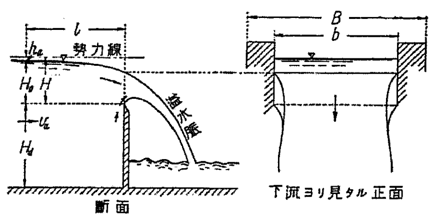
# 第十一章　堰及び溢流堤

## [52] 鋭緣矩形堰

（1） **鋭緣矩形堰の理論** (Theory of sharp-edged rectangular weir) 一般に水流を横ぎりて設けたる障壁の上緣を水が溢流する場合之を**堰** (Weir) と稱し、流出孔の上緣が水面上に存する場合と水理上は全く同一である。障壁が缺け口狀を爲し溢流水の幅が水路又は水槽の幅より小なる場合を特に**缺口** (Notch) と呼ぶことあり。溢流水に接する堰の緣が尖角を爲すか又は溢流水の厚さに比して極めて薄き場合之を**鋭緣堰** (Sharp-edged weir) と稱し、溢流水の流量を測定する場合に專ら使用さるゝ。溢流頂の長さが水路又は水槽の幅より小なる時は流出孔の場合と同樣**溢流水脈** (Nappe) は緣通過後その長さを縮小するを以て之を**端收縮堰** (Weir with end conraction) と呼ぶ。



第 450 圖　鋭緣矩形堰

矩形堰の溢流量は上緣水頭 (第 376 圖 $H_1$) の零なる矩形流出孔と理論上同一なるを以て、$h_a=\frac{v_a^2}{2g}$ と置けば

接近流速極めて小なる場合,　$Q=C\int_0^{H_0} b\sqrt{2gz}\,dz=\frac{2}{3}Cb\sqrt{2g}\,H_0^{\frac{3}{2}}$ … … … (373)

,,　　$v_a$ なる ,, ,　$Q=C\int_0^{H_0} b\sqrt{2g\left(z+\frac{v_a^2}{2g}\right)}\,dz=\frac{2}{3}Cb\sqrt{2g}\left\{(H_0+h_a)^{\frac{3}{2}}-h_a^{\frac{3}{2}}\right\}$

… … … … … … … … … (374)

$H_0$ は堰頂上流面より上流に $l$ なる距離に於ける水面の, 堰頂上の高さ、有效水頭 $H$ は $H_0$ に接近流速水頭 $\frac{v_a^2}{2g}$ を加へたる全水頭卽ち緣頂上勢力線迄の高さにして $v_a$ 微小なる場合は $H\fallingdotseq H_0$ である。(373) 及び (374) より明かなる如く　$dQ=C\sqrt{2g}\,bH^{\frac{1}{2}}dH$　∴ $\frac{dQ}{Q}=1.5\frac{dH}{H}$　なるを以て $H$ が 1% 增せば $Q$ は 1.5% 增大する。

端收縮なき場合に $Q$ の略値を求むるには

$C=0.63$,　$\frac{2}{3}C\sqrt{2g}=1.85$　(m-sec 單位)

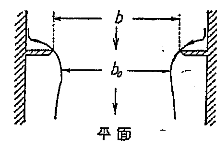
∴　$Q=1.85\,bH^{\frac{3}{2}}$　又は　$1.85\,b\left\{(H_0+h_a)^{\frac{3}{2}}-h_a^{\frac{3}{2}}\right\}$ … (m-sec) … … … (375)

$Q=\frac{10}{3}bH^{\frac{3}{2}}$　又は　$\frac{10}{3}\,b\left\{(H_0+h_a)^{\frac{3}{2}}-h_a^{\frac{3}{2}}\right\}$ … (呎-秒) … … … (376)



玆に　$h_a=\frac{v_a^2}{2g}$,　$v_a=\frac{\text{水路の流量}}{\text{水路の斷面積}}$,　矩形水路に於ては　$v_a=\frac{Q}{B(H+H_d)}$,　但し $H_0$ は堰緣より $3H_0\sim10H_0$ の所に於て水面の高さを測定して定むる。溢流水の斷面が水路斷面に比して極めて小なる時は $h_a$ を無視しても差支ない。

堰の兩端が尖角を爲して突出する時は端收縮のため堰の有效幅 $b_0$ は減じ、その程度は Francis (米) の實驗に依り



第 451 圖

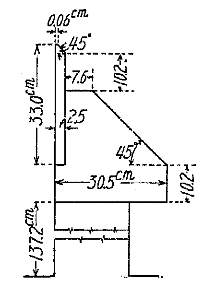
一側突出　$b_1=b-\frac{H}{10}$

兩側突出　$b_0=b-2\cdot\frac{H}{10}$　… … … … … (377)

突出端に丸味を附せば收縮は小となる。

一般に**鋭緣堰公式** (Weir formula) 卽ち水頭 $H$ と流量 $Q$ との關係式はその實驗に用ひたると全く同一の形狀寸法を有する場合、實驗範圍内の水頭に對してのみ正確に適用し得るものなるを以て、測水堰の緣の形には特に注意を要し且つ大なる水量に對しては $b$ を大にする。

（2） **鋭緣矩形堰の公式**


第 452 圖

1. **Francis 公式** (米, 1883) (第 452 圖)

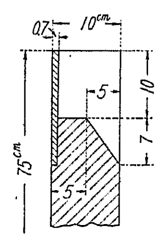
實驗　$H=0.19\sim0.50$ m,　$H_d=0.60\sim1.50$ m,　$b=2.42\sim3.00$ m,
$B=3.03\sim4.24$ m,　$v_a=0.06\sim0.30$ m/sec,　$l=1.82$ m,
$H$ は水路中心線に於て測定す。

$Q=3.33\,b_0\left\{(H_0+h_a)^{\frac{3}{2}}-h_a^{\frac{3}{2}}\right\}$　又は　$3.33\,b_0H^{\frac{3}{2}}$　(呎-秒)　… (378)

$Q=1.84\,b_0\left\{(H_0+h_a)^{\frac{3}{2}}-h_a^{\frac{3}{2}}\right\}$　,,　$1.84\,b_0H^{\frac{3}{2}}$　(m-sec)　… (379)

公式は簡單にして特に尺又は呎單位を用ふる場合に便にして、且つ以後の實測に依れば $H$ が相當大なる場合に於ても信頼し得る。然し堰低く堰上流の水深 $(H_0+H_d)$ 小に從て $v_a$ の稍大なる時は誤差が 5~10% に達する場合もある。

2. **Bazin 公式** (佛, 1898) 人工水路に於て極めて多數の實驗を行ひ、Francis の實驗をも考慮して作成せるものにして現時用ひらるゝ公式中最も正確なるものゝ一である。


第 453 圖

實驗　$H_0=0.08\sim0.50$ m,　$H_d=0.75$ m,　$B=2$ m,
$l=5.0$ m,　$b=0.5\sim2$ m

$Q=\left(0.405+\frac{0.003}{H_0}\right)\left(1+0.55\frac{H_0^2}{(H_0+H_d)^2}\right)bH_0\sqrt{2gH_0}=C_1bH_0\sqrt{2gH_0}$

… (m-sec) … … (380)

$=\left(1.794+\frac{0.0133}{H_0}\right)\left(1+0.55\frac{H_0^2}{(H_0+H_d)^2}\right)bH_0^{\frac{3}{2}}=C_2bH_0^{\frac{3}{2}}$　(m-sec) … (381)

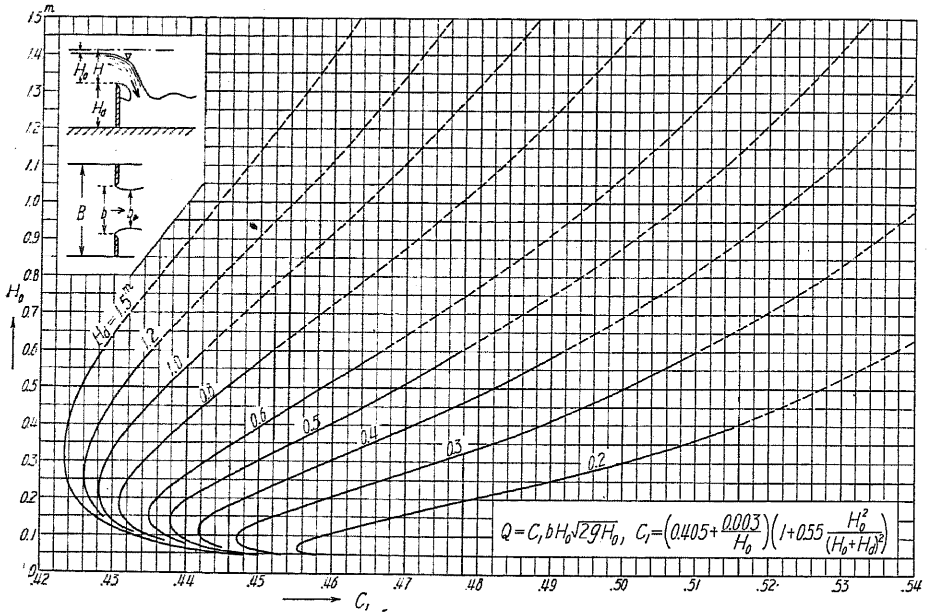
但し端收縮ある場合は $b$ の代りに (377) 式の $b_0$ を用ふる。

此式は第二括弧内の項に依て接近流速の影響を表はして居る。G. W. Rafter (米, 1906) が $H_d=1.582$ m

の鋭緣堰に於て $H_0=1.462$ m 迄の實驗を爲し、得たる $C_2$ と各公式のそれとを比較せるに Bazin 式の誤差最も小にして 4% 以下なりしが、實驗の條件は Bazin のそれと多少異れるが故に必ずしも公式の誤差とは認められぬ。然し $H_0$ 大に $H_d$ が著しく小なる場合には公式の誤差大となる。

| 水　頭　m | 0.682 | 0.806 | 1.056 | 1.303 | 1.426 |
|---|---|---|---|---|---|
| Bazin 公式の $C_2$ | 1.90 | 1.92 | 1.97 | 2.01 | 2.02 |
| Rafter 實驗の $C_2$ | 1.84 | 1.86 | 1.87 | 1.92 | 1.94 |

Bazin 公式 (380) の $C_1$ の値を第 454 圖に曲線を以て示す。實線は Bazin の實驗の平均値を示し、點線は (380) 式より求めたる値である。




第 454 圖　$C_1=Q/bH_0\sqrt{2gH_0}$,　$b\ldots b$ 又は (377) 式の $b_0$ (N.M.)

**3. Frese 公式** (獨, 1890)　$C_1$ の式は Bazin 式と同形にして

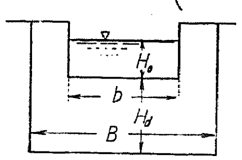
$$C_1=\left(0.410+\frac{0.0014}{H_0}\right)\left(1+0.55\frac{H_0^2}{(H_0+H_d)^2}\right)\ \ldots\ (\text{m-sec})\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ (382)$$

$H_0$ 小な場合は Bazin 式より精確なるも其の大なる場合は誤差は却て大となる。

**4. Rehbock 公式** (獨, 1913 及び 1929)　舊公式は Bazin 式と同形にて

$$\text{舊}\quad C_1=\frac{2}{3}\left(0.605+\frac{1}{1000H_0}+0.08\frac{H_0}{H_d}\right)\ \ldots(\text{m-sec})\ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ (383)$$

$$\text{新}\quad Q=\left(1.782+0.24\frac{H_0+0.0011}{H_d}\right)b(H_0+0.0011)^{\frac{3}{2}}\ \ldots\ (\text{m-sec})\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ (384)$$



第 455 圖

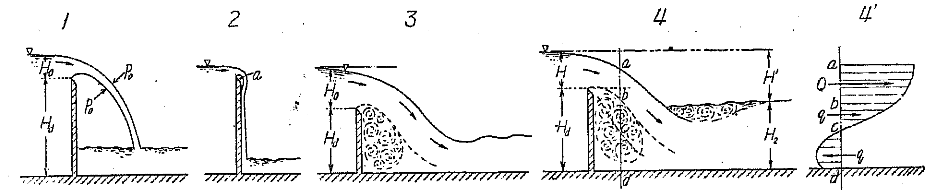
$H_0$ の小なる場合は前掲諸式よりも正確である。

**5. K. Kinzer 公式** (獨, 1897)　水路幅 $B$ より堰長 $b$ の小なる場合は端收縮著しく、之れに對する Kinzer 公式は

$$Q=\left(0.432+0.009\frac{b}{B}-0.0777\frac{H_0}{H_d}\right)b\sqrt{2g}\,(H_0+h_a)^{\frac{3}{2}}\ \ldots\ (385)$$



**(3) 溢流水脈 (Nappe) の形狀**　溢流せる水脈は堰高 $H_d$, 水頭 $H$, 下流の水位等によりて種々の形狀をとる。



**第 456 圖　水脈の形狀**

**1.** $H<0.4\,H_d$ 即ち $H_d>2.5\,H$ にして水脈の上下兩面が同一氣壓 ($p_0$) に保たるゝ時、即ち水脈の下側に空氣の流通を自由ならしむる場合は第 456 圖 1. の如く水脈は堰板の下流面を離れ自由に落下し之を**自由溢流** (Free overflow) と云ひ、水脈を**完全水脈** (Complete nappe) と名づく、(2) に擧げたる鋭緣堰の諸公式は凡て之の場合に對するものである。

**2.** $H$ が $0.4\,H_d$ より遙かに小なる場合は溢流水の水平速度微弱なるため水脈は直下に落ちて、堰面附近の空氣を排除して低壓を生ぜしめ、外方の氣壓に壓されて水脈は堰板に接觸し**附着水脈** (Adhering nappe) を生じ、爲に $a$ 部の空所の壓力は氣壓よりも低くなりて溢流の速度を增し流量を大ならしめ、甚しき場合は (2) の諸公式の與ふるものより 30% 位大となる。從て溢流量の係數 $C$, $C_1$, $C_2$ 等も不確定となるを以て小水量を測定する時は堰幅をなるべく小にし、且つ下面に空氣の流通を自由ならしむるか或は寧ろ他の形の堰を用ふるを可とする。

**3.** $H\gtreqless 0.4\,H_d$ 即ち $H_d\leqq 2.5\,H$ なる場合は水脈の內面と堰板の下流面との間は渦流を以て充され水脈の形は不分明となり之を**不完全溢流水脈** (Incomplete nappe) と呼び、その流量 $Q_1$ も完全水脈の場合の $Q$ と異り、Rehbock に依れば

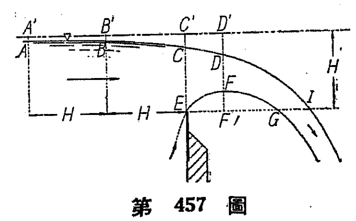
$$\frac{Q_1}{Q}=0.878+0.128\frac{H_d}{H}\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ (386)$$

即ち $H_d=H$ の時 $\dfrac{Q_1}{Q}=1.006\fallingdotseq 1.0$ となる。

**4.** 堰の上下流に於ける水路水面の落差 $H_1$ が小なる程溢流不完全の程度は著しく $H_1\gtreqless 0.75\,H_d$ となれば水脈下流部の水面にも渦を生ずる。Rehbock の研究に依れば此場合の流量 $Q_2$ は **1** の場合よりも一般に大にして

$$\frac{Q_2}{Q}=1.05+0.15\frac{H_1}{H}\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ (387)$$

$ad$ 鉛直線上の流速分布は第 456 圖 4′ に示す如く $ab$ 主流にて $Q$ を流し $bc$, $cd$ は同一流量にして反方向に流るゝ。



第 457 圖

**(4) 完全溢流水脈の形狀及び流速分布**　Rehbock の小規模にして精密なる鋭緣堰の實驗に依れば完全水脈の上部の形狀は水頭の如何に拘らず大體下記の如き形狀を有する。

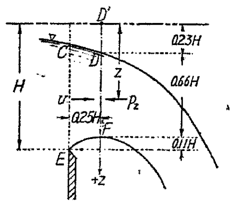
$\overline{AA'}=0.01\,H$,　$\overline{BB'}=0.04\,H$,　$\overline{CC'}=0.15\,H$,

$\overline{CE} \fallingdotseq 0.85\,H$,　$\overline{DF} \fallingdotseq 0.66\,H$,　$\overline{DD'} = 0.23\,H$,　$\overline{EF'} = 0.25\,H$,　$\overline{FF'} \fallingdotseq 0.11\,H$

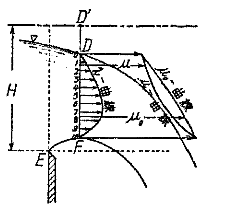
$\overline{EG} = 0.7\,H$,　$\overline{EI} = 1.40\,H$

卽ち銳緣堰に於ては堰板の上流側に上向の流速あるため水脈の下面は緣を離れて後上方に上り最高點 $F$ に達し、それ以後は大體拋物線狀を爲して落下し、水脈の上面に於ても $F$ の直上點 $D$ 以下は大體普通の落體と同樣，拋物線狀の經路を落下する。

次に $DF$ 斷面線上に於ける流速の分布は理論的には $D'$ 點よりの鉛直距離 $z$ たけ落下の爲に生ずる $\sqrt{2gz}$ に等しかるべき筈なるも、實際水脈內の壓力は氣壓より若干高き爲 $DF$ 斷面に於て上流向きの水壓作用し、上下兩水面に於て零なるを以て內部の流速は理論値より著しく小である。今 $\sqrt{2gz}/\sqrt{2gH}=\sqrt{z/H}=\mu_0$ と置き、Bazin の實測せる各點流速と $\sqrt{2gH}$ との比を $\mu$ とすれば、第 77 表及び第 459 圖の如く實測値は種々の抵抗の爲に理論値より小である。尙 $p_z/w_0H$ 卽ち $z$ 點に於ける實際の水壓と全水頭 $H$ に相當する水壓との比を $\lambda$ を以て表はせば、其値は各點に於ける實際の水壓に比例するものである。卽ち



第 458 圖



第 459 圖

$z$ 點に於ける實際の流速　$=\mu\sqrt{2gH}$,　　$\mu_0=\dfrac{\sqrt{2gz}}{\sqrt{2gH}}=\sqrt{\dfrac{z}{H}}$

〃　　實際の水壓　$=\lambda w_0 H$

**第 77 表　水脈內に於ける流速及び水壓の分布**

| 測定位置 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\zeta = z/H =$ | 0.230 | 0.296 | 0.362 | 0.428 | 0.494 | 0.560 | 0.626 | 0.692 | 0.758 | 0.824 | 0.890 |
| $\mu_0=\sqrt{\dfrac{2gz}{2gH}}=$ | 0.480 | 0.544 | 0.602 | 0.654 | 0.703 | 0.748 | 0.791 | 0.832 | 0.871 | 0.908 | 0.943 |
| $\mu=\dfrac{v}{\sqrt{2gH}}=$ | 0.496 | 0.519 | 0.536 | 0.571 | 0.600 | 0.632 | 0.666 | 0.721 | 0.778 | 0.855 | 0.946 |
| $\lambda = p_z/w_0H =$ | 0.000 | 0.042 | 0.084 | 0.114 | 0.145 | 0.170 | 0.182 | 0.180 | 0.159 | 0.098 | 0.000 |

$\mu>\mu_0$ なるは測點が水の表面より Pitot 管の徑たけ內側に位する爲である。

此實驗より堰長 1 m に對する流量を求むるに $DF=0.66\,H$ にして $\mu$ の平均は 0.648 なるを以て

$$Q=0.66\,H\cdot 0.648\sqrt{2gH}=0.4277\,H\sqrt{2gH}=1.89\,H^{\frac{3}{2}}$$

次に溢流水脈に關する Scimemi（伊, 1930）の硏究結果を見るに、幅 0.50 m のガラス壁水路の下端に銳緣堰を設け全水頭 $H=4.4$, 8.8 及び 13.2 cm の三場合につき精密なる實驗を行ひ、水脈の形狀, 水壓, 流速の分布等を測定し其結果 $H$ を長さの單位にとれば、水頭の如何に拘らず水脈の形は全く同一の曲線を以て表はされ相似律がよく成立し Bazin の實驗結果も亦同一曲線を以て表はさる事を確めた。

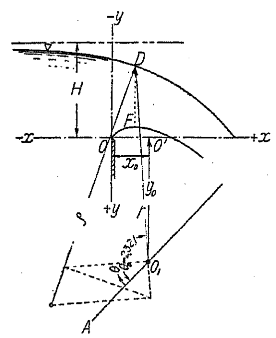
**1.　溢流水脈上部の形**　今溢流水脈の形を表はすに $Ox$ 軸（第 460 圖）より上部の上下兩水面線共双曲螺線（Hyperbolic spiral）にて表はされ $O_1$…極, $O_1A$…原線, $\theta$…坐標角, $r$…動徑, $\rho$…曲率半徑, $a$…常數（第 460 圖）とすれば

$$r\theta=a,\quad \rho=r\left(1+\frac{r^2}{a^2}\right)^{1.5}\quad \dots\quad \dots\quad \dots\quad \dots\quad \dots\quad \dots\quad \dots\quad \dots\quad (388)$$

なる式を以て表はされ、上面曲線の原點 $O_1$ の位置（$x_0$, $y_0$）は堰頂を原點とする水平及び鉛直の坐標（第



460 圖）を用ふれば $H$ を長さの單位として　$x_0=+0.40$,　$y_0=+1.35$;　にして原線 $O_1A$ の方向は水脈下面最高點 $F$ の直上に位する上水面の點 $D$ と $O_1$ とを結ぶ直線より左廻りに 133° 卽ち　$\theta_0=-2.321$ たけ傾き上面線は　$r\vartheta=a=5$　を以て表はし得るを以て (388) 式より線形及び曲線半徑 $\rho$ を求め得る。

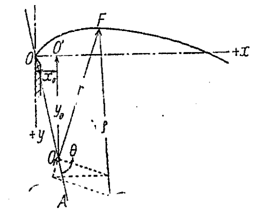


第 460 圖

下面曲線に對しては（第 461 圖）

$O_1$ の位置,　$x_0=+0.075$,　$y_0=+0.399$

原線 $O_1A$ の方向は堰頂 $O$ と $O_1$ とを結びたる線の延長線 $O_1A$ にして曲線は　$r\theta=a=1.43$　である。



第 461 圖

下面線の最高點 $F$ を過ぐる鉛直線上の水脈の厚さ　$DF=h$　と置けば　$H=8.8$ cm の場合の實驗に於ては（第 463 圖）$H$ を長さの單位として

$h=\overline{DF}=0.658$,　$\overline{CO}=0.846$,　$\overline{FF'}=0.112$

平均流速の點の位置,　$\overline{FK}=0.286=0.43\,h$

實際の値は凡て $H$ 倍である。

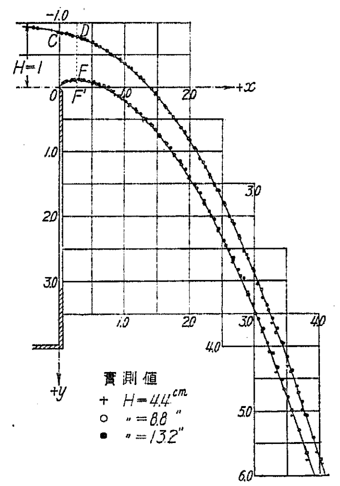
**2.　$Ox$ 軸以下の水脈の形**　堰頂 $O$ を原點とし水平 $Ox$, 鉛直下向 $Oy$ を坐標軸に取れば（第 462 圖）

上面線　$y=\left(\dfrac{x-0.7}{1.42}\right)^2$　但し　$x>1.40$…　… (389)

下面線　$y=\left(\dfrac{x-0.10}{1.55}\right)^2+0.062\,x-0.186$…$x>0.50$　(390)

平均流速の點の軌跡

$$y=\left(\frac{x+1}{2.155}\right)^{2.33}-1\quad\dots\quad x>1.0\quad\dots\quad\dots\quad(391)$$



第 462 圖

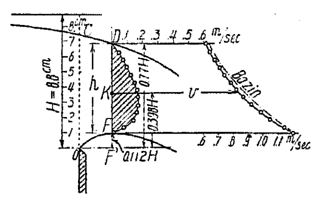
卽ち何れも拋物線にして水頭 $H$ を長さの單位とすれば水脈の形を知る。

**3.　流速及び水壓の分布**　Bazin の實驗と略等しく實流速 $v$ と理論流速 $u$ との比 $v/u$ は

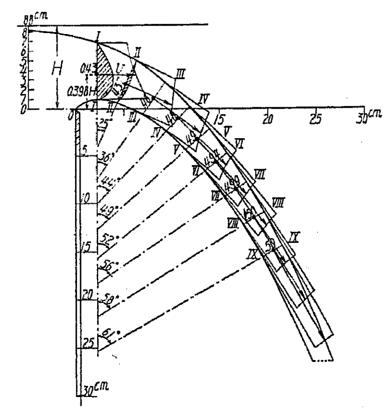
上面 $D$ に於て 0.97

下面 $F$ に於て 0.915

$Ox$ 線より上部に於ては上下兩面の水頭著しく異り從て流速も大に異るが $Ox$ に近づくに從ひ漸次接近し $Ox$ より 1.2 $H$ 位下れば平均流速の點は略水脈の中央に存する。第 464 圖に於て $I$…$I$, $II$…$II$ 等は水脈



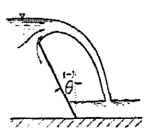
第 463 圖

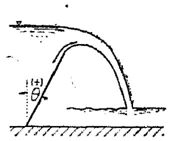


第 464 圖

下面線に垂直なる斷面にして、各黑點は平均流速の點の位置を水脈の厚さを單位として表はし、尙各斷面の流速分布圖を示した。

**（5） 傾斜せる矩形鋭緣堰の流量**　堰板の上流面が鉛直に對して傾斜する場合は面に沿ふ流れの方向異るを以て水脈面の形は傾斜角に依て異り、從て同一水頭に對する流量 $Q_1$ も亦鉛直堰の場合の流量 $Q$ と異り、下流に傾く時は $Q_1>Q$ にして上流に傾く時は $Q_1<Q$ となる。


**第 465 圖**


**第 466 圖**

今鉛直に對する傾角を $\theta°$ とし下流に傾く時に $+$，上流に傾く時を $-$ とすれば

$$\frac{Q_1}{Q}=1+0.002\,\theta° \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (392)$$

但し　$-45°<\theta<+45°$

而て $\theta$ が $+45°$ より大となれば $Q_1$ は次第に減ずる。

尙 Bazin の實驗に依れば

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\tan\theta$ | = | −1.0 | −2/3 | −1/3 | 0 | +1/3 | +2/3 | +1 | 2 | 4 |
| $Q_1/Q$ | = | 0.93 | 0.94 | 0.96 | 1.0 | 1.04 | 1.07 | 1.10 | 1.12 | 1.09 |

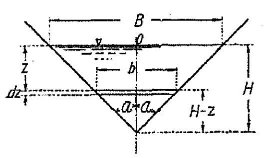
Williams の實驗は $n=+1$ の場合に對し $H=0.15\sim1.2$ m に亘り

$H_1=2$ m　　$Q_1/Q=1.072$

$H_1=3.5$ m　　$Q_1/Q=1.088$

## [53]　各種形狀の鋭緣堰

**（1） 三角堰（Triangular weir, Triangular notch, V-notch）**　堰の正面形が頂點を底とする二等邊三角形にして水面幅は水頭に依て變化する。普通，水路の斷面積に比し溢流水の斷面積著しく小なるを以て理論式には接近流速を無視し水面より $z$ なる深さに於て高さ $dz$，幅 $b$ なる部分の理論流量 $dQ_0$ を式にて表はせば


**第 467 圖**

$$dQ_0=b\sqrt{2gz}\,dz=2(H-z)\tan\alpha\sqrt{2gz}\,dz$$

$$\therefore\quad Q=C_1\int_0^H 2(H-z)\tan\alpha\sqrt{2gz}\,dz=2C_1\tan\alpha\sqrt{2g}\left[\frac{2}{3}Hz^{\frac{3}{2}}-\frac{2}{5}z^{\frac{5}{2}}\right]_0^H$$

$$\therefore\quad Q=\frac{8}{15}C_1\sqrt{2g}\tan\alpha\cdot H^{\frac{5}{2}}=\frac{4}{15}C_1\sqrt{2g}\cdot BH^{\frac{3}{2}}$$

$$=C\tan\alpha\cdot H^{\frac{5}{2}}=C_2BH^{\frac{3}{2}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (393)$$

$2\alpha=90°$　ならば　　$Q=CH^{\frac{5}{2}}$

,,　$=60°$　　,,　　$Q=0.577\,CH^{\frac{5}{2}}$

即ち流量公式の形が極めて簡單なるのみならず、小流量に對しても相當の水頭を要し附着水脈を生じ難く、且つ流量の微小なる變化に對しても水頭に相當の差を生ずるを以て、小流量を測定



するに適當し、普通 $Q<30\ l$/sec ならば矩形堰より精確である。

1. Barr の實驗に依れば　$2\alpha=90°$，$H=7.5\sim10$ cm，$H_a>2H$，の場合に對し $H$ と $C$ との關係は

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $H$ | = | 0.05 | 0.075 | 0.10 | 0.15 | 0.20 | 0.25 |
| $C$ | = | 1.42 | 1.41 | 1.40 | 1.39 | 1.38 | 1.38 |

2. Gourley & Crimp (英, 1915) の實驗式

$$Q=1.32\tan\alpha\cdot H^{2.47} \quad \ldots(Q\ldots\mathrm{m^3/sec},\ H\ldots\mathrm{m}) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (394)$$

3. Pardue 大學の實驗式，水路 幅 2.5 m，深さ 1.8 m

$$Q=156(\tan\alpha)^{0.996}\cdot H^{2.47} \quad \ldots(Q\ldots\mathrm{lbs/sec},\ H\ldots\mathrm{ft}) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (395)$$

$$Q=0.01756(\tan\alpha)^{0.996}H^{2.47} \quad \ldots(Q\ldots l/\mathrm{sec},\ H\ldots\mathrm{cm}) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (396)$$

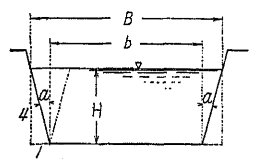
但し精確を要する時は必ず量水槽に依て $Q$, $H$ の關係を決定する。

4. 內務省土木試驗所量水三角堰　(R. Itô)

$$\left.\begin{array}{lll} 2\alpha=45°, & Q=4.0065\cdot10^{-5}\cdot H^{2.515}, & Q\ldots l/\mathrm{sec},\quad H\ldots\mathrm{mm} \\ 2\alpha=90°, & Q=1.749\cdot10^{-5}\cdot H^{2.508}, & \quad ,,\qquad\qquad ,, \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots (397)$$

但し砲金製 Bazin 型鋭緣を有するものである。

**（2） 梯形堰（Trapezoidal weir）及びチッポレッティ堰（Cippoletti weir）**　梯形堰の理論流量はその底長 $b$ と等しき長さを有する矩形の理論流量と底角 $2\alpha$，水面幅 $B-b$ を有する三角堰の理論流量との和に依て表はし得るを以て、係數を $C$ とすれば梯形堰の流量は


**第 468 圖**

$$Q=C\left[bH^{\frac{3}{2}}+(B-b)H^{\frac{3}{2}}\right]=C\left[bH^{\frac{3}{2}}+2\tan\alpha\,H^{\frac{5}{2}}\right]\cdots (398)$$

Gourley & Crimp (英, 1915) の實驗式，水路幅 2.5 m，深さ 1.8 m，$H=0.047\sim0.3$ m

$$Q=1.69\cdot b^{1.02}\cdot H^{1.47}+1.32\cdot\tan\alpha\cdot H^{2.47} \quad \ldots(Q\ldots\mathrm{m^3/sec},\ H\ldots\mathrm{m}) \quad \cdots\cdots (399)$$

Cippoletti (伊) は $\tan\alpha=1/4$ なる場合，兩側鋭緣に依る收縮に依り堰の有効面積は $b$ なる有効幅を有する矩形堰の總面積と殆んど同一なる事を發見したるを以て $\tan\alpha=0.25$ なる梯形堰を特に **Cippoletti 堰** と稱する。卽ち

$$Q=C\,bH^{\frac{3}{2}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (400)$$

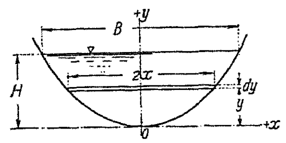
但し $C$ は矩形鋭緣堰の係數を其儘使用して差支ない。

**（3） 拋物線堰（Parabolic weir）**　堰緣が拋物線にして第 469 圖の如き坐標軸に於て $x^2=ay$ なる式を以て表はさるゝ場合の理論流量 $Q_0$ を求むるに

$$dQ=\sqrt{2g(H-y)}\cdot2x\cdot dy=2\sqrt{2ag}\,\sqrt{y(H-y)}\,dy$$

$$\therefore\quad Q_0=2\sqrt{2ag}\int_H^0\sqrt{y(H-y)}\,dy=\sqrt{2ag}\left[\left(y-\frac{H}{2}\right)\sqrt{Hy-y^2}+\frac{H^2}{4}\arcsin\frac{y-\frac{H}{2}}{\frac{H}{2}}\right]_H^0$$

$$=\frac{\pi}{4}\sqrt{2ag}\,H^2$$



第 469 圖

依て實際流量を $Q$, 係數を $C$ とし $C\frac{\pi}{4}\sqrt{2g}=C_1$, $C\frac{\pi}{4}\sqrt{2ag}=C_2$ と置けば

$$Q=CQ_0=C\frac{\pi}{4}\sqrt{2ag}\,H^2=C_1\sqrt{a}H^2=C_2H^2 \dots \quad \dots \quad (401)$$

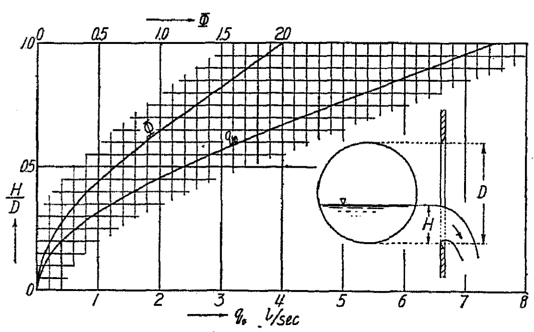
實驗の結果に依れば $C$ は $a$ のみに依て表はし得、$a$ は同一の式を以て表はし得る堰に於て一定値なるを以て $C_1$ 及び $C_2$ も亦 $a$ のみを以て表はし得る。而て $C$ は使用單位に無關係にして $Q$, $g$, $B$, $H$ に同一單位を用ふれば meter, 尺, 呎, 何れを用ふるも差支ないが、$C_1$ 及び $C_2$ は單位に依て異る。F. W. Greve (米) の實驗に依れば

**第 78 表　拋物線堰の流量係數**

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a=\frac{B^2}{4H}$, cm = | 0.5 | 1.0 | 1.5 | 2.0 | 2.5 | 3.0 | 3.5 | 4.0 | 4.5 | 5.0 | 7.5 | 10.0 |
| $C$ = | 0.617 | 0.609 | 0.603 | 0.600 | 0.600 | 0.597 | 0.595 | 0.592 | 0.590 | 0.587 | 0.584 | 0.581 |
| $C_1$ m-sec. = | 0.484 | 0.478 | 0.473 | 0.471 | 0.471 | 0.469 | 0.467 | 0.465 | 0.463 | 0.461 | 0.458 | 0.456 |
| $C_2$ ,, = | 0.153 | 0.214 | 0.259 | 0.298 | 0.332 | 0.363 | 0.393 | 0.415 | 0.439 | 0.461 | 0.561 | 0.644 |

即ち拋物線堰は $H^2$ と係數のみに依て $Q$ を表はし得るを以て計算に便に、$H$ と $Q$ との關係は矩形と三角形との中間に位するを以て流量變化の範圍大なる場合に適するも一般に製作に不便である。然し形扁平なる場合は拋物線の代りに圓弧を用ひ得るを以て、中心角 90° 以下, $H/B<0.2$ の場合に於ては圓堰 (Circular weir) を用ふれば製作も便にして上記係數を其儘使用し得る。

**(4) 圓堰 (Circular weir)** 圓堰は堰緣が圓弧の一部なる堰にして水理上拋物線堰に類似せる性質を有し而も製作に便なるも、理論流量を表はすに楕圓積分 (Elliptic integrals) を要するのみならず、係數は $H/D$ の値に依て著しく變化するを以て測定堰には適せぬが、總ての圓孔に於て部分流出の場合の $Q$ の計算上流量公式は必要である。A. Staus (獨, 1930) の計算に依れば理論流量は



第 470 圖

$$Q_0=q_0D^{\frac{5}{2}} \dots \quad \dots \quad (402)$$

茲に　$q_0=\frac{4}{15}\sqrt{2g}\left[2\left(1-\frac{H}{D}+\frac{H^2}{D^2}\right)E-\left(2-3\frac{H}{D}+\frac{H^2}{D^2}\right)K\right]=\frac{4}{15}\sqrt{2g}\cdot\Phi$　と置く

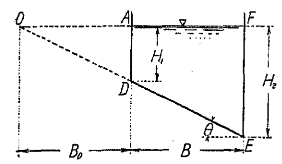
$E$ は $H/D$ の第一種楕圓積分, $K$ はその第二種楕圓積分である。

實際の流量は　$Q=CQ_0$, $C\fallingdotseq 0.6 \dots \quad \dots \quad (403)$

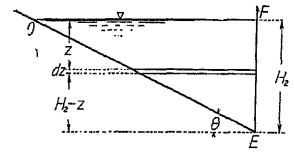


にして $C$ と $H$ との關係は矩形堰と略同一である。$q_0$ は $D=1$ なる場合の理論流量にして $\Phi$ 及び $q_0$ の値は $H/D$ に依て定まり、$l$/sec 單位を用ふれば第 470 圖に曲線を以て示すが如し。

**(5) 不等邊三角堰及び斜頂梯形堰 (Rectangular weir with inclined crest)** 斜頂梯形堰は側緣鉛直にして底邊が水平に對して $\theta$ たけ傾斜せる鋭緣堰である。今底邊線を延長して水面線との交點を $O$ とし理論流量に尾字 0 を付せば



第 471 圖



第 472 圖

斜頂梯形堰 $ADEF$ の $Q_0$＝三角堰 $OEF$ の $Q_0$－三角堰 $ODA$ の $Q_0$

然るに三角堰 $OEF$ の理論流量は

$$Q_0=\int_0^{H_2}(H_2-z)\cot\theta\sqrt{2gz}\,dz=\frac{4}{15}\sqrt{2g}\cot\theta H_2^{\frac{5}{2}}$$

同樣に三角堰 $ODA$ に對し　$Q_0=\frac{4}{15}\sqrt{2g}\cot\theta\,H_1^{\frac{5}{2}}$

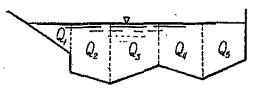
然るに　$\cot\theta=\frac{B}{H_2-H_1}$　故に實流量 $Q$ は

斜頂梯形堰　$Q=C\frac{4}{15}\sqrt{2g}\frac{B}{H_2-H_1}\left(H_2^{\frac{5}{2}}-H_1^{\frac{5}{2}}\right) \dots \quad (404)$

但し $C$ は實驗に依て定むべきものなるも近似的には $\frac{1}{2}(H_1+H_2)$ なる矩形堰の相當係數…(373) 式の $C$…を用ひ端收縮ある場合は $B$ の代りに $B-\frac{0.2}{2}(H_1+H_2)$ を用ふる。一例として

$$C\fallingdotseq 0.62,\quad Q=0.72\frac{B}{H_2-H_1}\left(H_2^{\frac{5}{2}}-H_1^{\frac{5}{2}}\right) \dots \quad \dots \quad (405)$$

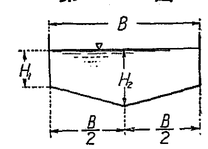
**(6) 多角形堰及び多角形流出孔の理論流量** 第 473 圖の如き多角形堰の理論流量を求むるには底邊の各角頂を過ぎる鉛直線を以て之を多數の三角堰及び斜頂梯形堰に分ち



第 473 圖

$$Q_0=Q_1+Q_2+\dots+Q_5$$

例へば第 474 圖の如き堰に對しては

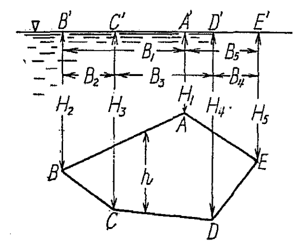


第 474 圖

$$Q=2\cdot C\frac{4}{15}\sqrt{2g}\frac{B}{2(H_2-H_1)}\left(H_2^{\frac{5}{2}}-H_1^{\frac{5}{2}}\right)$$

$$=C\frac{4}{15}\sqrt{2g}\frac{B}{H_2-H_1}\left(H_2^{\frac{5}{2}}-H_1^{\frac{5}{2}}\right) \dots \quad \dots \quad (406)$$

次に第 475 圖の如き多角形孔の理論流量を求むるには各角點を過ぐる多くの斜頂梯形堰に分ち



第 475 圖

$$Q_0=(B'BCC' \text{ の } Q_0)+(C'CDD' \text{ の } Q_0)+(D'DEE' \text{ の } Q_0)$$
$$-(E'EAA' \text{ の } Q_0)-(A'ABB' \text{ の } Q_0)$$

$$\therefore\quad Q_0=\frac{4}{15}\sqrt{2g}\left\{\begin{aligned}&B_2\frac{H_3^{\frac{5}{2}}-H_2^{\frac{5}{2}}}{H_3-H_2}+B_3\frac{H_4^{\frac{5}{2}}-H_3^{\frac{5}{2}}}{H_4-H_3}+B_4\frac{H_5^{\frac{5}{2}}-H_4^{\frac{5}{2}}}{H_5-H_4}\\&-B_5\frac{H_5^{\frac{5}{2}}-H_1^{\frac{5}{2}}}{H_5-H_1}-B_1\frac{H_2^{\frac{5}{2}}-H_1^{\frac{5}{2}}}{H_2-H_1}\end{aligned}\right\}$$

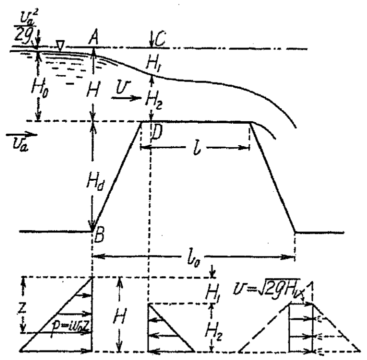
$$\dots \quad \dots \quad \dots \quad (407)$$

壁面が鉛直に對し $\theta$ たけ傾斜する場合は $h$ は凡て $h\sec\theta$ となるを以て

$$Q_0'=Q_0\sec\theta$$

## [54]　廣頂堰及び溢流堰堤

**（1）　廣頂堰の理論** (Theory of broad-crested weir)　堰縁が著しく廣き場合は其部分に於て一般水路と同種の流れを生じ、鉛直線上の各點の水壓は其の水深に相當する靜水壓が作用するを以て、流速從て流量は同一水頭の鋭縁堰より小となる。堰の上流側水路に於ては流速水頭は　$v_a^2/2g$　にして全水頭卽ち堰頂上勢力線迄の高さは　$H=H_0+\frac{v_a^2}{2g}$　なるが、堰頂に於ては水深　$H_2$　に急減するを以て流速は　$v$　に急增しなければならぬ。從て此增速の爲に當然水面は急降する。今，水路幅と堰長とが共に　$B$　なりとし　$AC$ (第 476 圖) は短距離なるを以て損失を無視して堰上の理論流量を求むれば



第　476　圖

$$Q_0=bH_2\sqrt{2g(H-H_2)}$$

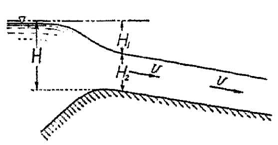
卽ち　$H_2=H$　及び　$H_2=0$　に於て $Q_0$ は零となるを以て其中間に於て $Q_0$ の最大なる $H_2$ あり、從て堰上水深はこの $H_2$ に等しかるべきである。依て $Q_0$ の極大なるべき $H_2$ を求むれば

$$\frac{dQ_0}{dH_2}=b\sqrt{2g(H-H_2)}-b\frac{2gH_2}{2\sqrt{2g(H-H_2)}}=0$$

$$\therefore\quad H_2=\frac{2}{3}H=\frac{2}{3}\left(H_0+\frac{v_a^2}{2g}\right),\quad H_1=\frac{1}{3}H\quad \cdots\quad \cdots\quad \cdots\quad \cdots\quad \cdots\quad \cdots\quad (408)$$

$$\therefore\quad Q=C\frac{2}{3}Hb\sqrt{2g\frac{1}{3}H}=Cb\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}g}\,H^{\frac{3}{2}}=1.70\,CbH^{\frac{3}{2}}\quad \cdots\quad \text{(m-sec)}\quad \cdots\quad \cdots\quad (409)$$

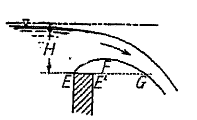
此場合頂の上流角に 0.2 $H$ 以上の半徑の丸味を付し且つ堰頂の幅 $l$ 極めて大なる場合、水路として　$\sqrt{\frac{2}{3}gH}$　なる流速を保ち得る勾配を與ふれば $C\fallingdotseq 1$ と取りて差支ない。是れ上流向の靜水壓は多くの場合第 476 圖に示したるものより多少小なるが爲である。



第　477　圖

(409) 式は　$\sqrt{\frac{2}{3}gH}$　なる流速を保ち得る以上の急勾配の底を有する餘水路の入口にも適用し得る。

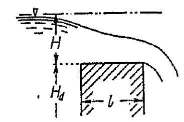
廣緣堰及び餘水路入口に脚柱を設けて數徑間に分つ時及び堰又は水路入口をその上流の水路に比して急に狹むる時は側收縮を起して多少有效幅を減ずるが、之に關しては次節溢流堰堤の所に述べる。



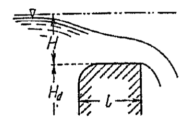
第 478 圖

**（2）　矩形斷面の廣頂堰**　鋭緣堰の溢流水脈の下面は緣端 (第 478 圖 の $E$) を離れて一度上り $F$ に達して再び下り、緣端と同一高 $G$ に下る時は水平距離 $EG$ は略 0.7 $H$ である。從て矩形緣の厚 $l$ が 0.7 $H$ より小なる時卽ち $H>1.43\,l$ ならば水理的に鋭緣堰と全く同一なるも、$l>0.7\,H$ 又は $H<1.43\,l$ なる場合は水脈の下面は堰頂面に接觸し、第 479 圖の如き溢流を爲し、$E$ 及び $E'$ に於ける屈曲損失及び $EE'$ 間の摩擦に依り實際の流量は鋭緣堰より小である。今廣頂堰の流量を $Q$, 同一の全水頭 $H$ を有する鋭緣堰の流量を $Q_1$ とすれば Bazin の實驗に依り





第 479 圖



第 480 圖

$$\frac{H}{l}\geqq 1.8\quad ならば\quad Q\fallingdotseq Q_1$$

$$\frac{H}{l}<1.8\quad ,,\quad \frac{Q}{Q_1}=0.70+0.185\frac{H}{l}\quad \cdots\quad \cdots\quad \cdots\quad \cdots\quad (410)$$

Fteley & Stearns の實驗に依れば

| $H/l=$ | 0.5 | 1.0 | 1.5 | 2.0 | >2 |
|---|---|---|---|---|---|
| $Q/Q_1=$ | 0.79 | 0.88 | 0.98～1.0 | 1.0～1.07 | 1.0 |

故に次式を用ふる方が適當と思はるゝ。

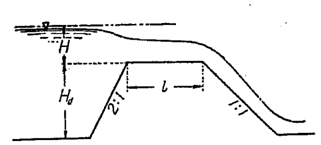
$$\frac{H}{l}\leqq 1.5\quad ならば\quad \frac{Q}{Q_1}=0.68+0.2\frac{H}{l}\quad \cdots\text{(N.M.)}\cdots\quad \cdots\quad \cdots\quad \cdots\quad \cdots\quad \cdots\quad (411)$$

實際の矩形斷面廣頂堰に關する Chatterton (米) の實驗に依れば

$l=0.60$ m,　$H_d=0.6$～$0.9$ m,　$B=5.5$～$9.0$ m,　$H=0.9$～$1.2$ m

$Q=CbH^{\frac{3}{2}}$.　$C=1.66$～$1.78$　(m-sec)

但し流量大なるを以て堰の稍上流に於て水路の流量を流速器を以て精密に測定して $C$ を定めたるものである。



第　481　圖

**（3）　梯形斷面の廣頂堰**　Rafter (米) は第 481 圖の如き梯形廣頂堰に對し流量を

$$Q=C_1\sqrt{2g}\,bH^{\frac{3}{2}}=C_2bH^{\frac{3}{2}}$$

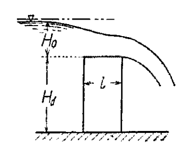
と置き $C_1$ 及び $C_2$ を實驗に依て定めたるが

$l=0.10$～$0.40$ m,　$H_d=0.5$～$0.75$ m,　$H=$～$1.2$ m

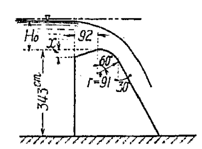
第 79 表　$C_1$ 及び $C_2$　(m-sec)

| $H$ m = | 0.36 | 0.53 | 1.03 | 1.26 | 1.48 | 1.49 | 1.52 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_1$ = | 0.469 | 0.479 | 0.460 | 0.466 | 0.491 | 0.457 | 0.447 |
| $C_2$ = | 2.08 | 2.12 | 2.05 | 2.07 | 2.18 | 2.03 | 1.99 |

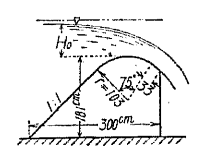
**（4）　廣頂堰及び溢流堰堤に關する Williams の實驗**　Williams は矩形斷面廣頂堰 (第 482 圖) 及び第 483, 484 圖に示すが如き斷面形の溢流堰堤に就き大規模の實驗をなして $Q/Q_1$ を求めたるがその結果は第 485 圖の如し。



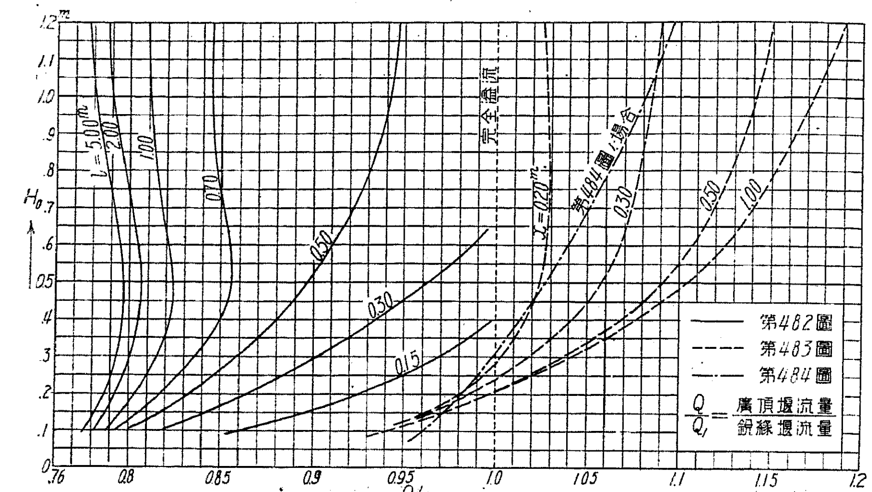
第 482 圖



第 483 圖



第 484 圖

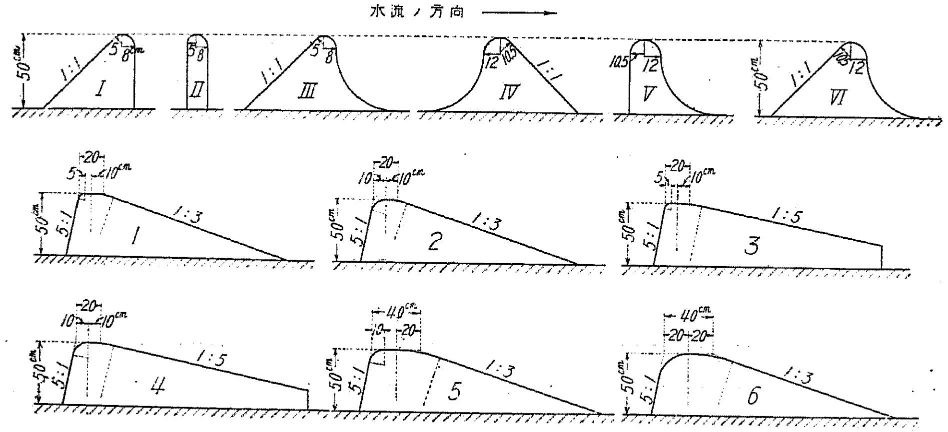



第 485 圖

（5） **種々の形狀の溢流堰堤に關する Bazin の模型實驗**　Bazin は水路底上の高さ 0.50 m なる種々の形の溢流堰堤 (I～VI) 六種及び洗堰 (Fixed weir. 1～6) 六種に就き其の流量 $Q$ と、同一の堰高及び水頭を有する鋭縁堰の流量 $Q_1$ との比を求めたるが其結果は次表の如し。

但し寸法は凡て cm 單位である。

尙上流面の傾斜大に下流面傾斜の小なる溢流堰堤は砂防堰堤の如き石塊の流下する場合に、夫等が下流面に轉落又は衝突する事を防ぐ特徵がある。



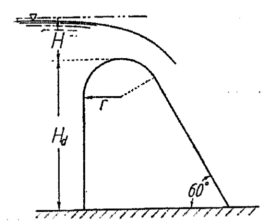

第 486 圖

第 80 表　$Q/Q_1$ の値

| 斷面形狀 / $H$, m | I | II | III | IV | V | VI | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.10 | 1.13a | 1.15a | 1.14 | 1.06 | 1.04 | 1.06 | 0.91 | 0.96 | 0.89 | 0.91 | 0.89 | 0.91 |
| 0.15 | 1.21a | 1.24a | 1.21 | 1.13 | 1.13 | 1.13 | | | | | | |
| 0.20 | 1.27a | 1.31a | 1.25 | 1.18 | 1.18 | 1.18 | 0.99 | 1.01 | 0.94 | 0.96 | 0.93 | 0.95 |
| 0.25 | 1.28u | 1.32u | 1.29 | 1.23 | 1.23 | 1.23 | | | | | | |
| 0.30 | 1.27u | 1.29u | 1.28 | 1.26 | 1.26 | 1.25 | 1.04 | 1.06 | 0.98 | 0.99 | 0.96 | 0.99 |
| 0.35 | 1.24u | 1.24u | 1.24 | 1.29 | 1.25 | 1.24 | | | | | | |
| 0.40 | | | | | | | 1.06 | 1.08 | 1.00 | 1.01 | 0.99 | 1.01 |



表中 a を附したるは接觸水脈を生じ、u を附したるもの及び其他は凡て完全水脈を生じたるものである。




第 487 圖

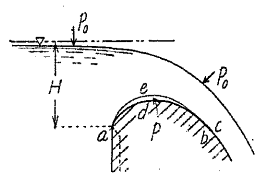
（6） **溢流堰堤に關する Rehbock の實驗** (獨, 1911)　第 487 圖の如き形狀の模型堰堤に就き流量公式を求め

$$\left.\begin{aligned} Q&=\frac{2}{3}\left[0.845-0.0206\left(3.8-\frac{H}{r}\right)^2+\frac{H}{12H_d}\right]H\sqrt{2gH} \\ &=\left[2.495-0.06084\left(3.8-\frac{H}{r}\right)^2+0.2461\frac{H}{H_d}\right]H^{\frac{3}{2}} \end{aligned}\right\} \quad \cdots \quad (412)$$

但し　$H<0.4\,H_d+0.5\,r$

## [55]　溢流堰堤の水理上の形狀及び其の溢流量

（1） **堰堤溢流面の合理的形狀**　高き堰堤の溢流面の形狀は溢流水に對する水理的條件と構造物としての安定との二條件に依て定められ、普通溢流頂より下方水頭 $H$ の 1.5 倍の部分の形は溢流水脈の下面に低壓の生ぜざる條件に依り、それ以下は主として安定條件に依て定められ、底部は洗掘作用を緩和するため落下水を河床に平行に導く如き形狀を用ふる。堤頂面の形 (第 488 圖 $adb$) がその上流端 $a$ に於ける鋭縁を溢流する水脈の下面 ($aec$) との間に空隙を生ずる如き場合は、その隙間の空氣は流水に依て排流され外面の氣壓 $p_0$ より低き壓力 $p$ を生じ、有效水頭を增し流量を大ならしむるも、堤體の表層が外方に推し出さるゝ如き作用を受けて剝脫する危險を生ずる。從て近年に於ては最大水頭に對し相當鋭縁堰の水脈下面の形を定め、堤頂の形を出來得るだけ之に接近せしむる。



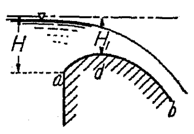

第 488 圖

尙水門の閾は溢流頂點に置くを常とするも、此部分は殆んど水平なるを以て閾面を堤頂面に一致せしむれば足り、特に水平部分を設くる必要はない。鋭縁堰水脈下面の形は [52] (4) に述べたる如くなるが、現時米國に於て多く用ひらるゝ實用形狀は後項に於て述べる。

而てある水頭に對して最適なる堤頂形を用ふる時は、それ以下の水頭に對しては水路床に於けると同樣の摩擦抵抗が作用するため $H$ を水頭とする鋭縁堰より流量係數は小となり、その水脈下面 $ae$ が堰面 $ad$ より低き程損失は益々大となり、反對に水頭大となりて水脈下面が堰頂を離るゝ時は係數は急に增大し、水頭更に大となれば空隙部に激しき渦を生じて係數は漸減する。

G. de Marchi (伊, 1928) の實驗に依れば堤頂點上の全水頭 $H_{10}=6.0$ cm に於て鋭縁水脈下面と一致する如き形を有する高さ $2\times6.0$ cm の模型堰堤に就て、他の種々なる $H_1$ にて溢流せしめたる場合の堤頂面

$d$ に於ける壓力水頭 $h_1$ 及び流量係數は第 81 表の如し。



第 489 圖

第 81 表

| $H_{10}$ (cm) | $H_1$ (cm) | $H_1/H_{10}$ | $h_1$ (cm) | $h_1/H_{10}$ | $C$ | $C'$ | $C''$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6.0 | 5.24 | 0.873 | 0.72 | 0.12 | 0.395 | 0.338 | 0.426 |
| 6.0 | 5.38 | 0.897 | 0.57 | 0.10 | 0.405 | — | — |
| 6.0 | 5.57 | 0.930 | 0.54 | 0.09 | 0.415 | — | — |
| 6.0 | 6.00 | 1.000 | 0.12 | 0.02 | 0.475 | 0.415 | 0.425 |
| 6.0 | 6.74 | 1.126 | −0.54 | −0.09 | 0.500 | 0.428 | 0.424 |

玆に　$C=Q/(bH_1\sqrt{2gH_1})$ 堤頂點上の全水頭 $H_1$ を用ふる場合の係數

$C'=Q/(bH\sqrt{2gH})$ 堤上面上流端 ($a$) 上の全水頭 $H$ を用ふる場合の係數

$C''=Q/(bH\sqrt{2gH})$ $H$ を全水頭とする鋭緣堰の係數 (Rehbock)

$b$＝堰長＝前後水路幅＝20 cm，此場合端收縮なきも側面摩擦あるを以て $b$ 極めて大なる場合に比し係數は多少小である。

卽ち $H_1=6.0$cm にして堰表面が相當鋭緣堰水脈に略一致する場合には負水壓卽ち低壓は起らぬも、$H_1/H_{10}$ が 1.126 となれば $H_{10}$ の 1/10 程度の負水壓が作用する。流量係數は $H_1/H_{10}$ の大なる程大にして $H_1>H_{10}$ に於ては $H$ を全水頭とする鋭緣堰よりも大となるが、之は後者に於ては收縮部の表面は氣壓と同一壓に保たれ、前者に於ては低壓を生ずるが爲である。

上の結果より流量 $Q$ を表はす式は

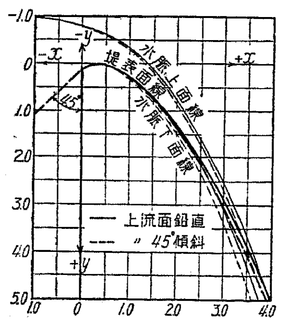
$$Q=CbH_1\sqrt{2gH_1}=C'bH\sqrt{2gH}=C_1bH_1^{\frac{3}{2}}=C_2bH^{\frac{3}{2}}$$

依て $H_1/H_{10}$ と $C$, $C'$, $C_1$, $C_2$ との關係を示せば

第 82 表

| $H_1/H_{10}$ | $C$ | $C'$ | $C_1=C\sqrt{2g}$ | $C_2=C'\sqrt{2g}$ | $C_1$ (尺, 單位) |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.90 | 0.42 | 0.375 | 1.86 | 1.66 | 3.42 |
| 1.00 | 0.475 | 0.415 | 2.10 | 1.84 | 3.87 |
| 1.10 | 0.50 | 0.425 | 2.22 | 1.88 | 4.09 |

卽ち合理的に設計せる溢流頂に於ては $H_1$ を全水頭とする鋭緣堰より著しく大なる流量を流し $H_1$ が計畫水頭 $H_{10}$ より大なる場合に於ては $H$ なる全水頭を有するものよりも更に大である。




第 490 圖

（2） **Creager 其他の溢流面形狀** (米, 1927, 同氏 Hydroelectric Handbook)　Creager は上流面鉛直及び 45° 傾斜の場合の鋭緣堰水脈の下面線の形狀に多少の餘裕を附したる溢流堰下流面の實用形狀を定めたるが、其曲線形は第 490 圖及び第 83 表に縦横距に依て示すが如く、鉛直堰の上流面線を縦軸 ($y$) に、堰堤溢流頂點を過ぐる水平線を横距 ($x$) に取り、數値は凡て頂上全水頭 $H_1$ を單位とせるを以て實際の距離は總て $H_1$ 倍するを要する。

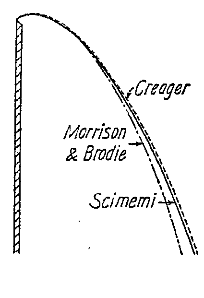


**第 83 表　横距 ($x$) に對する縦距 ($y$) の値**

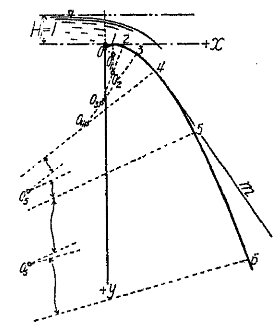
但し實際距離は $x$ 及び $y$ の $H_1$ 倍

| | 上流面鉛直なる溢流堰堤 | | | 上流面 45° の傾斜を爲す溢流堰堤 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 堤表面線 ($y$) | 水脈上面線 ($y$) | 水脈下面線 ($y$) | 堤表面線 ($y$) | 水脈上面線 ($y$) | 水脈下面線 ($y$) |
| 0.0 | 0.126 | −0.831 | 0.126 | 0.043 | −0.781 | 0.043 |
| 0.1 | 0.036 | −0.803 | 0.036 | 0.010 | −0.756 | 0.010 |
| 0.2 | 0.007 | −0.772 | 0.007 | 0.000 | −0.724 | 0.000 |
| 0.3 | 0.000 | −0.740 | 0.000 | 0.005 | −0.689 | 0.005 |
| 0.4 | 0.007 | −0.702 | 0.007 | 0.023 | −0.648 | 0.023 |
| 0.6 | 0.060 | −0.620 | 0.063 | 0.090 | −0.552 | 0.090 |
| 0.8 | 0.142 | −0.511 | 0.153 | 0.189 | −0.435 | 0.193 |
| 1.0 | 0.257 | −0.380 | 0.267 | 0.321 | −0.293 | 0.333 |
| 1.2 | 0.397 | −0.219 | 0.410 | 0.480 | −0.121 | 0.500 |
| 1.4 | 0.565 | −0.030 | 0.590 | 0.665 | 0.075 | 0.700 |
| 1.7 | 0.870 | 0.305 | 0.920 | 0.992 | 0.438 | 1.05 |
| 2.0 | 1.22 | 0.693 | 1.31 | 1.377 | 0.860 | 1.47 |
| 2.5 | 1.96 | 1.50 | 2.10 | 2.14 | 1.71 | 2.34 |
| 3.0 | 2.82 | 2.50 | 3.11 | 3.06 | 2.76 | 3.39 |
| 3.5 | 3.82 | 3.66 | 4.26 | 4.08 | 4.00 | 4.61 |
| 4.0 | 4.93 | 5.00 | 5.61 | 5.24 | 5.42 | 6.04 |
| 4.5 | 6.22 | 6.54 | 7.15 | 6.58 | 7.07 | 7.61 |

Creager の曲線を [52] (4) の Scimemi 實驗と同樣に鋭緣端を原點とし、其點に於ける全水頭 $H$ を單位として表はすには




第 491 圖



第 492 圖

$y$, 第 83 表の數値の代りに

$$y\frac{H_1}{H}-0.25H=0.888y-0.25$$

$x$、第 83 表の數値の代りに

$$x\frac{H_1}{H}+0.112H=0.888x+0.112$$

を用ふる。而て Scimemi 實驗の水脈下面線と Creager 及び Morrison-Brodie の溢流堤表面線とを對照すれば第 491 圖の如く Creager 實用形が適當なる事が明かであるが、堤頂部は多少高過ぎ流量係數 $C$ を小にする傾向がある。然し之等は水理的條件を滿足するも重力堰堤に於ては $O$ より 1.5 $H$ 位下方に於て既に安定條件を滿足する爲に一層緩なる下流面を必要とするが、鐵筋の中空堰堤の溢流下流面には完全に應用し得る。

尙 Creager はその溢流面線を圖示する便宜上，多數の圓弧の集合を以て表はし各部分に對する半徑を與へて居る。實際の寸法は凡て下表數値を $H_1$ 倍したるものである (第 492 圖)。

第 84 表

| 區間 | 弧 始點位置 $x$ | 弧 始點位置 $y$ | 弧 半徑 | 圓心 記號 | 圓心 坐標 $x$ | 圓心 坐標 $y$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0—1 | 0.00 | 0.1261 | 0.352 | $0_1$ | 0.27 | 0.352 |
| 1—2 | 0.27 | 0.000 | 0.9167 | $0_2$ | 0.27 | 0.9167 |
| 2—3 | 0.60 | 0.0614 | 2.0833 | $0_3$ | −0.15 | 2.005 |
| 3—4 | 1.00 | 0.2679 | 2.9167 | $0_4$ | −0.610 | 2.700 |
| 4—5 | 1.70 | 0.9192 | 11.00 | $0_5$ | −7.013 | 7.635 |
| 5—6 | 3.00 | 3.079 | 30.00 | $0_6$ | −24.305 | 15.505 |
| 6—7 | 4.607 | 7.500 | | | | |

但し堤體の安定上必要なる勾配線 $m$ の内側に入る事は出來ぬ (第 492 圖)。

**(3) 溢流堰堤の流量**　普通溢流堰堤の全水頭は頂の最高點に於ける全水頭 $H_1$ を用ふるが、頂面の形がその上流端上の全水頭 $H \fallingdotseq \frac{9}{8}H_1$ と等しき全水頭の銳緣堰水脈下面に一致する如く設計さるゝ場合は其銳緣堰に略等しき流量を有するを以て、$H_1$ を全水頭として流量を表はせば係數 $C$ は銳緣堰の場合に比して著しく大である。

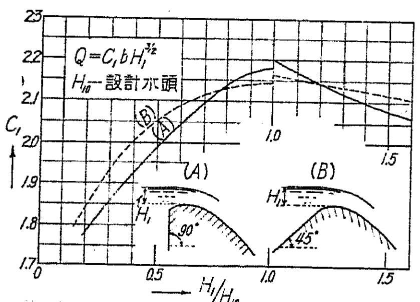
$H$ を水頭とする銳緣堰流量　$Q=CbH^{1.5}$

$H_1$　　,,　　溢流堰堤の流量　$Q_1=C_1bH_1^{1.5}$

但し $b$ は端收縮を考慮せる有効堰長

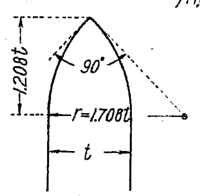
$Q=Q_1$ なる爲には,　　$C_1/C=(H/H_1)^{1.5} \fallingdotseq 1.193$

水脈下面と堤表面とが充分接觸する間は $C_1/C$ は上の値より小なるも、兩者が完全に隔離して間の空隙に大氣を通ずる場合は略 1.19 位に達すべく、若し大氣を通ぜずして低壓を生ずる時は $C_1/C$ は更に大となる。




第 493 圖

Creager は之等の關係と多くの實測の結果とを參照し堤頂面が $H_1=H_{10}$ なる水頭に對して氏の方法…(2) 參照…に依て定められたるものとし、$H_1$ なる水頭にて溢流せしめたる場合の $C_1$ と $H_1/H_{10}$ との關係を曲線を以て示して居るが、第 493 圖に示すものは之を meter 單位に直したものである。但し $H_1/H_{10}>1$ に於ては特に大氣流通の方法を講じて低壓を防止せる場合に對するものである。




第 494 圖

氏は端收縮に依る有効長の減少を考へ第 494 圖の如き二弧線より成る尖頭脚柱に於ては

有効堰長　$b_e \geqq (b-2\cdot 0.04H_1)$,　且つ　$>0.894\,b$

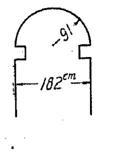


なりと說きたるも適確には與へて居らぬ。氏の係數は多く Horton の實驗 (1907) に依りたるものにして、最近の大規模なる溢流の精確なる實測値は $b_e$ 及び $C_1$ 共に Creager の値より大なるを示して居る。次に述ぶる諸實測に於ては半圓狀の脚頭に對し兩側收縮は $2\cdot(0.02\sim0.03)H_1$ 位である。

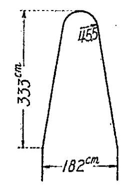
**1. Keokuk 堰堤に於ける溢流量の實測** (Nagler, 米, 1929) に據れば徑間數 7 にして一徑間に對し

$Q=CbH_1^{1.5}$,　$b=9.15$ m (30′),　設計水頭 $H_{10}=3.3$ m (10′.8)

脚柱 (第 495 圖) は厚さ 1.82 m (6′) にして上流端は半徑 0.91 m (3′) の半圓形なるが端收縮の影響をも含めたる $C$ の値は




第 495 圖




第 496 圖

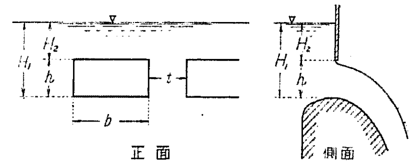
| | m-sec | ft-sec |
|---|---|---|
| 中央部の一徑間のみを全開の場合 | 2.05 | 3.71 |
| 全部開放の場合の端徑間に對し | 2.06 | 3.73 |
| ,,　中央部徑間 | 2.15 | 3.90 |
| 端收縮全くなき場合 | 2.20 | 4.00 |

即ち中央一徑間開放の場合收縮最も著しく $C$ 小なるも、全部開放の場合の中央徑間に於ては $C$ は大である。尙, 實測及び 1 : 10 模型の實驗に依り $H_1/H_{10}$ と中央及び端徑間の係數, $C$ 及び $C'$ との關係を求むれば第 85 表の如し。

第 85 表

| $H_1/H_{10}$ = | 0.50 | 0.563 | 0.625 | 0.689 | 0.750 | 0.812 | 0.875 | 0.940 | 1.00 | 1.03 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C$ = | 2.020 | 2.053 | 2.081 | 2.114 | 2.142 | 2.169 | 2.200 | 2.236 | 2.263 | 2.291 |
| $C'$ = | 1.93 | 1.96 | 1.99 | 2.02 | 2.05 | 2.08 | 2.105 | 2.14 | 2.17 | 2.19 |

尙, 模型に於て脚上流端を第 496 圖の如き尖形とすれば $C$ 及び $C'$ は上表の約 1.08 倍となる。

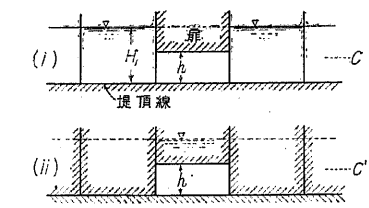



第 497 圖

**2. Wilson 堰堤の溢流實驗** (G. Puls, 米, 1929)　一徑間に就て全開及び半開の場合を實驗せるが

$Q=Cb(H_1^{1.5}-H_2^{1.5})$,　$b=11.6$ m (38′),　$t=2.44$ m (8′),　$H_1=5.49$ m (18′)

$h=H_1-H_2=4.51$ m (14′.79) にて門扉下端は完全に水脈を離れ普通の溢流狀態となる。




第 498 圖

第 86 表に示す値は

$C$…兩側徑間全開の場合，種々の $h$ に對する係數 (第 498 圖 i)

$C'$…兩側の徑間閉塞の場合，種々の $h$ に對する係數 (第 498 圖 ii)

第 86 表

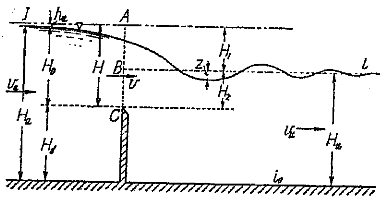
| $h=H_1-H_2$ m | 0.50 | 1.0 | 1.5 | 2.0 | 2.5 | 3.0 | 3.5 | 4.0 | 4.275 | 4.51* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C$ = | 1.84 | 1.85 | 1.854 | 1.866 | 1.89 | 1.92 | 2.00 | 2.17 | 2.30 | 2.21 |
| $C'$ = | 1.78 | 1.79 | 1.794 | 1.80 | 1.813 | 1.84 | 1.90 | 2.02 | 2.11 | 2.03 |

* は溢流狀態，他は大流出孔の場合である。

結局，弧狀尖頭脚の堤頂溢流の場合 (第 496 圖) は端收縮の影響を合せ Nagler の Keokuk 實測の $C$ を用ひ、半圓頭脚柱の場合 (第 495 圖) は之れより 2% 位小なる $C$ を用ふれば充分である。

## [56] 潜　　堰

**(1) 潜銳緣堰 (Submerged sharp-crested weir)** 堰又は溢流堰堤に於て下流側の水面が堰頂より高き場合一般に**潜堰** (Submerged weir) と名づけ L. G. du Buat (佛, 1816) に依て初めて其理論が確立された。潜堰の理論流量は堰頂鉛直面…第 499 圖 $ABC$…に於て頂より下流水面の高さ迄の部分 $BC$ を潜流出孔…**[47]** (1)…と考へ、それより上部 $AB$ を普通の溢流と考へて兩者の流量の和を以て表はす。今 $AB$ 部の流量を $Q_1$, $BC$ 部の流量を $Q_2$, 係數を夫々 $C_1$ 及び $C_2$, 堰の有效長を $b$ とすれば



第 499 圖

$$Q=Q_1+Q_2=C_1\frac{2}{3}\sqrt{2g}\,b\left[H_1^{\frac{3}{2}}-h_a^{\frac{3}{2}}\right]+C_2\sqrt{2g}\,bH_2\sqrt{H_1} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (413)$$

$C_1$ 及び $C_2$ は個々の堰及び流出孔の場合と多少異るを以て別に實驗に依て定めねばならぬが $Q$ の略値を求むるには、

銳緣堰に對し　　$C_1 \fallingdotseq 0.63$,　$C_1'=\frac{2}{3}C_1\sqrt{2g}=1.86$

$C_2 \fallingdotseq 0.63$,　$C_2'=C_2\sqrt{2g}=2.80$

而て $Q$ を與へられて $H_1$, $H_2$ を求むるには下流側の水路の斷面及び床勾配に依り $Q$ を流すに必要なる水深 $H_u$ を定め、從て $H_2$ を知り次に上流水深 $H_a$ を假定して　$h_a=\frac{v_a^2}{2g}$　を求め (413) 式に依て　$H_0+h_a=H$　を求むる。實際の場合は種々の $Q$ に對して $H_u$ 及び $H_0$ 又は全水頭 $H$ を定め之を曲線を以て表はす。

而て下流水路の平均流速は $v_u$ にして溢流水の流速 $v$ より小なるを以て堰下流に定常波(Standing wave)…**[125]** (2) 參照…起り、尙, 渦流を生じて勢力を消費し $v_u$ と一致するに至る。堰の高さ小なる場合, $H_1>H_u/2$ なる時は射流…**[41]** (3) 參照…を生じ $i_0$ より緩なる水面勾配にて流れ、稍下流に於て跳水を起して正規の水深 $H_u$ に一致する。尙, 溢流水は下向の速度を有するを以て水面に定常波を生じ、最初の波底は下流正規水面より $z_1 \fallingdotseq \frac{2}{3}\frac{v_2^2}{2g}$ たけ下る。從て $z_1 \geqq H_2$ なる場合は流出孔部は消滅し實際上潜堰にあらざるを以て普通の溢流として $Q$ を求め得る。

次に潜堰に於て流量 $Q$ が增大するに從ひ落差 $H_1$ が漸減する場合の條件を求むるに、今 $Q$ の增加 $\delta Q$ に對する $H$, $H_2$ の增加 $\delta H$ 及び $\delta H_2$ の大さを比較する (第 499 圖)。但し堰長 $b$ と水路上下流の幅 $B$ とは等しきものとする。



$$Q=C_1'B(H_1^{\frac{3}{2}}-h_a^{\frac{3}{2}})+C_2'BH_2H_1^{\frac{1}{2}}=BH_uC\sqrt{H_u i} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (414)$$

$$\therefore \quad \delta Q=\frac{3}{2}C_1'B\left[(H-H_2)^{\frac{1}{2}}(\delta H-\delta H_2)-h_a^{\frac{1}{2}}\delta h_a\right]$$

$$+C_2'B\left[(H-H_2)^{\frac{1}{2}}\delta H_2+\frac{1}{2}\frac{H_2}{(H-H_2)^{\frac{1}{2}}}(\delta H-\delta H_2)\right]=\frac{3}{2}BCi^{\frac{1}{2}}(H_d+H_2)^{\frac{1}{2}}\delta H_2$$

然るに　$h_a=\frac{v_a^2}{2g}=\frac{C_a^2H_aI}{2g}$　　$\therefore\ \delta h_a=\frac{C_a^2I}{2g}\delta H_a=\frac{C_a^2I}{2g}\delta H$

$$\therefore \quad \frac{\delta H}{\delta H_2}=\frac{3Ci^{0.5}\left(\frac{H_u}{H_1}\right)^{0.5}+3C_1'-2C_2'+C_2'\frac{H_2}{H_1}}{3C_1'+C_2'\frac{H_2}{H_1}-3C_1'\frac{C_a^2I}{2g}\left(\frac{h_a}{H_1}\right)^{0.5}} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (415)$$

若し　$\frac{\delta H}{\delta H_2}=\frac{\delta(H_1+H_2)}{\delta H_2}=1+\frac{\delta H_1}{\delta H_2}<1$　卽ち　$\frac{\delta H_1}{\delta H_2}<0$　ならば $H_2$ の增大に從ひ $H_1$ は減少する。然るに (415) 式に於て普通 $C_1' \fallingdotseq 2$,　$C_2' \fallingdotseq 3$ (m-sec 單位), 且右邊分母の第三項は他項に比して小なるを以て

$$\frac{\delta H}{\delta H_2} \fallingdotseq \frac{Ci^{0.5}\left(\frac{H_u}{H_1}\right)^{0.5}+\frac{H_2}{H_1}}{2+\frac{H_2}{H_1}\cdots}<1\,, \quad \therefore\ C\sqrt{H_u i}<2\sqrt{H_1} \text{ 或は } v_u<2\sqrt{H_1} \quad \cdots \quad (416)$$

卽ち (416) 式の條件を滿足する場合は $Q$ の增大に伴ひ落差 $H_1$ は却つて減少する。

潜堰に於ては下流側に波動起り水面の高さ $H_2$ の測定困難なるを以て測定堰としては不適當である。

**(2) 潜銳緣堰の流量に關する實驗式**

**1. A. Fteley 及び F. P. Stearns** (米, 1883)

$H=0.1\sim0.3$ m,　$H_2/H=0\sim1.0$　の場合の實驗結果に依り

$$Q=\frac{2}{3}C\sqrt{2g}\,b\left(H+\frac{H_2}{2}\right)\sqrt{H_1}=C'b\left(H+\frac{H_2}{2}\right)\sqrt{H_1} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (417)$$

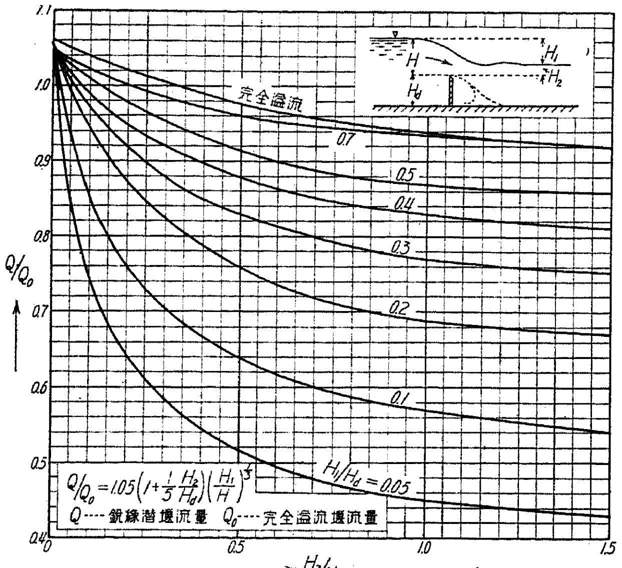
**第 87 表　$C$ 及び $C'$**

| $H_2/H$ = | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.5 | 0.65 | 0.8 | 0.9 | 1.0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2/3 \cdot C$ = | 0.421 | 0.409 | 0.400 | 0.388 | 0.385 | 0.389 | 0.389 | 0.419 |
| $C'$ = | 1.864 | 1.814 | 1.774 | 1.719 | 1.705 | 1.724 | 1.761 | 1.855 |

**2. Bazin 實驗公式** (佛, 1894)　$H<0.33$ m,　$H_d=0.75$ m に對し潜銳緣堰の流量 $Q$ と之と同一の落差 $H_1$ を有する同形の完全溢流卽ち $H_2 \leqq 0$ なる堰の流量 $Q_0$ との比を次式を以て表はした。

$$\frac{Q}{Q_0}=1.05\left(1+\frac{H_2}{5H_d}\right)\left(\frac{H_1}{H}\right)^{\frac{1}{3}} \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (418)$$

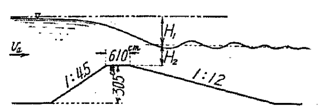
$H_1/H_d<0.7$　の場合は下流波動の谷底が堰頂以下に下るを以て實際は完全溢流の狀態となるも $Q$ は $Q_0$ と多少異る。第 500 圖は (418) 式の關係を曲線を以て表はせるものである。




第 500 圖

(3) **潜溢流堰** (**Submerged overflow dam**) **の流量**　實際の河川水路等に設くる潜溢流固定堰は其形狀多種にして實驗資料も稀なるが二三の實驗式を擧ぐれば

**1. Chatterton 實驗式**　氏は第 501 圖の如き固定堰に於て其稍上流に於て水路の流量を流速計に依て測定し次の如き實驗式を得た。但しmeter 單位に換算したるものである。




第 501 圖

i　完全溢流の場合　　$Q=1.73\,bH\sqrt{H+0.035\,v_a^2}$　… … … … … … (419)

ii　潜堰の場合　　$Q=1.71b\left(H_1^{\frac{3}{2}}-h_a^{\frac{3}{2}}\right)+(2.71+0.58\,H_2)bH_2\sqrt{H_1}$　… … … (420)

**2. R. E. Horton の實測** (米, 1907)　一般の固定堰及び溢流堰に於て潜堰狀態の場合の實測に依り

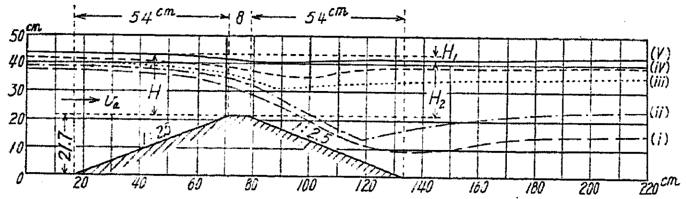
i.　完全溢流の場合　　$Q_0=C_0b(H_1^{\frac{3}{2}}-h_a^{\frac{3}{2}})$

ii.　潜堰の場合　　$Q=C\,b(H_1^{\frac{3}{2}}-h_a^{\frac{3}{2}})$

と置き　$H_2/H_1$ と $C/C_0$ との關係を求めたる結果は第 88 表の如し。

**第 88 表**

| $H_2/H_1=$ | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C/C_0=$ | 1.000 | 0.991 | 0.983 | 0.972 | 0.956 | 0.937 | 0.907 | 0.856 | 0.778 | 0.621 |




第 502 圖

**3. Keutner** (獨, 1929) **の實驗式**　水平底, 幅 65 cm の實驗樋中に設け天端を丸めたる梯形の模型溢流堤に就て種々の落差に對して實驗を爲せるが、

堤高 $H_d=21.7$ cm,　敷幅 $l=116$ cm,　堤長 $b=65$ cm

溢流の狀態は第 502 圖に示す如く、各場合の流量公式は次の如し。

i.　完全溢流　$H_2<0$,　$Q=4.067\cdot bH\left(\frac{H}{H_d}\right)^{0.2}\left[H+\frac{v_a^2}{2g}-0.73H\left(\frac{H}{H_d}\right)^{0.2}\right]^{0.5}$ … … (421)



ii.　i と iii の中間　$H_2\fallingdotseq 0$,　$Q=3.903\cdot bH\left(\frac{H}{H_d}\right)^{0.1}\left[H+\frac{v_a^2}{2g}-0.70H\left(\frac{H}{H_d}\right)^{0.1}\right]^{0.5}$ … (422)

iii.　潜堰狀態　$H>1.29H_2$,　$Q=4.093\cdot bH\left(\frac{H}{H_d}\right)^{0.1}\left[H+\frac{v_a^2}{2g}-0.745H\left(\frac{H}{H_d}\right)^{0.1}\right]^{0.5}$ … (423)

iv.　〃　$1.29H_2>H>1.174H_2$,

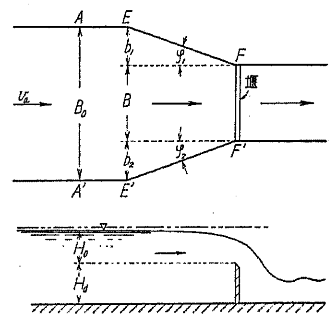
$$Q=3.185\cdot b\frac{H^2}{H_2}\left(\frac{H}{H_d}\right)^{0.1}\left[H+\frac{v_a^2}{2g}-0.745H\left(\frac{H}{H_d}\right)^{0.1}\right]^{0.5}\quad\ldots\quad(424)$$

v.　〃　下流に波を起す場合,

$$Q=3.591\cdot b\frac{H^2}{H_2}\left(\frac{H}{H_d}\right)^{0.1}\left[H+\frac{v_a^2}{2g}-0.84H\left(\frac{H}{H_d}\right)^{0.1}\right]^{0.5}\quad\ldots\quad(425)$$

## [57]　特殊の鋭縁堰

**(1)　堰の上流水路幅漸縮せる場合**　第 503 圖に示すが如く堰長 $B$ が上流水路幅 $B_0$ より小にして而も幅は漸減して岸の水流が之に接觸して流れ、堰上面に於て殆んど端収縮の起らざる場合に對し G v. Wex (獨, 1888) は接近速度 $v_a$ の方向が溢流の方向と $\alpha$ なる角度を爲す時は有效接近水頭は $\frac{v_a^2}{2g}\cdot\cos\alpha$ に等しき事實に基き、圖の如き場合 $b_1$ 及び $b_2$ 部を流れ來る水流は先づ $EE'$ に於て $\varphi_1/2$ 又は $\varphi_2/2$ たけ方向を變じ、$FF'$ に於て更に $\varphi_1/2$ 又は $\varphi_2/2$ たけ轉向し、從て有效水頭は $v_a^2/2g\cdot\cos^2\varphi/2$ となり、尙, 全水流の平均水頭に對する影響は幅員の比 $b_1/B_0$ 又は $b_2/B_0$ に比例するものと考へ、種々の實驗を參照して次の式を與へて居る。

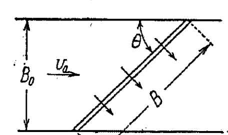


第 503 圖

$$Q=\frac{2}{3}C\sqrt{2g}\,BH_0^{\frac{3}{2}}\left[1+0.33\frac{B^2H_0^2}{B_0^2(H+H_d)^2}\left(\frac{5}{3}\frac{B}{B_0}+\frac{b_1}{B_0}\cos^2\frac{\varphi_1}{2}+\frac{b_2}{B_0}\cos^2\frac{\varphi_2}{2}\right)\right]\quad\ldots\quad(426)$$

茲に $C$ は端収縮なき場合の係數にして Bazin 公式 (380) の $\left(0.405+\frac{0.003}{H_0}\right)$, Frese 公式 (382) の $\left(0.410+\frac{0.0014}{H_0}\right)$ と同一のものである。

**(2)　斜堰**　第 504 圖の如く堰の方向が上流水路の流れの方向に對し $\theta$ なる角を爲す場合は、堰長 $B$ は水路幅 $B_0$ より大となり流量は $\theta=90°$ の場合より大となり、溢流水の方向は常に堰線に垂直である。



第 504 圖

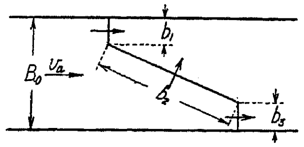
Wex は (1) の場合と同樣の考へ方に依り次式を與へて居る。

$$Q=1.82\,B\frac{H_0}{y_1-y_a}\left(y_1^{\frac{3}{2}}-y_a^{\frac{3}{2}}\right)\quad\ldots\quad(427)$$

茲に　$B=B_0\operatorname{cosec}\theta$,　$y_a=\frac{v_a^2}{2g}\sin^2\theta$,　$y_1=y_a+H_0+\frac{H_d}{H_0}\cdot\frac{1}{g}\cdot v_a^2\sin^2\theta$

但し第 504 圖及び後述の第 505 圖, 第 508 圖等の場合は溢流が岸を衝きて有害なるを以て特種の場合の外用ひられぬ。

**(3)　折線堰**　第 505 圖に示す如く水路に垂直なる部分と傾斜せる部分とより成る堰に對し流量の近似



第 505 圖

式として Wex は次式を與へた。

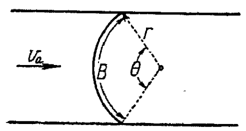
$$Q=[1.85(b_1+b_3)+1.77\,b_2]\left(H_0+\frac{v_a^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}} \quad \cdots \quad \cdots \quad (428)$$

**(4) 弧狀堰** (第 506 圖)　溢流頂が半徑 $r$, 中心角 $\theta$ を有する弧線なる場合に對する Wex の公式は

$$Q=1.77\,r\theta\left(H_0+\frac{v_a^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}}=1.77\,BH^{\frac{3}{2}} \quad \cdots \quad \cdots \quad (429)$$

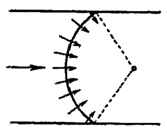
$\theta$ は弧度にして角度 $\theta^\circ$ を用ふれば

$$B=r\theta=r\cdot\frac{\theta^\circ}{180^\circ}$$



第 506 圖

凸狀弧の場合 (第 507 圖) は緣を超へて水流が集中する傾向あり、從て下流側の水脈の厚は普通の堰より多少大に，從て靜水壓も大なるを以て、$Q$ は同一長の普通堰よりも多少小である。凹狀の場合 (第 508 圖) は反對にして流量は少しく大となる。

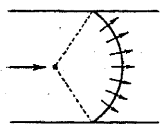


第 507 圖

**(5) 圓墻堰** (第 509 圖)　管內を上昇する水が其の頂緣より四方に溢流する場合に就き Cornell 大學 (米) に於て $D=2'', 4'', 6'', 9''\ 12''$ 等の鐵管を用ひて實驗し次式を得た。

$$H \lesseqgtr 0.107\,D^{1.03},\quad Q=5.36\,(DH)^{1.29}=1.23\,(BH)^{1.29} \quad \cdots \quad \cdots \quad (430)$$

$$H>0.107\,D^{1.03},\quad Q=3.48\,D^2H^{0.53} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (431)$$



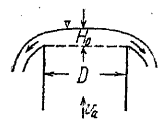
第 508 圖

但し $B=\pi D$ 卽ち溢流緣の長さ，單位は凡て meter である。

同樣の場合に對し F. Gourley (米) の實驗式は

$$Q=CBH^{1.42} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (432)$$

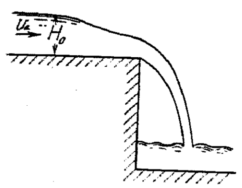
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $D$ cm $=$ | 18 | 25 | 35 | 50 | 65 |
| $C$ $=$ | 2.42 | 2.43 | 2.46 | 2.47 | 2.51 |



第 509 圖

**(6) 瀑 (Waterfall)**　瀑又は堰上流が堆砂に依て水路床が堰頂に達したる場合は $H_d=0$ にして堰の特殊なる場合である。

**1. 矩形瀑**　$B_0=B$ なる場合 Wex の公式は

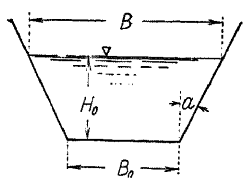


第 510 圖

$$Q=\frac{2}{3}CB\sqrt{2g}\left[(H_0+h_a)^{\frac{3}{2}}-h_a^{\frac{3}{2}}\right] \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (433)$$

$$h_a=\frac{v_a^2}{2g}=\frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{BH}\right)^2,\quad H_0+h_a=H$$

$$\frac{2}{3}C=0.42\sim0.57$$



第 511 圖

今　銳緣堰の流量を $Q_0$，[54] (2) の廣緣堰の流量を $Q_1$ とすれば瀑の流量 $Q$ は

$$Q=\left(2.78+\frac{0.021}{H}\right)BH^{\frac{3}{2}}\left[\frac{Q_1}{Q_0}\right] \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (434)$$

$\dfrac{Q_1}{Q_0}$ の値は [54] (2) の $\dfrac{Q}{Q_1}$ を用ふれば宜しい。



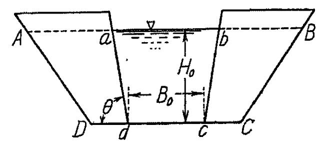
H. W. King (米, 1918) の公式は　$Q=2.77\,BH_0^{1.47}$　$\cdots$ $\cdots$ $\cdots$ $\cdots$ $\cdots$ (435)

**2. 梯形瀑** (第 511 圖)　底幅 $B_0$, 水面幅 $B$ とす。

Wex 公式,　$$Q=\left(2.78+\frac{0.021}{H_0}\right)(B_0+0.8\,H_0\tan\alpha)\,H_0^{\frac{3}{2}}\left(\frac{Q_1}{Q_0}\right) \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (436)$$

(434), (435), (436) 等の式を用ふる場合、$3H_0$ 以上，5 m 以下の上流に於て $H_0$ を測定する。これ瀑に於ては水路の流速大に摩擦損失も比較的大なるを以て餘り上流に於て測れば摩擦に依て失はるゝ水頭をも有効と看做す事となり、反對に近すぎれば落下前に於て速度に變じたる水頭を除外する事となるが故である。

**3. 梯形水路末端の狹搾瀑**　種々の場合に對する King の公式を擧ぐれば



第 512 圖

$A$…水路の斷面積，$a$…狹搾部の水流斷面積，$B_0$…狹搾部の底幅

i.　狹搾部矩形にして端收縮なき場合

$$Q=1.93\,B_0H_0^{1.47}\left(1+0.44\frac{a^2}{A^2}\right) \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (437)$$

ii.　同上，但し緣に丸味を付せず端收縮ある場合

$$Q=1.93\,B_0H_0^{1.47}(B_0-0.2H_0)\left(1+0.44\frac{a^2}{A^2}\right) \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (438)$$

iii.　狹搾部梯形にして端收縮なき場合

$$Q=1.93\,(B_0+0.8\,nH_0)\left(1+0.44\frac{a^2}{A^2}\right) \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (439)$$

iv.　同上，端收縮ある場合

$$Q=1.93\,(B_0+0.8nH_0-0.2H_0)\left(1+0.44\frac{a^2}{A^2}\right) \quad \cdots \quad \text{但し}\ n=\cot\theta \quad \cdots \quad \cdots \quad (440)$$

**3.** の場合に於ても $H_0$ の測定の位置は **2.** と同樣である。

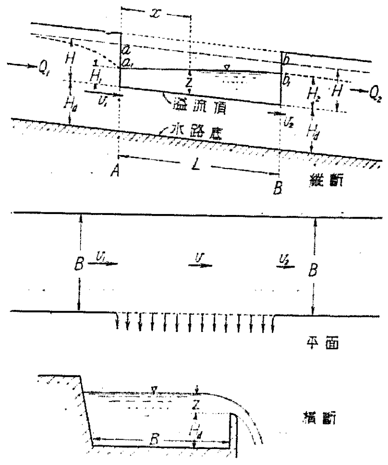
## [58] 橫溢流堰

水路又は河川の流量を減ずるため側壁又は堤防に溢流部を設けて溢流せしむる場合之を**橫溢流堰** (Side weir) と名づけ、溢流部斷面が堤防の如く扁平なる場合**水越堤** (Deversoir) と稱する。何れも水理上の性質は同一にして溢流量の係數が異るのみである。

**(1) 近似解法**　水路の一側に於て $AB$ 間に、等速流水面及び水路床に平行なる頂を有する溢流堰を有する場合を考へ (第 513 圖)

| | 流　量 | 平均流速 | 水　深 | 溢流水頭 |
|---|---|---|---|---|
| 水路斷面 $A$ | $Q_1$ | $v_1$ | $H_1+H_d$ | $H_1$ |
| ,, ,, $B$ | $Q_2$ | $v_2$ | $H_2+H_d$ | $H_2$ |

今 $AB$ 間に於て $Q_1-Q_2=Q$ たけを溢流せしむるものとすれば $B$ 以下の水路に於て $Q_2$ を等速流にて流す爲に必要なる水深 $H_2+H_d$ を知る。然るに Bernoulli の定理に依り $A$ 及び $B$ に於ける水路中の流水の全水頭は相等しく　$H_1+\dfrac{v_1^2}{2g}=H_2+\dfrac{v_2^2}{2g}$,　$\therefore\ H_1=H_2+\dfrac{v_2^2-v_1^2}{2g}$




第 513 圖

然るに $v_2$, $H_2$ は既知なるを以て $v_1$ を假定して $H_1$ を求め下記の (441) 式に依て溢流量 $Q$ を算出し、之れを $Q_1-Q_2$ に比較して $v_1$ を補正し $Q\fallingdotseq Q_1-Q_2$ となる場合の $H_1$ を求むる。次に $AB$ 間の水面を直線と假定し $x$ 點の水頭を求むれば (第 514 圖)、

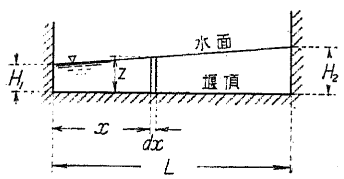
$$z=H_1+\frac{(H_2-H_1)}{L}x$$

故に幅 $dx$ 間の溢流量は

$$dq=\frac{2}{3}C\sqrt{2g}\left(H_1+\frac{H_2-H_1}{L}x\right)^{\frac{3}{2}}dx$$

$x=0$ より $x=L$ 迄積分して全溢流量は

$$Q=\frac{2}{3}CL\sqrt{2g}\,\frac{2}{5}\cdot\frac{H_2^{\frac{5}{2}}-H_1^{\frac{5}{2}}}{H_2-H_1}\quad\cdots\quad\cdots\quad(441)$$




第 514 圖

若し水路幅 $B$ 不變なる時は溢流のため $A$ 斷面以下の水路幅が急に增大したると同樣の結果を生じ、$A$に於て水面は $aa_1$ たけ低下し (第 513 圖) 流速を增大し、其下流に於ては水路流量從て流速の減少のため水深は減少するより寧ろ第 513 圖の如く下流に增大し從て $H_1<H_2$ の場合が多い。

横溢流の場合水路流速は溢流と垂直なるを以て接近流速水頭を無視し、係數は普通溢流堰の同一形狀の場合を用ひ

銳緣堰 $\frac{2}{3}C\sqrt{2g}\fallingdotseq1.9\sim2.0$

壔面頂 ,, $\fallingdotseq2.2\sim2.4$

水越堤 ,, $\fallingdotseq1.8\sim2.2$

(2) **Engels (獨, 1920) の實驗式** 氏は $H_1$ の決定に試算を要するの不便を除くため實驗水路に於て種々の場合の試驗を行ひたる結果、下流端水頭 $H_2$ のみを以て $Q$ を表はして居る。

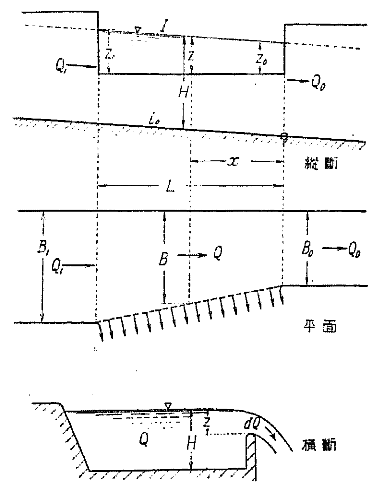
$$Q=\frac{2}{3}C\sqrt{2g}(L^{\frac{5}{2}}H_2^5)^{\frac{1}{3}}=\frac{2}{3}C\sqrt{2g}\,L^{\frac{5}{6}}H_2^{\frac{5}{3}}\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(442)$$

$C$ は $L$, $H_2$, $H_d$, $B$ 等に依て異るも平均値は $\frac{2}{3}C\sqrt{2g}=2.2$ となる。$Q$ を $H_2$ のみにて表はす事は無理なるを以て、$C$ には場合に依り相當大なる差異がある。

(1) 及び (2) の方法は水路內の摩擦損失を無視せるため溢流長の大なる場合には適しない。

(3) **溢流頂水平なる場合** (N.M.) 稍廣き斷面の水路に於て横溢流を設け其の部分に於て幅






第 515 圖

員 $B$ を下流に狹め、一の斷面の幅員は略其の流量に比例する如くし溢流頂を水平ならしむる時は、各斷面の水深 $H$ 及び水路の水面勾配は略等しく溢流深は下流に漸減する。今 Forchheimer の方法に倣ひ溢流部下端より上流に $x$ なる距離の斷面に於て、勾配及び水路の流量は

$$I=\frac{dz}{dx},\quad Q=CBH\cdot\sqrt{H\frac{dz}{dx}}$$

$$\therefore\quad Q^2=C^2B^2H^3\frac{dz}{dx}\quad\cdots\quad\cdots\quad(\mathrm{i})$$

$dx$ に相當する溢流量は、$z$ を水頭として

$$dQ=\frac{2}{3}\mu\sqrt{2g}\,z^{\frac{3}{2}}dx=Cz^{\frac{3}{2}}dx,\ \ldots\ C\fallingdotseq2.0\ \cdots\ (\mathrm{ii})$$

今水路の幅を流量に比例する如く定むれば

$$\frac{Q}{B}=\frac{Q_0}{B_0}=\text{const.}$$

∴ (i) より $\frac{dz}{dx}=\frac{Q_0^2}{C^2B_0^2H^3}$, 0 より $x$ 迄積分して

$$z=z_0+\frac{Q_0^2}{C^2B_0^2H^3}x\quad\cdots\quad\cdots\quad(\mathrm{iii})$$

之を (ii) 代用すれば

$$dQ=Cz^{1.5}dx=C\left(z_0+\frac{Q_0^2}{C^2B_0^2H^3}x\right)^{1.5}dx$$

上式を $0-L$ の間積分すれば總溢流量を得、但し $Q_1$ は溢流部上流端の水路流量。

$$\int_{x=0}^{x=L}dQ=Q_1-Q_0=\frac{2}{5}C\frac{C^2B_0^2H^3}{Q_0^2}\left[\left(z_0+\frac{Q_0^2}{C^2B_0^2H^3}L\right)^{2.5}-z_0^{2.5}\right]\quad\cdots\quad(443)$$

溢流下端以下は等速流にして $Q_0$, 斷面形及び水面勾配を與へらるれば $B_0$ 及び $H$ を知り、$H$ は此場合上下流共同一なるを以て (443) 式により、水路の流量を $Q_1$ より $Q_0$ に低減する爲に必要なる溢流長 $L$ を求め得る。

**[例 15]** $Q_1=30\ \mathrm{m^3/sec}$, $Q_0=16\ \mathrm{m^3/sec}$, $B_0=10\ \mathrm{m}$, $z_0=0.1\ \mathrm{m}$, $H=2.0\ \mathrm{m}$, $C=40$

$$\therefore\quad\frac{Q_0^2}{C^2B_0^2H^3}=\frac{16^2}{40^2\cdot10^2\cdot2^3}=2\cdot10^{-4}$$ 依て (443) 式より

$$30-16=2\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{10^4}{2}\left[(0.1+2\cdot10^{-4}L)^{2.5}-0.1^{2.5}\right]$$

$$\therefore\quad(0.1+2\cdot10^{-4}\cdot L)=\left(\frac{14\cdot10^{-3}}{4}+0.1^{2.5}\right)^{\frac{2}{5}}=0.135$$

$$\therefore \quad L=175\,\mathrm{m},\quad z_1=z_0+2\cdot10^{-4}\cdot175=0.135\,\mathrm{m}$$

$$I=\frac{0.135-0.100}{175}=1:5000$$

Forchheimer (1917) が自案の流速公式 $v=CH^{0.7}I^{0.5}$ を用ひて求めたる (443) 式に相當する式は

$$\frac{1}{C}\left(\frac{C^2B_0{}^2H^{3.4}}{Q_0{}^2}\right)^{1.5}(Q_1-Q_0)=\frac{2}{5}\left[\left(\frac{C^2B_0{}^2H^{3.4}z_0}{Q_0{}^2}+L\right)^{2.5}-\left(\frac{C^2B_0{}^2H^{3.4}z_0}{Q_0{}^2}\right)^{2.5}\right]\quad\cdots\quad(444)$$

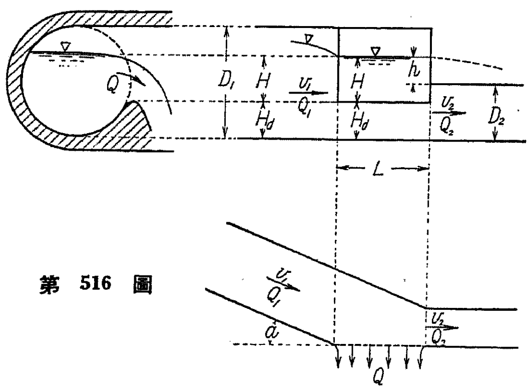
**例 15** の數字を用ひ $H=2.16\,\mathrm{m}$ とせる氏の計算に於ては

$$L=196\,\mathrm{m},\quad z_1=z_0+0.024=0.124\,\mathrm{m},\quad I=\frac{0.024}{196}=1:8167$$

$I$ が前後の水面勾配より急なる時は $z_0$ を僅かに小にして更に計算し、反對に緩ならば $z_0$ を少しく大にして計算し、$I$ を略前後の水面勾配に一致せしむるを可とす、從て數回の試算を要し Forchheimer 法は多くの手數を要する。

大河川の溢流堤の如く相當大なる長さを要する場合は溢流頂の勾配を前後の水面勾配卽ち堤防天端勾配に一致せしむるを利とし、此場合 $z$ は一定にして $Q_1-Q_0$ を溢流するに足るたけの長さを用ひ河川の幅員は各斷面の流量に比例せしむる。

**(4) 下水管の溢流堰**　普通の下水管路に於て大雨の際全流量を流すには大管を要するを以て適當なる場所に於て上層の水を溢流せしめ其下流に小管を用ふ。此場合溢流部の下流端に於て水面は小管の頂以上となり、小管内の流れは壓力流となる。而して大管と小管とは斜に連結する場合もある。



**第 516 圖**

下水管の場合は $H$ 割合に大に $L$ 割合に小なるを以て $H$ は $L$ の間同一なりと假定する。

$$Q_1=Q_2+Q$$

$$H=D_2+h-H_d$$

接近流速水頭　$h_a=\dfrac{(v_1\sin\alpha)^2}{2g}$

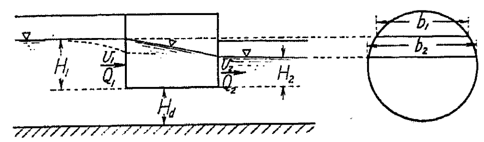
今溢流量 $Q$ に對し必要なる堰長 $L$ を求むるに

單位長の溢流量　$q=1.80[(H+h_a)^{\frac{3}{2}}-h_a{}^{\frac{3}{2}}]$

$$\therefore \quad L=\frac{Q}{q}\fallingdotseq\frac{Q}{1.8\,H^{\frac{3}{2}}}\quad\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (445)$$

圓形下水管の場合に對する Parmley (英) の方法は、先づ前後の管路を等速流にて流るゝものと假定して所要水深 $H_d+H_1$ 及び $H_d+H_2$ を定め、之より $H_1$ 及び $H_2$ を知り、次に $H_1$





**第 517 圖**

及び $H_2$ に相當する溢流量の平均 $Q_m$ を以て $\frac{1}{2}(b_1+b_2)\cdot(H_1-H_2)L$ なる水量を溢流せしむるに必要なる時間 $t$ を出し、此 $t$ 間に $\frac{1}{2}(v_1+v_2)$ なる流速を以て流過する距離 $L$ を求め、更に近似法に依て式を單化し

$$L=\frac{b_1+b_2}{1.80}\left(\frac{1}{\sqrt{H_2}}-\frac{1}{\sqrt{H_1}}\right)\cdot\frac{1}{2}(v_1+v_2)\quad\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (446)$$

次に $L$ 間を通じ $\frac{1}{2}(H_1+H_2)$ なる水頭にて溢流するものとすれば

$$Q=\frac{2}{3}C\sqrt{2g}\,L\left(\frac{H_1+H_2}{2}\right)^{\frac{3}{2}},\qquad \frac{2}{3}C\sqrt{2g}\fallingdotseq1.80\quad\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (447)$$