

第十八章 流水の壓力及び水力機の理論

[89] 流水の壓力

流水又は射出水 (Jet) が固定せる面に衝突する時、その面に及ぼす壓力即ち動水壓 (Dynamic pressure) は固體の衝突と同様に

動水壓(P) = 單位時間の運動量の變化

なる法則に遵ひ、唯 水に於てはある水分子が面に衝突する時之に接続する他の水分子は衝突に無關係なる點に於て異なる。

(1) 射出水が固定面に垂直に衝突する場合 射水管 (Nozzle) より流出する水が之に接近して垂直に置かれたる平面に衝突する場合、

v_0 ...射出水の速度 m/sec.,	A ...射出水の正斷面積 m^2 ,
Q ... , 流量 $m^3/sec.$,	w_0 ...水の單位體積の重量 kg/m^3
P_0 ...面上に作用する理論動水壓 kg ,	h ...速度水頭 $=v_0^2/2g$

とし、凡ての勢力損失を無視すれば衝突の前後に於て射出水の有する全勢力は不變にして Q も不變なるを以て衝突によりて速度は變ぜず、 $v_0=v_1$ 、今衝突して方向を 90° だけ變ずるに要する時間を dt とすれば、

$$dt \text{ 間に衝突する水の質量} = \frac{w_0 Q}{g} dt$$

衝突後 v_0 の方向の分速度は零となる、故に

$$P_0 = \left(\frac{w_0}{g} Q dt \cdot v_0 - 0 \right) / dt \quad \therefore P_0 = \frac{w_0}{g} Q v_0 = 2w_0 \cdot A \frac{v_0^2}{2g} = 2w_0 Ah \dots \dots (692)$$

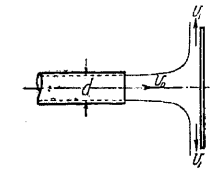
即ち流水の衝突に因る壓力は速度水頭に相當する靜水壓 h の二倍にして、その大き P_0 は單位時間に衝突する射出水の運動量の變化に等しい。射出口が喇叭狀にて射出水が圓錐狀に擴がる場合は衝突後の水流の方向と射出水の方向と爲す傾角を θ とすれば、前場合と同様 $v_1=v_0$ にて

$$Q \text{ の運動量の變化} = \frac{w_0}{g} Q v_0 - \frac{w_0}{g} Q v_1 \cos \theta \quad \therefore P_0 = \frac{w_0}{g} Q v_0 (1 - \cos \theta) \dots \dots (693)$$

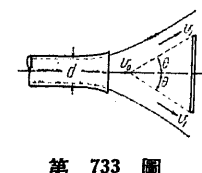
上式は θ の如何に拘らず成立するを以て第 734 圖の如き場合に於ては

$$P_0 = \frac{w_0}{g} Q v_0 (1 - \cos \theta) = \frac{w_0}{g} Q v_0 (1 + \cos \theta_1) \dots \dots \dots (694)$$

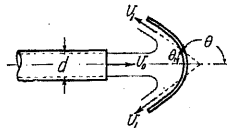
若し第 735 圖の如く $\theta = \pi$ ならば



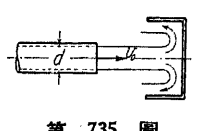
第 732 圖



第 733 圖



第 734 圖



第 735 圖

$$P_0 = \frac{2w_0}{g} Q v_0 = 4w_0 A h = 4w_0 A \frac{v_0^2}{2g} \dots \dots \dots (695)$$

二回折り返し衝突する場合

$$P_0 = 4 \frac{w_0}{g} Q v_0 \dots \dots \dots (696)$$

同様に折り返し n 回衝突する場合は

$$P_0 = 2n \frac{w_0}{g} Q v_0 \dots \dots \dots (697)$$

實際は流況の變化に依りて必ず勢力の

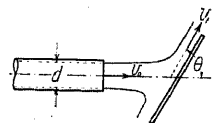
損失を生ずるを以て、 $v_1 < v_0$ にして實際の動水壓 P は P_0 より小である。Weisbach の實驗に依れば、直徑 d なる射出口より流出して直徑 D なる圓板に衝突する場合 D/d 及び h と P との関係は

射出口の種類	D/d	$h = v_0^2/2g$	P/P_0	v_1/v_0
薄壁に穿ちたる孔	12.5	8.66	0.824	0.674
同 上	9.0	7.24	0.881	0.837
圓錐狀に開きたる短管	10.0	1.91	0.889	0.851

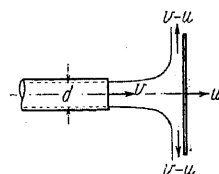
尙上述の場合に就き壓力の比を實測せる結果は

	第 732 圖	第 735 圖	二回折り返し場合
P_0 の比	1	2	4
P の比	1	1.8	3.32

(2) 傾斜せる平面に衝突する場合の P の實驗値 (第 736 圖)



第 736 圖



第 737 圖

Duchemin の實驗に依れば面に垂直なる分壓力は

$$P_n = \frac{w_0}{g} Q v_0 \frac{2 \sin \theta}{1 + \sin^2 \theta} \dots \dots \dots (698)$$

Weisbach に據れば射出水の方向の壓力は

$$P = \frac{w_0}{g} Q v_0 \frac{2 \sin^2 \theta}{1 + \sin^2 \theta} \dots \dots \dots (699)$$

Broch によれば

$$P = \frac{w_0}{g} Q v_0 \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \tan \theta \dots \dots \dots (700)$$

(3) 運動する平面に垂直に衝突する場合 運動しつゝある二つの固體が衝突する時、接面に作用する壓力は兩者の相對速度に依て定まるが、流水が運動しつゝある固體面に衝突する場合も亦同様である (第 737 圖)。

平面が射出水の方に運動する場合を考ふるに管口より面迄の距離は次第に増大する。

v ...射出水の流速, u ...面の速度, Q ...射出水の流量 $= av$

a ...射出水の斷面積, Q_1 ...單位時間に面に衝突する水の體積 $= Q \frac{v-u}{v}$

$\therefore v-u$...相對流速=衝突の速度=面より逸出する水の速度

故に (1) の場合の v_0 の代りに $v-u$ を用ふれば足る。

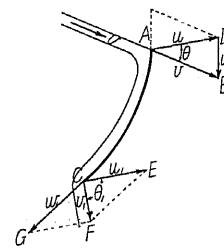
即ち
$$P = \frac{w_0}{g} Q_1 (v-u) = \frac{w_0}{g} Q \frac{(v-u)^2}{v} = 2w_0 a \frac{(v-u)^2}{2g} \dots \dots \dots (701)$$

管口を出づる流量 Q の内 Q_1 だけが面に衝突し、殘部 $Q-Q_1$ は管口と面との距離を單位時間に u だけ長くする。而て

射出水の衝突に因る單位時間の仕事=力×(單位時間に面の移動する距離)

$$= \frac{w_0}{g} Q \frac{u(v-u)^2}{v} \dots \dots \dots (702)$$

(4) 運動する曲面に衝突する場合 AC なる曲面 (第 738 圖) が AD なる方向に運動し、射出水がその一端 A に衝突して更に曲面に沿ふて流れ他端 C に於て面を離るゝ場合を考ふれば、先づ A 端に於て曲面は AD の方向に u なる速度を以て運動し、射出水は AB の方向に v なる流速を有して面に衝突するを以て、水と曲面との相對速度は w となる。次に C 端に於ては v_1 は面上を去る時の流速、 u_1 は曲面端の運動の速度にして水と面の端との相對速度は w_1 となる。然る時は A に於て u, w の合成速度は v に等しく、 A に於ける AC 線の切線方向が DB 即ち w の方向に平行ならば曲面は水を遵導する事恰も面が不動なる場合と同様なるべく、又 C 點に於て水が面上を去るに當りては水と面との相對速度 w_1 は C 點に於ける CA



第 738 圖

線の切線 CG に平行にして水の絕對速度 v_1 と面の端 C の絕對速度 u_1 との合成に等しい。即ち面を離るゝ時の水の絕對速度 v_1 は u_1, w_1 の合成に等しく、 v は u と w の合成、 v_1 は u_1 と w_1 の合成である。故に u_1 の大き及び CG, CF の方向を知れば v_1 を得、 u_1 及び w_1 の大き及び方向を知れば v_1 を得、又 u_1 及び v_1 の大き及び方向を知れば CG の方向を知る。

水車 (Turbine, Water wheel), 離心ポンプ (Centrifugal pump) 等の水力機に於ては凡て動翼 (Moving vane)... AC 曲面に相當す...面の入口 A 點の方向と v, u の合成 w の方向と一致し、その出口 C に於てはその點の切線方向を加減する事に依りて逸流速度 v_1 の方向を隨意に定むる事を得る。この場合に於て、射出水の爲す仕事及び其の翼面 AC に及ぼす壓力を求むるに、

$$\text{單位時間に射出する水の有する運動勢力} = \frac{1}{2} \frac{w_0}{g} Q v^2 = w_0 Q \frac{v^2}{2g}$$

$$\text{単位時間に } C \text{ より逸出する水の運動勢力} = \frac{1}{2} \frac{w_0}{g} Q v_1^2 = w_0 Q \frac{v_1^2}{2g}$$

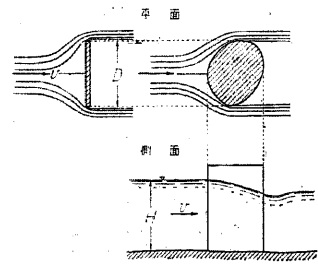
$$\therefore \text{爲す仕事} = \text{水の運動勢力の減少} = w_0 Q \frac{1}{2g} (v^2 - v_1^2) \dots \dots \dots (703)$$

次に v と u との方向の挟角を θ , v_1 と u_1 との方向の挟角を θ_1 とすれば、射出水及び逸流水の翼運動の方向... AD , CE の方向...に於ける分速度は $v \cos \theta$, $v_1 \cos \theta_1$ である。従て射水の衝突に因り翼運動の方向に翼面に作用する壓力 P は (701) (702) と同様に

$$P = \frac{w_0}{g} Q (v \cos \theta - v_1 \cos \theta_1) \dots \dots \dots (704)$$

[90] 固體に及ぼす流水の動水壓

(1) 流體と固體との相對運動に依る動水壓 (Dynamic pressure) 及び抵抗力 (Resistance) に關する相似律 固體が靜水中を運動する時又は流水中に固體が靜止する時は相對運動に依り抵抗力又は壓力を受け、力の大きさは相對速度 v の a 乗に比例し



第 739 圖

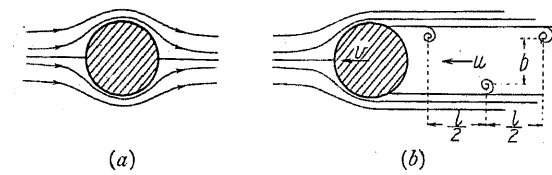
a は多くの場合 2 に近い。今 R を壓力又は抵抗力、 ρ を流體の密度、 A を相對運動の方向に於ける固體の投影面積とすれば

$$\left. \begin{aligned} R &= \zeta w_0 A \frac{v^2}{2g} = k A v^2 = K \rho A v^2 \\ \text{或は} &= k H D v^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (705)$$

茲に ζ, k, K 等は係数にしてその固體の形狀に依て著しく異なる。

水域が極めて廣き時は同一相對速度に於ては、水が流動し固體は靜止する場合と、固體が靜止せる水中を運動する場合との ζ, k, K の値は略等しい。従て實地上は水路の幅及び深さが固體の幅 (D) 及び吃水 (Draft)...水面下の長さ...の五、六倍以上ならば ζ, k, K は同一と見て宜しい。故に以下に於ては固體を靜止とし水が相對速度に等しき流速と方向とを以て之に衝突する場合の動水壓として説明する。

一般に流體と固體との相對運動に依り固體に作用する抵抗力は接觸面の摩擦、流體の渦動及び



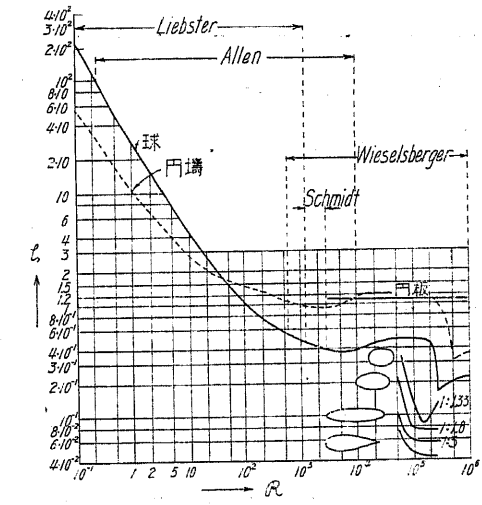
第 740 圖

上下流壓力の不平衡等に因るものなるが、相對速度が微小なる場合...第 740 圖 (a)...は流體は固體表面に沿ふて流れ抵抗力は主として水の粘性に因り、速度大なる場合即ち工學上必要な場

合は主として不平衡力と渦動に因るものである。第 740 圖 (b) は圓錐が v なる相對速度を以て水中を左方に運動する場合なるが、圓錐の移動に伴ひ空隙を充たす爲に水かけ部に u なる逆水流を生じ、之と主流との境界に渦を生じて兩側に交互に規則正しく配列され、Kármán (獨, 1911) の研究に依れば兩側の渦中心の固體運動の方向に於ける間隔 l と之に直角なる方向の間隔 b との關係は $b=0.281 l$ であつて斯の如き渦群を Kármán vortex と稱する。

模型實驗に依て ζ を定むる時は表面波の有無に依て相似律を異にする...[23] (1)...を以て實際の狀態と類似の條件に於て實驗を行ふ必要がある。

(2) 固體に作用する抵抗とレーノーズ數との關係 水と固體との相對運動に依て固體に作用する抵抗力は表面波の影響小なる限り (705) 式に依て表され、 ζ の値は等形の固體に對しては大きさの如何に拘らず同一のレーノーズ數 R に對して略一定してゐる。從來多數の人々に依て實驗上より定められたる種々の形狀の固體 (迴轉體) に對すると R との關係を第 741 圖に曲線を



第 741 圖

以て示す。何れも各曲線上に示す固體が圖の水平軸の方向に相對運動を爲す場合である。圖に於て明かなる如く R がある程度以上大となれば R の如何に拘らず ζ の値に大差なく、従て此範圍内の R の大きさに於ては小なる模型に依て定めたる ζ の値はそれより著しく大なる等形物體に適用して差支へない。又上記の關係は凡ての流體を通じて成立するを以て、船舶、航空機等の實物の抵抗を模型實驗より大體推知し得る。

$d=10 \text{ cm}$ の球が 18°C の水中に於て 220 cm/sec の相對速度を有する時の ζ を求むるに第 741 圖より

$$\nu=0.011 \quad \therefore R = \frac{vd}{\nu} = \frac{220 \cdot 10}{0.011} = 2 \cdot 10^6$$

第 741 圖より $\zeta=0.48$

18°C の空氣中に於ては、 $\nu=0.165 \quad \therefore R=1.33 \cdot 10^4 \quad \therefore \zeta=0.40$

(3) 平板に作用する動水壓 (705) 式の第一の表はし方は一般の流體に適用し得るが粘性、表面波等の影響に依り ζ の値は流體の性質及び v, A 等に依て多少異なる。

1. 流れに直面する平板に作用する動水壓 H. Engels 及び F. Gebers の 10 cm 平方の鋼板に關する實驗に依れば、板の上縁を水面下 10 cm の深さに置きたる場合の抵抗は、...水溫 $17^\circ\text{--}18.8^\circ\text{C}$

v m/sec	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5
R kg	0.16	0.66	1.41	2.33	3.51	5.02	6.85
ζ	1.26	1.29	1.23	1.14	1.10	1.09	1.10

上縁より水面迄の水深 h に依る ζ の變化は

h m	0.1	0.2	0.3
v m/sec	1.0, $\zeta =$	1.28	1.24
	5.0, $\zeta =$	1.21	1.19
		1.15	1.15

2. 流れ又は運動に平行なる平板 此場合の動水壓は板の形状、厚さ、表面の性質等に依て多少異り、F. Gebers の滑面板に関する実験に依れば (705) 式に於て

$$\zeta = 0.0206 R^{-0.125} \dots R = \frac{v l}{\nu} \dots \dots \dots (706)$$

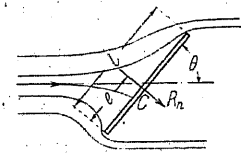
但し (705) 式の A は板の両側面の面積の和、 l は流れの方向の板の長さである。W. Froude の実験に依れば $\frac{\nu}{v l}$ の冪数 n は表面の滑さに依て異り、

	ニス塗	パラフィン	錫
n	0.17	0.15	0.07

Göttingen 大學 (獨) に於て塗料を施したる飛行機翼布を張付けたる平板を氣流に平行に置いて実験せる結果は

$$\zeta = 0.0375 R^{-0.15} \dots \dots \dots (707)$$

3. 斜に置かれたる平板に作用する動水壓 平板が流れの方向に θ なる角を爲す場合、 P_1 を $\theta = \frac{\pi}{2}$ の



第 742 圖

時の動水壓とすれば [89] (2) の Weisbach, Duchemin 等の式に依り

$$R_n = P_n = P_1 \frac{2 \sin \theta}{1 + \sin^2 \theta} = \zeta w_0 A \frac{2 \sin^2 \theta}{1 + \sin^2 \theta} \dots \dots (708)$$

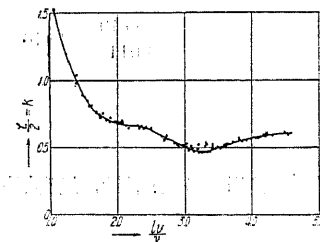
R_n, P_n の作用點の位置は Joëssel に依り

$$e/l = 0.2 + 0.3 \sin \theta \dots \dots \dots (709)$$

(4) 種々の形状の固体に及ぼす動水壓

1. 鉛直圓塔を水平に動かす場合 Gibson の実験に依れば (705) 式の K は

$$K = \phi \left(\frac{v l}{\nu} \right) = \frac{R}{\rho a^2 v^2} = \phi_2 \left(\ln \frac{v a}{\nu} \right), R = K \rho A v^2 \dots \text{動水壓}$$



第 743 圖

にて表はされ K と $\frac{v l}{\nu}$ との關係を曲線を以て表はせば第 743 圖の如し。

2. 水と接觸する表面の大なる固体 船舶、幅大なる橋脚等、流水に接觸する表面積 (S) が投射面積 (A) に比し極めて大なる場合、 R は相對速度 (v) のみならず面の粗滑 (Roughness) に依りて異り、

$$R = \zeta_1 w_0 S v^2, \text{ 但し } \zeta_1 = 0.15, x = 1.75 \sim 2.0$$

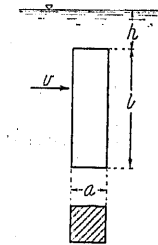
に依て表はされ、普通の場合 $x = 1.85$ として差支ない。 ζ_1 は形状及び面の粗滑に依て異なるを以て模型實驗の場合には之を同一に行ふ。

3. 鉛直角柱の二面を流れに平行に置きたる場合の動水壓 此場合の R 又は P は (705) 式に依て表はさるゝが、 ζ は相對速度 v 、柱長 l 、水面より柱上面迄の水深 h 等に依て異り、Engels 及び Gebers の

10 cm 角柱の實驗に依れば次表の如し。

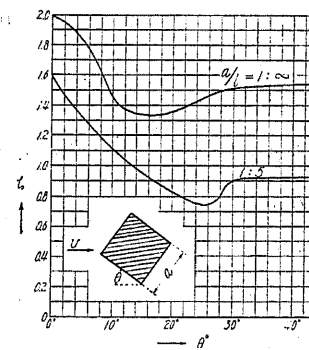
第 127 表 角柱の $\zeta, R = P = \zeta w_0 A \frac{v^2}{2g}, A = a l$

v m/sec	$l = 10$ cm			50 cm			100 cm				300 cm			
	$h = 10$	20	30	10	20	30	0	10	20	30	0	10	20	30
0.5	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.27	1.10	1.10	1.10	1.41	1.26	1.32	1.37
1.0	.89	1.03	.91	1.07	.96	1.03	1.22	.92	.99	1.05	1.50	1.30	1.31	1.33
1.5	.97	1.00	1.00	1.03	.93	.98	1.37	.95	1.00	1.07	1.66	1.23	1.23	1.25
2.0	1.01	1.02	1.07	.97	.93	.96		.97	.98	.96		1.20	1.18	1.19
2.5	1.05	1.02	1.10	.91	.91	.96		.98	.96	.94		1.18	1.18	1.16
3.0	1.05	1.00	1.11	.89	.91	.92		.98	.97	.96		1.16	1.19	1.16

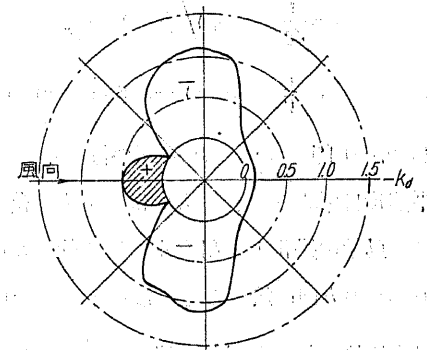


第 744 圖

4. 鉛直角柱の面を流れに傾斜せしめたる場合 水の場合の實驗は見當らぬが Göttingen 大學の氣流中の實驗に依れば ζ は a/l 及び θ に依て異りその關係は第 745 圖に示す如くなるも、氣流にして重力波の影響なきを以て流水の場合にその儘適用する事は出來ぬが、4. の場合 ($\theta = 0$) と θ だけ傾斜の場合との ζ の割合は水の場合に於ても大體同様と見て大過ない。従て阻柱の如き形状に於ては $\theta = 45^\circ$ の場合 ζ は第 127 表の値の 3/4 位である。



第 745 圖



第 746 圖

5. 烟突に作用する風壓 一般に鉛直投射面の單位面積に對し

$$p = k_a \rho v^2, \rho \dots \text{空氣の密度}, k_a \dots \text{單位系に無關係の係數}$$

有限長の圓筒に於ては端の影響を受け k_a に多少の變化あり、 $R = \frac{v D}{\nu} = 80,000$ の實驗に依れば

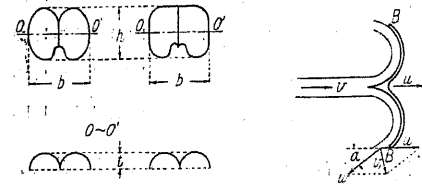
$L/D =$	1	2	3	5	10	20	40	∞
$k_a =$	0.315	0.345	0.375	0.390	0.415	0.460	0.500	0.600

普通風速は上部に大なるを以て p は上端よりの距離 (y) に依ても異り、 $L = 61$ m, $D = 3.8$ m の烟突に於て y/L とその點の p_y と全長平均の p_m との比は

$y/L =$.01	.05	.10	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0
$p_y/p_m \%$	114	133	127	104	84	84	84	91	100	104	104	100

[91] 水車の理論

(1) ペルトン (Pelton) 水車の理論 この水車は高落差の水力発電に広く使用され、落差 60 ~ 1,500 m に對して有利である。構造は軸の周りに廻轉する大なる車輪の周圍に多數のダブルカップ状のバケツ (Bucket, 水承椀) を取り付け、之に射出水を衝突せしめ射出水とバケツとの



第 747 圖

の相對速度に因る動水壓に依て抵抗に打克て車輪を廻轉せしめて仕事を爲さしむる。

B 點に於ける水と翼との相對速度 = $w = v_1 - u$
茲に v_1 ... B 點に於ける水の絕對速度
 u ... 射出水の方向に於けるバケツの速度
(射水單位重量の爲す仕事) = (射水が流速 v より v_1 に減じたる爲に失ひたる勢力) = $\frac{v^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}$

即ち射出水の勢力 $v^2/2g$ 中 $v_1^2/2g$ は損失となり、仕事としてバケツに傳へらるゝものは $\frac{1}{2g}(v^2 - v_1^2)$ である。故に水車の効率 (Efficiency) e は

$$e = \frac{1}{2g} \frac{(v^2 - v_1^2)}{v^2} = 1 - \frac{v_1^2}{v^2} \dots \dots \dots (710)$$

茲に $v_1 = \left\{ [u - (v-u) \cos \alpha]^2 + (v-u)^2 \sin^2 \alpha \right\}^{1/2}$

若し $v_1 = 0$ 即ち w と u とが平行にして $\theta = 0$ なる時は効率最大にして B 點を離るゝ時水の水平速度は零となり、重力に依て下方に落下し $w = u$ である。

次に運動量の變化より射出水の爲す仕事及び其の効率を求めれば

v_1 の u の方向に於ける分速度 = $u - (v-u) \cos \alpha = u'$

射出水單位重量の運動量の變化 = $\frac{1}{g} \{ v - [u - (v-u) \cos \alpha] \} =$ バケツに及ぼす力

射出水單位重量の爲す仕事 = 力・距離 = $\frac{1}{g} \{ v - [u - (v-u) \cos \alpha] \} \cdot u \dots \dots \dots (711)$

然るに射出水の單位重量の有する勢力は $v^2/2g$ なるを以て、効率は

$$e' = \frac{1}{g} \frac{\{ v - [u - (v-u) \cos \alpha] \} \cdot u}{\left(\frac{v^2}{2g} \right)} \dots \dots \dots (712)$$

若し $a = 0, \cos \alpha = 1$ ならば

$$\text{單位重量の射出水の爲す仕事} = \frac{1}{g} 2u(v-u), \quad e = \frac{4u(v-u)}{v^2} \dots \dots \dots (713)$$

射出水の流量を Q とすれば單位時間にバケツに衝突する水の重量は $w_0 Q$ にして、單位時間に爲す仕事 W_k は

$$W_k = \frac{1}{g} w_0 Q u \{ v - [u - (v-u) \cos \alpha] \}$$

$a = 0$ ならば $W_k = \frac{1}{g} w_0 Q \cdot 2u(v-u)$

普通の Pelton 水車に於ては $a = 0, u/v = 0.43 \sim 0.47$

$$W_k = \frac{1}{2g} w_0 Q \cdot v^2 \dots \dots \dots (714)$$

射水口に於ける有効落差を H とすれば $v = c\sqrt{2gH}$

$c = 0.95 \sim 0.99$ なるを以て

單位時間に爲す仕事 = $W_k = c^2 w_0 Q H$

kg-m/sec 單位を用ふれば 一馬力は 75 m-kg/sec, $w_0 = 1,000$ kg であつて 水車の理論馬力 (Theoretical horse power) は $c = 1$ として

$$\text{水車の理論馬力 (h. p.)} = \frac{w_0 Q H}{75} = \frac{1000 Q H}{75} \dots \dots \dots (715)$$

然し c なる係數, 水車及び發電機に於ける損失を見込み普通發電設備全體の効率を約 75% と看做し

$$\text{實馬力} = 10 Q H \quad \text{m-sec 單位} \dots \dots \dots (715')$$

普通用ふるバケツの形は射水口内徑を d とすれば (第 747 圖)

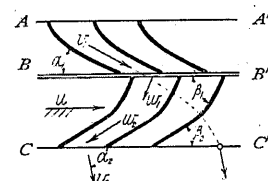
$$b = 3.75 d (\approx 2\sqrt{Q_1}), \quad h = 3.50 d (\approx 1.9\sqrt{Q_1}), \quad t = 1.5 d (\approx 0.8\sqrt{Q_1})$$

茲に Q_1 は $H = 1$ m の時の射出水の流量である。

次に水力効率 (Hydraulic efficiency, e) の實測例を示せば $Q = 0.2917$ m³/sec, $H = 324.6$ m の場合, 水車軸實馬力は 1055.6 なりしを以て、

$$\text{理論馬力} = \frac{1000 \cdot 0.2917 \cdot 324.6}{75} = 1263 \quad \therefore e = \frac{1055.6}{1263} = 83.6\%$$

(2) レアクション水車 (Reaction turbine) タービン水車には種々の型式あるも、普通發電

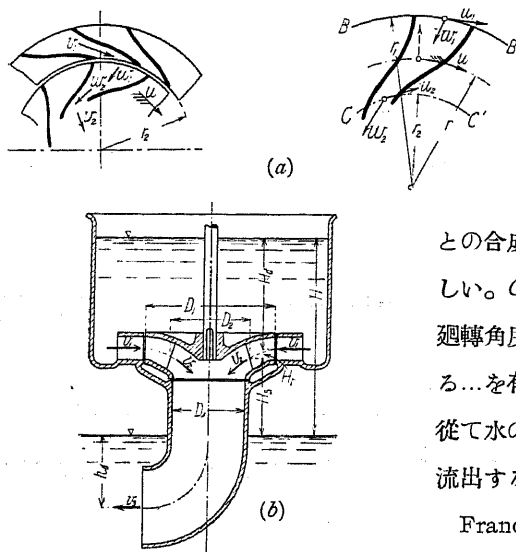


第 748 圖

に用ふるものは Francis 水車にして、水は外側に固定せる導翼 (Guide vanes) より流れ、内側に在りて軸の周りを廻轉する動翼 (Runner, Moving vanes) に入り、水車軸に向ふて流れ (Inward flow) ランナー外に流出する。

第 748 圖は一般にタービンの導翼と動翼との、水車軸に垂直なる断面の一部を示すものにして、AA', BB', CC' 等の線は實際は軸を中心とする圓弧なるも、解り易き爲に假りに直線を以て示す。水は AA' 線に於て導翼に流入し BB' 線に於て動翼に流入し CC' 線に於て翼外に流出する。Inward flow (Francis 式) に

於ては軸は第 748 圖に於て CC' 線の下側に位し、Outward flow の場合は反對に水車軸は AA' 線の上側に存する。



第 749 圖

導翼を出づる水は翼端の切線方向... BB' 線に a_1 だけ傾斜す...に v_1 なる速度を有する。今、動翼の上流端 (BB' 線) の線速度を u_1 とすれば、流入する水の動翼に対する相対速度 w_1 は v_1 と u_1

との合成にして、 v_1 は w_1 と u_1 との合成速度に等しい。 CC' 線上に於ては動翼端は u_2 なる線速度... 廻轉角度は一定なるも半径異なるを以て u_1 より小である...を有し水は翼に對して w_2 なる相対速度を有し、從て水の絶対速度は u_2 , w_2 の合成 v_2 にして翼外に流出する水は v_2 なる速度を有する。

Francis 水車に於て (第 749 圖) 導翼内端 (BB' 線) 中央に於て水の有する全水頭 H_d 即ち單位重量の水

の有する全勢力は、その點に於ける壓力水頭を h_1 とすれば

$$H_d = h_1 + \frac{v_1^2}{2g} \dots \dots \dots (i)$$

實際の水車に於ては H_d は水槽 (Head tank) の水面より翼輪中央迄の高さより水槽以下の損失水頭 (h_r) を差引きたるものにして、動翼中央に於てはその一部は流速水頭 ($v_1^2/2g$) に變じ殘部が壓力水頭 (h_2) として殘る。動翼の下流端に於ては

$$H_d + h_r - W_{1k} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} \dots \dots \dots (ii)$$

茲に W_{1k} は單位重量の水が動翼を廻す爲に爲せる仕事にして、即ち水は單位重量につき W_{1k} だけの勢力を失ふ。 h_2 は翼端に於ける壓力水頭である。(ii) の H_d に (i) を代入して

$$W_{1k} = \left(\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} \right) + (h_1 - h_2 + h_r) \dots \dots \dots (iii)$$

上式中の壓力水頭 ($h_1 - h_2 + h_r$) に於てその一部は動翼内に於て流速を w_1 より w_2 に變ずる爲に $(w_2^2 - w_1^2)/2g$ だけ使用され、他は動翼中の水が廻轉の遠心力に依て外方に飛び出でんとする作用を防止する爲に用ひられ、その量は翼上流端に於ける水頭 $v_1^2/2g$ と下流端水頭 $v_2^2/2g$ との差 $(v_1^2 - v_2^2)/2g$ に等しい。

即ち
$$h_1 - h_2 + h_r = \frac{1}{2g}(w_2^2 - w_1^2) + \frac{1}{2g}(u_1^2 - u_2^2) \dots \dots \dots (iv)$$

故に
$$W_{1k} = \frac{1}{2g}(v_1^2 - v_2^2) + \frac{1}{2g}(w_2^2 - w_1^2) + \frac{1}{2g}(u_1^2 - u_2^2) \dots \dots \dots (716)$$

次に第 748 圖より
$$w_1^2 = v_1^2 + u_1^2 - 2v_1u_1 \cos a_1, \quad w_2^2 = v_2^2 + u_2^2 - 2v_2u_2 \cos a_2,$$

$$\therefore W_{1k} = \frac{1}{g}(v_1u_1 \cos a_1 - v_2u_2 \cos a_2) \dots \dots \dots (717)$$

普通の水車に於ては v_2 は CC' 線、即ち u_2 の方向に直角なるを以て $\cos \theta_2 = 0$ 、故に

$$W_{1k} = \frac{1}{g}v_1u_1 \cdot \cos a_1 \dots \dots \dots (718)$$

今、水槽 (Head tank) の水面と放水路面との落差を H_0 、水壓管内の損失を h_r とすれば、水車入口に於ける全水頭は $H_0 - h_r$ にして第 749 圖の H に相當する。而て放水路に流入する流速 v_3 に相當する勢力は利用し得ざるを以て損失となり、又水車内部に於ても種々の損失ありてこれを $f \cdot H$ にて表せば、實際有効なる勢力は單位重量に對し

$$W_{1k} = H - f \cdot H - \frac{v_3^2}{2g} = e \cdot H \dots \dots \dots (719)$$

e は水力効率にして普通 $e = 0.8 \sim 0.88$ である。故に

(717) 式に依り
$$v_1u_1 \cos a_1 - v_2u_2 \cos a_2 = e \cdot gH \dots \dots \dots (720)$$

(720) 式は水車の性能を表はす基礎式にして $a_2 = 90^\circ$ なる時は

$$v_1u_1 \cos a_1 = e \cdot gH \dots \dots \dots (721)$$

Q なる流量を供給する時は、重量は w_0Q ($w_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$) にして、單位時間に水車の爲す仕事は

$$W_k = \frac{1000 Q}{g}(v_1u_1 \cos a_1 - v_2u_2 \cos a_2) \dots \dots \dots (722)$$

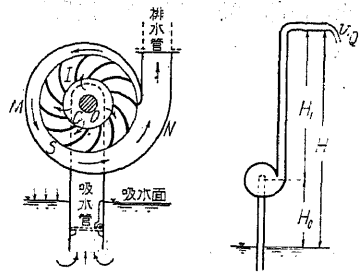
一馬力 (1 h.p.) は 75 kg-m/sec なるを以て

$$\text{水車軸馬力} = \frac{1000 Q}{75g}(v_1u_1 \cos a_1 - v_2u_2 \cos a_2) = e \cdot \frac{1000 Q}{75} H \dots \dots \dots (723)$$

Francis 水車に於ては (第 748 圖) $\beta_1 = 45 \sim 135^\circ$ にして高速水車程 β_1 は小に、普通水車 (Normal speed turbine) に於て $\beta_1 = 90^\circ$, $u_1 = v_1 \cos a_1$ にして (723) 式は $v_1^2 = e \cdot g \cdot H$, $e = 0.85$ とすれば $u_1 = 2.9\sqrt{H}$ 、高速水車 (High speed turbine) に於ては β_1 は小にして、超高速水車 (Extra high speed turbine) は β_1 は 45° に近く、反對に β_1 が 135° に近きものは低速水車 (Low speed turbine) である。尙實際の水車に於ては各動翼は各々軸を有し一様に方向を變じ得るを以て逸出端の方向及び幅を加減し得る。

[92] 渦巻ポンプ (Centrifugal pump) の理論

(1) 渦巻ポンプの性能 渦巻ポンプは Francis タービン (Inward flow turbine) と反対の作用を爲すものにしてその原理は同一である。Francis 水車の車軸に力率 (Moment) を加へて逆に廻轉すれば水を放水路より揚げて逆に水槽の方へ押し上げる事が出来る。即ち、タービンに於ては壓力を有する水を供給して水車の翼を抵抗力に打克て廻轉せしめて仕事を爲すが、このポンプに於ては仕事を費して翼を廻らし、その外端に於て水頭を生ずる装置にして、此水頭に依て水は高地に押し上げらる。簡單なる渦巻ポンプは第 750 圖...ポンプの軸 O に垂直なる断面...



第 750 圖

第 751 圖

に於て C は流入室 (Intake), I は O 軸に依て高速に廻轉する翼車 (Impeller), S は其の周圍を占むる螺旋狀室である。軸に力率を加へて翼車を廻轉すれば C 部に低壓を生じ水は吸水管 (Suction pipe) の下端の弁 (Suction valve) を押し上げて流入し、C の外圍線即ち翼車の内縁線より放射的に翼間の空隙に流入し其の外圍線に達する間に翼の廻轉に依りて大なる速度を得て S 室に入り、その流速水頭が壓力水頭に變じて H₁ なる水頭に打克ちて水を高所に排出する (第 751 圖)。然るに C 内の低壓の極限は零にして若しこの極限に達

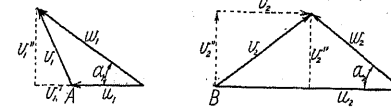
し得るものとすれば、吸水面には p₀ なる氣壓作用するを以て、p₀=10 kg/cm² とすれば H₀=p₀/w₀=10 m 即ち約 10 m の高さ迄吸上げ得る筈なるも普通は 8 m 位、特別の構造を用ふるも 9 m を超ゆる事は出来ぬ。而て流水が流況を變ずる場合必ず勢力の損失を伴ふを以て、第 750 圖の如き簡單なる構造にては効率は 40~50% を超えぬ。若し Francis 水車の如く翼車の外側に固定導翼を置き其外側に螺旋室を設くれば効率を 85% 位迄上げ得る。此種のポンプを特にタービンポンプ (Turbine pump) と稱する。

(2) 翼車の理論

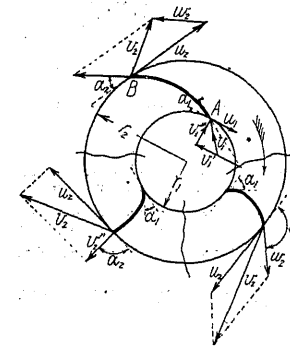
水は翼間の空隙を充たし之に沿ふて流るを以て w₁ と内縁線...半徑 r₁ なる圓弧...と爲す角は a₁ に等しく、w₂ と r₂ 弧との爲す角は a₂ に等しい。單位時間に C 室より翼車に流入する水量即ち吸水管より吸ひ上げらるる流量 Q は翼間空隙の總斷面積 a₁ と内縁線に直角なる分速度 v₁' との積に等しく、且つ a₂ と v₂' との相乗積に等しい。仍て

Q = a₁v₁' = a₂v₂' ∴ v₂' = (a₁/a₂)v₁' i

然るに廻轉する水の角運動量 (Angular momentum) は切線方向の分速度と半徑と質量との相



第 752 圖



第 753 圖

- r₁ ... 翼内縁の半徑
r₂ ... 翼外縁の半徑
u₁ ... 翼内縁點 (A) の切線速度
u₂ ... 翼外縁點 (B) の切線速度
v₁ ... 翼内縁點 (A) に於ける水の流入速度
v₂ ... 翼外縁點 (B) に於ける水の流出速度
v₁' ... v₁ の切線分速度 (Tangential component)
v₂' ... v₂ " "
v₁" ... v₁ の放射分速度 (Radial component)
v₂" ... v₂ " "
w₁ ... A 點に於ける水の翼に對する相對速度
w₂ ... B " "
a₁ ... A 點に於て翼内縁と翼切線との挟角
a₂ ... B 點に於て翼外縁と " "
a₁ ... r₁ 圓上に於ける流入斷面積
a₂ ... r₂ 圓上に於ける流出斷面積

乗積に等しく單位質量の水の角運動量は A 點に於て v₁'r₁, B 點に於て v₂'r₂ なるを以て水が翼内縁より外縁迄流る間に生ずる運動量の變化は、

單位重量の水の角運動量の變化 = (1/g)(v₂'r₂ - v₁'r₁) ii

v₁' と v₂' との方向が反対なる時は兩者の和にして、同じ向きの際は其の差である。上式は v₂' の向きを + とせるものである。

而て翼車が單位重量の水に對して爲したる仕事 (W_{1k}) は同一期間に水に與へたる勢力に等しく、

v₁ cos a₁ = v₁' ∴ W_{1k} = (1/g)(u₂v₂' - u₁v₁') (724)

普通 v₁ は半徑方向なるを以て v₁' = 0

∴ W_{1k} = (1/g)u₂v₂' (725)

今、全揚程 (Lift, 第 751 圖) を H, 排水管より流出する水の水頭を h とすれば、揚水の爲に水の單位重量に對して爲さるべき仕事は、第 752 圖に依り v₂' = u₂ - v₂" cot a₂ なるを以て

H + (v²/2g) + h = (1/g)(u₂v₂' - u₁v₁'), (1/g)u₂v₂' = (1/g)u₂(u₂ - v₂" cot a₂)

然るに單位時間に Q たけの水量を揚ぐる爲には w₀Q なる重量に對し (724) 又は (725) 式の仕事を要するを以て、Q なる水量を H たけ揚ぐる爲に單位時間に爲すべき仕事 W_k は

$$W_k = \frac{w_0 Q}{g} (u_2 v_2' - u_1 v_1') = \frac{w_0 Q}{g} u_2 (u_2 - v_2' \cot a_2) = \frac{w_0 Q}{g} u_2 \left(u_2 - \frac{Q}{a_2} \cot a_2 \right)$$

$$\therefore = w_0 Q \left(H + \frac{v^2}{2g} + h \right) = w_0 Q \Sigma H \quad \text{と置く} \quad \dots \dots \dots (726)$$

従て 所要馬力 = $\frac{W_k}{75} \dots \dots \dots (726)'$

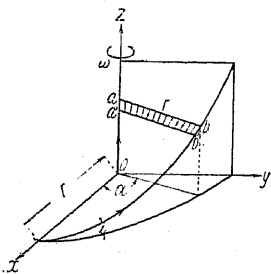
(3) 渦巻ポンプの効率 (724) 式に依り単位時間に $w_0 Q$ なる重量の水を H たけ揚ぐるに $w_0 Q \Sigma H$ なる仕事を要す、従て

$$\text{効率 } e = \frac{H}{\Sigma H} = \frac{gH}{u_2(u_2 - v_2' \cot a_2)} = \frac{gH}{u_2 \left(u_2 - \frac{Q}{a_2} \cot a_2 \right)} \dots \dots \dots (727)$$

普通の渦巻ポンプに於ては $e=40\sim75\%$ なるも効率の高きもの程構造複雑にして價格も高く、且つ運轉に一層の注意を要する。浚渫用ポンプの如く泥砂水を揚ぐるものは効率低くとも内部構造の簡單にして堅固なるものがよい。尙此種のポンプに於ては吸水面よりポンプ迄の落差 H_0 は實地上 $6\sim8\text{m}$ を限度となすも、ポンプより排水口迄の高さ H_1 又は水頭は翼車の廻轉速度を大にすれば理論上極めて高き所に揚水するを得。實際 $u_2=60\text{m/sec}$, $H_1=150\text{m}$ 位に達するものがある。

[93] 推進機, プロペラー水車及びプロペラーポンプの理論

(1) 推進機 (Propeller) の理論 今、第 754 圖の如き直角坐標軸を取り、任意の長さ r を有する ab なる動径が xy 面に平行に一樣なる角速度 ω を以て廻轉すると同時に a 端は z 軸上を一樣なる線速度にて移動する場合 ab が畫く曲面をヘリコイド (Helicoid) と呼び、その方程式は

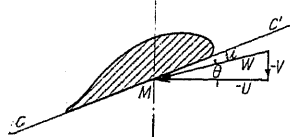


第 754 圖

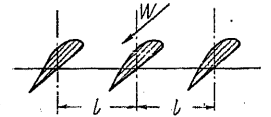
茲に p は ab が oz 軸の周りを一廻轉する間に a が oz 軸上を移動する距離にして、ヘリコイドのピッチ (Pitch) である。 $2r$ 即ちヘリコイドの徑を D とすれば p/D を比ピッチ (Relative pitch) と稱する。尙 $\tan i = \frac{dz}{rda} = p/2\pi r = p/\pi D$ なるを以て $ab'b'a'$ なるヘリコイド面の一部を翅 (Propeller blade) とする推進機に於ては ab 上の凡ての點のピッチが一定にして角 i は r に逆比例する。實際に用ひらるゝ推進機の多くはピッチが半径の方向に變化し、その變化の仕方は推進機の動作及び強度に重大な關係を有する。

$$y = x \tan \alpha = x \tan \frac{2\pi z}{p}, \quad z = \frac{a}{2\pi} \phi \quad \dots \dots \dots (728)$$

直線路を V なる速度を以て航行する船の推進機 (Screw



第 755 圖



第 756 圖

propeller) が靜止せる流體の m なる質量に單位時間に v なる速度を與へて之を廻轉軸に平行に後方に排出するものとせば、船の受くる推力 (Propelling force) は $F=mv$ にして、有効なる仕事は單位時間に mvV にして、この爲に要する仕事は

$$W_k = mvV + \frac{1}{2}mv^2 + \text{損失}$$

$$\therefore \text{理論上の最高効率 } e_{\max} = \frac{FV}{W_k} = 1 / \left(1 + \frac{v}{2V} \right) \dots \dots \dots (729)$$

次に、水及び船の全體に $-V$ なる速度を與ふれば靜止せる船に $-V$... 上記の場合の船の進行に逆向... なる流れがあたりたる場合を表はし、推進機前方に於て V なる速度を有する質量 m の流體はその後方に於て $V+v$ なる速度を有するを以て、消費されたる仕事は

$$W_k' = \frac{1}{2}m[(V+v)^2 - V^2] = mvV + \frac{1}{2}mv^2 = W_k \dots \dots \dots (730)$$

にして上記の場合と同一となる。

推進速度を V , 軸心より r なる距離の翅上の一點 M の廻轉線速度を U , U と V の合成速度を W (第 755 圖) とする。今推進機の翅をその廻轉軸を軸とし半径 r を有する圓筒面にて切りたる斷面を考ふれば、第 755 圖の如く飛行機の浮揚翼の場合と同様に取扱ふ事を得。但し cc' は翅の下面を示す。依て長さ ds なる翅の微部分を考へその cc' 面上の投射面積を dA とすれば、この部分に作用する力 dR は

$$dR = \zeta \cdot \frac{w_0}{2g} W^2 dA \quad \dots \quad \zeta = \text{係數} \quad \dots \dots \dots (731)$$

dR の V, W 方向の分力は夫々推力及び抵抗力である。

推進機に於ては二以上の翅を有し二翅の場合は 180° の位相差を有し、多くの翅を有する場合は隣の翅の影響を受くるを以て第 756 圖の如き翅群として考ふる。但し n は單位時間の廻轉數、 N は翅の數にして間隔は $V/(2\pi r n N)$ である。

(2) 推進機の相似律 幾何學的に相似にして寸法異なる二つの推進機に於て一方の直径、廻轉數及び推進速度を D, n, V , 他方の夫等を D_1, n_1, V_1 とし完全流體中に於ける力學的相似關係を求むるに、角速度 $\omega = 2\pi n$ なるを以て θ が同一なる爲には

$$V_1/(2\pi n_1 r_1) = V/(2\pi n r) \quad \therefore V_1/(n_1 D_1) = V/(n D) \quad \dots \dots \dots (i)$$

而て兩者に於て相當する微面積 dA, dA_1 に作用する抵抗力の比は $\frac{dR}{dR_1} = \frac{dA}{dA_1} \frac{W^2}{W_1^2}$

$$\text{然るに } W \cos \theta = 2\pi n r, \quad W_1 \cos \theta_1 = 2\pi n_1 r_1, \quad \theta = \theta_1$$

$$\therefore \left(\frac{W}{W_1} \right)^2 = \left(\frac{n r}{n_1 r_1} \right)^2 = \left(\frac{n D}{n_1 D_1} \right)^2 \quad \dots \dots \dots (ii)$$

且つ幾何學的相似の關係より $dA/dA_1 = D^2/D_1^2$ なるを以て

$$\frac{dR}{dR_1} = \left(\frac{nD^2}{n_1D_1^2}\right)^2 \dots \dots \dots (732)$$

従て全部の翅の生ずる推力の比は

$$\frac{F}{F_1} = \frac{dF}{dF_1} = \frac{dR}{dR_1} = \left(\frac{nD^2}{n_1D_1^2}\right)^2 \dots \dots \dots (733)$$

$$\therefore \frac{F}{n^2D^4} = \frac{F_1}{n_1^2D_1^4} = \dots = \text{const.} (=a)$$

故に $V/(nD)$ が同一なる推進機に對しては

$$F = a n^2 D^4 \dots \dots \dots (734)$$

推進機の廻轉に對する抵抗力 T の比は

$$\frac{dT}{dT_1} = \frac{W \cdot dR}{W_1 \cdot dR_1} = \left(\frac{nD^2}{n_1D_1^2}\right)^3 \cdot \frac{nD}{n_1D_1} = \frac{n^3D^5}{n_1^3D_1^5}$$

従て $V/(nD)$ が一定なる場合は

$$\frac{T}{n^3D^5} = \frac{T_1}{n_1^3D_1^5} = \dots = \text{const.} (= \beta) \quad \therefore T = \beta n^3 D^5 \dots \dots \dots (735)$$

上記の理論的關係より、幾何學的に相似なる多くの推進機に於ては、定數 a, β は $V/(nD)$ の函數として表はされ式の形は一定する。若し n が一定にして V が増せば $\tan \theta$ (第 755 圖) は増大し、 i は減じ、従て dR は小となるを以て推力及び効率は共に減ずる。従て a, β は $V/(nD)$ の大なるに従て減ずる。

(734) (735) 式より効率 η を求むれば

$$\eta = \frac{FV}{T} = \frac{a n^2 D^4 V}{\beta n^3 D^5} = \frac{a}{\beta} \cdot \frac{V}{nD} \dots \dots \dots (736)$$

上記の諸式に於て時間の單位は秒を用ふるが、實際は廻轉數のみに分を用ふるを以て之を n' とすれば上式の n の代りに $n'/60$ を用ふる。

(3) 推進機の逆作用 軸方向の移動が不可能なる様に推進機を固定しその周圍の流體に軸方向の速度を與ふれば、上記の場合と逆に軸の廻轉に依て仕事を爲さしむる事を得。此場合 (730) 式を適用し得るものとし T を抵抗に對して費さるゝ仕事に等しと考ふれば、 T は n の函數、 β は V, n の函數である。従て V は n の函數として表はし得る。此原理に基き廻轉數 n を知て流速を求むる Ott 式流速計 (Current meter) に於ては $V \propto n$ となる。

今、プロペラー水車 (Propeller turbine) に於て水は V なる速度にて流入し、 v なる速度にて流出するものとし、 w_0 を水の單位重量、 Q を流量とすれば、水車の得る勢力は單位時間に對して

$$T = \frac{1}{2g} w_0 Q (V^2 - v^2)$$

水車軸方向に作用する動壓力は $F = \frac{w_0}{g} Q (V - v)$

水車を流過する時の速度を v' とすれば $T = Fv' = \frac{w_0}{g} Q (V - v)v'$

$$\text{故に} \quad \frac{w_0}{g} Q (V - v)v' = \frac{w_0}{2g} Q (V^2 - v^2) \quad \therefore v' = \frac{1}{2}(V + v)$$

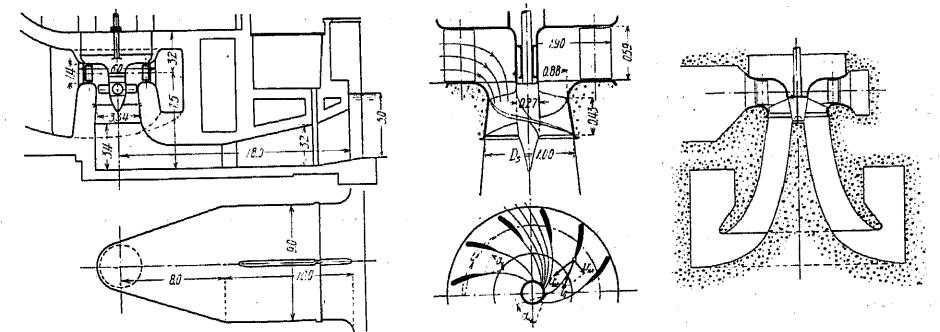
$$\text{推進機の外径を } D \text{ とすれば} \quad Q = \frac{1}{4} \pi D^2 \cdot v' = \frac{\pi}{4} D^2 \cdot \frac{1}{2}(V + v)$$

$$\therefore T = \frac{w_0}{2g} \cdot \frac{\pi}{4} D^2 \cdot \frac{1}{2} (V + v) (V^2 - v^2) \dots \dots \dots (737)$$

T の極大値 T_m を生ずる條件を求むれば $\frac{v}{V} = \frac{1}{3}$ にして

$$T_m = \frac{16}{27} \cdot \frac{w_0}{2g} \cdot \frac{\pi}{4} D^2 \cdot V^3 \dots \dots \dots (738)$$

(4) プロペラー水車 (3) の原理に據り有壓水を供給してプロペラーを廻轉し仕事を爲さしむるものにして、結局フランシス水車の動翼を數枚 (二枚以上) に減じ比廻轉數 $nH^{-\frac{1}{2}}$ (軸馬力)^{1/2} を著しく増加し、翼車に外輪を有せず推進機の如き形を有するを以て、一般に Propeller turbine と稱せられ Kaplan, Lawaczeck, Moody, Nagler, Bell 等の諸式がある (第 757 圖)。此種の水



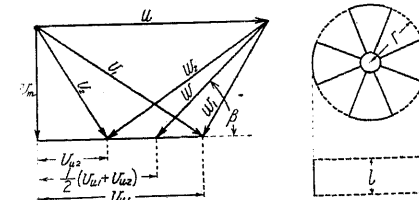
Kaplan 型 Bell 型 Moody 型

第 757 圖

車は落差變化に因る効率の變化割合に小なるを以て低落差發電に有利である。

プロペラー水車は推進機と逆の作用を爲すに過ぎぬを以て後者の理論を應用し得る。依て翼車を共通軸の圓筒面 (Co-axial cylinder) にて切りたる斷面に就て考へ (第 758 圖)。

- $u \dots$ 廻轉線速度, m/sec.
- $H_e \dots$ 有効落差 (水頭差), m
- $v \dots$ 水流の絶對速度, m/sec.
- $r_2 \dots$ 翼車外周の半徑
- $u_u \dots$ 水流の廻轉線速度の、軸に垂直なる平面内の分速度, m/sec.
- $h_1, h_2 \dots$ 翼車前後の壓力水頭, m
- $h_r \dots$ 摩擦水頭, m
- $w \dots$ 水流の相對速度, m/sec.
- $v_m \dots$ 水流の水車軸方向の分速度, m/sec.



第 758 圖

第 759 圖

尙翼車の入口及び出口に於ける値を尾字 1, 2 を以て區別する。

今、 v_m を不變とすれば各速度の關係は第 758 圖の如く入口及び出口に對し Bernoulli 定理を適用すれば

$$\left. \begin{aligned} \text{相對速度に對し} \quad & h_1 + \frac{w_1^2}{2g} = h_2 + \frac{w_2^2}{2g} + h_r \\ \text{絶對速度 ,,} \quad & h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + h_r + H_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (i)$$

然るに翼車外圍面 1 m² に對する 1 秒間の仕事 W_k は

$$W_k = w_0 v_m H_0 \dots \dots \dots (ii)$$

第 758 圖に依り

$$w_2^2 - w_1^2 = (u - v_{u2})^2 - (u - v_{u1})^2, \quad v_1^2 - v_2^2 = v_{u1}^2 - v_{u2}^2 \dots (iii)$$

然るに (i) より $\frac{1}{2g}(v_1^2 - v_2^2) + \frac{1}{2g}(w_2^2 - w_1^2) = H_0$

此式に (iii) 式を入れて簡単にすれば

$$u(v_{u1} - v_{u2}) = gH_0 \dots \dots \dots (739)$$

即ち Francis 水車の場合の (721) 式に相當する。

今、圓筒面を展開すれば各翅の斷面の配置は第 760 圖の如く翼車外周面の單位面積に對して作用する力は、P を w に平行なる分力、P' を w に垂直なる分力、R を P、P' の合力とすれば

$$\tan \beta = \frac{v_m}{u - \frac{1}{2}(v_{u1} + v_{u2})} \dots \dots \dots (iv)$$

故に單位面積に對する單位時間の仕事 W_k は

$$W_k = (P' \sin \beta - P \cos \beta) u = R(\cos \lambda \cdot \sin \beta - \sin \lambda \cdot \cos \beta) u = R \cdot u \cdot \sin(\beta - \lambda) \dots (v)$$

故に (ii), (739), (v) 式に依り廻轉方向 (Circumferencial) の力に於て

$$R \sin(\beta - \lambda) = \frac{w_0}{g} v_m (v_{u1} - v_{u2}) \dots \dots \dots (vi)$$

一方車軸方向の分力、即ち u の方向に垂直なる方向の力の關係は

$$R \cos(\beta - \lambda) = w_0 (h_1 - h_2) \dots \dots \dots (vii)$$

(i) 及び (iii) 式と組合すれば

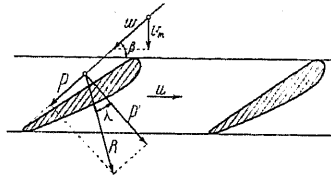
$$R \cdot \cos(\beta - \lambda) = w_0 \left(\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} + h_r \right) = \frac{w_0}{2g} (2u - v_{u1} - v_{u2})(v_{u1} - v_{u2}) + w_0 h_r \dots \dots (viii)$$

(vi) 式を代入すれば

$$\begin{aligned} R \cos(\beta - \lambda) &= \frac{w_0}{2g} (2u - v_{u1} - v_{u2}) \cdot R \sin(\beta - \lambda) \cdot \frac{g}{w_0 v_m} + w_0 h_r \\ &= \frac{u - \frac{1}{2}(v_{u1} + v_{u2})}{v_m} R \sin(\beta - \lambda) + w_0 h_r \dots \dots \dots (ix) \end{aligned}$$

更に (iv) を代入して

$$w_0 h_r = R \left[\cos(\beta - \lambda) - \sin(\beta - \lambda) \cot \beta \right] = R \left(\sin \beta \cdot \sin \lambda + \frac{\cos^2 \beta}{\sin \beta} \sin \lambda \right) = R \frac{\sin \lambda}{\sin \beta} \dots (740)$$



第 760 圖

然るに第 758 圖及び第 760 圖に依り $R \sin \lambda = P, \quad \sin \beta = \frac{v_m}{w} \dots \dots \dots (x)$

$$\therefore w_0 h_r v_m = P \cdot w \dots \dots \dots (741)$$

今、翼外圍圓筒面上に於ける翼車の効率を e とし (v), (x) の關係を用ふれば

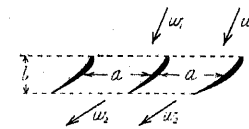
$$e = \frac{W_k}{W_k + Pw} = \frac{1}{1 + \frac{P}{W_k} w} = \frac{1}{1 + \frac{\sin \lambda}{\sin(\beta - \lambda)} \cdot \frac{w}{u}} \dots \dots \dots (742)$$

今、μ = 翼面積の總和 / 翼外周面積 とすれば

$$P = \zeta \frac{w_0}{2g} \cdot \mu w^2, \quad P' = \zeta' \frac{w_0}{2g} \cdot \mu w^2, \quad \frac{P}{P'} = \tan \lambda \dots \dots \dots (743)$$

ζ, ζ' は實驗に依て決定すべき係數にして夫々飛行機翼の浮揚力係數及び抵抗係數に相當するものである。而して數枚の翅を有する場合...第 761 圖は切斷圓筒面を展開せる圖...は相互の影響に依り ζ' は a/l の小なるに従ひ減少する。

(5) プロペラーポンプ (Propeller pump) 此ポンプの作用はプロペラー水車と逆にして、翼車に



第 761

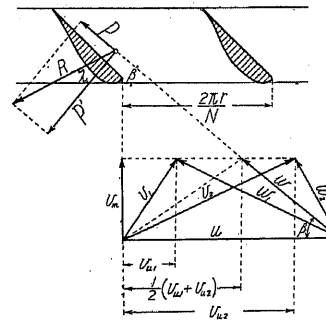
動力を加へて廻轉し水に壓力及び速度を與ふる。兩者の關係はタービンポンプとタービン水車との關係に類似して居る。翼車の圓筒斷面...半徑 r...を展開して力の關係を示したるもの及び各速度關係は第 762 圖の如く、理論は水車の場合と同様である。單位時間にポンプ軸に加ふる仕事は

$$\begin{aligned} W_k &= u \cdot N (P' \sin \beta + P \cos \beta) \\ &= u \cdot N \cdot R \sin(\beta + \lambda) \dots \dots \dots (744) \end{aligned}$$

ポンプの單位時間に爲す有効仕事は

$$\begin{aligned} W_{ko} &= v_m N (P' \cos \beta - P \sin \beta) \\ &= v_m N \cdot R \cos(\beta + \lambda) \dots \dots \dots (745) \end{aligned}$$

プロペラーポンプは同種の水車と同様に低き揚程、大水量に適する。



第 762 圖