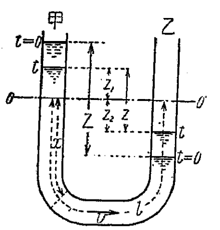
第二十章　水槽內の水面の運動及び調壓水槽

[96] 聯絡せる二水槽の水面の運動

二水槽を其の下部に於て管路を以て聯絡する時は兩水槽の水面は同高に靜止するが、若しある作用に依りて兩水面に落差を生ずる時は管路を通りて水面の高き槽 (甲) より低き方 (乙) に水の流動を生じ、甲水面は漸降し乙水面は漸昇し兩水面同高となれば落差は零となるも、此際水は既に運動勢力を有し落差に逆ひ、兩槽の大さの割合に應じてある高さ迄上昇し之に依て生ずる落差により水は更に乙より甲に向ふて流れ、各水槽の水面は週期的に昇降を繰り返す。

(1) 等斷面 U 字管の水面の運動　靜止の場合兩水面は oo' (第 777 圖) 水平線上に在り、その間の管軸の長さを l, 管斷面積を A とすれば管內水の體積 V は不變にして $V=A\cdot l$, 從て運動中のある時刻 t に於て甲の水面上昇 z_1 は乙の下降 z_2 に等しく、從て落差 $z=z_1+z_2$, $z_1=z/2$, $z_2=z/2$ にして z に相當する力が水を甲より乙に向ふて運動せしむる。水及び管の彈性變形を無視すればある瞬間に於ける管內の流速は一樣に v なるも、v は落差の變化に從ひ刻々變化し卽ち等斷面不定流である。今損失を無視すれば此場合の水の運動の方程式は (111) 式に於て、甲の靜水面よりの距離を x を以て表はせば v は x に無關係なるを以て



第 777 圖

$$I=\frac{z}{l}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{v^2}{2g}\right)+\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}$$

$$\therefore\ z=\frac{l}{g}\frac{\partial v}{\partial t},\qquad \therefore\ \frac{\partial v}{\partial t}=\frac{g}{l}z \qquad \cdots\ \cdots\ \cdots\ (796)$$

而て、甲乙兩水面の運動の速度も亦 v に等しく、今水面の位置を靜止水面 oo' 線より上方を $-$, 下方を $+$, 甲より乙に向ふ流速を $+$ と定むれば

$$z=-z_1+z_2,\quad v=+\frac{\partial z_1}{\partial t}=-\frac{\partial z_2}{\partial t},\quad 2v=\frac{\partial z_1}{\partial t}-\frac{\partial z_2}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial t}(-z_1+z_2)=-\frac{\partial z}{\partial t}$$

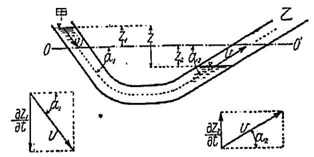
$$\therefore\ 2\frac{\partial v}{\partial t}=-\frac{\partial^2 z}{\partial t^2},\qquad \therefore\ -\frac{1}{2}\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}=\frac{g}{l}z \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (797)$$

(797) 式を積分し $t=0$ に於て $z=Z$ (最初の落差), $v=\frac{dv}{dt}=0$ とすれば、t に於ける落差 z 及び振動週期 T は

$$z=Z\cdot\cos\sqrt{\frac{2g}{l}}\cdot t,\quad T=2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}} \qquad \cdots\ \cdots\ (798)$$

卽ち水面は $2l$ なる長さの單振子と同一の週期を以て振動する。

第 778 圖の如く水面運動の範圍に於て管軸が水平に對し a_1, a_2 なる傾斜を爲す時は



第 778 圖

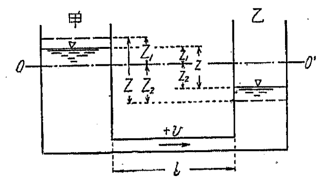
$$\frac{\partial z_1}{\partial t}=+v\sin a_1,\quad \frac{\partial z_2}{\partial t}=-v\sin a_2$$

$$\therefore\ \frac{\partial z}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}(-z_1+z_2)=-(\sin a_1+\sin a_2)v$$

$$\therefore\ \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}=-\frac{g\,z}{\dfrac{l}{\sin a_1+\sin a_2}}$$

卽ち鉛直管の場合の $\frac{l}{2}$ の代りに $\frac{l}{\sin a_1+\sin a_2}$ を用ふれば宜しい。

(2) 斷面積異る二水槽を長き管路を以て聯絡する場合　此場合全體としては等斷面にあらざるも、連續性の定理に依り $Q=\mathrm{const.}$ なるを以て兩水槽內の流速は管中の流速を以て表はし得る。



第 779 圖

	管　路	甲 水 槽	乙 水 槽
斷 面 積	a	A_1	A_2
流　　速	v	$v_1=\frac{a}{A_1}v$	$v_2=\frac{a}{A_2}v$
水面の速度	—	$\frac{\partial z_1}{\partial t}=+v_1$	$\frac{\partial z_2}{\partial t}=-v_2$
水面の昇降	—	$(-z_1)>0$	$z_2=-\frac{A_1}{A_2}z_1$
落　　差		$z=-z_1+z_2$	

$$\therefore\ \frac{\partial z}{\partial t}=-\frac{\partial z_1}{\partial t}+\frac{\partial z_2}{\partial t}=-v_1-v_2=-\frac{a}{A_1}v-\frac{a}{A_2}v=-v\left(\frac{1}{A_1}+\frac{1}{A_2}\right)\cdot a$$

$$\therefore\ \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}=-\frac{\partial v}{\partial t}\left(\frac{1}{A_1}+\frac{1}{A_2}\right)\cdot a$$ 然るに (796) 式に依り $\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{g}{l}z$ なるを以て

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}=-\frac{g}{l}z\left(\frac{1}{A_1}+\frac{1}{A_2}\right)\cdot a\qquad \therefore\ z=-\frac{l}{g}\cdot\frac{A_1A_2}{a(A_1+A_2)}\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}\qquad \cdots\ \cdots\ (799)$$

卽ち (797) と同型の微分方程式となる。今, 最初の落差を Z とすれば

$$z=Z\cos\sqrt{g\frac{a(A_1+A_2)}{l\cdot A_1A_2}}\,t,\qquad T=2\pi\sqrt{\frac{l\,A_1A_2}{g\,a(A_1+A_2)}}\quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (800)$$

$$z_1=\frac{A_2}{A_1+A_2}z,\qquad z_2=\frac{A_1}{A_1+A_2}z$$

(3) 管內流速に比例する摩擦抵抗の作用する場合　管が細長き場合は水槽內の損失を無視し、且つ積分を容易ならしむるため摩擦損失は v に正比例するものと假定する。(114) 式中の l の代りに x, $fv^2/(2gR)$ の代りに c_1v と置けば、運動の方程式は

$$I=\frac{z}{l}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{v^2}{2g}\right)+\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}+c_1v=\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}+c_1v \qquad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (\mathrm{i})$$

但し甲より乙の方低き場合 z は $+$ にして有効落差は損失水頭だけ小となり、反對に乙の方高き時は z は $-$ にして有効落差の絶對値は矢張り摩擦損失だけ小となる。

任意の時刻に於て $Q=av=A_1v_1=A_2v_2$, $v=-\dfrac{A_1A_2}{a(A_1+A_2)}\dfrac{\partial z}{\partial t}$ なるを以て $c_1v\cdot l=-\tau\dfrac{\partial z}{\partial t}$, 玆に $\tau=\dfrac{A_1A_2}{a(A_1+A_2)}c_1l$ と置けば (i) 式は

$$z+\tau\frac{dz}{dt}=-\frac{l}{g}\frac{A_1A_2}{a(A_1+A_2)}\frac{d^2z}{dt^2} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad \text{(ii)}$$

依て $\dfrac{g\tau}{2l}\dfrac{a(A_1+A_2)}{A_1A_2}=\dfrac{1}{2}gc_1=m_1$, $\dfrac{g}{l}\dfrac{a(A_1+A_2)}{A_1A_2}=n^2$ と置けば

$$\frac{d^2z}{dt^2}+2m_1\frac{dz}{dt}+n^2z=0 \quad \cdots \quad \text{但し}\quad m_1>0 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (801)$$

(801) 式の一般解は $z=e^{-m_1t}\left[C_1e^{\sqrt{m_1^2-n^2}t}+C_2e^{-\sqrt{m_1^2-n^2}t}\right]$ $\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots$ (802)

(802) 式に於て $m_1^2<n^2$ 即ち $\dfrac{gc_1^2}{4}<\dfrac{a(A_1+A_2)}{lA_1A_2}$ の場合には、 $t=0$ に於て $z=Z=Z_1+Z_2$ 及び $\dfrac{dz}{dt}=0$ なる條件を用ひて

$$z=\frac{n}{\sqrt{n^2-m_1^2}}Z\,e^{-m_1t}\sin(\sqrt{n^2-m_1^2}t+\beta), \quad \text{玆に}\quad \beta=\arcsin\frac{\sqrt{n^2-m_1^2}}{n} \quad (803)$$

故に此場合水面は**減衰振動** (Damped oscillation) にして、その振動週期は

$$T=\frac{2\pi}{\sqrt{n^2-m_1^2}}=2\pi\Big/\sqrt{\frac{ga(A_1+A_2)}{lA_1A_2}-\frac{g^2c_1^2}{4}} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (804)$$

若し $m_1^2\geqq n^2$ 即ち $\dfrac{gc_1^2}{4}\gtreqless\dfrac{a(A_1+A_2)}{lA_1A_2}$ 即ち摩擦大にして c_1 大なる場合は (802) 式の z は負指數の指數函數にして、水面は振動を爲さず、甲水面は漸降して $z=0$ に至りて靜止する。

尙, (803) 式に於ける e^{-m_1t} は振動の減衰率を表はす項にして、m_1 は c_1 大なる程大なるを以て摩擦抵抗大なれば振幅は急減する。

(4) 管內流速の二乘に比例する摩擦抵抗の作用する場合 (114) 式に依り

$$z=\frac{l}{g}\frac{\partial v}{\partial t}+f\frac{l}{R}\frac{v^2}{2g}=\frac{l}{g}\frac{\partial v}{\partial t}+h_r \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad \text{(iii)}$$

但し, 水が甲より乙に流るゝ場合 h_r は $+$ とする。

然るに $v\propto-\dfrac{\partial z}{\partial t}$, 依て $f\dfrac{l}{R}\dfrac{v^2}{2g}=+\dfrac{1}{\alpha}\left(\dfrac{dz}{dt}\right)^2$ と置き、之を (ii) 式の摩擦項 $-\tau\dfrac{dz}{dt}$ の代りに入るれば, 但 $\alpha=\dfrac{2gR}{fl}$ 故に α のデイメンションは $[\alpha]=[L][T]^{-2}$

$$-z+\frac{1}{\alpha}\left(\frac{dz}{dt}\right)^2=\frac{lA_1A_2}{ga(A_1+A_2)}\frac{d^2z}{dt^2} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (805)$$

$2\dfrac{g}{\alpha}\dfrac{a(A_1+A_2)}{lA_1A_2}=\dfrac{fa(A_1+A_2)}{RA_1A_2}=m$, $\dfrac{g}{l}\cdot\dfrac{a(A_1+A_2)}{A_1A_2}=n^2$ と置けば、上式は

$$\frac{d^2z}{dt^2}\mp\frac{m}{2}\left(\frac{dz}{dt}\right)^2+n^2z=0, \quad \text{但し下方の符號は逆流の場合} \quad \cdots\ \cdots \quad (806)$$

$$\therefore\quad e^{\mp mz}\left[\left(\frac{dz}{dt}\right)^2\mp\frac{2n^2}{m}z-\frac{2n^2}{m^2}\right]+C=0 \quad \therefore\quad \frac{dz}{dt}=\sqrt{\frac{2n^2}{\pm m}z+\frac{2n^2}{m^2}-Ce^{\pm mz}} \quad \cdots \quad \text{(iv)}$$

依て z の極大値を Z とすれば $\left(\dfrac{dz}{dt}\right)_{z=Z}=0$ なるを以て

$$C=\frac{2n^2}{m^2}(\pm mZ+1)e^{\mp mZ} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad \text{(v)}$$

$$\therefore\quad \frac{dz}{dt}=\sqrt{\frac{2n^2}{m^2}\left[\pm mz+1-(\pm mZ+1)e^{\pm m(z-Z)}\right]}. \quad \text{但し $+$ は順流, $-$ は逆流} \quad \cdots \quad (807)$$

尙, (v) 式より順流の場合は

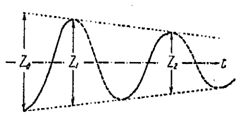
$$mZ+1=\frac{m^2}{2n^2}Ce^{mZ} \qquad \therefore\quad mZ-\ln(mZ+1)=\ln\frac{2n^2}{m^2C}=\text{const.}$$

依て相隣れる二つの極限値を Z_1, Z_2 とすれば…逆流の時は $-Z$

$$mZ_1-\ln(mZ_1+1)=mZ_2-\ln(mZ_2+1) \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (808)$$

$x=mZ+1$ と置けば $x_1-\ln x_1=x_2-\ln x_2$

此式を滿足する如き Z_1, Z_2 の關係を近似的に求れば



第 780 圖

$$\frac{1}{mZ_2}-\frac{1}{mZ_1}\fallingdotseq\frac{2}{3}$$

故に最初の落差を Z_0 とし次々に起る落差の極限値を Z_1, Z_2… Z_x とすれば

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{1}{mZ_x}-\dfrac{1}{mZ_0}=\dfrac{2}{3}x, \\ \text{且つ}\quad \dfrac{1}{Z_1}+\dfrac{1}{Z_3}=\dfrac{2}{Z_2}\quad \text{及び}\quad \dfrac{1}{Z_{x-1}}+\dfrac{1}{Z_{x+1}}=\dfrac{2}{Z_x} \end{array}\right\} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (809)$$

[97] 單調壓水槽の水理

發電用水を隧道に依て水車に供給する場合、急にバルブを閉塞して給水を止むれば隧道及び水壓管內の水は急に減速され、[94] の場合と同樣に大なる水衝作用を生じ、反對に閉塞より急に給水を初むる場合は著しき減壓を生ずる。之を緩和する爲に水壓管と隧道との間に自由水面を有する**調壓水槽** (Surge tank) を置きバルブ閉塞の場合流下水を之に收容し、又開放の場合は一時水槽より給水して過大の壓力增減を避ける。

一般に急閉塞は事故に因る送電停止の場合に起るを以て給水量 Q の全部が瞬間的に遮斷さるゝ事を豫期するを要し、開放の場合は瞬間的なる事稀に且つ多くの水車を順次に作用せしめ得るを以て、Q の一部…$Q/2$ 程度…を突然給水する場合を考慮すれば足る。水壓管の末端に壓力調

節裝置を備ふる場合と雖も、その故障及び頻繁なる作用に因る水の空費を避くるため調壓水槽を設くるを可とする。尚，急激なる全閉塞に因る著しき水面上昇に對し充分なる高さ及び容積の水槽を用ふるは不經濟なるを以て、上部より溢流放水せしめ或は上部の橫洞内に一時貯溜せしむる等種々の複雜なる型式を用ふる。

（1） 調壓水槽の安定 (Hydraulic stability of surge tank) 發電所の負荷は絕えず微小の變動を爲しつゝあり、爲に水車の吸込み水量 Q は標準流量 Q_0 に對して多少の增減を生じ、その都度自働調節裝置に依りバルブの開放面積變じ、從て水壓管内の流量も變化するを以て、惹ては調壓水槽内の水面も小振動を起す。此振動が漸次增大する傾向を有する時は給水量の調節困難となるを以て、調壓水槽は其内に發生せる小振動が減衰する如き性質を有し卽ち安定なる事を要する。今，ある時刻 t に於て

Q…水車の給水量，　av…隧道内の流量，　H…取水口，放水面間の總落差，

h…貯水池と水槽間の落差，　$H_e=H-h$…有効落差，　A…水槽斷面積

とすれば　$Q=av+A\dfrac{dh}{dt}$　$\therefore\ v=\dfrac{1}{a}\left(Q-A\dfrac{dh}{dt}\right)$ … … … … … (i)

然るに Q の變化は微小なるを以て $A\dfrac{dh}{dt}$ は Q に比し微小である。

$$\text{隧道内の水頭損失}=\frac{lv^2}{C^2R}=\frac{l}{C^2R}\left(Q-A\frac{dh}{dt}\right)^2\frac{1}{a^2}\fallingdotseq\left[\left(\frac{Q}{a}\right)^2-\frac{2AQ}{a^2}\frac{dh}{dt}\right]\frac{l}{C^2R}\quad\cdots\ \text{(ii)}$$

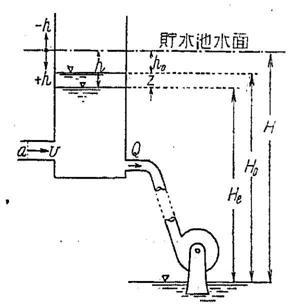
(i) を微分して

$$\frac{dv}{dt}=\frac{1}{a}\frac{dQ}{dt}-\frac{A}{a}\frac{d^2h}{dt^2}\quad\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \text{(iii)}$$

今，調壓裝置が出力を一定に保つ樣に作用するものと考ふれば $Q\cdot H_e$ は一定し標準の場合の $Q_0\cdot H_0$ に等しい。而て Q 及び H_e の變動は Q_0 及び H_0 を中軸としての增減なるを以て、Q_0 及び H_0 は夫々 Q 及び H_e の平均値と看做し得る。故に出力卽ち $QH_e=\text{const.}$ なる爲には

$$d(QH_e)=QdH_e+H_edQ=-Q\,dh+H_edQ=0\qquad\therefore\ \frac{dQ}{dt}=\frac{Q}{H_e}\frac{dh}{dt}\cdots\quad\cdots\ \text{(iv)}$$

但し H_e+h は貯水池面と放水面との間の落差にして不變なるを以て $dH_e=-dh$



第 781 圖

然るに等斷面不定流の方程式は

$$h-\frac{lv^2}{C^2R}=h-\frac{1}{\alpha}v^2=\frac{l}{g}\frac{dv}{dt},\qquad\frac{1}{\alpha}=\frac{l}{C^2R}\quad\cdots\ \text{(v)}$$

之に (i) (iii) 及び (iv) の關係を代入すれば

$$\frac{d^2h}{dt^2}+\left(\frac{2gQ}{\alpha la}-\frac{Q}{AH_e}\right)\frac{dh}{dt}+\frac{ga}{lA}\left(h-\frac{Q^2}{\alpha a^2}\right)=0\ \cdots\ \text{(810)}$$

依て $h=h_0+z$ と置けば

$$\frac{dh}{dt}=\frac{dz}{dt},\qquad\frac{d^2h}{dt^2}=\frac{d^2z}{dt^2},\quad\text{且つ}\ h_0=\frac{l}{C^2R}\left(\frac{Q_0}{a}\right)^2=\frac{1}{\alpha}\left(\frac{Q_0}{a}\right)^2$$

故に Q 及び H_e の平均値を夫々 Q_0 及び H_0 とすれば (810) 式は

$$\frac{d^2z}{dt^2}+\left(\frac{2gQ_0}{\alpha la}-\frac{Q_0}{AH_0}\right)\frac{dz}{dt}+\frac{ga}{lA}z=0\quad\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \text{(811)}$$

依て　$\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2gQ_0}{\alpha la}-\dfrac{Q_0}{AH_0}\right)=m,\quad\dfrac{ga}{lA}=n^2$　と置けば

$$\frac{d^2z}{dt^2}+2m\frac{dz}{dt}+n^2z=0\qquad\therefore\ z=e^{-mt}\left[C_1e^{\sqrt{m^2-n^2}\cdot t}+C_2e^{-\sqrt{m^2-n^2}\cdot t}\right]\cdots\quad\cdots\ \text{(812)}$$

故に
1. $m>0$ 及び $m<n$ ならば　振動は減衰し、水槽は安定
2. 〃 $m\geqq n$ 〃　振動せずに減衰し、〃 〃
3. $m=0$　振幅不變の正弦振動、不安定
4. $m<0$ 及び $|m|<n$　振幅漸增、〃
5. 〃 及び $|m|\geqq n$　振動せずに漸增、〃

2. は最も安定なる場合にして 1. 之に次ぎ、總ての調壓水槽に於て標準水位の變化する範圍内は必ず此條件を滿足するを要する。卽ち

$$m=\frac{gQ_0}{\alpha la}-\frac{Q_0}{2AH_0}>0\quad\text{卽ち}\quad A>\frac{C^2R}{2gH_0}\cdot a\qquad\text{玆に}\quad H_0=H-h_0\quad\cdots\ \cdots\ \text{(813)}$$

又は　$A>C'\dfrac{a^{1.5}}{H_0}$ … … … … … … … … … … (814)

其外 Thoma の條件，　$\dfrac{h_0}{H}<\dfrac{1}{3}$ … … … … … … … … (815)

を滿足するを要する。隧道斷面が圓形又は之に近き形なる時は平均直徑を D とし

$$R=\frac{D}{4},\quad D=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{a}\qquad\therefore\ C^2Ra=\frac{C^2}{2\sqrt{\pi}}a^{\frac{3}{2}},\quad C'=\frac{C^2}{4\sqrt{\pi}g}\fallingdotseq\frac{C^2}{69.5}\fallingdotseq\frac{C^2}{70}$$

C' は平滑なる鐵管，120；平滑なる混凝土，110；無卷隧道，15～20 位である。

$\therefore\ A>\dfrac{C^2a^{1.5}}{70H_0}$，　C は隧道内標準流 Q_0 に對する Chézy 流速公式の係數

上式に依り C 大なるほど、安定上必要なる水槽面積は大となる。從て隧道の平滑なる程、大なる A を要する。普通，混凝土卷隧道に於ては流速の計算に Kutter の n を 0.013～0.016 に取るが、安定計算の場合に於ては實際あり得る最小の n 卽ち 0.012～0.014 位を用ふる。

尚，(814) 式に依て求めたる水槽面積には多少の餘裕を附するを可とし、其程度は單水槽の場合に大となる。例へば

1.	單水槽	計算上の A の 1.5 倍以上
2.	差働水槽，其他溢流，水室等を有する場合	〃 1.2～1.5 倍
3.	落差の極めて大なる發電の單水槽	〃 1.5～2.0 倍

[例 26] 調壓水槽の安定計算例

1) $Q_0=20\ \text{m}^3/\text{sec}$，$H=200\ \text{m}$，$l=4{,}000\ \text{m}$，$v_0=2.5\ \text{m/sec}$，$n=0.0125$

圓形斷面を用ふるものとし，　$a=\frac{Q_0}{2.5}=8\ \mathrm{m}^2$，　$\therefore\ d=\sqrt{\frac{4}{\pi}a}=3.19\ m$，　$R=\frac{3.19}{4}\fallingdotseq 0.8\ \mathrm{m}$，

$h_0=\frac{v_0^2}{2g}(f_0+f+f_e)=\frac{2gl}{C_1^2R}\frac{v_0^2}{2g}$ と置く、但し f_0…流入損失係數，f…摩擦損失係數，f_e…水槽流入の際の速度水頭損失係數。

尙，$f=f_1\frac{4l}{D}=f_1\frac{l}{R}=\frac{2g}{C^2}\frac{l}{R}$ にして，$f_0\fallingdotseq 0.50$，$f_e=1.0$，

Kutter 公式に於て $n=0.0125$ に取れば，　$C\fallingdotseq\dfrac{23+\frac{1}{n}}{1+23\frac{n}{\sqrt{R}}}\fallingdotseq 78$ 弱

Manning 公式を用ふれば，　$C=\frac{1}{n}R^{\frac{1}{6}}=80(0.8)^{\frac{1}{6}}=77$，　$\therefore\ f=\frac{2\cdot 9.8}{77^2}\cdot\frac{4{,}000}{0.8}=16.5$

$$C_1^2=\frac{2g}{f_0+f+f_0}\frac{l}{R}=\frac{2\cdot 9.8}{0.5+16.5+1.0}\cdot\frac{4{,}000}{0.8}=5{,}440\qquad\therefore\ C_1\fallingdotseq 74$$

$$\therefore\quad h_0=\frac{2.5^2}{2\cdot 9.8}(0.5+16.5+1.0)=5.74\ \mathrm{m}\qquad\therefore\ H_e=H-h_0=200-5.74=194.26\ \mathrm{m}$$

水槽水面の安定なる爲には (813) 及び (815) 式に依り

$$A>\frac{C_1^2}{2\cdot g}\frac{a^{1.5}}{H-h_0}=\frac{74^2}{4\sqrt{\pi\cdot 9.8}}\cdot\frac{8^{1.5}}{194.26}\fallingdotseq 9.2\ \mathrm{m}^2\quad 及び\quad \frac{h_0}{H}=\frac{5.74}{200}<\frac{1}{3}$$

若し，水槽內徑を $D=4\ \mathrm{m}$ に取れば　$A=12.6\ \mathrm{m}^2$　$\therefore\frac{A}{a}\fallingdotseq 1.6$

にして 37 % の餘裕を有するも、此程度にては水面振動の減衰が頗る徐々にして，負荷從て給水量の小變に依り絕えず振動をなす。

2)　$Q_0=100\ \mathrm{m^3/sec}$，　$H=100\ \mathrm{m}$，　$l=2000\ \mathrm{m}$，　$v_0=2.5\ \mathrm{m/sec}$，　$n=0.0125$，　$a=\frac{100}{2.5}=40\ \mathrm{m}^2$，

$d=\sqrt{\frac{4}{\pi}\cdot 40}=7.14\ \mathrm{m}$，　$R=1.785\ \mathrm{m}$

今，近似的に隧道內摩擦損失のみを考ふれば　$h_0\fallingdotseq f\frac{l}{R}\frac{v_0^2}{2g}$．　$C=\frac{1}{0.0125}(1.785)^{\frac{1}{6}}=88$，

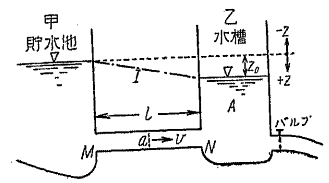
$$h_0=\frac{2g}{C^2}\frac{l}{R}=\frac{2\cdot 9.8}{88^2}\cdot\frac{2000}{1.785}\frac{2.5^2}{19.6}=0.905\ \mathrm{m},\quad C'=\frac{C^2}{4\sqrt{\pi g}}=\frac{88^2}{4\sqrt{\pi\cdot 9.8}}=111$$

$$\therefore\quad A>111\cdot\frac{40^{1.5}}{100-0.905}=283.3\ \mathrm{m}^2$$

故に $D=22\ \mathrm{m}$ に取れば $A=380\ \mathrm{m}^2$ にして約 34 % の餘裕を有する。

(2)　水車給水量を瞬間的に Q より 0 に變ずる場合　水車に Q なる流量を供給しつゝある間は隧道內の流量も Q に等しく，斷面積を a とすれば平均流速は $v_0=Q/a$ にして、取水口と水槽との落差 z_0 は v_0 に相當する隧道內の損失水頭に等しい。

今，瞬間的に給水を遮斷すれば隧道內の水は急に靜止せずして水槽內に流入しその水面を上昇せしめ、水の動勢力に依りて取水口の水面の高さを超えて上昇し、極點に達すれば更に下降し始め、流入口の水面積極めて大なる時は [96] (4) に於て $A_1=\infty$，$A_2=A$…水槽水面積…の場合に相當し、甲水面は靜止し水槽水面のみが運動する。今，閉塞の瞬間より時刻を計り、水が水槽



第　782　圖

に向ふて流るゝ期間に對して (805) 式を適用し、貯水池面より下方を $+z$，上方を $-z$ とすれば

$$-z+\frac{1}{a}\left(\frac{dz}{dt}\right)^2=\frac{lA}{ga}\cdot\frac{d^2z}{dt^2}\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\ (816)$$

然るに隧道內の損失は一般に $(f_0+f+f_e)\frac{v^2}{2g}$ …[37] (2)…を以て表はさるゝも、長き隧道に於ては $v=C\sqrt{RI}$ に相當する摩擦損失のみを考へ $\frac{lv^2}{C^2R}$ を以て表はし得る。一方水流連續の定理より

$$v=-\frac{A}{a}\frac{dz}{dt}\qquad\therefore\ \frac{lv^2}{C^2R}=\frac{l}{C^2R}\left(\frac{A}{a}\right)^2\left(\frac{dz}{dt}\right)^2\qquad\therefore\ \frac{1}{a}=\frac{l}{C^2R}\left(\frac{A}{a}\right)^2$$

之を (816) 式に代用し且つ $m=\frac{2gA}{C^2Ra}$，$n^2=\frac{ga}{lA}$ と置けば

$$\frac{d^2z}{dt^2}\mp\frac{m}{2}\left(\frac{dz}{dt}\right)^2+n^2z=0\quad 但し\ \mp\ の內\ -\ は順流，+\ は逆流の場合\ \cdots\ (817)$$

卽ち [96] (4) の (806) 式と同一式を得る。故に

$$\frac{dz}{dt}=\sqrt{\frac{2n^2}{m^2}(\pm mz+1)-C_1e^{\pm mz}}\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\ (818)$$

然るに $t=0$ に於ては

水槽水面の上昇速度$=\frac{Q}{A}$，　隧道內の流速$=\frac{Q}{a}$，　隧道內の水頭損失$=z=z_0=h_0\fallingdotseq\frac{lv_0^2}{C^2R}=\frac{l}{C^2R}\left(\frac{Q}{a}\right)^2$

卽ち $t=0$ に於ては落差 z_0 は v_0 に相當する水頭損失に等しく、從て隧道內の水を減速すべき壓力作用せざるを以て

$$\left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)_{t=0}=0\qquad\therefore\ (817)\ 式より\quad -\frac{m}{2}\left(\frac{dz}{dt}\right)^2_{t=0}+n^2z_0=-\frac{m}{2}\left(\frac{Q}{A}\right)^2+n^2z_0=0$$

$$\therefore\quad\frac{Q}{A}=\sqrt{\frac{2n^2}{m}z_0}=\sqrt{\frac{2n^2}{m}h_0}\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\ (\mathrm{i})$$

(818) 式より　$\left(\frac{dz}{dt}\right)_{t=0}=\frac{Q}{A}=\sqrt{\frac{2n^2}{m^2}(mz_0+1)-C_1e^{mz_0}}$　…　…　…　… (ii)

(i) 及び (ii) より $C_1=\frac{2n^2}{m^2}e^{-mz_0}$ 之を (818) 式に代入して

$$\frac{dz}{dt}=\sqrt{\frac{2n^2}{m^2}\left[(\pm mz+1)-e^{\pm m(z-z_0)}\right]}\quad\cdots\quad 但し，\pm\ の中，+\ は順流，-\ は逆流$$

…　…　…　…　…　…　…　…　…　… (819)

時刻の經過に從ひ水槽水面は次第に上昇し、$z=0$ を超えて遂に極限位置…$-$ にして z の極小値…に達し、此際 $\frac{dz}{dt}=0$ なるを以て此 z の値を Z_1 とすれば、順流なるを以て (819) 式に於て $\pm$ の中上方の符號を取り、

$$mZ_1+1-e^{m(Z_1-z_0)}=0\qquad\therefore\ 1+mZ_1-\ln(1+mZ_1)=1+mz_0\quad\cdots\quad\cdots\ (820)$$

之より水位は下降し初め $z=0$ を超えて低下し、低極 Z_2 に達し再び上る。之等の極限の水位に於ては $\frac{dz}{dt}$ は凡て 0 である。而して此の場合は逆流なるを以て (818) 式に於て ± の中下方の符號を取り、$z=Z_1$, $\frac{dz}{dt}=0$ と置けば

$$C_1=e^{+mZ_1}\cdot\frac{2n^2}{m^2}(-mZ_1+1) \quad \therefore \quad \frac{dz}{dt}=\frac{\sqrt{2}\,n}{m}\sqrt{(-mz+1)-e^{-m(z-Z_1)}(-mZ_1+1)} \quad \cdots\cdots \text{(iii)}$$

上式に於て $z=Z_2$ に於ては $\frac{dz}{dt}=0$ なるを以て

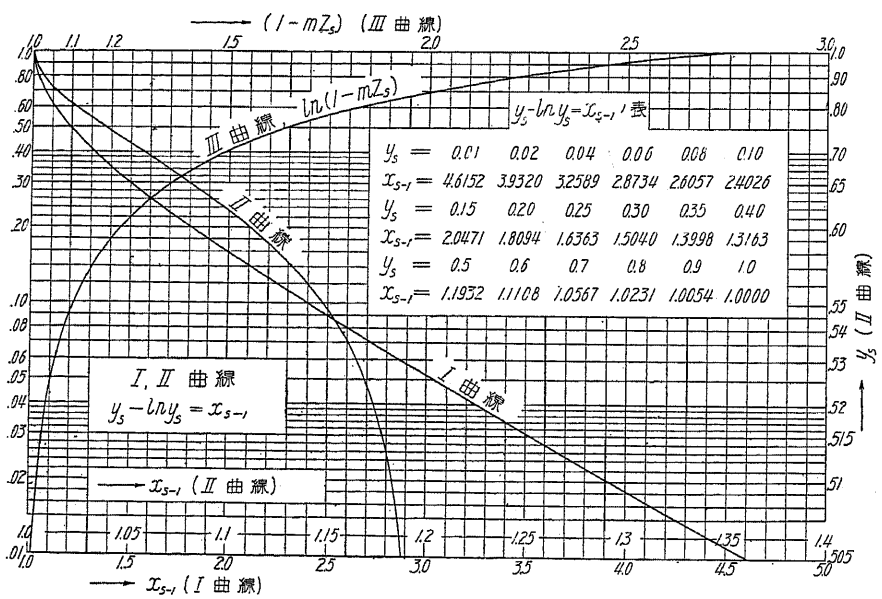
$$(1-mZ_2)=e^{-m(Z_2-Z_1)}\cdot(1-mZ_1) \quad \therefore \quad \ln(1-mZ_2)=-m(Z_2-Z_1)+\ln(1-mZ_1)$$

$$\therefore \quad (1-mZ_2)-\ln(1-mZ_2)=(1-mZ_1)-\ln(1-mZ_1) \quad \cdots\cdots \text{(821)}$$

同様にして Z_3 と Z_2, Z_4 と Z_3 ……の關係を求むれば

$$\left.\begin{array}{l}(1+mZ_3)-\ln(1+mZ_3)=(1+mZ_2)-\ln(1+mZ_2)\\(1-mZ_4)-\ln(1-mZ_4)=(1-mZ_3)-\ln(1-mZ_3)\\\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\\{[1-(-1)^s mZ_s]-\ln[1-(-1)^s mZ_s]=[1+(-1)^{s-1}mZ_{s-1}]-\ln[1+(-1)^{s-1}mZ_{s-1}]}\end{array}\right\}\cdots \text{(822)}$$

依て $z_0=h_0$ は既知なるを以て (820) 式を滿足するが如き Z_1 を求め得る。この爲には $1+mZ_0=x_0$, $(1+mZ_1)=y_1$ と置き、豫め種々の y に對する $y-\ln y=(1+mZ)-\ln(1+mZ)=x$



第 783 圖 (N.M.)

を計算し、x_0 に對する y_1 の値を表 (第 783 圖中の表) 又は曲線 (第 783 圖の I, II 曲線) を以て表はし置き、之に依て x_0 に相當する y_1 を求むる。次に y_1, 從て Z_1, 從て mZ_1 は既知なるを以て $(1-mZ_1)-\ln(1-mZ_1)=x_1$ を計算する。此場合 $\ln(1-mZ_1)=2.3026\cdot\log_{10}(1-mZ_1)$ にして略算には第 783 圖の $\ln(1-mZ)$ 曲線…III 曲線…を用ふる。x_1 を知れば x_1 と $(1-mZ_2)=y_2$ との關係は、x_0 と y_1 との關係と同一なるを以て、I, II の曲線を利用して y_2 從て Z_2 を求め得る。次に $(1+mZ_2)-\ln(1+mZ_2)=x_2$ を計算し x_2 に相當する y_3 を曲線に依て求むる。一般に Z_{s-1} を知れば $[1+(-1)^{s-1}Z_{s-1}]-\ln[1+(-1)^{s-1}Z_{s-1}]=x_{s-1}$ を知り、之より I, II 曲線に依て $y_s=[1-(-1)^s Z_s]$ を求め得る…[例 27] 參照。

水面振動の週期を (816) 式に依り近似的に求むれば $\quad T=2\pi\sqrt{\frac{lA}{ga}} \quad \cdots\cdots$ (823)

Streck の一層精確なる計算によれば $\quad T=\left(1+\frac{A}{200\,a}\right)2\pi\sqrt{\frac{lA}{ga}} \quad \cdots\cdots$ (824)

[例 27] [例 26] の場合に於て $Q_0=20\,\mathrm{m^3/sec}$ より瞬間的に $Q=0$ に變ずる時は, $v_0=2.5\,\mathrm{m/sec}$, $v=0$ 單水槽にして頂部溢流を許さざる場合は、先づ許し得る最大上昇 Z_1 を定め之に對して必要なる水槽面積 A を定むる。今相當餘裕を有する A を與ふる Schmitthenner 公式…**[97] (6)** の (835) 式…を用ひ, $Z_1=-25\,\mathrm{m}$ に定むれば

$$Z_1\fallingdotseq-2.5\sqrt{\frac{la}{gA}}-0\fallingdotseq-25\,\mathrm{m} \quad \therefore \quad \frac{a}{A}=\frac{g}{l}\left(\frac{25}{2.5}\right)^2=\frac{9.8}{4{,}000}100 \quad \therefore \quad \frac{A}{a}=4.1$$

$$\therefore \quad m=\frac{2g}{C_1^2R}\,\frac{A}{a}=\frac{19.6\cdot4.1}{74^2\cdot0.8}=\frac{1}{54.5}, \quad \therefore \quad x_0=1+mz_0=1+\frac{5.74}{54.5}\fallingdotseq1.105$$

第 783 圖の II 曲線又は同圖の表より

$$y_1=1+mZ_1=0.608 \quad \therefore \quad mZ_1=-0.392 \quad \therefore \quad Z_1=-0.392\cdot54.5=-21.37\,\mathrm{m}$$

次に (821) 式を用ひ $\quad x_1=(1-mZ_1)-\ln(1-mZ_1)=1.392-\ln1.392=1.062$

∴ II 曲線より $\quad y_2=1-mZ_2=0.685 \quad \therefore \quad mZ_2=0.315, \quad Z_2=0.315\cdot54.5=17.16\,\mathrm{m}$

$$x_2=(1+mZ_2)-\ln(1+mZ_2)=1.315-0.274=1.041 \quad \therefore \quad 1+mZ_3=0.740$$

$$\therefore \quad Z_3=-0.260\cdot54.5=-14.16\,\mathrm{m}$$

$$x_3=(1-mZ_3)-\ln(1-mZ_3)=1.260-0.231=1.029 \quad \therefore \quad 1-mZ_4=0.775$$

$$\therefore \quad Z_4=0.225\cdot54.5=12.26\,\mathrm{m}$$

$$x_4=(1+mZ_4)-\ln(1+mZ_4)=1.225-0.203=1.022 \quad \therefore \quad 1+mZ_5=0.805$$

$$\therefore \quad Z_5=-0.195\cdot54.5=-10.63\,\mathrm{m}$$

尙, Prášil 近似公式 (826) に依て數十回振動後の昇降の極値を求むれば

$$\frac{1}{mZ_n}-\frac{1}{mZ_1}=\frac{2}{3}(n-1) \quad \therefore \quad \frac{1}{mZ_n}=\frac{2}{3}(n-1)+2.55 \quad \therefore \quad Z_n=\frac{54.5}{\frac{2}{3}(n-1)+2.55}$$

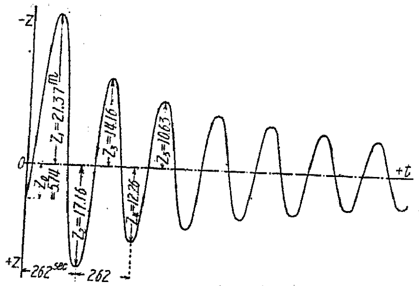
振動回數$\left(\frac{n}{2}\right)$		5	10	15	25	50	100	250
n	=	10	20	30	50	100	200	500
$n+1$	=	11	21	31	51	101	201	501
低極, Z_n,	=	6.375	3.584	2.493	1.548	0.795	0.404	0.163 m
高極, Z_{n+1}	=	−5.915	−3.434	−2.418	−1.520	−0.787	−0.401	0.162 m
t_n sec	=	1310	2620	3930	6550	13100	26200	65500
t_{n+1} sec	=	1441	2751	4061	6681	13231	26331	65631

振動週期は (823) 又は (824) 式に依り

$$T=T_1=2\pi\sqrt{\frac{lA}{ga}}=2\pi\sqrt{\frac{4000\cdot 4.1}{9.8}}=258\ \text{sec},$$

又は $T=T_2=\left(1+\frac{1}{200}\cdot\frac{A}{a}\right)\cdot T_1=262$ sec,

これより各極水位に對する時刻を求むれば上表に示す如く 18 時間後に 30 cm 位の振幅を有する。



第 784 圖 (N.M.)

(3) 上昇(Up-surging)及び下降(Down- urging)の極限値を求むる近似法 (808) 式即ち

$mZ_1-\ln(mZ_1+1)=mZ_2-\ln(mZ_2+1)$ を満足する Z_1, Z_2 の關係は Prášil (瑞西, 1908) の近似解法に據れば

$$\frac{1}{mZ_2}-\frac{1}{mZ_1}\fallingdotseq\frac{2}{3},\qquad \frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_3}=\frac{2}{Z_2}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (825)$$

但し Z が負なる時は其絶對値を用ふる。依て $t=0$ 即ち最初の落差を, $z_0=Z_0$ としそれより次々に起る極限値を Z_1, $Z_2\ldots Z_n$ とすれば

$$\frac{1}{mZ_n}-\frac{1}{mZ_1}=\frac{2}{3}(n-1)\quad 及び\quad \frac{1}{Z_{n-1}}+\frac{1}{Z_{n+1}}=\frac{2}{Z_n}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\ (826)$$

[例 28] $l=1164$ m, $a=18.1\ \text{m}^2$, $A=600\ \text{m}^2$, $Q=60\ \text{m}^3/\text{sec}$.

Q を流す爲の貯水池, 水槽間の落差を求むるに隧道入口を鐘口狀 (Bell mouth) として流入水頭$=0.05\frac{v_0^2}{2g}$
隧道内の摩擦損失を求むるに平滑なる混凝土仕上面の圓形斷面として $n=0.014$ に取る。

管徑 $D=\sqrt{\frac{4a}{\pi}}=4.8$ m $\therefore R=\frac{D}{4}=\frac{4.8}{4}=1.2$ m, $C=74$,

水頭損失 $z=f v_0^2=\frac{v_0^2}{C^2}\cdot\frac{l}{R}=\frac{1164}{74^2\cdot 1.2}v_0^2=0.177\,v_0^2$, $v_0=\frac{Q}{a}=3.315$ m/sec

貯水池, 水槽間の落差 $z_0=\frac{v_0^2}{2g}+0.05\frac{v_0^2}{2g}+f v_0^2=0.231\cdot v_0^2=2.538$ m

今, 全損失が摩擦抵抗のみに依て失はるゝものとすれば

$$z_0=\frac{l v_0^2}{C^2R}=0.231\cdot v_0^2\qquad\therefore\ \frac{1}{C^2R}=\frac{0.231}{l}$$

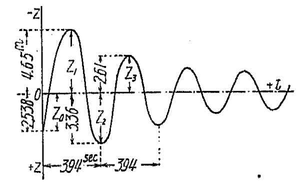
依て $m=\frac{2gA}{C^2Ra}=2\cdot 9.8\cdot\frac{600}{18.1}\cdot\frac{0.231}{l}=0.129\quad\therefore\ mZ_1+1-\ln(mZ_1+1)=mz_0+1=0.129\cdot 2.538+1$

$=1.327\qquad\therefore\ mZ_1=-0.61,\quad Z_1=-4.65$ m

次に (825) 式に依り Z_2 を求むるに Z_1 は負値なるを以て絶對値を用ひ

$$\frac{1}{|mZ_2|}-\frac{1}{|mZ_1|}\fallingdotseq\frac{2}{3}\qquad\therefore\ \frac{1}{mZ_2}=\frac{2}{3}+\frac{1}{0.61}\qquad\therefore\ Z_2=+3.36\ \text{m}$$

同様に $Z_3=-2.61$ m



第 785 圖

之等の極水位の起る時刻を精確に求むるには微分方程式 (819) に於て $t=0$ より初め數値積分 (Numerical integration) を行ひ、各時刻に於ける z を求むるを以て著しく煩雑なるも水位の變化を明確ならしむる事を得る。然し (825) 又は (826) 式に依て水面振動の週期を知れば水位變化の大體を知り得るを以て水槽の設計には充分である。

$$T\fallingdotseq 2\pi\sqrt{\frac{lA}{ga}}=2\pi\sqrt{\frac{1164}{9.8}\cdot\frac{600}{18.1}}\fallingdotseq 394\ \text{sec}=6\ 分\ 34\ 秒$$

此場合の水面昇降の大體を示せば第 785 圖の如し。

(4) 數値積分法 (Method of numerical integration) 又は圖解法 (Graphical solution) [20]

の (114) 式に於て, $h=f\frac{l}{R}\frac{v^2}{2g}=cv^2$ と置く。

極めて長き隧道に於ては摩擦損失のみを考へ $v=C\sqrt{RI}$ なる時は $h=\frac{l}{C^2R}v^2$ $\therefore c=\frac{l}{C^2R}$,

$$z=-\frac{l}{g}\frac{\partial v}{\partial t}\pm cv^2=-\frac{l}{g}\frac{\partial v}{\partial t}\pm h\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (827)$$

損失水頭 h は常に v の絶對値を小ならしむるを以て, v が $+$ なる時は $+cv^2$, $-$ なる時は $-cv^2$ を用ふる。

今 $v=-\frac{A}{a}\frac{dz}{dt}=-\frac{A}{a}u$, $\ldots u$ は水槽水面の昇降速度…と置き、$\frac{\partial v}{\partial t}$ を z に就ての微分に直せば

$$\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{\partial v}{\partial z}\cdot\frac{dz}{dt}=u\left(-\frac{A}{a}\frac{du}{dz}\right)=-\frac{A}{a}u\frac{du}{dz}\qquad 故に\ (827)\ は$$

$$z=-\frac{lA}{ga}u\frac{du}{dz}\pm h\qquad\therefore\ \frac{du}{dz}=\frac{ga}{lA}\cdot\frac{-z\pm h}{u}=-\frac{ga}{lA}\frac{z\mp h}{u}=-\tan\alpha\ \cdots\ (828)$$

と置けば α は u と z との關係を表はす曲線の切線角である。但し $\mp$ の中 $-$ は順流, $+$ は逆流の場合である。

次に (828) 式より水面昇降速度の變化 Δu に要する時間 Δt を求むるに

$$u\frac{du}{dz}=-\frac{ga}{lA}(z\mp h)=\frac{dz}{dt}\frac{du}{dz}=\frac{du}{dt}\qquad\therefore\ dt=-\frac{lA}{ga}\frac{du}{z\mp h}$$

dt 及び du を Δt 及び Δu を以て表はし、尚計算の便宜上時刻の間隔を振動週期 T との比を以て表せば

$$\frac{\Delta t}{T}=-\frac{\Delta u}{z\mp h}\frac{lA}{ga}\cdot\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{ga}{lA}}=-\frac{\Delta u}{z\mp h}\cdot\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{lA}{ga}}\quad\cdots\cdots\ (829)$$

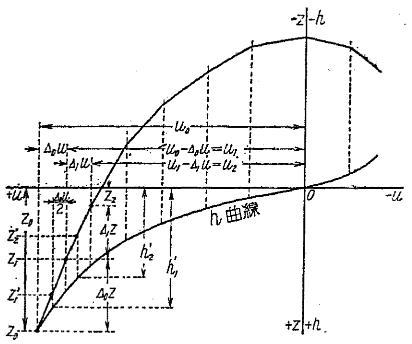
∓ 符號中 − は水槽水面の上昇期, + は下降期。

實際に u 及び z の關係を表はす曲線を書くには

$$\text{上昇期,}\quad \Delta u=-\tan\alpha\cdot\Delta z=-\frac{ga}{lA}\cdot\frac{z-h}{u}\Delta z \quad\text{又は}\quad \Delta z=-\frac{lA}{ga}\frac{u}{z-h}\Delta u$$

$$\text{下降期,}\quad \Delta u=-\tan\alpha\cdot\Delta z=-\frac{ga}{lA}\cdot\frac{z+h}{u}\Delta z \qquad\quad \Delta z=-\frac{lA}{ga}\frac{u}{z+h}\Delta u \quad\cdots\ (830)$$

に依り $z=z_0$ より最高水位 (Z_1) 迄 $u=f(z)$ の曲線を書き、次に，下降期の式を用ひ Z_1 より最低水位 Z_2 迄を書き、次に上昇期の式を用ひ Z_2 より次の最高水位 Z_3 迄を書く。



第 786 圖

u と z との關係を表はす $u=f(z)$ 曲線を書くには Δu を適當に取り…初期に對し比較的小に取る…$u-\frac{1}{2}\Delta u$ に相當する $-(z-h)$ を求むる。但し $t=0$ に於ては $u=u_0$, $z=h_0=z_0=Z_0$ である。上昇期に對しては第 786 圖に於て $+u$ を横軸左側に取り、損失水頭を縱軸の下向にとりて、u に相當する隧道內損失水頭の h 曲線を書き置く。Δt たけ經過すれば u_0 は $u_0-\Delta_0 u$ となり、此間の z の變化は u_0 と $u_0-\Delta_0 u$ との平均値 $u_0-\frac{1}{2}\Delta_0 u$ なるを以て、$u=u_0$, $\Delta u=\frac{1}{2}\Delta_0 u$ に相當する Δz を (830) 式に依て求むる。

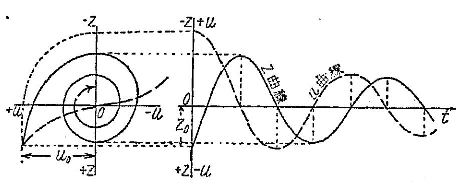
先づ $z=z_0$, $u=u_0$, $h=h_1'$ … $u-\frac{1}{2}\Delta_0 u$ に相當する h…とす、從て

$$\frac{1}{2}\Delta_0 z=-\frac{lA}{ga}\frac{u_0}{z_0-h_1}\cdot\frac{1}{2}\Delta_0 u \qquad \therefore\ z_1'=z_0-\frac{1}{2}\Delta_0 z$$

$\Delta_0 u$ 間に於ては z は直線的に變化するものとし、$u_0-\Delta_0 u$ に相當する値を求むれば,

$$z_1=z_0-\Delta_0 z,\qquad u_1=u_0-\Delta_0 u,\qquad h=h_1$$

次に $\Delta u=\Delta_1 u$ を適當に定め $\Delta_1 z=-\frac{lA}{ga}\cdot\frac{u_1}{z_1-h_1}\Delta_1 u$, 斯くして漸次に計算を進むる。次に u の生ずる時刻は (829) 式を用ひ z の計算に用ひたる各々の z, h, Δu より $\frac{\Delta t}{T}$ を求め、夫等の u_0 より u_n 迄の値を總計すれば、u_n 及び z_n の起る時刻を知り、之より時刻と z, u, v 等の關係を表はす曲線を書き得る。



第 787 圖

(5) **バルブを急に開放する場合** 水車に給水せざる時は水槽水面は貯水池面と一致し隧道內の水は靜止して居る。若しバルブを瞬間的に開放し Q_0 なる流量を供給すれば、初期に於て Q_0 の大部分は水槽より供給さるゝを以て其の水面下り貯水池との間に落差を生じ、これに依て隧道

內の水は加速される。然しこの爲に水槽水面は隧道內の定流に相當する損失水頭 h_0 よりも一層低下し、之に依て隧道內の流速は Q_0 に相當する $v_0=Q_0/a$ より著しく大となり、水槽に流入する水は Q_0 より大となるを以て水位は上昇し、從て水槽內の水面は振動を起す。而て給水量 Q_0 は隧道を流下する流量 $Q=av$ と水槽水面の降下に依る流量 $A\frac{dz}{dt}$ との和なるを以て

$$Q_0=av_0=av+A\frac{dz}{dt}\qquad\therefore\ v=v_0-\frac{A}{a}\frac{dz}{dt}\qquad\therefore\ \frac{dv}{dt}=-\frac{A}{a}\frac{d^2z}{dt^2}\quad\cdots\ (\mathrm{i})$$

然るに等斷面不定流の一般式 (114) に於て $\frac{d}{dl}\left(\frac{v^2}{2g}\right)=0$ と置き

$$I=\frac{z}{l}=\frac{1}{g}\frac{dv}{dt}+\frac{v^2}{C^2R}\qquad\therefore\ z-\frac{l}{C^2R}v^2-\frac{l}{g}\frac{dv}{dt}=0$$

之に (i) を代入して

$$z-\frac{l}{C^2R}\left[v_0^2-2\frac{A}{a}v_0\frac{dz}{dt}+\left(\frac{A}{a}\right)^2\left(\frac{dz}{dt}\right)^2\right]+\frac{lA}{ga}\frac{d^2z}{dt^2}=0\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\ (831)$$

此微分方程式は解算困難なるを以て開放の瞬間を $t=0$ とし、それより數値積分に依りて微小期間 Δt…普通 10 sec 位…毎に水位及び流速を算定するため頗る煩雜なるを以て、水位變化の極限を略定する爲には近似數値積分 (Seminumerical integration) を用ふる。

先づ，貯水池水槽間の落差 z の極限値を Z_m とし z の値を次の如く假定する。

$$z=Z_m\sin\alpha t\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\ (832)$$

此式は總ての時刻に於て z の正しき値を表はし得ざるも、ある期間の積分値が眞の z の同期間の積分値に等しくなる樣に α, Z_m を定むる事を得れば Z_m は眞の最大水位低下の近似値と看做し得る。然るに $t=0$ に於ては Q_0 は水槽のみより供給さるゝを以て (i) 式に於て $v=0$ 故に

$$v_0=\left(\frac{A}{a}\frac{dz}{dt}\right)_{t=0}=\alpha\frac{A}{a}Z_m(\cos\alpha t)_{t=0}\qquad\therefore\ \alpha=\frac{av_0}{AZ_m}\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\ (\mathrm{ii})$$

一方 $$\frac{dz}{dt}=\alpha Z_m\cos\alpha t=\frac{av_0}{A}\cos\alpha t,\qquad \frac{d^2z}{dt^2}=-\left(\frac{a}{A}\right)^2v_0^2\frac{1}{Z_m}\sin\alpha t$$

之等の値を (831) 式に代入して

$$Z_m\sin\alpha t-\frac{lv_0^2}{C^2R}(1-2\cos\alpha t+\cos^2\alpha t)-\frac{la}{gA}v_0^2\frac{1}{Z_m}\sin\alpha t=0\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\ (\mathrm{iii})$$

上式を αt に就て積分すれば

$$-Z_m\cos\alpha t-\frac{lv_0^2}{C^2R}\left[\alpha t-2\sin\alpha t+\frac{1}{2}(\alpha t+\sin\alpha t\cdot\cos\alpha t)\right]+\frac{la}{gA}v_0^2\frac{1}{Z_m}\cos\alpha t=C_1$$

依て $0\sim\frac{\pi}{2}$ 間の積分を求むれば

$$-\frac{lv_0^2}{C^2R}\left(\frac{3\pi}{4}-2\right)-\left(-Z_m+\frac{la}{gA}v_0^2\frac{1}{Z_m}\right)=0$$

$$\therefore\quad Z_m=0.178\frac{lv_0^2}{C^2R}+\sqrt{\left(0.178\frac{lv_0^2}{C^2R}\right)^2+\frac{la}{gA}v_0^2}\quad \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ (833)$$

[例 29] [例 28] と同一の場合を取れば $v_0=3.315$ m/sec, $\dfrac{lv_0^2}{C^2R}=z_0=2.538$ m, $\dfrac{la}{gA}=\dfrac{1164\cdot 18.1}{9.8\cdot 600}=3.58$

$$\therefore\quad Z_m=0.178\cdot 2.538+\sqrt{(0.178\cdot 2.538)^2+3.58\cdot 3.315^2}=6.74\ \mathrm{m}$$

數値積分に依れば $Z_m=6.48$ m にして約 3.5% の誤差である。

(6) 水槽水位の最高及び最低を與ふる近似公式

A… 水槽斷面積 m², a… 隧道斷面積 m², l … 隧道延長 m,
v_0… バルブを閉ぢ初むる前の隧道流速 m/sec, h_0 … v_0 に對する損失水頭 m $=cv_0^2$
Q_0… ,, ,, 給水量 m³/sec, $|Z_1|$… 取水口水面より水槽最高水位迄の高さ m,
v_1… バルブを開き初むる前の隧道流速 m/sec, $|Z_2|$… ,, ,, 最低水位迄の落差 m,
q_0… ,, ,, 給水量 m³/sec, $\varepsilon=\dfrac{la}{gA}\left(\dfrac{v_0}{h_0}\right)^2$ と置く。

1) 急閉塞に依り Q_0 を 0 にする場合の最大上昇 Z_1

$$|Z_1|=h_0\left[\sqrt{\varepsilon+\left(\frac{1+\varepsilon}{2+3\varepsilon}\right)^2}-\frac{1+2\varepsilon}{2+3\varepsilon}\right]\quad \dots\ (\text{Vogt})\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ (834)$$

2) 給水量を $Q_0=v_0a$ より v_2a に急減する場合

$$|Z_1|=+(v_0-v_2)\sqrt{\frac{la}{gA}}-\frac{h_2}{2},\quad h_2=cv_2^2=\frac{l}{C^2R}v_2^2\quad \dots\ (\text{Schmitthenner})\ \dots\ (835)$$

3) 給水量を $Q=0$ より $Q_0=av_0$ に急増する場合の最大降下

$$Z_2=+h_0\left[\sqrt{\varepsilon}+0.1+\frac{0.05}{\varepsilon}\right],\quad h_0=cv_0^2\ \dots\ (\text{Aksenes})\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ (836)$$

4) 給水量を $q_0=v_1a$ より v_2a に急増する場合の最大降下

$$Z_2=(v_2-v_1)\sqrt{\frac{la}{gA}}+\frac{h_2}{4}\quad \dots\ (\text{Schmitthenner 及び Haller})\ \dots\ \dots\ \dots\ (837)$$

5) 給水量を $Q=nQ_0$ より $Q_0=av_0$ に急増する場合の最大降下

$$Z_2=h_0+h_0\left[\sqrt{\varepsilon-0.275\sqrt{n}+\frac{0.05}{\varepsilon}}-0.9\right](1-n)\left(1-\frac{n}{\varepsilon^{0.62}}\right)\quad \dots\ (\text{Vogt})\ \dots\ (838)$$

6) 同上の場合

$$Z_2=h_0\left[n^2+\sqrt{\varepsilon(1-n)^2+(1-n^2)^2}\right]\quad \dots\ (\text{Johnson})\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ (839)$$

7) 給水量を 0 より Q に急増する場合の E. Braun 近似公式

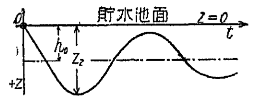
$$s=c\frac{Q_0}{a}\sqrt{\frac{gA}{la}}\quad と置く、但し\quad cv_0^2=h_0$$

i. $s<1$ ならば水面は減衰振動を爲す (第 788 圖)。

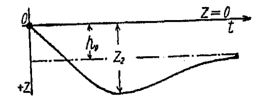
ii. $1\leqq s<1.24$ ならば水面は $h_0=0$, 即ち貯水池面より漸降して $z=h_0$ 以下に降り、再び漸昇して $z=h_0$ に漸近する (第 789 圖)。

iii. $s\geqq 1.24$, $z=0$ より下り漸近的に $z=h_0$ に近づく (第 790 圖)。

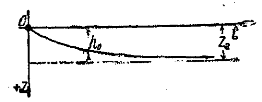
$$\left.\begin{aligned}
&s<1.24\ \text{の場合},\quad Z_2=\frac{s}{m}\left[s+\sqrt{s^2-3.24\cdot s+4}\right]\\
&\qquad\qquad 但し\quad m=\frac{2gA}{C^2Ra}=2c\frac{gA}{la}\\
&s\geqq 1.24\ \text{の場合},\quad Z_2=h_0=cv_0^2=c\left(\frac{Q_0}{a}\right)^2
\end{aligned}\right\}\quad \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ (840)$$



第 788 圖



第 789 圖



第 790 圖

[例 30] [例 27] と同一水槽に於て諸種の近似公式の結果を比較する。

$Q_0=20$ m³/sec, $H=200$ m, $l=4{,}000$ m, $v_0=2.5$ m/sec, $h_0=5.74$ m, $\dfrac{A}{a}=4.1$, $m=\dfrac{1}{54.5}$

1. 急全閉塞の場合, (820)〜(822) 式を用ふれば [例 27] の如く

$$Z_1=-21.37\ \mathrm{m},\quad Z_2=17.16\ \mathrm{m},\quad Z_3=-14.16\ \mathrm{m}$$

(826) 式に依り Z_{10}, Z_{20} を求むれば $Z_{10}=6.375$ m, $Z_{20}=+3.584$ m

2. 急閉塞に依り Q_0 を 0 にする場合

a) Vogt 公式 (834) に據れば $\varepsilon=\dfrac{la}{gA}\left(\dfrac{v_0}{h_0}\right)^2=\dfrac{4{,}000}{9.8\cdot 4.1}\left(\dfrac{2.5}{5.74}\right)^2=18.9$

$$|Z_1|=5.74\left[\sqrt{18.9+\left(\frac{1+18.9}{2+3\cdot 18.9}\right)^2}-\frac{1+2\cdot 18.9}{2+3\cdot 18.9}\right]=21.2\ \mathrm{m}$$

即ち貯水池面上, 最高水位迄の高さ 21.2 m にして、(820) 式の結果と略同一なるも計算の手數は却て多い。

b) Schmitthenner 公式 (835), $v_2=0$ $\therefore$ $h_2=cv_2^2=0$ $|Z_1|=(2.5-0)\sqrt{\dfrac{4{,}000}{9.8\cdot 4.1}}-\dfrac{0}{2}=24.95$ m

a) に對する誤差 $=\dfrac{24.95-21.2}{21.2}=0.18=+18\,\%$

3. $Q=0$ より $Q=Q_0=av_0$ に急増する場合

a) Aksenes 公式 (836), $h_0=5.74$ m, $\varepsilon=18.9$, $Z_2=h_0\left[\sqrt{\varepsilon}+0.1+\dfrac{0.05}{\varepsilon}\right]$

$$=5.74\left[\sqrt{18.9}+0.1+\frac{0.05}{18.9}\right]=25.5\ \mathrm{m}$$

即ち, 括弧内の第三項は徴小である。

b) E. Braun 公式 (840), $c=\dfrac{h_0}{v_0^2}=\dfrac{5.74}{2.5^2}=0.92$, $s=c\dfrac{Q}{a}\sqrt{\dfrac{gA}{la}}=0.92\cdot 2.5\cdot\dfrac{1}{9.98}=0.231$

$$\therefore\quad s<1.24,\quad m=\frac{2gA}{C_1^2Ra}=\frac{1}{54.5}$$

$$Z_2=\frac{s}{m}\left[s+\sqrt{s^2-3.24\cdot s+4}\right]=0.231\cdot 54.5\left[0.231+\sqrt{0.231^2-3.24\cdot 0.231+4}\right]=25.8\ \mathrm{m}$$

即ち a) の場合と殆んど一致する。

4. $Q=0$ より $Q=\frac{1}{2}Q_0$ に急增する場合

a) Schmitthenner 公式 (837), $v_2=\frac{v_0}{2}=1.25\,\text{m/sec}$, $v_1=0$, $h_2=cv_2{}^2=h_0\left(\frac{v_2}{v_0}\right)^2=\frac{h_0}{4}=1.44\,\text{m}$

$$Z_2=(v_2-v_1)\sqrt{\frac{la}{gA}}+\frac{h_2}{4}=(1.25-0)\sqrt{\frac{4{,}000}{9.8\cdot 4.1}}+\frac{1.44}{4}=12.84\,\text{m}$$

b) Aksenes 公式 (836), $\varepsilon=\frac{la}{gA}\cdot\left(\frac{v_2}{h_2}\right)^2=99.6\cdot\left(\frac{1.25}{1.44}\right)^2=75.0$,

$$Z_2=h_2\left[\sqrt{\varepsilon}+0.1+\frac{0.05}{\varepsilon}\right]=1.44(\sqrt{75}+0.1)=12.61\,\text{m}$$

5. $Q=\frac{1}{2}Q_0$ より $Q=Q_0$ に急增する場合

a) Vogt 公式 (838), $h_0=5.74\,\text{m}$, $\varepsilon=99.6\left(\frac{2.5}{5.74}\right)^2=18.9$, $n=0.5$

$$Z_2=h_0+h_0\left[\sqrt{\varepsilon-0.275\sqrt{n}}+\frac{0.05}{\varepsilon}-0.9\right](1-n)\left(1-\frac{n}{\varepsilon^{0.62}}\right)$$

$$=5.74+5.74\left[\sqrt{18.9-0.275\sqrt{0.5}}+\frac{0.05}{18.9}-0.9\right]\cdot 0.5\left(1-\frac{0.5}{0.92}\right)=14.82\,\text{m}$$

b) Schmitthenner 公式 (837), $v_2=v_0=2.5\,\text{m/sec}$, $v_1=\frac{v_0}{2}=1.25\,\text{m/sec}$, $h_2=h_0=5.74\,\text{m}$

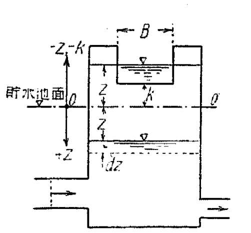
$$Z_2=(v_2-v_1)\sqrt{\frac{la}{gA}}+\frac{h_2}{4}=(2.5-1.25)\cdot 9.98+\frac{5.74}{4}=13.91\,\text{m}$$

c) Johnson 公式 (839), $Z_2=h_0\left[n^2+\sqrt{\varepsilon(1-n)^2+(1-n^2)^2}\right]$

$$=5.74\left[0.5^2+\sqrt{18.9(1-0.5)^2+(1-0.25)^2}\right]=14.64\,\text{m}$$

[98] 複雜なる調壓水槽の水面昇降

(1) 上部に溢流を有する調壓水槽 (**Surge tank with overflow**) 急閉塞の場合，水面の上昇甚しく、之に對し水槽の高さを充分大ならしむるは不經濟なるを以て、寧ろある程度以上に昇る時に水を溢出せしむる方有利なる場合は槽壁の上部に溢出部を設くる。今，貯水池面即ち $z=0$ より溢流頂迄の高さを k m，頂長を B m，溢出量を q m³/sec. とすれば急閉塞の場合に對し



第 791 圖

I. 水槽水面が溢流頂に達する迄の期間，$q=0$，h…損失水頭

$$-\Delta z=\frac{av}{A}\Delta t,\qquad \Delta v=\frac{g}{l}(z-h)\Delta t\qquad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (841)$$

II. 水槽水面が溢流頂以上に位する期間，溢流水頭$=(-z+k)>0$，$\mu=0.63$

$$-\Delta z=\frac{1}{A}(av-q)\Delta t,\quad \Delta v=\frac{g}{l}(z-h)\Delta t,\quad q=\frac{2}{3}\mu B\sqrt{2g}(-z+k)^{1.5}\fallingdotseq 1.85\,B(-z+k)^{1.5}\ \cdots\ (842)$$

(841) 及び (842) 式を用ひ $t=0$，$av=Q_0$，$z=h_0$，$A=A_0$ より初め數値積分に依りて各時刻

に於ける z 及び v を求むる。

此場合に對する Vogt の近似解法は、Q_0 をバルブ閉塞直前の隧道流量として

最大溢流量 $q_{max}=y_0\cdot\alpha\cdot\zeta_m{}^{1.5}\cdot Q_0$，茲に $y_0=\sqrt{x_0+\frac{\varepsilon}{2}-\frac{\varepsilon}{2}l^{\frac{2}{\varepsilon}(1-x_0)}}$，$x_0=\frac{k}{h_0}$

但し溢流頂が oo' 線以上に位する場合は負値，$Q_0=av_0$

$$\varepsilon=\eta\frac{la}{gA}\cdot\left(\frac{v_0}{h_0}\right)^2,\quad \eta\ldots\text{補正係數}=\frac{a\int v^2da}{\left[\int vda\right]^2}\fallingdotseq 1.05\ldots\text{平滑なる混凝土面に對する値}$$

$$\alpha=\frac{1.85B\,h_0{}^{1.5}y_0{}^2}{Q_0},\quad \beta=\frac{\varepsilon}{y_0{}^2},\quad \zeta_0=\frac{-k}{h_0y_0{}^2},\quad \zeta_m=\frac{\text{最大溢流水深即ち}(-Z_1+k)}{h_0y_0{}^2}$$

$$\left.\begin{aligned}\therefore\ \zeta_m&=\left[\frac{1}{\alpha}\left\{1-\left(\frac{1+0.75\,\zeta_0}{1+0.75\,\zeta_0+0.47\alpha\cdot\beta}\right)^{\frac{3}{4}}\right\}\right]^{\frac{2}{3}}\ \cdots\ (\text{Vogt})\ \cdots\\ |Z_1|&=k+\zeta_my_0{}^2h_0\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\end{aligned}\right\}\cdots\ \cdots\ \cdots\ (843)$$

與へられたる場合に對し k 及び B を適當に定むれば、水槽水面の最大上昇 $|Z_1|$ を求め得る。

[例 31] [例 27] と同一の水槽に於て $k=-10$ m に $B=4$ m の溢流部を設く。

$$Q_0=20\,\text{m}^3/\text{sec},\quad H=200\,\text{m},\quad l=4{,}000\,\text{m},\quad v_0=2.5\,\text{m/sec},\quad h_0=5.74\,\text{m},\quad \frac{A}{a}=4.1$$

$$x_0=\frac{k}{h_0}=-1.74,\quad \varepsilon=\eta\frac{la}{gA}\left(\frac{v_0}{h_0}\right)^2=1.05\cdot 18.9=19.85$$

$$\therefore\ y_0=\sqrt{x_0+\frac{\varepsilon}{2}-\frac{\varepsilon}{2}l^{-\frac{2}{\varepsilon}(1-x_0)}}=\sqrt{-1.74+\frac{19.85}{2}-\frac{19.85}{2}l^{-\frac{2}{19.85}(1+1.74)}}=0.806$$

$$\alpha=\frac{1.85\,Bh_0{}^{1.5}y_0{}^2}{Q_0}=\frac{1.85\cdot 4\cdot 5.74^{1.5}\cdot 0.65}{20}=3.31,\quad \beta=\frac{\varepsilon}{y_0{}^2}=\frac{19.85}{0.65}=30.54$$

$$\zeta_0=\frac{-k}{h_0y_0{}^2}=\frac{10}{5.74\cdot 0.65}=2.68,\quad \zeta_m=\left[\frac{1}{\alpha}\left\{1-\left(\frac{1+0.75\,\zeta_0}{1+0.75\,\zeta_0+0.47\alpha\cdot\beta}\right)^{\frac{3}{4}}\right\}\right]^{\frac{2}{3}}$$

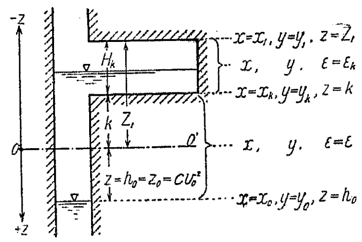
$$=\left[\frac{1}{3.31}\left\{1-\left(\frac{1+0.75\cdot 2.68}{1+0.75\cdot 2.68+0.47\cdot 3.31\cdot 30.54}\right)^{\frac{3}{4}}\right\}\right]^{\frac{2}{3}}=0.4136$$

$$\therefore\ Z_1=+k-\zeta_m\cdot h_0y_0{}^2=-10-0.4136\cdot 5.74\cdot 0.65=-11.54\,\text{m}$$

即ち取水口水面上 11.54 m 迄上り、最大溢流水頭は 1.54 m である。

$$q_{max}=y_0\cdot\alpha\cdot\zeta_m{}^{1.5}\cdot Q_0=0.806\cdot 3.31\cdot 0.266\cdot 20=14.2\,\text{m}^3/\text{sec}$$

(2) 水室調壓水槽 (**Chamber surge tank**) 急全閉塞の場合水槽內水面の上昇をある程度に止め、且つ溢流に依る水の損失を避くるため竪槽 (Shaft) の上部に略水平なる廣き水室を設け、最高水面が水室天井を超えぬ樣に計畫する。



第 792 圖

此場合 $z=k$ に於て槽斷面積は A より急に A_k に增大するが、最大上昇 Z_1 を精確に算定するには次式に依て數値積分を行ふ。

I.　$z=h_0$　より　$z=k$　迄の間

$$-\Delta z=\frac{av}{A}\Delta t,\quad \Delta v=\frac{g}{l}(z-h)\Delta t \qquad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (844)$$

但し h は v に相當する損失水頭

II.　$z=k$　より　$z=Z_1$　迄の間

$$-\Delta z=\frac{av}{A_k}\Delta t,\quad \Delta v=\frac{g}{l}(z-h)\Delta t \qquad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (845)$$

數値積分を行ふには相當の手數を要するを以て、水室の位置及び容積を選定するには Vogt の略算法を用ふる。卽ち

a)　$\dfrac{A}{A_k}\fallingdotseq 0,\ \dfrac{Z_1-k}{Z_1}\fallingdotseq 0$　と假定し、次式に依て水室の容積 V を求むる。

$$V=\frac{1}{2}\ln\left(1+\frac{h_0}{|Z_1|}\right)\frac{\eta\cdot la\,v_0^2}{gh_0} \qquad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (846)$$

卽ち地況上適當なる水室頂の高さ Z_1 を定めて V を計算する。

b)　A_k が A に比して極めて大なる場合の他は

$$x=\frac{z}{h_0},\quad y=\frac{v}{v_0},\quad \text{竪槽内に於て}\quad \varepsilon=1.05\frac{la}{gA}\left(\frac{v_0}{h_0}\right)^2,$$

$$\text{水室に於て}\qquad \varepsilon=\varepsilon_k=1.5\frac{la}{gA_k}\left(\frac{v_0}{h_0}\right)^2$$

各區間に於ける x, y, ε 等の値は…第 792 圖參照

$z=$	h_0	$h_0\sim k$	k	$k\sim Z_1$	Z_1
$x=$	$x_0=1$	x	x_k	x	x_1
$y=$	$y_0=1$	y	y_k	y	y_1
$\varepsilon=$	ε	ε	ε	ε_k	ε_k

y は次式を以て表はさる。

$$y^2=\left(\frac{\varepsilon}{2}+x\right)+\left(y_0^2-\frac{\varepsilon}{2}-x_0\right)e^{-\frac{2}{\varepsilon}(x_0-x)} \qquad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (847)$$

但し　$z=k\sim Z_1$　に於ては ε の代りに ε_k を用ふ、故に

$z=h_0\sim k$　に於ては，　$$y^2=\frac{\varepsilon}{2}+x-\frac{\varepsilon}{2}e^{-\frac{2}{\varepsilon}(1-x)} \qquad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (848)$$

$z=k\sim Z_1$　に於ては，　$$y^2=\frac{\varepsilon_k}{2}+x+\left(y_k^2-\frac{\varepsilon_k}{2}-x_k\right)e^{-\frac{2}{\varepsilon_k}(x_k-x)} \qquad \cdots\ \cdots\ \cdots\ (849)$$

卽ち，水室の斷面積及び底の高さを假定すれば最高水位を知り得る。

[例 32]　[例 31] の場合に於て $\dfrac{A}{a}=2,\quad \dfrac{A_k}{A}=10 \quad \therefore\ A_k=20\cdot a=160\ \mathrm{m}^2$

$$x_k=\frac{k}{h_0}=\frac{-10}{5.74}=-1.74,\quad \varepsilon=1.05\frac{la}{gA}\left(\frac{v_0}{h_0}\right)^2=1.05\frac{4{,}000}{9.8\cdot 2}\left(\frac{2.5}{5.74}\right)^2=40.6,\quad \varepsilon_k=\varepsilon\frac{A}{A_k}=4.06$$

$z=k$ に於ては (848) 式より　$y_k^2=\dfrac{\varepsilon}{2}+x_k-\dfrac{\varepsilon}{2}e^{-\frac{2}{\varepsilon}(1-x_k)}=20.3-1.74-20.3e^{-\frac{1+1.74}{20.3}}=+0.810$

次に最高水位に於て $x=x_1,\ y=y_1=0$ とすれば (849) 式に於て　$\varepsilon_k=40.6,\ y_k^2=+0.810,\ x_k=-1.74$ と置き　$y_1^2=2.03+x_1+(0.810-2.03+1.74)e^{-\frac{2}{40.6}(1.74-x_1)}=0$

此式より x_1 を求むるには試算法を用ふ。卽ち Z_1 又は $x_1=\dfrac{Z_1}{h_0}$ の種々の値に對し y_1^2 の値を求め其の零に相當する x_1 を求むる。

$Z_1=$	-12	-13	-14	-15	-16 m	
$x_1=$	-2.090	-2.265	-2.440	-2.614	-2.79	
$y_1^2=$	$+0.4515$	$+0.272$	$+0.0925$	-0.086	-0.266	$\therefore\ Z_1=-14.52$ m

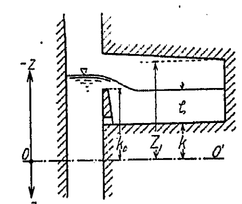
今，Vogt 式 (846) に依て水室容積の略値を求むれば

$$V=\frac{1}{2}\ln\left(1+\frac{h_0}{|Z_1|}\right)\cdot\frac{\eta\,la\,v_0^2}{g\,h_0}=\frac{1}{2}\ln 1.395\cdot 3.73\cdot 10^3\fallingdotseq 620\ \mathrm{m}^3$$

然るに $A_k=20\,a=160\ \mathrm{m}^2$，水室の高さ $H_k=13.9-10=3.9$ m とすれば

$\therefore\quad V=160\cdot 3.9\fallingdotseq 624\ \mathrm{m}^3$　　卽ち充分である。

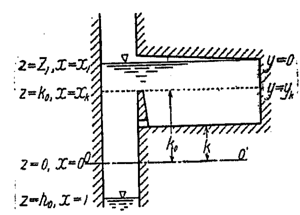
(3)　水室の入口に溢流堰を設けたる場合　實際は水室の容積を最も有効に利用する爲に入口に溢流堰を設け、槽水面が之を超ゆれば急に水室内に流入せしむる。竪槽水面下降の際水室内の水を排出し且つ溢流の際空氣の逸出のため堰底部に孔を穿つ (第 793 圖)。此場合の精確なる計算は數値積分に依るの外なく、$z=k_0$ に於て溢流を初め室内水面が溢流頂に達する迄 $|k_0|<|z|$ 且つ $|\zeta|\leqq|k_0-k|$ の間，溢流量 $q\fallingdotseq 1.85B(-z+k_0)^{\frac{3}{2}}$、$|\zeta|>|k_0-k|$ の期間，$q=1.85B\sqrt{-z+k+\zeta}[-z+k_1-0.38(k+\zeta-k_1)]$。水面下降の場合に、水槽水面が水室水面より低くなれば室内の水は堰底孔より水槽に流出し、



第 793 圖

$q_0=C_0\cdot a_0\cdot\sqrt{(-k_0+k)2g}$,　a_0…孔面積，　C_0…流量係數

溢流頂以下の水が、竪槽水面が最低に達する前に孔を通じて全部流出する如く孔の面積 a_0 を定む。最高水面卽ち水室頂の位置 $\left(z=Z_1,\ x=\dfrac{z}{h_0}=\dfrac{Z_1}{h_0}=x_1\right)$，溢流頂の位置 $\left(z=k_0,\ x=\dfrac{k_0}{h_0}=x_k\right)$ 及び $y=\dfrac{V_k}{v_0}=y_k$ を與へらるゝ時は次式に依て水室の所要容積を略算し得る。



第 794 圖

$$V=\left[\frac{1}{2}\ln\left(1+\frac{y_k^2}{|x_1|-0.15(|x_1|-|x_k|)}\right)-\frac{|x_1|-|x_k|}{\varepsilon}\right]\eta\cdot\frac{la\,v_0^2}{g\,h_0} \qquad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (850)$$

玆に　$\varepsilon=1.05\dfrac{la}{gA}\left(\dfrac{v_0}{h_0}\right)^2$

V は $|x_1|-|x_k|$ の大なる程，大となるを以てなるべく溢流深を小にし堰の長さを大ならしむる方有利である。

[例 33] [例 32] の場合に於て水室入口に高さ 2 m の溢流堰を設く。

$$\varepsilon=40.6,\quad Z_1=-14.52\,\mathrm{m}\qquad \therefore\quad x_1=-\frac{14.52}{5.74}=-2.53,\quad x_k=\frac{-10-2}{5.74}=-2.09,$$

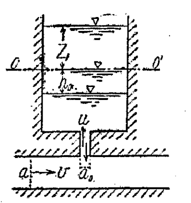
$$y_k^2=+0.810,\quad \eta\frac{la\,v_0^2}{gh_0}=3.73\cdot10^3$$

$$\therefore\quad V=\left[\frac{1}{2}\ln\left(1+\frac{0.810}{2.53-0.15(2.53-2.09)}\right)-\frac{2.53-2.09}{40.6}\right]\cdot3.73\cdot10^3=531\,\mathrm{m}^3$$

即ち溢流を有せざる場合の $V=620\,\mathrm{m}^3$ に比し約 14.5％ 小である。

(4) 小孔調壓水槽 (Surge tank with restricted entrance) 給水量の變化に因る水槽水面の昇降を小ならしむるため、槽底と隧道との間に孔を有する床を設け孔を通して水を水槽に出入せしむる。

1. 急閉塞の場合 Q_0 なる水量を供給しつゝある際、急に之を遮斷する時は $t=0$ に於て



第 795 圖

$$Q=Q_0,\quad v=v_0,\quad z=z_0=h_0$$

$$x=\frac{z}{h_0},\quad x_0=\frac{z_0}{h_0}=1,\quad y=\frac{v}{v_0},\quad y_0=1$$

h_r (又は h_{r0})…Q (又は Q_0) なる流量が孔を通過する爲に失ふ水頭即ち孔の抵抗損失 (Damping loss)，a_0…孔の斷面積，u…孔の流速$=\dfrac{a}{a_0}v$

$$\therefore\quad h_r=\frac{u^2}{2g}=\frac{1}{2g}\left(\frac{a}{a_0}\right)^2v^2,\quad h_{r0}=\frac{1}{2g}\left(\frac{a}{a_0}\right)^2v_0^2$$

尙 $\gamma=\dfrac{h_{r0}}{h_0}$，$\varepsilon=\dfrac{la}{gA}\left(\dfrac{v_0}{h_0}\right)^2$，$\tau=\dfrac{gh_0}{lv_0}t$ と置く、然る時は

$$\left.\begin{array}{ll}\text{運動の方程式} & \dfrac{dy}{d\tau}=x-\gamma\left(\dfrac{1}{\varepsilon}\dfrac{dx}{d\tau}\right)^2-y^2\\ \text{連續性の方程式} & y+\dfrac{1}{\varepsilon}\dfrac{dx}{d\tau}=0\end{array}\right\}\quad\cdots\quad(851)$$

(851) 式を數値積分すれば $z=h_0$ (即ち $x=x_0$) より $z=Z_1$ (即ち $x=x_{\max}=x_1$) 迄の期間に對し次式の關係を得る。

$$y^2=\left[\frac{\varepsilon}{2(1+\gamma)^2}+\frac{x}{1+\gamma}\right]+\left[1-\frac{\varepsilon}{2(1+\gamma)^2}-\frac{1}{1+\gamma}\right]\cdot e^{-\frac{2(1+\gamma)}{\varepsilon}(1-x)}\quad\cdots\quad(852)$$

x の絶對値の最大を x_1 と置けば、之に對し $v=0$ 即ち $y=0$ なるを以て (852) 式は

$$1-\frac{2(1+\gamma)}{\varepsilon}x_1=\left[1-\frac{2\gamma(1+\gamma)}{\varepsilon}\right]e^{-\frac{2(1+\gamma)}{\varepsilon}(1+x_1)}\quad\cdots\ (\text{Vogt})\ \cdots\quad(853)$$

試算法に依て上式を滿足する如き x_1 を求むれば最大上昇は

$$Z_1=-h_0\cdot x_1\quad\cdots\quad(854)$$

時刻 t と z との關係を曲線にて表はすには (851) の代りに

$$-\Delta z=\frac{a}{A}v\,\Delta t,\quad \Delta v=\frac{g}{l}(z\mp h\pm h_r)\Delta t\quad\cdots\quad(855)$$

を用ひ $t=0$ より數値積分を行ふ。$\mp h$ 及び $\pm h_r$ の符號の取り方は

Δz ＋ ならば h_r は ＋；　v ＋ ならば h は －

Δz －　,,　h_r は －；　v －　,,　h は ＋

孔の面積 a_0 は (閉塞の瞬間 $t=0$ に於ける h_{r0})＋(隧道下端靜水壓) が最高水面の時の靜水壓と等しき樣に定むる。

2. 給水量を nQ_0 より Q_0 に急增する場合 最大下降 $Z_2=h_0x_2$ と置けば x_2 は次式を以て表はさるゝ (Vogt)。

$$x_2=1+c(1-n)^2(\gamma-1)+(1-n)\sqrt{\varepsilon-[c(1-n)^2(\gamma-1)+(1-n^2)]\cdot[\gamma-c(\gamma-1)]}\cdot e^N\quad\cdots\quad(856)$$

玆に
$$N=-\left[\frac{(1+n)+\gamma(1+n)}{\sqrt{4\varepsilon-[(1+n)+\gamma(1-n)]^2}}\cdot\arctan\left(-\frac{\sqrt{4\varepsilon-[(1+n)+\gamma(1-n)]^2}}{(1+n)-(1-n)[\gamma-2c(\gamma-1)]}\right)\right]$$

$$c=\frac{1}{4}\,\frac{1+2\varepsilon\left(1+\dfrac{\sqrt{\gamma}}{1+\gamma}\right)}{1+4\varepsilon}\doteqdot\frac{1}{8}\left(1+\frac{\sqrt{\gamma}}{1+\gamma}\right)$$

若し $\gamma=\dfrac{x_2-n^2}{(1-n)^2}$ なる關係を滿足する如く γ を定むるものとすれば

$$x_2=1+\left[\sqrt{\frac{\varepsilon}{2}-0.275\sqrt{n}}+\frac{0.1}{\varepsilon}-0.9\right]\cdot(1-n)\left[1-\frac{n}{\left(\dfrac{\varepsilon}{2}\right)^{0.62}}\right]\quad\cdots\quad(857)$$

一般に抵抗損失 h_r 大なれば水槽內の水面昇降の範圍を縮小し得るも、h_r 過大なる時は隧道內壓力の變動を緩和し得ざる場合を生ずる。普通，單水槽と同一の斷面とし單に水槽の高さのみを節約する爲に抵抗を用ふるを可とする。

[例 34] [例 27] と同一の場合に於て，$a_0=\dfrac{a}{8}$ とする。

$$\frac{A}{a}=4.1,\quad h_0=5.74\,\mathrm{m},\quad \varepsilon=18.9,\quad a_0=\frac{a}{8}=1\,\mathrm{m}^2,\quad u=\frac{a}{a_0}v,\quad u_0=8\cdot2.5=20\,\mathrm{m/sec}$$

$$\therefore\quad h_{r0}=\frac{u_0^2}{2g}=\frac{1}{2g}\left(\frac{a}{a_0}\right)^2v_0^2=\frac{1}{2\cdot9.8}\cdot8^2\cdot2.5=20.4,\quad \gamma=\frac{h_{r0}}{h_0}=\frac{20.4}{5.74}3.55$$

1) 急閉塞 Q を Q_0 より 0 に急減する場合にて且つ h_{r0} 從て γ を與へられたる場合、Vogt 式 (853) を試算法に依て解き x_1 從て Z_1 を求むれば

$$1-\frac{2(1+\gamma)}{\varepsilon}x_1=\left[1-\frac{2\gamma(1+\gamma)}{\varepsilon}\right]e^{-\frac{2(1+\gamma)}{\varepsilon}(1+x_1)},\quad 1+\gamma=1+3.55=4.55,\quad \varepsilon=18.9$$

$$\therefore\quad 1-\frac{2(1+3.55)}{18.9}x_1=\left[1-\frac{2\cdot3.55(1+3.55)}{18.9}\right]e^{-\frac{2(1+3.55)}{18.9}(1+x_1)}\qquad\text{即ち}$$

$$1-0.482\,x_1+0.710e^{-0.482(1+x_1)}=0\equiv\Phi\quad\text{と置く。}$$

$x_1=\quad 2.2 \qquad 2.4 \qquad 2.6$

$\Phi=\quad +0.0908 \qquad -0.0191 \qquad -0.1278$

$$\therefore\ x_1=2.2+\frac{2.4-2.2}{0.0908+0.0191}\cdot 0.0908=2.365 \qquad \therefore\ Z_1=-h_0x_1=-5.74\cdot 2.365=-13.57\ \mathrm{m}$$

2) **$\frac{1}{2}Q_0$ より Q_0 に急増する場合** ($n=0.5$), Vogt (856) 式を用ふ。

$$c=\frac{1}{4}\,\frac{1+2\cdot 18.9\left(1+\frac{\sqrt{3.55}}{1+3.55}\right)}{1+4\cdot 18.9}=0.178 \quad \text{又は} \quad c\fallingdotseq\frac{1}{8}\left(1+\frac{\sqrt{\gamma}}{1+\gamma}\right)=0.177$$

$$[(1+n)+\gamma(1-n)]^2=[1.5+3.55\cdot 0.5]^2=10.72. \quad \sqrt{4\varepsilon-[(1+n)+\gamma(1-n)]^2}=8.055$$

$$(1+n)-(1-n)[\gamma-2c(\gamma-1)]=1.5-\frac{1}{2}\Big[3.55-2\cdot 0.178(3.55-1)\Big]=+0.179$$

$$\therefore\ \arctan\left(-\frac{8.055}{0.179}\right)=1.593 \qquad \therefore\ N=-\frac{3.275}{8.055}\cdot 1.593=-0.648 \qquad \therefore\ e^N=0.524$$

$$\therefore\ x_2=1+0.178\cdot 0.25(3.55-1)+\frac{1}{2}\sqrt{18.9-[0.0445\cdot 2.55+0.75][3.55-0.454]}\cdot 0.524=2.169$$

$$\therefore\ Z_2=+5.74\cdot 2.169=12.47\ \mathrm{m}$$

3) **$\frac{1}{2}Q_0$ より Q_0 に急増する場合** 此場合 Z_2 又は x_2 を假定し (857) 式を滿足する如く γ を定むれば簡單である。

$$\gamma=\frac{x_2-n^2}{(1-n)^2}, \quad x_2=1+\left[\sqrt{0.5\varepsilon-0.275\sqrt{n}}+\frac{0.1}{\varepsilon}-0.9\right]\cdot(1-n)\cdot\left[1-\frac{n}{(0.5\cdot\varepsilon)^{0.82}}\right]$$

$$=1+\left[\sqrt{9.45-0.195}+0.0053-0.9\right]\cdot 0.5\cdot(1-0.124)=1.941$$

$$\therefore\ Z_2=+h_0\cdot x_2=5.74\cdot 1.942=11.14\ \mathrm{m}, \qquad \therefore\ \gamma=\frac{1.941-0.25}{0.25}=6.76$$

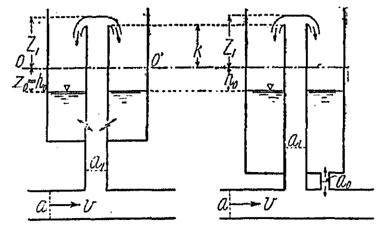
然るに, $\gamma=\frac{h_{r0}}{h_0}$ $\quad\therefore\ h_{r0}=5.74\cdot 6.76=38.8,\quad h_{r0}=\frac{1}{2g}\left(\frac{a}{a_0}\right)^2 v_0^2 \quad \therefore\ \frac{a}{a_0}=\frac{\sqrt{2g\,F_0}}{v_0}=11.03$

即ち, 孔面積 $a_0=\frac{a}{11}$ にすれば $Z_2=11.14\ \mathrm{m}$ となり

2) の如く $a_0=\frac{a}{8}$ 〃 $Z_2=12.47\ \mathrm{m}$ となる。

(5) **差働調壓水槽 (Differential surge tank)** (4) の小孔調壓水槽に於ては竪槽の斷面積を小にするには抵抗を大ならしむる必要あり、從て隧道內の壓力は高くなり却て不經濟となるの虞れあり。Johnson (米, 1915) の差動調壓水槽は此缺點を除く爲に考案されたるものにして、閉塞に際し水は殆んど抵抗なしにライザー (Riser, core shaft) 中を上昇し、其の頂部より溢流して外圍の主水室に入り、他の一部の水はライザーの中途より孔口 (Port) を過ぎて主水室に入る。此型式にては隧道の壓力水頭はライザーの頂部以上に上らず、而も主水室の斷面積を著しく節約し得る。唯, 孔口を流過する水量に比し、ライザーを急に上昇する水量が餘程大なるを以て、負

荷從て給水量の急減に對しライザー內の水面は頗る敏感に昇降する。地面上に高き水槽を設くる場合は高さと徑とを節約し得るを以て最も多く用ひられる。尙ライザーの頂部にも抵抗を入るゝもの、又は小孔を水位の廣き範圍に分布せしむる爲に孔口に代ふるに鉛直のスリット (Slit) 狀の孔を用ふる場合もある。



第 796 圖　　第 797 圖

a…隧道斷面積, a_0…總孔面積

普通 $a_0=\frac{a}{10}$ 位にとる。

Johnson の理論的計算に於ては ライザー內の水面の昇降は瞬間的に起る事、及び孔の面積は特に都合よき割合に增減す等の假定を用ひて居り、且つ一般式の導出も複雜なるを以て、次に Vogt の近似計算法 (獨, 1923) を述ぶる。

$$\frac{\text{ライザーの斷面積}}{\text{主水室の全斷面積}}=\frac{a_1}{A}\fallingdotseq 0 \quad \text{と置く。}$$

1. **急閉塞の場合** $t=0$ に於ける水面卽ち h_0 より最高水面 Z_1 迄の間の水槽の全容積を V とすれば

$$V\fallingdotseq\frac{\ln\left\{1+\frac{1}{-x_1-0.15(-x_1+x_k)}\right\}}{2\left[1-\frac{-x_1+0.3}{-2x_1+0.3}\cdot\frac{a}{1-\frac{2}{3}\sqrt{\frac{1-x_1}{\gamma}}}\right]}\cdot\frac{\zeta\cdot la\,v_0^2}{g\,h_0} \qquad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (858)$$

茲に $\quad -x_1=\frac{Z_1}{h_0}$ 卽ち $Z_1=-h_0\,x_1,\ x_k=\frac{k}{h_0}$, 最大溢流水頭 $=-Z_1+k$

ライザーの高さは $t=0$ に於ける隧道流量 $a\,v_0$ を最高水位 Z_1 に於て溢流せしめ得る如く定むる。先づ $a,\ \gamma$ を適當に定め Z_1 を假定して V を出し、次に假定せる最高水面以下の水槽の全容積が V に等しきやを檢す。斯くして Z_1 を定むれば容易にライザーの高さを定め得る。

2. **給水量を nQ_0 より Q_0 に急增する場合** 貯水池又は取水口水面よりの水槽水位の最大下降を Z_2 とし $x_2=Z_2/h_0$ と置けば x_2 は次式を滿足する如く定むる。

$$\gamma=\frac{h_{r0}}{h_0}=\frac{x_2-n^2}{(1-n)^2} \quad \text{茲に } h_{r0} \text{ は } Q_0 \text{ なる流量が孔口を流過する爲に要する水頭}$$

$$=\frac{1}{C^2 2g}\left(\frac{a}{a_0}\right)^2 v_0^2 \qquad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (859)$$

C…流出孔の流量係數‥ [45] (4) 參照

$Z_2=x_2\,h_0$ は次式により算出する。

$$\left.\begin{aligned} x_2&=1+\left[\sqrt{\frac{\varepsilon'}{2}-0.275\sqrt{n}}+\frac{1}{10\varepsilon'}-0.9\right](1-n)\left(1-\frac{n}{\left(\frac{\varepsilon'}{2}\right)^{0.82}}\right) \\ \text{茲に}\quad \varepsilon'&=\varepsilon\Big/\left(1-\frac{a}{2\left[1-\frac{2}{3}(1-n)\right]}\right), \quad \varepsilon=\frac{\text{隧道內の水の運動勢力}}{\text{水槽內の水の位置勢力}}=\frac{la\,v_0^2}{gA\,h_0^2} \end{aligned}\right\} \quad \dots \quad (860)$$

3. 給水量が徐々に増大する場合　實際の場合バルブの開放には若干の時間を要するを以て給水量は漸増する。抵抗を設けざる水槽に於ては給水量が増大する場合の水面下降は瞬間開放の場合に比し常に小なるも、抵抗を入るゝ場合にありては急開閉に對して水槽内の水位が充分變ずるに到らずして既に反作用起るを以て、水面の最大變動は徐々に開閉する場合の方却て大である。

今，給水量を nQ_0 より Q_0 に增加する場合、急増の時の最大低下を $Z_2=x_2h_0$ とすれば、徐々に增加する場合の最大低下 $Z_2'=x_2'h_0$ に對する x_2' は

$$x_2'=x_2+\frac{x_2-1}{15}\cdot\frac{\gamma}{\gamma_1}\qquad \text{玆に}\quad \gamma=\frac{F_0}{h_0},\quad \gamma_1=\frac{x_2-n^2}{(1-n)^2}\qquad \cdots\quad\cdots\quad\cdots\ (861)$$

又，給水量を Q_0 より 0 に漸減する場合は

$$x_2'=x_2+\frac{x_2}{15}\cdot\frac{\gamma}{x_2+1}\qquad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (862)$$

[例 35]　$Q_0=20\ \mathrm{m^3/sec}$,　$H=200\ \mathrm{m}$,　$l=4{,}000\ \mathrm{m}$,　$v_0=2.5\ \mathrm{m/sec}$,　$h_0=5.74\ \mathrm{m}$,　$a=8\ \mathrm{m^2}$,　$d=3.19\ \mathrm{m}$,　$\dfrac{A}{a}=4.1$

ライザー斷面積 $a_1=\dfrac{a}{2}$，孔全斷面積 $a_0=\dfrac{a}{8}$ とすれば

$$\alpha=\frac{a_1}{A}=\frac{1}{8.2},\qquad \text{[例 34] と同樣に}\quad \gamma=\frac{h_{r0}}{h_0}=3.55,\quad \eta\frac{la\,v_0^2}{gh_0}=3.73\cdot 10^3$$

1)　$Q=Q_0$ より 0 に急閉塞の場合　$Z_1=15\ \mathrm{m}$ と假定す。

最高水位 Z_1 に於て $av_0=20\ \mathrm{m^3/sec}$ たけを溢流せしむる如きライザー頂の長さ 1 m に對する溢流量を q_1 とすれば　$q_1=\dfrac{20}{\pi d_1}$

然るに　$\dfrac{a_1}{a}=\dfrac{1}{2}=\left(\dfrac{d_1}{d}\right)^2$　　$\therefore\ d_1=\dfrac{d}{\sqrt{2}}=\dfrac{3.19}{\sqrt{2}}=2.26\ \mathrm{m}$　　$\therefore\ q_1=\dfrac{20}{\pi\cdot 2.26}=2.82\ \mathrm{m^3/sec}$

$\therefore\ q_1=2.82=1.838(-Z_1+k)^{\frac{3}{2}}$　但し此場合，溢流頂を銳緣として $C=1.838$ にとる。

$\therefore\ (-Z_1+k)=\left(\dfrac{2.82}{1.838}\right)^{\frac{2}{3}}=1.330\ \mathrm{m}$　　$\therefore$ ライザー頂の高さ，$k=-15+1.33=-13.67\ \mathrm{m}$

$\therefore\ x_k=\dfrac{k}{h_0}=\dfrac{-13.67}{5.74}=-2.382$　　且　$x_1=\dfrac{-15}{5.74}=-2.615$　　故に (858) 式に依り

$$V=\frac{\ln\left[1+\dfrac{1}{-x_1-0.15(-x_1+x_k)}\right]}{2\left[1-\dfrac{-x_1+0.3}{-2x_1+0.3}\cdot\dfrac{\alpha}{1-\dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{1-x_1}{\gamma}}}\right]}\cdot\frac{\eta\cdot la\,v_0^2}{g\,h_0}$$

$$=\frac{\ln\left[1+\dfrac{1}{2.615-0.15(2.615-2.382)}\right]}{2\left[1-\dfrac{2.615+0.3}{2\cdot 2.615+0.3}\cdot\dfrac{1}{8.2\left[1-\dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{1+2.615}{3.55}}\right]}\right]}\cdot 3.73\cdot 10^3=777\ \mathrm{m^3}$$

然るに水槽全斷面　$A=4.1\,a=4.1\cdot 8=32.8\ \mathrm{m^2}$,　今，水槽の有効高を H_e とすれば

$H_e=\dfrac{777}{32.8}=23.7\ \mathrm{m}$　　卽ち假定せる高さ　$H_e=15+5.74=20.74\ \mathrm{m}$　は不充分である。依て $Z_1=-16\ \mathrm{m}$,　$x_1=-2.79$　と假定すれば (858) 式より

$$V=\frac{\ln\left[1+\dfrac{1}{2.79-0.15(2.79-2.384)}\right]\cdot 3.73\cdot 10^3}{2\left[1-\dfrac{2.79+0.3}{5.58+0.3}\cdot\dfrac{1}{8.2\left[1-\dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{1+2.79}{3.55}}\right]}\right]}=728\ \mathrm{m^3}\qquad \therefore\ H_e=\frac{728}{32.8}=22.2\ \mathrm{m}$$

然るに假定に依れば　　$H_e=-Z_1+h_0=16+5.74=21.74\ \mathrm{m}$

尙，多少不充分なるを以て　$Z_1=-16.5\ \mathrm{m}$　に取る。

2.　$Q=nQ_0=\dfrac{1}{2}Q_0$ より Q_0 に急增する場合　負荷急增の場合は (4) の場合と同一にして [例 34] と全く同樣に最大降下 Z_2 を求め得る。

$a_0=\dfrac{a}{8}$　とすれば　　$Z_2=12.47\ \mathrm{m}$

若し $\gamma=\dfrac{x_2-n^2}{(1-n)^2}$ を滿足する如き孔口面積を用ふものとすれば (860) 式に依り

$$\varepsilon'=\frac{\varepsilon}{1-\dfrac{\alpha}{2\left[1-\dfrac{2}{3}(1-n)\right]}}=20.8$$

$$x_2=1+\left[\sqrt{\frac{\varepsilon'}{2}-0.275\sqrt{n}+\frac{1}{10\varepsilon'}}-0.9\right]\cdot(1-n)\left[1-\frac{n}{\left(\dfrac{\varepsilon'}{2}\right)^{0.62}}\right]$$

$$=1+\left[\sqrt{\frac{1}{2}\cdot 20.8-0.275\sqrt{0.5}+\frac{0.1}{20.8}}-0.9\right]\cdot 0.5\left(1-\frac{0.5}{10.4^{0.62}}\right)=2.016$$

$\therefore\ \ Z_2=x_2\cdot h_0=2.016\cdot 5.74=11.57\ \mathrm{m}$

$\therefore\ \ \gamma=\dfrac{2.016-0.25}{0.25}=7.07=\dfrac{h_{r0}}{h_0}$　　$\therefore\ h_{r0}=7.07\cdot 5.74=40.6\ \mathrm{m^2}$

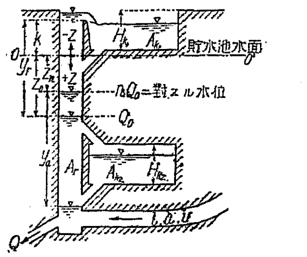
$$\frac{a}{a_0}=\frac{\sqrt{2g\,h_{r0}}}{v_0}=\frac{\sqrt{2\cdot 9.8\cdot 40.6}}{2.5}=11.29\qquad \therefore\ a_0=\frac{a}{11.29}$$

卽ち，最大下降 Z_2 を 12.47 m より 11.57 m に減ずる爲には a_0 を $a/8$ より $a/11.29$ に縮小せねばならぬ。

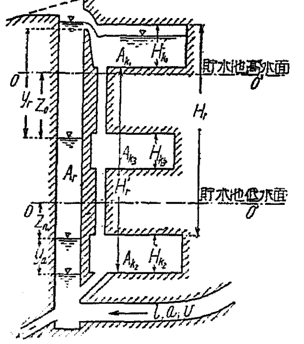
而て $a_0=\dfrac{a}{11.29}$ とすれば、急閉塞の場合の V 及び Z_1 も變る。

(6)　改良型調壓水槽（新井榮吉氏，1931，土木學會誌第 17 卷 7 號）第 798 及び 799 圖に示す如く、在來の水室を有する調壓水槽を改良して竪槽を差働水槽の如くライザー (Riser) となし、且つ水室と隧道又はライザーとの連絡は抵抗大なる**孔口** (Port) に依るものにして、卽ち水室及び抵抗裝置を有する調壓水槽竝びに差働水槽の三者を折衷して、それらの特徴を併有せしめたるものにして、貯水池の利用水深大なる場合に水槽の所要容積を節減する事を得、且抵抗を有するを以て水槽水位の昇降を小ならしめ、更に差働水槽の特徴としての水面振動の減衰を速かな

らしむる等の利益がある。然し地下の岩盤に掘り込むを以て形が複雑に過ぐる時は工事も複雑となる。



第 798 圖



第 799 圖

水槽容積の算定には Johnson の差働調壓水槽と同様の假定を爲し、且つ計算法も略同様である。次に必要なる結果のみを記する。

l …隧道延長,　　a …隧道斷面積

A_{k1}…上部水室の水平面積,　H_{k1}…上部水室の高さ

A_{k2}…下部 ,,　　,,　　H_{k2}…下部 ,,　　,,

A_{k3}…中間 ,,　　,,　　H_{k3}…中間 ,,　　,,

A_r …ライザーの斷面積,　c …損失水頭係数,　$z_0=cv_0^2$

y_r …急閉塞の場合に瞬間的に起るライザー内の水位上昇

y_a …急開放の場合に瞬間的に起るライザー内の水位下降

Q_0 …全負荷給水量,　　nQ_0…部分負荷給水量

$$v_0=Q_0/a,\quad v=\frac{nQ_0}{a}=nv_0,\quad \frac{v}{v_0}=n,\quad K_r=\frac{y_r}{cv_0^2},$$

$$K_a=\frac{y_a}{cv_0^2(1-n^2)},\qquad X=\sqrt{\frac{cv^2+y_a}{cv_0^2}}=\sqrt{K_a(1-n^2)+n^2}$$

1. 上部水室の容積 (V_1)　V_1 は急全閉塞の場合，即ち流量を Q_0 より急激に 0 にする場合の安定條件より定むる。

$$V_1=\frac{al}{2gc}\ln\frac{K_r}{K_r-1},\quad V_1=A_{k1}\cdot H_{k1}\quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (863)$$

2. 下部水室の容積 (V_2)　V_2 は給水量を nQ_0 より Q_0 に急増せる場合の安定條件より求め、通常 $n=\frac{1}{2}$ に採る。

$$V_2=\frac{al}{2gc}\left[\frac{1}{X}\ln\frac{(X-n)(X+1)}{(X+n)(X-1)}-\ln\frac{K_a}{K_a-1}\right],\quad V_2=A_{k2}\cdot H_{k2}\quad\cdots\cdots (864)$$

3. 中間水室の容積 (V_3)　發電所の最小有効落差を $H_{\min}$ とする時第 799 圖の H_r (又は H_r') が $H_r\geqq\frac{H_{\min}}{10}$ ならば適當の大さの中間水室を設くる方が安全である。

4. ライザーの斷面積 (A_r)

Thoma の安定條件を用ひ　$A_r=\frac{al}{2gcH_{\min}}$　$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$ (865)

Johnson は (865) 式の與ふるライザー直徑の四割増を適當として居る。尚新井氏は上記の諸計算に對して精確なる圖解法を發表して居る (土木學會誌第 17 卷第 7 號)。

[例 36]　$Q_0=20\ \mathrm{m^3/sec}$,　$l=4{,}000\ \mathrm{m}$,　$a=8\ \mathrm{m^2}$,　$d=3.19\ \mathrm{m}$,　$v_0=2.5\ \mathrm{m/sec}$,　$h_0=z_0=5.74\ \mathrm{m}$,
$c=\frac{h_0}{v_0^2}=0.918$

Manning 流速公式を用ひ、粗度係數 $n_1=0.0125$ にとる。

1. 上部水室の容積　給水量を $Q_0=20\ \mathrm{m^3/sec}$ より 0 に急減する。

$$y_r=z_0+k+\text{溢流平均深}=5.74+2.0+1.0=8.74\ \mathrm{m}$$

$$K_r=\frac{y_r}{cv_0^2}=\frac{8.74}{5.74}=1.522,\quad \ln\frac{K_r}{K_r-1}=\ln\frac{1.522}{0.522}=1.072,$$

$$V_1=\frac{la}{2gc}\ln\frac{K_r}{K_r-1}=\frac{8\cdot 4{,}000\cdot 1.072}{19.6\cdot 0.918}=1{,}906\ \mathrm{m^3}$$

$H_{k1}=5\ \mathrm{m}$　とすれば　$A_{k1}=\frac{1{,}906}{5}=381\ \mathrm{m^2}$

2. 下部水室の容積　給水量を $\frac{1}{2}Q_0$ より Q_0 に急増せしむる場合、

$n=\frac{1}{2}$,　$v_0=2.5\mathrm{m/sec}$,　$v=1.25\ \mathrm{m/sec}$,　$y_a=5\ \mathrm{m}$

$$K_a=\frac{y_a}{cv_0^2(1-n^2)}=\frac{5}{5.74\cdot(1-0.25)}=1.162,\quad X=\sqrt{K_a(1-n^2)+n^2}=\sqrt{1.162\cdot 0.75+0.25}=1.059$$

$$\ln\frac{(X-n)(X+1)}{(X+n)(X-1)}=\ln\frac{0.559\cdot 2.059}{1.559\cdot 0.059}=2.526,\qquad \ln\frac{K_a}{K_a-1}=\ln\frac{1.162}{0.162}=1.97$$

$$\therefore\quad V_2=\frac{8\cdot 4{,}000}{19.6\cdot 0.918}\left[\frac{2.526}{1.059}-1.97\right]=738\ \mathrm{m^3}$$

$H_{k2}=3\ \mathrm{m}$　とすれば　$A_{k2}=\frac{738}{3}=246\ \mathrm{m^2}$

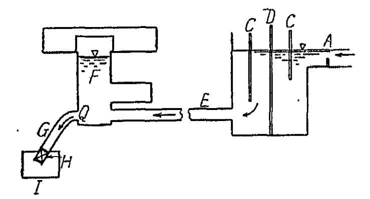
3. ライザーの斷面積　最小有効落差を $H_{\min}=193\ \mathrm{m}$　とすれば

$$A_r=\frac{al}{2gcH_{\min}}=\frac{8\cdot 4{,}000}{19.6\cdot 0.918\cdot 193}=9.21\ \mathrm{m^2}$$

$d_r=4.0\ \mathrm{m}$　とすれば　$A_r=\frac{\pi\cdot 4^2}{4}=12.56\ \mathrm{m^2}$　となり充分の餘裕がある。

(7) 調壓水槽に關する模型實驗 (石井穎一郎氏, 1931, 土木學會誌第 18 卷 1 號)

1. 實驗設備　第 800 圖に略圖にて示す如く，内徑 10.6 cm の鐵管を以て水壓隧道 (E) とし，その長さ $l=31.37\ \mathrm{m}$，水槽 (F) は亞鉛引鐵鈑にて造る。水壓鐵管 (G) は内徑 8.1 cm の鐵管にして落差約 1.5 m を有し、その終端にコック (H) を設く。流量の測定は H の下に設置せる $0.45\times0.45\times0.30\ \mathrm{m}$ の桝 (I) に依る。



第 800 圖

2. 實驗　水室を有する調壓水槽及び新井式に類似せる改良型水槽等五種の模型に就き、各給水量を Q_0 より 0 に急減せしむる場合、及び $\frac{1}{2}Q_0$ より Q_0 に急増せしむる場合に就て實驗を行ひたるも、その中代表的のもの二種を次に示す。

3. 水室を有する調壓水槽 (第 801 圖)　水槽の寸法は圖に示す如し。

i. $Q_0=4.1\ l/\mathrm{sec}$ より $Q=0$ に急減せしめたる場合、　隧道内の水頭損失 $h_0=z_0=0.097\ \mathrm{m}$，水槽水位の最大上昇高 $Z_1=-0.188\ \mathrm{m}$，實驗に依る上部水室所要容積 $V_{1e}=0.009288\ \mathrm{m^3}$，Vogt 式 (834) に依る算出所要容積 $V_1=0.01058\ \mathrm{m^3}$,

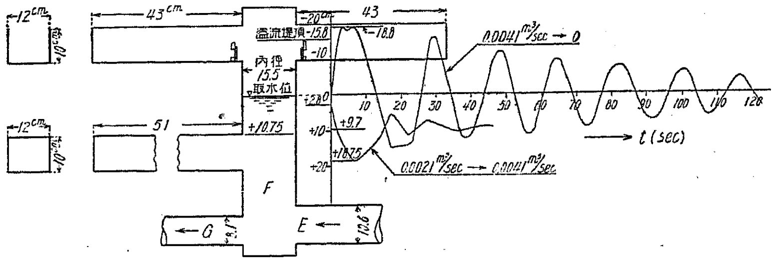
$\therefore \quad V_1/V_{1e}=1.14$

ii. $Q=2.1\ l/\mathrm{sec}$ より $4.1\ l/\mathrm{sec}$ に急增せしめたる場合、 水位の最大下降 $Z_2=0.1875\ \mathrm{m}$

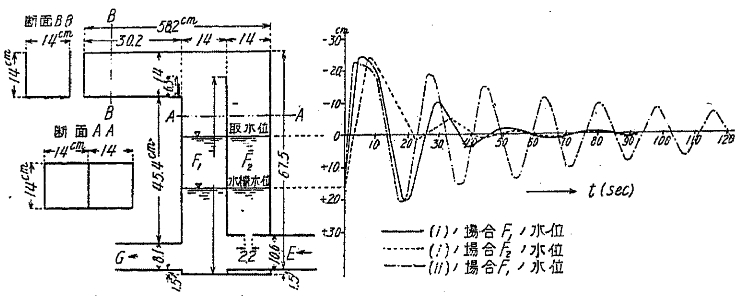
實驗に依る下部水室所要容積 $V_{2e}=0.004896\ \mathrm{m}^3$

Vogt 式 (838) に依る計算所要容積 $V_2=0.006904\ \mathrm{m}^3$

$\therefore \quad V_2/V_{2e}=1.41$



第 801 圖



第 802 圖

4. 折衷型調壓水槽 (第 802 圖)

i. 隧道と水室とを連絡し，$Q_0=5.43\ l/\mathrm{sec}$ より 0 に急減せしめたる場合にして、損失水頭 $h_0=0.16\ \mathrm{m}$

ii. 隧道と水室との連絡の孔を塞ぎ、最初水室の水位を $Q_0=5.43\ l/\mathrm{sec}$ の時のライザーの水位と殆んど一致せしめ置き、$Q_0=5.43\ l/\mathrm{sec}$ より 0 に急減せしめたる場合、

第 802 圖に示す如く，此型式は水槽の水面振動の減衰比較的速かである。