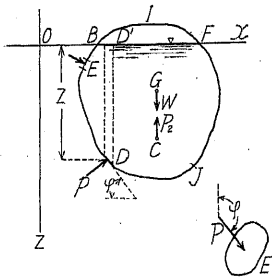


### 第三章 浮體及び水槽

#### [14] 浮體の安定

(1) **アルキメデスの原理 (Principle of Archimedes)** 水中に浮べる物體の水に接する表面の一點  $D$  に於て微小なる面積  $dA$  に作用する水壓  $dp$  は  $pdA = w_0 z dA$  にして面に垂直に作用



第 78 圖

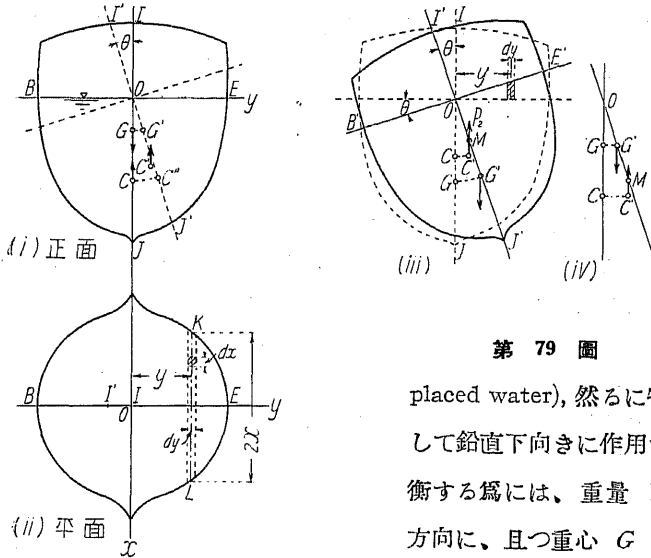
する。今鉛直線に對する  $p$  の傾角を  $\varphi$  とすれば  $dA$  の水平射影の面積は  $dA_z = dA \cdot \cos \varphi$  にして、 $p$  の上向き鉛直分力は  $dp_z = w_0 z dA \cos \varphi = w_0 z dA_z$ 、即ち正斷面  $dA_z$ 、高さ  $z$  の水柱の重量に等しい、依て  $dP_z$  を水に接する表面全部 ( $BEDJFB$ ) に亘りて集合すれば全上向鉛直力、即ち浮力  $P_z$  を得る。

$$P_z = \sum w_0 z \cdot \cos \varphi \cdot dA = \sum w_0 z dA_z = \int \int w_0 z dA_z = \int \int w_0 z \cdot dx \cdot dy \dots (44)$$

但し  $E$  點の如く水壓の鉛直分力が下向きに作用する時は  $dP_z = w_0 z \cdot dA \cdot \cos \varphi$  なるも、 $\varphi > 90^\circ$ 、 $\cos \varphi < 0$  なるを以て  $dP_z$  の値は  $-$  である。従て

$\int \int z dA_z = \int \int z \cdot dx \cdot dy$  は水面以下の物體の體積にして、 $P_z$  は之と等しき體積の水の重量に等しく反對向即ち上向の力にして、之を**浮力 (Bouyancy)** と呼ぶ。浮體の水面以下の體積に等し

き水の重量をその浮體の**排水量 (Displacement)**と云ひ、この水の重心を**浮心 (C, Center of Buoyancy)**と稱し、浮力  $P_z$  は  $C$  を貫きて鉛直上向に作用する。



第 79 圖

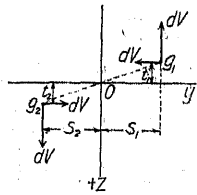
浮體に作用する上向水壓 (浮力) = 排水量 (Wt. of displaced water), 然るに物體の重量  $W$  はその重心  $G$  を通して鉛直下向きに作用するを以て、浮體に作用する力が平衡する爲には、重量  $W$  と浮力  $P_z$  とは等値にして、反方向に、且つ重心  $G$  と浮心  $C$  とは同一鉛直線上に在る事を必要とする。

之等の事實をアルキメデスの原理と稱する。

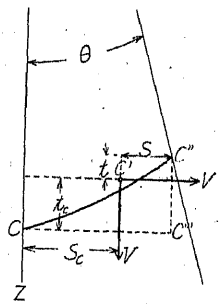
(2) 左右對稱なる浮體の安定 一つの鉛直面 (第 79 圖 i 面) に對して左右對稱なる形の浮體の静止する場合に就て考ふるに、浮體の重心  $G$  と浮心  $C$  とは對稱面内の一鉛直線  $GC$  内にありて、浮體の重量 ( $W$ ) = 浮力 ( $P$ ) であり、對稱面と水面 ( $BB$ ) との交線  $Ox$  は浮體の水面斷面  $A$  (第 79 圖 ii) を中分する。

今ある原因により浮體の對稱面 ( $COC$ ) が  $yOz$  面内に於て微小なる角  $\theta$  だけ左廻りに傾きたりとして (iii 圖)、その位置に於ける浮體の安定を考ふるに、 $W$  及び  $P$  の値は多くの場合不變なるも作用點の位置は移動し、坐標軸に對して... 兩者は最早一鉛直線上に存せず、一の偶力を構成す。此偶力が浮體の傾きを原位置に復さんとする向きなる時、即ち iii 圖の如く  $G$  が  $C$  の下位に位する時は、浮體は安定 (Stable) なりと稱し、反對に iv 圖の如く  $G$  が  $C$  の上位に在り傾きを益々大ならしむる向きなる時は不安定 (Unstable) なりと言ふ。船體、艇 (Pontoon) 浮橋等は如何なる載荷状態に於ても必ずこの安定條件を満足しなければならぬ。

微小なる角  $\theta$  だけ傾きたる際  $P$  の値が不變なる爲には、水面以下の部分の體積が不變なるを要し、この爲には傾きの爲に水面上に出てたる部分  $EOE'$  と新に水中に入りし部分  $BOB'$  との體積が同一なるを要するを以て、 $Ox$  なる廻轉軸は浮體の水面斷面 (iii 圖) の中分線即ち斷面の重心  $O$  を通過する水平線と一致するを要し、水面斷面が左右對稱なる時は常にこの條件を満足する。



第 80 圖



第 81 圖

同上の  $Ox$  軸の廻りの能率  $= y^2 \tan \theta \cdot da = \theta y^2 \cdot da$

$$\therefore s_1 dV + s_2 dV = \int_A \tan \theta y^2 \cdot da = \tan \theta \cdot I_x = \theta I_x$$

積分は水平斷面  $A$  の全部に亘り、 $I_x$  は  $A$  の  $Ox$  軸の廻りの慣性能率である。

次に各帯の重心の高さは  $h/2$  なるを以て

次に廻轉に因る重心と浮心との位置の移動を見るに (第 79 圖)、 $G$  は物體の形に對し相對的位置は不變なるを以て、 $OC$  を半径として  $\theta$  だけ廻轉するも浮心  $C$  にありては、若し浮體と水とが一體を爲して廻轉し、水面も  $B'(O)B'$  に移るものとすれば、 $C$  は  $OC$  を半径として  $\theta$  だけ廻轉し  $C''$  に移るべき筈なるも、水面は依然として  $BOE$  水平線に止まり、爲に  $(O)B'(O)$  部は新に水中に入りて  $Ox$  軸の左側の浮力を増し、 $OE'E'O$  部は水上に出て軸右側の浮力は却て減少するを以て、廻轉後の浮心は  $C''$  よりも左方に移る。依て新浮心  $C'$  の  $C''$  に對する相對位置... 水平  $s$  鉛直  $t$  ... を求むれば足る。然るに  $C''$  は體積  $OE'E'J'B'O$  の重心、 $C'$  は體積  $OE'J'B'BO$  の重心にして廻轉に依り排水量  $V$  に變化なきを以て、 $s, t$  なる浮心の移動は  $(O)B'(O)$  に相當する浮力の増加と、 $EOE'$  に相當する浮力の減少とに因る排水 (Displaced water) の重心の移動である。今  $(O)B'(O)$  部及び  $EOE'$  部の體積を  $dV$ 、その重心の  $O$  からの距離を水平  $s_1, s_2$  鉛直  $t_1, t_2$  とすれば

$$sV = s_1 \cdot dV + s_2 \cdot dV, \quad tV = t_1 \cdot dV + t_2 \cdot dV$$

然るに  $(O)B'(O)$  及び  $EOE'$  部を  $Ox$  軸に平行なる多くの帶狀部 (第 79 圖 ii  $LK$ ) に分ち各帯の水平斷面を  $da$  とすれば、 $da = l \cdot dy$  にして

$$\text{帶狀部の體積} = h \cdot da = y \tan \theta \cdot da = \theta y \cdot da$$

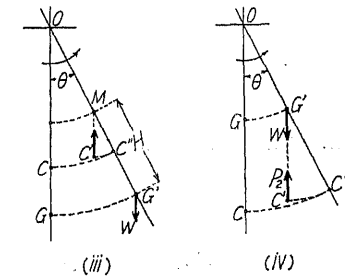
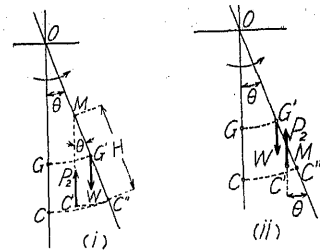
$$t_1 dV + t_2 dV = \int_A \frac{h}{2} \cdot h da = \int_A \frac{1}{2} \theta^2 y^2 da = \frac{1}{2} \theta^2 I_x$$

$$\therefore s = \frac{\theta I_x}{V}, \quad t = \frac{\theta^2 I_x}{2V} \dots \dots \dots (45)$$

次に新浮心  $C'$  の原浮心  $C$  よりの水平距離  $s$ 、及び鉛直距離  $t$  を求むるに、 $\theta$  小なるを以て

$$\begin{aligned} \overline{CC'} &= \overline{OC} \cdot \theta = \overline{CC''}, \quad \sin \theta = \theta \\ \therefore s &= \overline{CC''} - s = \overline{OC} \cdot \theta - \frac{\theta I_x}{V} = \theta \left( \overline{OC} - \frac{I_x}{V} \right) \\ t &= -\overline{OC} \cdot \theta \cdot \sin \theta + \frac{\theta^2 I_x}{2V} = -\theta^2 \left( \overline{OC} - \frac{I_x}{2V} \right) \end{aligned} \dots \dots \dots (46)$$

然るに  $\theta$  が小なる時は、 $\theta^2$  の項を有する  $t$  は  $s$  に比して極めて小なるを以て、普通  $t=0$  即ち浮心の高さは不變なるものと看做し得る。



第 82 圖

次に浮體が  $\theta$  だけ傾きたる爲、 $G$  は  $G'$  に、 $C$  は  $C'$  に移れば、 $C'$  の高さの變化は微小なるを以て浮心は  $C'$  に作用する浮力  $P_2$  の作用線と  $OG'C''$  線との交點  $M$  を中心として  $C''$  より逆  $\theta$  だけ廻轉したものと考ふる事を得るを以て、 $M$  を浮體の傾心 (Metacenter) と言ふ。若し第 82 圖 i の如く  $M$  が  $G'$  より上位に位する時は、 $W$  と  $P_2$  との構成する偶力は、浮體を逆の向きに廻轉せしめんとし、即ち初め浮體を傾かしめたる作用に逆ふて原位置に戻さんとするを以て、斯の如き浮體は安定 (Stable) なりと呼ぶ。 $M$  の位置は

$$\overline{CC'} = \overline{MC'} \cdot \theta = s = \frac{\theta I_x}{V} \therefore \overline{MC'} = \frac{I_x}{V} \dots (47)$$

然るに ii の如く  $P_2$  の作用線が重量  $W$  のその外方に在り、傾心  $M$  が  $G'$  より下位に存する時は、偶力は傾き  $\theta$  を益々大ならしむる向きに作用するを以て、斯の如き浮體を不安定 (Unstable) なりと言ふ。

從て浮體はその重心の低き程、浮心の高き程、安定度も高く iii の如く  $C$  が  $G$  より高き時は、 $\theta$  は如何に大なるも安定を失はぬ。若し iv の如く  $C'$  が  $G'$  の直下に位する時は偶力は零にして、結局浮體は  $\theta$  だけ傾きたるまゝ平衡を保つ。斯の如き平衡状態を中立平衡 (Neutral equilibrium) と名づく。

即ち

- 傾心が重心より高き場合 安定 (Stable equilibrium)
- 傾心が重心と一致する場合 中立 (Neutral equilibrium)
- 傾心が重心より低き場合 不安定 (Unstable equilibrium)

一般に浮體は水面斷面の最長軸... 斷面の重心を過ぐる水平線... の廻りの傾きに對して最も危険である。尙  $M$  の  $G$  上の高さを  $H$  とすれば、一般に  $H$  大なる程安定度も高く、從て幅の最も小なる面内の傾斜が最も危険にして、普通の船舟に於ては横斷面内に於ける安定のみを計算すれば足る場合が多い。

(3) 任意の形状の浮體の安定 任意の不規則なる形を有する浮體に於ても静止の位置に於ては

$$P_z = W = w_0 V$$

にして、兩力は一鉛直線内にありて反方向に作用するが、水面断面の重心  $O$  と  $G$  及び  $C$  との間には特別な簡單なる關係を有しない (第 83 圖)。然るに浮體の廻轉に依り  $P_z$  の値が不變なる爲には、廻轉の軸は矢張り水面断面  $A$  の重心を通る直線 ( $Ox$ ) なるを要するを以て、一般に  $A$  の重心を原點とし  $Ox$  を廻轉面に直角に、 $Oy$  を  $Ox$  に直角に  $A$  面上に、 $Oz$  を鉛直に取り、この三坐標軸に對して總ての點の位置を定むる。今原位置に於て浮心  $C$  の坐標を  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$  とし、 $\theta$  だけ廻轉せる時の浮心  $C'$  の坐標を  $\bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1$  とする。而て排水體積  $V$  を  $dx \cdot dy$  なる水平断面を有する無數の小鉛直角柱に分ち (第 83 圖) その各々の高さを  $h$ 、重心  $G$  の水深を  $z_0$  とすれば、各微分角柱の體積能率は



第 83 圖

$$Ox \text{ 軸の廻りの能率 } x \cdot h \cdot dx \cdot dy = x \cdot h \cdot da$$

$$Oy \text{ 軸の廻りの能率 } y \cdot h \cdot dx \cdot dy = y \cdot h \cdot da$$

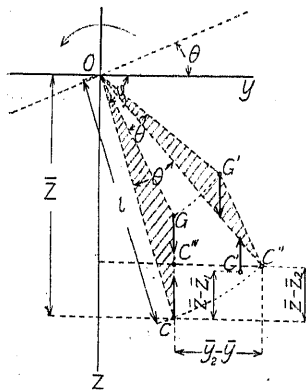
$$Oz \text{ 軸の廻りの能率 } z_0 \cdot h \cdot dx \cdot dy = z_0 \cdot h \cdot da$$

故に全體積の體積能率は、此等を全體積に亘りて積分したるものにして、その各々は  $\bar{x}V, \bar{y}V, \bar{z}V$  に等しきを要す。即ち

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}V &= \iint hx \, dx \, dy & \therefore \bar{x} &= \frac{1}{V} \iint hx \, dx \, dy \\ \bar{y}V &= \iint hy \, dx \, dy & \therefore \bar{y} &= \frac{1}{V} \iint hy \, dx \, dy \\ \bar{z}V &= \iint hz_0 \, dx \, dy & \therefore \bar{z} &= \frac{1}{V} \iint hz_0 \, dx \, dy \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (48)$$

次に浮體が  $Ox$  軸の廻りに  $\theta$  だけ廻轉したる爲に浮心が  $C'$  に移るものとし、 $C'$  の坐標を求むるに、先づ  $C$  に就て考ふれば廻轉は  $Ox$  を軸とするを以て總ての點の  $x$  坐標には何等の變化もなきを以て、 $\bar{x}_1 = \bar{x}$ 、次に  $\bar{y}_1$  及び  $\bar{z}_1$  に於ては、浮體と共に水面も  $\theta$  だけ傾くものと假定すれば、浮心は  $C''$  に移る。依て  $C''$  の位置を  $\bar{y}_2, \bar{z}_2$  とし、 $OC = l$  その水平線との角を  $\varphi$  とすれば

$$\begin{aligned} \bar{y}_1 &= \bar{y} + OC \sin \theta = \bar{y} + l \sin \theta \\ \bar{z}_1 &= \bar{z} - OC \cos \theta = \bar{z} - l \cos \theta \end{aligned}$$



第 84 圖

然るに水面は廻轉せざるを以て、(2) と同様に浮心の眞位置は  $C'$  に移り、浮心坐標の變化は  $\bar{y}_2$  に對し  $-\frac{\theta I_x}{V}$ 、 $\bar{z}_2$  に對し  $\frac{\theta^2 I_x}{2V}$  なるを以て、 $C'$  の位置は

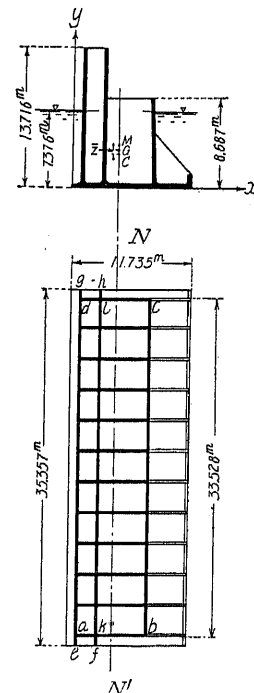
$$\left. \begin{aligned} \bar{x}_1 &= \bar{x} \\ \bar{y}_1 &= \bar{y} + \bar{z} \cdot \theta - \frac{\theta}{V} I_x = \bar{y} + \theta \left( \bar{z} - \frac{I_x}{V} \right) \\ \bar{z}_1 &= \bar{z} - \bar{y} \cdot \theta + \frac{\theta^2 I_x}{2V} = \bar{z} - \bar{y} \theta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (49)$$

而て安定條件は (2) と同一である。尙  $C$  が  $Oz$  軸上に存すれば (49) 式に於て  $\bar{y} = 0$  にして (2) の場合と同一となる。

(4) 港灣岸壁の鐵筋混凝土ケーソン (Caisson)

神戸港岸壁第一號混凝土ケーソンは進水の時の總重量  $W$ 、第 85 圖の如き水平、鉛直の軸に對し重心及び浮心  $C$  の位置は

$$\begin{aligned} W &= 2121.4 \text{ ton} & G: & x = 4.956 \text{ m} & y &= 3.758 \text{ m} \\ & & C: & x' = 4.956 \text{ m} & y' &= 3.435 \text{ m} \\ & & \therefore & \bar{x} = x' - x = 0 & \bar{z} = y - y' &= +0.323 \text{ m} \end{aligned}$$



第 85 圖

吃水線は底より 7.376 m の上にあり、吃水線に於ける函の幅は 7.407 m である。而て吃水線断面は稍複雑なる形をなすも、 $abcd$  なる大なる矩形、兩端の突出部  $ae$  と  $dg$  及び  $fh$  と  $lh$  との五の矩形部の混凝土の面積を計算し、之より全断面の重心の位置を求め、之を過ぐる水平線中その周りの断面慣性能率 (Areal moment) の最小なる線を求むれば、此場合は函の長さに平行なる  $NN'$  線にして、即ち浮體としての安定は此線を軸とする廻轉に對して最小である。而て  $NN'$  軸の周りの断面慣性能率は

$$\begin{aligned} I_x &= 1144.1 \text{ m}^4 \\ \text{排水量 (Displacement) は海水の重量を } 1.029 \text{ とすれば} \\ V &= \frac{2121.4}{1.029} = 2062 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

$$\text{然るに } \overline{C'C''} = \overline{MC''} \cdot \theta = s = \frac{\theta I_x}{V}$$

$$\therefore \overline{MC''} = \frac{I_x}{V} = \frac{1144.1}{2062} = +0.555 \text{ m}$$

即ち傾心  $M$  は重心  $G$  より  $0.555 - 0.323 = 0.232 \text{ m}$  上方に在りてケーソンは安定である。

[15] 浮體の動搖

(1) 浮體の動搖 (Oscillation of floating body) 安定なる浮體がある作用に依り平衡の位置より  $\theta_0$  だけ傾けられたる後、その作用が消滅する時は、重量  $W$  と浮力  $P_z$  とに依る偶力は

之を原位置に復せしめんとするを以て浮體は  $Ox$  を軸として廻轉運動を起す。然るに原平衡位置に達せる時廻轉の速度最大なるを以て、その運動の勢力の爲に浮體は平衡位置を越えて反対側に傾き、斯の如き運動を繰り返して動搖を爲す。運動に對する水の抵抗を無視すれば浮體は  $2\theta_0$  なる角振幅を以て長時間動搖を續くる。

今ある時刻に於て  $Ox$  を軸とし  $\theta$  だけ傾き居るものとし、作用する偶力を  $M_f$  とすれば、

$$M_f = W(H+h)\theta - P_2 \cdot h \cdot \theta = W \cdot H \theta = \alpha_0 I \cdot H \cdot \theta$$

然るに廻轉運動に於ては

$$\text{力率} + \text{角加速度} \cdot \text{質量慣性能率} = 0$$

なるを以て、 $Ox$  の周りの質量慣性能率を  $I$ 、環動半徑 (Radius of gyration) を  $k$  とすれば

$$M_f + I \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} = 0 \quad I = k^2 \frac{W}{g}$$

$$\therefore \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{M_f}{I} = \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{gH}{k^2} \theta = 0 \quad \dots \dots \dots (50)$$

(50) 式を解けば

$$\theta = \theta_0 \cdot \sin \sqrt{\frac{gH}{k^2}} t \quad \dots \dots \dots (51)$$

動搖の週期

$$T = \frac{2\pi k}{\sqrt{gH}} \quad \dots \dots \dots (52)$$

$H \geq 0$  即ち中立 (Neutral) 又は不安定 (Unstable) の浮體に於ては  $\sqrt{gH}$  は 0 又は虚數にして動搖を生ぜず。 $H < 0$  の時は  $\theta$  は漸次大となり遂に轉覆する。

(2) 岸壁ケーソンの例 [14] (4) の潜函に於て動搖の週期を求むるに吃水断面の重心を通る  $Ox$  軸の周りの環動半徑  $k=0.587$  m, 兩の重心より傾心迄の高さ  $H=0.232$  m なるを以て

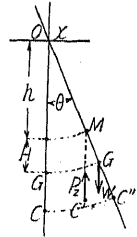
$$T = \frac{2\pi k}{\sqrt{gH}} = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 0.587}{\sqrt{9.8 \cdot 0.232}} = 2.5 \text{ sec}$$

(3) 偏心荷重の影響 長さ  $l$ , 幅  $2b$ , 高さ  $H$ , 自重量  $W$  なる Pontoon に於て、平時甲板の中心に置かる  $P$  なる荷重を横断面内に於て水平に  $x$ , 鉛直に  $y$  だけ移動したる場合、pontoon の平衡傾斜角  $\theta$  を求むるに、pontoon 自身の重心  $G$  は底より  $a$  の高さにおりとなれば、先づ平時の吃水  $H'$  を求むるに

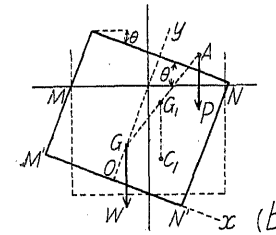
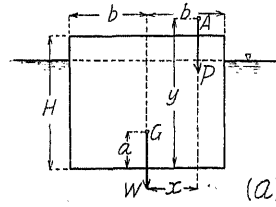
$$w_0 \cdot H' \cdot 2b \cdot l = W + P \quad \therefore H' = \frac{W + P}{2w_0 b l}$$

傾きたる位置に於て  $W+P$  の作用點を  $G_1$  とし、浮心を  $C_1$  とすれば、浮力は  $W+P$  に等しく、 $G_1, C_1$  は一の鉛直線上に存する。

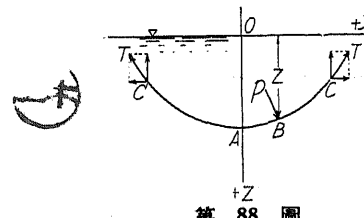
今底の中心  $O$  を原點とし  $G_1$  の位置を  $x_1, y_1$  とすれば、



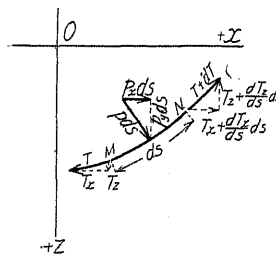
第 86 圖



第 87 圖



第 88 圖



第 89 圖

$$x_1 = \frac{P \cdot x}{W + P}, \quad y_1 = \frac{P \cdot y + Wa}{W + P}$$

浮心  $G_1$  は排水の重心にして、その断面  $MNN'M'$  なる梯形の重心なるを以てその坐標を  $x_2, y_2$  とすれば、

$$x_2 = \frac{b^2}{3H} \tan \theta, \quad y_2 = \frac{1}{2} \left( H' - \frac{b^2}{3H'} \tan^2 \theta \right)$$

然るに

$$\tan \theta = \frac{C_1 C'}{G_1 C'} = \frac{x_2 - x_1}{y_1 - y_2}$$

故に  $x_1, x_2, y_1, y_2$  の代りに上の式を挿入すれば

$$-\tan^2 \theta + \tan \theta \left\{ 2 - \frac{3(Wa + Py)}{2w_0 b^2 l} + \frac{3(W + P)^2}{4w_0^2 b^4 l^2} \right\} = \frac{3Px}{w_0 b^2 l} \quad \dots \dots \dots (53)$$

[16] 樋底の形状

(1) 樋底の理論的形状 樋の正断面に於て各點に作用する水壓は常にその點に於ける面に垂直に作用し、強度はその點の水深に比例する。今各點の水壓の連釘角形 (Link polygon) に一致する如き形の樋底を用ふれば、何れの點に於ても直應力  $T$  ... 張力を + とす... のみ作用して彎曲力率は作用せざるを以て、理論上最も適當なる形状である。斯の如き曲線を一般に静水壓平衡曲線 (Hydrostatic curve) と稱し、 $T$  が張力なる時は水壓垂曲線 (Hydrostatic catenary)、壓力なる時は水壓拱曲線 (Hydrostatic arch) と稱する。

今樋の方向に單位長を有する部分を取り、その任意の微小部  $ds$  ( $MN$ ) に作用する力の平衡を考ふるに、水壓強度  $p$  及び兩端直應力を豫め  $x$  及び  $y$  軸の方向に分てば、

	$x$ 方向分力	$z$ 方向分力
水壓 $p$	$p_x = p \frac{dz}{ds}$	$p_z = p \frac{dx}{ds}$
直應力, $M$ 點	$T_x = T \frac{dx}{ds}$	$T_z = T \frac{dz}{ds}$
直應力, $N$ 點	$T_x + \frac{dT_x}{ds} ds$	$T_z + \frac{dT_z}{ds} ds$

$w, y$  分力は各獨立に平衡を保つべきを以て、

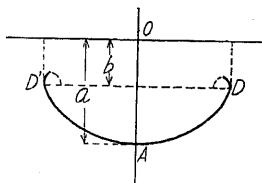
$x$  方向,  $T_x - \left(T_x + \frac{dT_x}{ds} ds\right) - p_x ds = 0$

$z$  方向,  $T_z - \left(T_z + \frac{dT_z}{ds} ds\right) + p_z ds = 0$

$\therefore \frac{dT_x}{ds} + p_x = 0, \quad \frac{dT_z}{ds} - p_z = 0$

依て  $T_x, T_z, p_x, p_z$  を各  $T$  及び  $p$  にて表はせば

$\frac{d}{ds} \left(T \frac{dx}{ds}\right) + p \frac{dz}{ds} = 0, \quad \frac{d}{ds} \left(T \frac{dz}{ds}\right) - p \frac{dx}{ds} = 0 \dots \dots \dots (54)$



第 90 圖

第一式に  $p = wz$  と置けば  $\frac{d}{ds} \left(T \frac{dx}{ds}\right) + \frac{w}{2} \frac{dz^2}{ds} = 0$

上式を  $s$  に就て積分すれば  $T \frac{dx}{ds} + \frac{w}{2} z^2 + C = 0$

然るに  $\frac{dx}{ds} = 0$  なる点  $D$  ありてその水深を  $z = b$  とすれば

$C = -\frac{w}{2} b^2 \quad \therefore T \frac{dx}{ds} = \frac{w}{2} (b^2 - z^2)$

次に  $\frac{dz}{ds} = \frac{dz}{dx} \cdot \frac{dx}{ds}$  と置き更に  $T \frac{dz}{ds}$  に上式を挿入すれば

$T \frac{dz}{ds} = T \frac{dz}{dx} \frac{dx}{ds} = \left(T \frac{dx}{ds}\right) \frac{dz}{dx} = \frac{w}{2} (b^2 - z^2) \frac{dz}{dx}$

此關係を (54) 式の第二式に挿入して  $\frac{w}{2} \frac{d}{ds} \left\{ (b^2 - z^2) \frac{dz}{dx} \right\} = p \frac{dx}{ds} = wz \frac{dx}{ds}$

今  $\frac{dz}{dx} = y$  と置けば上式は  $y \frac{d}{dz} \left\{ (b^2 - z^2) y \right\} = 2xz$

$\therefore \frac{y dy}{1+y^2} = \frac{2z dz}{b^2 - z^2} \quad a \geq z \geq b \dots \dots \dots (55)$

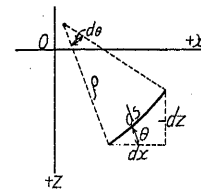
兩邊を積分すれば  $\frac{1}{2} \ln(1+y^2) = -\ln(z^2 - b^2) + C \quad \therefore (1+y^2)(z^2 - b^2)^2 = C$

然るに  $z$  の極大なる點、即ち  $y = \frac{dz}{dx} = 0$  に於ては水深最大なるを以て、之を  $a$  とすれば  $C = (a^2 - b^2)^2$  なるを以て

$(1+y^2) = \frac{(a^2 - b^2)^2}{(z^2 - b^2)^2} \quad \therefore \frac{dz}{dx} = -\sqrt{\frac{(a^2 - b^2)^2}{(z^2 - b^2)^2} - 1}$   
 積分して  $x = -\int_a^z \frac{(z^2 - b^2) dz}{\sqrt{(a^2 - b^2)^2 - (z^2 - b^2)^2}} \dots \dots \dots (56)$

此積分は橢圓積分なるを以て、實際には第一式より數値積分 (Numerical integration) 又は圖式積分 (Graphical integration) を爲して曲線の形を知る。何れにしても  $z = a$  即ち最深點より出發する。

次に  $T$  の値を求むるには、(54) 式を  $ds$  の傾角  $\theta$  を以て表はし、 $ds$  を曲率半径  $\rho$  と  $\theta$  と



第 91 圖

を以て表はす。

$\frac{dx}{ds} = \cos \theta, \quad -\frac{dz}{ds} = \sin \theta$   
 $ds = \rho d\theta, \quad p_x = p \sin \theta, \quad p_z = p \cos \theta$

之を (54) 式に代入して

$d \left( T \frac{dx}{ds} \right) = -p \frac{dz}{ds} ds = p \sin \theta \cdot \rho d\theta$

$d \left( T \frac{dz}{ds} \right) = p \frac{dx}{ds} ds = p \cos \theta \cdot \rho d\theta$

然るに  $d \left( T \frac{dx}{ds} \right) = d(T \cos \theta) = \cos \theta dT - T \sin \theta d\theta$

$d \left( T \frac{dz}{ds} \right) = -d(T \sin \theta) = -\sin \theta dT - T \cos \theta d\theta$

$\therefore \cos \theta dT - T \sin \theta d\theta - p \sin \theta \cdot \rho d\theta = 0 \dots \dots \dots (i)$

$-\sin \theta dT - T \cos \theta d\theta - p \cos \theta \cdot \rho d\theta = 0 \dots \dots \dots (ii)$

(i) 式に  $\sin \theta$ , (ii) 式に  $\cos \theta$  を乗じて加ふれば、

$T d\theta + p \rho d\theta = 0 \quad \therefore T = -p \cdot \rho = -wz \cdot \rho \dots \dots \dots (57)$

然るに (i)  $\times \cos \theta$  と (ii)  $\times (-\sin \theta)$  を加ふれば、

$(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) dT = 0 \quad \therefore dT = 0 \quad \therefore T = \text{const.}$

即ち Hydrostatic curve に於ては  $z \cdot \rho = \text{const.}$  曲線の曲率半径は水深に逆比例し、直應力  $T$  は凡ての點に於て同値である。然るに曲率半径  $\rho$  は

$\rho = \left\{ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}} / \frac{d^2 z}{dx^2} = (1+y^2)^{\frac{3}{2}} / \frac{dy}{dx}$

然るに (55) 式より  $\frac{dy}{dz} = \frac{1+y^2}{b^2 - z^2} \cdot \frac{2z}{y}, \quad \frac{dy}{dz} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dz} = \frac{1}{y} \frac{dy}{dx}$

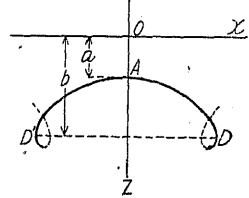
$\therefore \frac{dy}{dx} = 2z \frac{1+y^2}{b^2 - z^2} = -2z \frac{1+y^2}{z^2 - b^2} \quad \therefore \rho < 0$

一方 (56) 式より  $1+y^2 = (a^2 - b^2)^2 / (z^2 - b^2)^2$  なるを以て、

$\rho = \frac{(b^2 - z^2) \sqrt{1+y^2}}{2z} = -\frac{a^2 - b^2}{2z}$

$\therefore T = -wz\rho = \frac{w}{2} (a^2 - b^2) \dots a > b \dots \dots \dots (58)$

鈹の應力強度は  $\sigma = \frac{T}{t} \dots \dots t = \text{鈹厚}$



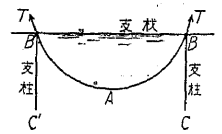
第 92 圖

若し直壓應力に依て水を支持せんとすれば、 $T$  は負値なるを要し第 92 圖の如く  $\frac{dz}{dx} = 0$  の點の水深  $a$  を最小水深とし、 $a \leq z \leq b$  に取る。此場合壓應力は

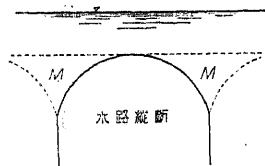
$$T = -\frac{\rho g}{2}(b^2 - a^2) \dots \dots b > a \quad \dots \dots (59)$$

曲線の微分方程式は  $\frac{dz}{dx} = \sqrt{\frac{(b^2 - a^2)^2}{(b^2 - z^2)^2} - 1}$

(2) 樋底の實用形狀 水壓曲線中實際樋底として使用する部分は  $A$  より  $D$  及び  $D'$ 迄 (第 92 圖) にして、 $DAD'$  の内任意の部分を取り取りて用ふる事を得るも、兩端に於てはその  $T$  に平衡する外力を以て支持するを要する。普通左右對稱の形とし、鋼鉄又は鐵筋混凝土を用ひ何れも張力は全部鋼材に取らしめ、 $T$  は一樣なるを以て等厚にて差支へなく、兩端の反力は垂曲線の場合は天端の水平支材 ( $BB'$ ) に依て水平分力を、兩側の支柱 ( $BC, B'C'$ ) に依て鉛直分力を負擔せしむる。水壓拱曲線は之を樋の横斷面に用ふれば徑深を小ならしむるを以て不利であるが、縦に用ふれば拱輪は殆んど直壓力のみに依て水を支ふる事を得る。然し  $M$  の凹部の爲に水流を亂し、且つ砂礫の堆積する恐れあり、且つ今日に於ては鐵筋混凝土を用ひて充分彎曲力率に耐抗し得るを以て殆んど使用されぬ。

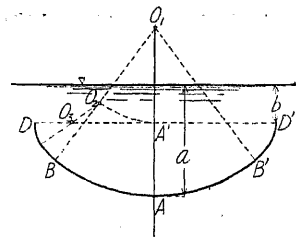


第 93 圖



第 94 圖

水壓曲線を樋底に應用する場合、その曲線形を (46) 式の楕圓積分に依りて定むるは實際の製作にも不便なるを以て、これに酷似する合成圓弧を用ふる。普通用ふるは  $A$  及び  $D$  (第 95 圖) に於て理論曲線と同じ曲率半徑を有する五心圓弧を用ふる。



第 95 圖

	弧 $\widehat{AB}$	弧 $\widehat{BC}$	弧 $\widehat{DC}$
圓心	$O_1$	$O_2$	$O_3$
半徑	垂曲線 $\rho_a = \frac{a^2 - b^2}{2b} = \overline{O_1A}$	$\rho_a - \overline{O_1A'} = a - b$	$\rho_b = \frac{a^2 - b^2}{2a}$
	拱 $\rho_a = \frac{b^2 - a^2}{2a} = \overline{O_1A}$	$\rho_b - \overline{O_1A'} = b - a$	$\rho_b = \frac{b^2 - a^2}{2b}$

但し本節の場合は凡て底鐵の厚が小にして、その中心曲線と水壓の作用する内面線との距りが曲率半徑に比して極めて小なりとし、此兩線が一致するものとして計算せるものなるが故に、鐵筋混凝土の如く相當の厚を有する場合は彎曲力率の作用を免れぬ。

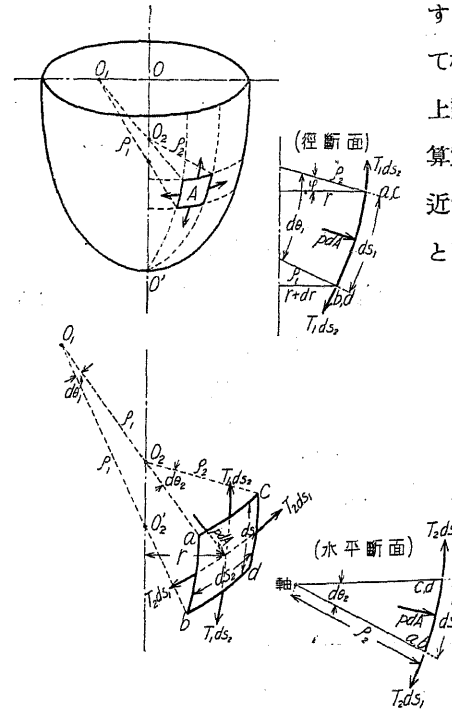
[17] 水槽底

(1) 水槽底の形狀と應力との關係 水槽は最小なる面積の壁に依て最大容積を有せしむる爲、普通上部を圓筒面、下部を圓筒と共通の軸を有する廻轉面とする。一般に連續的に曲れる線 (第 96 圖) が鉛直軸  $oo'$  の周りに廻轉して生ずる面が内側より水壓を受くる場合はその形狀と作用應力との間には特殊の關係成立し、壁の厚さ小にしてその中心面と水壓の作用

する内面との曲率の差、即ち厚の  $1/2$  が曲率半徑に比して極めて小なる場合は彎曲力率は殆んど作用せぬを以て、上記の特殊關係を應用して簡単に水壓に因る壁の應力を算定する事を得る。今面上の任意の位置  $A$  に於て、接近せる二つの經面 (Meridian plane) と、二つの水平面とに依て切り取る微小面  $abcd$ ...面積  $dA$ ...を考へ、

- $ab = cd = ds_1, \quad ac = bd = ds_2$
- $\rho_1$ ...弧  $ab$  及び  $cd$  の曲率半徑
- $\rho_2$ ...弧  $ac$  及び  $bd$  の " "
- $T_1$ ... $ac$  及び  $bd$  の單位長に作用する張力即ち Meridian stress
- $T_2$ ... $ab$  及び  $cd$  の單位長に作用する水平張力即ち Ring stress
- $r$ ...面の水平斷面なる圓の半徑
- $p$ ... $A$  點の水壓強度
- $p dA = p \cdot ds_1 \cdot ds_2$ ...微分面に垂直に作用する水壓

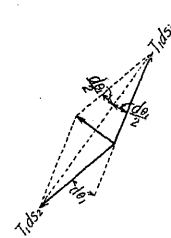
今  $a$  及び  $b$  に於て、面に垂直なる線  $ao_1, bo_1$  を考ふれば、何れも經斷面上に存し、 $o_1$  に於て交



第 96 圖

はり且つ二線共に軸を過ぐる... $o_2$  及び  $o'_2$ ... $o_1a = o_1b = \rho_1$  にして之は  $\widehat{ab}$  の曲率半徑である。又  $\widehat{ac}$  を含み經線に垂直なる平面を考ふれば、 $ao_2$  及び  $co_2$  は共に此平面上にありて軸上の點  $o_2$  に於て會し、 $ao_2 = co_2 = \rho_2$  にして、之は  $ac$  の曲率半徑である。

此場合凡てが軸  $oo'$  に對し對稱的にして、水壓は各點に垂直に作用するを以て、微分面の縁に剪力は作用せず、従て  $p dA$  なる水壓は各邊に作用する張力のみに依て支持さる。



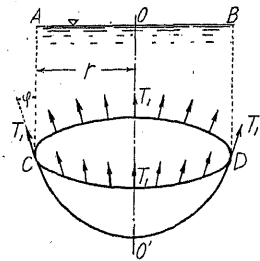
第 97 圖

二つの Meridian stresses の水壓の方向の分力  $= 2 T_1 ds_2 \sin \frac{d\theta_1}{2}$   
 $d\theta_1$  は微小なるを以て  $= T_1 ds_2 d\theta_1 = T_1 ds_2 \frac{ds_1}{\rho_1}$   
 同様に二つの Ring stresses の水壓の方向の分力  $= T_2 ds_1 d\theta_2 = T_2 ds_1 \frac{ds_2}{\rho_2}$   
 此兩力と微分面に作用する水壓と平衡するを以て

$$T_1 \frac{ds_1 \cdot ds_2}{\rho_1} + T_2 \frac{ds_1 \cdot ds_2}{\rho_2} = p ds_1 \cdot ds_2$$

$$\therefore \frac{T_1}{\rho_1} + \frac{T_2}{\rho_2} = p \quad \dots \dots (60)$$

今鉄厚を  $t$  とすれば、水壓に因る應力は



第 98 圖

Meridian stress の強度 =  $\frac{T_1}{t}$ , Ring stress の強度 =  $\frac{T_2}{t}$

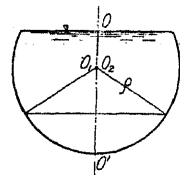
次に一の水平断面を考へその下方の皿状部の上縁圓周 (CD) に作用する力を考ふるに、周邊の單位長に對し  $T_1$  なる張力が經線の方に作用して ACO'DB 部の水の重量  $W$  を支持す。從て

$$T_1 \text{ の鉛直分力の總和} = T_1 \cos \varphi \cdot 2\pi r = W \dots \dots (61)$$

槽底形と水面高が與へらるれば、未知量は  $T_1$  及び  $T_2$  のみなる

を以て、(60) 及び (61) に依て容易に  $T_1, T_2$  を知り從て應力強度を求め得る。

水壓以外に壁の重量に因る應力あるを以て、之を單獨に (61) 式に依て計算し  $T_1$  に加ふる。



第 99 圖

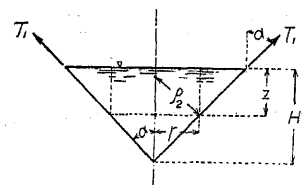
(2) 種々の水槽壁に於ける水壓に因る應力

1. 球面水槽 (第 99 圖) 球面なるを以て  $\rho_1 = \rho_2 = \rho$

$$\therefore \frac{T_1}{\rho_1} = \frac{T_2}{\rho_2} = \frac{T}{\rho} \quad \therefore 2 \frac{T}{\rho} = p$$

$$\therefore T = \frac{p\rho}{2} \dots \dots \dots (62)$$

2. 圓錐水槽 (第 100 圖) 經線は直線なるを以て  $\rho_1 = \infty$ 、故に (60) 式より



第 100 圖

$$\frac{T_2}{\rho_2} = p, \quad \rho_2 = r \sec a, \quad r = (H-z) \tan a$$

$$\therefore T_2 = pr \sec a = w_0 z r \sec a = w_0 z (H-z) \tan a \cdot \sec a \dots \dots (63)$$

次に (61) 式に於て  $\varphi = a = \text{const.}$

$$W = w_0 \left\{ \pi r^2 z + \frac{1}{3} \pi r^2 (H-z) \right\} \dots \dots (64)$$

$$T_1 = \frac{W}{2\pi r \cos a} = \frac{w_0}{2} \frac{z + \frac{1}{3}(H-z)}{\cos a} = \frac{w_0}{6} \frac{\tan a}{\cos a} (H-z)(H+2z) \dots \dots (65)$$

此場合  $T_1, T_2$  はある水深に於て極大値を有する。

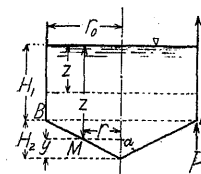
$$(65) \text{ 式より } \frac{dT_1}{dz} = 0 \text{ は } \frac{d}{dz} (H-z)(H+2z) = 0 \quad \therefore z = \frac{H}{4}$$

$$\therefore T_{1 \max} = \frac{3}{16} w_0 H^2 \tan a \cdot \sec a \dots \dots (66)$$

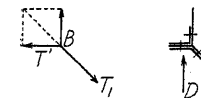
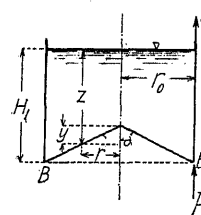
$$(64) \text{ 式より } \frac{dT_2}{dz} = 0 \text{ は } H-2z=0 \quad \therefore z = \frac{H}{2}$$

$$\therefore T_{2 \max} = \frac{1}{4} w_0 H^2 \tan a \cdot \sec a \dots \dots (67)$$

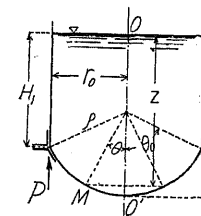
3. 圓錐形底部を有する圓筒狀水槽 普通は第 101 圖の如き形を用ふるも、底部に壓應力を作用せしむる爲に第 102 圖の形を用ふる事を得。此場合下記の應力式の  $\pm$  中  $-$  を用ふる。



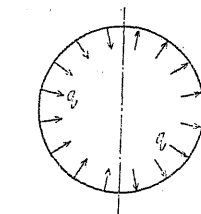
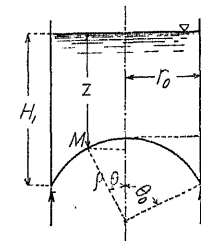
第 101 圖



第 102 圖



第 103 圖



第 104 圖

$$\text{上端 } B, \text{ 水の重量} = w_0 \pi r_0^2 \left( H_1 \pm \frac{1}{3} H_2 \right) \dots \dots (68)$$

	$T_1$	$T_2$
側壁任意の點	$+\frac{w_0 r_0}{2} \left( H_1 \pm \frac{1}{3} H_2 \right)$	$+w_0 r_0 z$
底部任意の點 M	$\pm \frac{w_0 r}{2} \left( z \pm \frac{1}{3} y \right) \sec a$	$\pm w_0 r z \cdot \sec a$
〃 外端 B	$\pm \frac{w_0 r_0}{2} \left( H_1 \pm \frac{1}{3} H_2 \right) \sec a$	$\pm w_0 r_0 H_1 \cdot \sec a$

水槽を必要の位置に支持するには、頂部の周圍に單位長に對し  $F$  なる力を加ふるか、又は  $BB'$  の外周に於て  $P$  なる力を以て支持する。然し  $BB'$  周邊の形を保つ爲に  $T'$  なる反力が必要なるを以て、内外何れかに支持輪 (Supporting ring) を入るゝ必要あり、普通之の位置に於て支柱又は支壁を以て水槽を支持する。從て  $B$  より上部の壁には Ring stress と自重に依る Meridian stress .. 壓力.. のみが作用する。此場合に於ても 2. と同様極大應力は底部に存在すべきも、その位置は  $H_1$  の大なるに從て急に  $B$  に接近する。

4. 球面底を有する圓筒狀水槽 この場合に於ても球面底は凹型と凸型とあり、後者には普通鐵筋混凝土を用ふる。下記の諸式中の正負二符號は凹底に上の符號を、凸底に下の符號を用ひ、應力の  $+$  は張力、 $-$  は壓力を示す。  $\rho$  は球の半径;

$$\text{槽内の水の重量} = W = w_0 \pi \left[ r_0^2 H_1 \pm \rho^3 \left( \frac{2}{3} - \cos \theta_0 + \frac{1}{3} \cos^3 \theta_0 \right) \right] \dots \dots (69)$$

水深  $z$  なる底部の點  $M$  の應力は

$$T_1 = \pm \left( \frac{H \mp \rho}{2} \pm \frac{\rho}{3} \frac{1 - \cos^3 \theta}{\sin^2 \theta} \right) \dots \dots (70)$$

$$T_2 = \pm \left( \frac{H \mp \rho}{2} \mp \frac{\rho}{3} \frac{1 - 3 \cos \theta + 2 \cos^3 \theta}{\sin^2 \theta} \right) \dots \dots (71)$$

圓筒部と球面部との境界に於ては、水平反力を取る爲に支持輪を置き、その下に於て柱、壁を以て水槽を支持する。  $\therefore$

尙凹底に於ては下端  $O'$  に於て最大應力を生じ、

$$T_1 = T_2 = \frac{1}{2} w_0 \rho H \dots \dots (72)$$

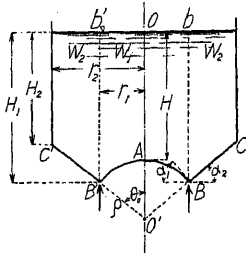
補剛輪の等布荷重は

$$q = \pm T_{1, H_1} \cos \theta_0 \dots \dots (73)$$

圓筒狀水槽には普通頂部に補剛輪を附し、兼ねて屋根を支持する。

5. インチエ式水槽 (Intze's elevated tank) Intze (獨) の考案にして、第 105 圖の如く底の中央部は凸狀球面、その外側は圓錐面より成り、満水時

に於てはその交線上に於て兩側の水平ラディアルの反力が互に平衡し、その下に入れたる支持輪は單に水槽の重量を支ふれば足り、且輪徑小となりて支持の臺又は構柱 (Supporting trestle) の材料を節約し得るものにて、現今に於ても鋼製高架水槽として廣く使用さるゝ。



第 105 圖

先づ一般に \$AB\$ 及び \$BC\$ 部の \$B\$ に於ける經線方向應力 (Meridian stress) を夫々 \$T\_1'\$ 及び \$T\_1''\$, その傾角を \$\alpha\_1\$ 及び \$\alpha\_2\$ とし、\$BAB'\$ 球面底上の水の體積を \$V\_1\$, その外側の環狀の水の體積を \$V\_2\$ とし、...重量は夫々 \$W\_1, W\_2\$...支持輪を内側に押すラディアル反力を輪の單位長に對し \$\rho\$ とすれば

$$\rho = \frac{1}{2\pi r_1} (V_2 \cot \alpha_2 - V_1 \cot \alpha_1) \quad \dots \quad (74)$$

(69) 式より

$$W_1 = V_1 = \pi \left[ r_1^2 H_1 - \rho^3 \left( \frac{2}{3} - \cos \theta_0 + \frac{1}{3} \cos^3 \theta_0 \right) \right], \quad \rho = \frac{r_1}{\sin \theta_0} \quad \dots \quad (75)$$

(68) 式より

$$W_2 = V_2 = \pi \left[ r_2^2 \left( H_2 + \frac{1}{3} r_2 \tan \alpha_2 \right) - r_1^2 \left( H_1 + \frac{1}{3} r_1 \tan \alpha_1 \right) \right] \quad \dots \quad (76)$$

普通 \$\alpha\_1 = \alpha\_2 = \frac{\pi}{2} - \theta\_0 = \frac{\pi}{4}\$ を用ふるを以て、\$\rho = 0\$ なる爲の \$r\_2/r\_1\$ を求むれば、\$V\_2 = V\_1\$

依て所要の水量を \$V\$ とすれば、\$V\_1 = \frac{1}{2} V\$ なるを以て、(75) 式に於て \$H\_1/r\_1\$ を適當に定めて \$r\_1\$ を出し、次に \$V\_1 = V\_2\$ なる爲の條件より \$\lambda\$ を求むる。...但し \$r\_2/r\_1 = \lambda\$...

$$\lambda^3 - \frac{3}{2} \left( \frac{H_1}{r_1} + 1 \right) \lambda^2 + 3 \left( \frac{H_1}{r_1} + 1 \right) - 2^{\frac{3}{2}} = 0 \quad \dots \quad (77)$$

[例 4] \$V = 20 \text{ m}^3\$

$$(75) \text{ 式より } 10 = \pi r_1^2 (H_1 - r_1 \times 0.219) \quad \therefore \frac{H_1}{r_1} = 0.219 + \frac{10}{\pi} \frac{1}{r_1^3}$$

$$\text{今 } \frac{H_1}{r_1} = 2 \text{ と置けば } r_1^3 = \frac{10}{1.781 \pi} \quad \therefore r_1 = 1.213 \text{ m}$$

$$\text{次に (77) 式より } \lambda^3 - \frac{9}{2} \lambda^2 + 9 - 2.828 = 0$$

$$\therefore \lambda^3 - 4.5 \lambda^2 + 6.172 = 0 \quad \therefore \lambda = 1.42 \quad \therefore r_2 = \lambda r_1 = 1.72 \text{ m}$$

6. 注意 上記の計算に於ては凡て彎曲力率を無視せるも、實際は飯又は鐵筋壁の中心面と槽内面とが一致せざる爲、應力に因る各部の變形、溫度變化に因る變形、風壓地震力等の水平力等に因て稍著しき彎曲力率が作用する。従て上記の如き簡單なる計算に依て設計する場合は、鋼飯製に於て普通の許容應力度の 70% 位を用ひ、鐵筋構造に於ては凸底の場合混凝土の許容應力度を矢張り 70% 位に低下し、凹底及び圓筒壁に於ては特に緻密に富配合の混凝土を用ひ、厚さは餘り大ならざるを可とする。