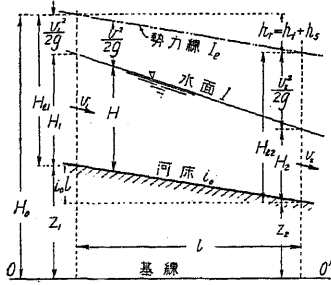


第九章 勢力線, 衝力線及び射流

[41] 勢力線及び衝力線

(1) 勢力線 (Energy line, Energy gradient) 自由水面を有する等断面水路の接近せる二断面 O, O' に於て凡ての變化を直線的なりと假定し、その區間の水頭損失を h_r として Bernoulli 定理を適用すれば O に於ける全水頭 H_0 は



第 332 圖

然るに $z_1 - z_2 = i_0 l, h_r = I_e l$
 $\therefore H_1 + \frac{v_1^2}{2g} = H_2 + \frac{v_2^2}{2g} + l(I_e - i_0) \dots \dots (296)$

$$H_0 = z_1 + H_1 + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + H_2 + \frac{v_2^2}{2g} + h_r$$

或は $H_{01} = H_{02} + h_r - i_0 l, h_r = h_f + h_s$

任意の断面に於ける水深+流速水頭 即ち $H + \frac{v^2}{2g} = H_e \dots \dots (297)$

を勢力水頭 (Energy head) と言ひ流水の單位重量の全勢力であり、其上端を連結する線を勢力線又は勢力水頭線 (Energy line) と稱する。

損失水頭 h_r は l 間の摩擦抵抗に因る損失 h_f と水深、流速等の變化に伴ふ損失 h_s との和なるが、 h_r は l 間の断面積、潤邊及び勾配の平均値 A_m, S_m, I_m を以て l 間を等速状態にて流るゝ場合と大差なく、從て徑深を R_m とすれば

$$v_m = CR_m^m I_m^{0.5} = CR_m^m \left(\frac{h_f}{l}\right)^{0.5} \therefore h_f = \frac{v_m^2}{C^2 R_m^{2m}} \cdot l = \frac{Q^2 S_m^{2m} \cdot l}{C^2 A_m^{2+2m}} \dots \dots (298)$$

h_s は [31] 及び [32] に依り水深の増減及びその緩急に依るも一般に

$$h_s = f \frac{v_1^2}{2g}, f = f_0 \quad \text{水深下流に急増の場合 (210) 式}$$

$$f = f_{00} \quad \text{,, ,, 漸増 ,, (227) 式}$$

$$h_s = f \frac{v_2^2}{2g}, f = f_0 \quad \text{水深下流に急縮の場合 (216) 式}$$

$$= f_{00} = 0 \quad \text{,, ,, 漸縮 ,, (223) 式}$$

若し $v_1 = v_2 = \text{const.}$ 即ち等速流の場合は $H = \text{const.}$ にして

$$h_s = 0 \quad \therefore I_e = \frac{h_f}{l} = i_0 = I$$

即ち勢力線は河床及び水面線に平行である。一般に

$$I_e = \frac{h_f + h_s}{l} = \frac{Q^2 S_m^{2m}}{C^2 A_m^{2+2m}} + \frac{h_s}{l} \dots \dots (299)$$

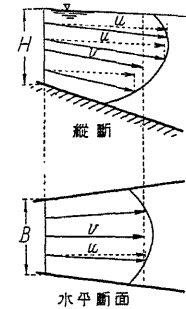
$$m = \frac{2}{3} \dots \text{Manning 流速公式, } m = 0.7 \dots \text{Eorchheimer 公式}$$

短區間に断面從て流速が急に變ずる場合は h_s に比して h_f 微小なるを以て之を無視し

$$I_e \doteq \frac{h_s}{l}$$

一の断面に於ては水面は略同高なるも河床は必ずしも然らず、此場合は水流の平均方向に平行にして最大水深を有する底線より水深を計る。尙全断面を一括して上記の諸式を適用する場合には各點の流速及び方向相同じからざるを以て微小面積 dA に分ち其等の流速の、水面に於ける平均方向に平行なる分速度 u に相當する流速水頭 $u^2/2g$ の平均を用ひねばならぬ。即ち

$$h_s = \frac{v^2}{2g} = \frac{1}{A} \int \frac{u^2}{2g} dA = \frac{v^2}{2g} \int \left(\frac{u}{v}\right)^2 \frac{dA}{A} = a \frac{v^2}{2g} \dots \dots (300)$$



第 333 圖

茲に $a = \frac{1}{A} \int \left(\frac{u}{v}\right)^2 dA$

Boussinesq—Bazin の流速分布曲線を用ひ a を計算すれば

水深に對し幅極めて大なる水路 $a = 1.085$

半圓形断面 $a = 1.138$

普通の水路は之等の中間なるを以て $a \doteq 1.11$ 或は $\frac{10}{9}$

然し限界水深は $a^{\frac{1}{2}}$ に比例するを以て實用上は $a = 1$ として差支ない。

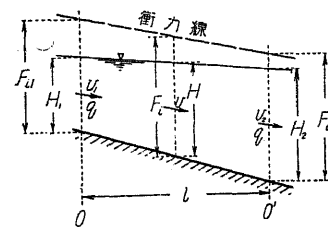
Coriolis (伊) は單位時間に流過する水の動勢力を用ひ

$$h_r = \frac{v^2}{2g} = \frac{1}{Q} \int \frac{u^2}{2g} dQ = \frac{v^2}{2g} \int \left(\frac{u}{v}\right)^2 \frac{dA}{A}$$

として計算せるも Bernoulli 定理の水頭は單位重量の勢力を意味するを以て (300) 式が適當である、然し a の値には兩者殆んど差がない。

(2) 衝力線 (Impulse line) (1) の場合と同様水流の單位幅に於て接近せる二断面の各々を單位時間に流過する水 (q_1, q_2) の有する運動量 (Momentum) は mass · velocity 即ち $\frac{w_0}{g} q v_1$

及び $\frac{w_0}{g} q v_2$ にして、その差は兩断面に作用する靜水壓の差に等しきを以て

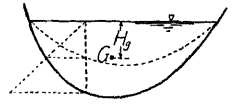


第 334 圖

$$\frac{w_0 q}{g} v_1 - \frac{w_0 q}{g} v_2 = w_0 \frac{H_1^2}{2} - w_0 \frac{H_2^2}{2}$$

$$\therefore \frac{q}{g} v_1 + \frac{H_1^2}{2} = \frac{q}{g} v_2 + \frac{H_2^2}{2} = \frac{q}{g} v + \frac{H^2}{2} = F_i \quad \text{と置く}$$

$$\therefore F_i = \frac{q}{g} v + \frac{H^2}{2} = \frac{q^2}{gH} + \frac{H^2}{2} \dots \dots (301)$$



第 335 圖

任意の断面形に於ては全断面を考へその面積 A_1 及び A_2 の平均流速 v_1, v_2 と、作用する全水圧 P_1, P_2 を用ひ

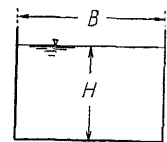
$$\frac{w_0 Q}{g} v_1 - \frac{w_0 Q}{g} v_2 = P_2 - P_1 = w_0 H_{g2} A_2 - w_0 H_{g1} A_1 \quad \dots (302)$$

H_{g1} 及び H_{g2} は各断面に於ける重心点 G の水深である。

即ち F_i は各断面に作用する静水圧と動水圧との和を単位重量にて除したるものにして、全壓力を代表する量を河床上の高さに依て表はしたるものであり、デメーションは $[L]^2$ である。

各断面に於ける F_i の上端の軌跡を衝力線 (Impulse line) と言ふ。

(3) 限界水深 (Critical depth), 限界流速 (Critical velocity) 並に水流の二状態 勢力線に依れば $H_c = H + v^2/2g$ にして同一の Q を流す場合 H の變化に依て H_c も異なる。矩形水路に於て



第 336 圖

$$v = \frac{Q}{BH} \quad \therefore H_c = H + \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{BH} \right)^2 = H + \frac{c}{H^2} \quad \dots (303)$$

$$\therefore H^3 - H_c H^2 + c = 0, \quad c = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{B} \right)^2 \quad \dots (304)$$

衝力線に依れば (301) 式より

$$H^3 - 2F_i H + c = 0, \quad c = \frac{2}{g} \left(\frac{Q}{B} \right)^2 \quad \dots (305)$$

此二式は異なるを以て同値の H_c 及び F_i に對する水深 H は同一ならず、而て何れも三次式の正根にして、與へられたる H_c 又は F_i に對し H は二つの實數値 (Real roots) を有する。從てその中間に於て H_c 又は F_i を極大又は極小ならしむる水深 H_c が存在すべく

$$(303) \text{ 式より } \frac{dH_c}{dH} = 1 - \frac{2c}{H^3} = 0 \quad \therefore H_c = (2c)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{Q^2}{B^2 g} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \dots (306)$$

然るに $\frac{d^2 H_c}{dH^2} = +6cH^{-4}$ にして正值なるを以て H_c は H_c を極小ならしむる水深にして之を限界水深と言ふ。

(306) 式に依り $H > H_c$, $\frac{2c}{H^3} < 1$ ならば H_c は H に伴ふて増し、

$H < H_c$, $\frac{2c}{H^3} > 1$ ならば H_c は H の増すに従て減する。

即ち常流 (Ordinary flow) に於ては H_c は H に伴ふて増し、射流 (Jet flow) に於ては H_c は H の増すに従て減する。

一般に限界水深 H_c に對する平均流速を限界流速 v_c ...[19] (3) の Critical velocity とは異なる...と云ひ、其の場合の断面積を A_c とすれば $v_c = Q/A_c$ 、矩形断面に於ては $v_c = q/H_c$ である。

然るに (303) 及び (306) 式に依り

$$c = \frac{1}{2} H_c^3 \quad \therefore H_{cc} = H_c + \frac{c}{H_c^2} = H_c + \frac{H_c}{2} \quad \therefore H_{cc} = 1.5 H_c \quad \dots (307)$$

即ち矩形水路に於ては一の Q に對し最小勢力水頭 H_{cc} は限界水深の 1.5 倍である。尚 (307)

$$\text{式より } H_{cc} = \frac{3}{2} H_c = H_c + \frac{v_c^2}{2g} \quad \therefore v_c = \sqrt{g H_c} \quad \dots (308)$$

一般に一の Q に對し水深が H_c 以下なる水流即ち射流は、障碍物に會へば急激に水深を増大して H_c を超ゆる性質を有し $H < H_c$ の場合は常流に比して不安定の状態にある。依て射流の場合に對し H' 及び v' を用ふれば

$$H > H_c \text{ 即ち } v < v_c \text{ 或は } \frac{C^2 I}{g} < 1, \text{ 常流; } H' < H_c \text{ 即ち } v' > v_c \text{ 或は } \frac{C^2 I}{g} > 1, \text{ 射流}$$

茲に C は流速公式の係數即ち $v = C\sqrt{HI}$

而て H 及び H' は (304) 式の二の實根に相當するものである。水深一様ならざる廣き水路に於ては一断面に於ても H 及び v 異なるを以て H_c, v_c と同一でない。

次に衝力線を用ひ (301) 式に依て F_i の極小値を求むれば

$$\frac{dF_i}{dH} = -\frac{q^2}{gH^2} + H = 0 \quad \therefore H_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{Q^2}{B^2 g} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \dots (309)$$

即ち限界水深從て限界流速は勢力線の場合と同一なるが、他の水深に於ては F_i と H との関係は H_c と H との関係と異なるを以て、急變水面の形は勢力線と衝力線とに依て多少異り、前者は Bernoulli 定理の應用にして利用の範圍廣く、且つ勢力損失を考慮せる (314) 式...[42] (2) ...の f を適當に選定すれば實際の現象に近き結果を得る。但し射流が急に常流に變る場合に於ては断面急増...[31] (1)...の現象に近似するを以て後者の方實際に近き結果を與ふる。

[42] 常流水深と射流水深との關係 (N.M.)

(1) 常流及び射流の水深 (297) 又は (301) 式より二種の水深を求むるには種々の方法あるも、計算を簡單ならしむるには先づ何れか一方を試算法に依て近似的に求め之を Y とする。

1. 勢力線に依る場合

$H = Y + \epsilon$ と置き $H^3 - aH^2 + d = 0$ に代入して高次小値を棄つれば、但し

$$a = H_c, \quad d = c = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{B} \right)^2, \\ \epsilon(3Y^2 - 2aY) + Y^3 - aY^2 + c = 0 \quad \therefore \epsilon = \frac{Y^3 - aY^2 + c}{Y(2a - 3Y)} \quad \dots (310)$$

故に H の一方の値は $H_1 = Y + \epsilon$ 依て H の他の値 H_2 を求むるに

$$H_2 = \frac{1}{2} (a - H_1) + \frac{1}{2} \sqrt{(a - H_1)^2 + 4(a - H_1)H_1} \\ = \frac{1}{2} (H_c - H_1) + \frac{1}{2} \sqrt{(H_c - H_1)^2 + 4(H_c - H_1)H_1} \quad \dots (311)$$

2. 衝力線に依る場合 $H^3 - a'H + c' = 0$ 茲に $a' = 2F_i, c' = 4c$

$H_1 = Y + \epsilon$ と置きて ϵ を求めれば $\epsilon = \frac{Y^3 - a'Y + c'}{a' - 3Y^2}$... (312)

H の他の値 H_2 は

$H_2 = -\frac{H_1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{H_1^2 + 4(a' - H_1^2)} = -\frac{H_1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{H_1^2 + 4(2F_i - H_1^2)}$... (313)

(2) 急變に因る勢力損失を考慮する場合の水深 急變の場合は必ず多少の勢力損失を伴ひ衝力線に於ては最初より之を含みたるものなるも、勢力線に於ては (297) 式に勢力損失を表はす項 $f\frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$ を加ふる。

依て矩形水路に於て射流水深 H_1 と常流水深 H_2 との関係を種々の f に對して求めるに

$H_e = H_1 + \frac{v_1^2}{2g} = H_2 + \frac{v_2^2}{2g} + f\frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$... (314)

$1 > f > 0, Q = BH_1v_1 = BH_2v_2$

$\therefore H_2^3 - H_eH_2^2 + (H_e - H_1)H_1^2 + f(H_e - H_1)(H_2 - H_1)^2 = 0$

1. $f = 0$ $H_2^3 - H_eH_2^2 + (H_e - H_1)H_1^2 = 0$... (315)

2. $f = \frac{1}{3}$ $H_2^3 - (\frac{2}{3}H_e + \frac{1}{3}H_1)H_2^2 - \frac{1}{3}(H_e - H_1)H_1H_2 + \frac{4}{3}(H_e - H_1)H_1^2 = 0$... (316)

3. $f = \frac{1}{2}$ $H_2^3 - \frac{1}{2}(H_e + H_1)H_2^2 - (H_e - H_1)H_1H_2 + \frac{3}{2}(H_e - H_1)H_1^2 = 0$... (317)

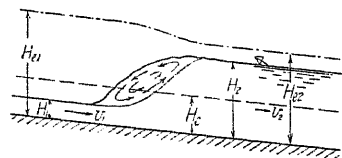
4. $f = 1$ $H_2^3 - H_eH_2^2 + (H_e - H_1)H_1^2 + (H_e - H_1)(H_2 - H_1)^2 = 0$

或は $H_2 = \sqrt{2H_1(H_e - H_1)}$... (318)

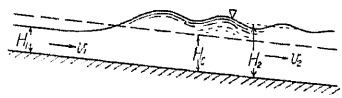
依て $Q = 50 \text{ m}^3/\text{sec}$, $B = 10 \text{ m}$, $q = 5 \text{ m}^3/\text{sec}/\text{m}$ なる矩形水路に於て H_1 と H_2 との関係を勢力論並に衝力論に依て求めれば第 347 圖...[44] (1)...に示すが如く後者に據る曲線は前者の $f = 0$ と $f = 1$ との場合の中間に位する。但し q は單位幅の流量である。

次に前場合に於て H_e 及び F_i の種々の値に對し、勢力論...[41] (1) の (297) 式...並に衝力論...[41] (2) の (301) 式...に依て二種の水深を求めれば第 346 圖...[44] (1)...に示すが如く兩論の結果は稍著しき差を示すが、從來の實驗に依れば勢力損失は管水流の場合の断面急増に相當し f は普通 $1/2$ 以下なるを以て兩者の結果は性質的には殆んど一致する。

水流が急に水深を増大して射流より常流に變ずる現象を跳水 (Hydraulic jump) と稱し、常流水深 (H_2)/射流水深 (H_1) が大なる場合は急斜面を成して一氣に昇り斜面部には大なる渦動を生ずるも (第 338 圖), H_2/H_1 が大ならざる場合は跳水と共に定常波 (Standing wave) を生じ、渦



第 338 圖



第 339 圖

[註] 表面渦の水平方向の長さ l は J. Einwachter (洪, 1932) の實驗によれば $l = a(H_2 - H_1)$, $a = 4.0 \sim 6.4$ 平均 5.5 位である。

動は最初の波の前面に僅かに生ずる程度である (第 339 圖)。

[43] 種々の断面に對する限界水深及び限界流速 (N.M.)

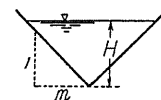
[41] (3) に述べたる如く限界水深及び限界流速は勢力線, 衝力線の何れに據るも同一値を得る。而て前者による場合、與へられたる Q に對し H_e を極小ならしむる條件を (306) 式より求めたるが、逆に一定の H_e に對し最大の Q を流す如き水深 H_e を求めるも同一の水深を得るを以て、複雑なる断面形の場合に應用すれば著しく簡單である。

(1) 矩形断面 $Q = A \cdot v$ 然るに (297) 式に依り $H_e = H + \frac{v^2}{2g}$

$\therefore Q = A\sqrt{2g(H_e - H)} = BH\sqrt{2g(H_e - H)}$

$\therefore \frac{dQ}{dH} = B\sqrt{2g(H_e - H)} + BH \cdot \frac{1}{2}[2g(H_e - H)]^{-\frac{1}{2}}(-2g), \frac{dQ}{dH} = 0$ より

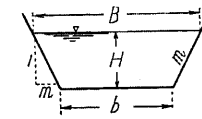
$B \cdot 2g(H_e - H_e) - gBH_e = 0 \therefore H_e = \frac{2}{3}H_e, v_e = \sqrt{gH_e}$... (319)



第 340 圖

(2) 三角形水路 $A = mH^2, Q = mH^2\sqrt{2g(H_e - H)}$

$\frac{dQ}{dH} = 0$ より $H_e = \frac{4}{5}H_e, v_e = \sqrt{\frac{1}{2}gH_e}$... (320)



第 341 圖

(3) 梯形断面 $Q = Av = (bH + mH^2)\sqrt{2g(H_e - H)}$

$\frac{dQ}{dH} = (b + 2mH)\sqrt{2g(H_e - H)} - g(bH + mH^2)[2g(H_e - H)]^{-\frac{1}{2}}$

$\frac{dQ}{dH} = 0 \therefore H_e^2 - (\frac{4}{5}H_e - \frac{3b}{5m})H_e - \frac{2b}{5m}H_e = 0$

$\therefore H_e = +\frac{2}{5}\left[H_e - \frac{3b}{4m} + \sqrt{H_e^2 + \frac{b}{m}H_e + \frac{9b^2}{16m^2}}\right]$... (321)

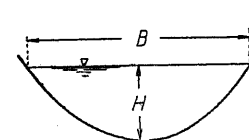
又は $\frac{H_e}{H_e} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \frac{mH_e}{b + 2mH_e}$... (322)

m 小なる時は右邊に $H_e = \frac{2}{3}H_e$ と置きて H_e/H_e の近似値を得、更に之を用ひて一層精確なる値を得る。 m 大に b 小なる時は

$\frac{H_e}{H_e} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$... (323)

第 344 圖に種々の b/m に對する H_e と H_e との関係を曲線を以て示す。

(4) 拋物線断面 方程式 $B = aH^{\frac{1}{2}}, A = \frac{2}{3}BH = \frac{2}{3}aH^{\frac{3}{2}}$



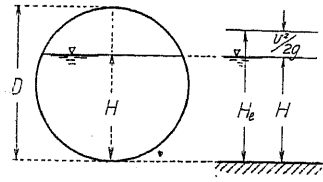
第 342 圖

$Q = Av = \frac{2}{3}aH^{\frac{3}{2}}\sqrt{2g(H_e - H)}$

$\frac{dQ}{dH} = aH^{\frac{1}{2}}\sqrt{2g(H_e - H)} - \frac{2}{3}aH^{\frac{3}{2}} \cdot g[2g(H_e - H)]^{-\frac{1}{2}}$

$\frac{dQ}{dH} = 0 \therefore H_e = \frac{3}{4}H_e, \therefore v_e = \sqrt{\frac{2}{3}gH_e}$... (324)

(5) 圓形断面



第 343 圖

最大水深 = D (直径) H
 断面積 = A a
 $A = \frac{\pi}{4} D^2$, $a = \frac{D^2}{4} \cos^{-1} \frac{D-2H}{D} - \frac{D-2H}{2} \sqrt{DH-H^2}$... (325)

$H_c = H + \frac{1}{2g} \frac{Q^2}{a^2}$ $\therefore Q = a\sqrt{2g(H_c-H)}$... (326)

$\frac{dQ}{dH} = \frac{da}{dH} [2g(H_c-H)]^{\frac{1}{2}} - g a [2g(H_c-H)]^{-\frac{1}{2}}$
 $\frac{dQ}{dH} = 0 \therefore (H_c-H) \left(\frac{da}{dH}\right)_c - \frac{a}{2} = 0 \therefore a = 2(H_c-H) \left(\frac{da}{dH}\right)_c$... (327)

(325) 式より $\left(\frac{da}{dH}\right)_c = \frac{1}{4\sqrt{DH_c-H_c^2}} [D^2 + 4(DH_c-H_c^2) - (D-2H_c)^2] = 2\sqrt{DH_c-H_c^2}$

之を (326) 式に代入して

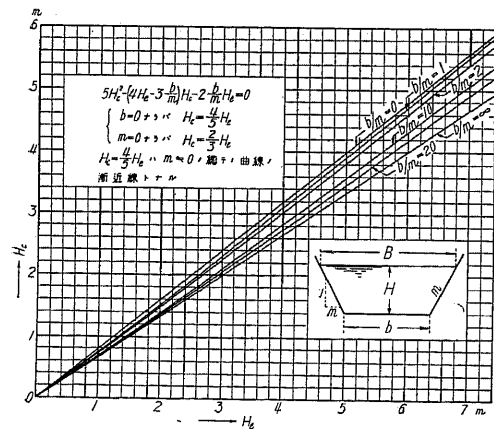
$H_c = H_c + \frac{a}{4\sqrt{DH_c-H_c^2}}$... (328)

依て $a = a_c \frac{\pi}{4} D^2$, $x = \frac{H_c}{D}$ と置けば

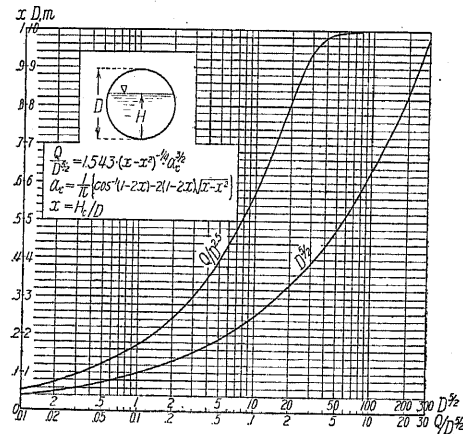
$a_c = \frac{1}{\pi} [\cos^{-1}(1-2x) - 2(1-2x)\sqrt{x-x^2}]$
 $\frac{H_c}{H_c} = 1 + \frac{\pi}{16} \frac{1}{x} (x-x^2)^{-\frac{1}{2}} a_c$... (329)

且つ $\frac{Q}{D^{2.5}} = 1.543(x-x^2)^{-\frac{1}{4}} \cdot a_c^{\frac{3}{2}}$... (330)

(330) 式に依り D と $D^{2.5}$, $Q/D^{2.5}$ と $x = H_c/D$ との関係を計算し曲線を以て示せば第 345 圖の如し。



第 344 圖 (N.M.)



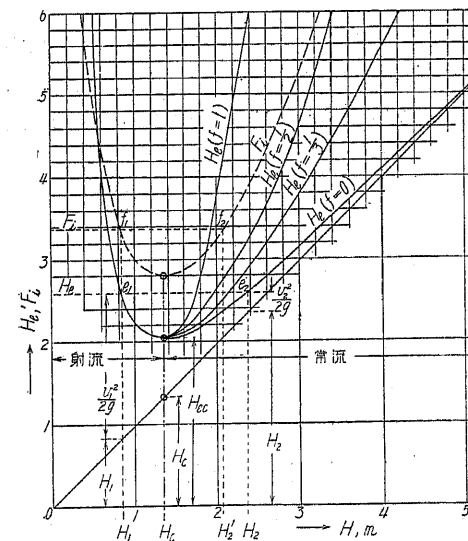
第 345 圖 (N.M.)

[44] 勢力線及び衝力線の應用 (N.M.)

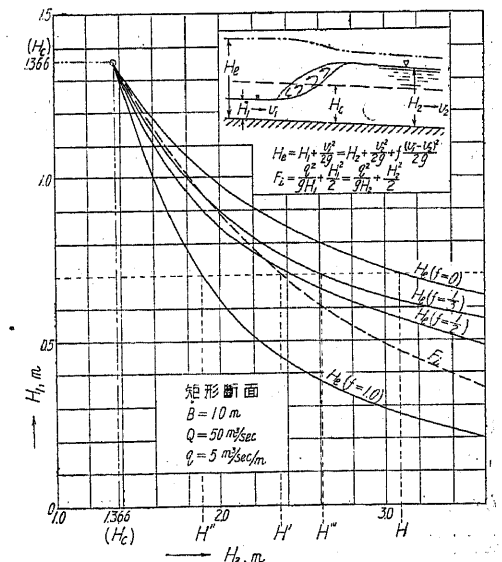
勢力線及び衝力線は何等かの原因に由り水流が他の状態に變ずる時、原水流に依り變化後の状態を算定する場合に廣く應用され I_c , I_i 等は不等速流に於て、等速流の水面勾配と同一の役割を爲すものである。次に例として矩形水路に於ける二三の場合を擧ぐる。一般に水深の變化甚しき水流に於ては流速係數 C が水深に依て變ぜざる流速公式例へば Forchheimer, Manning 式等を用ふるを可とする。

(1) 矩形水路に於ける状態變化 射流状態に在り Q なる流量の水流が障害物に遭遇するか又は河幅の急減に依り水深が限界水深以上となり常流に變ずる場合、原水深 H_1 を與へられて變化直後の水深 H_2 を求むるには、先づ第 346 圖の如き H_c 又は $H_c + h_s$ 或は F_i と水深 H との關係を表はす曲線を作成し、勢力線に依る場合は水平軸上の水深 H_1 に相當する H_c を H_c -曲線上に求め (e_1)、之と同一の H_c を有する他の點 (e_2) に相等する水深 H_2 を求むれば是即ち同一流量を流す常流の水深である。衝力線に依る時は H_1 に相等する F_i より同様に常流水深 H_2' を得る。

今 [42] (2) に擧げたる例即ち第 346 圖の場合に對し上流即ち射流水深 H_1 と下流即ち常流水深 H_2 との關係を示せば第 347 圖の如く、 H は勢力線、 H' は衝力線、 H'' は $h_s = \frac{(v_1-v_2)^2}{2g}$ たけの損失ある場合の勢力線、 H''' は $\frac{1}{3}h_s$ の損失ある場合の勢力線に依て求めたる常流水深 H_2 である。

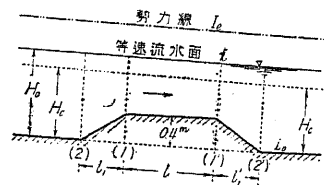


第 346 圖



第 347 圖

(2) 常流状態の等速定流に於て河床に突起せる障碍物ある場合 水面の形を算定する方法を



第 348 圖

説明する爲に次の如き幅大なる矩形水路の例を取る。

$$Q = 50 \text{ m}^3/\text{sec}, \quad B = 10 \text{ m}, \quad q = 5 \text{ m}^3/\text{sec}/\text{m},$$

$$\text{粗度係数 (Forchheimer)} \quad n_2 = 0.025$$

河床に第 348 圖の如く高さ 0.4 m の突起ある場合其附近の水面の形を算定する。

1. 突起部に於て尚常流状態となる場合 (第 349 圖) 即ち勾配緩にして突起の高さ小なる場合である。第 346 及び第 347 圖の場合の例と同一の水路にして $H_0 = 2.6 \text{ m}$ とす。

$$H_0 = H_0 + \frac{c}{H_0^2}, \quad c = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{b} \right)^2 = 1.275 \quad \therefore \text{之れより等速流の水深 } H_0 \text{ を求むれば}$$

$$H_0 = 2.375 \text{ m}, \quad \text{限界水深 } H_c = \left[\frac{1}{g} \left(\frac{Q}{b} \right)^2 \right]^{\frac{1}{3}} = 1.366 \text{ m} \text{ にして且つ}$$

$$I = I_0, \quad R = \frac{A}{S} = \frac{10 \cdot 2.375}{10 + 2 \cdot 2.375} = 1.610 \text{ m}$$

$$\text{Forchheimer 公式を用ふれば } v = CR^0.7 I^{0.6}, \quad C = \frac{1}{n_2} = 40$$

$$\therefore I_0 = I = \frac{v^2}{C^2 A^2 R^{1.4}} = \frac{50^2}{40^2 \cdot (10 \cdot 2.375)^2 \cdot (1.610)^{1.4}} = 0.00142$$

突起部に於ても単位幅の流量は同一にして勢力線の位置は不變なりと假定すれば、突起上面よりの高さは

$$H_0 = 2.6 - 0.4 = 2.2 \text{ m}$$

之の H_0 に相當する二種の水流水深を求むるに (304) 式より

$$H^3 - 2.2 H^2 + 1.275 = 0 \quad \therefore H = 1.81 \text{ m} \text{ 又は } 1.058 \text{ m (射流)}$$

即ち突起上の常流水深は 1.81 m にして等速流の場合の 2.375 m に比して小に、從て流速も大なるを以て突起上に於ては大なる摩擦損失を生じ、勢力線の勾配 I_0' は之に打克つだけ増大せねばならぬ。從て 2.2 m なる勢力線の高さは突起上の最小値即ち天端下流端 (1') に對するものにして上流は之れより多少大である。今、突起部上の勢力線勾配 I_0' を求むるに

$$I_0' = \frac{Q^2}{C^2 A^2 R^{1.4}} = \frac{50^2}{40^2 \cdot (10 \cdot 1.81)^2 \cdot (1.495)^{1.4}} = 0.00320$$

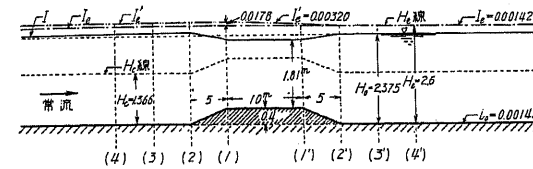
從て天端の幅を $l = 10 \text{ m}$ とすればその上流端 (1) に於て勢力線の原位置よりの上昇は

$$\Delta H_0 = l(I_0' - I_0) = 10(0.00320 - 0.00142) = 0.0178 \text{ m} = 1.78 \text{ cm}$$

勢力線勾配は (1)-(2) に於て I_0' と I_0 の中間の値を有する。

然るに常流状態に於ては H_0 大なる程水深 H も増大するを以て (2) 断面に於ては多少水面の高上を來し、所謂背水現象を生じ、上流に溯るに従ひ水面及び勢力線は漸近的に原位置に近づく (第 349 圖)。

次に (1')-(2') 間に於ては流速は突起上と原等速流との中間なるを以て、勢力線勾配は等速流の場合の I_0 より少しく大にして (2') に於て初めて原状態に復する。今、突起部下流法の水平長を $l_1' = 5 \text{ m}$ とし、此區間の勢力線勾配を $\frac{1}{2}(0.00142 + 0.00320)$ と假定すれば I_0 線は (1') に於て $5 \cdot (0.00231 - 0.00142) = 0.0045 \text{ m} = 4.5 \text{ mm}$ だけ上昇する。(1)-(2) 區間に於ても同様の現象あるを以て (2) に於ける水位及び勢力線の上昇は



第 349 圖

更に多少増大する。 l に對し l_1 及び l_1' の小なる場合は安全側に考へ (2)-(2') 間を一樣に $I_0 = 0.00320$ と考へ (2) に於ける勢力線の上昇を計算して大過ない。

$$\Delta H_0 = (l + l_1 + l_1')(I_0' - I_0) = 20 \cdot 0.00172 = 3.44 \text{ cm}$$

2. 突起部に於て射流状態となる場合 (第 352 圖) 原水流は常流なるも突起部に於て射流となるを以て

1. の場合より大なる流速を要し、從て原水流に於て勾配大、水深小、從て H_0 が小なる場合である。依て原水流に對し $H_0 = 2.30 \text{ m}$ と假定する。粗度は同一とし $C = 40$

$$H_0 = H_0 + \frac{c}{H_0^2} \text{ 或は } 2.30 = H_0 + \frac{1.275}{H_0^2} \quad \therefore H_0 = 1.97 \text{ m (常流)}$$

$$\therefore R = \frac{10 \cdot 1.97}{10 + 2 \cdot 1.97} = 1.41 \text{ m} \quad \text{等速流なるを以て } I_0 = I$$

$$I_0 = \frac{Q^2}{C^2 A^2 R^{1.4}} = \frac{50^2}{40^2 \cdot (10 \cdot 1.97)^2 \cdot (1.41)^{1.4}} = 0.00248 = I$$

故に突起部に於ては $H_0 = 2.30 - 0.40 = 1.90 \text{ m}$

然るに此水路に於て所定の Q を流す爲の限界水深は $H_c = 1.366 \text{ m}$ なるを以て、突起部に於て最小 H_0 にて流るゝものとするも所要 H_0 は $H_0 = 1.5 H_c = 2.05$ にして水深 $\geq H_c$ ならば更に大なる H_0 を要する。從て突起部最小 H_0 の點に於て少なくとも $H_0 = 2.05 \text{ m}$ を要し、突起部の兩端に於ても H_0 は $2.05 - 1.90 = 0.15 \text{ m}$ だけ上り $H_0 = 2.3 + (2.05 - 1.90) = 2.45 \text{ m}$

此場合に於ては突起部最小 H_0 の點即ち (1') に於て射流に變ずる。原水流に對する二種の水深を求むるに $H^3 - 2.45 H^2 + 1.275 = 0 \quad \therefore H = 2.18 \text{ m (常流)}, \quad 0.91 \text{ m (射流)}$

次に (1')-(1) 間の平均の I_0 を求むるに下流端は $H = 1.366 \text{ m}$ 、上流端は試算により $H = 1.58 \text{ m}$ にして平均水深 1.473 m なるを以て

$$R = \frac{10 \cdot 1.473}{10 + 2 \cdot 1.473} = 1.139 \text{ m}, \quad I_0' = \frac{Q^2}{C^2 A^2 R^{1.4}} = \frac{50^2}{40^2 \cdot (14.73)^2 \cdot (1.139)^{1.4}} = 0.0060$$

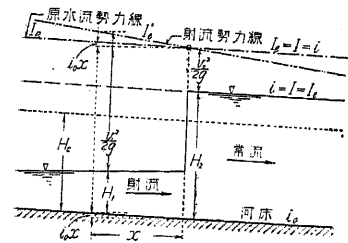
(1) に於ては $\Delta H_0 = 0.15 + 10 \cdot (0.0060 - 0.00248) = 0.185 \text{ m}$ だけ上り、 Q は不變なるを以て水深大となり流速減ず。

更に (2) に於ては $\Delta H_0 = 0.15 + 15 \cdot (0.0060 - 0.00248) = 0.203 \text{ m}$ だけ上り、 $H_0 = 2.30 + 0.203 = 2.503 \text{ m}$ となるを以て原河床上の水深は $H^3 - 2.503 H^2 + 1.275 = 0$ より $H = 2.23 \text{ m}$ となる。

(1') よりも下流に於ては若し直ちに常流に復するものとすれば流速の低減に依り I_0 は小となり H_0 は漸増し從て水深も漸増して極まる所なきを以て、實際は (1') より射流に變じ I_0 は著しく急となり下流の (3') に於て原水流の I_0 線と交はる。若し更に射流状態を續ければ勢力線は原 I_0 線より益々下りて止まる所なきを以て (3') に於て水流は突然常流状態に復し、原水流と同一の I_0 即ち I, H 及び v を以て流下する。(1')-(2') に於ては (2')-(3') に比し v 小なるを以て I_0 も小に、(2') に於てはその H_0 に相當する H と等しき水深を有し、(2')-(3') に於ては H_0 の低下に伴ひ H は多少増大する。

跳水に於ても Q を流す爲に水平流速を有するを以て、上流端は鉛直にあらざして傾斜曲面を爲し惰性に依て所定水面を超え、從て其下流に定狀波を生ずる (第 352 圖)。

跳水點の決定には普通水平縮尺に對し著しく大なる鉛直縮尺を用ひて圖上に於て I_0 線の交點を求むるか、



第 350 圖

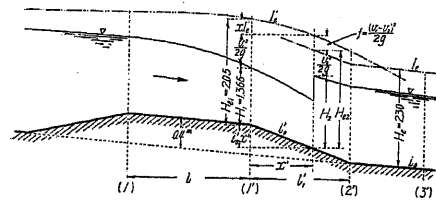
又は精確を要する場合は計算に依る (第 350 圖)。

原水流に於ては $i = I_0$

$$x(I_0' - i_0) = H_1 + \frac{v_1^2}{2g} - \left(H_2 + \frac{v_2^2}{2g} \right)$$

$$\therefore x = \frac{1}{I_0' - i_0} \left(H_1 - H_2 + \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} \right) \dots \dots (331)$$

$$x = \frac{0.935 - 1.970 + 1.463 - 0.330}{0.0209 - 0.00248} = 5.32 \text{ m}$$



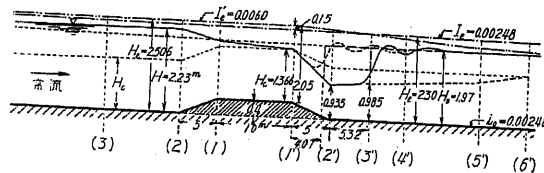
第 351 圖

次に變化に伴ふ勢力損失を考慮すれば

$$x(I_0' - i_0) = H_1 + \frac{v_1^2}{2g} - \left\{ H_2 + \frac{v_2^2}{2g} + f \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} \right\}$$

$$\therefore x = \frac{1}{I_0' - i_0} \left\{ H_1 + \frac{v_1^2}{2g} - \left(H_2 + \frac{v_2^2}{2g} \right) - f \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} \right\}$$

$$= \frac{1}{I_0' - i_0} \left\{ H_{01} - H_{02} - f \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} \right\} \dots (332)$$



第 352 圖

て起る。依つて第 351 圖に於て (1') より下流跳水點までの距離を x' とすれば

$$I_0' x' = H_{01} + i_0' x' - \left\{ H_{02} + f \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} \right\}, \therefore x' = \frac{1}{I_0' - i_0'} \left\{ H_{01} - H_{02} - f \frac{v_1^2}{2g} \left(1 - \frac{H_1}{H_2} \right)^2 \right\}$$

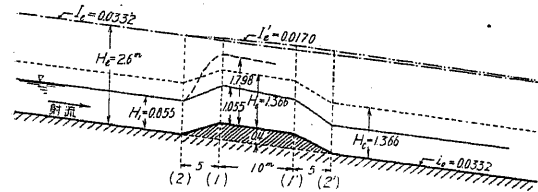
$$x' = \frac{1}{0.0130 - 0.0825} \left\{ 2.05 - 2.30 - \frac{1}{2} \cdot 0.684 \left(1 - \frac{1.366}{1.97} \right)^2 \right\} = 4.07 \text{ m}$$

(3) 射流状態の等速定流に於て河床に突起ある場合 原水流が射流にして勾配大に粗度小なる場合なるが、河床勾配の著しく大なる場合と然らざる場合とに依り突起部に於て二種の水面形を生ずる。

1. 突起上に於ても猶射流を續くる場合 (第 353 圖) 即ち河床勾配が著しく急にして突起上に於て水深は限界水深以下である。突起なき場合の等速流に對し $H_0 = 2.6 \text{ m}$ と假定すれば

$$H_0 = 1.366 \text{ m}, \quad H_1 = 0.855 \text{ (射流)}, \quad H_2 = 2.375 \text{ m (常流)}$$

即ち水路の流量、斷面形及び H_0 が與へらるれば H_1, H_2 は定まる。



第 353 圖

$$R = \frac{10 \cdot 0.855}{10 + 2 \cdot 0.855} = 0.731 \text{ m},$$

$$I_0 = \frac{Q^2}{C^2 A^2 R^{1.4}} = \frac{50^2}{40^2 \cdot (10 \cdot 0.855)^2 \cdot (0.731)^{1.4}} = 0.0332$$

突起部に於ては $H_0 = 2.6 - 0.4 = 2.2 \text{ m}$

$$\therefore H_1 = 1.055 \text{ m}, \quad H_2 = 1.798 \text{ m}$$

即ち此場合 H_1 の水深にて突起を超ゆるを以て射流である。

$$\text{突起上の勢力線の勾配は } R = \frac{10 \cdot 1.055}{10 + 2 \cdot 1.055} = 0.872 \text{ m}, \quad I_0' = \frac{50^2}{40^2 \cdot 10.55^2 \cdot 0.872^{1.4}} = 0.0170 < 0.0332$$

即ち上下の等速流部より I_0 は小なるを以て突起上に於て H_0 は下流に増し、從て水深は若干漸減し下流法先附近に於て等速流水面に一致する。

2. 突起部を超ゆる爲に一度常流状態を生ずる場合 (第 355 圖) 此場合は等速流に於て $i = I_0$ が 1 の場合より稍緩なる時に生ずる。今、等速流に對し $H_0 = 2.3 \text{ m}$ と假定すれば水深は $H_1 = 0.985 \text{ m}$

$$R = \frac{10 \cdot 0.985}{10 + 2 \cdot 0.985} = 0.823 \text{ m}, \quad I_0 = \frac{50^2}{40^2 \cdot 9.85^2 \cdot 0.823^{1.4}} = 0.0211$$

突起上に於ては $H_0' = 2.30 - 0.4 = 1.90 \text{ m}$ 、然るに H_0 の最小値は (2) 2. と同一にして $H_{0, \text{min}} = 2.05 \text{ m}$ なるを以て突起を超ゆる爲には最小 $2.05 - 1.90 = 0.15 \text{ m}$ だけ H_0' を増大する必要がある。

然るに (1') に於て $H_{0, \text{min}}$ を有するものとすれば天端上の流速は等速射流より小に $I_0' < I_0$ 又は i なるを以て (1) に於ては一層大なる H_0' を要する事となり、若し (1) に於て $H_{0, \text{min}} = 2.05 \text{ m}$ とすれば (1) - (1') 間 $I_0' < i$ なるを以て H_0 及び v は下流に増大し (2') 附近に於て最大となり、それより下流にて次第に原水流に一致する。然るに凡ての變化は勢力を最小ならしむる如き徑路を取るを常とするを以て後者が實際に現はる。今突起上の勢力線勾配を求むるに、上流端にては $H = H_0 = 1.366 \text{ m}$ 、下流端は試算により $H = 1.10 \text{ m}$ となるを以て平均水深は $H = 1.233 \text{ m}$ となり $I_0' = 0.0104$ 。

(1) の上流部は多くの區間に分ち各區間の水深を假定し I_0 を求め、原水流の I_0 線と交る點を知れば跳水の起る位置 (3) を知る。(1') の下流部に於ては $H_0' > H_0$ なる爲 (2') に於て水深は H_1 以下に下り v 大なる爲 $I_0' > I_0$ となり H_0 漸減し下流に於て次第に等速射流に復する。

跳水點の位置を求むるには (2) 2. の場合と同様にして (第 354 圖)

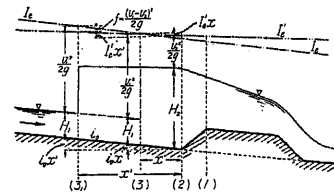
$$i_0 x + H_1 + \frac{v_1^2}{2g} = x I_0' + H_2 + \frac{v_2^2}{2g} \quad \therefore x = \frac{1}{i_0 - I_0'} \left[\left(H_2 + \frac{v_2^2}{2g} \right) - \left(H_1 + \frac{v_1^2}{2g} \right) \right] = \frac{H_{02} - H_{01}}{i_0 - I_0'}$$

$$\text{故に此場合に於ては } x = \frac{2.364 - 2.30}{0.0211 - 0.0027} = 3.48 \text{ m}$$

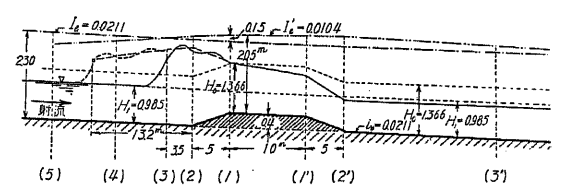
$$\text{若し變化に伴ふ勢力損失を考慮すれば } i_0 x' + H_1 + \frac{v_1^2}{2g} = x' I_0' + H_2 + \frac{v_2^2}{2g} + f \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$$

$$\therefore x' = \frac{\left(H_2 + \frac{v_2^2}{2g} \right) - \left(H_1 + \frac{v_1^2}{2g} \right) + f \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}}{i_0 - I_0'} = \frac{H_{02} - H_{01} + f \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}}{i_0 - I_0'}$$

$$f = 0.5 \text{ とすれば } x' = \frac{2.364 - 2.30 + 0.5 \left(1 - \frac{0.985}{2.065} \right)^2 \cdot 1.315}{0.0211 - 0.0027} = 13.2 \text{ m}$$



第 354 圖



第 355 圖