

第十二章 洗掘及び沈澱並に河道の自然形狀

[59] 流水の洗掘作用及び掃流力

流水はその接觸する固體に對して種々の機械的作用 (Mechanical action) を爲し、土木工學上最も重要なのは洗掘 (Scouring), 沈澱 (Settlement) 及び磨削 (Abrasion) 等なるが本章に於ては主として洗掘及び沈澱に就て述ぶる。

(1) 流水の掃流力 (Tractive force, Schleppkraft) 水とこれに接する固體との間に相對速度 (Relative velocity) ある時は相對速度の方向に固體に動水壓作用す、此力を特に流水の掃流力と名づく。河床に靜止せる砂礫に對しては相對速度は之に接する水の流速に等しく、掃流力が固體の抵抗力より大なる時固體は運動を始めて移動し茲に洗掘作用が行はるゝ。固體の抵抗力は滑動 (Slip) と轉動 (Rolling) とに依て異なるも多くは抵抗の少なき運動を爲し、扁平又は方形の粒は滑動し、球状及び圓盤状のものは轉動するを普通とする。

先づ靜止せる固體が流水の掃流力に依て滑動を始むる條件を求むるに、簡単のため方形斷面の角壩が長さの方向を水流に平行に斜面上に置かれたる場合を考へる (第 518 圖)。

v ...流速、 d ...横斷面の邊長、 b ...壩の長さ、 θ ...床面の傾斜角

w ...固體単位體積の重量、 w_0 ...水単位體積の重量、 f ...固體と床面との間の摩擦係數

ζ ...固體の形狀に因る係数...[64] (2) 參照

W ...固體の重量、 W_0 ...固體に作用する浮力

W_1 ...摩擦に對して有効なる固體の重量

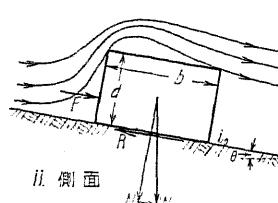
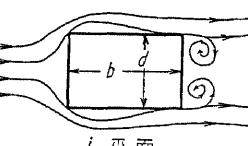
F ...流水の掃流力、 R ...固體の抵抗力

T ...固體重量の流れの方向に於ける分力

$W = wd^2b$, $W_0 = w_0d^2b$, $W_1 = W - W_0 = (w - w_0)d^2b$

$T = W_1 \sin \theta$, $F = \zeta w_0 d^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$, $R = f \cdot N = f(w - w_0)d^2b \cos \theta$

固體の抵抗力 R が流水の方向に作用する力 $F + T$ に等しき時は固體は將に動かされんとする狀態にして、此場合の v と角壩の大さとの關係は



第 518 圖

$$F + T = R \quad \therefore \zeta w_0 d^2 \cdot \frac{v^2}{2g} + W_1 \sin \theta = f W_1 \cos \theta$$

$$\therefore b = \zeta \frac{w_0}{w - w_0} \cdot \frac{1}{(f \cos \theta - \sin \theta)} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad \dots \dots \dots \dots \quad (448)$$

普通の河床又は水路床の如く θ が小なる時は

洗掘及び沈澱並に河道の自然形狀

$$b = \zeta \frac{w_0}{w - w_0} \cdot \frac{1}{(f - i_0)} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad \dots \quad i_0 = \tan \theta \approx \sin \theta \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (449)$$

河床が逆勾配を有する時は θ 及び i_0 を負値とする。

f に對して i_0 が微小なる時は

$$b = \zeta \frac{w_0}{(w - w_0) \cdot f} \cdot \frac{v^2}{2g}, \quad (\zeta \dots \text{長さの單位に無關係の係数}) \quad \dots \quad \dots \quad (450)$$

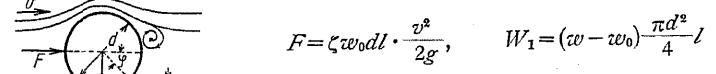
水面に平行なる河床に於ては普通 i_0 は f に比して微小にして假りに $w_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$, $w = 2600 \text{ kg/m}^3$, $f = 0.5$, $\zeta = 1.5$ とすれば

$$b = \frac{v^2}{g} = \frac{v^2}{10} \quad \dots \text{m-sec} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \left. \right\} \quad \dots \quad \dots \quad (451)$$

一般に $b = \zeta' \frac{v^2}{2g}$, $\zeta' = 1.0 \sim 2.5$ (長さの單位に無關係)

次に圓盤が流れに直角に置かるゝ場合、轉動の條件を求むるに

d ...直徑, l ...長さ, h ...河床凸起の高さ



凸起縁を過ぎる半徑の水平に対する傾斜角を φ とすれば

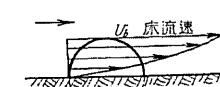
$$\sin \varphi = \frac{d - 2h}{d}$$

依て凸起縁の周りの迴轉を考へ F 及び W_1 の能率を等しと置けば

$$F \cdot \frac{d}{2} \sin \varphi = W_1 \cdot \frac{d}{2} \cos \varphi \quad \therefore \quad d = \zeta \frac{w_0}{w - w_0} \cdot \frac{4}{\pi} \tan \varphi \cdot \frac{v^2}{2g} \quad \dots \quad \dots \quad (452)$$

故に $\zeta = 1.2$, 其他は前場合と同一に取れば、 $\varphi = 60^\circ 30'$, $h = 0.049d = \frac{d}{20}$ なる時、前場合の b に等しき徑の壩體が轉動する。

ζ の値は固體の形及び位置に依て著しく異なるが、假りに之を一定とすれば流水中の固體の滑動を始むる條件は流れの方向の投射面積 (Exposed area) に無關係にして、唯流れの方向の長さのみに依て定まり、轉動の場合は主として鉛直方向の徑に依り軸方向の長さには餘り關係せぬ。實際は球又は迴轉橢圓體に近き石礫は轉動し、方形又は扁平形のものは滑動する。



第 519 圖

以上は固體粒が固體面上に置かれたる場合なるも實際の河床の如く、一固體の周圍が略同様の固體に依て固まるゝ場合は實際流水に接觸する部分は高さの半以上の中にして、而も流速は下方に急減するを以て固體を動かさんとする力は上記の半以下に過ぎず、從て前記の v を床流速 v_b とすれば流水に依て實際動かさるゝ石礫の大さは (448), (452) 式の與ふる所の $1/2 \sim 1/4$ 程度に過ぎず、且つ滑動に比して轉動は比較的容易である。

此場合河床の單位面積の砂礫に作用する力を以て掃流力の強さ (F) を表はし、普通 kg/m^2 單

値を用ふる。

尙實際上は固體周囲の流速 v_b の代りに其の鉛直線上の平均流速 v を用ひ、 b 又は d の代りに平均徑 d を用ふる方便利である。先づ固體面上に單獨に置かるゝ場合は

$$v = \lambda v_b = C \sqrt{HI}, \quad d = \frac{1}{\lambda^2} \frac{v^2}{g} = \frac{C^2}{\lambda^2 g} HI = KHI \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (453)$$

然るに $\lambda=2\sim3$, C は水深 H 及び河床の粗度 n 即ち石礫の細粗に依て異るも普通 $30\sim50$ である。一般に C の小なる急流程 λ は大なるを以て、今 $C^2=1000$ とすれば $K=10\sim50$ にして平均 25 倍となる。

周囲の流速 v_b を以て表はせば

$$d = K' v_b^2, \quad K' = \frac{1}{10} \sim \frac{1}{15} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (454)$$

同程度の礫が咬み合ひて層を爲す場合、各粒に作用する掃流力は半以下に下るを以て $K' \leq \frac{1}{20}$ $\sim \frac{1}{30}$ 倍となり、張石の如く上部のみ水流に接する場合は更に小となる。

洗掘防止のため石材を以て河床の小粒を被覆する場合に於ては、捨石と張石とに依て所要の大きさは著しく異り、又割石と玉石とに依ても著しく異なる。

今、約 1.5 の安全率を見込み安定なる爲の石の平均徑 d と周囲の流速 v_b との関係を

$$\left. \begin{array}{l} \text{捨石、玉石} \dots d = \frac{1}{20} v_b^2, \quad \text{割石} \dots d = \frac{1}{25} v_b^2 \\ \text{張石、玉石} \dots d = \frac{1}{40} v_b^2, \quad \text{割石} \dots d = \frac{1}{50} v_b^2 \end{array} \right\} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (455)$$

と假定し、 v_b に対する平均徑を求むれば次表の如し。但し張石の場合は扣を d 以上とする。

第 89 表 安定を保ち得る石材の平均徑 d , cm (N.M.)

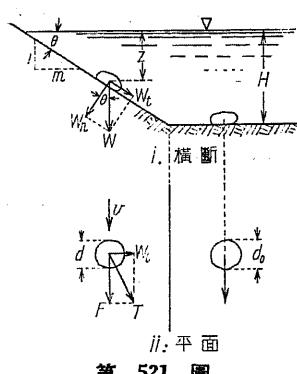
工種	材 料	平均徑 cm	v_b m/sec						
			1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
捨 石	玉 石	$d =$	5.0	11.25	20	31.25	45	80	125
	割 石	$d =$	4.0	9.0	16	25	36	64	100
張 石	玉 石	$d =$	2.5	5.7	10	16	22.5	40	62.5
	割 石	$d =$	2.0	4.5	8	12.5	18	32	50

但し d の理論値には場合に依りて著しき差あり、下層砂礫の大きさに依ても安定度を異にするを以て、上記の d は單に流速に應じて d を適當に撰定せざるべからざる事を例示せるに過ぎぬ。

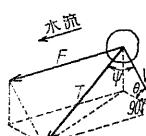
(2) 法面上の固體の安定 法面の如く流れに直角の方向に傾斜を有する面上の固體は、流水の掃流力の外に傾斜の方向の重力分力の作用を受くるを以て特別の考慮を要する。

θ ...水平に對する法面の傾斜角、 H ...河底部の水深、 z ...固體位置に於ける水深、

φ ...固體と法面との間の摩擦角、 f ...摩擦係数= $\tan \varphi$, F ...流水の掃流力



第 521 圖



第 522 圖

W ...水中法面上に於て掃流力と平衡を保つ固體の重量

W_0 ...水平河床 " "

W_n ... W の法面に垂直なる分力、 W_t ...同平行なる分力

T ... W_t と F の合力、 R ...固體の摩擦抵抗

m ...法勾配= $\cot \theta$

$W_n = W \cos \theta, \quad W_t = W \sin \theta \quad \therefore \quad T = \sqrt{F^2 + W^2 \sin^2 \theta}$

$R = W \cos \theta \cdot \tan \varphi, \quad R$ と T とが平衡する爲には $R = T$

即ち $F^2 + W^2 \sin^2 \theta = W^2 \cos^2 \theta \cdot \tan^2 \varphi \quad \dots \quad \dots \quad (i)$

然るに (448) に依り F は等質等形の固體に對しては v^2 及び投射面積 A に比例し、且つ一般に v^2 は水面勾配と水深との積に比例するを以て、水路の一斷面内に於ては水深のみに比例する。依て c を常数とし水平河床上の固體の平衡條件を書けば

$$F_0 = c A_0 H = W_0 \tan \varphi \quad \therefore \quad F_0^2 = c^2 A_0^2 H^2 \quad \dots \quad (ii)$$

法面上に於ては $F = c A z$ なるを以てこの關係を (i) 式に代入し W と W_0 との比を求むるに

$$\frac{W}{W_0} = \frac{A z}{A_0 H} \frac{1}{\cos \theta \sqrt{1 - (\frac{\tan \theta}{\tan \varphi})^2}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (N.M.) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (456)$$

W_0 は (1) の諸式より求め得るを以て (456) 式に依り法面上に於て流水の掃流力と辛うじて平衡する石礫の大きさを知り得る。尚 (456) 式の關係を固體の平均徑 d 及び d_0 を以て表はせば

$$\frac{d}{d_0} = \left(\frac{d}{d_0} \right)^3 \left(\frac{d_0}{d} \right)^2 = \frac{W A_0}{W_0 A} = \frac{z}{H} \frac{1}{\cos \theta \sqrt{1 - (\frac{\tan \theta}{\tan \varphi})^2}} = \mu \cdot \frac{z}{H} \quad \dots \quad \text{と置く} \quad \dots \quad (457)$$

依て $f = \tan \varphi = 0.5$ とすれば μ は m 又は θ の函數にして次表の如し。

第 90 表 法勾配と平衡葉大との關係

$m =$	∞	10	5.0	4.0	3.0	2.5	2.25	2.0
$\theta =$	0.0	5° 42'	11° 19'	14° 2'	18° 26'	21° 48'	24°	26° 34'
$\mu =$	1.00	1.03	1.11	1.19	1.41	1.78	2.4	∞

次に一の横断面内に於て法傾斜角 (θ_1, θ_2) と水深 (z_1, z_2) とを異にする二點に於ける平衡葉の重量 (W_1, W_2) 及び平均徑 (d_1, d_2) の關係を求むれば

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{z_2 A_2 \cos \theta_1}{z_1 A_1 \cos \theta_2} \sqrt{\frac{\tan^2 \varphi - \tan^2 \theta_1}{\tan^2 \varphi - \tan^2 \theta_2}}, \quad \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2 \cos \theta_1}{z_1 \cos \theta_2} \sqrt{\frac{\tan^2 \varphi - \tan^2 \theta_1}{\tan^2 \varphi - \tan^2 \theta_2}} \quad \dots \quad (458)$$

礫の下面が砂礫層なる時は $f=0.6$ にして $m < 1.66$ に於ては如何なる礫も安定を保ち得ず。從て普通の張石護岸の安定は法先の支持工に頼る場合が多い。堤土上に直接張石を爲す時は土の飽和に依り摩擦は稍著しく低減するを以て一層緩なる法を要する。

(3) 掃流力に対する河床の安定 安定状態にある河床の石礫の如く互に相交錯し個々の運動を許さる場合の河床の安定は、床の単位面積に作用する掃流力に對し一致行動を爲す礫層の厚さに依て定まる。

等速流の場合は水の重量の流れの方向の分力と床面の摩擦抵抗とが平衡を保ち、この抵抗力は

床面に作用する掃流力に等しきを以て、単位面積に作用する掃流力
 F は

$$F = R = W \sin \theta = w_0 H \sin \theta = w_0 H I \quad \dots \dots \dots \quad (459)$$

然るに礫層の摩擦抵抗は λ を空隙率とすれば

$$R = f(w - w_0)(1 - \lambda) \cdot 1 \cdot d \cdot I \quad \dots \dots \dots \quad (460)$$

$$\therefore d = \frac{w_0 H I}{f(w - w_0)(1 - \lambda)} = \frac{H I}{1.6 \cdot f(1 - \lambda)} \quad \dots \dots \dots \quad (460)$$

$$\text{今 } \lambda = 0.30, f = 0.5 \text{ とすれば } d = 1.8 H I$$

$$d = \mu H I, \mu = 1.5 \sim 2.0, d, H \text{ は同一単位} \quad \dots \dots \dots \quad (461)$$

石張工の如く λ 小なる場合は $\mu = 1.2$

工學上は普通 $H \text{...m}$, $F \text{...kg}$ を用ひ

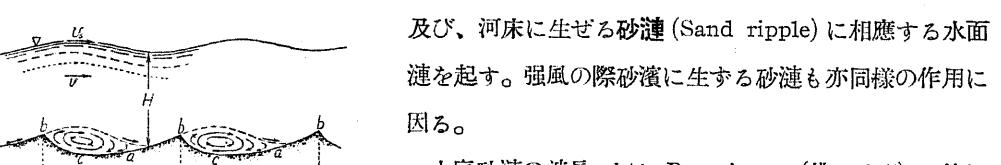
$$F = 1,000 H I \text{ kg/m}^2 \quad \dots \dots \dots \quad (462)$$

P. du Boys (佛, 1879) の研究に依れば實際の粒徑 d_0 が (460) 式の與ふる d より小なる時は總厚が d に等しき n 層の礫が同時に運動を始むる。即ち $d = n d_0$ と置けば

$$F = w_0 H I = f(w - w_0)(1 - \lambda) \cdot n d_0 \quad \dots \dots \dots \quad (463)$$

然し d_0 が d より著しく小なる時は上層の小粒は巻き上げられて水中を浮游 (Suspension) し、稍大なる粒のみが床に添ふて流下する。

運動を始めたる砂礫は各々その形狀により最小抵抗の向きを取る傾向あるを以て抵抗は著しく減ずるのみならず、河床部の渦動著しき流れに乗るを以て小なる流速により運動を繼續せしめ得る。從て運動せる粒を静止せしむる爲には流速が一層小なるを要する。第 524 圖の ab 部は順流の速度が粒を移動せしめ得る限度の勾配を有し、 bc 部は渦の逆流に依て維持し得る最急の傾斜を保つ。 ab 面に沿ふ主流は點線の如き徑路をとるを以て水深大ならざる時はその影響水面に及び、河床に生ぜる砂漣 (Sand ripple) に相應する水面漣を起す。強風の際砂濱に生ずる砂漣も亦同様の作用に因る。



第 524 圖

水底砂漣の波長 l は Boussinesq (佛, 1897) に依れば

$$l = 2\pi H \sqrt{\frac{C^2 I}{2g}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2g}} \cdot v \sqrt{H} = \varphi \cdot v \sqrt{H} \quad \dots \dots \dots \quad (464)$$

cm-sec 単位にて $\varphi = 0.142$

茲に C ...流速係数、 H ...水深である。實測の結果は $H = 2.7 \sim 170 \text{ cm}$ に於て $\varphi = 0.100 \sim 0.150$ にして v_s を水面流速とすれば

$$l = \psi \cdot v_s \sqrt{H}, \quad \psi = 0.1 + \frac{0.7}{H+10}, \quad v_s, H \text{...cm-sec.}$$

(4) 河床砂礫の運動に関する實驗

1. Schaffernak (奥, 1922) の實驗 小實驗槽に略一様なる徑の砂礫を敷き床流速 v_b と粒平均徑 d との關係を實驗せるに

第 91 表 d と v_b との關係

粒徑 d cm	0.5	1.0	2.0	4.0	6.0
粒の動き始むる v_b m/sec (v_0)	0.35	0.75	1.30	1.70	1.80
運動を續け得る „ (v_1)	0.28	0.50	0.85	1.15	1.26
運動を停止する „ (v_2)	0.20	0.40	0.62	0.87	0.98

$$\text{即ち } v_0 = 2v_1, \quad v_0 = 1.5v_1, \quad v_2 = 3/4v_1$$

上記の數値に依り $d = K' v^2$... (454) 式の係數 K' を計算すれば

第 92 表 K' 及び K の値

粒徑 d m	0.005	0.010	0.020	0.040	0.060	平均	平均 K
粒の動き始むる時の K'_0	0.040	0.017	0.012	0.0135	0.017	1/50	4
運動を續くる爲の K'_1	0.062	0.039	0.027	0.030	0.037	1/25	8
„ 停止する „ K'_2	0.122	0.061	0.051	0.052	0.061	1/14	15

最後の K は $v = C \sqrt{H I}$, $v_b = \frac{1}{2} v$ として $K = \frac{C^2}{4K'}$ の値であるが、動き始むる場合に於て (453) 式の K に比し著しく小なるは小隨にして C が著しく小なる爲である。

2. 独逸 Nürnberg 市水利局の實測 小河川及び排水路に就て實測せるものにして河床単位面積に對し $F = 1000 H I$ の値と動き始むる砂礫徑との關係は次表の如し。

第 93 表 粒徑 d と掃流力 F 及び K の關係

砂 磯	徑 d , mm	F , kg/m ²	K
砂	0.2~0.4	0.18~0.20	1.1~2.0
„	0.4~1.0	0.25~0.30	1.6~3.3
„	1.0~2.0	0.40	2.5~5.0
圓味ある石英砂礫	5.0~15.0	1.25	4.0~12.0
„ „ 磚	40.0~50.0	4.8	8.3~10.4
扁平なる石灰岩磚, 厚さ 長さ	10.0~20.0 40.0~60.0	5.8	6.9~10.2

即ち細粒に對する K は著しく小である。

るは浮遊砂量の多きを意味する。而て平均流速は $v = CH^m I^{0.5}$ なるを以て $m=0.7$ とすれば

$$d = 0.002(vH)^{\frac{2}{3}} = 0.002(C^2 H^{3.4} I)^{\frac{1}{3}} \propto H^{1.13} I^{0.33} \dots \dots \dots \quad (469)$$

然るに河床上を移動する砂礫に於ては...[59] (1) 参照、

$$d \propto HI$$

從て水深大、勾配小に彎曲多き部分...河川の下流部...に於ては比較的浮遊に都合よく、反対に勾配大に水深割合に小なる部分...河川の上流部...は床面流下に好都合である。實際に於ても急流部に於て流下砂礫の大部分は床面を流下し、下流部に於ては大部分浮遊する。

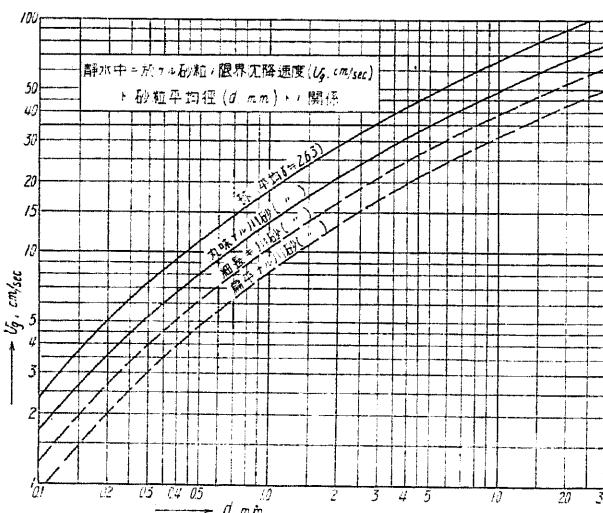
(2) 静水中に於ける固體の沈降 静水中に於て水より比重大なる固體粒を放てば、固體重量と浮力との差に等しき力が鉛直下向きに作用するを以て固體は沈降を初め漸次にその速度を増し、一方固體と水との相對速度に依り抵抗力作用し、抵抗力は相對速度の大なるに従ひ著しく増大するを以て、固體の速度がある限度に達し重力の作用と抵抗とが平衡するに及んで固體は等速度を以て沈降する。この速度を限界沈降速度 (Critical velocity) と稱し、其大さは固體の比重、粒の大きさ及び形に依て異り、球體に於ては重力と抵抗力との平衡に依り次の關係が成立する...

[59] (1) 参照。

$$(\gamma-1)v_0 \cdot \frac{\pi}{6} d^3 = \zeta \cdot w_0 \cdot \frac{\pi}{4} d^2 v_g^n, \quad \dots \quad (v_g \dots \text{限界沈降速度}) \dots \dots \dots \quad (470)$$

茲に γ ...固體の比重、 w_0 ...水の単位體積の重量、 d ...球の直径、 ζ ...形狀による係數、 n ...幕數。

上式により同材質に於ては d は v_g^n に比例し、 n は 1~2 なるも d 小、從て v_g 小なる時は小にして水温の影響を受け、 d 従て v_g 大なる場合は 2 に近く水温の影響は小である。



第 527 圖 (N.M.)

Krey (獨, 1919) の球體に對する
實驗公式は $w_0 = 1 \text{ gr/cm}^3$ として

$$\left. \begin{aligned} d < 0.15 \text{ cm}, \quad d = \frac{0.0043}{\gamma-1} v_g^{1.2} \text{ cm/sec} \\ d > 0.15 \text{ cm}, \quad d = \frac{0.00036}{\gamma-1} v_g^2 \text{ } , \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (471)$$

丸味ある川砂に對しては

$$\left. \begin{aligned} d < 0.15 \text{ cm}, \quad d = \frac{0.007}{\gamma-1} v_g^{1.2} \text{ cm/sec} \\ d > 0.15 \text{ cm}, \quad d = \frac{0.00064}{\gamma-1} v_g^2 \text{ } , \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (472)$$

實際の沈降速度は粒の形狀のみならず水温等に依ても異り、多くの實

験者の得たる結果も稍著しき相違を示すを以て、諸實驗の結果の中庸を探り砂礫の平均徑 d と限界沈降速度 v_g との關係を第 527 圖に曲線を以て示す。

次に限界速度に達する迄の加速運動を考ふるに、水中に於ける固體の有効重量 $(W-W_0)$ に相當する質量 $(W-W_0)/g$ に $\frac{dv}{dt}$ なる鉛直加速度が作用するを以て

$$\frac{1}{g}(W-W_0) \frac{dv}{dt} = (W-W_0)-R, \quad R \dots \text{抵抗力}, \quad r \dots \text{半徑} \quad \text{とすれば}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{(W-W_0)-R}{W-W_0} g = g - \frac{c}{r} v^2 \dots \text{茲に } c = \frac{3}{8} \zeta \frac{1}{\gamma-1} \dots \dots \dots \quad (465) \text{ 式参照}$$

Eytelwein の流水中に於ける實驗に依れば、抵抗係數 $\zeta = 0.789$, $c = 0.296 \frac{1}{\gamma-1} = 0.2$
限界速度 v_g に達すれば $\frac{dv}{dt} = 0$

$$\therefore v_g = \beta \sqrt{(\gamma-1)r}; \quad \beta = 5.755 \dots \text{ m/sec} \dots \dots \dots \dots \dots \quad (474)$$

$$v \dots \text{m/sec}, \quad r \dots \text{mm} \quad \text{單位を用ふれば } \beta = 0.183$$

次に $v=0$ より $v=v_g$ に達する迄に沈降する鉛直距離 h_g は (473) 式を積分して

$$h_g = -\frac{r}{2c} \ln \left(1 - \frac{c}{gr} v_g^2 \right) \dots \text{ m/sec} \dots \text{ (N.M.)} \dots \dots \dots \quad (475)$$

$$\text{此時の沈降速度は } v_g^2 = \frac{gr}{c} \left(1 - e^{-\frac{2c}{\gamma} h_g} \right), \quad c = \frac{0.296}{\gamma-1} \dots \text{ (N.M.)} \dots \dots \dots \quad (476)$$

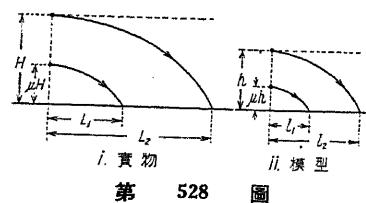
砂粒に對して $c=0.2$ に採り $d=2r$ と置けば

$$\left. \begin{aligned} h_g &= 0.00125 \cdot d \cdot \ln \left(1 - 40 \frac{v_g^2}{d} \right)^{-1}, \quad v_g = 0.157 \sqrt{d} \\ v_g^2 &= 0.025 \cdot d \left(1 - e^{-800 \frac{h_g}{d}} \right), \quad \text{茲に } d \dots \text{mm 他は m/sec 單位} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (477)$$

上式に依て計算すれば $d=2 \text{ mm}$ の粒は殆んど瞬間的に v_g に達し、 $d=20 \text{ mm}$ に於ては $h_g = 0.2 \text{ m}$ にて限界沈降速度 $v_g = 0.707 \text{ m/sec}$ に達する。

(3) 砂粒の沈澱に關する相似律 實際の水路及び沈砂池に於ては流速、寸法、粗度等の大なるため渦流状態なるを以て Froude の相似律は正しく成立せぬ。從て小なる模型實驗の結果より相似律に依て規模極めて大なる實水路の現象を推定する事は困難である。Reynolds の常數は $R = \frac{vl}{\nu}$... [23] (1), $v \dots \text{cm/sec}$, $\nu \dots \text{動粘性係数}$ にして、今 l に徑深 R を用ふれば限界速度 v_g は次式に依て與へられる。 $R = \frac{v_g R}{\nu} = 580$, ν の値は cm/sec 單位を用ひる時 4°C に於て 0.0156, 18°C に於て 0.0103 にして $R > 580$ ならば常に渦流にして、 $R=50 \text{ cm}$ の場合 v が 0.11 cm/sec 以上ならば凡て渦流である。

今假りに砂粒の沈降作用に於て相似律が近似的に成立するものと假定し、實物と模型との寸法比を n , 水平速度の比を n_v とすれば

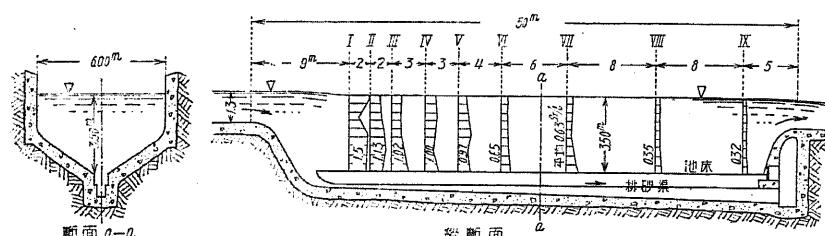


第 528 圖

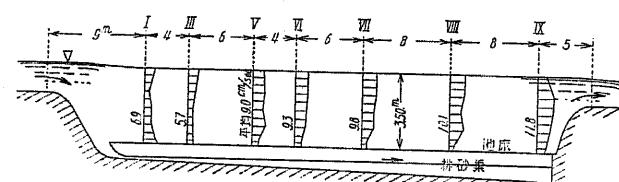
兩者に於て砂粒が底に達する迄に流る、水平距離の比は

$$\frac{L_1}{l_1} = \frac{L_2}{l_2} = n_v \sqrt{n} \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (478)$$

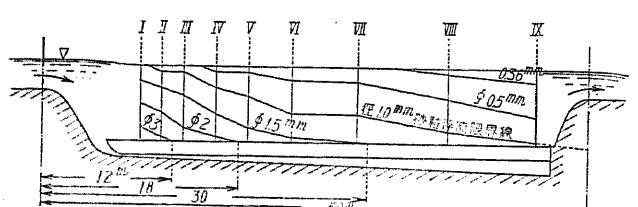
(4) 沈砂池の沈澱作用 D. Guicciardi (伊, 1930) が實際の沈砂池に於て實測せる砂粒の沈降運動は第 529~532 圖に示す如く、池は水深 3.5 m, 全長 50 m, 池内流速 6~12 cm/sec にして流入砂の徑は 0.36~3.0 mm なりしが、0.5 mm 以下の細粒は池内に沈澱せぬ。尙圖に於て沈降運動を見るに初期は速度漸増し限界速度に達すれば暫時之を繼續するも底に近づくに従ひ沈降速度の急減するを認むる。之れ前記の諸理論の實際の流水に於て正しからざる事を示し、其理由は底面附近に於て渦動甚しく砂粒に浮揚力の作用するに因る。從て沈砂池の大きさは排砂を必要とする迄堆砂したる時の實際の水深に於て、理論上又は模型實驗に依る必要寸法に相當の安全を見込まねばならぬ。尙第 531 圖に於て例へば $\phi 1.5$ mm にて示せる曲線は、徑 1.5 mm の砂粒が浮游する限界を示せるものにして、即ち此線以上には徑 1.5 mm 以上の砂粒は存在せざることを意味する。



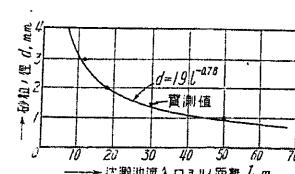
第 529 圖 流水一立中の含有浮游砂量 (gr) 分布圖



第 530 圖 流速分布圖



第 531 圖 砂粒浮游限界線



第 532 圖

普通の沈砂池に於ける平均流速は 0.2~0.4 m/sec なるが池に流入する砂礫の最大粒は取水門に於ける高流速に因る浮揚力に依て浮游し得る最大粒である。池に流入すれば粗粒にして比重大なるもの程沈降速度大にして直ちに沈澱し、細粒ほど下流部に達し自然に粒大の撰別が行はるゝ。實際の沈砂池の沈砂能力は普通単位流量 ($1 \text{ m}^3/\text{sec}$) に對する池容積 $V \text{ m}^3$ に依て表はされ、次に二三の實例を擧ぐる。但し Q は取水量 ... m^3/sec

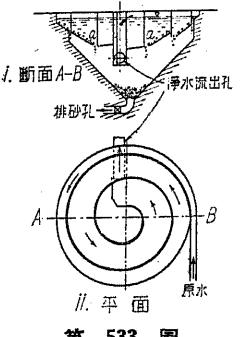
第 96 圖 沈砂池の容積と沈砂能率

發電所	型式	Q	V	沈 澱 %			全流入砂量 %
				V/Q	粒 大 1.8~0.8 mm	粒 大 0.8~0.6 mm	
Borgne	Büchi	10	80	8	100	98	98
Biaschina	"	15	95	6.3	96	80	45
Ackersand	Dufour	4.5	60	13.3	100	98	95

但し二池交代に用ふる場合は一池の有効容積を以て V とする。Büchi 式は多くの孔を有する木床を水面に近く略水平に取付け、流入水はこの木床を上向に流過するものにして、Dufour 式は池底の中心線に沿ひ排砂溝を設け之に孔を有する蓋を爲し、沈澱砂粒は孔より溝に流下し隨時に洗淨し得るものにして、Büchi 式より能率高く Q 大ならざる場合に適し瑞西を中心とし廣く歐大陸に於て用ひらる。

近年螺旋状の水路より成る沈砂池 (第 533 圖) が考案され小模型の實驗に於ては有効なる事を確めたるも未だ實際に應用されて居ぬ。

螺旋水路は連續的に彎曲せる水路と同様にして、副流は外側に於て下向き、床面に於ては内方に向ふを以て内側に沈澱を生じ易く、河川の如き場合は其附近に砂州を生ずるに到る。螺旋沈砂池に於ては大部分の砂は第 533 圖の a 部に沈澱するを以て此部分に間隙を設け、沈澱物を下室に落下せしめ、その下底にバルブを有する排砂孔を設け必要に應じて排砂する。若し上部を蓋ひ壓力水路として水を流す時は副流は上下二段に生じ、且つ徑深 R は著しく減じ Krey 法則 (466) 式に據り副流は裏へ沈砂作用を弱めるのみならず、等形にても寸法大となれば著しく大なる主速度を要し從て水頭損失が急増する。



第 533 圖

[61] 河川及び水路に於ける流砂量

河川及び水路に於て河床を移動する砂礫及び水中を浮游する泥砂の量は工學上極めて重要なも、砂礫の性質、大きさ及び上流よりの供給量は一定せず、同一水路に於ても流量、流速、水深等の異なる從て變するを以て實測に依てその詳細を究むる事は容易でない。

(1) P. du Boys の理論流砂量 (佛, 1879) 河床が一様なる徑 d の砂礫の層より成るものと假定し、河床の單位面積に作用する流水の掃流力 $F = w_0 H I \text{ m} \cdot \text{kg}$ は nd なる厚さの砂層の摩擦抵抗と平衡する場合を考へ、空隙を含みたる砂層の單位體積の重量を w_1 とし、摩擦係數 f に

但し ψ'_1 は $Q-t$ 曲線に一時間単位を用ふる場合の係数である。

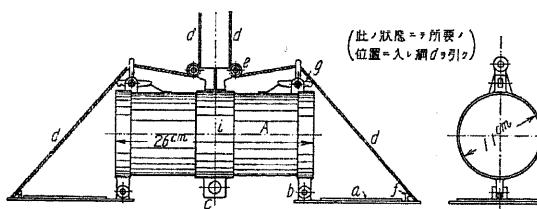
實際の測定に依れば ψ , ψ' 又は ψ_1 , ψ'_1 は河川に依て異り、同一河川にても場所に依り、又増水期と減水期とに依りても異なる。故に二三の洪水に對して流砂量を實測し之等の係数を定むる。

Rhein 河の Basel 附近に於て $\psi=0.00013$; $\psi'=0.468$, Donau 河の小麦 Mur に於ては流域面積 $6,300 \text{ km}^2$, $Q_0=150 \text{ m}^3/\text{sec}$, 年流砂量 $130,000 \text{ m}^3$ にして $\psi=0.00019$, $\psi'=0.684$ である。

水源又は流域がローム、火山灰又は深き砂層なる時は低水時に於ても稍多量の浮游土砂を有するを以て $Q_0=0$ とする。

同一の HI にても上流よりの砂礫流下の多少に依て流砂量は異なる。増水期は前回の洪水以後の崩壊土砂を洗ひ流すを以て割合に多く、減水時は少い。又洪水敷に植物の繁茂する時期に於て割合に少なく、雪解水は地面を洗掘する事少なきを以て土砂を運搬する事割合に小である。

(3) 流砂量の測定 浮遊物の計量には水路断面の多くの點に於て流水の試料を汲み取り之れを静置して沈澱せしむるか、又は蒸溜して固形物のみを残留せしめて其量を測る。前者に於ては飽和状態の泥砂の水底に浅く沈澱する場合の堆積深を知るも微細なるものは容易に沈澱せず、後者に於ては固形物實質と溶解物質との合重量を示す。而し水底沈澱物の單位體積の重量は粒形、粒の大きさ、材質及び壓力に依て異り細粒ほど小に 1.5 ton/m^3 以下の場合もある。水流が池沼湖等に流入する場合は時々深淺測量を爲して其變化より堆積量を知り得る。

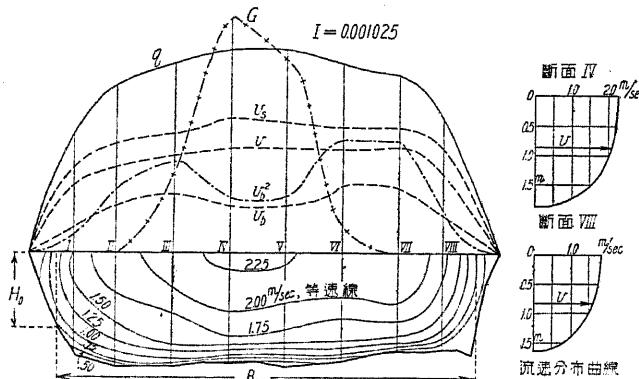


第 539 圖 試料水採取器

試料水の採取器は種々ある最も簡単なるは圓筒の兩口に蝶番蓋を附し、水上にて之を開閉し得る如き裝置を爲し、之を竿端に取り付け蓋を閉じて所要の深さに入れ、蓋を開けて水を通し數秒にして蓋を閉じて引上ぐる(第 539 圖)。獨逸に於て近年多く用ひられるは Höchstetter 式にして裝置は多少複雑である(Bautechnik 1929-8-16, p. 525 參照)。

河床を移動する砂礫の量を知るには水路床に流れに略直角に矩形の溝を造り深淺を測りて堆積量を略測し得るが、測定期間に堆積が河床面に達せざる爲には相當大なる溝を要する。

Kurzmann (獨, 1919) が Tiroler Ache 川 ($I=0.001025$) に於ける實測の結果は第 540 圖に示すが如し。



G ...単位幅の流砂量
 q ...単位幅の流量
 v ...鉛直線に於ける平均流速
 v_s ...表面流速
 v_b ...床流速

(4) 河川流砂量の實例

1. 荒川(埼玉縣)著者が大正 3 年 8 月の大洪水減水期に於て秩父盆地の出口、寄居町に於て試料水を汲み取り蒸溜秤量に依て求めたる浮游物重量は試料水重量の約 0.8% である。

2. 常願寺川(富山縣)水源砂防堰堤缺損直後の洪水に於て 1. と同様の方法にて測定せるに重量比 1.6% に達し本邦稀有の例なるが、水源は細粒火山砂層なるも低水時は清水である。

3. 利根川上流部(群馬縣)昭和 5 年 6 月 27 日より同 8 月 2 日に至る期間に中小洪水... $Q=167\sim 890 \text{ m}^3/\text{sec}$...頻りに起りたる際、關東水力電氣株式會社が佐久發電所沈砂池に堆積せる砂量を調査せるに 36 日間の總取水量に對し堆砂量は容積にて $8/100000$ 、重量にて $1.38/10000$ 、堆砂の重量 1.73 t/m^3 にして河水の浮遊物の割合が取入れ水と等しきものと假定すれば、河川の流量とその含有浮游砂との關係は第 541 圖の如く、之に河床流下砂礫を加ふれば二倍以上となる。

4. 雄物川支川旭川 流域面積 60 km^2 、平均流量約 $2.8 \text{ m}^3/\text{sec}$ の溪川より取入れ有効容積 $24 \cdot 10^4 \text{ m}^3$ の貯水池に容れ、明治 44 年 8 月～同 45 年 3 月迄の貯水池流入總水量約 $2.35 \cdot 10^7 \text{ m}^3$ にして同期間の堆砂總體積 $4 \cdot 10^4 \text{ m}^3$ なるを以て體積にて約 $1/600$ の浮游物を有する。

5. Colorado 河の浮游砂量 河川の流下する砂量は流域の地質に依て大に異り、米國 Colorado 河の如く砂層地を流過する場合特に大である。Yuma 市に於て 1919～1927 の 9 年間調査の結果、月平均浮游砂量は次の如し。

第 97 表 各月年平均流砂量 (Colorado 河)

月 次	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
河川平均流量, m^3/sec	218	323	329	542	1276	2110	963	457	377	271	257	259
平均一ヶ月流砂量, 10^6 m^3	2.33	5.36	4.9	8.34	16.7	16.6	13.2	11.8	14.7	5.34	2.63	3.0
流砂重量百分率 %	0.66	1.03	0.91	0.95	0.80	0.61	0.84	1.58	2.40	1.21	0.63	0.71

即ち流砂百分率は流量に伴はぬ、流下物は細粒にして殆んど凡て浮遊し、從て百分率は氣象と植物の状態に影響される如く見ゆる。尙、普通の河川に於ては砂量百分率は上層より下層に増す傾向あるも、本川の如く粗粒少なき場合其の差は著しくない。

混濁程度	河の水深 m	流砂重量百分率		
		表面	中	底部
弱	2.0～2.8	0.306	0.322	0.429
中	2.95～6.6	0.603	0.629	0.681
強	2.3～4.0	1.83	1.93	1.96
平均		0.73	0.77	0.84

6. 諸河川に於ける浮游砂百分率 河床流下を含まざるものにして體積 % は 1.6 ton を 1 m^3 とす。

(4) 河川流砂量の實例

1. 荒川(埼玉縣)著者が大正 3 年 8 月の大洪水減水期に於て秩父盆地の出口、寄居町に於て試料水を汲み取り蒸溜秤量に依て求めたる浮游物重量は試料水重量の約 0.8% である。

2. 常願寺川(富山縣)水源砂防堰堤缺損直後の洪水に於て 1. と同様の方法にて測定せるに重量比 1.6% に達し本邦稀有の例なるが、水源は細粒火山砂層なるも低水時は清水である。

3. 利根川上流部(群馬縣)昭和 5 年 6 月 27 日より同 8 月 2 日に至る期間に中小洪水... $Q=167\sim 890 \text{ m}^3/\text{sec}$...頻りに起りたる際、關東水力電氣株式會社が佐久發電所沈砂池に堆積せる砂量を調査せるに 36 日間の總取水量に對し堆砂量は容積にて $8/100000$ 、重量にて $1.38/10000$ 、堆砂の重量 1.73 t/m^3 にして河水の浮遊物の割合が取入れ水と等しきものと假定すれば、河川の流量とその含有浮游砂との關係は第 541 圖の如く、之に河床流下砂礫を加ふれば二倍以上となる。

4. 雄物川支川旭川 流域面積 60 km^2 、平均流量約 $2.8 \text{ m}^3/\text{sec}$ の溪川より取入れ有効容積 $24 \cdot 10^4 \text{ m}^3$ の貯水池に容れ、明治 44 年 8 月～同 45 年 3 月迄の貯水池流入總水量約 $2.35 \cdot 10^7 \text{ m}^3$ にして同期間の堆砂總體積 $4 \cdot 10^4 \text{ m}^3$ なるを以て體積にて約 $1/600$ の浮游物を有する。

5. Colorado 河の浮游砂量 河川の流下する砂量は流域の地質に依て大に異り、米國 Colorado 河の如く砂層地を流過する場合特に大である。Yuma 市に於て 1919～1927 の 9 年間調査の結果、月平均浮游砂量は次の如し。

第 97 表 各月年平均流砂量 (Colorado 河)

月 次	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
河川平均流量, m^3/sec	218	323	329	542	1276	2110	963	457	377	271	257	259
平均一ヶ月流砂量, 10^6 m^3	2.33	5.36	4.9	8.34	16.7	16.6	13.2	11.8	14.7	5.34	2.63	3.0
流砂重量百分率 %	0.66	1.03	0.91	0.95	0.80	0.61	0.84	1.58	2.40	1.21	0.63	0.71

即ち流砂百分率は流量に伴はぬ、流下物は細粒にして殆んど凡て浮遊し、從て百分率は氣象と植物の状態に影響される如く見ゆる。尙、普通の河川に於ては砂量百分率は上層より下層に増す傾向あるも、本川の如く粗粒少なき場合其の差は著しくない。

混濁程度	河の水深 m	流砂重量百分率		
		表面	中	底部
弱	2.0～2.8	0.306	0.322	0.429
中	2.95～6.6	0.603	0.629	0.681
強	2.3～4.0	1.83	1.93	1.96
平均		0.73	0.77	0.84

6. 諸河川に於ける浮游砂百分率 河床流下を含まざるものにして體積 % は 1.6 ton を 1 m^3 とす。

河 川	國	第 98 表		體積百分率	
		平水	洪水	平水	洪水
Var	佛	0.357	3.70	0.223	2.31
Durance	"	0.145	0.364	0.091	0.223
Mississippi	米	0.067	0.147	0.042	0.092
Rhone	佛	0.056	0.435	0.035	0.272
Nile	埃及	0.049	—	0.031	—
Donau	墳	0.050	—	0.031	—
Ohio	米	0.029	—	0.018	—
Loire	佛	0.020	—	0.013	—
Seine	"	0.004	0.274	0.0025	0.171
Rhein	和蘭	—	1.00	—	0.625

7. 各國河川の流砂量 流入する湖沼、貯水池に堆積せる量又は河水試料を測定したるものにして河床流下を含む全流下量である。

第 99 表

河 巴	國	堆積場所	流域面積 (km^2)	年平均流砂量 (10^3 m^3)	同/流域 1 km^2
Luscharibach	墳	貯水池	4.4	30.0	6.82
Lamone	伊	遊水池	537.0	1,864	3.47
Vogelbach	墳	貯水池	10	15.5	1.55
Kander	瑞西	湖	1,073	373.4	0.35
Aare	"	"	1,392	335.4	0.24 砂防工事前
"	"	"	156	0.12 同 後	
Tiroler Ache	獨	"	1,015	178	0.175
Rhein (上流)	瑞	"	6,351	1,123	0.177
Reuss	"	"	832	146	0.177
Linth	獨	"	622	74	0.119
Soane	佛	"	1,261	80	0.063
Colorado	米	貯水池	88,600	46,500	0.523
Missouri	米	河水試料	1,370,000	252,000	0.183
Tennessee	"	"	91,000	15,700	0.173
Arkansas	"	"	383,000	57,200	0.149
Susquehanna	"	"	24,700	343	0.014
Hudson	"	"	35,400	343	0.010
Mississippi	"	"	50,800	167	0.003 上流多湖地方

8. 米國湖沼及び貯水池の堆砂量

湖沼又は貯水池	堆積場所	流域面積 (km^2)	年平均流砂量 (10^3 m^3)	同/流域 1 km^2
Zuni	貯水池	1,680	620	0.477
McKinney	"	4.0	1.5	0.467
Elephant Butte	"	78,000	25,000	0.320
Austin	"	98,000	42,900	0.044
Penick	湖	5,800	170	0.029
MacMillan	貯水池	57,000	1,510	0.026

[62] 河床の縦断形狀

(1) 河川の水面勾配と砂礫の大さ 河川は其水源及び沿岸より斷えず石礫の供給を受け、之等の石礫は河道を流下するに従ひ衝突に依る破碎、掃流に因る摩耗等に依り漸次小粒となり圓味を増す。而て河床の縦断勾配は地形上、上流に急に下流に漸次緩となるを以て、水深に大なる増加なきものとすれば掃流力は上流に大に下流に小である。從て水源に於て供給されたる砂礫中掃流力に對して重量過大なるものは其所に止まり漸次河床を上昇せしめ、一方流下に從て重量を減じ更に下流に下る。故に河川のある區域間に於て其上流端より流入する礫粒が區間通過の間に摩耗により重量を減じ、下流端に於て丁度その掃流力に相當する大きさになるものとすれば區間に砂礫の堆積なく從て河床の昇降も起らぬ。斯の如き勾配を河川の平衡勾配 (Equilibrium slope) 又は自然勾配 (Natural slope) と名づくる。

流下に依る石礫粒の重量減少に就ては H. Sternberg の法則 (墳, 1875) が大體行はれて居る。即ち W なる重量を有する礫が dx なる距離を流下する間に dW だけ重量を減ずるものとすれば $-dW$ は Wdx に比例する。即ち

$$-dW = +cWdx \quad \therefore \ln W = -cx + c_1$$

又起點 $x=0$ に於ける粒重量を W_0 とすれば

$$\begin{aligned} W &= W_0 e^{-cx} & c &\approx 10 \cdot 10^{-6} \quad (x, \text{m}) \\ && &\approx 10 \cdot 10^{-3} \quad (x, \text{km}) \end{aligned} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (488)$$

Sternberg に據れば c は石質に依て異り強靭なるもの程小である。流下距離に km 單位を用ふれば

石質	石灰岩	白雲母岩	石英	花崗岩	角内岩
$10^3 \cdot c$	10	8.3	8.3	5.0~3.0	3.5~2.0

然るに最近の研究に依れば c は硬軟混合の場合に最も大で、軟質之に次ぎ、一様に硬質なるも

の最小にして大體鋪装材料としての摩損率大なるもの程大である。然し平衡勾配に達せざる河川に於ては流下距離のみならず勾配 I の大なる程 c も大にして、急流山地川に於ては c は 0.1~0.15 位にも達する。

我國の急流河川の如く水源より石礫の供給著大なる場合は河床は斷えず上昇しつゝあるを以て c は上表の値より大であるが、實際上記の理論を河川のある區間に適用する場合は其區間の平均の c を用ふる。

次に、掃流力及び礫徑 d は HI に比例し、重量 W は d^3 に比例するを以て H_0, I_0 を $x=0$ に於ける値とすれば

$$W^{\frac{1}{3}} = KHI \text{ 及び } W_0^{\frac{1}{3}} = KH_0I_0, \text{ 兹に } K \cdot \text{ 係數} \dots \dots \dots \dots \dots \quad (489)$$

(2) 幅員一様なる河川の平衡勾配 河幅 B 、流量 Q に變化なき矩形断面に於ては單位幅の流量 q は不變なるを以て、

$$\begin{aligned} q &= \frac{Q}{B} = CHH^mI^{0.5} = CH_0H_0^mI_0^{0.5} = CH^{1+m}I^{0.5} = CH_0^{1+m}I_0^{0.5} \\ \therefore \frac{W}{W_0} &= \left(\frac{HI}{H_0I_0}\right)^3 = \left(\frac{I}{I_0}\right)^{3-\frac{3}{2+2m}} = \left(\frac{I}{I_0}\right)^2, \text{ 但し } m=0.5 \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (490)$$

m は流速公式の冪數にして C を定數とすれば 0.7 位なるも、區間過長ならぬ場合は 0.5 とするも大過ない。故に

$$I = I_0 e^{-\frac{c}{2+2m}x} = I_0 e^{-\frac{c}{2}x} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (491)$$

河床を不連續ならしむる支派川、工作物等ある場合は之を境として c の値を異にする。

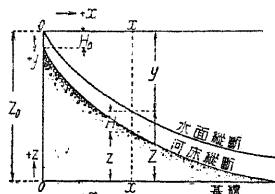
T.G. Bonney が Mur 河 Graz 以下 120 km の區間に於て河床礫の平均徑を調査して求めたる c は次表の如し。

第 101 表

地點番號	1	2	3	4	5	6	7	8	9
區間の長さ km	10	16	17	13	15	12	18	19	
1 よりの距離 km	0	20	26	43	56	71	83	101	120
礫平均體積 cm ³	224	184	132	117	81	60	50	33	21
$10^3 \cdot c$	19.6	20.6	7.6	27.9	19.6	15.1	22.5	23.3	

c が大體一様なる區間に對し Sternberg 法則を適用すれば水面及び河床の平衡勾配を推定する事が出来る。

先づ平衡勾配にある河川の水面縦断曲線を求むるに (第 542 圖)、基線 ox 上の高さを Z 、上流端 ($x=0, Z=Z_0$) よりの水平距離を x とすれば (491) 式を積分して上流端の條件を入れ



第 542 圖

$$Z = Z_0 - \frac{2}{c} I_0 \left(1 - e^{-\frac{c}{2}x}\right) \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (492)$$

次に河床の高さ z は Z より水深 H を減じたるものなるを以て河幅一様なる區間に對しては

$$q = \frac{Q}{B} = H^{1+m}I^{0.5} = H_0^{1+m}I_0^{0.5}$$

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{H_0}{H}\right)^{\frac{2+2m}{2}} = \left(\frac{H_0}{H}\right)^3 = e^{-\frac{c}{6}x} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (493)$$

$$\text{從て } z = Z - H = Z_0 - \frac{2}{c} I_0 \left(1 - e^{-\frac{c}{2}x}\right) - H_0 e^{-\frac{c}{6}x} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (N.M.) \quad (494)$$

故に河床平衡勾配 i は

$$i = -\frac{dz}{dx} = I_0 e^{-\frac{c}{2}x} + \frac{c}{6} H_0 e^{-\frac{c}{6}x} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (N.M.) \quad (495)$$

(3) 河幅が漸變する場合の平衡勾配 (N.M.) 流量不變にして河幅 B が漸變する場合の平衡勾配を求むるに $x=0$ に於ける諸量に尾字 0 を附せば

$$q_0 = \frac{Q_0}{B_0} \approx C_0 H_0^{1.5} I_0^{0.5}, \quad q = \frac{Q}{B} = CH^{1.5} I^{0.5}$$

此場合 B の増減に依り C を變化するを以て $C \cdot B$ が漸變するものと考へ、其一例として次の如き場合を考ふる。

$$C \cdot B = C_0 \cdot B_0 e^{ax} \dots \quad (496)$$

$$\therefore q = \frac{Q_0}{B} = \frac{C}{C_0} q_0 e^{-ax}$$

$$\therefore \frac{q}{q_0} = \frac{CH^{1.5} I^{0.5}}{C_0 H_0^{1.5} I_0^{0.5}} = \frac{C}{C_0} e^{-ax} \quad \therefore \frac{H^3 I}{H_0^3 I_0} = e^{-2ax} \dots \dots \dots \dots \dots \quad (497)$$

此關係を (498) 式と組合せて

$$\frac{W}{W_0} = \left(\frac{HI}{H_0 I_0}\right)^3 = \left(\frac{I}{I_0}\right)^2 e^{-2ax} = e^{-cx}$$

$$\text{依て、水面勾配 } I = I_0 e^{\left(a - \frac{c}{2}\right)x} \dots \quad (498)$$

$$\text{基線より水面迄の高さ } Z = Z_0 + \frac{I_0}{a - \frac{c}{2}} \left\{1 - e^{\left(a - \frac{c}{2}\right)x}\right\} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (499)$$

$$\text{水深 } H = \left(\frac{I_0}{I}\right)^{\frac{1}{3}} H_0 e^{-\frac{2}{3}ax} = H_0 e^{-\left(a - \frac{c}{6}\right)x} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (500)$$

$$\text{河床勾配 } i = I + \frac{dH}{dx} = I - H_0 \left(a - \frac{c}{6}\right) e^{-\left(a - \frac{c}{6}\right)x} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (501)$$

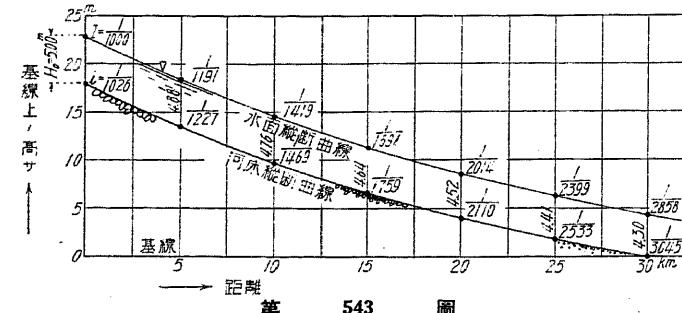
故に與へられたる區間の a 及び c の平均値を知れば平衡勾配を求め得る。

[例 16] $c=0.12, a=0.025, H_0=5 \text{ m}, I_0=1:1,000$

距離 x は km、水深 H は m 單位を用ふる。(498) 乃至 (501) 式より

$$I = \frac{1}{1000} e^{-0.035x}, \quad Z = Z_0 - \frac{1}{35} (1 - e^{-0.035x}), \quad H = 5 \cdot e^{-0.005x},$$

$$i = \frac{1}{1000} e^{-0.035x} - \frac{5 \cdot 0.005}{1000} \cdot e^{-0.005x} = \frac{1}{1000} (e^{-0.035x} - 0.025 \cdot e^{-0.005x})$$



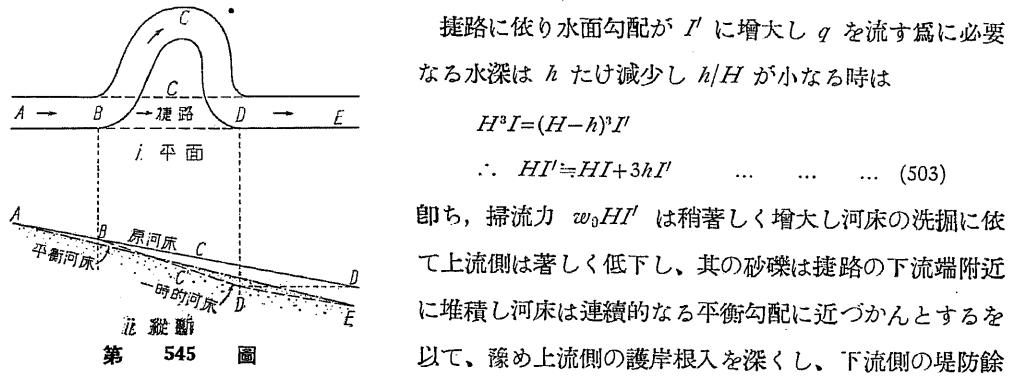
第 543 圖

茲に注意すべきは數値計算に際し(501)式に於ける $\frac{dH}{dx}$ の項は、 x と H との単位を一致せしむる必要あるを以て 1000 にて除すべきである。
 $x = 5 \text{ km}$ 每に H , I 及び i の値を計算せる結果を第 543 圖に示す。

河川が山地より急に平地に出づる場合、其の附近(第 544 圖 M)の勾配の變化過急なる爲、石礫は Sternberg 法則の如く縮小し得ざるを以て河床は著しく上昇するが、之を緩和するには M より上流の急流部に堰堤を築造して河床を階段状と爲し大塊の流下を防止する。

(4) 捷路 (Short cut) (N.M.) 河川の屈曲部に捷路を開鑿すれば附近の勾配は著しく急となる。今幅員は舊河道と同一なりとすれば q は不變なるを以て

$$q = CH(HI)^{0.5} = \text{const.} \quad \therefore H^3 I = \frac{1}{C^2} q^2 = K = \text{const.} \quad \dots \dots \dots \quad (502)$$



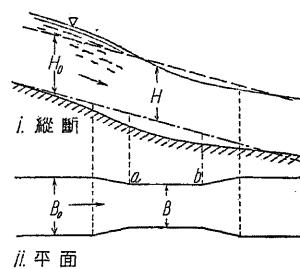
第 545 圖

捷路に依り水面勾配が I' に増大し q を流す爲に必要な水深は h たけ減少し h/H が小なる時は

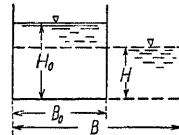
$$H^3 I = (H-h)^3 I' \quad \therefore HI' = HI + 3hI' \quad \dots \dots \dots \quad (503)$$

即ち、掃流力 $w_0 HI'$ は稍著しく増大し河床の洗掘に依て上流側は著しく低下し、其の砂礫は捷路の下流端附近に堆積し河床は連續的な平衡勾配に近づかんとするを以て、豫め上流側の護岸根入を深くし、下流側の堤防餘高を大にするを合理的とする。

(5) 幅員の変化と河床の昇降 砂礫層上の自成河床に於て一部(第 546 圖 a-b)が前後に比して幅員小なる時は、単位幅當りの流量 q 従て HI 大となるを以て洗掘に依て河床低下し其影響は稍上流に及び、 b より下流に於ては HI 小なるを以て上流より流下する砂礫の一部を堆積する。



第 546 圖



第 547 圖

反対に一部の幅員を擴張すれば(第 547 圖)一時は高水面を低下し得るも、 HI の急減に因る堆積により河床及び水面は漸昇する。

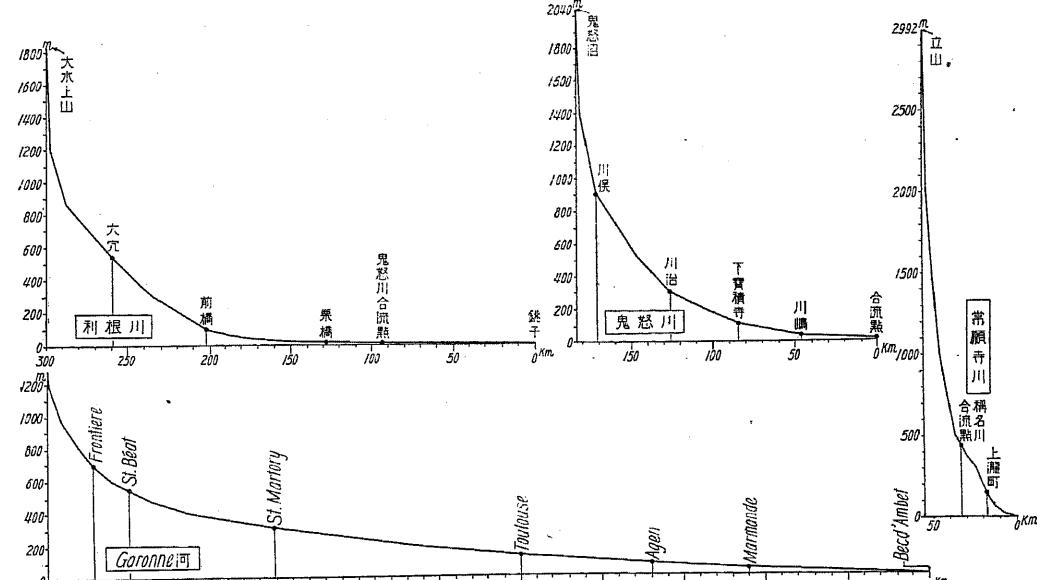
今、高水位を H_0 より H に低下せんが爲、幅を B_0 より B に擴張し C 及び I を不變と假定すれば

$$Q = CB_0 H_0 \sqrt{H_0 I} = CBH \sqrt{HI} \quad \therefore \frac{H}{H_0} = \left(\frac{B_0}{B} \right)^{\frac{2}{3}}$$

河床單位面積に作用する新舊掃流力を F , F_0 とすれば

$$\frac{F}{F_0} = \frac{w_0 IH}{w_0 IH_0} = \left(\frac{B_0}{B} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{H}{H_0} \quad \dots \dots \dots \quad (504)$$

(6) 實際河川の縦斷形狀 第 548 圖は實際河川の水面縦斷形狀を示すものなるが、岩盤上を流るゝ場合、地質に變化ある場合、其他河狀の著しき不連續ある場合等を除き沖積層上の自成河床に於ては大體、指數曲線 (Exponential curve) を以て表はされ數種程度の短區間に於ては拋物線に依て近似的に表はし得る。

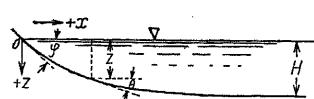


第 548 圖 河川の縦断形の實例

[63] 河川の横断面

(1) 直線流路の平衡横断面 河床の砂礫が總て等徑、水流の方向は總て平行、且つ流速は水

深の平方根に比例するものと假定すれば、總ての點に於て河床の砂礫が流水の掃流力と平衡する如き断面形状を求むる事を得る。等形等質の砂礫粒とすれば (456) 式に於て $W = W_0$, $A = A_0$,



第 549 圖

$f \dots$ 飽和状態の摩擦係数 $= \tan \varphi$, 河床縦断勾配 $= \theta$

$$\therefore \cos \theta = \left[\frac{1 + f^2 \cdot \left(\frac{z}{H} \right)^2}{1 + f^2} \right]^{0.5} \quad \dots \quad (505)$$

水際線に於ては $z=0 \quad \therefore \theta = \varphi$

今、一例として $\varphi = 32^\circ 19'$ $\therefore f^2 = 0.4$

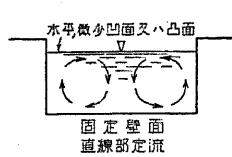
にとり平衡断面形を求むれば第 550 圖の如くなる。

實際の河川に於ては直線部に於ても必ず多少の副流あるを以て水流は兩岸に於て反射し茲に掃流

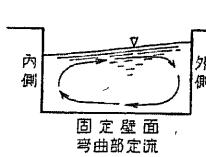
力の激増を來すを以て、岸の法先附近が多く洗掘され中央部に比し水深却て大となり易い。

(2) 屈曲部に於ける河川の横断面

1. 開渠及び河川の屈曲部の水面形



第 551 圖



第 552 圖

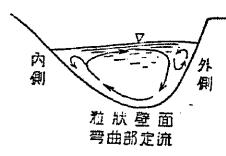
るを以て先づ表面部に於て岸より中央に水を補給する爲に中央に向ふ副流を生じ、之を補給する爲に底部に於て逆向の副流を生ずる。

出水時は洪水波の傳播速度が流心に於て大なるため中央水面高くして岸側に補給し、減水時は反対の表面部副流を生ずる。然しこの爲に特に底部に反対向の副流を起す原因とはならぬ。水流の作用に依り自成せる水路の彎曲

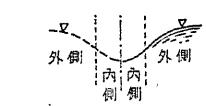
部に於ては(第 553 圖)外側岸は流向の急轉に依り渦流を生じ土砂を洗掘し水深を増大し、實測に依れば水面は外側部は自由渦...[50] (2)...の場合に近く、内側は強制渦...[7] (3)...に近いが、水面の形を算定する場合は固體の迴轉の如く $v \propto r$ と假定する方が實際に近い。即ち [34] (3) と同様 r なる半径の點の流速を v とすれば其點の水面横勾配 $\tan \theta$ は

$$\tan \theta = \frac{dh}{dr} = \frac{v^2}{gr}$$

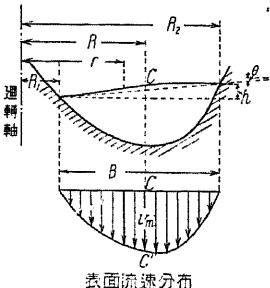
今、簡単のため v に全断面の平均流速 v_m , r の代りに流心線...表面流速分布圖の面積を二等分する CC' ...の彎曲半径 R を用ひ



第 553 圖



第 554 圖



第 555 圖

表面流速分布

$$\tan \theta = \frac{h}{B} = \frac{v_m^2}{gR} \quad \therefore h = \frac{1}{g} \frac{B}{R} v_m^2 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (506)$$

若し v の分布を考慮して稍精確に求むれば

$$\frac{dh}{dr} = \frac{v^2}{gr} \quad \therefore h = \frac{1}{g} \int_{R_1}^{R_2} \frac{v^2}{r} dr = \sum \frac{1}{g} \left(\frac{v^2}{r} \cdot \Delta r \right) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (507)$$

Δr は AB に等しく各區間の幅である。

Grashof は (507) 式に於ける各點の流速 v の代りにその断面の平均流速を用ひて次の如く h の近似値を求めて居る。

$$h = \frac{v^2}{g} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{v^2}{g} \ln \left(1 + \frac{B}{R_1} \right) \approx 2.30 \frac{v^2}{g} \log_{10} \left(1 + \frac{B}{R_1} \right) \quad \dots \quad \dots \quad (508)$$

但し $B = R_2 - R_1$

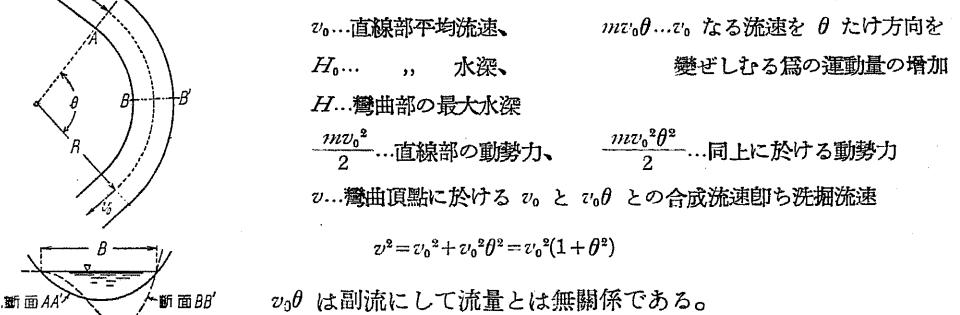
上海の浦東 (Pootung) 彎曲の例をとり $v_m = 1.0 \text{ m/sec}$ とすれば

$$B = 400 \text{ m}, \quad R = 300 \text{ m}, \quad R_1 = 600 - 400 = 200 \text{ m}$$

$$(506) \text{ 式によれば } h = \frac{1}{9.8} \cdot \frac{400}{300} \cdot 1^2 = 0.135 \text{ m}$$

$$(508) \text{ 式によれば } h = 2.3 \cdot \frac{1^2}{9.8} \cdot \log \left(1 + \frac{400}{200} \right) = 0.112 \text{ m}$$

2. 河川彎曲部の断面形 河川の彎曲部に於ては凹曲岸に水深大、凸曲岸に小となり、その程度を理論上より推定する事は困難なるも種々の假定の下に算定法を案出せるものは少くない。H. Chatley (英, 1931) は水流の彎曲に對する運動量の増大に因る動勢力の増加に基き、彎曲部の大水深を推定せるが



第 556 圖

v_0 ...直線部平均流速、 $m v_0 \theta \dots v_0$ なる流速を θ たけ方向を

H_0 ...水深、

變ぜしむる爲の運動量の増加

$\frac{mv_0^2}{2}$...直線部の動勢力、

$\frac{mv_0^2 \theta^2}{2}$...同上に於ける動勢力

v ...彎曲頂點に於ける v_0 と $v_0 \theta$ との合成流速即ち洗掘流速

$$v^2 = v_0^2 + v_0^2 \theta^2 = v_0^2 (1 + \theta^2)$$

$v_0 \theta$ は副流にして流量とは無関係である。

然るに Kennedy の法則に依り $v \propto H^{\frac{3}{2}}$ 或は $H \propto v^2$

$$\therefore \frac{H}{H_0} = (1 + \theta^2)^{\frac{3}{2}} \quad \theta \text{ は弧度} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (509)$$

次に H/H_0 は彎曲角 θ 及び 彎曲度 $\frac{1}{R}$ に伴ふて増大する事は理論上並に實地上確かなるを以て H/H_0 を θ 及び $\frac{1}{R}$ の函数とし

$$\frac{H}{H_0} = \left(1 + a \frac{\theta^n}{R^n} \right) \quad \dots \quad (510)$$

と置けば $R = \infty$, $H/H_0 = 1$ 且つ $\theta = 0$, $H/H_0 = 1$ にして矛盾を生ぜず、 $n = \frac{1}{2}$ とすれば Boussinesq の式 (238) と類似の形となる。

Chatley が上海、浦東 (Pootung) 弧曲に (509) 式を適用せるに

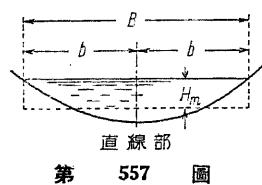
$$B=400 \text{ m}, \quad H=30 \text{ m} \text{ (干潮面以下)}, \quad \text{流心半径 } R_{\max} = 300 \text{ m}$$

凹岸半径 $R=600 \text{ m}$, 断面積 = 4400 m², $\theta=133^\circ=2.33 \text{ radian}$

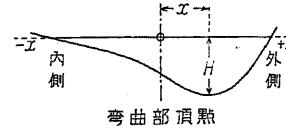
$$\text{直上流部の最大水深 } H_0=7.5 \text{ m} \quad \therefore \frac{H}{H_0}=\frac{30}{7.5}=4.0$$

$$(509) \text{ 式より } \frac{H}{H_0}=(1+\theta^2)^{\frac{3}{4}}=(1+2.33^2)^{\frac{3}{4}}=4.04$$

河床は粘性を有する泥、低水以上は護岸工あり、流速は最大 1.56 m/sec である。



第 557 圖



第 558 圖

Ripley (米) の實驗式は Mitchell (米) の Delaware 河の實測により

x …幅中心より水平距離、外側岸 +

$$H \cdots x \text{ 點に於ける水深} \quad b = \frac{1}{2}B \cdots \text{半河幅}$$

R …凹岸低水際線の半径

H_m …直線部平均水深

$$\frac{H}{H_m} = 1.5 \left(1 - \frac{x^2}{b^2} \right) \left(1 + 17.5 \frac{x}{R} \right) \quad \dots \dots \quad (511)$$

H_{\max} の位置は $\frac{d}{dx} \left(\frac{H}{H_m} \right) = 0$ より

$$\frac{x}{b} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{2}{17.5} \right)^2 \left(\frac{R}{b} \right)^2 + 4} - \frac{R}{17.5b}$$

上記の浦東の例を取れば

$$\frac{x}{b} = 1.04 - 0.17 = 0.87 \quad \therefore x = 174 \text{ m}$$

故に (511) 式に依り $H_{\max} = 7.5 \times 2.16 = 16.25 \text{ m}$

即ち Chatley 式の結果の 1/2 強である。これ前者は泥床、後者は砂床の川にして、一方に適する實驗式も他には適しない。

次に Bonssinesq の (238) 式…[34] (2)…に據れば、直線部に於て $I = v^2/(C^2 H)$ なる關係ある時、半径 R なる曲線部に於ては $I_1 = \frac{v^2}{C^2 H} \left(1 + \frac{3}{4} \sqrt{\frac{B}{R}} \right)$ なる水面勾配を要するを以て C, H を同一とすれば曲線部の掃流力 F は単位幅に對し、但し q は単位幅の流量とす

$$F = w_0 H I \left(1 + \frac{3}{4} \sqrt{\frac{B}{R}} \right) = \frac{w_0}{C} q \left(\frac{I}{H} \right)^{0.5} \left(1 + \frac{3}{4} \sqrt{\frac{B}{R}} \right) \quad \dots \dots \quad (\text{N.M.}) \quad \dots \dots \quad (512)$$

全幅に對しては

$$\Sigma F = BF = w_0 B H I \left(1 + \frac{3}{4} \sqrt{\frac{B}{R}} \right) = \frac{w_0}{C} Q \left(\frac{I}{H} \right)^{0.5} \left(1 + \frac{3}{4} \sqrt{\frac{B}{R}} \right) \quad \dots \dots \quad (\text{N.M.}) \quad (513)$$

但し全幅を考ふる場合は流心線の曲率半径を以て R とする。上式に依り直線部に對し曲線部の掃流力は $\frac{3}{4} \sqrt{\frac{B}{R}}$ だけ増大する。依て彎曲部洗掘の程度を算定するに H' は水深の増大のみに依て平衡する場合の水深、 I' は水面勾配の減少のみに依て平衡する場合の勾配とすれば

第 102 表

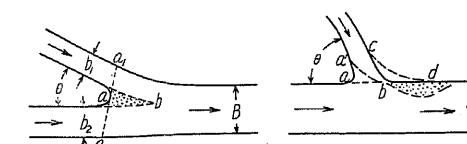
$\frac{B}{R}$	2.0	1.0	0.75	0.50	0.25	0.10	0.05
$1 + \frac{3}{4} \sqrt{\frac{B}{R}}$	2.06	1.75	1.65	1.53	1.38	1.24	1.17
$\frac{H'}{H}$	4.24	3.06	2.72	2.34	1.90	1.54	1.37
$\frac{I'}{I}$	0.236	0.327	0.368	0.427	0.526	0.65	0.73

尙、洗掘に抵抗する爲の石材の大きさは F に比例するを以て直線部に比し $1 + \frac{3}{4} \sqrt{\frac{B}{R}}$ 倍の大きさを要する。

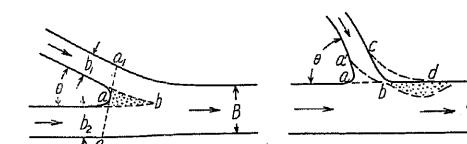
單位幅の流量を一定とすれば H の増大に伴ひ F は減じ底の石粒と平衡するに到つて洗掘止む。凹岸の洗掘と凸岸の堆積とに依り水深著しく異なる場合は単位幅に對して (512) 式を適用し得るを以て凹岸の H は更に大となる。且つ一般に洪水時は Q の激増に依り甚しく洗掘せらるゝも減水時の堆積に依て水深を減ずる。

(3) 分派 一の水路を二つの水路に分流せしむる場合は流れの方向の變化に依り必ず水頭の損失を生ずるを以て、分岐點附近に於て幅を漏斗状に擴ぐる (第 559 圖)。

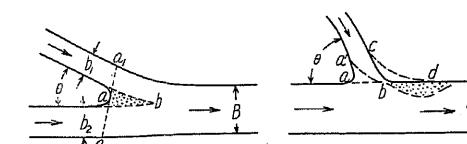
(4) 合流 二水路が合流する場合は合流點に於て河幅が急に増大 ($a_1 a_2$) するを以て第 560 圖の如き場合は ab 部に沈殿を生じ、水流は兩外側岸に集中し洗掘を爲し、 ab 部の寄洲は漸次生長し外側岸の洗掘を愈々促進して下流兩岸の護岸の維持困難となるを以て、最初より ab 部に剣先状の導流堤を設くるを利とする。第 561 圖の場合は合流の角大なるを以て bd に渦を生じて堆積を助くるを以て、最



第 559 圖



第 560 圖



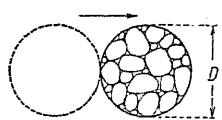
第 561 圖

初より $a'b$ 及び ad の如き形狀と爲し合流の角を出来るだけ小ならしむる。

[64] 局部的洗掘

河床又は水路床の一局部が洗掘される場合に於てはその局部に於て流速の變化あるを以て $F = w_0 H I$ なる關係は正しくは成立せず、從て各點に於て $F = \zeta w_0 d^2 \frac{v^2}{2g}$ 又は $d = \lambda^{-2} g^{-1} v^2 \dots (453)$ 式…の關係を適用せねばならぬ。局部的洗掘に於ては先づ細粒が流下し、粗粒は殘留するを以て水深增加と相俟て河床の安定を助くる。

(1) 水叩の洗掘 河床の材料が v なる流速に對して平衡し得る場合、上流より v_0 なる大流速を以て水が流入する時は河床洗掘されて流速は v に減少し、水深は H に増大して平衡を保つ。



第 570 圖

$$D = \frac{1}{C\lambda^2} \frac{v^2}{g} = \frac{\alpha}{C} v^2 \dots \text{ (N.M.)} \dots \dots \quad (516)$$

C は重量効率にして若し詰め石の空隙率が λ なる時は $C=1-\lambda$ である。今 $\lambda=0.5$ 、 $\alpha=1/30$ とすれば

$$D = \frac{v^2}{15} + \delta \dots \text{ m-sec 單位, } \delta \text{ は餘裕 } \dots \text{ (N.M.)} \quad (517)$$

現今の實地に於ては $\delta=0.1 \sim 0.2$ m 位である。但し轉動を防ぐため多數並列するか又は杭止めとするを以て $\alpha=1/30$ にとれば充分の安全率を有する。

桿、堅籠等に於ても上式の D に高さ h を用ふれば全く同様の計算が用ひらるゝ。然しその工法に於ては何れも外周の水流を強むるを以て長さの方向に變形容易なるものを用ひ、更に外趾の洗掘に對して充分なる注意を要する。