減少し、從て水分子の運動は θ と逆、卽ち時計樣に廻り $t=t_1+t_2$ に於て M' にあり、依て先づ (1,027) 式が連續性の方程式を滿足する爲の r を求むるに、(1,023) (1,026) 及び (1,027) 式の關係により

$$D=\frac{\partial x}{\partial a}\frac{\partial z}{\partial c}-\frac{\partial x}{\partial c}\frac{\partial z}{\partial a}=1-\frac{\pi}{L}r\cos\theta-\frac{\partial r}{\partial c}\cos\theta+\frac{\pi}{L}r\frac{\partial r}{\partial c} \quad \dots \quad (1,028)$$

連續性の方程式 (1,023) を滿足する爲には

$$\frac{\partial D}{\partial t}=-\frac{\pi}{L}\frac{\pi}{T}r\sin\theta-\frac{\pi}{T}\frac{\partial r}{\partial c}\sin\theta=0$$

$$\therefore\quad \frac{\partial r}{\partial c}+\frac{\pi}{L}r=0 \quad \therefore r=Ce^{-\frac{\pi}{L}c} \quad \dots \quad C\text{ は積分常數} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (1,028)'$$

今, $c=0$ 卽ち水面分子に於て $r=r_0=h/2$ とすれば $C=r_0$、故に水分子の運動を表はす式は

$$\left.\begin{aligned} x&=a-r_0e^{-\frac{\pi}{L}c}\sin\pi\left(\frac{a}{L}-\frac{t}{T}\right), \quad z=c-r_0e^{-\frac{\pi}{L}c}\cos\pi\left(\frac{a}{L}-\frac{t}{T}\right) \\ \text{卽ち}\quad \xi&=x-a=r_0e^{-\frac{\pi}{L}c}\sin\pi\left(\frac{a}{L}-\frac{t}{T}\right), \quad \zeta=z-c=-r_0e^{-\frac{\pi}{L}c}\cos\pi\left(\frac{a}{L}-\frac{t}{T}\right) \end{aligned}\right\} \quad \dots \quad (1,029)$$

上式に於て $c=\infty$ 卽ち無限大の深さに於ては $e^{-\infty}=0$ にして水分子の運動はない。

次に分子の運動が無渦運動なる爲には [**100**] (3) に依て $v_x\delta x+v_z\delta z$ は完全微分 (Exact differential) なるを要す。

$$v_x\delta x+v_z\delta z=\left(\frac{dx}{dt}\frac{\partial x}{\partial a}+\frac{dz}{dt}\frac{\partial z}{\partial a}\right)\delta a+\left(\frac{dx}{dt}\frac{\partial x}{\partial c}+\frac{dz}{dt}\frac{\partial z}{\partial c}\right)\delta c$$

故に (1,026) 式より

$$v_x\delta x+v_z\delta z=\frac{\pi}{T}\left[\delta(r\sin\theta)-\frac{\pi}{L}r^2\delta a\right] \quad \dots \quad (1,030)$$

卽ち $\frac{\pi}{L}r^2\delta a$ なる項のある爲に完全微分とならず、$\frac{\pi}{L}r^2$ が小、卽ち波長に比して波高が著しく小なる場合にのみ近似的に無渦運動と看做し得る。次に水分子の速度 v は

$$v^2=v_x^2+v_y^2=\left(\frac{\pi}{T}r\cos\theta\right)^2+\left(-\frac{\pi}{T}r\sin\theta\right)^2=\left(\frac{\pi}{T}\right)^2r^2$$

$$\therefore\quad v=\frac{\pi}{T}r \quad \dots \quad (1,031)$$

(2) **水壓强度** 次に (1,026) 式が運動の方程式 (1,022) を滿足する爲の條件を求むるに、先づ (1,026) 式の第一式と (1,028)′ より

$$\left.\begin{aligned} &\left[\left(\frac{\pi}{T}\right)^2-\frac{\pi}{L}g\right]r\sin\theta+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial a}=0 \\ \text{同樣に第二式より}\quad &\frac{\pi}{L}\left(\frac{\pi}{T}\right)^2r^2+\left[\left(\frac{\pi}{T}\right)^2-\frac{\pi}{L}g\right]r\cos\theta-g+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial c}=0 \end{aligned}\right\} \quad \dots \quad (1,032)$$

然るに 一水平線 $z=c$ 上に於ては p は a に無關係なるを以て $\partial p/\partial a=0$、仍て (1,032) の第一式より

$$\frac{\partial p}{\partial a}=0 \quad \therefore\quad \left(\frac{\pi}{T}\right)^2-\frac{\pi}{L}g=0 \quad \therefore\quad \frac{\pi}{T^2}=\frac{g}{L} \quad \therefore\quad T=\sqrt{\frac{\pi}{g}L} \quad \dots \quad (1,033)$$

次に (1,032) の第二式に上の關係を代入して

$$\frac{\pi}{L}\left(\frac{\pi}{T}\right)^2r^2-g+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial c}=0 \quad \dots \quad (1,034) \qquad \text{且つ}\quad \omega=\frac{L}{T}=L\sqrt{\frac{g}{\pi L}}=\sqrt{\frac{gL}{\pi}} \quad \dots \quad (1,035)$$

卽ち (1,034) (1,035) 式の關係あれば運動の方程式は滿足さるゝ。

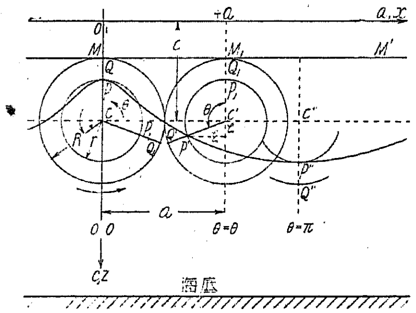
依て (1,034) 式を c に就て積分すれば、常數 C は a 及び t のみの函數にして p 及び r は a, t に無關係なるを以て、$C=0$

$$\therefore\quad \frac{\pi}{L}\left(\frac{\pi}{T}\right)^2\cdot\left(-\frac{L}{2\pi}r^2\right)-gc+\frac{p}{\rho}=C=0$$

$$\therefore\quad \frac{p}{\rho}=gc+\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{T}\right)^2r^2=g\left(c+\frac{\pi r_0^2}{2L}e^{-\frac{2\pi c}{L}}\right)=g\left(c+\frac{\pi r^2}{2L}\right)=g\left(c+\frac{r^2}{2R}\right) \quad \dots \quad (1,036)$$

玆に R はトロコイド曲線の廻轉圓の半徑である…[**114**] (3) 參照。

(3) **トロコイド曲線** (Trochoid) 前述の深海波の如く總ての水分子が圓運動を爲す場合波動なき靜水時に於て $z=c$ なる一水平線上に列なる水分子が波動時の或瞬間 (t) に於て配列する曲線卽ち波線は、半徑 R なる圓がその頂點に接する一水平線 (MM') に接觸しつゝ波の傳播方向 ($+x$) に轉動する際に圓心より r なる距離の圓面上の一點 (P, 畫點) が畫く所の軌跡、卽ちトロコイド曲線と同一のものなるを以て、斯の如き波動を**トロコイド波** (Trochoidal wave) と稱する。今，トロコイド曲線を表はす式を求むるに、最初圓心を $a=0$, $z=c$ に置く轉動圓 (半徑 R) が MM' 水平線に接觸して左廻りに轉動する場合を考へ、圓心 C を通る鉛直線 OQ 上に於て C より r たけ上方に存する點 P の畫く軌跡を求むるに、この圓がその頂點 …MM' に切する點… を中心として θ たけ廻轉すれば、圓心は C' に移り $\overline{CC'}=\overline{MM_1}=R\theta=a$ にして、此間に P 點は C を中心として θ たけ左廻りに廻轉するを以て P' に移り、その位置は



第 932 圖

$$x=a+\xi=a-r\sin\theta, \quad z=c+\zeta=c-r\cos\theta \quad \dots \quad (\text{i})$$

然るに $\theta=2\pi$ なる時は、圓心は一波長 ($2L$) だけ移動し、且つ $2\pi R=2L$ なるを以て

$$R=\frac{L}{\pi} \qquad \therefore\quad \theta=\frac{a}{R}=\frac{\pi}{L}a$$

$$\therefore\quad \xi=x-a=-r\sin\theta=-r\sin\frac{\pi}{L}a, \quad \zeta=z-c=-r\cos\theta=-r\cos\frac{\pi}{L}a \quad \dots \quad (\text{ii})$$

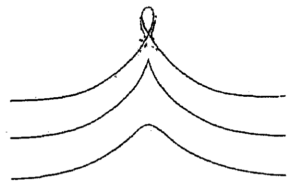
然るに (i) 及び (ii) は共に、(1,032) に於て $r_0e^{-\frac{\pi}{L}c}=r$ と置きたる場合の $t=0$ の時の波形を

表はす。而てトロコイド波の假定に依り波形は變ずる事なしに ω なる速さを以て $+x$ 方向に傳播するを以て、t たけ經過すれば C' は $a_1=a+\omega t$ たけ右の C''' に移り、P''' 點と C''' との相對位置は $t=0$ に於ける P' と C' との關係と同一なるを以て、今 C''' の位置を a, c とすれば

$$\xi=x-a=-r\sin\left(\frac{\pi}{L}a-\omega t\right)=-r\sin\pi\left(\frac{a}{L}-\frac{t}{T}\right)$$

$$\zeta=z-c=-r\cos\left(\frac{\pi}{L}a-\omega t\right)=-r\cos\pi\left(\frac{a}{L}-\frac{t}{T}\right)$$

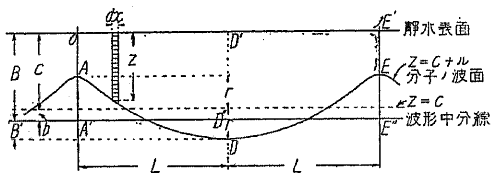
卽ち (1,032) 式と同一の關係を得る。



第 933 圖

若し $r=R$ なる時は、軌跡は Cycloid 曲線となり波頂は刃形となり、風壓に依て波高漸增して極限に達したる場合である。若し $r>R$ ならば Epicycloid 曲線となり實際の波浪は碎ける。

(4) **靜水時に於ける水分子の位置** 波動中の一波形線上に存する水分子が靜水時に於ては總て $z=c+b$ なる一の水平線上に配列するものと假定すれば此線は、海水の體積を不變なりとすれば、波形線 (ADE) と隣接二波頂を結ぶ波頂線との間の面積を二等分する線である。今, $t=0$ に於て一波長間を考ふるに (第 934 圖)、$z=c$ なる水平線は波線を形成する分子の軌道中心にして波高の中分線である。



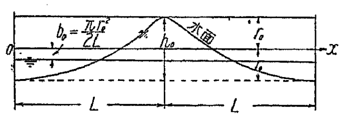
第 934 圖

$$x=a-r\sin\frac{\pi}{L}a,\quad z=c-r\cos\frac{\pi}{L}a$$

然るに $\frac{1}{2}\cdot 2L(b+c)=\frac{1}{2}$ 面積 $OADEE'O$

$=\frac{1}{2}$ 面積 $OA'E''E'=$ 面積 $OADD'$

$=\int_0^L z\,dx$

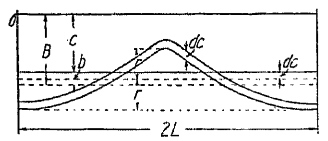


第 935 圖

然るに $dx=\frac{\partial x}{\partial a}da=\left(1-r\frac{\pi}{L}\cos\frac{\pi}{L}a\right)da$

∴ $\int_0^L z\,dx=\int_0^L\left(c-r\cos\frac{\pi}{L}a\right)\left(1-r\frac{\pi}{L}\cos\frac{\pi}{L}a\right)da$

$=cL+\frac{1}{2}\pi r^2=B\cdot L$



第 936 圖

∴ $B=c+\frac{\pi r^2}{2L}=c+b$ ∴ $b=\frac{\pi r^2}{2L}$ … (1,037)

今，水面の波線を形成する水分子の軌道中心の軌跡を x 軸に取れば、水面に於ては $c=0$ にして波高を $h_0=2r_0$ とすれば

$$b_0=+\frac{\pi r_0^2}{2L}=+\frac{\pi h_0^2}{8L}$$ … … … … … … … … (1,038)

卽ち軌道中心は平均水面より b_0 たけ上方に位する。波の表面に於ては水壓は總て零にして $z=c$ に於ては $\frac{p}{\rho}=gc=g\left(B-\frac{\pi r^2}{2L}\right)$…玆に $r=\frac{h}{2}=r_0e^{-\frac{\pi c}{L}}=\frac{h_0}{2}e^{-\frac{\pi c}{L}}$ … … … (1,039)

但し (1,039) 式の p は波動中の水の內部の壓力强度にして、壁の如き障碍物に作用する壓力强度とは異る。

(5) **トロコイド波の有する勢力** 風其の他の原因に依て波浪を生ずる時は、波浪の有する勢力は夫等の原動力に依て與へられたものである。而て波の有する勢力は位置の勢力と運動の勢力とより成り、位置の勢力は波動時水分子軌道の中心が靜水時より $\frac{\pi r^2}{2L}$ たけ上昇ずる事に基き、運動の勢力は水分子の圓運動に因るものである。次に一波長間の水面より水底迄の部分の單位幅の水の有する勢力を計算する。

1. **位置の勢力 (E_p)** 靜水時 $z=+B$ に於て厚さ dc, 長さ $2L$ なる水を考ふれば、波動中はその重心は $B-c=b$ たけ上り位置の勢力の增加 ΔE_p は

$$\Delta E_p=\text{重量}\cdot b=w_0\cdot 2L\,dc\cdot\frac{\pi r^2}{2L}=w_0\pi r^2dc$$

然るに $r=r_0e^{-\frac{\pi c}{L}}$ なるを以て、水面 ($c=0$) より $c=c$ 迄の間の E_p は靜水時を零として、

$$E_p'=\int_0^c\Delta E_p\,dc=w_0\pi r_0^2\int_0^c e^{-\frac{2\pi c}{L}}dc=\frac{w_0}{2}r_0^2L\left(1-e^{-\frac{2\pi c}{L}}\right)$$ … … … (1,040)

水深極めて大に、c/L 著しく大ならば, $E_p\fallingdotseq\frac{w_0}{2}r_0^2L$ … … … … (1,041)

2. **運動の勢力 (E_k)** $z=c$ なる水層の總ての水分子は r なる半徑の圓周を同一週期 ($2T$) を以て廻轉し、角速度は總て一定なるを以て水分子の線速度 (v) も亦同一である。

角速度, $\frac{d\theta}{dt}=-\frac{\pi}{T}=-\frac{2\pi}{2T}=\text{const.}$ ∴ $v=r\frac{d\theta}{dt}=-\frac{\pi}{T}r$

從て, 長さ $2L$, 厚さ dc, 幅 1 なる水層の有する運動の勢力 ΔE_k は

$$\Delta E_k=\frac{1}{2}\cdot\text{mass}\cdot v^2=\frac{1}{2}\rho\cdot 2L\cdot dc\cdot v^2=\rho L\left(\frac{\pi}{T}\right)^2r^2dc$$

(1,033) 式に依り $\pi L=gT^2$ ∴ $\left(\frac{\pi}{T}\right)^2L=\pi g$ ∴ $\Delta E_k=w_0\pi r^2dc=\Delta E_p$

故に單位幅の一波長の部分の勢力 ΔE は

$$\Delta E=\Delta E_p+\Delta E_k=2\Delta E_p=2\Delta E_k=2w_0\pi r^2dc=2w_0\pi r_0^2e^{-\frac{2\pi c}{L}}dc$$ … … (1,042)

從て $z=c$ なる水層より上部全體の有する總勢力は

$$E_c=E_p+E_k=2E_p=2E_k=w_0r_0^2L\left(1-e^{-\frac{2\pi c}{L}}\right)$$ … … … … … … (1,043)

水深無限大なる時の全勢力は $c=\infty$ として

$$E=w_0 r_0^2 L=\frac{w_0}{4}h_0^2 L \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1{,}044)$$

Gaillard (米) の計算に據れば

$$\left.\begin{aligned} E_p=E_k&=\frac{w_0}{2}r_0^2 L\left(1-\frac{\pi^2 r_0^2}{2L^2}\right)=\frac{w_0}{8}Lh_0^2\left(1-\frac{\pi^2 r_0^2}{2L^2}\right) \\ E&=E_p+E_k=2E_p=2E_k \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (1{,}045)$$

依て水深無限大の場合種々の深さに於ける單位厚及び單位幅の長さ一波長の部分の勢力 $(\varDelta E)$ を計算し、その水深 $(z=c)$ との關係を求むるに、$dc=1$ に對し

水面層に於て，　$\varDelta E_0=2w_0\pi r_0^2$

$z=c$ なる層に於て，　$\varDelta E_c=\varDelta E_0\cdot e^{-\frac{2\pi c}{L}}=\varDelta E_0 e^{-2\pi d}$ … 玆に $d=\frac{c}{L}$ … … (1,046)

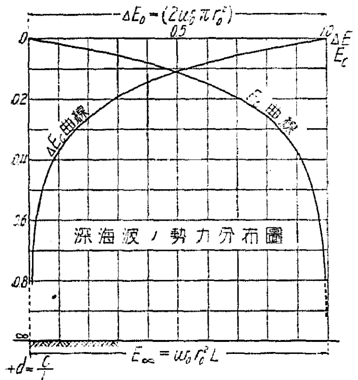
次に水面より水底迄の總勢力は $E_\infty=w_0 r_0^2 L$ にして $z=c$ 迄の勢力は

$$E_c=w_0 r_0^2 L\left(1-e^{-\frac{2\pi c}{L}}\right)=E_\infty\left(1-e^{-2\pi d}\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1{,}047)$$

依て $\varDelta E_c/\varDelta E_0=e^{-2\pi d}$ 及び $(1-e^{-2\pi d})$ を計算すれば第 132 表及び第 937 圖に示すが如し。

第 132 表　波動勢力の分布

$\frac{c}{L}=d=$	0.0	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	1.5
$\frac{\varDelta E_c}{\varDelta E_0}=e^{-2\pi d}=$	1	0.730	0.534	0.285	0.152	0.0810	0.0432	0.0231	0.00656	0.00187	0.000081
$\frac{E_c}{E_\infty}=1-e^{-2\pi d}=$	0	0.270	0.466	0.715	0.848	0.919	0.956	0.977	0.9934	0.9981	0.99992



第 937 圖

即ち波浪の勢力は表面に著しく大に深層に於ては極めて小である。水面より $L/10$ の深さ迄の部分に總勢力の 46.6 %, $L/2$ 迄の間に 95 %, L 迄の間に 99.8 % を含む。波の勢力を利用する場合は $c=0$ より $c=r_0$ 迄位にして此部分の勢力は

$$E_{r_0}=w_0 r_0^2 L\left(1-e^{-\frac{2\pi r_0}{L}}\right)$$

波高 $(h_0=2r_0)$ と波長 $(2L)$ との比は深海波に於ては 1/12 ~1/20 位なるを以て、$h_0/2L=1/16$ とすれば

$$E_{r_0}=w_0 r_0^2 L\left(1-e^{-\frac{\pi}{8}}\right)=0.325\,w_0 r_0^2 L$$

即ち總勢力の約 30 % 位である。今, m-ton 單位を用ひ $w_0=1$ ton,　$h_0=2$ m 即ち $r_0=1$ m,　$L=16$ m とすれば、$T=2.26$ sec にして一波長につき單位幅當り

$E_\infty=16$ m-ton　　$\therefore$　$E_{r_0}=5.2$ m-ton$=30.6$ h.p./m

即ち效率を 50 % とすれば約 15 h.p./m 即ち 15,000 h.p./km。

[115] 有限水深に於ける波浪即ち淺海波

(1) 水分子運動の方程式　動水力學上の基本方程式は深海波の場合と同一にして、理論上に於ては矢張り **[113]** (2) の假定を前提とし a 及び t は深海波と同樣に $\frac{\pi}{L}(a-\omega t)=\pi\left(\frac{a}{L}-\frac{t}{T}\right)$ なる形にて入り、唯水深の關係のみが異るを以て c を表はす式を別に撰定すれば宜しい。而て $h_0/(2L)$ が 1 に比して著しく小なる場合にのみ基本方程式を近似的に滿足し得る。)

今, $x=a$, $z=c$ に軌道中心を有する水分子の運動を表はす式を次の如く假定す。

$$\left.\begin{aligned} x-a=\xi&=-r\sin\theta=-r\sin\pi\left(\frac{a}{L}-\frac{t}{T}\right) \\ z-c=\zeta&=-r'\cos\theta=-r'\cos\pi\left(\frac{a}{L}-\frac{t}{T}\right) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (1{,}048)$$

玆に r, r' は c のみの函數にして之を基本方程式 (1,022) 及び (1,023) を滿足する如く定むる。(1,023) 式より

$$\frac{\partial D}{\partial t}=0 \quad \text{即ち} \quad \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial x}{\partial a}\frac{\partial z}{\partial c}-\frac{\partial x}{\partial c}\frac{\partial z}{\partial a}\right)=0 \quad \text{然るに (1,048) 式より}$$

$$\therefore \quad D=1-r\frac{\pi}{L}\cos\theta-\frac{\partial r'}{\partial c}\cos\theta \qquad \frac{\partial D}{\partial t}=0 \quad \text{より} \quad -\frac{\partial r'}{\partial c}=\frac{\pi}{L}r \quad \cdots \quad (1{,}049)$$

(1,048) を運動の方程式 (1,022) に代入し、且つ $\frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{d^2z}{dt^2}$, $\frac{\partial x}{\partial a}$… は一次の微小量にして之等の積を無視すれば、

$$\frac{\partial}{\partial a}\left[-\frac{p}{\rho}+g(c+\zeta)\right]=-\left(\frac{\pi}{T}\right)^2\cdot\xi, \quad \frac{\partial}{\partial c}\left[-\frac{p}{\rho}+g(c+\zeta)\right]=-\left(\frac{\pi}{T}\right)^2\cdot\zeta \quad \cdots \quad (1{,}050)$$

(1,050) は二變數 a, c に關する ξ 及び ζ の微分方程式にして、積分可能なる爲の條件即ち運動の方程式を滿足するための條件は

$$\frac{\partial\xi}{\partial c}=\frac{\partial\zeta}{\partial a} \quad \therefore \quad \frac{\partial r}{\partial c}=-\frac{\pi}{L}r' \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1{,}049)'$$

依て (1049) と (1049)' とを組合せ

$$\frac{\pi}{L}r=-\frac{\partial r'}{\partial c}=\frac{L}{\pi}\frac{\partial^2 r}{\partial c^2} \quad \therefore \quad \frac{\partial^2 r}{\partial c^2}=\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 r \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1{,}049)''$$

之を二回積分して r を求め更に (1049)' に代入して r' を求むれば

$$r=me^{\frac{\pi c}{L}}+ne^{-\frac{\pi c}{L}}, \quad r'=-me^{\frac{\pi c}{L}}+ne^{-\frac{\pi c}{L}}, \quad \text{…玆に m, n はある常數}$$

然るに海底の水分子は上下の運動を爲し得ざるを以て、$\zeta=0$ に於ては $r'=0$ にして水深を $c=H$, C を常數とすれば

$$me^{\frac{\pi H}{L}}-ne^{-\frac{\pi H}{L}}=0,\qquad me^{\frac{\pi H}{L}}=\frac{C}{2},\qquad ne^{-\frac{\pi H}{L}}=\frac{C}{2}$$

$$\therefore\quad m=\frac{C}{2}e^{-\frac{\pi H}{L}},\qquad n=\frac{C}{2}e^{\frac{\pi H}{L}}\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(1{,}051)$$

$$\therefore\quad r=C\cosh\frac{\pi}{L}(H-c),\qquad r'=C\sinh\frac{\pi}{L}(H-c)$$

$$\therefore\quad \left.\begin{aligned}\xi&=x-a=C\cosh\frac{\pi}{L}(H-c)\sin\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{a}{L}\right)\\ \zeta&=z-c=-C\sinh\frac{\pi}{L}(H-c)\cos\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{a}{L}\right)\end{aligned}\right\}\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(1{,}052)$$

即ち ξ は $\pm C\cosh\frac{\pi}{L}(H-c)$, ζ は $\pm C\sinh\frac{\pi}{L}(H-c)$ の範圍の往復運動を示す。

(2) 水分子の運動及び水壓强度 (1,052)式を運動の方程式(1,050)の二式の右邊に代入すれば

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial a}\left[-\frac{p}{\rho}+g(c+\zeta)\right]&=-\left(\frac{\pi}{T}\right)^2C\cosh\frac{\pi}{L}(H-c)\sin\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{a}{L}\right)\\ \frac{\partial}{\partial c}\left[-\frac{p}{\rho}+g(c+\zeta)\right]&=+\left(\frac{\pi}{T}\right)^2C\sinh\frac{\pi}{L}(H-c)\cos\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{a}{L}\right)\end{aligned}\right\}\quad\cdots\quad(1{,}053)$$

上式の積分は單一の式を以て表はされ

$$\frac{p}{g\rho}=c-C\left[\sinh\frac{\pi}{L}(H-c)-\frac{\pi L}{gT^2}\cosh\frac{\pi(H-c)}{L}\right]\cos\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{a}{L}\right)+\text{const.}\quad(1{,}053)'$$

水面即ち $c=0$ に於て a, t の如何に係らず $p=0$ なる爲には const.$=0$ にして且つ

$$\sinh\frac{\pi}{L}(H-c)-\frac{\pi L}{gT^2}\cosh\frac{\pi(H-c)}{L}=0\qquad\therefore\quad\tanh\frac{\pi H}{L}=\frac{\pi L}{gT^2}$$

$$\therefore\quad T=\sqrt{\frac{\pi L}{g}\coth\frac{\pi H}{L}},\qquad \omega=\frac{L}{T}=\sqrt{\frac{gL}{\pi}\tanh\frac{\pi H}{L}}\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(1{,}054)$$

水面分子の運動即ち $c=0$ に於ては

$$\xi=x-a=C\cosh\frac{\pi H}{L}\sin\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{a}{L}\right),\qquad \zeta=z=-C\sinh\frac{\pi H}{L}\cos\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{a}{L}\right)$$

$$|\zeta|_{\max}=C\sinh\frac{\pi H}{L}=r_0'=\frac{h_0}{2}\quad\text{即ち半波高}$$

$$\therefore\quad C=\frac{r_0'}{\sinh\frac{\pi H}{L}}\qquad\therefore\quad r=\frac{r_0'}{\sinh\frac{\pi H}{L}}\cosh\frac{\pi}{L}(H-c),\quad r'=\frac{r_0'}{\sinh\frac{\pi H}{L}}\sinh\frac{\pi}{L}(H-c)$$

$$\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(1{,}054)'$$

$$\therefore\quad \left.\begin{aligned}\xi&=x-a=\frac{r_0'}{\sinh\frac{\pi H}{L}}\cosh\frac{\pi}{L}(H-c)\sin\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{a}{L}\right)\\ \zeta&=z-c=\frac{-r_0'}{\sinh\frac{\pi H}{L}}\sinh\frac{\pi}{L}(H-c)\cos\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{a}{L}\right)\end{aligned}\right\}\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(1{,}055)$$

(1,053)′ 式に C の値を代入して

$$\begin{aligned}\frac{p}{g\rho}&=c-\frac{r_0'}{\sinh\frac{\pi H}{L}}\left[\sinh\frac{\pi}{L}(H-c)-\frac{\pi L}{gT^2}\cosh\frac{\pi(H-c)}{L}\right]\cos\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{a}{L}\right)\\ &=c+\left(\frac{\pi L}{gT^2}r-r'\right)\cos\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{a}{L}\right)\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(1{,}056)\end{aligned}$$

水分子の運動が無渦運動なる爲には次の條件を要する。

$$\frac{\partial v_x}{\partial z}=\frac{\partial v_z}{\partial x}\quad\text{又は}\quad v_xdx+v_zdz\quad\text{が完全微分}$$

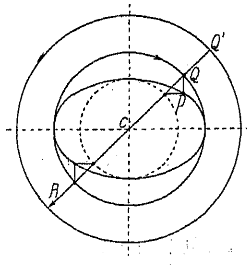
今，最初の關係を用ひ $v_x=\frac{\partial\xi}{\partial t}$, $v_z=\frac{\partial\zeta}{\partial t}$, $\frac{\partial v_x}{\partial z}=\frac{\frac{\partial v_x}{\partial c}}{\frac{\partial z}{\partial c}}$, $\frac{\partial v_z}{\partial x}=\frac{\frac{\partial v_z}{\partial a}}{\frac{\partial x}{\partial a}}$ を (1,055) 式より求めて代入すれば $\frac{r_0}{L}$, $\frac{r_0'}{L}$ が極めて小なる場合は完全に條件を滿足し、高波浪の場合は近似的に滿足する。

(1,055) 式に依り軌道の式を求むるに

$$\frac{\xi^2}{r^2}+\frac{\zeta^2}{r'^2}=\frac{\xi^2}{\left[\frac{r_0'}{\sinh\frac{\pi H}{L}}\cosh\frac{\pi}{L}(H-c)\right]^2}+\frac{\zeta^2}{\left[\frac{r_0'}{\sinh\frac{\pi H}{L}}\sinh\frac{\pi}{L}(H-c)\right]^2}$$

$$=\left[\sin\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{a}{L}\right)\right]^2+\left[\cos\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{a}{L}\right)\right]^2=1$$

故に軌道は r を半長軸, r' を半短軸とする楕圓にして轉動圓 (半徑 R) に於て動徑 (OQ) が c の周りに等角速度 (ω) の廻轉を爲し、水分子 P は頂及び底部に急に兩側部に緩なる線速度を以て c の周りに運動し、焦點距離は水面より水底迄同一にして、長軸の變化は著しからぬも短軸は下方に急に小となり、水底に於て零となり軌道は一直線となる。次に水分子の合成速度 (v) を求むるに (1,048) 式より



第 938 圖

$$v_x=\frac{d\xi}{dt}=r\frac{\pi}{T}\cos\theta,\quad v_z=\frac{d\zeta}{dt}=r'\frac{\pi}{T}\sin\theta$$

$$\therefore\quad v^2=v_x^2+v_z^2=\left(\frac{\pi}{T}\right)^2\left[r^2\cos^2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{a}{L}\right)+r'^2\sin^2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{a}{L}\right)\right]$$

$$\therefore\quad \left.\begin{aligned}&\xi=0,\quad\zeta=\pm r'\quad\text{に於て}\quad &v_{\max}&=\frac{\pi}{T}r\\ &\xi=\pm r,\quad\zeta=0\quad\quad\text{〃}\quad &v_{\min}&=\frac{\pi}{T}r'\end{aligned}\right\}\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(1{,}057)$$

即ち深海波と異り分子の線速度は $\frac{\pi}{T}r$ より $\frac{\pi}{T}r'$ の間を變化する。

水面に於ては

$$\left.\begin{aligned}v_{0\max}&=(v_{x0})_{\max}=\frac{\pi}{T}r_0=\frac{\pi}{T}r_0'\coth\frac{\pi H}{L}\\ v_{0\min}&=(v_{x0})_{\min}=\frac{\pi}{T}r_0'=\frac{\pi}{T}\frac{h_0}{2}=\frac{h_0}{2R}\omega\end{aligned}\right\}\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(1{,}058)$$

水底に於ては $r'=0,\quad r=\dfrac{r_0'}{\sinh\dfrac{\pi H}{L}}=\dfrac{h_0}{2\sinh\dfrac{\pi H}{L}},\quad \sinh\dfrac{\pi H}{L}<1 \quad \therefore\ r>r_0'$

即ち，水底の水平振幅は水面の半波高より大である。尙

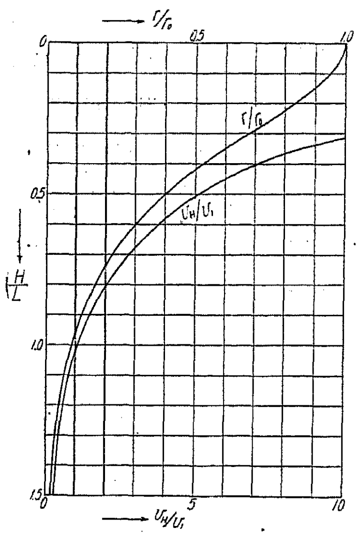
$$v=v_x=\frac{\pi}{T}r\cos\theta=\frac{\pi}{T}\frac{r_0'}{\sinh\frac{\pi H}{L}}\cos\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{a}{L}\right)$$

$$\therefore\quad v_{\max}=\frac{\pi}{T}r=\frac{\pi}{T}\frac{r_0'}{\sinh\frac{\pi H}{L}}$$

表面よりの水深 (c) と軌道軸との關係を求むるに、(1,052) 式より

長軸に對し， $$\frac{r}{r_0}=\frac{\cosh\frac{\pi}{L}H\cdot\cosh\frac{\pi}{L}c-\sinh\frac{\pi}{L}H\cdot\sinh\frac{\pi}{L}c}{\cosh\frac{\pi}{L}H}$$

短軸に對し， $$\frac{r'}{r_0'}=\frac{\sinh\frac{\pi}{L}(H-c)}{\sinh\frac{\pi}{L}H}$$



第 939 圖

即ち軸長の縮小する割合は水深に依て異るも、その變化は短軸即ち波形の高さに於て著しく急である。次に全水深 (H) の大小に依る水底分子運動の大小を比較するに、水底 $(c=H)$ に於ける r を r_B とし

水底半長軸， $\dfrac{r_B}{r_0}=\mathrm{sech}\dfrac{\pi}{L}H$

水底分子速度 $v_B=\dfrac{\pi}{T}\dfrac{r_0'}{\sinh\dfrac{\pi H}{L}}$ … (1,059)

$H=L$ 即ち 水深＝半波長 の場合、速度 v_1 は

$$v_1=\frac{\pi}{T}\frac{h_0}{2}\frac{1}{\sinh\pi}=0.0433\frac{\pi}{T}h_0 \quad\ldots\ (1,060)$$

$$\therefore\quad \frac{v_B}{v_1}=\frac{\sinh\pi}{\sinh\frac{\pi H}{L}} \quad\ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ (1,061)$$

依て H/L の種々の値に對し r_B/r_0 及び v_B/v_1 の値を計算すれば

$H/L=0$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.75	1.0	1.5	2.0
$r_B/r_0=1$	0.9524	0.831	0.677	0.527	0.399	0.188	0.0863	0.0180	0.00373
$v_B/v_1=\infty$	36.1	17.2	10.61	7.15	5.03	2.21	1.00	0.208	0.043

即ち r_B/r_0 及び v_B/v_1 は H の大なる程小となり v_B/v_1 は特に急に低減する。然し實際は H

小なる時は L も小なるを以て H/L の値に著しき增減はない。而て $H/L>1$ 即ち $H>L$ に於ては實地上深海波即ちトロコイド波と看做して差支へない。

水底に於ける水壓强度は (1,056) 式より

$$\frac{p_B}{w_0}=H\mp\frac{r_0'}{\sinh\frac{\pi H}{L}}\left(0-\frac{\pi L}{gT^2}\right)\cos\theta=H\pm r_B\frac{\pi L}{gT^2}\cos\theta \quad\ldots\ \ldots\ \ldots\ (1,062)$$

故に若し水底に壓力計を置きて水壓を記錄せしむる時は $\dfrac{\pi L}{gT^2}r_B\cos\theta$ に相當する壓力を示す。

今一例として $H=25$ m, $2L=50$ m, $h_0=2r_0'=4$ m とすれば $H/L=1$ にして

$$T=\sqrt{\frac{\pi L}{g}\coth\frac{\pi H}{L}}=\sqrt{\frac{3.14\cdot25}{9.8}\coth\pi}=2.83\ \text{sec.},\quad r_B=\frac{2}{\sinh\pi}=0.174\ \text{m}$$

$$\therefore\quad \frac{\pi L}{gT^2}r_B=\frac{3.14\cdot25\cdot0.174}{9.8\cdot2.83^2}=0.173 \qquad \therefore\ p=25\pm0.173\cos\theta\ \ \text{ton/m}^2$$

即ち平均水壓 25 ton/m² に對し僅に 0.7 % の變化あるに過ぎぬ。

若し $H=5$ m, $h_0=3$ m ならば

$$T=3.79\ \text{sec.},\quad r_B=2.24\ \text{m},\quad \frac{\pi L}{gT^2}r_B=1.250$$

$$\therefore\quad p=5\pm1.250\cos\theta\ \ \text{ton/m}^2$$

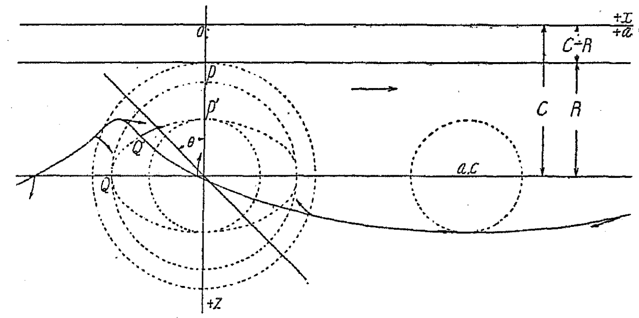
即ち，水壓の變化は靜水壓の 25 % に達する。

(3) 楕圓トロコイド曲線 (Elliptic trochoid) (1,048) 式より

$$\xi=-r\sin\pi\left(\frac{a}{L}-\frac{t}{T}\right),\quad \zeta=-r'\cos\pi\left(\frac{a}{L}-\frac{t}{T}\right)$$

$\therefore\quad a=0$ に於て $\xi=+r\sin\dfrac{t}{T}\pi,\quad \zeta=-r'\cos\dfrac{t}{T}\pi$

$t=0$ に於て $\xi=-r\sin\dfrac{a\pi}{L},\quad \zeta=-r'\cos\dfrac{a\pi}{L}$

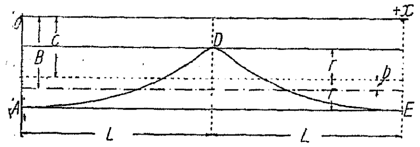


第 940 圖

θ は水分子が圓心 $(x=a,\ z=c)$ の周りを廻轉する角、即ちトロコイド波の場合と同様に轉動圓…半徑 R…が $z=c-R$ なる水平線の下側に接して等角速度にて轉動する場合、一の水分子…時刻により $Q\to Q'\to P'$ に移る…の轉動圓心に對する相對運動を考ふるに、その横距は圓心より r なる距離の一點 P と等しく、縱距は r' なる距離の點 P'

のそれに等しき運動にして、實際は其の間に a は ω なる等速を以て $+x$ 方向に移動して居る。斯の如き運動に於て Q' 點の畫く軌跡を楕圓トロコイド (Elliptic trochoid) と稱し各時刻に於ける一定の c の水分子の位置を結ぶ曲線である。

（4） **水分子の靜水時に於ける位置** [114] (4) と同樣にして水分子の軌道中心 (a, c) と靜水時に於て占むべき位置との高さの差 (b) を求め得る。今 $t=0$ に於て半波長の間を考へ、x 軸より a, c 分子の靜水時の位置迄の水深を B, $B-c$ を b とすれば



第 941 圖

第 942 圖

$$x=a-r\sin\frac{\pi}{L}a,\quad z=c-r'\cos\frac{\pi}{L}a$$

$$dx=\frac{\partial x}{\partial a}da=\left(1-\frac{\pi}{L}r\cos\frac{\pi}{L}a\right)da$$

$$\therefore\ B=\frac{1}{L}\int_0^L z\,dx=\frac{1}{L}\left(cL+\frac{1}{2}\pi rr'\right)=c+\frac{\pi rr'}{2L}$$

$$\therefore\quad b=\frac{\pi rr'}{2L}=\pi r\frac{h}{4L}\qquad 茲に\quad h=2r'\quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (1,063)$$

水面分子に對して $$b_0=\frac{\pi r_0r_0'}{2L}=\pi r_0\frac{h_0}{4L}\quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (1,064)$$

ADE なる波形線上に於ては壓力强度は一定にして

$$p=\text{const.}=w_0c=w_0\left(B-\frac{\pi rr'}{2L}\right)\quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (1,065)$$

（5） **淺海波の勢力** 一波長の波浪の有する勢力は [114] (5) と同樣に計算し得る。今波面線に沿ふて單位幅，厚さ dc の部分を考ふれば $w_0\cdot 2L\cdot dc$ なる部分の重心が波動時に於ては $\frac{\pi rr'}{2L}$ たけ上昇し居るを以て、之に因る位置勢力の增加 $\varDelta E_p$ は

$$\varDelta E_p=2w_0\,L\,dc\cdot\frac{\pi rr'}{2L}=\frac{w_0}{8}\pi h_0^2\frac{1}{\sinh^2\frac{\pi H}{L}}\sinh\frac{2\pi}{L}(H-c)dc$$

水面より $z=c$ 迄の層の位置勢力 E_p' は

$$E_p'=\int_0^c\varDelta E_p=\frac{w_0}{8}\pi h_0^2\frac{1}{\sinh^2\frac{\pi H}{L}}\int_0^c\sinh\frac{2\pi}{L}(H-c)\,dc=w_0L\frac{r_0'^2}{2}\left(1-\frac{\sinh^2\frac{\pi}{L}(H-c)}{\sinh^2\frac{\pi}{L}H}\right)$$

$$\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (1,066)$$

$c=0$ より $c=H$ 迄の位置の勢力卽ち總位置勢力は

$$E_p=\frac{w_0}{8}Lh_0^2\quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (1,067)$$

次に運動の勢力を求むるに $t=0$ に於て

$$v_x=\frac{\partial\xi}{\partial t}=r\frac{\pi}{T}\cos\frac{\pi a}{L},\quad v_z=-r'\frac{\pi}{T}\sin\frac{\pi a}{L}$$

$$\therefore\quad v^2=v_x^2+v_z^2=\left(\frac{\pi}{T}\right)^2\left(r^2\cos^2\frac{\pi a}{L}+r'^2\sin^2\frac{\pi a}{L}\right)\quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (1,068)$$

然るに波形線上の各分子の v は異るを以て先づ一波長間の $\varDelta E_k$ を求むるに、

$$\varDelta E_k=dc\cdot\int_0^{2L}\frac{\rho}{2}\left(\frac{\pi}{T}\right)^2\left(r^2\cos^2\frac{\pi a}{L}+r'^2\sin^2\frac{\pi a}{L}\right)da=\frac{\rho}{2}\left(\frac{\pi}{T}\right)^2L(r^2+r'^2)\cdot dc$$

次に $c=0$ より $c=c$ 迄積分して

$$E_k'=\frac{\rho}{2}\left(\frac{\pi}{T}\right)^2\cdot L\int_0^c(r^2+r'^2)dc=\frac{\rho}{8}\left(\frac{\pi}{T}\right)^2\cdot L\int_0^c\frac{h_0^2}{\sinh^2\frac{\pi H}{L}}\cosh\frac{2\pi(H-c)}{L}dc$$

$$=\frac{\rho}{8}\left(\frac{\pi}{T}\right)^2\frac{\frac{L^2}{2\pi}h_0^2}{\sinh^2\frac{\pi H}{L}}\left[\sinh\frac{2\pi H}{L}-\sinh\frac{2\pi(H-c)}{L}\right]=\frac{\rho}{4}\frac{\pi}{T^2}L^2(2r_0r_0'-2rr')$$

$$\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (1,069)$$

故に全運動勢力は $c=0$, $c=H$ 間の積分にして

$$E_k'=\frac{\rho}{8}\frac{\pi}{T^2}L^2h_0^2\coth\frac{\pi H}{L}=\frac{1}{8}w_0\,L\,h_0^2\qquad\therefore\quad\frac{\pi}{T^2}=\frac{g}{L}\tanh\frac{\pi H}{L}\quad \cdots\ (1,070)$$

故に $c=0$ より $c=H$ 迄の總勢力 (E') は

$$E'=E_p'+E_k'=2E_p'=2E_k'=\frac{w_0}{4}L\,h_0^2\quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (1,071)$$

次に $c=0$ より $c=c$ 迄の總勢力 E_c' を求むるに

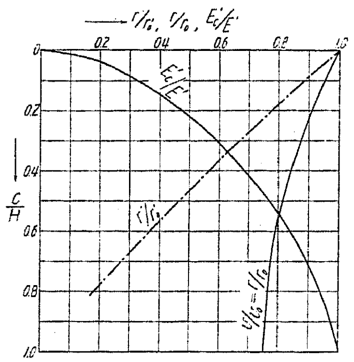
$$E_c'=E'_{pc}+E'_{kc}=\frac{w_0L\,h_0^2}{4}\left\{1-\frac{1}{2}\left(\left(\frac{\sinh\frac{\pi}{L}(H-c)}{\sinh\frac{\pi}{L}H}\right)^2+\frac{\sinh\frac{2\pi(H-c)}{L}}{\sinh\frac{2\pi H}{L}}\right)\right\}\quad \cdots\ (1,072)$$

依て水深に對する勢力の分布を知る爲に一例として $\frac{H}{L}=\frac{1}{4}$ なる場合に對し水面より種々の c 迄の層の有する全勢力 (E_c') と水面より水底迄の全勢力 (E') との比 (E'_c/E') を求むるに、

$\frac{c}{H}$	=	0.0	0.05	0.10	0.2	0.3	0.5	0.75	1.0
r'/r_0'	=	1.00	0.946	0.889	0.774	0.667	0.465	0.227	0.0
$v/v_0=r/r_0$	=	1.00	0.977	0.951	0.909	0.870	0.811	0.769	0.753
E_c'/E'	=	0.0	0.100	0.190	0.352	0.488	0.704	0.887	1.00

[114] (5) と同樣に $h_0=2$ m, $L=16$ m とせば $E'=2E_p'=2E_k'=1\cdot16\cdot2^2\cdot\frac{1}{4}=16$ ton-m/m

尙，$H=4$ m, $c=1$ m, $c/H=0.25$ とすれば $c=0$ より $c=1$ m 迄の間の勢力は



第 943 圖

$E_e'=E'_e/E'\cdot E'=0.423\cdot 16=6.77$ ton-m/m

$$T=\sqrt{\frac{\pi L}{g}\coth\frac{\pi H}{L}}=2.80 \text{ sec.}$$

$$\text{理論馬力}=6.77\cdot\frac{1,000}{75}\cdot\frac{1}{2.80}=32.2 \text{ h.p.}$$

効率 50 %, 有効馬力=16.1 h.p./m=16,000 h.p./km

第 943 圖に明かなる如く波の勢力は上部に比較的大なるを以て、此部分に障碍物を置きて波を反射せしむれば下部を潜行して傳播方向に傳はる波の勢力は著しく低下する。

上記の如く波浪の勢力は相當大なるも波力利用には實際海岸に於ける波浪は著しく大小あり、過大なれば設備を破壊し過小なれば $E\propto h_0^2$ なるを以て出力著しく小に且つ鹽水潮風の爲め機械の壽命短小にして實際の利用困難なるが、佛國に於ては 19 世紀中葉に波力の利用を企て之に關する特許も數十種に及びしが遂に其の利用の不利なるを悟り、爾來專ら潮力の利用方法を研究して居るが、河湖の落差を利用するものに比すれば餘り有望でない。

[116] 重複波

波浪がその傳播方向に直角なる鉛直面に遮られて反射し、原波と逆方向に傳播して兩者重り合ふ時は重複波 (Clapotis) を生じて振動波 (Oscillatory wave) となり、水分子の運動は殆ど倍加する。從て鉛直の壁面に作用する波壓は重複波として計算する方合理的である。

(1) **深海波の重複波** (Clapotis of trochoidal wave) 此場合は水分子の運動を以て表はす事を得る。但し坐標の原點を壁面より沖側に $L/2$ なる距離に於て靜水面卽ち平均水面上に取り、x 軸は岸方を + とす。

原波 $$\xi'=-r\sin\pi\left(\frac{a}{L}-\frac{t}{T}\right)=r\left(\sin\frac{\pi t}{T}\cos\frac{\pi a}{L}-\cos\frac{\pi t}{T}\sin\frac{\pi a}{L}\right)$$

反射波 $$\xi''=-r\sin\pi\left(-\frac{a}{L}-\frac{t}{T}\right)=r\left(\sin\frac{\pi t}{T}\cos\frac{\pi a}{L}+\cos\frac{\pi t}{T}\sin\frac{\pi a}{L}\right)$$

∴ 重複波 $$\xi=\xi'+\xi''=x-a=2r\sin\frac{\pi t}{T}\cos\frac{\pi a}{L}=2r\sin\theta\cos\alpha$$

同様に $$\zeta=\zeta'+\zeta''=z-c=-2r\sin\frac{\pi t}{T}\sin\frac{\pi a}{L}=-2r\sin\theta\sin\alpha \quad \cdots\cdots (1,073)$$

玆に $\theta=\pi t/T,\quad \alpha=\pi a/L$

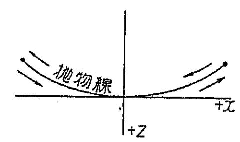
而て a, c 分子の靜水時に於ける位置 a_0, c_0 を求むれば

$$a_0=a,\quad c_0=c+b=c+\frac{4\pi r^2}{2L}\sin^2\frac{\pi t}{T} \quad \ldots a, c \text{ は軌道中心} \quad \cdots\cdots (1,074)$$

卽ち b は原波と異り、c は時刻に依て多少變じ、軌道中心の位置は原波の b の 4 倍迄上下に移動する。

上記の重複波水分子運動の式は $(\pi r/L)^3$ が 1 に比し極めて小なる場合に連續性の基本方程式を滿足する。水分子 (a, c)の軌道曲線を求むるに (1,073) の第一式より $\sin\frac{\pi t}{T}=(x-a)\Big/\left(2r\cos\frac{\pi a}{L}\right)$、之を第二式及び (1,074) 式に代入して

$$\frac{\pi}{2L}(x-a)^2+(x-a)\tan\frac{\pi a}{L}\cos^2\frac{\pi a}{L}+(z-c_0)\cos^2\frac{\pi a}{L}=0 \quad \cdots\cdots (1,075)$$



第 944 圖

此曲線を Orbit of clapotis 又は Trajectory of particle と呼ぶ。水面の分子に對しては (第 934 圖參照)

$a=0,\quad c_0=0 \quad \therefore\ x^2+z=0$ … 第 944 圖

卽ち z の負側のみに存在し、$x=0,\ z=0$ を頂點とし上方に凹曲なる拋物線上を往復する。

壁面に於ては $a/(2L)=1/4$ にして $x=L/2$

半波長だけ沖方に於ては $a/(2L)=-1/4 \quad \therefore\ x=-L/2$

卽ち重複波の腹部 (Loop) にては分子は h_0 なる長さの鉛直線上を往復する。

(2) **深海波重複波に於ける水壓強度** [113] のラグランジュ運動方程式に (1,073) 及び (1,074) 式の關係を代入すれば次の關係を得る。

$$\frac{1}{g\rho}\frac{\partial p}{\partial a}=\frac{1}{w_0}\frac{\partial p}{\partial a}=0 \quad \therefore\ p \text{ は } a \text{ に無關係}$$

又は $$\frac{1}{w_0}\frac{\partial p}{\partial c_0}-\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2\cos 2\theta-1=0 \quad \text{玆に}\ w_0=g\rho$$

上式を c_0 に就て積分すれば常數 C は a のみの函數なるも p は a に無關係なるを以て $C=0$ にして、且

$$\int_{c_0}^{c} r^2 dc_0=\int_{r_0}^{r} r^2\left(-\frac{L}{\pi r}\right)dr=-\frac{L}{\pi}\int_{r_0}^{r} r\,dr=\frac{L}{2\pi}(r_0^2-r^2) \quad \text{なるを以て}$$

$$\frac{p}{w_0}=\frac{2\pi}{L}\cos 2\theta\cdot(r_0^2-r^2)-(r_0-r) \quad \cdots\cdots (1,076)$$

深海波の重複波は實際に起る機會は極めて稀なるが、大洋上に船が停止しその方向に直角なる波を受くる場合、波の上層は反射されて不完全なる重複波を生ずる。

(3) **淺海波の重複波** (Clapotis of elliptic trochoidal wave) 此場合は深海波に比し一層複雜にして、分子運動を表はす式を直接に求むる事困難なるが、Flamant (佛) の研究に依れば次式を以て運動の基本方程式を近似的に滿足せしめ得る。但し坐標の原點は深海波重複波の場合と同様に壁面より沖側に $L/2$ なる距離にて平均水面上に取る。

$$x=a+2r\sin\frac{\pi t}{T}\cos\frac{\pi a}{L},\quad z=c_0-\frac{4\pi rr'}{2L}\sin^2\frac{\pi t}{T}-2r'\sin\frac{\pi t}{T}\sin\frac{\pi a}{L} \quad \cdots\cdots (1,077)$$

$$c_0=c+\frac{4\pi rr'}{2L}\sin^2\frac{\pi t}{T},$$ 玆に a, c は軌道中心, a, c_0 は靜水時の位置

連續性の方程式は $\dfrac{\partial x}{\partial a}\dfrac{\partial z}{\partial c_0}-\dfrac{\partial x}{\partial c_0}\dfrac{\partial z}{\partial a}=1$

之に (1,077) 式を代入して $1+\dfrac{2\pi^2(r^2-r'^2)}{L^2}\sin^2\dfrac{\pi t}{T}\cos\dfrac{2\pi a}{L}-\cdots\cdots=1$

故に 1 に比して $2\pi^2(r^2-r'^2)/L^2$ が微小ならば連續性の方程式を滿足する。

次に運動の方程式 (1,022) 式を滿足するやを檢するに、$X=Y=0,\ Z=g$ にして c の代りに c_0 を用ひ (1,077) 式を代入する。而て重複波の半週期は原波と同じく $T=\sqrt{\dfrac{\pi L}{g}\coth\dfrac{\pi H}{L}}$ なるを以て小なる數の二乘以上を含む項を無視すれば

$$\frac{1}{g\rho}\frac{\partial p}{\partial a}=\frac{2\pi}{L}\left(r\tanh\frac{\pi H}{L}-r'\right)\sin\frac{\pi t}{T}\cos\frac{\pi a}{L}$$

同樣にして (1,022) の第二式より

$$\frac{1}{g\rho}\frac{\partial p}{\partial c_0}=1-\frac{2\pi}{L}\sin\frac{\pi t}{L}\sin\frac{\pi a}{L}\left(r'\tanh\frac{\pi H}{L}-r\right)\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(\mathrm{i})$$

之等兩式より $\dfrac{\partial^2 p}{\partial a\,\partial c_0}$ を計算すれば兩者同一となるを以て、(1,077) 式は近似的に運動の方程式を滿足する。

水面の分子に於ては $\dfrac{\partial p}{\partial a}=0$ なるを以て $2r'=h_0$ とおけば

$$r=\frac{h_0}{2}\coth\frac{\pi H}{L},\quad h_0\ \text{は重複波の水面の波高}\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(1{,}078)$$

(4) 淺海波重複波に於ける水壓强度 (i) 式を 0 より c 迄積分すれば

$$\frac{p}{w_0}=c_0+2\sin\frac{\pi t}{T}\sin\frac{\pi a}{L}\left(r\coth\frac{\pi H}{L}-r'\right)+C$$

然るに水面 $c_0=0$ に於ては a の如何に拘らず $p=0$

$$\therefore\quad r_0'=r_0\tanh\frac{\pi H}{L},\quad 2r_0'=h_0\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(1{,}078)'$$

C は a のみの函數なるを以て $C=f(a)=0$

$$\therefore\quad\frac{p}{w_0}=c_0+h_0\sin\frac{\pi t}{T}\sin\frac{\pi a}{L}\left(\frac{\cosh\pi\dfrac{H-c_0}{L}}{\cosh\dfrac{\pi H}{L}}-\frac{\sinh\pi\dfrac{H-c_0}{L}}{\sinh\dfrac{\pi H}{L}}\right)\quad\cdots\quad\cdots\quad(1{,}079)$$

波が反射する鉛直面に於ては總ての水分子の軌道は鉛直線なるを以て

$$\cos\frac{\pi a}{L}=0,\quad \sin\frac{\pi a}{L}=\pm1$$

故に反射面上にては $2r=h$ として

$$\frac{p}{w_0}=c_0+h\sin\frac{\pi t}{T}\left(\frac{\cosh\pi\dfrac{H-c_0}{L}}{\cosh\dfrac{\pi H}{L}}-\frac{\sinh\pi\dfrac{H-c_0}{L}}{\sinh\dfrac{\pi H}{L}}\right)\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(1{,}080)$$

從て p は $\sin\dfrac{\pi t}{T}=1$ の時に極大、$\sin\dfrac{\pi t}{T}=-1$ の時に極小にして

$$\frac{p}{w_0}=c_0\pm h\left(\frac{\cosh\pi\dfrac{H-c_0}{L}}{\cosh\dfrac{\pi H}{L}}-\frac{\sinh\pi\dfrac{H-c_0}{L}}{\sinh\dfrac{\pi H}{L}}\right)\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(1{,}081)$$

水底に於ては $c_0=H,\quad \cosh\pi\dfrac{H-c_0}{L}=1,\quad \sinh\pi\dfrac{H-c_0}{L}=0$

$$\therefore\quad\frac{p}{w_0}=H\pm\frac{h}{\cosh\dfrac{\pi H}{L}}=H\pm h\left(1-\frac{\pi^2H^2}{2L^2}+\cdots\cdots\right)\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(1{,}082)$$

(5) 淺海波重複波に於ける水分子の軌道及びその靜水時に於ける位置 靜水時に $z=c_0$ なる水平線上に配列する水分子が運動中 t なる時刻に於て配列する曲線卽ち波形線はトロコイド曲線にして、その方程式は (1,077) の二式より a を消去して得らる。

$$x=a+2r\sin\frac{\pi t}{T}\cos\frac{\pi a}{L},\qquad z=c_0-\frac{4\pi rr'}{2L}\sin^2\frac{\pi t}{T}-2r'\sin\frac{\pi t}{T}\sin\frac{\pi a}{L}$$

但し消去に當り $\pi\dfrac{x-a}{L}$ を小なりとして $\cos\pi\dfrac{x-a}{L}\fallingdotseq1,\ \sin\pi\dfrac{x-a}{L}=\pi\dfrac{x-a}{L}$ と置き、$\dfrac{\pi(a-x)}{L}\sin\dfrac{\pi a}{L}$ は高次の小量として捨てる。然る時は

$$\sin\frac{\pi a}{L}\fallingdotseq\sin\frac{\pi x}{L}+\frac{\pi(a-x)}{L}\cos\frac{\pi x}{L},\qquad \cos\frac{\pi a}{L}\fallingdotseq\cos\frac{\pi x}{L}$$

故に (1,077) 式より

$$\left.\begin{aligned}\xi&=x-a=+2r\sin\frac{\pi t}{T}\cos\frac{\pi x}{L}\\ \zeta&=z-c_0=-2r'\sin\frac{\pi t}{T}\sin\frac{\pi x}{L}+\frac{4\pi rr'}{2L}\sin^2\frac{\pi t}{T}\cos\frac{2\pi x}{L}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\quad\cdots\quad(1{,}083)$$

然るにこの重複波の原波は [115] の淺海波にして分子運動の式は

$$\xi=x-a=+r\sin\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{a}{L}\right),\qquad \zeta=z-c_0=-\frac{\pi rr'}{2L}-r'\cos\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{a}{L}\right)$$

(1,083) 式の場合と同樣に上式より a を消去すれば

$$\zeta=z-c_0=-r'\cos\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{a}{L}\right)-\frac{\pi rr'}{2L}\cos2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{a}{L}\right)$$

然るに波形線の形は時刻に無關係なるを以て $t=\dfrac{T}{2}$ と置けば

$$\zeta=z-c_0=-r'\sin\frac{\pi x}{L}+\frac{\pi rr'}{2L}\cos\frac{2\pi a}{L}\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(1{,}084)$$

仍て (1,048) 式の表はす曲線と (1,084) 式の曲線、卽ち淺海波重複波と淺海波との波形を比較するに、兩者共に形は楕圓トロコイドにして波長 $2L$ なるが、波高は前者に於て $h_0=4r'=$ 楕圓の短軸, 長軸$=4r$ にして、原波に於ては $h_0=2r'$ 及び長軸$=2r$ なるを以て、重複波の波高は原

波の二倍となる。

重複波の平均水面卽ち靜水面は x 軸と波形線との間の面積を中分する水平線にして、波高中分線 ($z=c_0$) よりの高さ b' は (1,078) 式に依り

$$b'=c_0-c=\frac{4\pi rr'}{2L}\sin^2\frac{\pi t}{T} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1,085)$$

にして、原波と異り時刻に依て變化し、 $\sin\frac{\pi t}{T}=\pm1$ に依り夫々極大又は極小となる。

水面に於ける b' を b'_0 ととすれば

$$b_0'=\frac{\pi h_0^2}{2L}\coth\frac{\pi H}{L} \quad \text{茲に } h_0 \text{ は波高} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1,086)$$

（6） **水分子の軌道** (Trajectory of particle) 靜水時 $x=a$, $z=c_0$ に存する水分子の軌道曲線は (1,077) の二式より t を消去して

$$\frac{2Lr}{\pi r'}\cos^2\frac{\pi a}{L}\cdot\left(z-c_0-\frac{Lr'}{2\pi r}\sin^2\frac{\pi a}{L}\right)+\left(a-x-\frac{L}{2\pi}\sin\frac{2\pi a}{L}\right)^2=0$$

此式は上方に凹曲にして鉛直軸を有する拋物線を表はし、頂點の位置は

$$x=a-\frac{L}{2\pi}\sin\frac{2\pi a}{L}, \qquad z=c_0+\frac{Lr'}{2\pi r}\sin^2\frac{\pi a}{L}$$

$a=0$, $c_0=0$ なる水分子に於ては $\frac{\pi a}{L}=0$ $\therefore$ $\sin\frac{\pi a}{L}=0$, $\cos\frac{\pi a}{L}=1$

$\therefore$ 軌道曲線の方程式は $x^2+\frac{2Lr}{\pi r'}z=x^2+\frac{2L}{\pi}\coth\frac{\pi H}{L}\cdot z=0 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (1,086)'$

卽ち $a=0$, $c_0=0$ に頂點を置き鉛直軸を有し上方に凹曲なる拋物線にして、z の負側卽ち x 軸の上方にのみ實在する。

$a=\pm\frac{L}{\cdot}$, $c_0=0$ 卽ち $\cos\left(\pm\frac{\pi}{2}\right)=0$ 卽ち壁面又はそれより L だけ沖方にある鉛直線上に於ては $\cos\frac{\pi a}{L}=0$ $\therefore$ $\sin\frac{2\pi a}{L}=0$ なるを以て、水分子の軌道は

$$x=a=\pm\frac{L}{2}$$

卽ち軌道は鉛直線にして水面に於ては h_0 卽ち波高の間を上下する。

[117] 防波堤, 岸壁等の固定鉛直面に作用する波壓

（1） **波壓** (Wave pressure) **計算の方法** 臨海構造物の鉛直又は鉛直に近き壁面に作用する水壓は靜水時に於ては水深に相當する靜水壓が各點に作用するも、波浪の場合は水面の週期的昇降と水分子の運動の影響とに依り各點の水壓は高低の兩極限の間を週期的に變じ、その最大値は靜水時に比して著しく大である。從て臨海構造物はその遭遇すべき最大波浪に對し、水中に於て

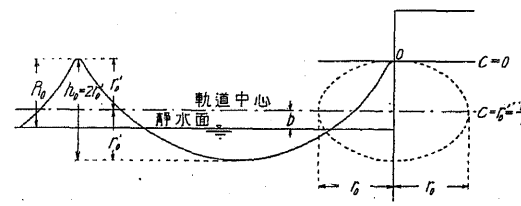
浮力の作用を受けつゝ充分の安定を保つ樣計畫せねばならぬ。水深と最大波の波高 (h_0), 波長 ($2L$) 又は週期 ($2T$) が與へられたる時、壁面の各點に作用する水壓の計算には普通次の二方法が用ひられて居る。

1. 構造物設置以前に觀測したる最大波の波高及び波長又は週期等より將來遭遇すべき最大波の h_0 と $2L$ とを推定し、普通の淺海波の公式に依て各水深に對する靜水壓 (Static pressure) と動水壓 (Dynamic pressure) とを計算する。此方法は靜水壓と動水壓とを各別に算定し得るを以て、傾斜せる壁面又は壁に斜に傳播する**斜波** (Oblique wave) の場合にも適用し得るが、壁面に直角に傳播する最大波に對して構造物の安定を計算する場合は理論上 **2.** に劣る。

2. 構造物設置前の最大波の觀測又は推定に依て構造物の壁面に直角の方向に傳播する最大波を推定し、此淺海波の重複波に對して波壓を計算する。而て重複波の高さは原淺海波の略二倍に達するも、動水壓は極めて小にして實地上之を無視し得るが、斜波又は斜壁面の場合に適當せぬ。

尙、鉛直壁の附近に於て海底の狀況急變する如き場合は **1. 2.** 共に適用困難である。

（2） **淺海波理論に依る波壓** 波浪がその傳播方向に直角なる鉛直面に及ぼす波壓は實際は重複波として計算すべきものなるも、便宜上單純なる淺海波理論に據る時は障壁なき以前の狀況に於ける波高 h_0 及び波長 $2L$ を用ひて計算せねばならぬ。此場合壁面に作用する水壓は障壁なき時の各點の水壓、卽ち (1,056) 式の與ふる水壓…p_1とする…と、



第 945 圖

v なる速度を有する水分子が壁面に衝突する爲の動水壓 p_2 との和に等しい。

先づ壁面の一點 a, c の單位面積 (m²) に作用する p_1 ton を求むるに、(1,058) 式に依り氣壓を除外して

$$p_1=w_0c+w_0\left(\frac{\pi L}{gT^2}r-r'\right)\cos\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{a}{L}\right)$$

p_1 の最大最小は $\cos\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{a}{L}\right)=\pm1$ の時に起るを以て

$$p_1=w_0c\pm w_0\left(\frac{\pi L}{gT^2}r-r'\right)=w_0c\pm w_0\left(r\tanh\frac{\pi H}{L}-r'\right) \quad \cdots\cdots\cdots \quad (1,087)$$

茲に $r'=r_0'\frac{\sinh\frac{\pi}{L}(H-c)}{\sinh\frac{\pi H}{L}}=r\tanh\frac{\pi}{L}(H-c)$, $r=r'_0\frac{\cosh\frac{\pi}{L}(H-c)}{\sinh\frac{\pi H}{L}}=\frac{h_0}{2}\frac{\cosh\frac{\pi}{L}(H-c)}{\sinh\frac{\pi H}{L}}$

$b=\frac{\pi rr'}{2L}$, 靜水面上波頂迄の高さ $(R_0)=r_0'+\frac{\pi r_0r_0'}{2L}=\frac{h_0}{2}+\frac{\pi h_0^2}{8L}\coth\frac{\pi}{L}H \quad \cdots\cdots \quad (1,088)$

p_1 は斜波又は多少傾斜せる壁面の場合にも適用し得る。

上記の p_1 は障壁なき場合の波浪内部の一點に作用する水壓にして、壁面に遮らるゝ場合は更に水分子の運動の速度に相當する動水壓 p_2 を加へて全水壓强度を得る。但し p_1 の最大最小に相當する場合は水分子の速度は水平である。

(1,087) 式は海底が水深 H なる水平面なる場合にして、海岸に近き海底の如く岸方へ上りの勾配を有する場合は水深の漸減により傳播速度 ω は減小し、週期 T は大となり、勢力の消耗之れに伴はざる時は波高は漸增し從て波形も變化するが、之を理論的に表はす方法は未だ發見されぬ。

Gaillard (米) が米國 Duluth 港口に進入する大波浪に就て觀測せる靜水面上波頂迄の高さ h_0 と、Lira (佛, 1923) が (1,088) 式に依て計算せるものとを比較すれば次表の如し。

波高 (h_0)	半波長 (L)	水深 (H)	H/L	h_0, (觀測)	h_0, (1,088) 式
3.05 m	45 m	8 m	0.18	2.00 m	1.94 m
3.60	53	8	0.15	2.50	2.15
3.81	50	8	0.16	2.75	2.29
4.30	53	8	0.15	2.78	2.65
6.0	64	8	0.125	3.96	4.00
7.0	64	8	0.125	4.58	4.89

但し Duluth 港は約 500 km の對岸距離を有するも漏斗狀の灣の奥端に位するを以て、波高の增大著しく從て波高は割合に大である。

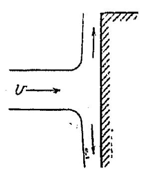
次に動水壓を考ふるに水が v なる速度を以て壁面に垂直に衝突する場合卽ち直進波の單位面積に作用する動水壓 p_2 は一般に次式を以て表はさる…[89] (1) 參照。

$$p_2=nw_0\frac{v^2}{2g},\qquad w_0=1\ \mathrm{t/m^3}$$

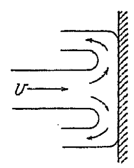
n は水の跳ね返りの狀況に依りて異り、

第 946 圖の場合 $\quad n=2,\quad p_2\fallingdotseq\frac{v^2}{10}\ \mathrm{t/m^2}$ … … … … … … (1,089)

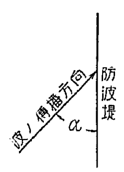
第 947 圖の場合 $\quad n=4,\quad p_2\fallingdotseq\frac{v^2}{5}\ \mathrm{t/m^2}$ … … … … … … (1,090)



第 946 圖



第 947 圖



(平 面)

第 948 圖

Lira は波壓の計算に (1,090) 式を用ひたるも、實際は上部の水は第 946 圖の上部の如く、底部は第 947 圖の下部の如き運動を爲すを以て、n は水面に於て 2 にして、下方に漸增し水底に於て 4 とする方合理的である。斜波の場合は傾斜角を α とすれば壁面に垂直なる動水壓は

$$p_2'\fallingdotseq p_2\cdot\frac{2\sin^2\alpha}{1+\sin^2\alpha}\quad\cdots\quad(1{,}091)$$

又は $\quad p_2'\fallingdotseq p_2\cdot 2\sin^2\alpha$ … (Lira) … … … … … … … (1,091′)

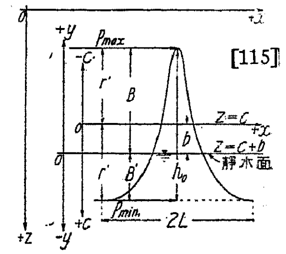
而て水面が波高の 1/2 以上にある時は v は常に + なるも、それ以下の時は − なるを以て $p_2=0$ とする。

直角に傳播する h_0 なる高さの波は、α なる斜波の $h_0/\sin\alpha$ の高さのものと略等しき p_2 を生ずる。(1,057) 及び (1,054)′ 式に依り

$$v=\frac{\pi}{T}r=\frac{\pi}{T}\cdot\frac{h_0}{2}\,\frac{\cosh\frac{\pi}{L}(H-c)}{\sinh\frac{\pi H}{L}}\quad\cdots\quad(1{,}092)$$

$$\left.\begin{aligned}&p_2=nw_0\frac{1}{2g}\left(\frac{\pi}{T}\right)^2r^2\fallingdotseq 0.2\left(\frac{\pi}{T}\right)^2r^2\ \cdots\ (\text{Lira})\\&p_2'\fallingdotseq p_2\cdot 2\sin^2\alpha\ \cdots\ (\text{Lira})\end{aligned}\right\}\quad\cdots\quad(1{,}093)$$

[例 40] 次に $H=10\ \mathrm{m}$, $L=40\ \mathrm{m}$, $h_0=4\ \mathrm{m}$ (直進波 $\alpha=90°$), $h_0=5\ \mathrm{m}$ (斜波 $\alpha=60°, 45°$) とし直進波に對しては Lira の (1,093) 式と重複波として考ふる場合の (1,081) 式との結果の比較、及び Lira の方法に依る $h_0=4\ \mathrm{m}$ の直進波と $h_0=5\ \mathrm{m}$ に對する $\alpha=60°$ と $\alpha=45°$ とに於ける波壓 ($p=p_1+p_2$) とを比較する。



第 949 圖 淺海波

i. 淺海波として考ふる場合 この場合は水面分子の軌道中心の水平線を x 軸とする。

(1,054) 式より

$$\left(\frac{\pi}{T}\right)^2=\frac{\pi g}{L}\tanh\frac{\pi H}{L}=\frac{3.142\cdot 9.8}{40}\cdot 0.6558=0.7704$$

$z=c$ なる水分子の靜水時の位置は

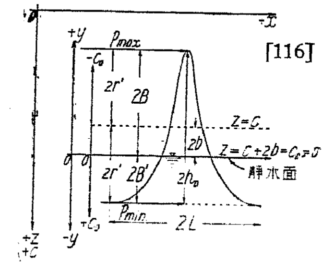
$$c_0=c+b=c+\frac{\pi rr'}{2L}$$

靜水時に於ける水分子の位置より波動時の最高位置迄の高さ

$$B=r'+b=\frac{h}{2}+b$$

同最低位置迄の鉛直距離 $\qquad B'=r'-b=\frac{h}{2}-b$

$z=c_0=c+b$ に對する計算波壓は、實際は $p_{\max}$ の時はそれより B 上方に、$p_{\min}$ の時は B' 下方に作用する。



第 950 圖 淺海波重複波

ii. 淺海波重複波として考ふる場合 靜水時水面線を x 軸とする。

(1,081) 式に於て $\qquad h=2r'$

$$p=w_0c_0\pm w_0\cdot 2r_0'\left(\frac{\cosh\frac{\pi(H-c)}{L}}{\cosh\frac{\pi H}{L}}-\frac{\sinh\frac{\pi(H-c)}{L}}{\sinh\frac{\pi H}{L}}\right),\quad \cosh\frac{\pi H}{L}=1.3246,\quad \sinh\frac{\pi H}{L}=0.8687$$

此場合は i. の場合の r', b, B 及び B' の二倍を用ひ、動水壓は作用せず $\quad p_2=0$,

計算の結果は第 133 表の如し。

Lira は略鉛直に近き防波堤の前面の波浪を單純の淺海波と看做し、觀測せる水深,波高,週期等より r, r', L 等を求め、(1,065) 式に依て波壓を計算せるがその結果は極めて過大となる。從て淺海波として考ふる場合は實際防波堤前に於ける觀測値の略 ½ の波高を用ひねばならぬ。

第 133 表　波 壓 比 較

(鉛直距離は總て m, p は ton/m² 單位、水壓作用點の實際の位置、靜水面上 −, 以下 +)

I. 淺海波として考ふる場合 (N.M.)

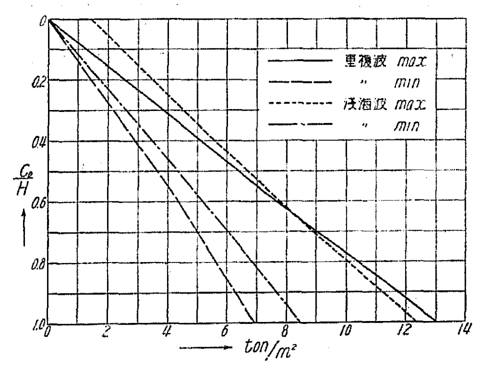
h	a^0	c/H	0.0(水面)	0.05	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.75	1.00(水底)
		c m	0.0	0.5	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0
4m	90°	r m	3.05	2.97	2.90	2.77	2.66	2.56	2.48	2.35	2.30
		r' m	2.00	1.88	1.76	1.54	1.33	1.12	0.94	0.46	0.00
		p_{1max}	0.00	0.57	1.14	2.28	3.14	4.56	5.69	8.59	11.52
		p_{1min}	0.00	0.43	0.86	1.73	2.59	3.45	4.31	6.42	8.48
		p_2	1.43	1.36	1.29	1.18	1.09	1.01	0.95	0.83	0.82
		p_{max}	1.43	1.93	2.43	3.46	4.50	5.57	6.64	9.42	12.34
		p_{min}	$p_{min}=p_{1min}$								
		b m	0.24	0.22	0.20	0.17	0.14	0.11	0.094	0.042	0.00
		$B=r'+b$ m	2.24	2.10	1.96	1.71	1.47	1.23	1.03	0.50	0.00
		$c_0=c+b$ m	0.24	0.72	1.20	2.17	3.14	4.11	5.09	7.54	10.00
		$B'=r'-b$ m	1.76	1.66	1.56	1.37	1.19	1.01	0.85	0.42	0.00
		p_{max} の作用點(c_0-B)	−2.00	−1.38	−0.76	+0.46	+1.67	+2.88	+4.06	+7.04	+10.00
		p_{min} の作用點(c_0+B')	+2.00	+2.38	+2.76	+3.54	+4.33	+5.12	+6.94	+7.96	+10.00
		v'_{max} m/sec	±2.675	2.58	2.55	2.43	2.33	2.25	2.18	2.05	2.02
5m		r m	3.81	3.71	3.63	3.46	3.33	3.20	3.10	2.94	2.88
		r' m	2.50	2.35	2.20	1.93	1.66	1.40	1.18	0.58	0.00
	60°	p_{1max}	0.00	0.59	1.17	2.34	3.50	4.69	5.86	8.86	11.90
		p_{1min}	0.00	0.41	0.83	1.66	2.50	3.31	4.14	6.14	8.10
		p_{2max}	1.69	1.59	1.51	1.39	1.27	1.18	1.05	0.99	0.95
		$p_{max}=p_{1max}+p_{2max}$	1.69	2.18	2.68	3.73	4.77	5.87	6.91	9.85	12.85
	45°	p_{1max}	$a=60°$ の場合に同じ								
		p_{1min}	$a=60°$ の場合に同じ								
		p_{2max}	1.13	1.06	1.01	0.93	0.81	0.79	0.70	0.66	0.64
		p_{max}	1.13	1.65	2.18	3.27	4.31	5.48	6.56	9.52	12.52
		b m	0.39	0.34	0.31	0.26	0.22	0.18	0.15	0.066	0.00
		$B=r'+b$	2.89	2.69	2.51	2.19	1.88	1.58	1.33	0.65	0.00
		$c_0=c+b$	0.39	0.84	1.31	2.26	3.22	4.18	5.15	7.57	10.00
		$B'=r'-b$	2.11	2.01	1.89	1.67	1.44	1.22	1.03	0.51	0.00
		p_{max} の作用點(c_0-B)	−2.50	−1.85	−1.20	+0.07	+1.34	+2.60	+3.82	+6.92	+10.00
		p_{min} の作用點(c_0+B')	+2.50	+2.85	+3.20	+3.93	+4.66	+5.40	+6.18	+8.08	+10.00
		v_{max} m/sec	±3.34	3.23	3.19	3.05	2.91	2.81	2.72	2.56	2.52

II. 淺海波重複波として考ふる場合 (h_0=4 m, 波高 8 m) (N.M.)

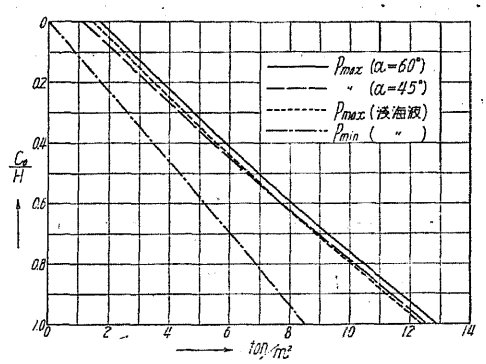
c_0 は靜水面より下方に計りし水深

c_0/H	0.00	0.05	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.75	1.00
c_0 m	0.00	0.50	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	7.50	10.00
w_0c_0 ton/m²	0.00	0.50	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	7.50	10.00
(1,081) 式第二項	±0.00	±0.136	±0.274	±0.548	±0.826	±1.11	±1.378	±2.170	±3.04
p_{max} ton/m²	0.00	0.636	1.274	2.548	3.826	5.110	6.378	9.670	13.04
p_{min} ton/m²	0.00	0.364	0.726	1.452	2.174	2.890	3.622	5.330	6.958
$2r'$ m	4.00	3.76	3.53	3.08	2.66	2.24	1.87	0.91	0.00
p_{max} の作用點 c_0-2r'	−4.00	−3.26	−2.53	−1.08	+0.34	+1.76	+3.13	+6.59	+10.00
p_{min} の作用點 c_0+2r'	+4.00	+4.26	+4.53	+5.08	+5.66	+6.24	+6.87	+8.41	+10.00

上記の計算の水壓強度を第 951 圖及び第 952 圖に示す。

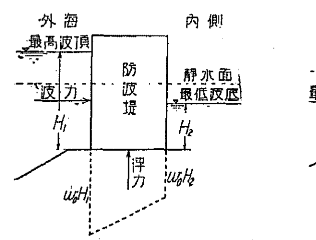


第 951 圖　h_0=4 m の直進波 Lira 計算法と重複水壓 (N. M.)

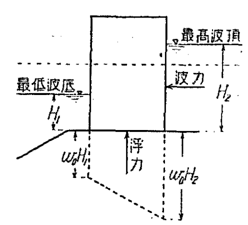


第 952 圖　h_0=4 m の直進波と a=60° 及び 45° の斜波 (Lira 計算法) (N.M.)

第 133 表及び第 951 圖に示すが如く p_{max} の場合上部を除けば Lira の計算法に依るも重複波理論に依るも結果に於て大差なく、且つ防波堤の頂を重複波の波頂より低くして溢流せしむれば、その部分は重複波の性質を失ふを以て何れの方法に依るも實地上大差ない。然るに p_{min} に於ては Lira の計算法にては負の動水壓を考ふる能はざるを以て、重複波理論と著しく異り合理的と言ふを得ないが、只斜波 (Oblique wave) 及び傾斜壁面の場合にも近似的に適用し得るを特徴とする。何れの方法に於ても靜水時の各水深に對する水壓を計算するは著しく煩雜にして、而も圖示の如く壓力は殆んど直線的に變ずるを以て、水面の位置卽ち波動時の最高及び最低水面及びその水壓強度竝に水底に於ける p_{max}, p_{min} を計算し其中間は直線的に變ずるものと假定しても實用上充分である。構造物の安定計算には普通直進波を考へ滿潮時の水面を高さの起點とし $\frac{2L}{h_0}=12\sim20$ とする。防波堤の內側にも波浪あるを以て堤兩側の波浪を考へ構造物の安定に對して最も危險なる場合を取る。



第 953 圖



第 954 圖

斜波の場合は完全なる重複波は起らざるを以て便宜上重複波の壓力の $\sin^2\alpha$ 倍を用ひ、又傾斜せる壁面に對しては略値としてその鉛直投射面に作用する壓力を用ふる。

[118] 淺海波に關する種々の問題

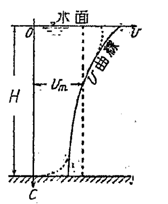
土木工事に關係ある波浪は殆んど總て淺海波なるを以て、以下之に關する實用的問題を取扱ふが、何れも嚴密には解決不可能なるを以て著者の略解法を述ぶる。從て實用上は相當の効果を有するも學術上の價値は期する所でない。

(1) 水深一様なる場合の淺海波の勢力及び波高の減衰 (N.M.) 波動中の各分子の運動は振幅及び位相を異にするため相對速度あり特に淺海波にありては海底に於て稍大なる水平速度を有し底面摩擦抵抗作用するを以て、起波風力の衰へたる後の波浪は傳播に伴ひ勢力の減衰を生じ從て波高も漸減する。此現象は h_0/L の大なる程著しく、唯普通の水流と異り速度は週期的に變化する。今勢力損失は底面摩擦のみに因るものとし v なる底流速に對する單位距離の水頭損失 I を求むるに Manning 流速公式を用ひ $n=0.020$ とすれば

$$v=CH^mI^{\frac{1}{2}} \quad 卽ち \quad I=\frac{v^2}{C^2H^{2m}}=\frac{v^2}{C^2H^{\frac{4}{3}}}=\frac{n^2v^2}{H^{\frac{4}{3}}}=4\cdot10^{-4}\cdot H^{-\frac{4}{3}}\cdot v^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (1,094)$$

先づ波浪に於て最大速度を有する鉛直線上の平均速度 v_m を求むるに

$$v_m=\frac{1}{H}\int_0^H v\,dc=\frac{1}{H}\int_0^H \frac{\pi}{T}r\cos\frac{\pi a}{L}dc=\frac{r_0'}{H\sinh\frac{\pi H}{L}}\left(\frac{\pi}{T}\right)\cos\frac{\pi a}{L}\int_0^H\cosh\frac{\pi(H-c)}{L}dc$$



$$=\frac{L}{T}\frac{r_0'}{H}\cos\frac{\pi a}{L} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (1,095)$$

但し (1,054) 式に依り $\quad r=r_0'\dfrac{\cosh\frac{\pi(H-c)}{L}}{\sinh\frac{\pi H}{L}}, \quad 2r_0'=h_0$

第 955 圖

第 955 圖に於て v 曲線中實線は理論速度、點線は底及び水面抵抗に依て實際速度の多少低減する事を示す。

水分子一往復の v_m^2 の平均値 V^2 は 1/4 週期間の平均値に等しく且つ

$$v_m^2=\left(\frac{Lr_0'}{TH}\right)^2\cdot\frac{1}{2}\left(1+\cos\frac{2\pi a}{L}\right). \qquad \omega=\frac{L}{T}=\sqrt{\frac{gL}{\pi}\tanh\frac{\pi H}{L}} \qquad なるを以て$$

$$V^2=\frac{2}{L}\int_0^{\frac{L}{2}}v_m^2da=\left(\frac{r_0'}{H}\right)^2\cdot\frac{Lg}{2\pi}\tanh\frac{\pi H}{L}=\frac{\omega^2}{2}\left(\frac{r_0'}{H}\right)^2 \quad \therefore \quad V=\frac{\omega}{2\sqrt{2}}\frac{h_0}{H} \quad \ldots \quad (1.096)$$

この V を (1,094) 式の v に代入して波が單位距離を傳播する間に單位重量の水の失ふ勢力、卽ち平均水頭損失 h_r を求むるに

$$h_r=I=4\cdot10^{-4}\cdot H^{-\frac{4}{3}}\cdot\frac{1}{2}\,\omega^2\left(\frac{r_0'}{H}\right)^2=0.5\cdot10^{-4}\omega^2h_0^2H^{-\frac{10}{3}}$$

故に一波長間の平均水深 H に等しき高さ，波長に等しき長さ及び單位の厚さを有する水が、波が Δx だけ傳播する間に增加する勢力 ΔE は負にして

$$\Delta E=-w_0H\cdot h_r\cdot 2L\cdot\Delta x=-10^{-4}w_0L\omega^2h_0^2H^{-\frac{7}{3}}\cdot\Delta x$$

然るに波が一波長間に有する總勢力は $E=w_0Lh_0^2$ なるを以て

$$\frac{\Delta E}{E}=-10^{-4}\omega^2H^{-\frac{7}{3}}\Delta x \qquad \therefore \quad \frac{dE}{dx}=-10^{-4}\omega^2H^{-\frac{7}{3}}\cdot E=-\beta E \qquad と置く$$

$\omega=\text{const.}$ と假定して積分すれば、 $E_x=Ce^{-\beta x}$, $x=0$ に於て $E_x=E_0$ とすれば

$$E_x=E_0e^{-\beta x} \qquad 玆に \qquad \beta=-10^{-4}\omega^2H^{-\frac{7}{3}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (1,097)$$

然るに $E\propto Lh_0^2$, $(Lh_0^2)_{x=0}=L_0h_{00}^2$ と置けば

$$Lh_0^2=L_0h_{00}^2e^{-\beta x} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (1,098)$$

若し L に變化なく波高 h_0 のみ減衰する時は

$$h_0=h_{00}e^{-\frac{\beta}{2}x}, \qquad \frac{\beta}{2}=\frac{1}{2}10^{-4}\cdot\omega^2\cdot H^{-\frac{7}{3}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (1,099)$$

(1,094) 式より (1,099) 式までは長さ及び時間の單位は總て m, sec を用ふる必要がある。

[例 41] $H=10$ m, $\omega=1.5$ m/sec の時は

$$\frac{\beta}{2}=\frac{10^{-4}}{2}(1.5)^2(10)^{-\frac{7}{3}}=\frac{5.220}{10^7}$$

$x=10{,}000$ m の處にて $\qquad \dfrac{h_0}{h_{00}}=e^{-\frac{5.220}{10^3}}=0.9948$

(2) 水深減少の影響 (N.M.) 從來觀測の結果に據れば水深漸減する場合傳播に依り波浪の波長及び波高は漸減するも週期は殆んど變化せぬ。今海底の勾配一様なる場合、波浪が水深 H_0 より H の點迄傳播し其間に波長は $2L_0$ より $2L$ に短縮し波高は不變なりとすれば (1,054) 式に依り

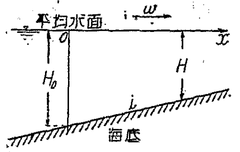
$$\tanh\frac{\pi H_0}{L_0}=\frac{\pi L_0}{gT^2}, \qquad \tanh\frac{\pi H}{L}=\frac{\pi L}{gT^2}, \qquad \therefore \quad \frac{L_0}{L}=\frac{\tanh\frac{\pi H_0}{L_0}}{\tanh\frac{\pi H}{L}}$$

今 $\quad H_0=H(1+\varepsilon_1), \quad L_0=L(1+\varepsilon_2)$ と置き $\quad \dfrac{H_0}{L_0}=\dfrac{H(1+\varepsilon_1)}{L(1+\varepsilon_2)}=(1+\varepsilon)\dfrac{H}{L}$ と置く

$$\frac{L_0}{L}=1+\varepsilon_2=\frac{\tanh\frac{\pi H_0}{L_0}}{\tanh\frac{\pi H}{L}}=\frac{\frac{\pi H}{L}-\frac{1}{3}\left(\frac{\pi H}{L}\right)^3+\ldots+\varepsilon\left[\frac{\pi H}{L}-\left(\frac{\pi H}{L}\right)^3+\ldots\right]}{\frac{\pi}{L}-\frac{1}{3}\left(\frac{\pi H}{L}\right)^3+\ldots}\doteqdot 1+\varepsilon=\frac{1+\varepsilon_1}{1+\varepsilon_2}$$

$$\therefore \quad (1+\varepsilon_2)^2=1+\varepsilon_1=\frac{H_0}{H}=\left(\frac{L_0}{L}\right)^2 \qquad \therefore \quad L=L_0\left(\frac{H}{H_0}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (1,100)$$

然るに傳播に依て勢力損失なしと假定すれば



第 956 圖

$$E=w_0L_0h_{00}^2=w_0Lh_0^2=\text{const.}$$

$$\therefore\ \left(\frac{h_0}{h_{00}}\right)^2=\frac{L_0}{L}=\left(\frac{H_0}{H}\right)^{\frac{1}{2}}\quad\therefore\ \frac{h_0}{h_{00}}=\left(\frac{H_0}{H}\right)^{\frac{1}{4}}\quad\cdots\ (1,101)$$

Gaillard の觀測に比較すれば (1,101) 式に依て波高減衰を大體表はし得るが $\frac{h_0}{h_{00}}=\left(\frac{H_0}{H}\right)^{\frac{1}{2}}$ の關係が一層よく適合する。是れ (1,101) 式の場合は傳播に伴ふ勢力の損失を無視せる爲にして、若し之を考慮すれば (1,099) 式に依り

$$\frac{h_0}{h_{00}}=\left(\frac{H_0}{H}\right)^{\frac{1}{4}}e^{-\frac{\beta}{2}x},\quad 玆に\quad x=\frac{1}{i}(H_0-H)\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (1,102)$$

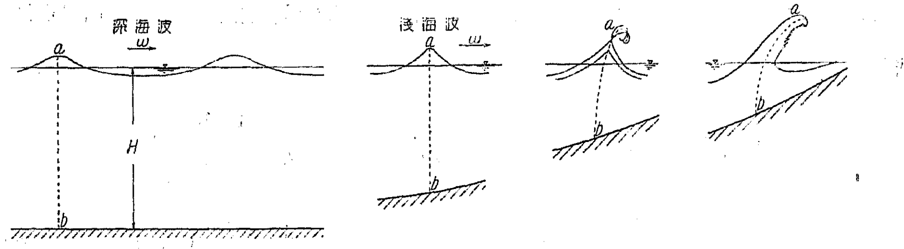
(1,101)及び (1,102) 式に依り水深漸減すれば波高は漸增し波長は漸減するが、波長の變化の方が急である。

(3) 碎波 (Breaking wave) 暴風の場合又は波浪が淺所に進行して波長に對し波高がある程度以上に大となれば、波頂部に白沫を生じて所謂白波現象を現はし波勢急に衰ふるを見る。これ淺所に於ては水分子の後退運動は水深特に小なる爲、前進運動に比して大なる抵抗を受け、又は强風に依り波頂部は下部に對し前進し過ぎ正規の軌道を外るゝに依り、理論的に言へば深海波に於ては分子軌道の半徑 r_0, 淺海波に於ては分子軌道の半長軸 r_0 が轉動圓の半徑 R と一致し、波形の頂部が突角狀となりし場合に相當する。(第957 圖) 從て碎波の理論上の條件は

深海波 圓軌道 $r_0=R$ 或は $\frac{h_0}{2}=R=\frac{L}{\pi}$ 或は $\frac{h_0}{2L}=\frac{1}{\pi}$

淺海波 楕圓軌道 r_0 (長半軸)$=R$ 或は $\frac{h_0}{2}=R\tanh\frac{\pi H}{L}$ 或は $\frac{h_0}{2L}=\frac{1}{\pi}\tanh\frac{\pi H}{L}$

即ち深海波に於ては波高が波長の $\frac{1}{\pi}$ となれば碎波を生じ、淺海波に於ては $\frac{1}{\pi}\tanh\frac{\pi H}{L}$ となれば碎くるが、$\tanh\frac{\pi H}{L}<1$ なるを以て深海波よりも碎け易い。



第 957 圖

淺海波が岸に向つて傳播し水深の減少に依て碎くる場合、波高 $h_0=2r_0'$ と水深との關係を求むるに (1,064) 及び (1,069) 式より

$$T=\sqrt{\frac{\pi L}{g}\coth\frac{\pi H}{L}}=\text{const.};\quad r_0=\frac{h_0}{2}\coth\frac{\pi H}{L},\quad r_0\ は水面軌道の半長軸$$

碎波の條件は $\pi r_0=L$ なるを以て、此三式より r_0 及び L を消去して

$$H=\frac{T\sqrt{g\frac{h_0}{2}}}{2\pi}\ln\frac{T\sqrt{g}+\pi\sqrt{\frac{h_0}{2}}}{T\sqrt{g}-\pi\sqrt{\frac{h_0}{2}}},\quad 然るに\sqrt{g}=3.132\fallingdotseq\pi$$

$$\therefore\ H=\frac{T\sqrt{\frac{h_0}{2}}}{2}\ln\frac{T+\sqrt{\frac{h_0}{2}}}{T-\sqrt{\frac{h_0}{2}}},\quad \text{m-sec}\ 單位\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (1,103)$$

而て水深漸減する場合は、(2) に依り波長は短縮し波高は漸增するを以て著しく碎け易くなり、遠淺の海岸に於ては一度碎けて勢力と波高とを急減し普通の波形となるも更に水深の減少に依て再び碎け、海風の稍强き場合は一望悉く白波を見る事も稀でない。

Gaillard の米國 Superior 湖に於ける觀測に依れば、將に碎けんとする波浪の $h_0/(2L)$ の平均値は 1/13〜1/20 である。

(4) 海底に於ける砂礫の移動 (N.M.) 波動の際，水底の水分子は底面に沿ふて波浪の傳播の鉛直面內に往復運動を爲し、其速度は振幅の中央に於て最大にして兩端に於ては零である。(1,095) 及び (1,056) 式に依り

$$v=\frac{\pi}{T}r\cos\frac{\pi t}{T}=\frac{\pi}{T}\frac{r_0'}{\sinh\frac{\pi H}{L}}\cos\frac{\pi t}{T},$$

$$v_{max}=\frac{\pi}{T}r=\frac{\pi}{T}\frac{r_0'}{\sinh\frac{\pi H}{L}}=\frac{\pi}{2T}\frac{h_0}{\sinh\frac{\pi H}{L}},\qquad T=\sqrt{\frac{\pi L}{g}\coth\frac{\pi H}{L}}$$

但し水底に於ては摩擦抵抗が作用するため實際の速度は上記の理論より若干小である。而て v_{max} は $r_0'=h_0/2$ 即ち波高に比例し週期に逆比例し、且つ波長 L の大なる程，水深 H の小なる程大である。然るに大なる淺海波は常に沖より岸に進み水深は漸減するを以て、H 及び L は小となり h_0 は大となる。從て水深小なる岸に近づけば v_{max} は著しく大となり、海底砂礫のうち其の粒が v に依て動かさるゝ程度の大さなる時は砂粒も亦往復運動を爲し特に小なる粒は水底を離れて浮動する。而て v_{max} は水深の增大に伴ひ極めて急に低減するを以て、岸を稍離るれば殆んど移動せぬ。又波浪が岸に近づき水深が (1,103) 式の示す限度となれば碎波を生じて底流速は急減するを以て、砂は堆積して海底に砂堆 (Sand ridge) を形成し、H の急減と共に海底面の不規則の爲に勢力損失を大にし砂堆の生長を助くる。一度碎けたる波が高さを減じて再び波形を整へ、前進して更に淺所に達すれば再び碎波を生ずるを以て、遠淺の海岸に於ては數條の砂堆を形成し得る。而て水深小なる場合は水分子の後退速度は前進速度より著しく大なるのみならず、海岸の下り勾配に助けらるゝを以て海濱の浸蝕を生ず。且つ潮の滿干に依て水深異るを以て碎波の位置も亦異り、稍廣き範圍に砂堆を生ずる。

次に $L=20\ \text{m}$, $h_0=3\ \text{m}$ の波浪に於て種々の水深に於ける水底の v_{max} を比較する。

$$T=\sqrt{\frac{\pi L}{g}\coth\frac{\pi H}{L}}$$

先づ碎波を生ずる水深は (1,103) 式を用ひ $T\fallingdotseq 4.0\ \text{sec}$ と假定して

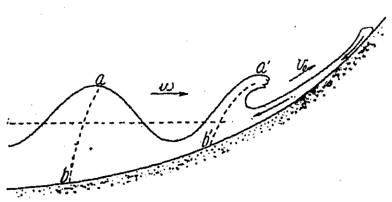
$$H=\frac{T\sqrt{h_0/2}}{2}\ln\frac{T+\sqrt{h_0/2}}{T-\sqrt{h_0/2}}\fallingdotseq 1.54\ \text{m}$$

H m =	2	3	4	5	6	8	10	12	15
$2T$ sec =	9.18	7.64	6.80	6.26	5.90	5.50	5.28	5.18	5.12
$\omega=\frac{L}{T}$ m/sec =	4.35	5.21	5.88	6.37	6.67	7.25	7.58	7.69	7.81
v_{max} m/sec =	3.22	2.525	2.06	1.73	1.465	1.064	0.777	0.565	0.352
v_{mean} m/sec =	1.61	1.26	1.53	0.87	0.73	0.53	0.39	0.28	0.18

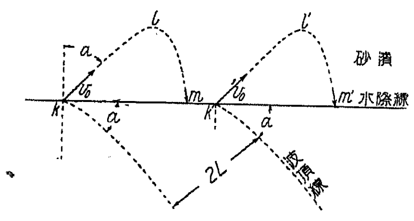
即ち上記の波浪に對しては 10 m 以上の水深に於ては粗砂は殆んど移動せぬが…**[60] (1)** 參照…潮流の助けある場合は別である。

(5)　海濱斜面に於ける水及び砂の運動 (N.M.)　波浪が岸に近づきて水深著しく減ずれば、水深の相違に依り波頂部は波底部に比して著しく前進し、正規波に於て $a=$const. なる鉛直線上に配列せる水分子は漸次傳播方向に傾斜して波形は非對稱的となり、水際に近く底面急に上るに到れば頂部の水は直接重力に因り前斜面を滑走し惰性に依り砂濱を溯上し、その勢の盡くるに及び重力の作用に依り斜面に沿ふて流下する。

波の傳播方向が水際線に傾斜する場合は初速度 v_0 を以て波頂線に略直角に砂濱に溯上し、重力の作用に



第　958　圖



第　959　圖

依り上昇速度零となれば下降し初め、漸次速度を増しその流線の形は強き抵抗を受くる彈道と同型である(第 959 圖)。

一般に小波の場合には溯流する水量小に、且つ傾斜緩なれば流路長く、その間に水は砂中に浸入するため歸路 (第 959 圖 l, l') 部は水勢大に衰へ、從て砂粒又は浮流物を l, l' 部に殘留せしむる。稍大なる波の場合は溯上水量大に l, l' 部の流速も大なる爲、斜面の砂礫を洗掘して水際部に堆積せしむる。又最初 k に在りし砂粒は流路に從ふて移動するを以て、砂濱を上下しつゝ漸次風下の方に移動する。

[119]　波浪及び波壓に關する實驗公式

(1)　對岸距離 (Fetch distance) と最大波高　風上の方向に測りたる對岸距離の大なる程、風の波に與ふる總勢力は大にして波浪…波高及び波長…も大となる。然し波浪がある程度に大となり、その運動に因る勢力消費が風の與ふる勢力と平衡するに到れば、茲に波浪の生長は止まり、又對岸距離大なる場合はその間風向一樣ならざる場合多く又最強風の繼續時間にも限度あるを以て、結局波浪の大さは大體對岸距離の大なるに從ひ大となるも自らある限度を超えず。從來の觀測に依れば有效なる對岸距離 S は 1,000 km を超えざるものと看做されて居る。

對岸距離 S km と波高 h_0 m との關係は Stevenson に據れば

i.　$S>76$ km,　$h_0=0.336\sqrt{S}\fallingdotseq\frac{1}{3}\sqrt{S}$　… … … … … …　(1,104)

ii.　$S<76$ km, 颶風,　$h_0=\frac{1}{3}\sqrt{S}+(0.75-0.25S^{\frac{1}{4}})$ … … … … …　(1,105)

然るに　$\omega=\frac{2L}{2T}=L\sqrt{\frac{g}{\pi L}}=\sqrt{\frac{gL}{\pi}}$　なるを以て

$2L$ m	200	160	120
ω m/sec	17.7	15.8	13.7
ω km/hour	64	60	49.3
1,000 km を傳播するに要する時間	15.6	16.7	20

從來觀測されたる最高波は南太平洋に於て $h_0=14$ m なるを以て

$$h_0=14\ \mathrm{m}=\frac{1}{3}\sqrt{S}\qquad\therefore\quad S=1{,}764\ \mathrm{km}$$

即ち (1,104) 式は $S=1{,}000$ 浬にて記錄上の最高波を起す如く作りたる實驗式である。小對岸距離の颶風に因る最高波は　$S=76$ km,　$h_0=2.9$ m

(2)　風速と波高　風速と波高との關係は對岸距離, 水深, 灣形等に依て異るも、最も重要なるは對岸距離 S にして S がある程度以上大なる場合にありては最大風速 V を以て表はし得る。

i.　W. White 公式　$h_0=\frac{3}{4}V^{\frac{2}{3}}$　或は　$\frac{V}{4}$,　h_0…m,　V…m/sec　… …　(1,106)

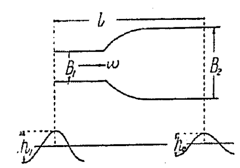
ii.　I. Hiroi 公式　$h_0=0.01V^2$ … … … … … … … …　(1,107)

然るに S が一定の場合は風が波浪に與ふる勢力は略 $h_0(V-\omega)^2\cdot L$ に比例し、一波長間の波浪の勢力は $w_0Lh_0^2$ なるを以て c を係數とすれば

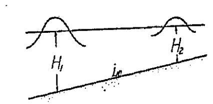
$$E=w_0Lh_0^2\propto h_0(V-\omega)^2L\quad\therefore\quad h_0=c(V-\omega)^2\ \ldots\ (\mathrm{N.M.})\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad(1{,}108)$$

即ち理論上より言へば波高は $(V-\omega)^2$ に比例すべきものである。

(3)　幅員の變化と波高　波が幅員の漸增する水路内に進入する場合に對し、Gaillard (米) は B_1 なる港口より進入する波が、大なる幅員 B_2 を有する水域に入る場合の波高を觀測して次式を得た。



第　960　圖



第　961　圖

$$h_2=h_1\left[\sqrt{\frac{B_1}{B_2}}-0.027\left(1+\sqrt{\frac{B_1}{B_2}}\right)l^{\frac{1}{4}}\right]\ \ldots\ \mathrm{m}\ 單位\ \ldots\quad(1{,}109)$$

今此問題を理論上より考ふるに、H 及び L を不變として　單位幅の一波長の勢力$=w_0Lh^2$　$\therefore$　$h^2=$const.　傳播に因り勢力損失なきものとすれば

$$全幅の勢力=B_1w_0Lh_1^2=B_2w_0Lh_2^2$$

$$\therefore\quad h_2=h_1\sqrt{\frac{B_1}{B_2}}\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad(1{,}110)$$

即ち Gaillard 公式の　$0.027\left(1+\sqrt{\frac{B_1}{B_2}}\right)l^{\frac{1}{4}}$　は幅員の增大及び l たけを傳播する爲の損失を表はすものである。而て損失は進行方向に幅の擴大する場合に大に、縮小する場合に小にして前者の略 1/2 とすれば、幅員の減小する場合の波高の關係は

$$h_2=h_1\left[\sqrt{\frac{B_1}{B_2}}-0.0135\left(1+\sqrt{\frac{B_1}{B_2}}\right)l^{\frac{1}{4}}\right]\ \ldots\ \mathrm{m}\ 單位\ (\mathrm{N.M.})\ \ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad(1{,}111)$$

(4)　傳播方向の變化に因る波高の低下　廣井博士の實驗式に依れば波高 h_0 の波浪が θ° たけ傳播

方向を變じたる場合の波高は $h_0=h_0\left(1-\dfrac{\theta}{240}\right)$ … … … … … … (1,112)

(5) 傳播速度 (ω)

1. 風速 (V m/sec) と傳播速度 (ω m/sec)

$$\omega=6.9V^{\frac{1}{4}} \quad \text{… (Antonie) … … … … … … … … …} \quad (1,113)$$

V m/sec	5	10	15	20	25	30	40	50
ω m/sec	10.3	12.3	13.6	14.6	15.5	16.1	17.3	18.4

2. 水深と傳播速度

i. 深海波理論 $\omega=\sqrt{\dfrac{gL}{\pi}}$

ii. 淺海波理論 $\omega=\sqrt{\dfrac{gL}{\pi}\tanh\dfrac{\pi H}{L}}$

iii. 實驗式

Scott Russel $\omega=\sqrt{g\left(H+\dfrac{h_0}{2}\right)}$ … … … … … … … … (1,114)

Rankine $\omega=\sqrt{g(H+0.75h_0)}$ … … … … … … … … (1,115)

Gaillard $\omega_2=0.9\omega_1\left(\dfrac{H_2}{H_1}\right)^{\frac{1}{4}}$ … … … … … … … … (1,116)

(1,116) 式は海底傾斜せる場合 (第 961 圖) にして $H_1>H_2$, $H_1<\dfrac{2L}{3}i<0.01$

(6) 淺海波に於ける水深 (H), 波長 ($2L$) 及び水分子の最大速度 (v) Scott Russel の實驗式は

$$v=\frac{h_0}{2H}\omega, \quad 2L=\pi H \quad \text{… … … … … … … … …} \quad (1,117)$$

上式は水深が轉動圓の半徑に等しと假定して居る。將に碎けんとする場合 $2L=\pi h_0$ なるを以て

$$h_0=\frac{H}{2} \quad \therefore \quad v=\frac{\omega}{4} \quad \text{… … … … … … … … …} \quad (1,118)$$

[115] (2) の正式の計算値に比すれば著しき相違ある。

(7) 波形に關する觀測 從來の觀測に依る波浪の長さ $2L$ と波高 h_0 との關係は

1. 航海者が各海洋に於て目擊せる記錄的大波浪に於ては

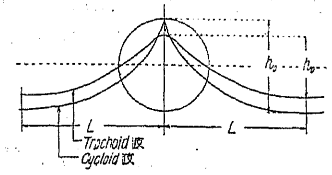
$$\frac{h_0}{2L}=\frac{1}{11}\sim\frac{1}{20}, \quad \text{水深極めて大なる大洋…}\frac{1}{15}, \quad \text{普通の海…}\frac{1}{12}$$

2. Paris (佛) の測定に依れば、平均値にて

普通の天候にて $2L/h_0=39$, 强風にて 21, 颶風にて 19

3. Gaillard の Superior 湖 (米) に於ける觀測に依れば、將に碎けんとする狀態に於て $2L/h_0$ の最大は 13〜20 平均 15。

4. 海洋の記錄的大波浪 風に依て起る海洋の波はトロコイド波に近き形にして、波高極めて大なるものはサイクロイドに近き形をなす。普通の海濤の波は波長 30〜40 m にして長きものは 70〜90 m 位ある。大洋の長波 (Long wave, うねり) にては $2L=824$ m の記錄がある。波高 h_0 は普通 $2L/10$ 以下である。各海洋に於ける記錄的の大波浪は



第 962 圖

海 洋	h_0 m	$2L$ m	T sec	$2L/h_0$	ω m/sec
南太平洋	14.0	233	16.5	16.6	14.1
大西洋	13.1	170	11.7	13.0	14.5
南大西洋	12.0	214	11.7	17.8	18.3
印度洋	10.2	114	7.5	11.1	15.2
日本海、支那海	6.5			25.0	

[120] 防波堤に作用する波壓の實用計算法

普通の臨海工事の壁面に作用する波壓の計算は、水深 H が波長の 1/2 以下の場合は淺海波 (Elliptic trochoidal wave) の理論に據り、壁面が殆んど鉛直なる場合には重複波として考ふる。構造物の安定を計算する時は滿潮位に於て外側波頂時, 內側波底時の壓力を用ふる。波壓の計算に必要なる資料は水深 H, 波高 h_0 及び波長 $2L$ 又は週期 $2T$ なるが、その他捨石基礎 (Mound) の形、斜波の場合はその傾斜角等も必要である。而て此等の資料中稍沖に於て初碎波以前に觀測せるものはその地點より構造物迄の海底勾配等も必要である。

(1) 鉛直壁面に作用する波壓 總て滿潮時に對して計算するが重複波として考ふれば壁面に於ける波高は $2h_0$ にして靜水時 c_0 なる深さの點の波壓は (1,080) 式に依り

$$p=w_0c_0\pm w_0h_0\left(\frac{\cosh\dfrac{\pi(H-c_0)}{L}}{\cosh\dfrac{\pi H}{L}}-\frac{\sinh\dfrac{\pi(H-c_0)}{L}}{\sinh\dfrac{\pi H}{L}}\right)\cdots \quad \text{但し} \quad \begin{matrix}+\text{…波頂時}\\-\text{…波底時}\end{matrix}$$

今靜水面を縱距の基點とし上方を +, 下方を − とすれば

$$p=-w_0c_0\pm w_0h_0\left(\frac{\cosh\dfrac{\pi(H+c_0)}{L}}{\cosh\dfrac{\pi H}{L}}-\frac{\sinh\dfrac{\pi(H+c_0)}{L}}{\sinh\dfrac{\pi H}{L}}\right)\cdots \quad \begin{matrix}+\text{…波頂時}\\-\text{…波底時}\end{matrix} \quad \cdots \quad (1,119)$$

靜水面より波高の二等分線迄の高さ b_0 を求むるに (1,088) 式に依り

$$b_0=\frac{\pi h_0^2}{2L}\coth\frac{\pi H}{L} \quad \text{… … … … … … … …} \quad (1,120)$$

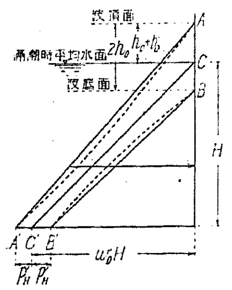
靜水面より波頂面迄の高さ $=R_0=b_0+h_0$

重複波の場合は衝突の壓力なきを以て水面即ち $+R_0$ に於て $p=0$

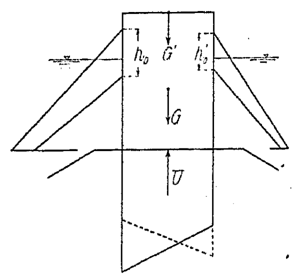
水底に於ける壓力 p_B は (1,088) 式より

$$p_B=-w_0(-H)\pm w_0h_0\frac{1}{\cosh\dfrac{\pi H}{L}}=w_0H\pm w_0h_0\frac{1}{\cosh\dfrac{\pi H}{L}}=w_0H\pm p_B' \ (\text{と置く}) \quad \cdots \quad (1,121)$$

(1,119) の與ふる水壓强度は水面より水底の p_B 迄直線的に變ずるものと假定する場合 (第 963 圖の AA' 實線) に比し途中に於て僅かに小なるを以て、實地には直線的に變ずるものと看做して差支ない。波底時に於ては (1,119) 式の與ふる水壓 (BB' 點線) は直線的變化の場合 (BB' 實線) に比し僅かに大なるも、



第 963 圖



第 964 圖

安定計算の場合は反對側に作用するを以て直線的變化と見做す方が矢張安全側である。

防波堤の如く兩側の波高及び位相異る場合は一側に於て波頂時水壓、他側に於て波底時水壓を考へ、外側の波頂並に波底時に對して計算する。その他に作用する外力は自重，載荷，浮力及び地震力等である。

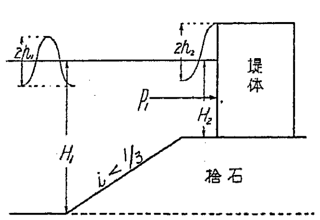
(2) 捨石基礎 (Mound) を用ふる場合 此場合波壓の理論的計算は困難なるも次の略算法に據れば實際上大過ない。

1. 捨石法面が三割以上の緩勾配なる時は (1,101) を用ひ、法先に於ける波高を h_1 とすれば壁面に於ける波高 h_2 は略 $h_2=h_1\left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{\frac{1}{4}}$ … h_1, h_2 は淺海波の波高

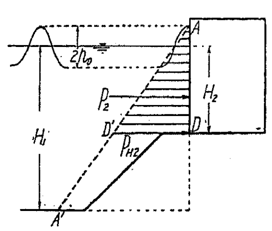
なるを以て、水深 H_2, 波高 h_2…但し重複波の場合は $2h_2$…として **(1)** と同樣に波壓を計算する。

2. 捨石の法面が一割以上に急なる場合は波高に變化なきものと假定し、水深 H_1, 波高 $2h_0$ の波の波壓 AA' 中捨石上面以上の波壓 AD' のみを考慮する。此場合捨石上面に於ける波壓强度は (1,080) 式に依り

$$p_{H_2}=w_0H_2\pm w_0h_0\left(\frac{\cosh\frac{\pi}{L}(H-H_2)}{\cosh\frac{\pi H}{L}}-\frac{\sinh\frac{\pi}{L}(H-H_2)}{\sinh\frac{\pi}{L}H}\right)=w_0H_2\pm p_{H_2}' \quad\cdots\quad (1,122)$$



第 965 圖



第 966 圖

即ち波壓は小となるも、一割以内の法を以て堤體の基礎として充分安全ならしむるには特殊の材料及び工法を要する。

然るに實際の捨石法は 1:1.5～1:3 なるを以て、假りに 1:10 の場合に完全に **1.** の關係成立し、鉛直の場合 **2.** の關係成立し、中間の法勾配に對しては直線的に漸變するものして大過ない。

[例 42] 重複波 $H_1=9$ m, $H_2=6$ m, $\frac{H_1}{L}=\frac{1}{4}$, $2h_1=2h_0=2\cdot3=6$ m

1. の場合 $2h_2=2h_1\left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{\frac{1}{4}}=6.64$ m $\quad\frac{H_2}{L}=\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{6}$

$$b_0=\frac{\pi h_0^2}{2L}\coth\frac{\pi H_2}{L}=1.02\ \mathrm{m}$$

∴ 靜水面より波頂迄の高さ $B=h_0+b_0=3+1.02=4.02$ m

,, 波底 ,, $B'=h_0-b_0=3-1.02=1.98$ m

∴ $p_{H_2}'=h_2\cdot\mathrm{sech}\frac{\pi H_2}{L}=3.32\cdot0.88=2.92$ ton/m²

水底に於ける水壓强度 $p_{H_2}=6.00\pm2.91=8.91$ ton/m²

H_2 に對する全水壓 $P_1=\frac{1}{2}\cdot8.91(6+4.32)=46$ ton/m of length

2. の場合 $\frac{\pi}{L}(H_1-H_2)=\frac{\pi}{12}$

$b_0=\frac{\pi h_0^2}{2L}\coth\frac{\pi H_1}{L}=0.60$ m, $B=3.0+0.6=3.6$ m, $B'=2.4$ m

$p'=w_0h_0\,\mathrm{sech}\frac{\pi H_1}{L}=2.26$ ton/m²

水深 H_1 に於ける水底の壓力强度 $p_{H_1}=w_0H_1+p'=9.0+2.26=11.26$ ton/m²

捨石頂面の壓力强度 $p_{H_2}=(w_0H_1+p')\frac{B+H_2}{B+H_1}=11.26\frac{3.6+6}{3.6+9}=8.58$ ton/m²

∴ H_2 に對する全水壓 $P_2=\frac{w_0}{2}p_{H_2}(B+H_2)=41.2$ ton/m of length

∴ **1.** と **2.** との比 $\frac{P_1}{P_2}=\frac{46.0}{41.2}=1.12$

堤主體に作用する轉倒力率 M_1 及び M_2 を求むるに

$M_1=\frac{1}{3}P_1(H_2+B)=\frac{1}{3}\cdot46\cdot10.42=160$ m-ton,

$M_2=\frac{1}{3}\cdot41.2(6+3.6)=132$ m-ton, ∴ $\frac{M_1}{M_2}=1.21$

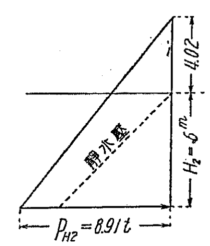
即ち捨石法面 10 割の場合 **(1)** と鉛直の場合とに於て、防波堤主體の單位長に作用する總水壓は前者に於て 12％，轉倒力率は 21％ たけ大である。然し實際に於て鉛直面基礎はブロック積みを要し、之にも波壓が作用する。

今 **1.** 及び **2.** を法面の兩極端と見て其の中間の法に對しては直線的に漸變するものと假定すれば、

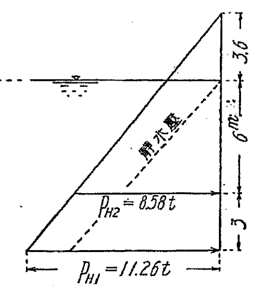
基礎前面法	10 割	n 割	0 (鉛直)
靜水面上波頂迄	B_1	R_n	R_2
p_{H_2}'	p_1	p_n	p_2

中間の法勾配に對し

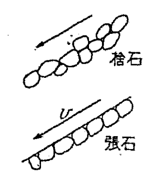
$$\left.\begin{aligned}R_0&=R_1(R_1-R_2)\left(1-\frac{n}{10}\right)\\ p_{H_2}'&=p_1-(p_1-p_2)\left(1-\frac{n}{10}\right)\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(1,123)$$



第 967 圖



第 968 圖



第 969 圖

法面の捨石は H_2 に對する最大底流速 v に依て移動せざる程度の大さを要する…**[59] (2)** 參照。