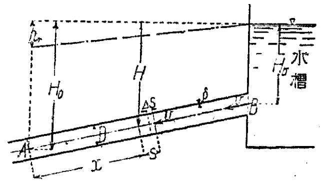
第十九章　管水路の水衝壓

[94] 水衝作用の理論

(1) 水管内に於ける壓力傳播速度 (**Propagation velocity of pressure in pipe line**) 給水しつゝある管水路のバルブを急に閉塞する時は、その上流部の流水は急に減速されその爲に管内の水壓は急に增大し、之を**水衝作用** (Water hammering) と名づくる。水衝作用の原理は主として L. Allievi (伊, 1904) の研究に成り、爾來多數の研究者に依て改良されしものなるが、水力發電所のペンストツク (Penstock) の如き場合は、管内の摩擦損失 h_r は全水壓に比して極めて小なるを以て先づ之を無視して考ふる。バルブを瞬間的に閉ぢる時は水壓及び減速の傳播速度は流速に比して極めて大なるを以て、水及び管壁の彈性變形を無視すれば、管内全長に亘り瞬間的に減速され非常に大なる水壓が作用する事となり實際の用には適せぬ。從て先づ壓力の增大に因る水及び管壁の彈性變形を考慮して壓力及び減速作用の傳播速度を求むる。但し壓力＝質量・加速度　にして質量は不變なるを以て、壓力と加速度との傳播速度は同一である。

バルブより x なる上流 (第 763 圖) に於て小なる長さ s の部分を考へ、常時 w_0H なる强さの水壓作用し、斷面積 $(A)\times s$ なる體積を有するものとし、壓力が w_0y に增大すれば水の體積の壓縮と管壁の延びに因る管徑の增大とに依り s は Δs だけ短縮する。



第　763　圖

$$\Delta s=\Delta_1 s+\Delta_2 s$$

茲に　$\Delta_1 s$＝水の體積壓縮に因る短縮

　　　$\Delta_2 s$＝管徑の增大に因る短縮

水の壓縮率…**[1] (5)**…を E_w とすれば

$$\Delta_1 s=\frac{1}{E_w}(w_0y-w_0H)s$$

次に管内徑 D, 管厚 δ, 材料の彈性率 E_s として $\Delta_2 s$ を求むるに、内水壓の增加 $w_0(y-H)$ に因る壁の應張力度 σ の增加 $\Delta\sigma$ は　$\Delta\sigma=\frac{1}{2}w_0D(y-H)\frac{1}{\delta}$

故に管徑の增加は　$\Delta D=\Delta\sigma\frac{1}{E_s}D=\frac{w_0(y-H)D^2}{2\delta E_s}$

故に管斷面積の增加　$\Delta A=\frac{1}{2}\pi D\cdot\Delta D$

然るに此場合は水の體積の增減に因る影響は除外するを以て、斷面の增加に依り長さ s は $\Delta_2 s$ だけ短縮する。ΔA 及び Δs は A 及び s に比し微小なるを以て

$$(A+\Delta A)(s-\Delta_2 s)=A\cdot s\qquad\therefore\ s\cdot\Delta A=A\cdot\Delta_2 s$$

$$\therefore\ \Delta_2 s=\frac{s\cdot\Delta A}{A}=\frac{s\cdot\pi D\cdot\Delta D}{2A}=\frac{w_0(y-H)s\cdot D}{E_s\cdot\delta}$$

$$\therefore\ \Delta s=\Delta_1 s+\Delta_2 s=w_0(y-H)\left(\frac{1}{E_w}+\frac{D}{\delta}\frac{1}{E_s}\right)\cdot s=w_0(y-H)\frac{s}{E_w}\left(1+\frac{D}{\delta}\frac{E_w}{E_s}\right)\qquad(746)$$

水槽の水面積著大にして管水の流出を遮斷するも、短時間内の水面の上昇は微少なりとすれば、流出口迄の落差 H_0 を不變と考ふる事を得る。若し水面積著大ならず、水面に著しき變化ある時は、サージング…**[97]**…の現象として別に算定する。

ペルトン水車に給水する場合の如く流出口の面積 a と管斷面積 A とが異る場合は、流出速度を u_0 とし、凡ての水頭損失を無視すれば、常時に於て

$$v_0=u_0\frac{a}{A}.\qquad u_0=\sqrt{2gH_0}$$

損失 h_r を考慮すれば　　,,　　$u_0=\sqrt{2g(H_0-h_r)}$

今, 假りにバルブを瞬間的に閉塞するものとすれば、水は壓力の變化に依り彈性變形を爲すを以て、壓力は普通彈性體内の力の傳播と同樣に、一定の速度 ω を以て水中を傳播する。從てバルブを閉塞するに要する時間 T を零とするも、それより x 上流の斷面の壓力の增加は x/ω だけ遲るゝを以て、此期間に x 斷面を流過したる水はその斷面よりバルブ迄の間の管内容積の增大に依て收容されねばならぬ。從てバルブを瞬間的に閉ぢたる後單位時間にて壓力の增大は $x=\omega$ だけ上流に傳達され、從て此斷面 $(x=\omega)$ より單位時間に流入する水量 v_0A は ω なる長さの管内水の壓縮量と管内容積の增大との和に等しき事を要する。依て (746) 式に於て $w_0(y-H)$ は $x=0$ より $x=\omega$ 迄の區間の一樣なる增加水壓、s の代りりに ω を入れ、

$$v_0A=w_0(y-H)\cdot\omega A\left(\frac{1}{E_w}+\frac{D}{\delta}\frac{1}{E_s}\right)\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (747)$$

一方, 水の壓縮及び管徑の增大は位置の勢力の增加を意味し、此勢力は流入する水の靜止に依て失はれし運動の勢力に等しく、換言すれば $w_0(y-H)A$ なる力が作用して單位時間に $\frac{1}{g}w_0\omega A$ なる質量の水の速度を v_0 より 0 に減少せしめたるを以て、

$$w_0(y-H)A=\frac{w_0}{g}\omega Av_0\qquad\therefore\ y-H=\frac{\omega}{g}v_0=z\ \cdots\ \text{と置く}\ \cdots\ \cdots\ (748)$$

バルブを瞬間的に中途迄閉ぢ管内流速を v_0' に減じたる場合の水頭增加は

$$z'=y'-H=\frac{\omega}{g}v_0'\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (748)'$$

然るに此等の關係は バルブ より x だけ上流の斷面に於て瞬間的に水流を遮斷する場合、夫れより上流 ω なる長さの部分に對しても同一である。

(748) 式を (747) 式に代用して ω を求むれば

$$\omega=\frac{1}{\sqrt{\frac{w_0}{g}\frac{1}{E_w}\left(1+\frac{D}{\delta}\frac{E_w}{E_s}\right)}}\fallingdotseq 1{,}000\ \mathrm{m/sec}=1\ \mathrm{km/sec} \qquad \cdots\ \cdots\ \cdots\ (749)$$

尚，管が鎭定塊上に於て固定さるゝ時は、縱方向の張力の影響に依り ω は 2% 位大となるも、普通一方は伸縮繼手と爲すを以て影響は殆んどない。

堅剛なる岩盤の壓力隧道の如く E_s, δ 共に極めて大なる場合は管徑の增大を無視し得るを以て、ω は水中に於ける音の傳播速度に等しく、常溫に於ては

$$\omega=\sqrt{\frac{gE_w}{w_0}}=1{,}425\ \mathrm{m/sec} \qquad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (750)$$

單位に kg. m を用ふれば $w_0=1{,}000\ \mathrm{kg/m^3}$, $g=9.8\ \mathrm{m/sec^2}$

次に種々の材料に對する E_s の値を示す。

第 128 表 材料の彈性率

單位＼材料	常溫の水 (E_0)	鑄鋼	鋼鐵	鑄鐵	鉛管	混凝土管	木管	ゴム管
kg/cm²	$2.07\cdot10^4$	$2.5\cdot10^6$	$2.0\cdot10^6$	$1.0\cdot10^6$	$2\sim10\cdot10^5$	$2\cdot10^5$	$1\cdot10^5$	$2\sim6\cdot10$
ton/m²	$2.07\cdot10^5$	$2.5\cdot10^7$	$2.0\cdot10^7$	$1.0\cdot10^7$	$2\sim10\cdot10^6$	$2\cdot10^6$	$1\cdot10^6$	$2\sim6\cdot10^2$
kg/m²	$2.07\cdot10^8$	$2.5\cdot10^{10}$	$2.0\cdot10^{10}$	$1.0\cdot10^{10}$	$2\sim10\cdot10^9$	$2\cdot10^9$	$1\cdot10^9$	$2\sim6\cdot10^5$

高きペンストツクの如く管厚一樣ならざる場合も ω には大差なく 1 km/sec 位である。尚 (748) 式よりバルブの瞬間的全閉塞に因る增加水頭 z は

$$z=\frac{\omega}{g}v_0=\frac{1{,}000}{9.8}v_0\fallingdotseq 102v_0\fallingdotseq 100v_0$$

即ち v_0 の百倍に達し $v_0=3\ \mathrm{m/sec}$ に對し 300 m となるも、バルブの瞬間的閉塞は不可能にして、且つバルブの直上流に緩壓裝置 (Relief valve) を備ふるを以て實際は靜水壓の 1/5 を超ゆる事は稀である。

(2) バルブの急閉塞に因る水衝作用 $\left(T\gtrless\frac{2l}{\omega}\right)$ バルブの上流面に於て壓力に變化あれば、その變化は ω なる速度を以て管の上流端に達し、水槽水面は變化せぬを以て反射して再びバルブに達し玆に再び反射し、かくて壓力の變化は波動的に管中を往復する。一回の往復に要する時間は、管長を l とすれば $\tau=2l/\omega$ にして、バルブ閉塞に要する時間 T が τ より小なるか大なるかに依てバルブ上流面に生ずる水衝壓卽ち壓力の最大增加は異るを以て、$T\leqq\tau$ なる場合を**急閉塞** (Quick stoppage)、$T>\tau$ の場合を**緩閉塞** (Gradual stoppage) と稱する。

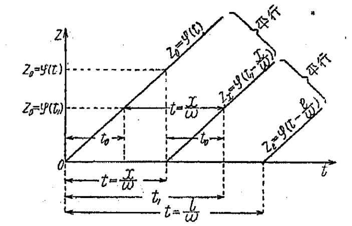
急閉塞に於てもバルブの開きは漸減するを以て管内の流速も漸次に減少し、從て壓力も亦時と共に漸增するが故に、バルブ直上流に於ける此增大を閉ぢ始めよりの時刻 t の函數 $z_0=\varphi(t)$ を以て表はし、全壓力水頭を y_0, 靜水壓を H_0 を以て表はせば、t に於ける壓力水頭は

$$y_0=H_0+\varphi(t) \quad 或は \quad z_0=\varphi(t)=y_0-H_0 \qquad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (751)$$

1. $t\leqq l/\omega$ の期間に於ける狀況 水頭の增加 y_0-H_0 は t 間の流速の減少、卽ち v_0-v に依て生じたるものなるを以て、(748) 式に依り…但し v は t に於けるバルブ直上流の流速である、

$$\varphi(t)=y_0-H_0=\frac{\omega}{g}(v_0-v) \qquad \therefore\ v=v_0-\frac{g}{\omega}\varphi(t) \qquad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (752)$$

$\varphi(t)$ は後記 (768) 式に依り y_0 と t との關係を知れば之れを求むる事を得る。而てバルブ閉塞の速度を與へらるれば、開きの面積の縮少の速度を知りこれより t に於ける v を知るを以て、(752) 式に依り $\varphi(t)$ の曲線を畫き、之より y_0 又は $z_0=y_0-H_0$ を求め得る。然るに壓力及び流速の變化は ω なる速度を以て $+x$ の方向に傳達さるゝを以て、バルブ ($x=0$) に於て t_0 に於ける狀況は x に於ては $t=\frac{x}{\omega}$ だけ後れて現はれ、x 斷面の t に於ける增加水頭 z は次式を以て表はさる。

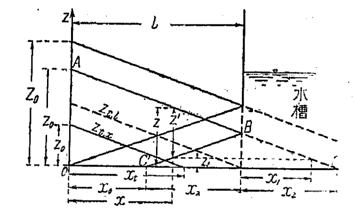


第 764 圖

$$z=\varphi\left(t-\frac{x}{\omega}\right) \qquad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (753)$$

$x=0$ に於ては t に於て $z_0=\varphi(t)$ にして、$x=\omega t$ に於ては、水頭は將に增加し始めんとする狀況 ($z_x=0$) にして、$x=x$, $t=t_1=\frac{x}{\omega}+t_0$ に於ては (第 764 圖)

$$z=\varphi\left(t_1-\frac{x}{\omega}\right)=\varphi(t_0)$$



第 765 圖

にして增加水頭は $x=0$ の t_0 に於けるものと等しく、此時刻に於ける $0\sim x$ 間の增加水頭の分布は第 765 圖の $z_{t,x}$ 線に等しく、バルブ閉塞の速度一樣、卽ち開きの面積の縮少の速度が一樣にして、摩擦水頭 h_r を無視すれば直線となるも h_r を考慮すれば $z_{t,x}$ の傾斜はバルブに近き程多少大である。$t=l/\omega$ の瞬間に於て壓力及び流速の變化は管上流端に達し、各斷面に於ける增加水頭は $z_{t,l}$ 線を以て表はさるゝ。

2. $l/\omega<t<2l/\omega$ の期間に於ける狀況 壓力の變化が水槽に波及せる以後の狀況を考ふるに、若し管が B より更に遠方に延長し居るものと假想すれば、壓力波は B を超えて $+x$ の方に前進し、その先端は $x=\omega t=l+x_2$ に達し、$B(x=l)$ に於ては $z=\varphi\left(t-\frac{l}{\omega}\right)$ となるべきも、實際は水槽水面は一定にして $z=0$ なるを要するを以て、壓力波は玆に反射して逆方向に下流に向て傳播し、その先端は $x=l-x_2$ 迄引返し B に於ては常に $z=z-H_b=0$ となり、$x=l-x_1$ なる任意の斷面に於ける壓力水頭の增加は $z-z_1=z'$ (第 765 圖) を以て表はし得る。然るに

$$z=\varphi\left(t-\frac{x}{\omega}\right), \qquad z_1=\varphi\left(t-\frac{l+x_1}{\omega}\right) \qquad なるを以て$$

$$z'=z-z_1=\varphi\left(t-\frac{x}{\omega}\right)-\varphi\left(t-\frac{l+x_1}{\omega}\right) \qquad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (754)$$

$t=2l/\omega$ に於ては波端は $x=0$ に返り、バルブ $(x=0,\ x_1=l)$ に於ける增加水頭は極大 (Z_0) となり

$$Z_0=\varphi\left(\frac{2l}{\omega}\right)-\varphi(0)=\varphi\left(\frac{2l}{\omega}\right)\quad\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (755)$$

作圖に依て z' を求むるには、$\varphi(t)$ 線…第 765 圖 ABC…を上流端に相當する B 縱線より折返し…BC' 線…AB 線と BC' 線との間の縱距を取る。

ペルトン水車に給水する場合の如く管斷面 A に比し流出口面積 a が小なる場合は、流量は同一なるを以て時刻 t に於て流速を夫々 v 及び u とすれば、$Q=a\cdot u=A\cdot v$ にしてバルブの漸閉塞に依て a は漸次に縮少され、從て a/A も亦漸減するを以て之を $\psi(t)$ を以て表はせば

$$\frac{a}{A}=\frac{v}{u}=\psi(t)\qquad 即ち\qquad v=u\cdot\psi(t)\quad\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (756)$$

損失を無視し且つ大氣中に流出するものとすれば、管端に於て全水頭 y_0 は流速 u に變ずるを以て $u=\sqrt{2gy_0}$ 從て管內流速は

$$v=\sqrt{2gy_0}\,\psi(t)\quad\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (757)$$

今，管の下流端に就て考ふれば、(748) 式より $H_0=y_m-\dfrac{\omega}{g}v_0$，之を (752) 式に代用して、…但し y_m は瞬間全閉塞の場合の全壓力水頭にして $H_0+\dfrac{\omega}{g}v_0$ に等しい。

$$y_0-\left(y_m-\frac{\omega}{g}v_0\right)=\frac{\omega}{g}(v_0-v)\qquad\therefore\ y_m=y_0+\frac{\omega}{g}v=y_0+\frac{\omega}{g}\sqrt{2gy_0}\psi(t)\quad\cdots\ (758)$$

$$\therefore\ (y_m-y_0)^2=\frac{\omega^2}{g^2}\cdot 2gy_0\psi^2(t)\qquad\therefore\ y_m{}^2-2y_my_0+y_0{}^2=\frac{2\omega^2}{g}\psi^2(t)\cdot y_0$$

$$\therefore\ y_0{}^2-2y_0\left[y_m+\frac{\omega^2}{g}\psi^2(t)\right]+y_m{}^2=0\quad\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (759)$$

(759) 式の根の內、有用なる附號を取れば

$$\left.\begin{aligned}y_0&=\left[y_m+\frac{\omega^2}{g}\psi^2(t)\right]-\sqrt{\left[y_m+\frac{\omega^2}{g}\psi^2(t)\right]^2-y_m{}^2}\\&=M-\sqrt{M^2-y_m{}^2}\qquad 玆に\quad M=y_m+\frac{\omega^2}{g}\psi^2(t)\end{aligned}\right\}\quad\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (760)$$

又 (758) 式より $\psi(t)$ と y_0 との關係を求むれば

$$\psi(t)=\frac{y_m-y_0}{\omega}\sqrt{\frac{g}{2y_0}}\quad\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (761)$$

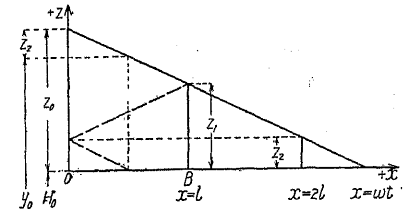
(760) 式に依り $\psi(t)$ 即ち t とバルブ面積との關係を知れば y_0 の t による變化を知り、(760) 式は許し得る y_0 の最大限が與へらるゝ場合、之に對する閉塞時間 T を求むるに用ひらる。y_0 即ち各時刻に於けるバルブ直上流の全水頭 z_0+H_0 を知れば、(752) 式に依り增加水頭 $\varphi(t)=y_0-H_0=z_0$ を求め得る。

閉塞期の初頭 $t=0$ に於ては $\psi(0)=a_0/A$，終期 $t=T$ に於ては $\psi(T)=0$ にして、その間任意に變ぜしめ得るも普通の場合バルブの開きは一様の速度を以て縮少するものと假定して大過ない。

$$\psi(t)=\left(1-\frac{t}{T}\right)\psi(0)=\left(1-\frac{t}{T}\right)\frac{a_0}{A}=\left(1-\frac{t}{T}\right)\frac{v_0}{u_0}=\left(1-\frac{t}{T}\right)\frac{v_0}{\sqrt{2gH_0}}\cdots\quad\cdots\ (762)$$

$t=T$ に於て $\psi(t)=0$ 故に (758) 式に依り $y_0=y_m$ にして瞬間閉塞の場合と同一なるも、(760) 式は $T\leqq\dfrac{2l}{\omega}$ の場合の外成立せぬ。

(3) バルブの緩閉塞 (Slow stoppage) $\left(T>\dfrac{2l}{\omega}\right)$ 玆に緩閉塞と稱するは、閉塞期間 T が壓力波が管長 l を一往復する時間即ち $\tau=\dfrac{2l}{\omega}$ より大なる場合にして、バルブの閉塞を終る以前に反射波の影響を受けて、增加水頭 z_0 は $\varphi\left(t-\dfrac{2l}{\omega}\right)$ たけ減ずる。



第 766 圖

$$y_0=H_0+z_0-z_2=H_0+\varphi(t)-\varphi\left(t-\frac{2l}{\omega}\right)\quad\cdots\ (763)$$

然るに v は t に於ても猶減少しつゝあるを以て、反射波の影響を受けつゝ猶減少し、(752) 式に依り

$$v=v_0-\frac{g}{\omega}\varphi(t)-\frac{g}{\omega}\varphi\left(t-\frac{2l}{\omega}\right)\quad\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (764)$$

即ち管末端に於ける y_0 及び v は τ を週期として變化する。依て $y_0+\dfrac{\omega}{g}v$ を求め (748) 式を代入すれば、但し y_m は瞬間全閉塞の場合の全壓力水頭

$$y_0+\frac{\omega}{g}v=H_0+\varphi(t)-\varphi\left(t-\frac{2l}{\omega}\right)+\frac{\omega}{g}\left[v_0-\frac{g}{\omega}\varphi(t)-\frac{g}{\omega}\varphi\left(t-\frac{2l}{\omega}\right)\right]$$

$$=H_0+\frac{\omega}{g}v_0-2\varphi\left(t-\frac{2l}{\omega}\right)=y_m-2\varphi\left(t-\frac{2l}{\omega}\right)\quad\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (765)$$

次に $v=\sqrt{2gy_0}\,\psi(t)$ なる關係を左邊に代入し、y_0 を右邊に移して二乘すれば、y_0 と t との關係は次式を以て表はさる。

$$y_0{}^2-2y_0\left[y_m-2\varphi\left(t-\frac{2l}{\omega}\right)+\frac{1}{g}\omega^2\psi^2(t)\right]+\left[y_m-2\varphi\left(t-\frac{2l}{\omega}\right)\right]^2=0\quad\cdots\ \cdots\ (766)$$

$$\therefore\ y_0=M_1-\sqrt{M_1{}^2-M_2{}^2},\qquad M_1=M_2+\frac{\omega^2}{g}\psi^2(t),\qquad M_2=y_m-2\varphi\left(t-\frac{2l}{\omega}\right)\quad\cdots\ (767)$$

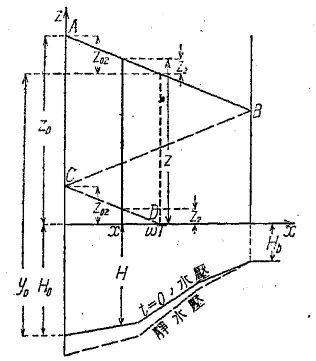
更に (763) 式より

$$\varphi(t)=y_0-H_0+\varphi\left(t-\frac{2l}{\omega}\right)\quad\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (768)$$

$t\geqq T$ 即ちバルブ全閉塞以後に於ては $v_0=0$，故に (765) 及び (763) 式より

$$y_0=y_m-2\varphi\left(t-\frac{2l}{\omega}\right),\qquad \varphi(t)=y_0-H_0+\varphi\left(t-\frac{2l}{\omega}\right)=y_m-H_0-\varphi\left(t-\frac{2l}{\omega}\right)\quad\cdots\ (769)$$

(4) 緩閉塞の場合の略算法 $\left(T>\dfrac{2l}{\omega}\right)$ (767) 式に依て各時刻の y_0 を求むるは頗る繁雜なるを以て、普通は安全側の誤差を許し簡單にせる略算法を用ふる。$t<T$ に於ては全壓力水頭 y は x の方向に殆んど直線的に減じ…第 767 圖 AB 線…、一往復後の反射波…CD 線…に於ても之と平行に減少するを以て、



第　767　圖

x に於ける兩者の差 $z-z_2$ は管末端に於ける z_0-z_{02} と略同一にして、從て $t=\frac{2l}{\omega}\sim T$ の期間の z_0-z_{02} 及び y_0 は殆んど變化せぬ。此關係は管內流速 v の流速水頭 $v^2/2g$ が z_0, y_0 に對して無視し得る場合に於ては常に成立する。依て $\varphi\left(t-\frac{2l}{\omega}\right)$ をテーラーの定理 (Taylor's theorem) に依て展開し最初の二項を取れば

$$\left.\begin{aligned} y_0&=H_0+\varphi(t)-\left[\varphi(t)-\frac{2l}{\omega}\varphi'(t)+\dots\right]=H_0+\frac{2l}{\omega}\varphi'(t)\\ v&=v_0-2\frac{g}{\omega}\left[\varphi(t)-\frac{l}{\omega}\varphi'(t)\right]\end{aligned}\right\}\quad(770)$$

然るに反射波による z_2 は小にして略直線的に變化するを以て、$\varphi'(t)\fallingdotseq$const. 從て (770) の第二式を t について微分し $\varphi'(t)$ に第一式の關係を代入すれば

$$\frac{dv}{dt}=-\frac{2g}{\omega}\varphi'(t)=-\frac{2g}{\omega}\cdot\frac{\omega}{2l}(y_0-H_0)=-\frac{g}{l}(y_0-H_0)$$

而て y_0 は殆んど變化せぬを以て $\frac{dy_0}{dt}$ を無視し、尙 (756) 式より $v=u\psi(t)$ を微分して、

$$\frac{dv}{dt}=\psi'(t)\sqrt{2gy_0}$$ なるを以て之と上式の $\frac{dv}{dt}$ とを等置すれば

$$y_0=H_0-l\psi'(t)\sqrt{\frac{2y_0}{g}}$$

尙 (762) より $\psi'(t)=-\frac{1}{T}\frac{v_0}{\sqrt{2gH_0}}$, 之を上式に入れ、且つ $\frac{lv_0}{gTH_0}=N$ と置けば

$$\left(\frac{y_0}{H_0}\right)^2-\left(\frac{y_0}{H_0}\right)(2+N^2)+1=0\quad\dots\quad(771)$$

$$\therefore\ \frac{y_0}{H_0}=1+\frac{1}{2}N(N\pm\sqrt{N^2+4}),\quad\dots\quad(772)$$

(772) 式に於て右邊括弧內の + は閉塞、− は開放の場合の y_0 を示す。(771) 式より T と y_0 との關係を求むれば、

$$T=\frac{lv_0}{g(y_0-H_0)}\sqrt{\frac{y_0}{H_0}}\quad\dots\quad(773)$$

尙，開放の場合 $|y_0|>2H_0$ 即ち $|z_0|_{\max}>H_0$ となれば、管內の壓力は氣壓より低く管が潰るゝ惧れあるを以て、$|y|<2H_0$ 即ち $\frac{1}{2}|y|<H_0$ なる事を要し、(773) 式よりバルブ開放の時間 T は

$$T>\frac{lv_0}{gH_0}\sqrt{2}\ \text{即ち}\ T>0.144\frac{lv_0}{H_0}\quad\dots\quad(774)$$

[例 22]　$l=400$ m, $\omega=1{,}000$ m/sec, $H_0=90$ m, $v_0=2.5$ m/sec, $T=3$ sec, $\frac{2l}{\omega}=0.8$ sec$<T$ にして緩閉塞の場合である。今管末端に於ける各時刻の全水壓 y_0 を求むるに、

(759) 式より $x=0$ に於て　$y_m=H_0+\frac{\omega}{g}v_0=90+1{,}000\frac{2.5}{9.81}=345.1$ m

我國に於ては $g=9.8$ m/sec² なるも、Allievi の計算と對照する爲に 9.81 にとる。y_m は瞬間閉塞の場合の壓力水頭にして常時壓力 H_0 の約 3.8 倍である。$t=0$ に於ける流出速度は

$u_0=\sqrt{2gH_0}=42.05$ m/sec　　にして

$$\psi(0)=\frac{a_0}{A}=\frac{v_0}{u_0}=\frac{2.5}{42.05}=0.0595$$

(762) 式より　$\psi(t)=\left(1-\frac{t}{T}\right)\psi(0)=0.0595\left(1-\frac{t}{3}\right)$

$$\therefore\ \frac{\omega^2}{g}\psi^2(t)=\frac{1}{9.81}(1{,}000\cdot0.0595)^2\left(1-\frac{t}{3}\right)^2=40.17(3-t)^2$$

(767) 式より y_0 を求むるに三期間に分ちて考ふる。

I.　初期 $t\leqq\frac{2l}{\omega}(=\tau=0.8\text{ sec})$　(760) 及び (761) 式を用ひ

$$y_0=M-\sqrt{M^2-y_m^2},\qquad M=y_m+\frac{\omega^2}{g}\psi^2(t)=345.1+40.17(3-t)^2\quad\dots\quad(760)'$$

$$z_0=\varphi(t)=y_0-H_0=y_0-90\quad\dots\quad(761)'$$

t, sec =	0	0.2	0.4	0.6	0.8
y_0, m =	90	97.42	105.61	114.71	124.81
$\varphi(t)$, m =	0	7.42	15.61	24.71	34.81

II.　中期 $0.8<t\leqq3$ sec　(767) 及び (768) 式を用ひ

$$y_0=-M_1-\sqrt{M_1^2-M_2^2},\qquad M_2=345.1-2\varphi(t-0.8),\qquad M_1=M_2+40.17(3-t)\quad\dots\quad(767)'$$

$$z_0=\varphi(t)=y_0-H_0+\varphi(t-0.8)\quad\dots\quad(768)'$$

t, sec=	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0
y_0, m=	127.70	**129.95**	131.24	(131.55)	131.54	**131.25**	130.99	130.86	130.80	**130.93**	(131.08)
$z_0=\varphi(t)$, m=	45.11	**55.56**	66.02	76.36	86.65	**96.81**	107.01	117.22	127.44	**137.74**	(148.09)

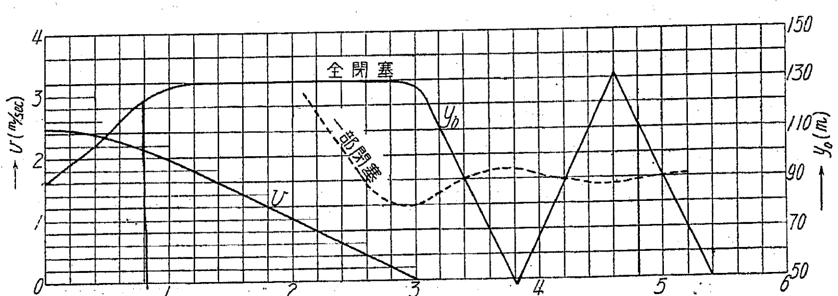
III.　終期 $t>T$　(769) 式に依り

$$y_0=y_m-2\varphi(t-0.8),\qquad \varphi(t)=y_m-H_0-\varphi(t-0.8)\quad\dots\quad(769)'$$

t, sec=	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.2	5.4
y_0, m=	110.66	90.20	**69.62**	48.92	69.34	89.80	**110.38**	(131.08)	110.66	90.20	**69.62**	48.92
$z_0=\varphi(t)$, m=	137.88	127.65	**117.36**	107.01	117.22	127.45	**137.74**	(148.09)	137.88	127.65	**117.36**	107.01

尙，バルブ閉塞期間 T に於ける管內流速 v の變化を求むるに (757) 式に依り

$$v=\sqrt{2gy_0}\cdot\psi(t)=0.0595\cdot\left(1-\frac{t}{3}\right)\sqrt{2gy_0}=0.0879(3-t)\sqrt{y_0}$$



第　768　圖

t, sec =	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0
v, m/sec =	2.50	2.43	2.35	2.26	2.15	1.99	1.80	1.61	1.41	1.21	1.006	0.804	0.602	0.401	0.202	0.00

上記の數値中括弧を附せるは各期の極大値を示し、太字にて示せるは Allievi の計算に誤謬ありしため本計算と一致せざるものである。

[例 23] 緩閉塞及び緩開放の場合の略算法 (772) 式に依り

$$N=\frac{lv_0}{gTH_0}=\frac{400\cdot 2.5}{9.81\cdot 3\cdot 90}=0.377,\qquad N^2=0.1421$$

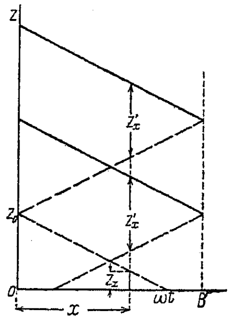
$$\frac{y_0}{H_0}=1+\frac{1}{2}\cdot 0.377(0.377\pm\sqrt{0.1421+4})=1.0711\pm 0.384$$

$$=1.455\ (\text{閉塞})\ \text{又は}\ 0.687\ (\text{緩開放})$$

$\therefore\ y_0=1.455\cdot 90=130.95$ m (閉塞)　　正値 $y_0=131.55$ m

$y_0=0.687\cdot 90=61.83$ m (開放)

(5) 任意の斷面に於ける增加壓力 $+x$ なる斷面に於ける增加壓力の水頭 z_x を求むるには、z は $x=0\sim l$ の間直線的に變化すと假定し、$x=0$ に於ける最大値を $Z_0=y_{0\max}-H_0$ とし、



第 769 圖

$$z_x=Z_0\frac{x}{l},\qquad \text{全壓力水頭}=y=z_x+H_x\quad \cdots\quad \cdots\quad (775)$$

但し H_x は x に於ける常時壓力水頭である。

各斷面の各時刻の y_x 又は z_x を求むるには、$x=0$ に於ける y_0 又は z_0 の各時刻 t に於ける値を算出し、x 斷面に於ては (第 769 圖)

$$t\leqq\frac{l}{\omega},\qquad z=z_x;\qquad \frac{l}{\omega}<t<\frac{2l}{\omega},\qquad z=z_x'$$

$$\frac{2l}{\omega}<t<\frac{3l}{\omega},\qquad z=z_x'-z_x$$

[95] 水衝壓の實際的場合竝に近似公式

(1) バルブの一部閉塞 (Partial closure of valves) バルブを中途迄閉ぢる場合、又は多くの流出口中の若干を同時に全閉塞する場合は、之に要する時間を t_1 とし、その間一樣の速度を以て流出口の斷面積が縮小するものとし、尙假りに t_1 以後も同一の速度を以て減少して T にて全部閉塞さるゝものと考ふれば、この全塞閉に於て $0\sim t_1$ の期間の水衝現象は [94] の場合のそれと同一にして、(763) 式に依て各時間の全壓力水頭 y_0 及び管内流速 v を求め得る。

t_1 以後の期間に於ては (766) 及び (767) 式の關係成立し、且つ $\psi(t)=\text{const.}$ にして、$t_1+\frac{2l}{\omega}$ に於ては、$y_0<H_0$ ならば y は $\frac{4l}{\omega}$ を週期とする減衰波動的に變化し、$y_0\geqq H_0$ ならば y は時刻の經過に伴ひ漸減して H_0 に近づく。

[例 24] [例 22] に於て、$t=2$ sec にて流出口の面積が $a_0/3$ に減少し、水衝現象は中期なるを以て $y_0=130.81$ m にして夫れ以後に於ては、(762) 式に依り

$$\psi(t)=\left(1-\frac{t}{T}\right)\psi(0)=\left(1-\frac{2}{3}\right)\cdot 0.0595\qquad \therefore\ \frac{\omega^2}{g}\psi^2(t)=40.17(3-t)^2=40.17$$

依て (766) 式に於て $\frac{\omega^2}{g}\psi^2(t)=40.17=\text{const.}$ と置きて y_0 を求むれば

$t=$	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.2
y_0, m =	130.81	116.37	101.93	87.62	(74.39)	80.10	85.62	90.62	(95.38)	93.46	91.55	89.77	(88.04)	88.75	89.45	90.07	90.71

括弧内の數字は極大又は極小値である。此場合の曲線は第 768 圖に點線を以て示す。

(2) バルブ開放に因る水壓低下 閉塞されたる水門又は半開の水門を更に開く時は管内流速の增大，從て壓力の低下，卽ち減壓を生じ、其の影響は閉塞の場合の增壓と同樣に傳播する。若しバルブが水壓管の中途に位する時は、閉塞の場合に於て下流に減壓を起す。

一般に開放の場合に對しても [94] の水理關係式は成立する。

全閉塞より開く場合 流出口斷面は等速にて增大するものとし、所要の流量に達する迄の時間を T とすれば、

a) $T\leqq\frac{2l}{\omega}$ の場合; $t=0$ に於て　$\psi(0)=0,\quad v_0=0,\quad y_m=H_0$

所要流量に對する管内流速を v_1 とすれば、任意の時刻 t に於て

$$\psi(t)=\psi(T)\frac{t}{T}=\frac{v_1}{\sqrt{2gH_0}}\cdot\frac{t}{T}\quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (776)$$

$T<\frac{2l}{\omega}$ の場合は $t=T\sim\frac{2l}{\omega}$ の期間は y_0 は不變である。

b) $T>\frac{2l}{\omega}$ の場合; $t=\frac{2l}{\omega}\sim T$ の期間は y_0 不變にして (772) 又は (767) 式に依て y_0 を求め得るも、$y_0<H_0$ なるを以て括弧内の負號を取る。而て

$t>T$ の期間　$t=\frac{2l}{\omega}$ に於て　$y_0>H_0$　ならば y_0 は波動的に變ず、

　　〃　　　　　　　　　　　　$y_0<H_0$　ならば y_0 は漸近的に H_0 に近づく。

y_0/H_0 を與へられて開放時間 T を定むるには、(771) 及び (776) 式より

$$T=\frac{lv_1}{gH_0}\cdot 2\sqrt{\frac{y_0}{H_0}}\Big/\left(1-\frac{y_0}{H_0}\right)\quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (777)$$

(3) 全閉塞の場合の水衝壓に對する近似公式

T.. 閉塞に要する時間 (sec),　　$v_0\ldots t=0$ に於ける管内の流速 (m/sec) $=\sqrt{2gH_0}$

$H_0\ldots t=0$ に於けるバルブ上流面の壓力水頭,　　$l\ldots$廣き水面を有する流入口迄の管長 (m)

$\omega\ldots$管内壓力及び加速の傳播速度 ($\fallingdotseq$1,000 m/sec)

$Z_0\ldots$バルブに於ける水衝に依る最大增加壓力水頭 (m),　　$y_0=Z_0+H_0$

1. Allievi 公式 (伊, 1904)

$$Z_0=\frac{NH_0}{2}+\frac{H_0}{2}\sqrt{N^2+4N},\qquad N=\left(\frac{lv_0}{gTH_0}\right)^2\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (778)$$

水を完全液體…非壓縮，摩擦損失なし…管壁を完全剛と假定す。

$E_w=\infty$, $E_s=\infty$ なるを以て T 小なる時は過大の値を與ふ。

2. Vensano 公式 (伊, Trans. A. S.C.E. Vol. 79, p. 289 及び Vol. 82, p. 185)

$$Z_0=\frac{2lv_0}{gT},\quad 但し\quad \frac{v_0\omega}{g}>Z_0 \text{ の場合に適用す。} \quad \cdots\cdots \quad (779)$$

3. Warren 公式 (米, Trans. A. S.C.E. Vol. 79, p. 238〜242)

$$Z_0=\frac{lv_0}{g\left(T-\dfrac{l}{\omega}\right)} \quad \cdots\cdots \quad (780)$$

2. 3. は共に H_0 に無關係にして $H_0<100\ \mathrm{m}$ の時は誤差著し。

4. Johnson 公式 (米, Trans. A. S.C.E., Vol. 79, p. 277〜281)

$$Z_0=\frac{2MH_0}{N^2}(M+\sqrt{M^2+N^2}),\qquad M=lv_0,\quad N=2gH_0T \quad \cdots\cdots \quad (781)$$

5. Uhl 公式 (米, Trans. A. S. Mech. Engrs., Paper No. 1354)

$$Z_0=\frac{n}{2}H_0(n\pm\sqrt{n^2+4}),\qquad n=\frac{lv_0}{gTH_0} \quad \cdots\cdots \quad (782)$$

茲に ＋ は閉塞, － は開放の場合。

6. A.H. Gibson 公式 (英, 1908)

$$Z_0=\frac{1}{g}(a^2+a\sqrt{2gH_0+a^2}),\qquad a=\frac{lA_1}{AT} \quad \cdots\cdots \quad (783)$$

茲に　A…管斷面積, A_1…バルブの有効最大開放面積

$H_0>10\ \mathrm{m}$ 及び $T>10\dfrac{2l}{\omega}$ なる場合は摩擦損失大ならざるを以て適用する事を得る。

1. 4. 5. 及び **6.** は $E_w=\infty$, $E_s=\infty$ なるを以て T 小なる時は過大の値を與ふる。

7. Bundschu 公式 (獨, 1926) バルブ閉塞による最大增加水頭

$$a)\quad T\leqq\frac{2l}{\omega},\qquad Z_0=\frac{\omega v_0}{g}=102v_0,\qquad \omega\fallingdotseq 1{,}000\ \mathrm{m/sec} \quad \cdots\cdots \quad (784)$$

$$b)\quad T>\frac{2l}{\omega},\qquad Z_0=m-H_0-\sqrt{m^2-m'^2} \quad \cdots\cdots \quad (785)$$

茲に　$m=m'+m''$,　$m'=H_0+\dfrac{\omega v_0}{g}$,　$m''=\dfrac{v_0^2}{2g^2H_0}\left(\omega-\dfrac{2l}{T}\right)^2$

管徑一様なる場合 x 斷面に於ける Z は [94] 第 766 圖 に依る。

8. Bundschu 公式　バルブ開放に因る減壓, Z_0'…減少壓力の水頭

$$\left.\begin{aligned} &Z_0'=+\sqrt{n(2H_0+n)}-n \\ &但し\ a)\quad T\leqq\frac{2l}{\omega}\ \text{の場合},\qquad n=\frac{\omega^2v_0^2}{2g^2H_0} \\ &\qquad b)\quad T>\frac{2l}{\omega}\quad ,,\qquad n=\frac{2v_0^2l^2}{g^2T^2H_0} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots \quad (786)$$

Z_0' を與へられて T を求むる時は

$$T=\frac{2v_0l}{gZ_0'}\sqrt{\frac{H_0-Z_0'}{H_0}} \quad \cdots\cdots \quad (787)$$

(4) 管徑一様ならざる場合　高水壓のペンストックの如く管徑、從て流速 v が一様ならざる場合は有効平均流速を用ふる。

1. $T>\dfrac{2L}{\omega}$ **の場合**　管路の全長が水衝作用に關係するを以て、同一管徑の多くの區間に分ちて考ふ (第 770 圖)。

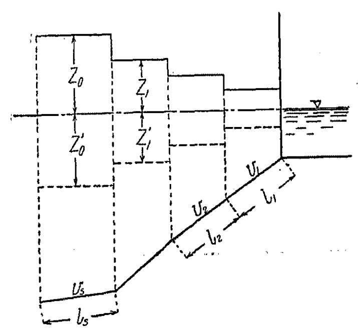
管路區分 (上流より)	1	2 ……	s	總和	平均
長さ	l_1	l_2 ……	l_s	$\Sigma l=L$	
斷面積	A_1	A_2 ……	A_s		A
流速	v_1	v_2 ……	v_s		v_m
流量 Q	A_1v_1	A_2v_2 ……	A_sv_s		
各區分內の水の總質量	M_1	M_2 ……	M_s	$\Sigma M_n=M$	

依て實際の水流と同一の動勢力を有する如き v_0 を有効平均流速とし、全管路中の水の質量を M とすれば

總運動勢力　$E_k=\dfrac{1}{2}Mv^2=\dfrac{1}{2}M_1v_1^2+\dfrac{1}{2}M_2v_2^2+\cdots\cdots+\dfrac{1}{2}M_sv_s^2=\displaystyle\sum_{n=1}^{s}\dfrac{1}{2}M_nv_n^2$

$$=\frac{w_0}{2g}LAv_m^2=\frac{w_0}{2g}\sum_{n=1}^{s}l_nA_nv_n^2$$

$$\therefore\quad L\cdot Av_m\cdot v_m=\sum_{n=1}^{s}l_nA_nv_n^2 \qquad 然るに\qquad Q=Av_m=A_1v_1=\cdots\cdots=A_sv_s$$



第　770　圖

$$\therefore\quad Lv_m=\sum_{n=1}^{s}l_nv_n$$

$$\therefore\quad v_m=\frac{\sum_{n=1}^{s}l_nv_n}{\sum_{n=1}^{s}l_n}=\frac{1}{L}\sum_{1}l_nv_n=\frac{Q}{L}\sum_{n=1}^{s}\frac{l_n}{A_n} \quad \cdots \quad (788)$$

同一の割合にて管斷面積漸減する場合は

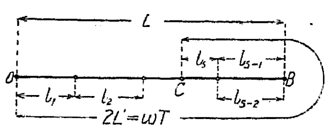
$$v_m=\frac{1}{L}\int_0^L\left(v_1+\frac{v_s-v_1}{L}x\right)dx \quad \cdots\cdots \quad (789)$$

此の有効平均流速 v_m を [94] 及び [95] の v_m として、各式に依て Z_0 を計算すれば宜しい。

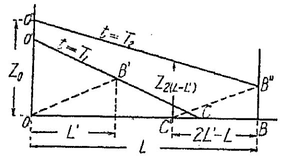
2. **瞬間閉塞の場合** ($T\fallingdotseq 0$) 各區分に於て各々の流速 v_n に相當する增壓 Z_n を生じ、(3) の **7.** $a)$ に於て $l=L$ として求められ、同一區間に於ては Z_n は同一である。瞬間開放の場合も同様に **8.** $a)$ に依て求め得る。

3. $T<\dfrac{2L}{\omega}$ **の場合**　瞬間閉塞にあらざるも急閉塞にして、T 間に壓力波が L を往復し得ざる場合は、T 間にて達し得る距離 ωT に等しき長さ $\overline{OBC}$ を $2L'$ とし、此間の有効平均流速を v_0, 平均斷面積 A の等徑管路として (552) 又は (555) 式に依て計算する (第 771 圖)。

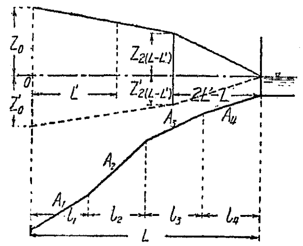
$\dfrac{L}{\omega}<T<\dfrac{2L'}{\omega}$ なる時はこの方法によりて $x=2(L-L')$ 斷面の $Z_{2(L-L')}$ を計算する (第 772



第　771　圖



第　772　圖



第　773　圖

圖)。$x=0$ より $x=2(L-L')$ に至る區間は Z は略直線的に減少する。

（5） **A. Hruschka の實用公式** (墺, 1929)　氏は Allievi の理論に據りバルブの開閉の種々の場合に對する增壓及び減壓を次の便利なる公式を以て表してゐる。

H_0…バルブ閉塞の始時又は開放の終時に於けるバルブ直上流の靜水壓 (摩擦損失を差引かざるもの)

L…管路全長,　　　v_m…H_0 に相應する有效平均流速、バルブ直上流に於て $v_0=\sqrt{2gH_0}$

T…バルブ開閉に要する時間,　　　$\tau=\dfrac{2l}{\omega}$…壓力波の週期

$T_l=lv_m/(gH_0)$ (便宜上 T_l にて表はせるものにしてデイメンションは $[T]^1$)

Z_0…バルブ直上流に於ける閉塞最大增加水頭,

Z_0'…同上の開放最大低下水頭,　$Y_0=H_0+Z_0$　又は　H_0-Z_0'

$\varepsilon_{max}=\dfrac{Z_0}{H_0}$ (閉塞增壓),　　$\varepsilon_{min}=\dfrac{Z_0'}{H_0}$ (開放減壓、但し Z_0' は $-$)

A. 閉塞の場合

1.　$T\leqq\dfrac{2l}{\omega}$ (急閉塞),　　$\varepsilon_{max}=\dfrac{\omega v_m}{gH_0}$ 即ち $Z_0=\dfrac{\omega v_m}{g}$,　$Y_0=H_0+\dfrac{\omega v_m}{g}=H_0+Z_0$　…　(790)

2.　$T>\dfrac{2l}{\omega}$ (緩閉塞),

i.　$Y_0<3H_0$ 即ち $Z_0<2H_0$ の場合、Z_0 は $\dfrac{2l}{\omega}$ の終りに起る。

$$\varepsilon_{max}=\varepsilon_1=x_1(x_3-\sqrt{x_2^2+x_3^2-1})\ldots\quad\ldots\quad(791)$$

玆に　$x_1=\dfrac{\omega v_0}{gH_0}=2\dfrac{T_l}{\tau}$,　　$x_2=1-\dfrac{\tau}{T}$,　　$x_3=1+\dfrac{x_1x_2^2}{2}$

ii.　$3H_0<Y_0<4H_0$ 即ち $2H_0<Z_0<3H_0$ の場合

$\varepsilon_{max}\fallingdotseq\varepsilon_1$　　此場合 ε_{max} が ε_1 より僅かに大なる事もあり得る。

iii.　$Y_0>4H_0$ 即ち $Z_0>3H_0$, 此場合は數回の振動後に最大を生ずる。

$$\varepsilon_{max}=\frac{n^2}{2}\left(1+\sqrt{1+\frac{4}{n^2}}\right)\quad 玆に\quad n=\frac{lv_0}{gH_0T}=\frac{T_l}{T}\quad\ldots\quad(792)$$

B. 開放の場合

i.　$T\leqq\dfrac{2l}{\omega}$,　　$\varepsilon_{max}=\varepsilon_1=\dfrac{x}{2}(x-\sqrt{x^2+4})$　玆に　$x=\dfrac{\omega v_0}{gH_0T}=\dfrac{T_l}{T}$ …　…　… (793)

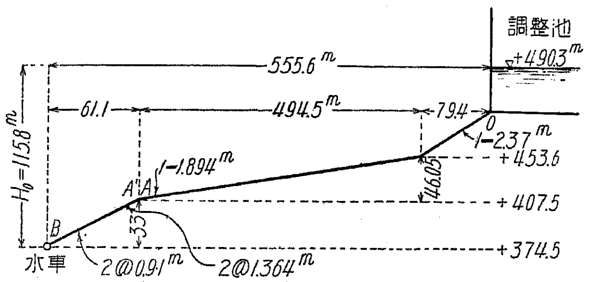
ii.　$T>\dfrac{2l}{\omega}$,　　Z_0' は $\dfrac{2l}{\omega}=\tau$ の終りに起る。

$\varepsilon_{max}=\varepsilon_1$

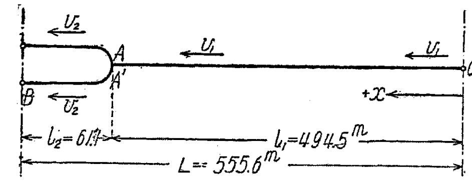
計算に於ては T はバルブの開又は閉の標準時間 T_n を加減して用ふ。閉塞の時は實際は T_n の 60〜90% にて終り、開放の時は T_n より多少長くなるを以て安全側に $T=T_n$ に取る。

[例 25]　水衝壓の計算　0〜A 間は斷面が一様の割合に減ずる一鋼管路, A'〜B は斷面が一様の割合に減ずる二鋼管路

$$\omega=1{,}000\ \mathrm{m/sec},\quad 2l=1{,}111.2\ \mathrm{m},\quad \tau=\frac{2l}{\omega}=1.11\ \mathrm{sec},\quad Q=6.95\ \mathrm{m^3/sec}$$



(a)



(b)

第　774　圖

事故の際二つのバルブが同時に閉塞を始め T sec にて閉塞する。今 T の種々の値に對して下流端に於ける最大水衝壓を求むる。

$$T=\underbrace{0.7\quad 0.8\quad 1.0}_{T\leqq\tau}\quad(\tau=1.11)\quad\underbrace{1.2\quad 1.5\quad 2.0}_{T>\tau}\ \mathrm{sec}$$

斷面位置	O	A	A'	B
管徑 m	1−2.37	1−1.894	2@1.364	2@0.91
斷面積 m²	4.47	2.85	2.95	1.31
流速 m/sec	1.08	2.48	2.37	5.36
Δv m/sec	0.91		2.97	
l m	$l_1=494.5$		$l_2=61.1$	

$$\left\{\begin{array}{l} v_1=1.58+\dfrac{0.91}{494.5}x \\ v_2=2.37+\dfrac{2.97}{61.1}x \end{array}\right.$$

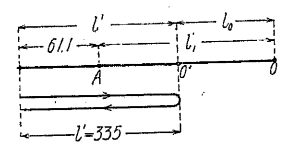
1.　有效平均流速

i.　全長に對する有效平均流速　$v_m=\dfrac{1}{l_1+l_2}\left[\displaystyle\int_0^{l_1}v_1dx+\int_0^{l_2}v_2dx\right]$

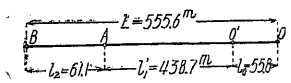
$$\int_0^{l_1}v_1dx=\left[1.58\,x+\frac{0.91}{494.5}\cdot\frac{x^2}{2}\right]_0^{494.5}=1{,}015.4,\qquad \int_0^{l_2}v_2dx=\left[2.37x+\frac{2.97}{61.1}\cdot\frac{x^2}{2}\right]_0^{61.1}=240.2$$

$$\therefore\quad v_m=\frac{1}{555.6}(1{,}015.4+240.2)=2.23\ \mathrm{m/sec}$$

ii.　$T=0.7$ sec に對する v_m,　　$T=0.7=\dfrac{2l'}{\omega}$　　$\therefore\ l'=\dfrac{0.7\cdot1{,}000}{2}=335$ m　l' は 0.7 sec 間に壓力波が往復し得る管長である。



第　775　圖



第　776　圖

$l_0=L-l'=555.6-335.0=220.6$ m

$l_1'=L-61.1-220.6=273.9$ m

$$\therefore\quad \int_{l_0}^{l_1'}v_1dx=\left[5.2x+\frac{0.91}{494.5}\cdot\frac{x^2}{2}\right]_{220.6}^{494.5}=618.7$$

$$v_m=\frac{1}{61.1+273.9}(240+618.7)=2.67\ \mathrm{m/sec}$$

iii. $T=0.8$ sec に對する v_m, $l'=\frac{1}{2}0.8\cdot\omega=400$ m

$$\int^{l_0+l_1'} v_1dx=745 \qquad \therefore\ v_m=\frac{240+745}{61.1+338.8}=2.43\ \mathrm{m/sec}$$

iv. $T=1.0$ sec, $l'=500$ m, $\int_{l_0}^{l_0+l_1'} v_1dx=929 \quad \therefore\ v_m=\frac{240+929}{61.1+438.7}=2.31\ \mathrm{m/sec}$

$T\geqq 1.11$ の場合は、全長に對する $v_m=2.23$ m/sec を用ふ。

2. 閉塞の場合の水衝壓

$T<\tau(=1.11\ \mathrm{sec})$ (790) 式より $\varepsilon_{\max}=\frac{Z_0}{H_0}=\frac{\omega v_m}{gH_0}$, $Y_0=H_0+Z_0$

$T\geqq\tau(=1.11)$ (791) 式より $\varepsilon_1=x_1(x_3-\sqrt{x_2^2+x_3^2-1})$

$$T_l=\frac{lv_m}{gH_0},\qquad x_1=2\frac{T_l}{\tau}=\frac{2\cdot1.093}{1.11}\fallingdotseq 2,\qquad x_2=1-\frac{\tau}{T},\qquad x_3=1+\frac{x_1x_2^2}{2}$$

T sec =	0.7	0.8	1.0	(1.11)	1.2	1.5	2.0	3.0
v_m m/sec =	2.67	2.43	2.31	←―――	――――	2.23	――――	――→
T_l =				←―――	――――	1.093	――――	――→
x_1 =	2.36	2.15	2.04	←―――	――――	2.00	――――	――→
x_2 =				0.00	0.075	0.26	0.445	0,63
x_3 =				1.00	1.055	1.049	1.11	1.147
$\varepsilon_{\max}$ 又は $\varepsilon_1=Z_0/H_0$ =	2.36	2.15	2.04	2.00	1.61	0.931	0.504	0.223
Y_0/H_0 =	3.36	3.15	3.04	3.00	2.61	1.931	1.504	1.223
$Y_0=H_0+Z_0$, m =	389	364	351	346.6	303	223.6	173.9	141.8
增壓 %	236	215	204	200	161	93.1	50.4	22.3

3. 開放の場合

i. $T\leqq\frac{2l}{\omega}$ $(=\tau=1.11\ \mathrm{sec})$ $\varepsilon_{\max}=\frac{x}{2}(x-\sqrt{x^2+4})$, $x=\frac{\omega v_m}{gH_0T}=\frac{T_l}{T}$

ii. $T>\frac{2l}{\omega}$ (,,) ,,

T, sec =	0.7	0.8	1.0	(1.11)	1.2	1.5	2.0	3.0
x =	3.79	3.01	2.29	2.00	1.84	1.48	1.11	0.738
$\varepsilon_{\max}=Z_0/H_0$ =	−0.95	−0.90	−0.86	−0.83	−0.81	−0.73	−0.655	−0.515
Z_0 m =	−110.0	−104.5	−99.7	−96.1	−93.9	−84.5	−76.1	−59.7
Y_0 m =	5.8	11.3	16.1	19.7	21.9	31.3	39.7	56.1
減壓 %	95	90	86	83	81	73	65.5	51.5

4. 本例の如き傾斜管路に於て、管各點の增壓及び減壓の量 Y は水平管と同一にして、Y の絕對値は管下流端より直線的に低減する…**[95]** 參照。

尙, 本例に於て T はバルブの標準開閉時間 T_n の 60～90％ に相當するものとすれば、開放の場合の時

間は T を 0.6～0.9 にて除したる値を用ふべきであるが、此場合は單に計算の例たるに過ぎぬを以て閉塞の場合と同一の T を用ひた。

(6) 減壓氣室 (Air chamber) を有する場合 減壓氣室は流出口の直上流に置かれ、バルブ閉塞に依り壓力上る時は氣室內の空氣壓縮され、バルブより上流の水の占むる容積は增大するを以て、管徑の增大と同樣に水衝壓を緩和する。今バルブ直前に於ける常時壓力水頭を H_0, 氣壓水頭を h, 氣室の容積を $V_0=Al_0$ …但し A は管斷面積… l_0 は V_0 なる體積を管中に充たしたる時に占むる長さ、バルブ直上流の壓力水頭を y_0 とすれば、空氣の體積 V は

$$V=\frac{H_0+h}{y_0+h}\cdot Al_0 \qquad \therefore\ \frac{dV}{dt}=-Al_0\frac{H_0+h}{(y_0+h)^2}\cdot\frac{dy_0}{dt}$$

故に上流より流下する流量 Av の內、$Au\cdot\psi(t)$…[95] 參照…たけは流出口より流出し、殘部は單位時間に dV/dt なる割合を以て空氣室に流入する。故に

$$Q=Av=Au\cdot\psi(t)+\frac{dV}{dt} \qquad \therefore\ v=u\psi(t)+l_0\frac{H_0+h}{(y_0+h)^2}\frac{dy}{dt}$$

$t=0\sim 2l/\omega$ の期間に於ては (760) 式の v に上の v の値を代入し

$$\omega l_0\frac{H_0+h}{(y_0+h)^2}\frac{dy}{dt}=g(y_m-y)-2g\cdot\varphi\left(t-\frac{2l}{\omega}\right)-\omega\psi(t)\sqrt{2gy}$$

此微分方程式の解を無限級數を以て表はし

$$y=H_0+y_0'+\frac{1}{2}y_0''t^2+\frac{1}{6}y_0'''+\ldots\ldots$$

但し y_0 は $t=0$ に於ける y の値。

限界條件 (Boundary condition) は $t=0$ に於て $y=H_0$, $\psi(0)=\frac{v_0}{\sqrt{2gH_0}}$, 近似値として級數の初三項を取れば

$$y=H_0+\frac{v_0(H_0+h)}{2Tl_0}t^2-\frac{gv_0(H_0+y_m)(H_0+h)^2}{12\omega H_0Tl_0^2}t^3 \quad \ldots \quad 0<t<T \quad \ldots \quad \ldots \quad (794)$$

第三項を捨つれば、管及び水の彈性變形を無視して空氣室の影響のみを考慮したる場合となり、鉛直軸を有する拋物線にて表はさる。

$$T<t<\frac{2l}{\omega} \qquad \text{に於ては} \quad \psi(t)=0$$

$$\therefore\ \omega l_0\left[\frac{H_0+h}{(y+h)^2}\left(\ln\frac{y+h}{y_m-y}-\frac{y_m-y}{y+h}\right)\right]_{y_1}^{y}=g(t-T) \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (795)$$

但し y_1 は $t=T$ に於ける y の値。

空氣室の作用は $T<\frac{2l}{\omega}$ の場合、卽ち急閉塞に於てのみ有効である。