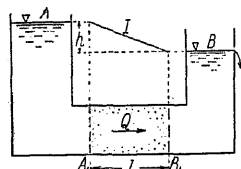


第二十二章 地下水及び井

[104] 地下水の流動

(1) 地下水の流速と水圧勾配との関係 本章に謂ふ地下水 (Ground water) とは、土砂の間隙を充たし水壓及び運動に於て水の一般的性質を有するものである。地下水面下の土砂中の水はその両側に作用する水壓強度に差ある時、高き方より低き方に向ひ土砂粒の間隙を通して流動する。而て地中の水面が傾斜せる時はその最急勾配線を含む鉛直面...平面又は曲面...に沿ふて水が



第 873 圖

流動する。普通單に地下水の勾配と言へば水面上の流線の勾配又は内部流線の動水勾配である。第 873 圖の如く A, B 二水槽を底部に於て連絡し、その中間 A1, B1 に細かき金網を鉛直に張りその間に土砂を詰め、兩水槽の落差を h に保ちて B の側壁より溢流する水量を測り、單位時間の溢水量を Q, A1 及び B1 の正斷面積を

a, A1B1 の距離を l とすれば、l 間の摩擦抵抗は他の部分に比して極めて大なるを以て、落差 h は殆ど全部 l なる距離の土砂層を流過する爲に消費さる。而て Q, h 及び l の關係を實驗に依て求むるに略 (936) 式を以て表はし得、且 Q を總斷面 a にて除したるものを便宜上地下水の流速 v と看做せば

Q = ka \* (h/l) = kaI, v = Q/a = k \* (h/l) = kI ... (936)

此關係は 1856 年佛國の大水理學者 Darcy に依て發見せられたるものにて、爾來種々の研究が行はれたるも實用上は現今に於ても此理論を用ひてゐる。

普通 Q...m³/hour (又は litre/sec), v...m/hour の單位を用ふる。

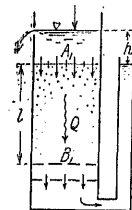
k は係數にして水の粘性、土砂の性質、特にその粒の大きさに依て異り、粒が大にして一様なる程、粒間の空隙大にして k は大となり、粘土の如く微細粒より成るものは k は極めて小である。Q は斷面の空隙部を通して流るゝ流量なるを以て、實際の流速は空隙のみの面積を以て Q を除したる v0 なるが、普通は便宜上 v = Q/a を用ふる。今單位長の部分を取れば體積は a \* l にして、その内空隙...土砂の實質部を差引きたるもの...の體積は λa にて一の斷面の空隙の總面積に等しく、λ を空隙率 (Porosity) と稱する。

故に Q = av = λav0, ∴ v0 = v/λ ... (937)

普通水路の流れと異り地下水の流速が l に比例するは、土砂粒間の極めて狹隘なる間隙を縫

ふて極めて小なる速度を以て流れ、限界速度...Critical velocity [19] (3)...を超えず整流 (Potential flow) の状態に在る爲である。従て粒が著しく大に間隙の大きさも大なるに従ひ、渦流状態に近づき、v は l の一乗以上に比例する。

(2) 土砂粒の細粗と k の關係 實際土砂の k を定むるには、第 874 圖の如き堅圓筒が便利にして、種々の k に対する Q を測りて k を計算しその平均を取る。k と土砂粒の平均径との關係は大體



第 874 圖

k = 14.2 d², d...mm, v...m/hour ... (938)

然し嚴密に云へば土粒の平均径の外、その粒度 (Grading), 粒形及び空隙率等にも關係する。實驗に依れば軽く入れたる砂の k は、振動を與へて充分に振り下けたる場合に比し 1.6~1.8 倍にも達する。又、水の粘性係數は温度の高き程小なる爲 k は水温高き程大となる。

次に細粗種々の砂に關する Hazens (米) の實驗によれば、

k = 116 dₑ² (0.7 + 0.03 T) ... cm-sec, dₑ... 有効徑 ... (939)

茲に dₑ は砂粒中、その體積が 1/6 π dₑ³、即ち dₑ を徑とする球の體積より小なるものゝ合計重量が、砂の全重量の 10% だけある如き徑にして、T°C は水の温度である。上式よりよく締りたる砂に對し

k = 70 dₑ² (0.7 + 0.03 T), dₑ...cm, v...cm/s } ... (940)
k = 25 dₑ² (0.7 + 0.03 T), dₑ...mm, v...m/hour }

Koženy (奥) が土砂の空隙率及び水の粘性係數 η を考へ半理論的に出したものは、η を粘性係數として

k = 0.0084 / η \* λ³ / (1-λ)² dₑ², cm-sec ... (941)

dₑ は砂粒の平均體積を求め之を球と看做したる時の直徑 (cm) にして、18°C に於ては略

k = 800 \* λ³ / (1-λ)² dₑ², cm-sec } ... (941')
k = 288 \* λ³ / (1-λ)² dₑ², dₑ...mm, v...m/hour }

同一の dₑ の砂にても、軽く填めたる實驗用のものに比し充分搗固めたる土堰堤の土の k は小に、又自然の地層のまゝのものゝものは更に小なる場合あるを以て井戸の水量の算定には試井汲出量に依て k を定むるが安全である。

上述の如く k の値は同一の土砂に於てもその状態に依て異なるが故に、實驗室内の試験結果を以て直に實際に適用するには相當の考慮を要するが Piefke (獨, 1886) の實驗に據れば土砂の粒

度と  $k$  との関係は次の如し。

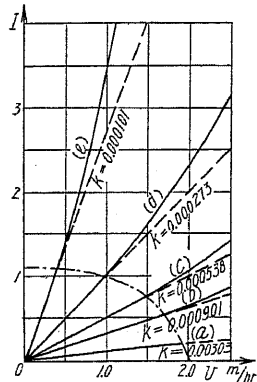
第 127 表

種 類	粒の大きさ	含 有 重 量, (全重量に対する %)				
		(a) 粗砂礫	(b) 粗砂	(c) 銳角的砂	(d) 細砂	(e) 微細砂
石 粉	0.1 mm 以下	3 %	13 %	3 %	6 %	16 %
微 細 砂	0.1~0.25 mm			22	23	64
細 砂	0.25~0.5	12	22	25	54	15
銳角的砂	0.5~0.75	14	32	27	11	3
粗 砂	0.75~2.0	41	33	23	6	2
小 砂 利	2.0 以上	30	0	0	0	0
	$k$ (v, m/hour)	24.9	31.4	32.3	33.6	34.0
	$k$ (v, m/sec)	0.00303	0.000901	0.000538	0.000273	0.000101

實驗の結果各種砂礫に於ける  $v$  m/hour と  $I$  との関係は第 875 圖に示すが如く、鎖線以内の範圍に於ては Darcy の法則のよく適合するを示し、細粒にして流速大なる程理論と實際との差は著しい。各種の自然産土に對し (940) 式を用ひ、 $T=10^{\circ}\text{C}$  として  $k$  を計算すれば、

第 128 表

	粘 土 (Clay)	淤 泥 (Silt)	微細砂 (Very fine sand)	細 砂 (Fine s.)
$d$ mm	0.00~0.01	0.01~0.05	0.05~0.10	0.10~0.25
$d_e$ mm	0.002	0.025	0.07	0.15
$\lambda$	60	40	37	35
$k$ (m/hour)	0.0001	0.016	0.12	0.56
$k$ (cm/sec)	—	—	—	0.016
	中 砂 (Medium s.)	粗 砂 (Coarse s.)	小砂利 (Fine gravel)	
$d$ mm	0.25~0.50	0.50~1.0	1.0~5.0	
$d_e$ mm	0.35	0.7	2.0	
$\lambda$	35	35	38	
$k$ (m/hour)	3.1	12.2	100	
$k$ (cm/sec)	0.086	0.34	2.8	



第 875 圖

$k$  の單位は m-sec

註 土曜堤の心壁に用ふる粘土は普通は徑 0.005 以下のものを 50 % 以上含有する。

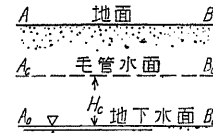
次に試井汲出しに依て定めたる  $k$  の値を擧ぐれば

和 蘭 の 砂 丘 層	ロームを 含む砂層	川 砂	川 砂	濾 過 砂	豆砂利層	小砂利層
粒徑 mm	—	0.1~0.3	0.1~0.8	—	2.0~4.0	4.0~7.0
$k$ (cm/sec)	0.02	0.08	0.25	0.88	0.77	3.00

河川水路等の堤防に對しては、普通次の如き  $k$  を用ふれば適當である。

堤 土	土	土を含有する細砂	土砂を含有する砂利
$k$ m/hour	0.06~0.10	0.6~1.0	1.0~2.0
$k$ cm/sec	0.002~0.003	0.02~0.03	0.03~0.06

(3) 土砂中の毛管高 (Kožený, 塙 1927) 地中  $A_0 B_0$  面に地下水が位する時毛管現象に



よりに水面は  $H_c$  迄吸上げられて、實際の水面は  $A_0 B_0$  面に位するも水壓  $p$  は  $A_0 B_0$  面に於て零にしてこれより深さに比例して下方に増大する。毛管高  $H_c$  は土砂の細粗、空隙及び經過時間に依て異り Kožený の研究に依れば一般に

第 876 圖

$$H_c = 6 \frac{1-\lambda}{\lambda} \cdot \frac{\sigma}{\rho g d_e}, \quad H_c \dots \text{cm}, \quad \lambda \dots \text{空隙率}, \quad g \dots \text{cm/sec}^2 \quad (942)$$

$\rho \dots$  液體の密度,  $\sigma \dots$  液體の表面張力

水に於ては  $\rho=1$ ,  $\sigma=73$  dyne/cm、尚、 $\eta_t$  を  $T^{\circ}\text{C}$  に於ける粘性係數、 $\eta_{18}$  を  $18^{\circ}\text{C}$  に於ける粘性係數 とすれば

$$H_c = 0.446 \frac{1-\lambda}{\lambda} \cdot \frac{\eta_t}{\eta_{18}} \cdot \frac{1}{d_e} = \frac{0.446}{\epsilon} \cdot \frac{\eta_t}{\eta_{18}} \cdot \frac{1}{d_e} \dots \text{cm-單位} \dots \quad (942')$$

$\epsilon$  は空隙比 (Void ratio) にして (空隙體積)/(實體の體積) である。

$H_c$  は結局の吸上高にして土質に依り 1~11 日にして最高に達し、 $T=18^{\circ}\text{C}$  に於ける實驗に

於ては

第 129 表

砂粒徑 cm	$d_e$ cm	$\lambda$ %	$\epsilon = \frac{\lambda}{1-\lambda}$	$H_c$ (942) 式	$H_c$ (實測)
0.5~0.2	0.305	40.4	0.68	2.18 cm	2.5 cm
0.2~0.1	0.139	,,	,,	4.74	5.9~6.5
0.1~0.05	0.069	41.8	0.72	8.97	10.1~13.1
0.05~0.025	0.035	—	0.68	18.7	18.1
0.05~0.02	0.031	40.5	,,	21.1	24.6
0.02~0.01	0.014	40.4	,,	44.1	42.8
0.01~0.005	0.0069	41.0	0.70	92.3	105.5
0.005~0.002	0.0031	,,	,,	205.5	200

又、Merster (米) の實驗によれば

第 130 表

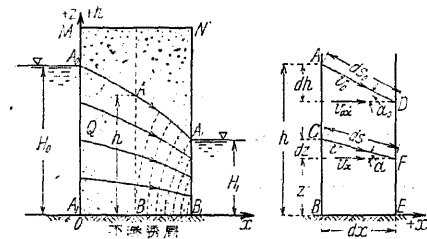
土 質	經過時間	0.5	5.5	6.5	21.5
粘 土 } 口 - ム }	毛管高 mm	340	1100	1150	2000
		290	950	980	1610

細石英砂  
砂交り土

440	920	970	1170
450	620	660	900

[105] 地下水の流動に関する基本式

(1) 鉛直面に於ける地下水流動の方程式 (Equation of two dimensional motion of ground water) 第 877 圖の如く水位異なる二水域  $M, N$  の間に両側面鉛直なる土堤あり、その底部に水平なる不透過層の存する場合を考ふるに、水は水位高き  $M$  より低き方  $N$  に向ひて土砂中を流動し、途中の鉛直面の単位幅を通過する流量は總て等しい。任意の鉛直面  $AB$  上の各點に於ては流速  $v$ , 方向  $a$  共に異なる。今耐水層上に  $x$  軸、鉛直上向に  $z$  軸を取り、 $x, x+dx$  間の流動を考ふるに地下水面に於ては落差  $dh$ 、流過距離  $ds_0$  にして、中間部  $C$  に於ては落差...水面高の差...は矢張り  $dh$  なるも距離は  $ds$  である。今  $+x$  方向に下りの勾配を  $+$  とすれば表面の勾配は  $I_0 = -\frac{dh}{ds_0} = -\frac{dh}{dx} \cos a_0$ 、依て流線に沿ふての流速を  $v_0, v$  その水平分速を  $v_{0x}, v_x$  とすれば



第 877 圖

第 877 圖の如く水位異なる二水域  $M, N$  の間に両側面鉛直なる土堤あり、その底部に水平なる不透過層の存する場合を考ふるに、水は水位高き  $M$  より低き方  $N$  に向ひて土砂中を流動し、途中の鉛直面の単位幅を通過する流量は總て等しい。任意の鉛直面  $AB$  上の各點に於ては流速  $v$ , 方向  $a$  共に異なる。今耐水層上に  $x$  軸、鉛直上向に  $z$  軸を取り、 $x, x+dx$  間の流動を考ふるに地下水面に於ては落差  $dh$ 、流過距離  $ds_0$  にして、中間部  $C$  に於ては落差...水面高の差...は矢張り  $dh$  なるも距離は  $ds$  である。今  $+x$  方向に下りの勾配を  $+$  とすれば表面の勾配は  $I_0 = -\frac{dh}{ds_0} = -\frac{dh}{dx} \cos a_0$ 、依て流線に沿ふての流速を  $v_0, v$  その水平分速を  $v_{0x}, v_x$  とすれば

$$v_{0x} = v_0 \cos a_0 = -k \frac{dh}{ds_0} \cos a_0 = -k \frac{dh}{dx} \cos^2 a_0$$

即ち  $v_{0x} = -k \frac{dh}{dx} \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 + \frac{1}{24} \left( \frac{dz}{dx} \right)^4 - \dots \right]^2$ , 同様に

$$v_x = v \cos a = -k \frac{dh}{dx} \cos^2 a = -k \frac{dh}{dx} \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 + \frac{1}{24} \left( \frac{dz}{dx} \right)^4 - \dots \right]^2$$

$$\approx -k \frac{dh}{dx} \left[ 1 - \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right] \dots \dots \dots (943)$$

依て土堤の単位長に對する流量は

$$q = -k \int_0^h \frac{dh}{dx} \left[ 1 - \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right] \cdot dz \dots \dots \dots (944)$$

$dz/dx$  が 1 に比して小なる時は  $h$  間の平均値を用ひて、

$$\frac{dz}{dx} = \frac{1}{2} \frac{dh}{dx}, \quad q = -kh \frac{dh}{dx} \left[ 1 - \frac{1}{4} \left( \frac{dh}{dx} \right)^2 \right] = -\frac{k}{2} \frac{dh^2}{dx} \left[ 1 - \frac{1}{4} \left( \frac{dh}{dx} \right)^2 \right] \dots \dots \dots (945)$$

$dh/dx < 0.5$  の場合は上式の誤差は 6% 以下である。

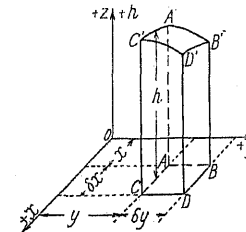
$dz/dx$  が極めて小なる時は  $\cos a \approx 1$

$$\therefore q = -kh \frac{dh}{dx} = -\frac{1}{2} k \frac{dh^2}{dx} \dots \dots \dots (946)$$

積分して  $x=0$  にて  $h=H_0$ ,  $x=l$  にて  $h=H_1$  と置けば

$$H_0^2 - H_1^2 = \frac{2q}{k} l \quad \text{即ち} \quad q = \frac{k}{2l} (H_0^2 - H_1^2) \dots \dots \dots (947)$$

(2) 地下水の流動に對する連續性方程式 (Equation of continuity) 流動しつゝある地下水中に第 878 圖の如き坐標軸を取り、 $x-y$  面を水平に、 $z$  軸を鉛直上向に取る。水面の傾斜が緩なりと考へ流速の鉛直分速を無視し、 $v$  は  $x$  方向の  $v_x$ ,  $y$  方向の  $v_y$  の合成とする。但し  $v_x, v_y$  は原點に向ふものを  $+$  とする。 $x-y$  面上の  $dxdy$  なる面に立つ矩形櫛の内部に出入する水量を考ふるに、櫛内の水の體積が不變なる場合、即ち定流に於ては出入水の代數和は零である。今、 $I_x, I_y$  を夫々  $x, y$  の方向の水面勾配とし、原點の方へ下りの場合を  $+$  に取り、單位時間の出入量を考ふれば



第 878 圖

單位時間の出入量を考ふれば

$$AA'B'B \text{ よりの流入} = k I_x h \delta y = -\frac{k}{2} \frac{\partial h^2}{\partial x} \delta y = q_x$$

$$CC'D'D \text{ よりの流出} = + \left( q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \delta x \right)$$

$$\therefore \text{櫛内に残留する水量} = \delta q_x = q_x - \left( q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \delta x \right) = -\frac{k}{2} \frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} \delta x \delta y$$

$$\text{同様に } v_y \text{ に依り櫛内に残留する水量} = \delta q_y = q_y - \left( q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} \delta y \right)$$

$$= -\frac{k}{2} \frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2} \delta x \delta y$$

然るに櫛内の水の體積は不變なるを以て

$$\delta q_x + \delta q_y = 0$$

$$\therefore \frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2} = 0 \dots \text{連續性方程式} \dots \dots \dots (948)$$

$v_z$  が微小ならざる場合は同様の計算に依り

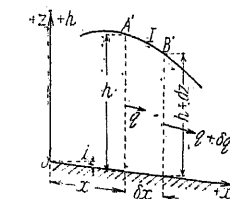
$$\frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h^2}{\partial z^2} = 0 \quad \text{茲に} \quad v_x = -k \frac{\partial h}{\partial z} \dots \dots \dots (948')$$

若し櫛の上面又は下面より單位面積に付き  $q_z$  だけ流入する時は、残留總量が零なる爲には

$$\frac{k}{2} \frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} \delta x \delta y + \frac{k}{2} \frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2} \delta x \delta y + q_z \delta x \delta y = 0$$

$$\therefore \frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2} + \frac{2}{k} q_z = 0 \dots \dots \dots (949)$$

(3) 地下不定流 (Unsteady flow of ground water) 普通水路の洪水の如く  $I, v, h$  等が時刻に依て異なる場合を考ふるに、不透過面上に流れの方向に  $x$  軸、鉛直上向に  $z$  軸を取り、單位幅に對する地下水流量を  $q$  としある時刻に於ける水流の状況を表せば (第 879 圖) 水面勾配は  $I = i - \frac{\partial h}{\partial x}$  にして  $A'A, BB'$  なる單位幅の部分に  $\delta t$  間に出入する水量は



第 879 圖

$$AA' \text{ よりの流入量} = q \cdot \delta t = kh \left( i - \frac{\partial h}{\partial x} \right) \cdot \delta t$$

$$BB' \text{ よりの流出量} = (q + \delta q) \cdot \delta t = \left( q + \frac{\partial q}{\partial x} \delta x \right) \cdot \delta t$$

$$= q \cdot \delta t + k \left[ i \frac{\partial h}{\partial x} - \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 - h \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right] \delta x \cdot \delta t$$

故に  $\delta t$  間に  $AB$  間に残留する量  $-\delta q = -k \left[ i \frac{\partial h}{\partial x} - \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 - h \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right] \delta x \cdot \delta t$

然るに此残留水に依て  $A'B'$  間の水面が平均  $\delta h$  たけ上昇したりとすれば流路の単位幅に對して體積の増加は  $\delta x \cdot \delta h$  にして、實際の水量はこれに空隙率  $\lambda$  を乗じたるものに等しきを以て

$$\lambda \cdot \delta x \cdot \delta h = -\delta q \quad \therefore \frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{k}{\lambda} \left[ i \frac{\partial h}{\partial x} - \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 - h \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right] \quad \dots \quad (950)$$

不滲透層が水平ならば  $i=0$ 、依て (950) 式は

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{k}{\lambda} \left[ \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + h \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right] = -\frac{k}{2\lambda} \frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} \quad \dots \quad (951)$$

今、水面の平均位置より不滲透層迄の深さを  $H_0$  とし、 $H_0$  に比し  $h-H_0$  が常に微小にして、且  $\frac{\partial h}{\partial x}$  も  $i$  に比して小なりとせば、

$$q = k H_0 \left( i - \frac{\partial z}{\partial x} \right), \quad dq = k \left( i \frac{\partial h}{\partial x} - H_0 \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right) \cdot dx$$

故に (950) 式は

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{k}{\lambda} \left[ i \frac{\partial h}{\partial x} - H_0 \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right] \quad \dots \quad (952)$$

(952) 式の一般解は  $M, N, S$  を積分常数とすれば

$$h = \sum_{n=1}^{\infty} M e^{-\frac{k}{\lambda} \frac{4n^2 \pi^2}{s^2} H_0 t} \cos \frac{2n\pi}{s} \left( x - \frac{ki}{\lambda} t - N \right) \quad \dots \quad (953)$$

[106] 不滲透層に達する井及び掘抜井

(1) 不滲透層に達する井 (Deep well) 第 880 圖の如く半径  $r_0$  なる圓井を地下の不滲透層迄達せしめ、井壁を多孔として水の透入を自由ならしめ、ポンプにて單位時間に  $Q$  なる流量を吸ひ上げる時は、地中の水面は漸次下降し水面勾配も漸増するが、若干時繼續すれば略一定の状態となる。此場合井より餘り遠からぬ範圍に於ては  $h$  なる等水位線は井軸を中心とする同心圓であり、總て  $r$  なる半径の圓錐面を通過して井に向ふて流るゝ流量は  $r$  の如何に係らず同一にして井の吸出量  $Q$  に等しい。此場合  $Q$  に相等する井の水深  $h_0$  を求むるに、水面勾配が著しく急ならぬ時は近似的に

$$I = \frac{dh}{dr}$$

$$\therefore h dh = \frac{Q}{2\pi k} \frac{dr}{r} \quad \therefore \frac{1}{2} h^2 = \frac{Q}{2\pi k} \ln r + C$$

然るに井壁に於ては  $h=h_0, r=r_0$  なるを以て、 $C$  を定むれば

$$h^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{r}{r_0} \quad \dots \quad \text{茲に } \ln r = 2.304 \log_{10} r \quad \dots \quad (954)$$

井より極めて遠き半径  $R$  なる圓錐面に於て水面は殆んど原位置に止まるものと假定すれば、 $r=R$  に於て  $h=H$

$$\therefore H^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R}{r_0} \quad \text{即ち } Q = k\pi(H^2 - h_0^2) / \ln \frac{R}{r_0} \quad \dots \quad (955)$$

$Q$  を  $m^3/\text{hour}$  にて表はすには、 $H, h_0$  に  $m$ 、 $k$  に  $m/\text{hour}$  の單位を用ひ、 $R$  及び  $r_0$  は同一單位を用ふれば何れにても差支ない。

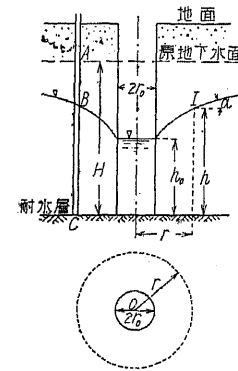
實際問題としては吸上中  $R$  は漸次大となるが、含水層の廣さ、他井の影響干涉、降雨等の爲に  $H$  も一定せず、従て  $R$  も無限に擴大するとは限らざるも、連續的に多量の水を汲出せば遂には涸渇する。普通  $R$  を  $r_0$  の 3,000~5,000 倍又は 500~1,000  $m$

に取りて井の流量を計算すれば大過ない。此場合  $R$  なる半径の圓は汲出に依り地下水を變化せしむる限度なるを以て、之を井の影響圈 (Circle of influence) と名づく。而て汲上初めより水面は漸次に下降し、例へば  $t=t_3$  に於て 3 の面迄下りしとすれば、此面より原地下水面迄の水量が  $t_3$  間に汲上げたものである。

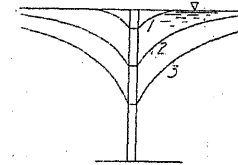
今、 $Q_1$  を汲上ぐる時の井の水深を  $h_1$ 、 $Q_2$  を汲上ぐる時のそれを  $h_2$  とし  $H-h_1=s_1, H-h_2=s_2$  と置き  $R$  を不變とすれば (955) 式に依り

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{H^2 - h_1^2}{H^2 - h_2^2} = \frac{(H-h_1)(H+h_1)}{(H-h_2)(H+h_2)} = \frac{s_1(2H-s_1)}{s_2(2H-s_2)} \quad \dots \quad (956)$$

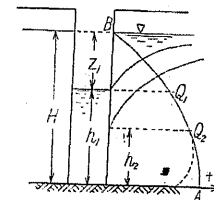
然るに  $s \leq H$  なるを以て  $s$  の大なるほど  $Q$  は大となり、その關係は底を軸とする拋物線  $AB$  を以て表はさる。従て理論上  $s=H$  即ち  $h_0=0$  の時に最大となるべきも、事實は却て減少する。これ  $R$  を一定不變と假定せると、 $h_0$  極めて小なる場合井の附近の水面線は殆んど鉛直に近く、 $I = \frac{dh}{dr}$  なる關係は全然成立せぬ爲とである。



第 880 圖



第 881 圖



第 882 圖

(2) 不滲透層が傾斜せる場合の深井 (J. Schultze, 獨 1924) 不滲透層が傾斜せる場合はその最急勾配線上に下り坂に  $x$  軸を取る。此場合等高水面線は井軸より等距離に存せず、上流側に於て最短 ( $R_1$ )、下流側に最長 ( $R_2$ ) にして、之に直角なる  $y$  軸上に於ては兩側に等距 ( $R$ ) にして水平不滲透層に於ける相當場合に等しい。今、井軸より地下水面上の任意の點迄の水平距離

を  $r$  とすれば

$$Q = 2\pi r h k \frac{dh}{dr}, \quad H \cdot k \cdot a = h k \frac{\partial h}{\partial(r \cos \varphi)}$$

兩式を積分して加へ合せ、 $r=r_0$  に於て  $h=h_0$  と置いて常数を定むれば

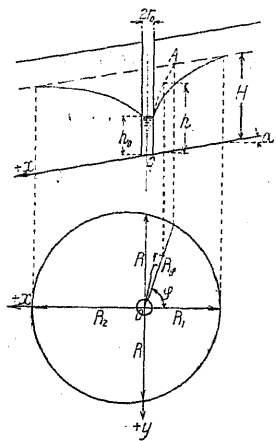
$$h^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{r}{r_0} + 2Ha(r-r_0) \cos \varphi \quad \dots \quad (957)$$

$y$  軸に於て非常に遠方の點  $r=R$  に於て  $h=H$  と假定すれば

$$H^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R}{r_0} + 2Ha \cos \varphi (R-r_0) \quad \dots \quad (958)$$

$x$  軸上の  $R_1$  及び  $R_2$  は次式より求め得る。

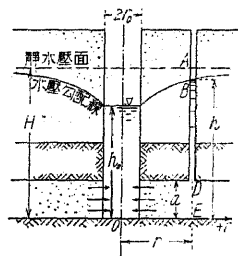
$$\left. \begin{aligned} H^2 - h_0^2 &= \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R_1}{r_0} + 2Ha(R-r_0) \\ H^2 - h_0^2 &= \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R_2}{r_0} - 2Ha(R-r_0) \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (959)$$



第 883 圖

(3) 掘抜井 (Artesian well) 地下の二不滲透層間の含水層 DE (第 894 圖) に達し上部井壁が不滲透質なる井を下ぐれば井中の水面は含水層中の水壓に相當する高さ  $H$  に昇り、流量  $Q$  を汲み出せば  $h_0$  迄下る。含水層の水が井に向つて流動する爲、

一帶に水壓下り之は井に近き程著しく、水壓勾配線は圖に示すが如く  $w_0/h$  なる等位線 (Equipotential lines) 即ち  $h$  なる水位を有する線は井壁と同心の圓である。此場合半径  $r$  なる環面に於ては壓力水頭は  $h$  にして、水は  $dh/dr$  なる勾配に相當する流速を以て  $a$  なる厚さの層を通して井に向ひて求心的に流入する。



第 884 圖

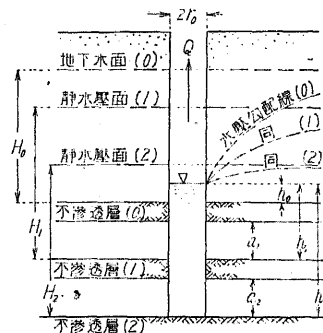
$$Q = 2\pi r a k \frac{dh}{dr} \quad \text{従つて} \quad dh = \frac{Q}{2\pi k a} \frac{dr}{r}, \quad \therefore h = \frac{Q}{2\pi k a} \ln r + C$$

然るに  $r=r_0$  にて  $h=h_0$ ,  $r=R$  にて  $h=H$  とすれば

$$h - h_0 = \frac{Q}{2\pi k a} \ln \frac{r}{r_0} \quad \text{或は} \quad Q = \frac{2\pi k a (H - h_0)}{\ln(R/r_0)} \quad \dots \quad (960)$$

但し此場合水は水平に流るゝを以て正確に  $I = dh/dr$  である。

(4) 不滲透層に依て隔離さるゝ多くの含水層を貫く井 井の貫く總ての含水層中の水が多孔壁を通して井内に流入する場合 (第 885 圖) は、各含水層より別々に流出する各獨立の多くの井の組合せと假想し、井及び井内水面を共通とし、含水層の厚さ及び水壓勾配線は個々別とする。



第 885 圖

各假想井の不滲透層より夫々の静水壓面迄の高さ	各井の流入水深即ち含水層の厚さ	汲上る水面の低下	地下水係數 $k$	影響圈半径 $R$	各井の流量 $Q$
井 (1) $H_0$	$h_0$	$H_0 - h_0$	$k_0$	$R_0$	$Q_0$
(2) $H_1$	$a_1$	$H_1 - h_1$	$k_1$	$R_1$	$Q_1$
(3) $H_2$	$a_2$	$H_2 - h_2$	$k_2$	$R_2$	$Q_2$

然るに假想井 (1) は (955) 式、(2) 及び (3) は (960) 式に依て流量が與へらるゝを以て

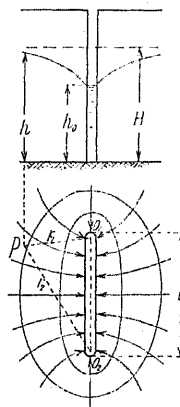
$$Q = Q_0 + Q_1 + Q_2 = \frac{\pi k_0 (H_0^2 - h_0^2)}{\ln \frac{R_0}{r_0}} + \frac{2\pi k_1 a_1 (H_1 - h_1)}{\ln \frac{R_1}{r_0}} + \frac{2\pi k_2 a_2 (H_2 - h_2)}{\ln \frac{R_2}{r_0}} \quad \dots \quad (961)$$

$R_0 = R_1 = R_2 = R$  とすれば

$$Q = \frac{\pi}{\ln \frac{R}{r_0}} \left[ k_0 (H_0^2 - h_0^2) + 2k_1 a_1 (H_1 - h_1) + 2k_2 a_2 (H_2 - h_2) \right] \quad \dots \quad (962)$$

水質不良なる層の水の流入を避くる爲にはその層に當る部分の井壁を不滲透にすれば宜しい。

(5) 溝状深井 (Slit well) 長さ無比幅の極めて狭き溝状の井  $OO'$  より  $Q$  なる流量を汲上る場合は、[103] (6) の  $l$  なる長さの流入溝 (Line sink) に水の流入する場合と同様にして、その場合の  $\phi$  の代りに  $h^2$  を用ふれば宜しい。 $O_1$  及び  $O_2$  より夫々  $r_1, r_2$  なる距離にある一點 ( $P$ ) に於ける水面高  $h$  と  $r_1, r_2$  及び  $Q$  との関係は



第 886 圖

$$h^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{r_1 + r_2 + \sqrt{(r_1 + r_2)^2 - l^2}}{4r} \quad \dots \quad (963)$$

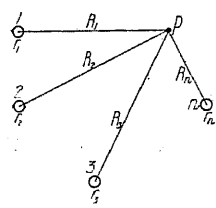
茲に  $h_0$  は溝の中央に於ける半径  $r$  なる圓井より同一流量を汲上る場合の水深である。而て流線は溝の兩端を焦點とする双曲線群にして、水面の同高線即ち等壓線は同一の焦點を有する橢圓群である。尙實井の水深 ( $h_1$ ) は  $r_1 + r_2 = l$  なる點  $P$  の  $h$  の値にして  $Q$  との関係は

$$h^2 - h_1^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{l}{4r} \quad \dots \quad (964)$$

(6) 深井の群 第 887 圖の如く夫々  $r_1, r_2, \dots$  等の半径を有し凡て不滲透層に達する  $n$  個の井を設くる場合は連続性の定理を應用する。ある一點  $P$  より各井中心迄の距離を  $R$ , 不滲透層よりその水面迄の深さを  $h$  とする。

井 番 號	1	2	3	.....	$n$
半 徑	$r_1$	$r_2$	$r_3$	.....	$r_n$
水 深	$h_1$	$h_2$	$h_3$	.....	$h_n$

流 量	$q_1$	$q_2$	$q_3$	.....	$q_n$
$P$ よりの距離	$R_1$	$R_2$	$R_3$	.....	$R_n$



第 887 圖

連続性方程式  $\frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2} = 0$  ... (i)

$h^2 = \frac{q}{\pi k} \ln \frac{R}{r}$  ... (ii)

と置けば (i) 式及び限界条件を満足する。個々の井に対しては

$h^2 - h_1^2 = \frac{q_1}{\pi k} \ln \frac{R_1}{r_1}, h^2 - h_2^2 = \frac{q_2}{\pi k} \ln \frac{R_2}{r_2}, \dots, h^2 - h_n^2 = \frac{q_n}{\pi k} \ln \frac{R_n}{r_n}$

今、 $h_0$  を一の常数とすれば、全部の井群に対して

$h^2 - h_0^2 = \frac{q_1}{\pi k} \ln \frac{R_1}{r_1} + \frac{q_2}{\pi k} \ln \frac{R_2}{r_2} + \dots + \frac{q_n}{\pi k} \ln \frac{R_n}{r_n}$  ... (965)

今、全揚水量  $\Sigma q = Q$  を  $h_0$  なる水深に於て供給する一の深井を考へ、その半径を  $r$  とし  $P$  点を井群より極めて遠き位置に取り  $R_1, R_2, \dots, R_n$  の平均を  $R$  とし、 $r$  を

$n \ln r = \ln r_1 + \ln r_2 + \dots + \ln r_n$  即ち  $r = (r_1 \cdot r_2 \cdot r_3 \cdot \dots \cdot r_n)^{\frac{1}{n}}$

と置けば、 $Q$  と  $h_0$  との関係は次式を以て定め得る。

$h^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R}{r}$  ... (966)

斯の如き假想井を井群の等値井 (Equivalent well) と名づくる。若し

$r_1 = r_2 = \dots = r_n = r, q_1 = q_2 = \dots = q_n = q, R_1 = R_2 = \dots = R_n = R$

にして、且つ  $P$  が井群より極めて遠く  $h = H$  ... 地下水静水面迄の高さ... と看做し得る場合は、

$H^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi k n} (\ln R_1 + \ln R_2 + \dots + \ln R_n - n \ln r) = \frac{Q}{\pi k} (\ln R - \ln r)$  ... (967)

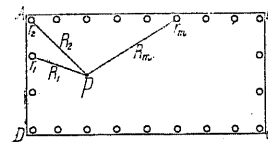
$Q$  又は  $h_0$  を求むるに (966) 又は (967) に依るが、普通 (967) 式の前半を用ふる方稍實際に近き値を與ふる。

(7) 地下水面低下に依る根掘法 砂層地盤に於て地下水面以下に根掘を爲す場合は、その周邊に多數の多孔管の井を打ち込み、頂部に於て主管を以て連ねポンプに導きて揚水すれば、井内の水面低下に伴ひ周圍の地下水面低下するを以て、低下地下水面迄水上根掘を爲し更に管井を打込みて下方に進む。此方法は平地の大部分が砂層なる獨逸に於て發達し、Salboch が 1874 年 Dresden 市の下水工事に應用して以來急足の發達を爲し、開門、地下鐵道等の大工事は殆んど總て此方法に依る状態にして、1927 年竣工の英國 Liverpool 港大開門も之に據て施工した。

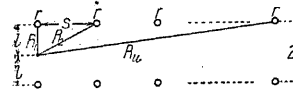
例へば ABCD なる根掘を爲すにその周邊に近く多くの管井を下げ、總流量  $Q_0$  を揚水すれば任意の點  $P$  に於ける地下水面の高さは不滲透層上  $H$  より  $h$  に下り (965) 式に依り

$H^2 - h^2 = \frac{Q_0}{\pi k} \frac{1}{n} \left[ \ln R_1 + \ln R_2 + \dots + \ln R_m + \dots + \ln R_n - (\ln r_1 + \ln r_2 + \dots + \ln r_m + \dots + \ln r_n) \right]$

$= \frac{Q_0}{\pi k} \cdot \frac{1}{n} (\ln R_1 \cdot R_2 \cdot \dots \cdot R_n - \ln r_1 \cdot r_2 \cdot \dots \cdot r_n)$  ... (968)



第 888 圖



第 889 圖

$r_1 = r_2 = \dots = r_n = r$  ならば

$H^2 - h^2 = \frac{Q_0}{\pi k} \left( \frac{1}{n} \ln R_1 R_2 \cdot \dots \cdot R_n - \ln r \right)$  ... (969)

根掘の幅  $2l$ 、各井間隔  $s$  ならば

$R = \sqrt{l^2 + m^2 s^2} = l \sqrt{1 + m^2 \left(\frac{s}{l}\right)^2}$   
 $R_1 \cdot R_2 \cdot \dots \cdot R_n = l^n \prod_{m=1}^{m=n} \sqrt{1 + m^2 \left(\frac{s}{l}\right)^2}$  ... (970)

圓形根掘にして等間隔に  $n$  個の井を入れる場合中心  $P$  に於ける地下水水位  $h$  は  $R_1 = R_2 = \dots = R_n = R$  なるを以て

$H^2 - h^2 = \frac{Q_0}{\pi k} (\ln R - \ln r)$  ... (971)

此場合地下水面は根掘の中央に於て最も高い。

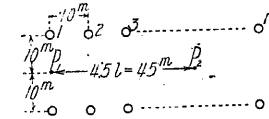
井底が不滲透層に達せざる場合は、静水地下水水面より不滲透層迄の深さ ( $H$ ) を試掘に依て知れば (995) 又は (996) 式に依て井内水面高  $h_1$

と  $h_0$  ... 深井の場合... との関係を知り、從て

$\frac{Q}{Q_0} = \frac{H^2 - h_1^2}{H^2 - h_0^2}$  なる關係に依り  $h_1$  に對する所要揚水量  $Q$  又は  $Q$  に相當する  $h_1$  を知る。但し  $Q_0$  は  $H, h, r, k$  等を與へらる場合 (971) 式に依て求め得る。

實際に於ける根掘に關しては [110] (3) 参照。

[例 37]  $H = 30$  m,  $k = 0.0002$ ,  $r = 0.1$  m,  $l = s = 10$  m,  $n = 10$  (井の數 20),  $Q = 0.05$  m<sup>3</sup>/sec (第 890 圖) の場合に  $P_1$  に於ける地下水水位を求むるに



第 890 圖

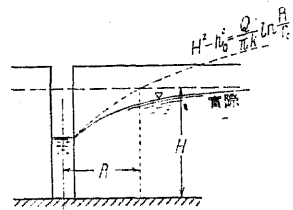
$l^n \prod_{m=1}^{10} \sqrt{1 + m^2 \left(\frac{s}{l}\right)^2} = 10^{10} \prod_{m=1}^{10} \sqrt{1 + m^2} = 10^{10} \sqrt{10^{10} \cdot 4370}$   
 $\therefore \ln R = -\frac{1}{2n} \ln l^{2n} \left\{ \prod_{m=1}^{10} \sqrt{1 + m^2 \left(\frac{s}{l}\right)^2} \right\}^2$   
 $= -\frac{1}{n} \ln l^n \prod_{m=1}^{10} \sqrt{1 + m^2 \left(\frac{s}{l}\right)^2} = 3.874$

$H^2 - h^2 = \frac{0.05}{\pi \times 0.0002} \{3.874 + 2.30\}, h^2 = 900 - 491 = 409 \therefore h = 20.22$  m

$P_2$  に於ける値を計算する時は

$l^n \prod_{m=0}^4 \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2} + m\right)^2 \left(\frac{s}{l}\right)^2} \right\}^2 = 10^{10} \prod_{m=1}^4 \left\{ 1 + \left(\frac{1}{2} + m\right)^2 \right\}$   
 $\frac{1}{n} \ln l^n \prod_{m=0}^4 \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2} + m\right)^2 \left(\frac{s}{l}\right)^2} \right\}^2 = \frac{1}{10} [10 \cdot \ln 10 + \ln 5 + \ln 13 + \ln 29 + \ln 53 + \ln 85 - 5 \cdot \ln 4]$   
 $= 3.205$

以下前と同様にして計算する。



第 891 圖

若し  $H=30$  m にして、井を地下水面下 20 m 迄入れて前場合と同一の水面低下を生ずる爲に揚水すべき  $Q$  を求むるに、(996) 式より

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{H^2 - h_1^2}{H^2 - h_0^2} = \left(\frac{h_1}{a}\right)^{0.5} \left(\frac{h_1}{2h_1 - a}\right)^{0.25}$$

この場合  $Q_0=0.05$  m<sup>3</sup>/sec,  $h_1=20.22$  m,  $a=h_1-(30-20)=10.22$  m

$$\therefore Q = 0.05 \times \left(\frac{20.22}{10.22}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\frac{20.22}{40.44-10.22}\right)^{\frac{1}{4}} = 0.0617 \text{ m}^3/\text{sec}.$$

[107] 井の理論に於ける矛盾及び新理論 (N. M.)

(1) 井の理論に於ける矛盾 前節迄に述べたる井の問題に於て影響圏の半径  $R$  の値は事實上甚だ不明瞭である。今、 $R=\infty$  に於ける  $\partial Q/\partial R$  の極限值を見るに (955) 式にては

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\partial Q}{\partial R} = \lim_{R \rightarrow \infty} \left\{ -\frac{k\pi(H^2 - h_0^2)}{R \left(\ln \frac{R}{r_0}\right)^2} \right\} = 0$$

(960) 式も同様の結果を與ふる。即ち  $R$  を相當大に取れば、 $R$  の値の取り方より起る誤差は少くなる如く見ゆる。然し實際上の地下水の水面の状態を考ふるに水面は平衡に達したる時は水平静水面を漸近線とする筈であり、従て  $R=\infty$  となるべきである (第 891 圖)。然るに (955), (960) 式等に示さるゝ水面又は水壓勾配線は水平漸近線を有せず、 $r \rightarrow \infty$  となれば  $h \rightarrow \infty$  となり、又  $h=H, R=\infty$  と置けば  $Q=0$  となり之等は明かに事實に反する。而も  $R$  を徒に大に取れば  $Q$  の値は甚しく小となり、 $R$  を大に取ることが必ずしも正確な結果を與へない。(955), (960) 式等が  $r=R$  にて  $h=H$  の條件の下に  $Q$  を求め得る如き好都合の形となれるは不適當なる假定より起れる偶然の結果に他ならぬものである。

上述の矛盾の起れる原因は (955), (960) 式を與ふる微分方程式を作成する際の假定の不適當に歸せざるを得ない。此場合の微分方程式の解は少くも

$$r=r_0 \text{ にて } h=h_0 \dots \dots \dots (i) \quad r=\infty \text{ にて } h=H \dots \dots \dots (ii)$$

の限界條件を満足せねばならぬ。而て今 Darcy の公式と  $2\pi rh$  の面積を通過する流量  $Q$  が一定なることより適當な假定の下に一の一次常微分方程式を作り、(ii) の限界條件を満足する  $h=f(r, H, Q)$  の形の解が得らるゝならば、(i) の條件より  $Q$  を與ふる式  $Q=F(h_0, r_0, H)$  が得られる筈である。

(2) 平均流速公式に對する考察 井の理論は水路の不等速定流の低下背水に相當するものであるが、後者に於て  $v \propto I^{0.5}$  として解を得たる事を想起し、この場合も  $I$  の指數を一般化し

$$v = kI^{\frac{1}{m}}, \quad m > 1 \dots \dots \dots (972)$$

なる流速公式を用ふる事に依て (1) に述べたる矛盾を消滅せしめんとするに、不滲透性層に達する深井...(955) 式の場合...に對し

$$Q = 2\pi r h k \left(\frac{dh}{dr}\right)^{\frac{1}{m}}, \quad h^m \frac{dh}{dr} = \left(\frac{Q}{2\pi k}\right)^m \frac{1}{r^m} \dots \dots \dots (973)$$

積分して  $r=\infty$  にて  $h=H$  と置けば

$$H^{m+1} - h^{m+1} = \left(\frac{Q}{2\pi k}\right)^m \frac{m+1}{m-1} \frac{1}{r^{m-1}} \dots \dots \dots (974)$$

$$r=r_0 \text{ にて } h=h_0 \quad \therefore H^{m+1} - h_0^{m+1} = \left(\frac{Q}{2\pi k}\right)^m \frac{m+1}{m-1} \frac{1}{r_0^{m-1}} \dots \dots \dots (975)$$

即ち  $m > 1$  ならばその差微小なりと雖も矛盾は消滅する。上式の  $m$  及び  $k$  を定むるには  $Q_1$  に相當する  $h_{01}$ 、及び  $Q_2$  に相當する  $h_{02}$  を測れば足る。實際上は  $Q_1 \dots h_{01}, Q_2 \dots h_{02}, \dots, Q_r \dots h_{0r}$  等多くの測定を爲し、それ等の與ふる  $m$  及び  $k$  の平均値を用ふるを可とする。

掘抜井に於ては.....(960) 式の場合

$$Q = 2\pi r a k \left(\frac{dh}{dr}\right)^{\frac{1}{m}}, \quad m > 1, \quad \therefore \frac{dh}{dr} = \left(\frac{Q}{2\pi a k}\right)^m \frac{1}{r^m}$$

$$\therefore h = \left(\frac{Q}{2\pi a k}\right)^m \frac{r^{-m+1}}{1-m} + C \quad \therefore H - h = \left(\frac{Q}{2\pi a k}\right)^m \frac{1}{(m-1)r^{m-1}} \dots (976)$$

$$H - h_0 = \left(\frac{Q}{2\pi a k}\right)^m \frac{1}{(m-1)r_0^{m-1}} \dots \dots \dots (977)$$

(3) 不滲透層に達する井の理論 (Koženy, 填) 井の周囲の地下水流理論に於ける矛盾の一つは  $I$  の取り方の不適當である。今水平距  $dr$  に代ふるに流過距離  $ds$  を用ひ  $I = \frac{dh}{ds}$  とし、流れに平行なる鉛直面内の運動を考へ、便宜上  $z$  軸を鉛直下向に  $x$  軸を地下水の静水面に取れば、

$$I = \frac{d\zeta}{ds} \quad \therefore v_x = k \frac{\partial \zeta}{\partial x}, \quad v_z = k \frac{\partial \zeta}{\partial z}, \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_z^2} \quad (978)$$

にして  $w_0 h$  はポテンシャルに相當する。今  $w_0$  を  $k$  中に含ませれば  $\zeta = \phi$  となる。故に

$$\text{水流連続性方程式} \quad \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} = 0 \dots (979)$$

三次元の場合は一般に

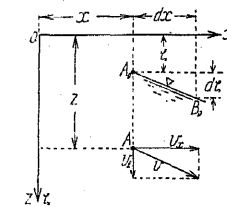
$$\left. \begin{aligned} v_x &= \frac{\partial \zeta}{\partial x}, \quad v_y = \frac{\partial \zeta}{\partial y}, \quad v_z = \frac{\partial \zeta}{\partial z} \\ \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (980)$$

單井の場合の如く水流が井軸に對して對稱的なる時は、井軸を軸とする圓筒座標を用ひ

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} = 0 \dots \dots \dots (981)$$

Koženy は上式を解きて

$$\zeta = H \left(1 - \frac{h_0}{H}\right) \left[ \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi z}{2H} \cdot \frac{\chi_0 \left(\frac{i\pi r}{2H}\right)}{\chi_0 \left(\frac{i\pi r_0}{2\pi}\right)} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \left(\frac{n\pi z}{H}\right)}{(2n-1)(n+1)} \cdot \frac{\chi_0 \left(\frac{i n \pi r}{H}\right)}{\chi_0 \left(\frac{i n \pi r_0}{H}\right)} \right] \dots (982)$$



第 892 圖

$x_0$  は  $i \frac{2\pi r}{H}$  なる Argument を有する零次の Hankel 函数である。氏は次の如き限界条件を入れ井の流量  $Q$  を求めた。

$$r=r_0 \text{ に於て } \zeta=H-h_0, \quad r=\infty \text{ に於て } \zeta=0$$

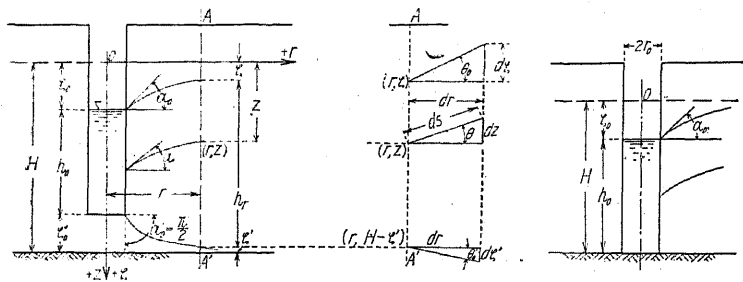
$$z=H \text{ に於て } \frac{\partial \zeta}{\partial z}=0, \quad r=\infty \text{ に於て } v_r=v_z=0$$

$$\therefore Q=2\pi k r_0 \cdot \eta \cdot f(\eta) \quad \text{茲に } \eta=1-\frac{h_0}{H}$$

第 131 表  $\eta$  に對する  $\eta \cdot f(\eta)$  の値

$\eta$	0	1/12	1/6	1/4	1/3	1/2	3/4	1
$\eta \cdot f(\eta)$	0	0.104	0.164	0.203	0.224	0.237	0.168	0

(4) 著者の理論 (N.M.) 地下水流速の定義より  $v=k \frac{d\zeta}{ds}$ , 茲に  $ds$  は流線の微区間の長さ、



第 893 圖

第 894 圖

$d\zeta$  は  $ds$  間の水面の落差である。而て半径  $r$  なる圓筒面を横ぎる流量  $Q$  は  $r$  に拘らず一定なるを以て、 $AA'$  鉛直線上に於ては落差  $d\zeta$ , 流線の微区間は  $ds$ , 任意の點  $(r, z)$  に於ては流速の水平分速度は

$$v_r = k \frac{d\zeta}{ds} \cdot \frac{dr}{ds} = k \frac{d\zeta}{dr} \cos\theta_0 \cos\theta = k \sin\theta_0 \cos\theta \quad \dots \dots \dots (i)$$

故に  $r$  なる半径の圓筒面を横ぎる流量は

$$Q = 2\pi r \int_{\zeta}^{H-\zeta'} v dz = 2\pi r k \sin\theta_0 \int_{\zeta}^{H-\zeta'} \cos\theta dz \quad \dots \dots \dots (983)$$

今、 $\int_{\zeta}^{H-\zeta'} \cos\theta dz = h_r \cos a_m = \frac{1}{2} h_r (\cos\theta_0 + \cos\theta_0')$  と置けば

$$Q = 2\pi r k h_r \sin\theta_0 \cos a_m \quad \dots \dots \dots (984)$$

井底が不滲透層に達する場合は、 $\zeta' = \zeta_0' = 0$   $\theta_0' = a_0' = 0$ ,  $\cos a_m = \frac{1}{2} \cos a_0$ ,  $\theta_0 = a_0$ ,  $h_r = h_0$

$$\therefore Q = \pi k r_0 h_0 \sin a_0 \cos a_0 = \frac{1}{2} \pi k r_0 h_0 \sin 2a_0 \quad \dots \dots \dots (985)$$

茲に  $0 < a_0 < \frac{\pi}{2}$

揚水に依り水面低下すれば  $h_0$  は小、 $a_0$  は大となり、 $\zeta_0=0$  に於て  $a_0=0$ ,  $Q=0$ ;  $\zeta_0=H$  に於て  $h_0=0$ ,  $Q=0$ , 故に  $h_0$  の  $0 \sim H$  の間に於て  $Q$  の極大値が存在し得る。今  $a_0 = C \left(\frac{h_0}{H}\right)^n$  と假定すれば、流線が上方に凸曲なる爲には  $n$  は 1 より大なるを以て、 $1 < n < \infty$  である。 $Q$  の極大値に對しては

$$\frac{dQ}{dh_0} = 0 \quad \text{即ち} \quad \frac{1}{2} \pi k r_0 (\sin 2a_0 + 2na_0 \cos 2a_0) = 0, \quad \text{此場合の } a_0 \text{ を } a_{00} \text{ にて表はせば}$$

$$Q_{\max} \text{ に對し } a_{00} = -\frac{1}{2n} \tan 2a_{00} \quad \dots \dots \dots (986)$$

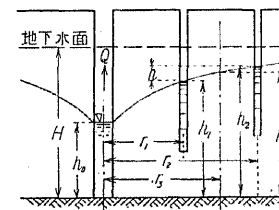
依て種々の  $n$  に對して  $a_{00}$  を求むるに

$n =$	1	2	3	4	$\infty$
$a_{00} =$	1.015	0.918	0.880	0.858	$\frac{\pi}{4} = 0.7854$
$a_{00}' =$	$58^\circ 09' 18''$	$52^\circ 36'$	$50^\circ 25' 13''$	$49^\circ 9' 30''$	$45^\circ$

即ち  $Q_{\max}$  を與ふる  $a_0$  は  $\frac{\pi}{4} \sim 1.0$ , 即ち從來の理論の如く  $h_0$  小なる程  $Q$  大なりとするは誤りにして、ある限度を超えて揚水すれば井は急に涸渇する。

[108] 試井及び汲出しに依る地下水面の低下

(1) 從來の試井 大なる井又は多數の井を設くる場合にはその流出量を推定する爲、豫め區域の中央附近に一の小試井を穿ちて含水層の深さ、傾斜及び係數  $k$ , 水質等を調査する。試井



第 895 圖

(Test well) は先づ第一の不滲透層に達せしめ、井軸より一の放射線上に於て  $r_1, r_2$  なる距離に二本の水位測定の小鐵管を下げ、 $Q$  なる流量を汲上げつゝ二管の水位差  $\Delta h = h_2 - h_1$  を測る。(954) 式より

$$h_1^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln r_1 + C, \quad h_2^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln r_2 + C$$

$$\therefore h_2^2 - h_1^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{r_2}{r_1} = (h_2 - h_1)(h_2 + h_1) = \Delta h (h_2 + h_1)$$

$$\therefore h_2 + h_1 = \frac{1}{\Delta h} \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad \dots \dots \dots (987)$$

$\Delta h$  を知れば (987) 式に依て  $h_2 + h_1$  を知り不滲透層の傾斜の程度を知る。大體水平なる時  $k$  を定むるには、 $Q_1$  なる流量に對して  $\Delta_1 h$ ,  $Q_2$  なる流量に對して  $\Delta_2 h$  を測り、 $r_3 = \frac{1}{2}(r_1 + r_2)$  なる點に於ける兩場合の水面勾配  $I_1, I_2$  と  $Q_1, Q_2$  との關係を求むるに

$$I_1 = \frac{\Delta_1 h}{r_2 - r_1}, \quad I_2 = \frac{\Delta_2 h}{r_2 - r_1}, \quad v_1 = k I_1, \quad v_2 = k I_2, \quad Q_1 = 2\pi r_3 h_{31} k I_1, \quad Q_2 = 2\pi r_3 h_{32} k I_2$$

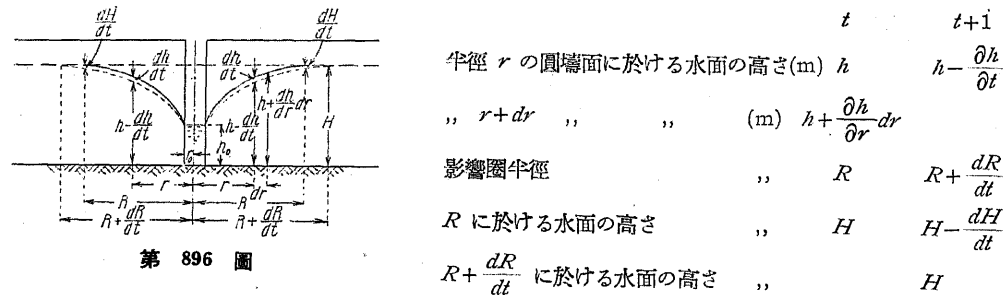


$$\therefore h_{32} - h_{31} = \frac{Q_2}{2\pi k r_3 I_2} - \frac{Q_1}{2\pi k r_3 I_1} \quad \therefore k = \frac{Q_2 - Q_1}{2\pi r_3 (h_{32} - h_{31})} \quad \dots \quad (988)$$

に依て  $k$  を求むる。實際には  $Q_1, Q_2$  の数組より求めたる  $k$  の平均値を用ふるか又は安全の爲に小なる値を用ふる。

原地下水面又は原水壓線が著しく傾斜する場合又は重要な井にありては、精確なる結果を得る爲、直交する四放射線上に各二つ計八つの水位測定管を入れて各  $dh$  と  $Q$  とにより  $H$  及び  $k$  を定むる。多くの含水層間に介在する含水層の水を汲み上げる場合は (958) 式を應用するが、水層の数の多き程測定の数組を多くする。原地下水面の傾斜する場合は [106] の (959) 式を應用する。尙、注意すべきは本項の如き方法に依れば  $k$  は  $v = k \frac{dh}{dr}$  なる關係に依て定めらるゝを以て、井の流量の計算に於て  $I = dh/dr$  を用ひて差支なきも、若し土質均等なる場合は理論上  $k$  の値は  $Q$  に依て多少異なるべき等である。

(2) 揚水時間と地下水面の低下 (J. Schultze, 獨, 1924) 實際の井に於てはある時間揚水を繼續すれば井水面の低下に伴ひ地下水面は全體として低下し、影響圏の半徑も漸次擴大し、低下せる水面と原地下水面との間の土砂中に含まれたる水は此期間の總揚水量に等しい。原地下水面より不滲透層迄の深さ  $H$ , 井の半徑  $r_0$ , 單位時間に  $q$  なる一定量を汲出すものとし、單位面積の地面より滲入する雨水の單位時間に相當たる量を  $q_*$ ,  $q$  に相當する井内水深  $h_0$ , 土の單位體積に含まるゝ水の體積,  $\lambda$  を土の空隙體積とすれば、ある時刻  $t$  と  $t+1$  とに於ける諸量は



第 896 圖

尙、 $r$  及び  $R$  に於ける水面變化の關係を次の如く假定する。

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \left(\frac{r}{R}\right)^n \cdot \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{r}{R} \frac{\partial H}{\partial t} \quad \dots \quad (989)$$

今、地下水面に於て半徑  $r$ , 幅  $dr$  なる環狀面積を考へ、その水面が單位時間に  $\partial h/\partial t$  たけ下るものとし、その爲に貯溜され居りし地下水の減ずる體積は、 $q_* = 0$  なる場合は

$$\lambda \cdot 2\pi r \cdot dr \cdot \frac{\partial h}{\partial t} = \lambda \cdot 2\pi r \cdot dr \cdot \frac{r}{R} \frac{\partial H}{\partial t} = 2\lambda\pi \frac{r^2}{R} \frac{\partial H}{\partial t} dr \quad \dots \quad (i)$$

之に滲入雨水量  $2\pi r q_* dr$  が加はる。従て半徑  $r$  なる圓の内側に於て地下水面の低下に依り單位時間に井に流す水量  $q_h$  は

$$q_h = 2\lambda\pi \frac{\partial H}{\partial t} \int_0^r \frac{r^2}{R} dr + 2\pi q_* \int_0^r r dr = \frac{2}{3} \lambda\pi \frac{r^3}{R} \frac{\partial H}{\partial t} + \pi r^2 q_* \quad \dots \quad (ii)$$

次に半徑  $r$  なる圓筒面を通して外側より供給さるゝ水量  $q_r$  は  $r$  が相當大にして水面勾配小なる時は

$$q_r = 2\pi r h k \frac{dh}{dr} \quad \dots \quad (iii)$$

従て單位時間に井に供給する水量

$$q = q_h + q_r = 2\pi r h k \frac{dh}{dr} + \frac{2}{3} \lambda\pi \frac{r^3}{R} \frac{\partial H}{\partial t} + \pi r^2 q_* \quad \dots \quad (iv)$$

$r=R$  に於ては  $dh/dr=0$  にして  $q_r=R=0$  なるを以て

$$q = \pi R^2 q_* + \frac{2}{3} \lambda\pi R^3 \frac{\partial H}{\partial t} \quad \therefore \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{3}{2} \frac{q}{\lambda\pi R^2} - \frac{3}{2\lambda} q_* \quad \dots \quad (v)$$

(iv) (v) を組合せて

$$2h dh = \frac{q}{\pi k} \frac{dr}{r} - \frac{q_*}{k} r dr - \frac{q}{\pi k R^2} r^2 dr + \frac{q_*}{k} r^2 dr \quad \dots \quad (990)$$

積分して、 $r=r_0$  に於て  $h=h_0$ ,  $r=R$  に於て  $h=H$  と置けば

$$H^2 - h_0^2 = \frac{q}{\pi k} \left( \ln \frac{R}{r_0} - \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{6} \frac{q_* R^2}{k} \quad \dots \quad (991)$$

即ち 
$$h_0 = \left[ H^2 - \frac{q}{\pi k} \left( \ln \frac{R}{r_0} - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{6} \frac{q_* R^2}{k} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad (992)$$

(991) 式を  $t$  に付て微分すれば

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \frac{3kH}{\lambda R} \cdot \frac{q - q_* \pi R^2}{q - \frac{1}{3} q_* \pi R^2}$$

$q_* = 0$  なる時は 
$$\frac{\partial R}{\partial t} = \frac{3kH}{\lambda R} \quad \text{或は} \quad R dR = \frac{3}{\lambda} k H dt$$

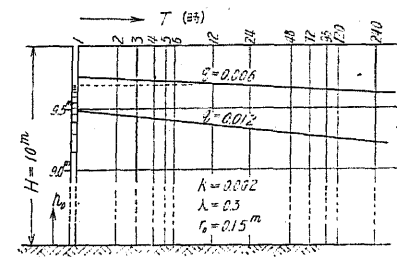
積分して  $t=0$  に於て  $R=0$  とすれば  $R^2 = 6kHt$

$$\therefore R = \sqrt{\frac{6}{\lambda} k H t} \quad \dots \quad (\text{m-sec 單位}) = 60 \sqrt{\frac{6}{\lambda} k H t'} \quad \dots \quad (\text{m-hour 單位}) \quad \dots \quad (993)$$

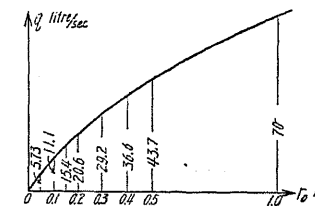
但し  $t=360 t'$ , (992) 式に (993) 式を代入して

$$h_0 = \left[ H^2 - \frac{q}{\pi k} \left( \ln \frac{60}{r_0} \sqrt{\frac{6}{\lambda} k H t'} - \frac{1}{3} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad (994)$$

(993) 及び (994) 式に依り  $q$  なる一定流量を汲上げる場合と雖も井内水面の高さ  $h_0$  は刻々下り、影響圏の半徑  $R$  は増大する事明かにして (989) に於て  $n=1$  と取るも同様の結果を得べく従て従來の井の理論の如く  $h_0$  及び  $R$  を一定とする事は不合理である。



第 897 圖



第 898 圖

[例 38]  $H=10$  m,  
 $k=0.002$ ,  $r_0=0.15$  m,  
 $\lambda=0.3$ ,  $q=0.006$ ,  
 $0.012$ ,  $0.048$  及び  
 $0.36$  m<sup>3</sup>/sec.

$$R = 60 \sqrt{\frac{6}{\lambda} k H t'} = 60 \sqrt{\frac{6 \cdot 0.002 \cdot 10}{0.3} t'} = 38 \sqrt{t'}$$

$t'$  と  $h_0$  及び  $R$  との関係を圖示すれば第 897 圖の如く  $t'=240$  時間に於て

$$q=0.006 \text{ 對し } h_0=10-0.385=9.615 \text{ m, } R=589 \text{ m}$$

$$q=0.012 \text{ ,, } h_0=10-0.790=9.21 \text{ m, } R=589 \text{ m}$$

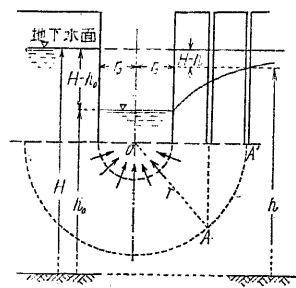
尙、井水面の下降著しからざる範圍に於ては同一の  $H$  及び  $h_0$  に對する  $r_0$  と  $q$  とは大體比例し、Schultze の計算の結果は第 898 圖に示す如くである。但し此場合

$$k=0.002, m=1, R=500 \text{ m, } H=10 \text{ m}$$

### [109] 淺井

地下の不滲透層に達せざる井は、實際の深さの大小に係らず水理學上淺井 (Shallow well) と名づくる。種々の形狀の淺井の問題を解くには普通地下水流動の連続性方程式 (948) を應用し、その解法は完全液體の流れの場合と同様に連続性の式を満足する  $h$  と坐標  $(x, y, z, c)$  の關係式の中より問題の井に於ける限界條件を満足する如きものを索むる。尙 [103] の諸式は井の問題を解く場合に參考となる。此場合は  $I = \frac{dh}{ds}$  にして精確なる計算である。

(1) 底部に半球面の多孔壁を有する井 上部の圓筒狀井壁は不滲透質なりとすれば、水は底



第 899 圖

壁を通して球面心  $O$  に向ふて流れ半径  $r$  なる面は等壓面にして  $A$  と  $A'$  の水壓は總て  $h$  (不滲透層上) に等しい。

$$H-h_0 = \frac{Q}{2\pi k r_0}, v = -k \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{Q}{2\pi r^2}$$

(2) 底壁を有せざる井 此場合も井壁は不滲透質にして水は水平なる底面より湧き出づるものとする、連続性方程式を満足する爲には井軸を含む鉛直断面 (Meridian plane) 内に於て流線は井軸の下端  $O$  を中心とする双曲線群にして等壓線は  $O$  を中心  $A, B$  を焦點とする楕圓である。全體としては流線面は  $Oz$  を軸とする双曲線廻轉面であり等壓面は  $Oz$  を軸とする楕圓廻轉面である。

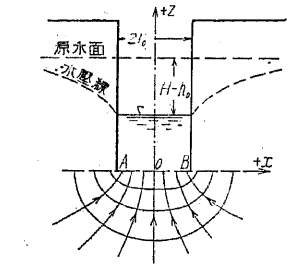
流量  $Q$  と井内水面の低下  $H-h_0$  との關係は (Forchheimer)

$$H-h_0 = \frac{Q}{4k r_0} \dots \dots \dots (995)$$

(1) 及び (2) の井に於ては上層の不良水の流入を避くる爲、圓筒

壁を不滲透質とするを以て  $Q$  に對し割合に大なる徑を要する。

(3) 不滲透層に達せざる井 此場合は不滲透層に達せざるも小徑の深き井にして側壁のみより水の流入するものを考ふ。同一の場所に於て實井と耐水層に達する同徑の深井とを比較するに、同一の  $Q$  を汲上ぐるものとするれば、淺井に於ては流入する深さ  $a$  は深井に比して小なるを以て大



第 900 圖

なる流速を要し従て水面は著しく低くなり  $h_1 < h_0$  である。Forchheimer に據れば  $h_1$  と  $h_0$  との關係は次式を以て表はさるゝ。

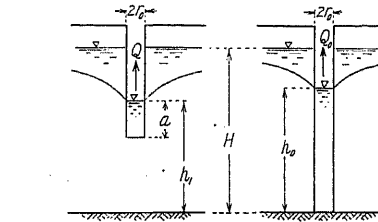
$$\frac{H^2-h_1^2}{H^2-h_0^2} = \left(\frac{h_1}{a}\right)^{0.5} \left(\frac{h_1}{2h_1-a}\right)^{0.25} \dots (996)$$

今、實井より汲上ぐる量を  $Q$  とし深井に於て同一の  $Q_0=Q$  に相當する  $H^2-h_0^2$  は (955) 式より知られ試井に依て  $H$  を知れば (996) の關係を應用して  $a$  又は  $h_1$  を求め得る。若し淺井に於て井底よりも流入する時は (996) 式に代ふるに

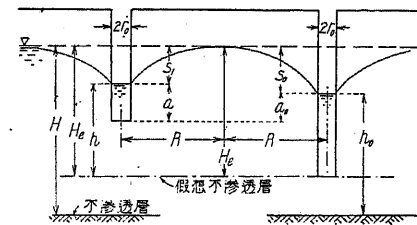
$$\frac{H^2-h_1^2}{H^2-h_0^2} = \left(\frac{h_1}{a+0.5r}\right)^{0.5} \left(\frac{h_1}{2h_1-a}\right)^{0.25} \dots \dots \dots (997)$$

を用ふる。

(4) 淺井の場合に於ける試井 (E. A. Samarin, 露, 1929) 井底より不滲透層迄の深さ極めて大にして含水層の深さ  $H$  を確むる事能はざる場合、淺井の流量を推定するには、先づ淺試井を考へ  $H$  の



第 901 圖



第 902 圖

の代りに有効深  $H_e$  を用ひ之に相當する地下水のみが流入するものと假定し、 $H_e$  なる深さの假想深井に於てその流出量を  $Q_0$  とすれば (955) 式に依り

$$Q_0 = \pi k \frac{H_e^2 - h_0^2}{\ln \frac{R}{r_0}} = 1.36 k \frac{H_e^2 - h_0^2}{\log \frac{R}{r_0}} \dots \dots \dots (i)$$

然るに淺井の流量  $Q$  と假想井流量  $Q_0$  との關係は (996) 又は (997) 式に依り底部流入なき假想井に對し

$$\frac{H_e^2 - h_0^2}{H_e^2 - h_1^2} = \left(\frac{2h_1 - a_0}{h_1}\right)^{0.25} \left(\frac{a_0}{h_1}\right)^{0.5} = D_0 \text{ と置く} \dots \dots \dots (ii)$$

底部流入ある實井又は試井に對し

$$\frac{H_e^2 - h_0^2}{H_e^2 - h_1^2} = \left(\frac{2h_1 - a_0}{h_1}\right)^{0.25} \left(\frac{a_1 + 0.5r_0}{h_1}\right)^{0.5} = D \text{ と置く} \dots \dots \dots (iii)$$

然る時は試井の  $Q, s_1 (= H_e - h_1), a_1, r_0$  及び  $R$  を與へらるれば

$$k = \frac{Q(\ln R - \ln r_0)}{1.36 D (H_e^2 - h_1^2)} \dots \dots \dots (998)$$

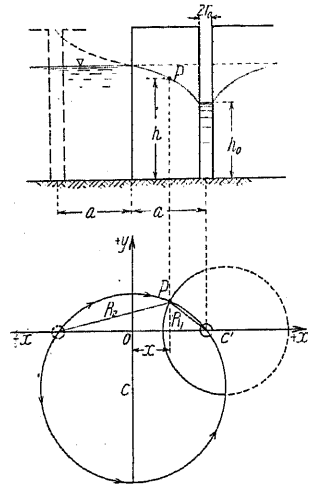
實際の計算には  $h_1$  を假定して (iii) より  $D$  を求め、更に (iii) 中に  $H_e = h_1 + s_1, a_0 = h_0 - (h_1 - a_1)$  と置きて  $h_0$  を求め、その値を用ひて  $D_0$  を計算し、之を  $D$  と比較し若し著しき差あらば  $h_1$  を修正して試算を行ふ。斯くて  $H_e$  及び  $D$  を知れば (998) 式に依て  $k$  を求め得る。

又  $H_0, k, r_0$  及び  $h_0$  を與へらるれば (i) 式に依て  $Q_0$  を知り更に (i) 式に依て  $Q$  を求め得る。此方法は淺井又は淺試井の場合 (1) の方法より遙かに精確なるも  $h_0$  と  $D_0$  との関係を表はす Nomogram を用ひざれば計算は極めて煩雜である。

[110] 水際に設けたる井及び井群

廣き水域の岸に近く井を設けて揚水する場合は流量に應じて井水面は低下するも水域の水位は不變である。

(1) 鉛直岸に近き一の井 先づ第 903 圖の如く井及び水域の底は水平不滲透層なる場合を考ふるに、地下水連続性の方程式は流出點と流入點...[103](2)...の場合に於て  $\phi$  の代りに  $h^2$  を用ひたるものなるを以て、 $x=+a, y=0$  に存する井を流入點とし、 $x=-a, y=0$  即ち水域中の一の假想流出點より水が井に流入する場合と考ふれば、流線は  $y$  軸上に中心  $c$  を有する圓弧にして等壓線は  $x$  軸上に中心  $c'$  を有する圓弧である。今  $x=-a$  に同一の井ありて  $-Q$  だけの水を揚水するものとすれば (955) 式に依り  $P$  點の水面高  $h$  は



第 903 圖

$$h^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R_1}{R_2} + C, \quad R_1 = R_2 \text{ にて } h = H$$

$$\therefore H^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$\therefore H^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{2a}{r_0} \quad \dots \dots \dots (999)$$

(2) 地下水面が水域に向て傾斜する場合 此場合、井を設けざる以前の原状に於て地内の地下水は絶えず水域に流入する。その流量を單位幅につき  $q$  とすれば [106] (955) 式に依り  $h^2 - H^2 = \frac{2q}{k} x$  なるを以て、之に本節 (1) の場合を組合せて (第 904 圖)、

$$h^2 - H^2 = \frac{2q}{k} x - \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R_2}{R_1} \quad \dots \dots \dots (1,000)$$

井の内側即ち  $x=a, R_1=r, R_2=2a$  に於ては  $h=h_0$  なるを以て

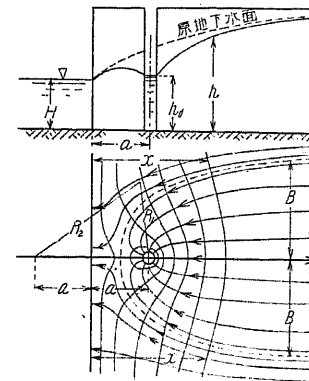
$$h_0^2 - H^2 = \frac{2q}{k} a - \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{2a}{r} \quad \dots \dots \dots (1,001)$$

$x$  軸を含む鉛直断面に於て  $O$  より  $+x$  間の水面の形を考ふるに、(1,000) 式に於て

$$y=0, \quad R_1=a-x, \quad R_2=a+x$$

$$\therefore h^2 - H^2 = \frac{2q}{k} x - \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{a+x}{a-x}$$

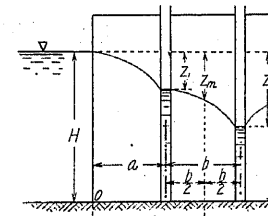
$x=0$  に於て  $x$  軸上の水域側の水面勾配  $I_0$  を求むるに



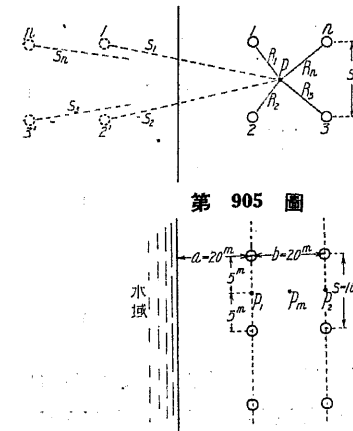
第 904 圖

$$2B = 2\sqrt{a\left(\frac{Q}{\pi q} - a\right)} + \frac{2Q}{\pi q} \arctan \frac{a}{\sqrt{a\left(\frac{Q}{\pi q} - a\right)}} \quad \dots \dots \dots (1,002)$$

従て井を水際に平行に配置する時その間隔を  $B$  以上とすれば陸側よりの流入に於て互に干涉する惧れはない。水域の底が不滲透層に達せぬ場合も大差なきが流出量の計算には [109] (996) 式に依て補正するを可とする。



第 905 圖



第 906 圖

$$I_0 = \left(\frac{dh}{dx}\right)_{x=0} = \frac{1}{2H} \left(\frac{2q}{k} - \frac{Q}{\pi k} \frac{2}{a}\right)$$

故に  $I_0 \leq 0$  に従て  $Q \leq \pi a q$

即ち井より汲出す  $Q$  が  $\pi a q$  より大ならば水域よりも流入する。

次に井より陸側に極めて遠き部分を考ふるに地下水は一樣の水面勾配を以て  $x$  軸に平行に水域の方に流るゝを以て、幅  $B$  なる部分を通るゝ水が井に流入するものとすれば全揚水量  $Q$  の内  $Bq$  だけは陸側より供給さるゝ。而て  $B$  の値は Forchheimer に據れば

(3) 水際に於ける地下水低下法 水際に近き砂地盤の根柢に於ても井群の揚水に依て地下水を低下せしめ得る。1, 2, ...  $n$  なる不滲透層に達する井を設け各々より  $q_1, q_2, \dots, q_n$  を汲上げ各井より  $R_1, R_2, \dots, R_n$  なる距離にある一點  $P$  の水面高を  $h$  とすれば (1) の場合を組合せ

$$H^2 - h^2 = \frac{q_1}{\pi k} \ln \frac{S_1}{R_1} + \frac{q_2}{\pi k} \ln \frac{S_2}{R_2} + \dots + \frac{q_n}{\pi k} \ln \frac{S_n}{R_n} \quad (1003)$$

$S_1, S_2, \dots, S_n$  は各井の source に相當する假想井より  $P$  迄の距離である。若し  $q_1 = q_2 = \dots = q_n = q = \frac{Q}{n}$  ならば

$$H^2 - h^2 = \frac{q}{\pi k} [\ln(S_1 \cdot S_2 \cdot \dots \cdot S_n) - \ln(R_1 \cdot R_2 \cdot \dots \cdot R_n)] \quad \dots \dots \dots (1,004)$$

依て  $S_1 \cdot S_2 \cdot \dots \cdot S_n = S^n, R_1 \cdot R_2 \cdot \dots \cdot R_n = R^n$  と置けば

$$H^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{S}{R} \quad \dots \dots \dots (1,005)$$

此計算法は水域よりの流入量が内側よりの地下水の流入量に比して著しく大なる場合に應用し得る。井が不滲透層に達せぬ場合は [109] (996) 又は (997) 式に依て補正する。

[例 39] 獨逸 Wemeldinge 閘門の根柢工に於ては  $H=20$  m,

$a=b=20\text{ m}$ ,  $s=10\text{ m}$ ,  $k=1.2\text{ (v...m/hour)}$ ,  $n=2 \cdot 10$ ,  $Q=0.2\text{ m}^3/\text{sec} = 720\text{ m}^3/\text{hour}$

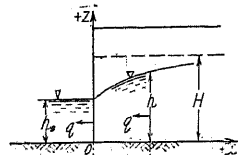
(1,005) 式に依り 
$$h^2 = H^2 - \frac{3,600}{3.14 \cdot 1.2} \ln \frac{S}{R} = 400 - 95.6 \ln \frac{S}{R}$$

依て  $P_1, P_m, P_2$  三點に於て  $S/R, h$ , 及び  $z$  を計算すれば

	$S/R$	$h$	$z$ (地下水面の低下)
$P_1$	5.0	12.1 m	7.9 m
$P_m$	7.0	10.7	9.3
$P_2$	6.0	11.4	8.6

[111] 水路及び暗渠に流入する地下水及び地下集水渠

(1) 水平耐水層を底とする鉛直岸水路 岸より  $x$  なる距離に於ける鉛直面に於て、單位幅



第 907 圖

の流量を  $q$  とし (936) 式に於て原點に向ふ流速を  $+v$  とすれば

$$v = k \frac{dh}{dx}, \quad q = vh = kh \frac{dh}{dx} = \frac{k}{2} \frac{dh^2}{dx}$$

上式を積分して  $x=0$  に於て  $h=h_0$  と置けば  $h^2 - h_0^2 = \frac{2q}{k} x$ ,

岸より極めて遠き點  $x=l$  に於ては  $h=H$  なるを以て

$$H^2 - h_0^2 = \frac{2q}{k} l \quad \dots \quad (1,006)$$

(2) (1) と同様なも不透層が  $i$  なるを配を有する場合 此

場合  $h_0 < H$  ならば 内側地下水は低下し

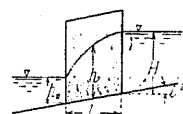
$h_0 > H$  ,, 反對に上昇する

$$v = k \left( i + \frac{dh}{dx} \right), \quad q = k \left( ih + h \frac{dh}{dx} \right) \quad \therefore \quad idx = \frac{ki h dh}{q - kih} = \frac{q dh}{q - kih} - dh$$

積分して  $x=0, h=h_1; x=\infty, h=H$  と置けば

$$H = \frac{q_0}{ki}, \quad ix = H \ln \frac{H-h_0}{H-h} - (h-h_0) \quad \dots \quad (1,007)$$

(3) 傾斜せる不透層上の土堤を透して流るゝ場合 堤の厚さを  $l$ , 兩側の水深を  $h_0$  及び



第 909 圖

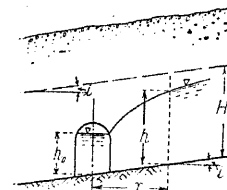
$H$  とすれば (2) に於て  $x=l$  にて  $h=H$  の場合である。

$$\therefore \quad H - h_0 - il = \frac{q}{ki} \ln \frac{q - kih_0}{q - kiH} \quad \dots \quad (1,008)$$

$i=0$  なる時は (1) に依り

$$H^2 - h_0^2 = \frac{2q}{k} l \quad \text{即ち} \quad q = \frac{k}{2l} (H^2 - h_0^2) \quad \dots \quad (1,009)$$

(4) 集水暗渠 河川の礫洲又は谷間の砂利層等水通し長き地中に多孔質の暗渠を埋め込み、中央又は端にパイプを連絡してポンプにて汲上げれば砂利層に依りて濾過されたる浄水を得る。今地下不透層の傾斜方向に直角に集水暗渠を設くる場合



第 910 圖

$l$  ... 暗渠長,  $Q$  ... 揚水量,  $q = \frac{Q}{l}$

$q_0$  ... 暗渠を設けざる以前に單位幅を流過せる水量

$q_0$  の全部を揚水する時は  $q = q_0$

$$q_0 = kiH = q, \quad ix = H \ln \frac{H-h_0}{H-h} \quad \dots \quad (1,010)$$

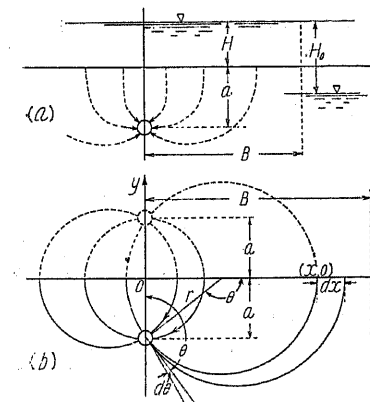
$i$  極めて小なる時は (1) の場合に相當し

$$H^2 - h_0^2 = \frac{2q}{k} l, \quad h^2 - h_0^2 = \frac{2q}{k} x \quad \dots \quad (1,011)$$

茲に  $l$  は  $h$  が實地上  $H$  に等しき點の距離にして 500 m 位で充分である。

若し不透層が渠底より遙か下位にある時は渠底をも多孔質とすれば、更に  $q$  は増大し、普通 1.5 倍位に達する。實地に於ては  $h_0$  を  $H$  の  $\frac{1}{8} \sim \frac{1}{10}$  に取り、渠の位置を原點とし  $h=H$  なる距離  $l$  を (1,009) 又は (1,011) 式に依て求め、之に依て渠の形及び長さ  $l$  を定むる。若し  $q < q_0$  なる時は地下水は渠頂を超え  $q_0$  の一部は下流に流れ去る。河岸の長き礫洲に縦に集水暗渠を置く時は  $i=0$  として (1,011) 式に依て計算すれば安全である。

(5) 水域の底に集水暗渠を設くる場合 (N. M.) 等質滲透層の幅及び深さが相當大なる時は、地



第 911 圖

中の流線形は第 911 圖の如き對稱的の流出點、流入點の場合と見做し得る。一點  $(r, 0)$  より暗渠迄の流線の長さは  $l = r\theta = \frac{a\theta}{\sin \theta}$ 、この流線に沿ふ平均流速は 暗渠内の水頭を  $H_1$  として、

$$v = k \frac{(H+a) - H_1}{l} = k \frac{H_0}{l} = k H_0 \frac{\sin \theta}{a\theta} \quad \dots \quad \text{第 911 圖 (a)}$$

水底面上の點  $(r, 0)$  に於ける流速は  $\frac{v}{2}$  と考へ、有効集水幅を  $2B$  即ち  $O$  の兩側各  $B$  とすれば、暗渠の單位長に流入する水量  $q$  は

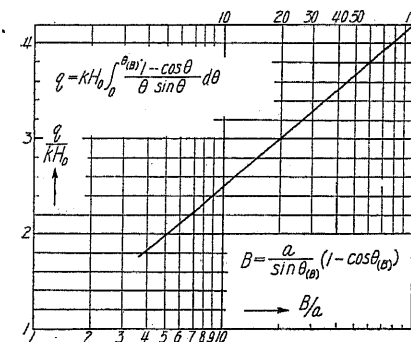
$$q = 2 \int_0^B \frac{k H_0 \sin \theta}{2a\theta} dx \quad \dots \quad (1,012)$$

但し  $q, k, a, H_0$  は同單位系を用ふる。

$$\text{然るに} \quad x = \frac{a}{\sin \theta} (1 - \cos \theta)$$

$$\therefore \quad q = k H_0 \int_0^{\theta(B)} \frac{1 - \cos \theta}{\theta \sin \theta} d\theta \quad \dots \quad (1,013)$$

$B$  と  $q$  の關係は第 912 圖の如し。

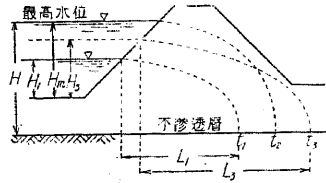


第 912 圖

(6) 洪水の際土堤内部に滲入する水面 (N. M.)

第 913 圖の如き堤體に於て外側の水面が上昇する時は水は堤體内に滲透し、時刻の経過と共に堤體内の水面は上昇しその先端は前進し、先端の前進は外水面が最高を經過したる後も

猶續き、堤の内水面と内側法面との間隔は洪水の最高水位時より若干経過した後に最小となり、此間隔の小なる程法面は危険にして若し水面が法面に接近すれば法面の孕出し又は崩壊を生ずる危険がある。不透過層が堤底に近く存在する場合は水位が最高  $H_m$  を超えて  $H_0 = \frac{3}{4}H_m$  迄下りたる時に地下水面先端の前進最大にして、外水面が外法先に達したる時より時間  $t$  を計れば  $L_0$  は大體次式を以て表はし得る。



第 913 圖

實際に應用するには堤土に對して實驗に依りて  $k, \lambda, C$  を定むる。I. Schmied の實驗に依れば外水面を一定に保ち不透過層上水深  $H$  なる場合、 $t$  なる時刻に於ける  $x$  點の地下水面高  $z$  を次式に依て表はして居る。

$$L_0 = C\sqrt{\frac{k}{\lambda} H_m t}, \quad C=2 \dots \text{m-hour} \dots (1,014)$$

從て前進距離  $L$  は  $z=0$  に對する  $x$  なるを以て

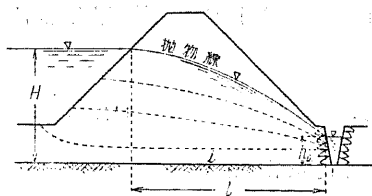
$$x = \frac{H^2 - z^2}{\sqrt{H^2 - z^2}} \sqrt{at} \dots (1,015)$$

$$L = H^2 \cdot H^{-\frac{2}{3}} \sqrt{at} = C'\sqrt{Ht} \dots (1,016)$$

即ち著者が理論上より算出せるものと同型である。

### [112] 土堤及び堰基礎下の漏水

(1) 土堤の内部及び底部よりの漏水 (N. M.) 先づ地下不透過層が堤底に近く存在する場合を考ふるに、池内の水面は下流の地下水位より高きを以て水は堤體及び堤底を透過して下流に流れ、下流法先に排水設備を設けざれば法面下部の浸潤(飽和, Saturation)を免れず。今下流法先に不透過層に達する排水溝を設け、その水面高を  $h_0$ 、池内水面高を  $H$  とすれば堤長 1 m に對する漏水量  $q \text{ m}^3/\text{hour}$  は (1,009) 式に依り



第 915 圖

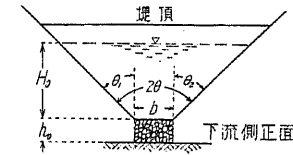
$$q = \frac{k}{2l} (H^2 - h_0^2) \dots (1,017)$$

但し  $l$  は上流法水際線より排水溝迄の水平距離。不透過層が下流に  $+i$  なる勾配を有する時は (1,008) 式に依り

$$H - h_0 - il = \frac{q}{ki} \ln \frac{q - ki h_0}{q - ki H}$$

此場合は  $q$  を種々に假定して右邊が左邊に等しき場合を求むる。

堤體內水面線が法面に近き程安定上不利にして、排水溝附近の水面勾配が大なる程流速大に、細粒物の洗流容易となる。不透過層が著しく低き時(第 916 圖)は漏水量  $q$  は第 915 圖の場合に比し約 1.5 倍位に増大する。尙、 $l$  が小なる時は  $v$  大なるも飽和は法先部に止まり、土堰堤の如く  $l$  が大なる時は  $v$  小なるも飽和する時は法面の廣範圍に及ぶ。



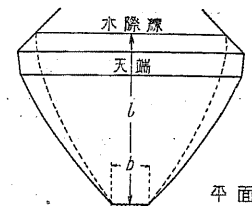
第 917 圖

(2) 梯形谷の土堰堤 (N. M.) 梯形又は V 字状谷にして堤長比較的小なる場合は法先排水渠の長さを  $b$ 、上流水際線の長さを  $B$ 、谷の底角を  $2\theta$ 、 $\tan \theta_1 + \tan \theta_2 = m$  と置く。全漏水量  $Q$  は大體次式に依て表はさる。

$$Q = k \frac{H_0}{l} \left[ \frac{m}{6} H_0^2 \cos \theta + b \left( h_0 + \frac{H_0}{2} \right) \right] \dots (1,018)$$

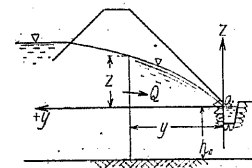
此場合は堤體內水面線の形(第 918 圖)は次式を以て表はされ

$$\frac{Q}{k} (l-y) = \frac{m}{6} \cos \theta (H_0^2 - z^2) + b \left[ \left( h_0 + \frac{H_0}{2} \right) H_0 - \left( h_0 + \frac{z}{2} \right) z \right] \dots (1,019)$$



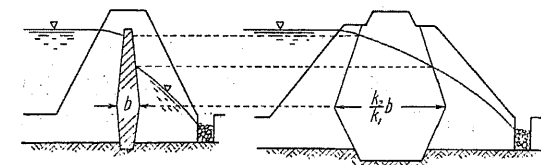
第 918 圖

第 915 圖の場合は水面線は二次拋物線なるも、此場合は三次拋物線にして下流法面の半以下に於て水面は著しく上るを以て、排水溝の水面を餘程低位に置くか又は堤體內に盲溝排水を爲し、若し  $h_0$  著しく大なる時は法先より稍下流の深き位置に盲溝を設くるも有効である。



第 919 圖

(3) 粘土心壁 (Clay core) を用ふる場合  $k$  を粘土に對し  $k_1$ 、堤土に對し  $k_2$  とすれば、心壁の有効厚を實厚の  $k_2/k_1$  と看做して (1) 及び (2) を適用すれば宜しい。 $k_2/k_1$  は普通 10 乃至數百位に達する。龜裂なき混凝土心壁を不透過層迄入れたる場合は  $k_2/k_1$  は一層大にして漏水は主として兩側の地盤を迂廻せるものである。



第 920 圖

(4) 堤體不透過質、堤底地盤透過質にして心壁その他の遮水壁が地下不透過層に達せざる場合 (Jacob, 米, 1917)  $BC$  を遮水壁としその深さ  $\dots nH_0$ 、水深  $\dots H$ 、池底より不透過層迄の深さ  $\dots H_0$ 、堤底幅  $\dots aH_0$ 、遮水壁上流の底幅  $\dots \beta H_0$ 、漏水の流線は遮水壁鉛直線を一の軸とする四分の一橢圓と假定し、上流側  $bc$  の長さ  $\dots l_1$ 、下流側の

長さ... $l_2$ , 之に相當する落差は夫々  $h_1, h_2$ , 堤長 1 m に対する漏水量を  $q$ , 尙遮水壁下端を過ぐる流線と不滲透層に接する流線との間の平均間隔を  $a_1, a_2$  とする。

$$l_1 = \frac{\pi}{4} H_0 \sqrt{\frac{1}{2} [(2\beta + m)^2 + (1+n)^2]} \quad \text{及び} \quad q = q_1 = k \frac{h_1}{l_1} a_1 = q_2 = k \frac{h_2}{l_2} a_2$$

$$\therefore h_1 = \frac{\pi}{8k} q \left[ \frac{(2\beta + m)^2 + (1+n)^2}{\beta + x - \beta n} \right] \quad \text{依て } q_1 \text{ の極大即ち } \frac{l_1}{a_1} \text{ の極小なる如き } m \text{ を求むるに、}$$

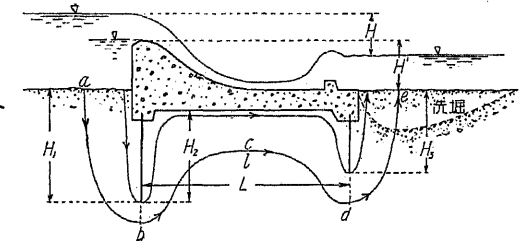
$$\frac{dh_1}{dm} = 0 \quad \therefore m = (1+n) \sqrt{1 + \beta^2} - \beta(1-n)$$

同様に  $q_2$  の極大なる  $s$  を求むれば

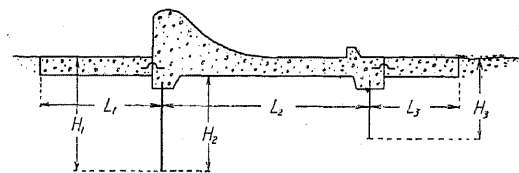
$$s = (1+n) \sqrt{1 + (a-\beta)^2} - (a-\beta)(1-\beta)$$

$$\therefore H = h_1 + h_2 = \frac{\pi}{4k} q(1+n) [a + \sqrt{1 + \beta^2} + \sqrt{1 + (a-n)^2}] \quad \dots \quad (1,020)$$

(5) 堰底の滲透 水の滲透し易き砂礫層上に不滲透質材料を以て堰を築造する時は上下游の落差  $H$  に依て水は堰底の砂礫を通して流動し、その流速が最小砂粒を移動せしめ得る程度ならば堰底の漏水は漸次に増加して危険を生ずる。此場合砂礫層内の各流線の上下流の落差は總て  $H$  に等しく、但し  $H, H'$  の中、大なる方を取る。



第 921 圖



第 922 圖

空隙率を  $\lambda$  とすれば實際の水の速度は

$$v = k \frac{H}{l}$$

$$v_0 = \frac{k}{\lambda} \frac{H}{l} \quad \dots \quad (1,021)$$

従て  $l$  の最短なる流線に於て流速最大となり、普通  $v_0$  を 1 mm/sec 以下とする。實用上は最短流線長を  $l_0$  として

$$l_0 = H_1 + H_2 + H_3 + L, \dots \text{ (第 921 圖)}$$

$$l_0 = H_1 + H_2 + H_3 + L_1 + L_2 + L_3, \dots \text{ (第 922 圖)}$$

而て從來の經驗上自然的に堆積せる砂礫層に於

ては  $l_0/H$  が下記以上ならば基礎下洗掘の危険なしと看做されて居る (Bleih, 米)。

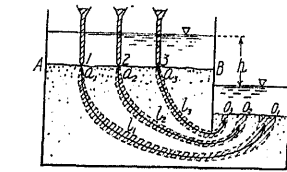
地盤	微細砂	細砂	粗砂	砂交り砂利	砂, 砂利交り玉石
粒の大小	100 mesh を通過するもの 80 %	75 mesh を通過するもの 60 %	粒度不明	粒度不明	粒度不明
例	Nile, Mississippi 下流部砂	Indus, Colorado 下流部砂			
$l_0/H$	18	15	12	9~5	4

尙、自然地盤中より細粒物を洗ひ去る時は Hazens の  $d_0$  は著しく大となり、又下游河床の洗掘に依り下游水面低下する時は  $H$  を大に  $l_0$  を小ならしめ且つ上游部の河床洗掘も亦  $l_0$  を小ならしむる。

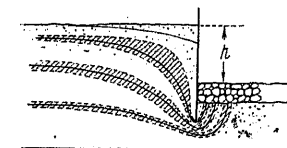
$l_0$  を精確に知るには [103] (7) の方法に依り基礎及び遮水壁に沿ふ流線と地下不滲透層に接する二流線の

間に同一の流量  $dq$  を流す多數の流線を畫き、その最短なるものを求むるが實際は幾回もの補正を要し到底その煩に耐えぬ。

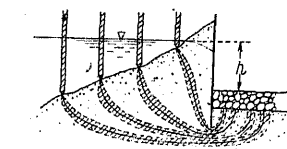
(6) 二次元的地下水問題の實驗的解法 堤防, 堰, 土堰堤等, 長さの方向に於て變化なき場合は模型實驗に依て容易に且つ確實に滲透水の状況を明かにし得る。側面に厚ガラスを張りたる水密の矩形箱を作り其の内に適當の縮尺を以て堤體及び基礎滲透層部の模型を作り、土砂はなるべく實際のものを用ひ若し粒の異なるものを用ふる時は、有効徑 ( $d_0$ ) に依て  $k$  を補正する。今、模型の縮尺を堤長の方向を 1, 水平  $1/n_1$ , 鉛直  $1/n_2$  とすれば



第 923 圖



第 924 圖



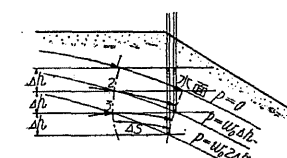
第 925 圖

	落差	流線長	断面	流速	流量
模型	$h$	$l$	$a$	$v$	$q$
實物	$n_2 h$	$l$	$n_1 a$	$v$	$n_1 n_2 q$ ( $n_1 \neq n_2$ )
,,	$n h$	$n l$	$n a$	$v$	$n q$ ( $n_1 = n_2 = n$ )

依て  $AB$  面上の適當の間隔の數點 (1, 2, ...) に於てインキを注入して流線の形を知り且つ溢流量  $q$  を測れば單位長に對する實物の滲透流量  $Q$  及び各断面に於ける平均流速を知り、一流線の長さとしてより其流線上の流速を知る。即ち  $v = k \frac{H}{L}$ ,  $Q = \Sigma k \frac{H}{L}$ ,  $H$  及び  $L$  は實物の落差及び流線長である。

(7) 堰堤内部又は基礎地盤の滲透水の流れ 實際の堰堤に於ては形状土質共に複雑にして上記の如き簡單なる方法は不充分なる

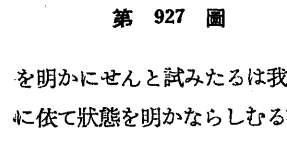
を以て、既存の堰堤の滲透状況を知るには下端有孔の多くの管井を種々の深さに打ち込み、各井に於て種々の深さに於ける管内水位を測り、挿入法に依て  $\Delta p = w_0 \Delta h$  なる間隔の等水壓線 (第 926 圖, 細實線)...



第 926 圖

等水壓面の横斷...を畫き別に  $\Delta h$  なる等間隔の水平線群を引けば、夫等の互に相當する線の交點, 1, 2, 3... に於ける井内水面高は等高にして、此等の點を結ぶ線は等位線 (Equipotential lines, 第 926 圖 1, 2, 3) となり、相隣れる二等位線間の落差は總て同一にして  $\Delta h$  に等しく、水は最急動水勾配線に沿ふて流る  $v$  を以て流線は總て等位線に直交し (第 926 圖, 太實線)、堤の單位長に對し等位線の單一長を横ぎりて流る  $v$  滲透水の單位時間の量  $q$  は  $q = k \Delta h / \Delta s = k I$  である。

堤底排水溝を有する場合は想像流況圖は大體第 927 圖に示すが如きものである。洗堰基礎地盤の等位線を模型に依て測定したるは J. Colman (米, 1916) が最初と思はる  $v$  が、實際堰堤に就て等壓線の位置を測り上記の方法に依て等位線を入れ、流線を畫き土堤内部の流況



第 927 圖

を明かにせんと試みたるは我が神原, 阿部兩氏にして排水溝附近は水壓の低下急にして不連続的となり實測に依て状態を明かならしむる事は困難である。