

第二章 静水 壓

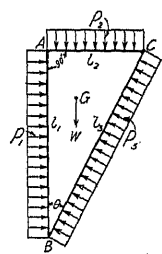
[6] 静水壓

(1) 静水壓の方向 静止せる液體の内部に一の面を假想すれば、その面の兩側に於て液體に相對運動の存在せざる限り、面上の一點に作用する力は常にその點に於て面に垂直なる壓力にして之を静水壓 (Hydrostatic pressure) と名づくる。此事實は静止せる液體は凡ての部分に於て應張力及び應剪力を受くる能はずと云ふ液體の定義による必然の結果である。完全液體に於ては面の兩側に於て相對運動ある場合に於ても應剪力を受け得ざるを以て、面の各點に作用する力は常にその點に於て面に垂直なる壓力である。

次に容器の内壁面に於ても上記の法則は成立する。假りに剪力が作用し得るものとすれば器内面に極めて薄き水膜を考へ、その内側面には應剪力の作用不可能なるに拘らず、外側面即ち容器との接面に於ては剪力作用するを以て水膜は運動を起す事となる。静水壓を略して單に水壓 (Water pressure) と呼ぶ場合が多い。

(2) 静水壓の強さ (Intensity of hydrostatic pressure) 水中の一點又は容器壁内面の一點に作用する水壓は、その方向の如何に拘らず等しき強さを有する。

この定理を證明する爲に、水中に第 5 圖に示す如く一鉛直なる直角三角形の微小なる斷面を有し、單位長を有する水の三角體を考へる。但しこの場合鉛直なる意味はその部分の質量に比例する大きさを有する質量力 (Mass force, Extrinsic force) の方向に平行なる事にして重力の外、遠心力等の作用する場合はその合力の方向である。



第 5 圖

牆軸に平行なる面に作用する水壓				
邊	方 向	長 さ	水壓の強さ	全水壓
AB	鉛 直	l_1	p_1	$P_1 = p_1 l_1$
AC	水 平	l_2	p_2	$P_2 = p_2 l_2$
BC	傾 斜	l_3	p_3	$P_3 = p_3 l_3$

$W = \text{三角體の水の重量} = \text{單位體積の水の重量} \cdot \text{體積} = \frac{w_0}{2} \cdot l_1 l_2$

體の水に作用する力の平衡の條件は、斜邊の鉛直に對する傾角を θ とすれば

P_3 の水平分力 $= P_1 = P_3 \cos \theta$, P_3 の鉛直分力 $= W + P_2 = P_3 \sin \theta$

$\therefore p_0 l_0 \cdot \frac{l_1}{l_3} = p_1 l_1$ $\therefore p_0 = p_1$

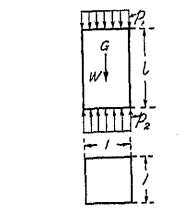
$\therefore p_0 l_0 \cdot \frac{l_2}{l_3} = \frac{w_0}{2} l_1 l_2 + p_2 l_2$ $\therefore p_2 = \frac{w_0}{2} l_1 + p_0$

體が極めて小にして實際上一點と看做し得る如き場合に於ては、各邊は共に微小なる長さとなり p_1, p_2, p_3 は單位面積に作用する力にして一定の有限値を有するも、 l_1 は極めて小にして $\frac{w_0}{2} l_1$ は p_2 に比して 無視し得るを以て

$p_1 = p_2 = p_0$ (9)

而て (9) 式は斷面三角形の形狀即ち θ の如何に拘らず成立するを以て、結局水中の一點に作用する水壓の強さは方向の如何に拘らず相等しい。

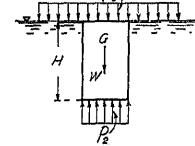
静止せる水中のある點に於ける水壓の強さ p はその點の水深 H 即ちその點より水面迄の鉛直距離と、水の單位體積の重量 w_0 との積に等しい。



第 6 圖

この定理を證明する爲め水中に單位斷面積を有し高さ l なる鉛直方體を假想し、その上下兩面に作用する水壓を考ふれば、上面に於ては p_1 なる強さの壓力が下向き鉛直に作用し、下面に於ては p_2 なる強さの壓力が上向き鉛直に作用し、水柱の重量 W は體の重心 G に鉛直下向に作用する。その他の面に作用する水壓は凡て水平なるを以て鉛直方向の力の平衡には無關係である。依て鉛直なる力の平衡の條件は

$p_2 = p_1 + W = p_1 + w_0 l$ $\therefore p_2 - p_1 = w_0 l$



第 7 圖

水柱の上面が水面に一致する場合は、水柱の高さ l は底面の水深 H に等しく上面には大氣壓 (Atmospheric pressure) p_0 が作用する。

従て

$p_2 = p_0 + w_0 H$ (10)

然るに大氣に接觸し居る物體の表面には總て p_0 なる大氣壓が面に垂直に作用しその値も略一定せるを以て、實地には p_2 の代りに $p_2 - p_0 = p$ を以て水壓の強さとする。即ち

$p = p_2 - p_0 = w_0 H$, $H = \frac{p}{w_0}$ (11)

水中のある點の水壓の強さが p なる時 $p/w_0 = H$ を水頭 (Head) 又は壓力水頭 (Pressure head) と呼ぶ。

(3) 大氣壓 大氣の壓力の強さは位置及び時に依て異り、普通の場合は一氣壓に等しきものと假定して居る。一氣壓とは高さ 760 mm の單位斷面積 (1 cm²) を有する水銀柱の 0°C に於ける重量に等しい。これを種々の單位にて表せば

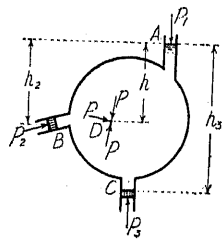
$p_0 = 1.033 \text{ kg/cm}^2 = 10.33 \text{ t/m}^2 = 14.7 \text{ lbs/in}^2 = 2116.267 \text{ lbs/ft}^2$

近年歐大陸に於て單位断面を有する高 10 m の水柱の 4°C に於ける重量に等しき氣壓を標準氣壓 (Normal atmospheric pressure) と定めたるが、水理の計算には極めて便利である。即ち

一標準氣壓=1 バール (bar)= $p_0=1.00 \text{ kg/cm}^2=10 \text{ t/m}^2$

英尺に於ては高 30'' (=762 mm) の水銀柱の重量に相當する壓力の強さを 1 氣壓とし、水頭 33.92 呎の水壓の強さに等しきを以て、實地に於ては簡単に 34' の水頭に相等するものと假定して居る。

(4) 壓力の傳達 (Transmission of pressure) 水中の一點に作用する水壓の強さは方向の如何に拘らず相等しく、一點に作用する水壓の強さは高さの異なる他の點に作用する水壓の強さと高低差に相當する水壓の強さととの代數和に等しい。從て容器中の水の一部 A...第 8 圖...に p_1 なる強さの壓力を加ふる時は



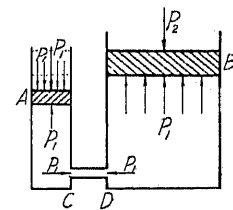
第 8 圖

B 點の壓力強度 = $p_2 = p_1 + w_0 h_2$
C 點の ,, = $p_3 = p_1 + w_0 h_3$
D 點の ,, = $p = p_1 + w_0 h$

p_1 を水頭を以て表はせば $p_1 = w_0 h_1$

p_1 大に容器比較的小にして p_1 に比し $w_0 h, w_0 h_2, \dots$ が極めて小なる時は $p_1 = p_2 = p_3 = p$

依て第 9 圖の如く AC, BD なる大小二つの容器を管 (C) にて連絡し、小容器に水密なる蓋 A を介して P_1 なる力を加ふれば、二器内の水壓の強さは全部一様に $P_1/A_1 = p_1$ 、但し A_1 は P_1 を加ふる面積、從て蓋 B の下面に加ふる全水壓は $p_1 A_2$ (A_2 は B の面積)、故に B に於てその下面に垂直なる即ち p_1 の方向に反對向に作用する外力 $P_2 = p_1 A_2$ と平衡する事を得。



第 9 圖

$P_2 = P_1 \frac{A_2}{A_1}$

即ち P_1 なる力を加ふれば B に於て A_2/A_1 倍の力を支ふる事が出来る。A, B 共に同板にして半径の比を 1:10 にすれば $P_2=100 P_1$ となる。此原理は水壓又は油壓起重機として廣く利用されて居る。但し P_2 に打克て蓋を l だけ移動せしむる場合は $A_2 \cdot l$ だけの體積の液體は小器より大器に移り A は $l \cdot \frac{A_2}{A_1}$ だけ下る。故に實際の起重機に於てはポンプを用ひ加壓すると同時に液を補充する。強大なる力を加ふる材料強弱試験機も多くは油壓を利用せるものである。

實際には B は絶対に水密なるを要すると同時にその移動に對する摩擦は極めて小なるを要するを以て、 p_1 を大ならしむる事は容易ならず。試験機の優劣は多く此點の機構に依る。

[7] 水準面及び水平面

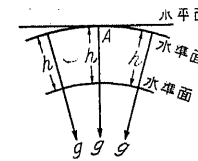
(1) 水準面 (Level surface) 液體中に一の面を考へ、面上の總ての點の壓力の強さが等しき時はその面を水準面と呼ぶ。水の表面に於ては大氣壓 p_0 が作用するを以て、氣壓が一樣なる時は水面は各點に於て重力の方向に垂直にして水準面を成し、波浪の如き表面の運動は此水準面を基準として上下に動き、その平均面は矢張り重力に垂直である。大洋に於て氣壓の強さが一樣ならざる時又は潮流の存在する時は水準面、即ち等壓力強の面は正確に言へば重力の方向に垂直でない。標準氣壓を 760 mm とし、700 mm の低氣壓が起りたる時の水面の上昇は

$(760 - 700) \cdot 13.6 \text{ mm} = 0.816 \text{ m}$

水の全體積不變なりとすれば、水面の一部上昇したる時他部は下りて潮流を起し、且つ低氣壓中心の移動に伴ひ隆起部が灣江内に進入し漸次高さを増して津浪を起す原因ともなる。

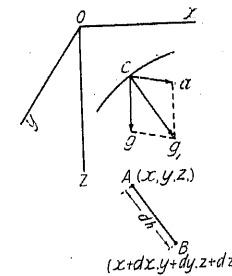
靜止せる液體に於ては内部の水壓の強さは水面よりの深さ、即ち重力の方向に計りたる距離に比例するを以て等深面は總て水準面である。一般的に言へば水準面は之を構成する各水粒に作用する質量力の方向に垂直なる連續面 (Continuous surface) にして、力の方向に計りたる二つの水準面間の距離...重力のみ作用する場合は鉛直高...は總て同一である。

(2) 水平面即ち地平面 (Horizontal plane) ある地點の水平面又は地平面とは重力の方向に垂直なる平面にして、その點に於て水準面に接する平面である。從て水平面は地球上の各點に於て一々異なるが、地球表面に比して極めて小なる面積に於ては實地上水平面又は地平面は水準面と



第 10 圖

一致するものと考へて差支ない。液體のある點に於て重力の加速度 g の外に a なる加速度が任意の方向に作用する時は、その點の水準面は g と a との合成加速度 g_1 に垂直である。



第 11 圖

今三次元直角坐標軸 ox, oy, oz に於て oz を鉛直下向にとれば、 oxy 平面は水平面にして、一般に g_1 はこの三軸に對して傾斜する。此傾斜角を α, β, γ とすれば三軸の方向に於ける g_1 の分加速度 X, Y, Z は

$X = g_1 \cos \alpha, \quad Y = g_1 \cos \beta, \quad Z = g_1 \cos \gamma$

液體内に於て g_1 の方向に dh たけ距りたる二點 A, B の壓力の強さの差 dp を求むるに、單位體積の質量を ρ 、重量を $w_0 = \rho g$ とすれば

$dp = \rho g_1 dh = \frac{w_0}{g} g_1 dh$

二點 A, B の坐標を x, y, z 及び x+dx, y+dy, z+dz とすれば

$$dh = dx \cdot \cos \alpha + dy \cdot \cos \beta + dz \cdot \cos \gamma$$

$$\therefore dp = \frac{\rho_0}{g} g_1(dx \cos \alpha + dy \cos \beta + dz \cos \gamma)$$

$$= \frac{\rho_0}{g} (g_1 \cos \alpha dx + g_1 \cos \beta dy + g_1 \cos \gamma dz)$$

$$\therefore dp = -\frac{\rho_0}{g} (Xdx + Ydy + Zdz) \dots \dots \dots (12)$$

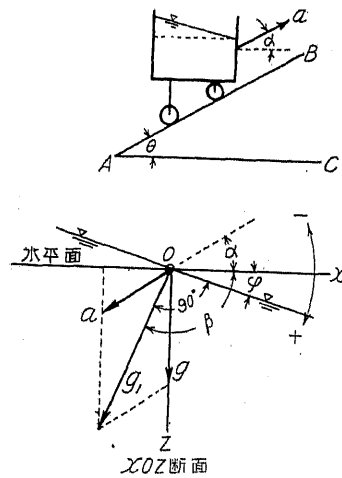
一の水準面上に於ては壓力の強さは相等しきを以て

$$dp = 0 \quad \therefore Xdx + Ydy + Zdz = 0 \dots \dots \dots (13)$$

(13) 式は水準面を表はす微分方程式である。

(3) 種々なる場合の水面の形

1. ある加速度を以て曳かる、水槽内の水面の形 問題を一般的に考へ、水槽が θ なる傾斜を有する斜面 AB に沿ふて a なる加速度にて曳かる、場合を考ふるに、槽内の水分子には重力の加速度 g の外に a



第 12 圖

水槽を曳く場合は水面に初め波動を生ずるを以て、水が溢流せざる爲には餘程徐々に曳き初め、a を小にする必要がある。運動しつつある水槽を急に止め又は減速する時は a は - となり、槽内の水に作用する加速度は + となり、水面は - φ だけ傾く。

2. 迴轉する水の表面形 圓筒状の水槽の内部の水が鉛直軸 oz の周りに迴轉し、各水分子の角速度 ω が等しき時は軸より水平に x なる距離の水粒は重力の加速度 g の外に遠心力に因る加速度 a が作用する。總て軸に對して對稱的なるを以て軸を含む鉛直断面 (Meridian section) 上の水面線は總て同一形状である。今此断面の水面上の一點 A に作用する合成加速度を g_1 とすれば、A 點の水面は g_1 に垂直である。故に (13) 式より

と等値にして反對向きの加速度 +a が作用し、その合成を g_1 とし、 g_1 の水平即ち ox 軸に對する傾斜を β とすれば、oz に對して $\beta - 90^\circ$ なる傾斜を爲す。此場合 oy 軸の方向には變化なきを以て (13) 式は

$$Xdx + Zdz = 0 \quad \therefore \frac{dz}{dx} = -\frac{X}{Z}$$

然るに $X = g_1 \cos \beta = -a \cos \alpha$
 $Z = g_1 \cos (\beta - 90^\circ) = g + a \sin \alpha$ 但 $\alpha = \theta$

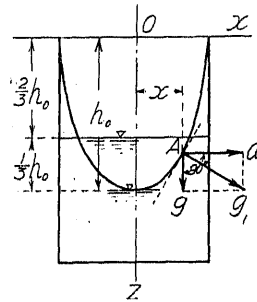
故に水面の水平に對する傾斜 φ は

$$\tan \varphi = \frac{dz}{dx} = \frac{a \cos \alpha}{g + a \sin \alpha} \dots \dots \dots (14)$$

若し水平面 AC に沿ふて曳く時は

$$a = 0 \quad \therefore \cos \alpha = 1, \sin \alpha = 0$$

$$\therefore \tan \varphi = \frac{a}{g}$$



第 13 圖

$$Xdx + Zdz = 0 \quad \therefore adx + g dz = 0$$

然るに A の速度は $v = \omega x$ なるを以て

$$a = \frac{v^2}{x} = \frac{x^2 \omega^2}{x} = \omega^2 x$$

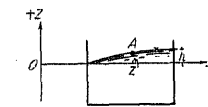
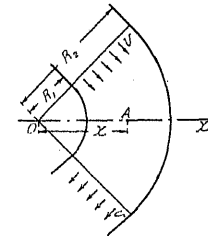
$$\therefore \frac{dz}{dx} = -\frac{\omega^2 x}{g} \quad \therefore z = -\frac{1}{2g} \omega^2 x^2 + C$$

x=0 に於ては $z = h_0 = C$

$$\therefore z = h_0 - \frac{1}{2g} \omega^2 x^2 \dots \dots \dots (15)$$

即ち水面の最低點は $z = h_0$ に在り、靜止時平均水面は $z = \frac{2}{3} h_0$ に位する。

3. 曲線水路に於ける水面形 兩岸が二つの同心圓弧なる水路に於て一樣の流速 $v = \text{const.}$ にて水が流るゝ場合の水面は 2. の場合と異なる形を成す。今原點を弧の中心に於て内側岸の水面の高さに置き、oz 軸を上向に取れば、0 より水平に x なる距離に存する A なる水分子に於て



第 14 圖

各水分子に作用する遠心加速度、 $X = a = \frac{v^2}{x}$

故に (13) 式に依り $Xdx + Z(-dz) = 0$

$$\therefore \frac{dz}{dx} = \frac{X}{Z} = \frac{1}{g} \frac{v^2}{x} \quad \therefore z = \frac{v^2}{g} \ln x + C$$

内側岸に於て $x = R_1, z = 0$ なるを以て $C = -\frac{v^2}{g} \ln R_1$

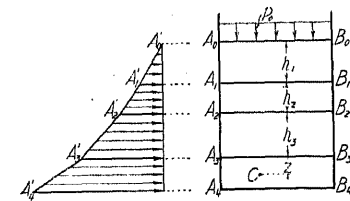
$$\therefore z = \frac{v^2}{g} \ln \frac{x}{R_1} = 2.3026 \frac{v^2}{g} \log \frac{x}{R_1} \dots \dots \dots (16)$$

外側岸に於て $x = R_2$

$$\therefore h = \frac{v^2}{g} \ln \frac{R_2}{R_1} = 2.3026 \frac{v^2}{g} \log \frac{R_2}{R_1} \dots \dots \dots (17)$$

【例 1】 $R_1 = 5\text{m}, R_2 = 10\text{m}, v = 2\text{m/sec}, g = 9.80 \text{ m/sec}^2$
 $\therefore h = \frac{2^2}{9.80} \ln \frac{10}{5} = 0.408 \cdot 0.693 = 0.282 \text{ m}$

(4) 種々の液體の層による壓力の強さ 互に混合せず、比重の異なる種々の液體を順序を問はず槽中に入れば、底より比重の順序に従ひ層を爲して靜止す (第 15 圖)。



第 15 圖

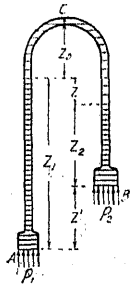
表面及び接面に於ては壓力の強さ一樣なるを以て水準面を成し、重きもの程下層を占むるは [14] (1) の浮體の原理に従ふものである。今各層の厚さを h_1, h_2, \dots 、單位體積の重量を w_1, w_2, \dots 、比重を $\gamma_1, \gamma_2, \dots$ とすれば、C 點に於ける壓力の強さ p は

$$p = p_0 + w_1 h_1 + w_2 h_2 + \dots + w_n h_n = p_0 + w_0 (\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \dots + \gamma_n h_n)$$

即ち各液は厚さの γ 倍だけの水と同一の壓力を及ぼし、水平方向の壓力の強さの分布は第 15

圖に示す如く、壓力圖の斜線の傾斜は γ に比例する。

(5) 微壓計 (Differential gage) 微壓計は微小なる壓力差を計る装置にして、第 16 圖の如く壓力の強さの異なる二部分 A, B を ACB なる管にて連絡し、管中には A 及び B に存する甲液 (w_0, γ_0) より軽くして、之と混合せざる乙液 (w_1, γ_1) を入れて管内の一部を充たす。然る時は C 點に於ては兩側の壓力強度相等しきを以て



$$p_1 - (w_1 z_0 + w_0 z_1) = p_2 - (w_1 z_0 + w_1 z + w_0 z_2)$$

$$\therefore w_1 z = w_0(z_1 - z_2) - p_1 + p_2 = w_0(z' + z) - p_1 + p_2$$

$$z' = 0 \text{ ならば } p_1 - p_2 = z(w_0 - w_1) \quad \therefore z = \frac{p_1 - p_2}{w_0 - w_1}$$

依て目盛により z を讀めば $p_1 - p_2$ を知る。普通は $w_0 - w_1$ を單位として

目盛し z の讀み数は直に $p_1 - p_2$ を示す。 $w_0 - w_1$ の小なる程、差壓を示す

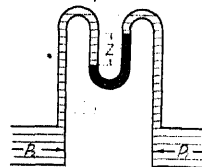
第 16 圖

z は大となるを以て、比重のなるべく近き乙液を用ふる。

今 甲液を水、乙液を Methylbenzene ($\gamma = 0.87$) とし、 $p_1 = w_0 H_1, p_2 = w_0 H_2$ とすれば

$$z = \frac{w_0 H_1 - w_0 H_2}{w_0 - w_1} = \frac{H_1 - H_2}{1.00 - 0.87} = 7.69(H_1 - H_2)$$

即ち A, B の實際の水頭差 $H_1 - H_2$ は 7.69 倍されて現はれる。



第 17 圖

反對に p_1, p_2 の差が非常に大なる時は水頭差を縮小して讀む方が便である。此場合は甲液に比し比重のなるべく大なる液...普通は水銀...を用ふる。水と水銀を用ふる時は

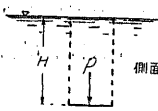
$$z = \frac{p_2 - p_1}{w_1 - w_0} = \frac{H_2 - H_1}{13.57 - 1.00} = \frac{H_2 - H_1}{12.57}$$

即ち z は實際の水頭差の $1/12.57$ である。

[8] 水平又は鉛直なる平面に作用する水壓

(1) 水平なる面 水面より H なる深さに於て A なる面積を有する平面を假想すれば、その面上の總ての點の水頭は H にして水壓の強さは $w_0 H$ に等しい。従て總水壓 P は

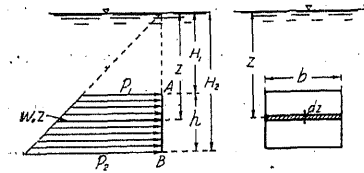
$$P = A \cdot w_0 H = w_0 \cdot AH$$



第 18 圖

即ち A なる水平斷面積を有し H なる高さの水柱の重量に等しく、その作用線は鉛直にして面の重心を過る。

(2) 二邊水面に平行なる鉛直矩形平面 水面より z なる深さに於て微小なる幅 dz を有する水平の帶狀面積 $b \cdot dz$ を考ふればその面積上に於ては、水壓の強さは一様にして $w_0 z$ に等しく、従て帶狀面に作用する



第 19 圖

水壓 dp は

$$dp = b \cdot dz \cdot w_0 z = w_0 b z dz$$

依て全面積を水面に平行なる多數の帶狀部分に分ち、各帶に作用する水壓の總和を求むれば、面に作用する水壓を得。

$$P = \int_{z=H_1}^{H_2} w_0 \cdot b z \cdot dz = w_0 b \int_{z=H_1}^{H_2} z dz = w_0 b \left[\frac{1}{2} z^2 \right]_{H_1}^{H_2}$$

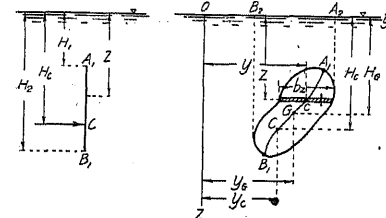
$$\therefore P = \frac{1}{2} w_0 b (H_2^2 - H_1^2) \dots \dots \dots (18)$$

積分を用ひず、次の方法に依るも同一の結果に達する。水壓の強さは水深に比例するを以て、面の頂部 A 點の水壓の強さを p_1 とすれば、それ以下の帶狀部に作用する水壓の強さ p は水深に比例して増大し、底部 B に於て p_2 に達す。故に AB 間の平均の強さ p_m は

$$p_m = \frac{1}{2}(p_1 + p_2) = \frac{w_0 H_1 + w_0 H_2}{2} = \frac{1}{2} w_0 (H_1 + H_2)$$

$$\therefore P = p_m \times \text{面積} = \frac{1}{2} w_0 b (H_2 + H_1)(H_2 - H_1) = \frac{1}{2} w_0 b (H_2^2 - H_1^2)$$

(3) 任意形状の鉛直面 面積を A とし之を含む平面と水面との交線を y 軸とし、その平面上の任意の鉛直線を z 軸に取り、兩軸の交點 o を坐標の原点とすれば、(2) の場合と同様 z なる任意の深さに於て微小なる幅 dz 、長 b_z を有する水平の帶狀面積を考へ、 $dp = w_0 z \cdot b_z \cdot dz$ なるを以て



第 20 圖

$$P = \int_{z=H_1}^{H_2} w_0 z \cdot b_z \cdot dz = w_0 \int_{H_1}^{H_2} b_z z dz \dots (19)$$

面積 A は $A = \int_{H_1}^{H_2} b_z dz$ にして、面積上の平均の水壓の強さは

$$p_m = \frac{P}{A} = \frac{w_0 \int_{H_1}^{H_2} b_z z dz}{\int_{H_1}^{H_2} b_z dz} \dots \dots \dots (20)$$

然るに $b_z dz \cdot z$ は $b_z dz$ なる面積の oy 軸の周りの面積能率 (Area moment) にして、 $\int b_z z dz$ は全面積 A の oy の周りの面積能率である。故に之を面積にて除したるものは oy 軸より面積の重心 G に至る距離、即ち重心點の水深である。依て之を H_G にて表はせば (12) 式に依り

$$P = p_m A = w_0 H_G \cdot A \dots \dots \dots (21)$$

次に全水圧 P の作用点の位置 C の坐標 $z=H_c, y=y_c$ を求めるに、面積 A を dz なる幅を有する多くの水平帯状部分に分つ時は、各部に作用する水圧 $w_0 b_z dz$ の作用点は帯状部の中心 c なるを以て、この水圧を假りに c 點に集中して作用するものとすれば、全水圧 P の作用点 C は c の軌跡 AB なる曲線上に作用する力の合成力の作用点と同一である。依て一の帯状部分に作用する水圧の oy の周りの能率は $m = w_0 b_z dz \cdot z = w_0 b_z z^2 dz$

全水圧の oy の周りの能率 M は

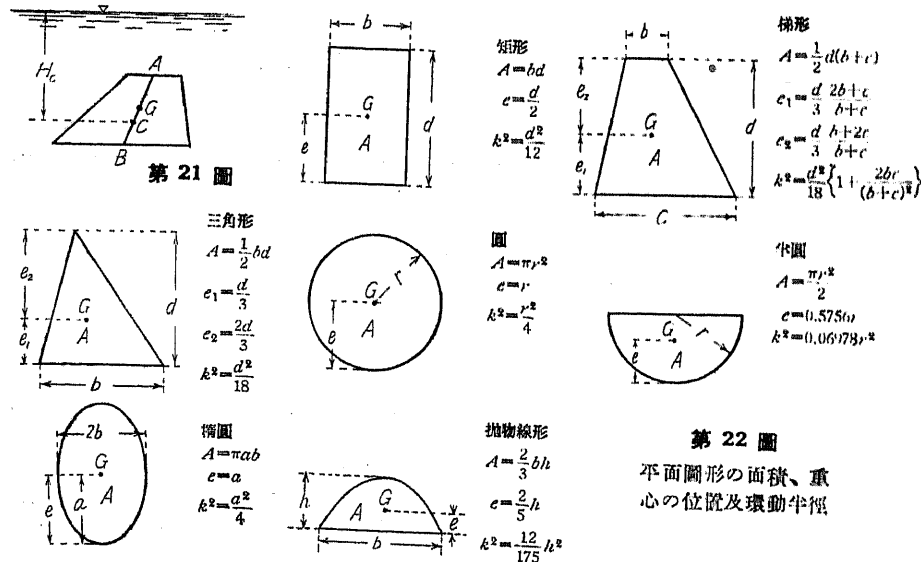
$$M = P \cdot H_c = \sum_{z=H_1}^{H_2} w_0 b_z z^2 dz = w_0 \int_{H_1}^{H_2} b_z z^2 dz \dots \dots \dots (22)$$

然るに $b_z dz$ は帯状部の面積にして、之に z^2 を乗じたるもの、總和は面積 A の oy 軸の周りの慣性能率 (Moment of inertia) I である。然るに I は面積 A の重心 G を過ぎ oy 軸に平行なる軸の周りの慣性能率 I_G に、 $A \cdot H_G^2$ を加へたるものに等しく I_G は面積 A にその環動半径 (Radius of gyration) k の二乗を乗じたるものである。故に (21) (22) 式より

$$H_c = \frac{w_0}{P} (I_G + A \cdot H_G^2) = \frac{w_0}{w_0 \cdot H_G \cdot A} (A k^2 + A H_G^2) = H_G + \frac{k^2}{H_G} \dots \dots \dots (23)$$

故に H_c 即ち作用点の水深は、面積の重心 G の水深 H_G と、面積 A の環動半径 k とを知らば直ちに算出し得る。

次に oz 軸よりの水平距離 y_c を求めるに、帯状部分の水圧の oz 軸の周りの能率は $w_0 b_z \cdot z \cdot dz \cdot y$ にしてその總和は總水圧 P の oz 軸の周りの能率に等しきを以て



$$y_c P = \sum_{z=H_1}^{H_2} w_0 b_z y z dz = w_0 \int_{H_1}^{H_2} b_z y z dz$$

$$\therefore y_c = \frac{w_0}{P} \int_{H_1}^{H_2} b_z y z dz = \frac{1}{H_G \cdot A} \int_{H_1}^{H_2} b_z y z dz \dots \dots \dots (24)$$

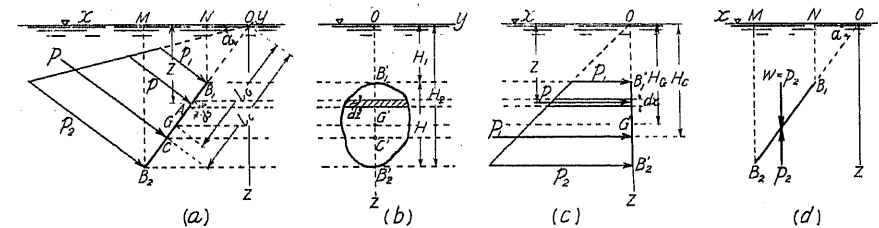
面積 A の形状に依り b_z 及び y は z を以て表はす事を得るが故に、右邊を積分すれば y_c を求める事を得。然し y 點の軌跡 AB が直線なる場合は各帯に作用する水圧は總て AB 線上に働くを以てその合成力、即ち總水圧 P も亦 AB 線上に作用す。故に AB 線上に於て (23) 式に依る H_c に等しき水深を有する點が P の作用点 C にして、(24) 式の計算は必要でない。

第 22 圖に種々の平面圖形の重心 G の位置、及び G を過ぎる水平軸の周りの環動半径 k を示す。例へば水中に鉛直に置かれたる半径 r なる圓板の中心に於ける水深が H_0 なりとすれば、之に作用する總水圧 P は $P = w_0 H_0 A = w_0 H_0 \cdot \pi r^2$ にして、 P の作用点 C は G を通る鉛直直径上にあり、その水深 H_c は

$$H_c = H_G + \frac{k^2}{H_G} = H_0 + \frac{1}{H_0} \cdot \frac{r^2}{4}$$

[9] 傾斜せる平面に作用する水壓

(1) 水壓及び作用点 水中にて水平に對して a なる傾斜を爲す平面上に於ける任意の部分 A の片側に作用する水壓 P と、その作用点 C の位置とを求めるに、平面と水面との交線を y 軸、その上の任意の點 o を原點、鉛直線 oz を z 軸、水面に於て oy に垂直に ox 軸をとる。



第 23 圖

先づ y, z 軸を含む鉛直面上の射影 $B_1' B_2'$... 第 23 圖 (b)... に就て考ふれば、水壓 P_1 及び作用点 C' は (21) (23) (24) 式に依りて求める事を得。而て $B_1' B_2'$ と實際の圖形 $B_1 B_2$ とを比較するに、同じ水深 z に於ける水平帯に於て水壓の強さは同一にして、唯水平帯の幅及び面に沿ふて水面に至る距離が總て $\frac{ds}{\sin a}$ 即ち $\text{cosec } a$ 倍である。従て實際の面積に作用する水壓及び作用点の位置は

$$P = P_1 \cdot \text{cosec } a \quad \text{即ち} \quad P \sin a = P_1$$

即ち水壓 P_1 は P の x 方向の分力にして、 P の作用点 C より oy 軸に到る垂直距離は C

の水深を H_0 とし

$$OC = l_0 = H_0 \operatorname{cosec} \alpha$$

にして、面積 B_1B_2 の重心 G を通り oy 軸に平行なる軸の周りの環動半径 k は、面積 $B_1'B_2'$ の重心 G' を通る水平軸の周りの環動半径 k' に $\operatorname{cosec} \alpha$ を乗じたものに等しく

$$k = k' \operatorname{cosec} \alpha$$

尚 (23) 式より $H_0 = H_0 + \frac{k'^2}{H_0}$ なるを以て

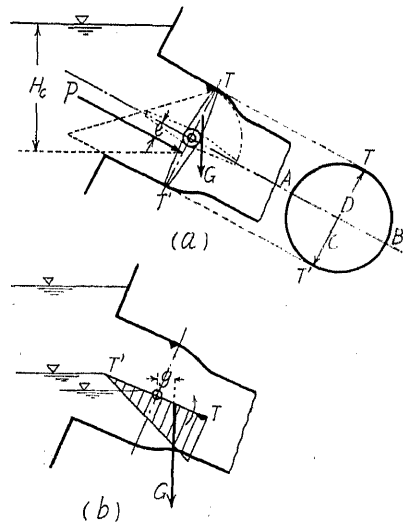
$$l_0 = \left(H_0 + \frac{k'^2}{H_0} \right) \operatorname{cosec} \alpha = l_G + \frac{k^2}{l_G} \dots \dots \dots (25)$$

作用点 C の水平位置は $B_1'B_2'$ に於ける C' と全く同一にして [8] (3) に依りて求め得る。次に B_1B_2 なる面積を底とする鉛直水柱 $MB_2B_1N \dots (a)$ 圖... に於て鉛直方向の力の平衡を考ふるに、水柱の重量 W は底面の下面に作用する上向水壓の鉛直分力 P_2 に等しきを要す。然るに P_2 は面積の上面に作用する水壓 P の鉛直分力に等しきを以て $P \cos \alpha = P_2 = W$ 然るに

$$W = w_0 \cdot \text{水柱の水平断面面積} \cdot \text{面積の重心 } G \text{ に於ける水深}$$
$$= w_0 \cdot A \cos \alpha \cdot H_0$$

$$\therefore P = w_0 \cdot A H_0 \dots \dots \dots (26)$$

即ち傾斜せる平面上の面積に作用する水壓 P は、 B_1B_2 に等しき断面面積を有し、高さ H_0 なる水柱の重量に等しく、その水平分力は平面と水面との交線を含む鉛直面上の射影に作用する水



第 24 圖

圧に等しく、鉛直分力は面積を底とする鉛直水柱の重量に等し。

[例 2] 第 24 圖 (a) に示す如き圓板状のに作用する水壓は

$$P = \frac{1}{4} w_0 l_0 \pi l^2$$

圓板が水面と α の角をなす時... (a) 圖... の全水壓の合力の作用点の位置は

$$c = \frac{\sin \alpha \cdot l^2}{32 H_0}$$

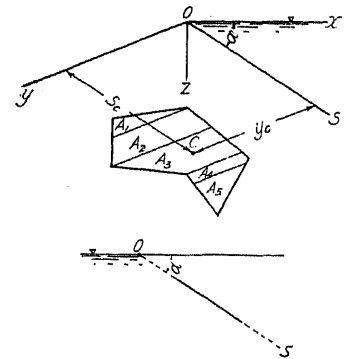
従つて直径 AB の周りの力率は

$$P \cdot c = \frac{w_0 \pi l^4 \sin \alpha}{128}$$

即ち水深に無関係である。

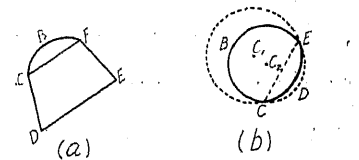
次に (b) 圖の如く T に適當な錘りを付すれば、水深の大なる間は弁は開き、水面が T' よりある程度以下に下

(2) 複雑なる形の平面圖形に作用する水壓 周圍が多くの直線及び曲線の集合より成る複雑なる形状の平面圖形に作用する水壓及びその作用点の位置を求むるには、面上の水平線を以て多くの簡單なる圖形に分ち、各々の面積、重心及び水壓の作用点を求め夫等の組合せに依て求むる。但し此場合第 22 圖の圖形を利用すれば便利である。今水面に對し α なる傾きを爲す多角形に作用する水壓を求むるに、多角形の平面と水面との交線 oy と之に垂直にして多角形平面上に横はる os とを坐標軸とし、各角点を過ぎ oy に平行なる水平線にて面積 A を區分する時は、底邊は總て oy に平行なる三角形及び梯形に分たる。その各々の面積を $A_1, A_2 \dots$ とすれば、各々の重心及び環動半径は第 22 圖に與へられたるを以て各水壓を $P_1, P_2 \dots$ 、作用点 $C_1, C_2 \dots$ の位置を $y_1, y_2 \dots$ 及び $s_1, s_2 \dots$ を以て表せば、總水壓 P 及びその作用点 C の位置 S_0, y_0 は



第 25 圖

$$\left. \begin{aligned} P &= P_1 + P_2 + \dots = \Sigma P \\ S_0 &= \frac{P_1 s_1 + P_2 s_2 + \dots}{P} = \frac{\Sigma P s}{P} \\ y_0 &= \frac{P_1 y_1 + P_2 y_2 + \dots}{P} = \frac{\Sigma P y}{P} \end{aligned} \right\} \dots \dots (27)$$



第 26 圖

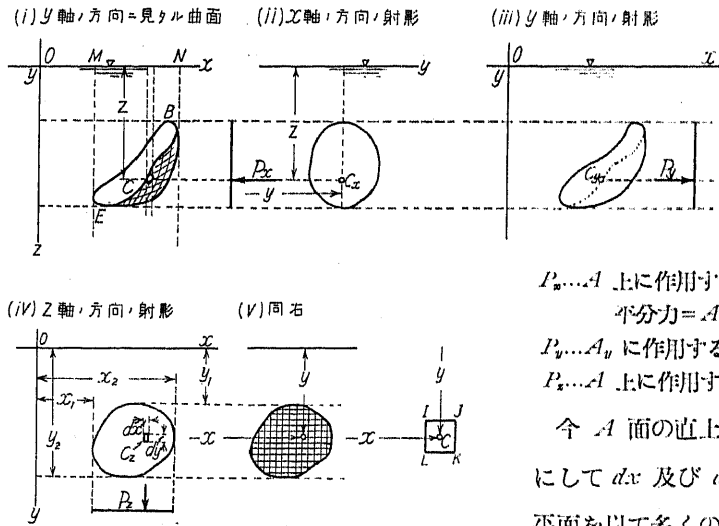
第 26 圖の如き曲線と直線との組合せより成る圖形に於ても同様なるが、第 26 圖 (a) は缺圓 BCF と梯形 $CDEF$ との組合せとして考へ、第 26 圖 (b) は缺圓 BCE と CDE との組合せとする。圖形が鉛直面上にある時は os 軸は oz に重なり、 s は各作用点の水深となる。一般に平面圖形に於ては、各点に働く水壓は總て平行なるを以て必ず一の力に合成する事を得。従てその作用点も亦確定する。

[10] 曲面の内側に作用する水壓に関する一般法則

任意の曲面に作用する水壓は一般に單一の合成力にて表はし得ぬを以て、水面を一坐標面とする直角坐標の三軸に平行なる三分力を各別に決定する。普通 ox, oy 軸を水面上に取り、 oz 軸を鉛直に取る。而て曲面がある水平直線に對して特別の性質を有する場合、例へば水平の圓筒面の如き場合は水面上の一軸を筒軸に平行に置く。又曲面がある鉛直線に對して特別の關係を有する時は... 直立圓筒の軸の如し... 之を oz 軸に取る。曲面が球面の一部なる時は球心を通る鉛直線を oz 軸とする。

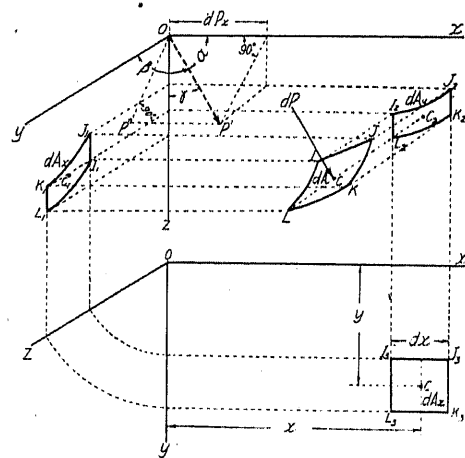
一般に面の内外に作用する水壓は等値にして反方向なるを以て、以下單に内面に作用する水壓

を求むる。



第 27 圖

面積 $IJKL$ (第 27 圖)...圖は便宜上坐標面上の射影を示せるを以て、水壓は圖の裏面に作用する... 即ち dA を包む水柱を取りて考ふるに、その水平断面は dA の z 軸方向の射影 dA_z 即ち $dx \cdot dy$ 即ち $I_3J_3K_3L_3$ となる。然るに $IJKL$ は微分面にして平面と看做し得るを以て、之に作用する水壓を dp とすればその作用點は C と同一と看做す事を得。是れ I, J, K, L 等の諸點の水壓の強さの差は z に比して微小なるを以て、 dA 上の水壓の強さ p は均一なりと看做し得る。



第 28 圖

然るに dp は dA 面に垂直にして dA_x は ox に垂直なるを以て、 dp と ox との間の角 a は dA_x の平面即ち ox に垂直なる yz 面と dA 面との挟角に等しく、且つ dA_x は dA を ox に平行に投射せる圖形なるを以て、

A ...曲面の實際の面積
 A_x ... A の yz 面上の垂直射影面積、即ち x 方向に投射せる面積
 A_y ... A の xz 面上の射影面積
 A_z ... A の xy 面即ち水平面上の射影面積
 P_x ... A 上に作用する總水壓の x 軸に平行なる水平分力= A_x に作用する水平水壓
 P_y ... A_y に作用する水平水壓
 P_z ... A 上に作用する水壓 P の鉛直分力
 今 A 面の直上の水を x 及び y 軸に垂直にして dx 及び dy なる間隔を有する多数の平面を以て多くの微分鉛直面に分ち、その一つ例へば dA 面に於て C を重心とする微

然るに $p = w_0 z$ にして、 dA に垂直なる dp の作用線と x 軸とのなす角を a とすれば、 dp の ox 軸に平行なる分力は
 $dp_x = dp \cos a = p dA_x \cos a$
 $= w_0 z dA_x \cos a$
 同様に dp の作用線と oy 及び oz 軸との挟角を β, γ とすれば、夫等の軸の方向に於ける dp の分力は
 $dp_y = dp \cos \beta, dp_z = dp \cos \gamma$

然るに dp は dA 面に垂直にして dA_x は

$$dA_x = dA \cdot \cos a$$

$$\therefore dp_x = w_0 z \cdot \cos a \cdot dA = w_0 z dA_x$$

同様に $dp_y = w_0 z \cdot \cos \beta \cdot dA = w_0 z dA_y$

$$dp_z = w_0 z \cdot \cos \gamma \cdot dA = w_0 z dA_z = w_0 z dx dy = \text{微分水柱の重量}$$

然るに A 面に作用する水壓 P の ox 方向の分力 P_x は dp_x を全部集合したるものなるを以て、

$$P_x = \sum dp_x = \int_{A_x} w_0 z \cdot dA_x$$

同様に

$$P_y = \sum dp_y = \int_{A_y} w_0 z \cdot dA_y$$

$$P_z = \sum dp_z = \int_{A_z} w_0 z \cdot dA_z = A \text{ の直上の水柱の重量} = W$$

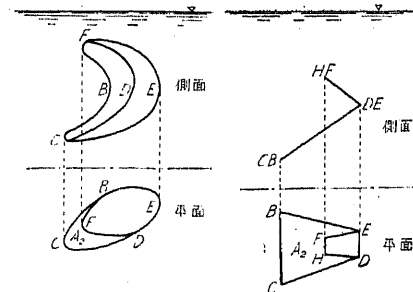
次に P_x の作用點 C_x の坐標を y_x, z_x とすれば、 P_x の oy 軸の周りの能率は各微分水壓 dp_x の oy 軸の周りの能率の總和に等しきを以て、

$$P_x z_x = \sum_{A_x} w_0 z \cdot dA_x \cdot z \quad \therefore z_x = \frac{1}{P_x} \int_{A_x} w_0 z^2 dA_x$$

$$P_x y_x = \sum_{A_x} w_0 z \cdot dA_x \cdot y \quad \therefore y_x = \frac{1}{P_x} \int_{A_x} w_0 z y dA_x$$

故に曲面に作用する水壓は次の法則に依て決定する事を得る。

- i 曲面の上面に働く水壓の鉛直分力は曲面を底とする鉛直水柱の重量に等しく、その作用線は水柱の重心を通る鉛直線である。
- ii 曲面に働く水壓の水平分力は、量に於ても作用線に於てもその分力の方に垂直なる平面上に曲面を投射せる平面面積上に作用する水壓と同一である。
- iii 曲面の一部がその水平射影 A_z に於て重なり合ふ部分を有する場合は、面の内側に作用する水壓の鉛直分力 P_z は $BCDE$... 第 29 圖... 即ち A_z の外圍を包む鉛直水柱の重量 W_1 より重なる部分 $BFDE$ を包む鉛直水柱の重量 W_2 を減じたるものに等しく、外側に作用する水壓の鉛直分力は、反対に W_2 より



第 29 圖

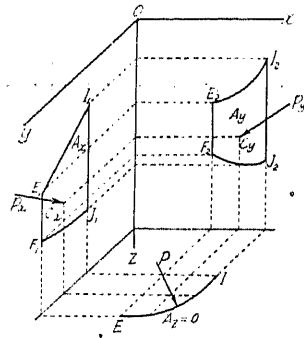
第 30 圖

り W_1 を減じたるものに等しい。此事實は二つ以上の平面の組合せに働く水壓に対して
も成立する (第 30 圖)...[11] (3) 参照。

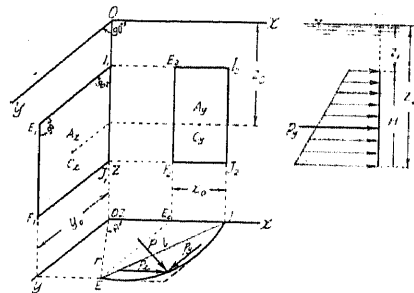
[11] 壩面に作用する水壓

一般に壩面 (Cylindrical surface) は一の直線がある曲線に添ふて他の一一直線に平行に動く時
に生ずる曲面にして、一の平面に展開し得るものである。例へば圓壩面は、直線が一の圓弧に添
ふてその圓の中心を過ぎ圓の面に垂直なる直線...圓壩の軸...に平行に動く時に生ずる曲面である。
一般に壩面の場合はその軸を坐標軸の一に用ふれば便利である。尙便宜上、面の内側に作用する
水壓を求むる。

(1) 鉛直壩 壩軸が鉛直なる場合はその軸を z 坐標軸に取り、水面との交点を原点とする。
然る時は水平面、即ち xoy 面に平行なる面上に於ける壩面の射影は一の曲線となり、 $A_z=0$ に



第 31 圖



第 32 圖

$$x_0 = oI_0 - oE_0 = r(1 - \cos \theta), \quad y_0 = r \sin \theta, \quad A_x = y_0 H, \quad A_y = x_0 H$$

$$\therefore P_x = w_0 y_0 \frac{1}{2} (z_2^2 - z_1^2), \quad P_y = w_0 x_0 \frac{1}{2} (z_2^2 - z_1^2), \quad P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} = \frac{1}{2} w_0 (z_2^2 - z_1^2)$$

(2) 水平軸を有する壩面の二邊 EF, IJ は壩軸に平行、兩端 EI, FJ 曲線は軸に垂直なる場合

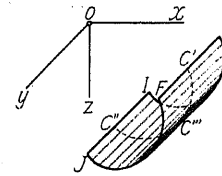
して水壓の鉛直分力は零である。

ox 方向の分力 P_x は $E_1 F_1 I_1 J_1$ なる鉛直面に作
用する水壓と等しく、[8] (3) に依て容易に算
定するを得、 oy 方向の分力 P_y は $E_2 F_2 I_2 J_2$ なる
鉛直面に作用する水壓と同一である。然し P_x 、
 P_y の作用線は必ずしも一-點に會せぬ、故に一般
に圓壩面に働く合水壓 $P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}$ の外に偶
力も存在する。

壩面の上下端が水面に平行なる時は $E_1 F_1 I_1 J_1$
及び $E_2 F_2 I_2 J_2$ は共に矩形にして、各作用點 C_x 、
 C_y は同高 z_0 なるを以て、一-の合成力 P のみを
以て表はし得る。

EI が oz 軸を中心とし半徑 r 、挾角 θ の圓弧
なる時は、 oz 方向の射影に於て oI_0 の方向に x
軸をとれば、...第 32 圖

oy 軸を壩軸に平行に水面上にとり、 ox 軸を之に直角にとる。 oy の射影は一の曲線なるを以て



$$A_y = 0, \quad P_y = 0$$

ox 方向の射影は矩形にして

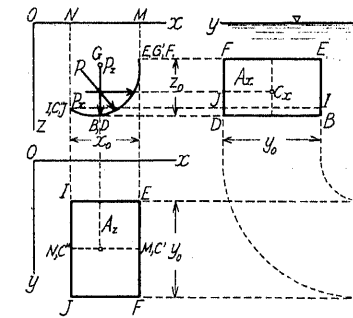
$$A_x = (\text{壩面の最低線水深} - \text{同最高線水深}) \\ \cdot (\text{壩面の長}) = z_0 y_0$$

P_x の作用點 C は壩面の長さ y_0 を中分し軸に垂直なる鉛
直面上に存する。

P_x は面の直上の水柱の重量に等しく

$$P_x = w_0 y_0 (\text{面積 } MC'NC'')$$

その作用線は壩面を中分する面 $MC'NC''$ 上にありて、水
柱の重心 G を過ぐる鉛直線である。従て壩面に作用する
水壓は P_x と P_z との合力 P のみに依て表はし得る。



第 33 圖

(3) 種々の水平壩面に働く水壓

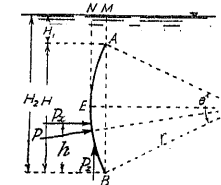
1. 水平圓壩面 水平圓壩面に於ては 鉛直断面は圓弧にして、その各部分に作用する水壓は面に垂直な
るを以て總て弧の中心に向ひ、合水壓 P は壩軸 o を通る。今軸の方向に單位長を取り、之に働く合水壓
を P 、その水平分力を P_x 、鉛直分力を P_z 、 P_x の作用點の位置を水面より $H_2 - h$ 、 P_z は下向を + にと

る。但し以下皆れも曲面の外側の壓力を求むる。

$$i \quad P_x = \frac{w_0}{2} (H_2^2 - H_1^2), \quad h = \frac{H(2H_1 + H_2)}{3(H_1 + H_2)}$$

$$P_z = w_0 (\text{面積 } MAEN - \text{面積 } MBEN)$$

$$= -w_0 \cdot \text{面積 } ABE = -\frac{1}{2} w_0 r^2 (\theta - \sin \theta)$$

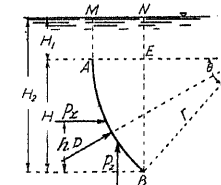


第 34 圖

$$ii \quad P_x = \frac{1}{2} w_0 (H_2^2 - H_1^2), \quad h = \frac{H(2H_1 + H_2)}{3(H_1 + H_2)}$$

$$P_z = -w_0 (\text{面積 } ABE + \text{面積 } MAEN)$$

$$= -w_0 \left[\frac{r^2}{4} (2\theta - \sin 2\theta) + H_1 r (1 - \cos \theta) \right]$$



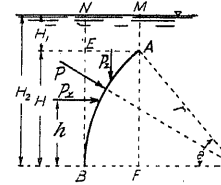
第 35 圖

$$iii \quad P_x = \frac{1}{2} w_0 (H_2^2 - H_1^2), \quad h = \frac{H(2H_1 + H_2)}{3(H_1 + H_2)}$$

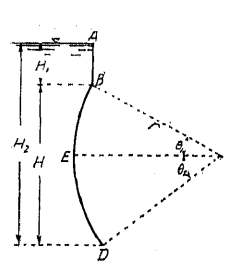
$$P_z = w_0 \cdot \text{面積 } MABN = w_0 (\text{面積 } ABE + \text{面積 } AENM)$$

$$= w_0 (\text{面積 } MAFBEN - \text{面積 } ABF)$$

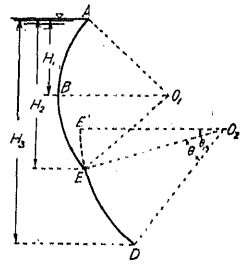
$$= w_0 \left[H_2 r (1 - \cos \theta) - \frac{r^2}{4} (2\theta - \sin 2\theta) \right]$$



第 36 圖

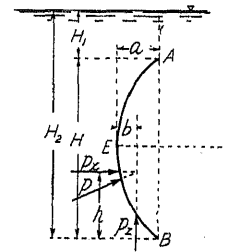


第 37 圖

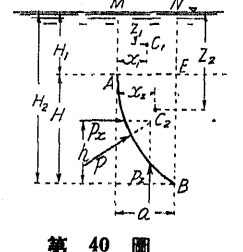


第 38 圖

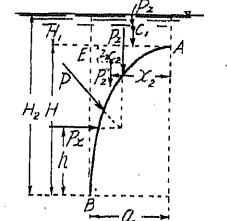
2. 拋物線曲面の單位長に作用する水壓



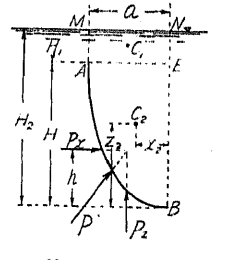
第 39 圖



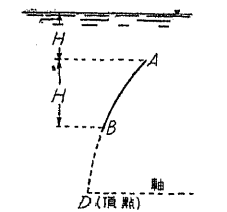
第 40 圖



第 41 圖



第 42 圖



第 43 圖

iv 多くの面の組合せより成る時(第37圖)は、
AB, BE, ED 等に分ち各々の水壓を P_1 , P_2 , P_3 とし、夫等の水平及び鉛直分力並に作用點を求め、作圖に依りて組合せ、合力 P を求むるを便とする。

v 第38圖の ED の如き部分に對しては、
弧 ED 部の水壓及び EBE 部の水壓を求め兩者の代數和をとる。

i 拋物線曲面の軸水平にして上下對稱なる場合、(第39圖)

$$P_x = \frac{1}{2} w_0 (H_2^2 - H_1^2), \quad h = \frac{H(2H_1 + H_2)}{3(H_1 + H_2)}$$

$$P_z = -w_0 \text{面積 } AEB = -w_0 \frac{2}{3} aH$$

$$b = \frac{3}{5} a$$

ii 水平軸拋物線曲面の片側に作用する水壓、(第40圖)

P_x 及び h は i の場合と同一。

$$P_z = -w_0 \text{面積 } MABN \\ = -w_0 (\text{面積 } MAEN + \text{面積 } ABE) \\ = P_z' + P_z''$$

$$P_z' = -w_0 a H_1,$$

$$\text{作用點 } C_1, \quad x_1 = \frac{a}{2}, \quad z_1 = \frac{H_1}{2}$$

$$P_z'' = -w_0 \frac{2}{3} aH,$$

$$\text{作用點 } C_2, \quad x_2 = \frac{3}{5} a, \quad z_2 = H_1 + \frac{3}{5} H$$

iii 鉛直軸を有する拋物線曲面(頂點上向)、(第41圖)

$$P_x = \frac{1}{2} w_0 (H_2^2 - H_1^2), \quad h = \frac{H(2H_1 + H_2)}{3(H_1 + H_2)}$$

$$P_z = P_z' + P_z'' = w_0 a H + \frac{1}{3} w_0 a H$$

$$x_2 = \frac{3}{4} a, \quad z_2 = \frac{3}{10} H$$

iv 鉛直軸を有する拋物線曲面(頂點下向)、(第42圖)

P_x 及び h は iii と同一。

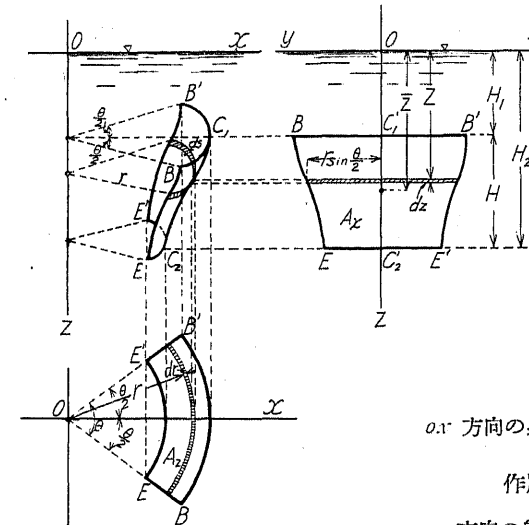
$$P_z = P_z' + P_z'' = -w_0 a H_1 - w_0 \frac{2}{3} aH$$

$$x_2 = \frac{3}{8} a, \quad z_2 = \frac{3}{5} H \quad \therefore P_x = -w_0 a \left(H_1 + \frac{2}{3} H \right)$$

v 曲面の一部、例へば第43圖の如き水平射影を有する曲面に於ては、 AD と BD との水壓 (P_1, P_2) を各別に求め、夫等の差即ち P_1 と、反對向の P_2 とを組合せて P を求むる。

[12] 廻轉曲面の内面に作用する水壓

(1) 一般の場合 一の平面曲線 (Plane curve) がその面上の一直線を軸として或る角度 θ だけ廻轉する時に生ずる曲面に作用する水壓を求むるには、坐標軸の一を廻轉軸に一致せしむるか、又は之に平行に取れば計算は簡單となる。實際上重要なは廻轉軸鉛直なる場合にして、之を oz 軸にとり、その軸を含み廻轉角 θ を中分する鉛直面と水面との交線を ox 軸にとる。然る時は曲面は xoz 平面に對して左右對稱なるを以て、水壓の此面に垂直なる分力 P_y は左右消し合ひ、 P_x, P_z の二分力のみとなるを以て、 xoz 面上の一の合成力 P に依て表はす事を得る。



第 44 圖

今曲面の内側に作用する水壓を求むるに、 P_x は曲面の ox 方向の射影 A_x に作用する水平水壓に等しい。依て曲面を多くの水平圓弧帯に分ち、 z なる水深に在る一帶の oz 軸よりの距離即ち半徑を r 、曲面上の帯の幅を ds 、 ds の ox 方向の射影幅を dz とすれば

$$\text{圓弧帯の實面積 } A = r\theta \cdot ds$$

$$\text{作用水壓 } dp = w_0 z r \theta \cdot ds$$

$$ox \text{ 方向の射影面積 } A_x = 2r \cdot \sin \frac{\theta}{2} dz$$

$$\text{作用水壓 } dp_x = w_0 z \cdot 2r \cdot \sin \frac{\theta}{2} \cdot dz$$

$$oz \text{ 方向の射影面積 } A_z = r\theta \cdot dr \quad \text{作用水壓 } dp_z = -w_0 z r \theta \cdot dr$$

今 $C_1 C_2$ 曲線を z の函数として表はし、 $r=f(z)$ とすれば

$$P_x = \sum_{z=H_1}^{H_2} dP_x = \int_{H_1}^{H_2} 2w_0 z \sin \frac{\theta}{2} f(z) dz = 2w_0 \sin \frac{\theta}{2} \int_{H_1}^{H_2} z f(z) dz \quad \dots \quad (30)$$

$$P_z = W = \sum_{z=H_1}^{H_2} dP_z = - \int_{H_1}^{H_2} w_0 \theta z f(z) \frac{dr}{dz} dz = -w_0 \theta \int_{H_1}^{H_2} z f(z) f'(z) dz \quad \dots \quad (31)$$

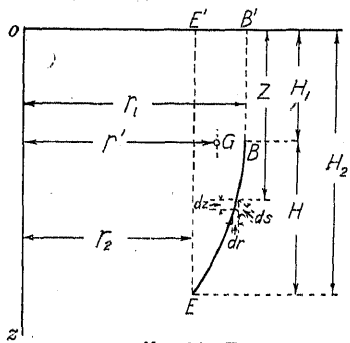
但し $f'(z) = \frac{dr}{dz} = \frac{d}{dz} f(z)$ にして、第44圖の如く下方 r 小なる場合は、 $f'(z) = dr/dz$ は負値を有し、 P_z は + にして下向である。 A_x は oz 軸に對して對稱にして、 P_x は xoz 面上、即ち $C_1 C_2$ 線上に水平に作用するを以て、その作用線の水深を \bar{z} とすれば

$$\bar{z} = \frac{\sum z \cdot dP_z}{P_z} = \frac{2w_0 \sin \frac{\theta}{2}}{P_z} \int_{H_1}^{H_2} z^2 f(z) dz \quad \dots \quad (32)$$

P_z は xoz 面上にありて鉛直なるを以て、帯状弧の重心の oz 軸までの距離を r'' とすれば、

$$r'' = r \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\theta} = \frac{2}{\theta} r \sin \frac{\theta}{2}$$

従て P_z の作用点 G の oz 軸よりの水平距離 \bar{r} は



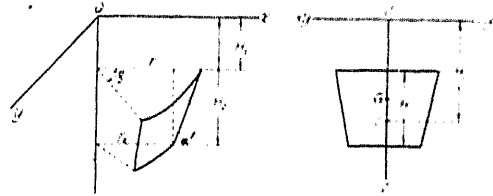
第 45 圖

$$\bar{r} = \frac{\sum r'' dP_z}{P_z} = -\frac{w_0 \theta}{P_z} \sin \frac{\theta}{2} \int_{H_1}^{H_2} z f(z) f'(z) dz$$

$$= -\frac{2w_0 \sin \frac{\theta}{2}}{P_z} \int_{H_1}^{H_2} z f(z) f'(z) dz \quad \dots \quad (33)$$

P_z 即ち面の直上の水の體積又は重量を求むる便法は、その經斷面即ち oz 軸を含む鉛直面にて切りたる斷面線 BE (第 45 圖) 直上の面積 $B'BEE'$ の重心 G の、 oz 軸よりの水平距離を r' とすれば、

$$\text{體積} = \theta r' (\text{面積 } B'BEE')$$



第 46 圖

(2) 特種の場合

1. 圓錐面 (Conical surface) ... 第 46 圖より

第 50 圖... 母線 (Generating line) BE の鉛直線

となす角 $= \alpha$, $\frac{\pi}{2} - \alpha = \alpha'$

$$r = f(z) = r_1 - (z - H_1) \tan \alpha, \quad f'(z) = -\tan \alpha$$

$$P_z = 2w_0 \sin \frac{\theta}{2} \int_{H_1}^{H_2} z [r_1 - (z - H_1) \tan \alpha] dz \quad \dots \quad (34)$$

$$= 2w_0 \sin \frac{\theta}{2} \left[\frac{1}{2} (r_1 + H_1 \tan \alpha) (H_2^2 - H_1^2) - \frac{\tan \alpha}{3} (H_2^3 - H_1^3) \right]$$

$$P_z = -w_0 \theta \int_{H_1}^{H_2} z [r_1 - (z - H_1) \tan \alpha] (-\tan \alpha) dz$$

$$= w_0 \theta \tan \alpha \left[\frac{1}{2} (r_1 + H_1 \tan \alpha) (H_2^2 - H_1^2) - \frac{\tan \alpha}{3} (H_2^3 - H_1^3) \right] \quad \dots \quad (35)$$

$$\bar{r} = \frac{2w_0 \sin \frac{\theta}{2} \tan \alpha}{P_z} \int_{H_1}^{H_2} z [r_1 - (z - H_1) \tan \alpha]^2 dz \quad \dots \quad (36)$$

$$\bar{z} = \frac{2w_0 \sin \frac{\theta}{2}}{P_z} \int_{H_1}^{H_2} z^2 [r_1 - (z - H_1) \tan \alpha] dz \quad \dots \quad (37)$$

i $H_1=0$, 第 47 圖の場合, 上式に於て $H_1=0$ と置く

ii $r_2=0$, 第 48 圖の場合

$$r_1 = (H_2 - H_1) \tan \alpha, \quad r = (H_2 - z) \tan \alpha = f(z)$$

iii $H_1=0, r_2=0$, 第 49 圖の場合

$$r = (H_2 - z) \tan \alpha, \quad r_1 = H_2 \cdot \tan \alpha$$

iv $H_1=0, r_2=0, \theta = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$, 第 50 圖の場合,

$H_2 = H$ と置く

$$r = (H - z) \tan \alpha, \quad r_1 = H \tan \alpha, \quad \text{環動半径, } k^2 = \frac{H^2}{18}$$

$$l = 2r_1 \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} H \tan \alpha$$

$$P_z = w_0 \frac{H}{3} \frac{lH}{2} = \frac{1}{6} w_0 l H^2 = \frac{1}{3\sqrt{2}} w_0 H^3 \tan \alpha$$

$$P_z = W = \frac{1}{4} w_0 \frac{\pi}{3} r_1^2 H = \frac{\pi}{12} w_0 H^3 \tan^2 \alpha$$

作用線の位置 H_c 及び \bar{r} を求むるには、(15) 式に於て

$$H_c = oc = \frac{H}{3} + \frac{H^2}{18} \cdot \frac{3}{H} = \frac{H}{2}, \quad r = (H - z) \tan \alpha, \quad \frac{dr}{dz} = -\tan \alpha$$

$$\therefore \bar{r} = 2w_0 \sin \frac{\pi}{4} \cdot \tan \alpha \frac{1}{P_z} \int_0^H z (H - z)^2 \cdot \tan^2 \alpha \cdot dz = \frac{\sqrt{2}}{\pi} r_1$$

【例 3】 n 割法の池壁の隅部に作用する水壓

$$P_z = \frac{1}{3} w_0 \sin \frac{\pi}{4} (3r_1 - 2nH) H^2, \quad P_z = \frac{1}{12} w_0 n \pi (3r_1 - 2nH) H^2$$

$$\bar{r} = \frac{2 \sin \frac{\pi}{4}}{\pi} \frac{6r_1^2 - 8nr_1 H + 3n^2 H^2}{3r_1 - 2nH}, \quad \bar{z} = \frac{1}{2} \frac{(4r_1 - 3nH) H}{3r_1 - 2nH}$$

$r_2 = 5 \text{ m}, H = 5 \text{ m}, n = \tan \alpha = 2.0$ の場合は $r_1 = 5 + 2 \times 5 = 15 \text{ m}$

$$\therefore P_z = 147.2 \text{ ton}, \quad P_z = 327.5 \text{ ton}, \quad \bar{r} = 8.11 \text{ m}, \quad \bar{z} = 3.0 \text{ m}$$

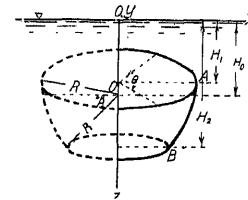
2. 球面 (Spherical surface) 圓弧をその直径を軸として廻轉して生ずる面にして、之を平面にて載りたる場合が重要である。

i 第 52 圖の如く圓弧 AB が軸の廻りに θ だけ廻轉して生ずる面の内側の水壓を求むるには、(1) の一般式に於て r を球半径 R と水深 z にて表はし積分すれば宜しい。

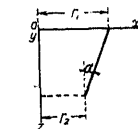
ii 鉛直面にて載りたる皿状の部分に於ては、 R を球の半径として

$$r_0 = R \sin \frac{\theta}{2},$$

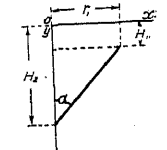
$$P_z = w_0 H_0 \pi r_0^2, \quad P_y = 0$$



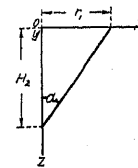
第 52 圖



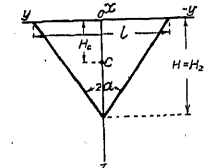
第 47 圖



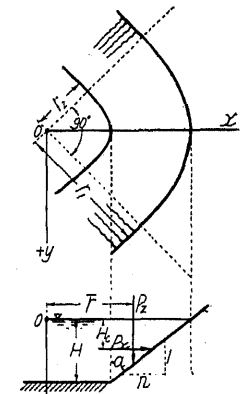
第 48 圖



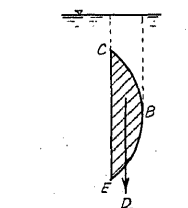
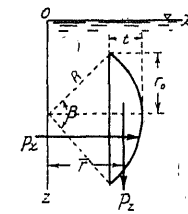
第 49 圖



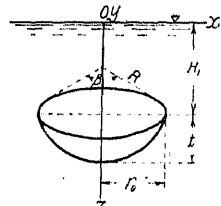
第 50 圖



第 51 圖



第 53 圖



第 54 圖

$$H_G = H_G + \frac{1}{4} \frac{r_0^2}{H_G}$$

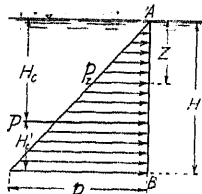
$$P_x = P_x' - P_x'' = w_0 \cdot \frac{\pi}{3} t^2 (3R - t) \quad \bar{x} = \frac{3}{4} \frac{(2R - t)^2}{3R - t}$$

iii 水平面にて截りたる皿状の部分に対しては (第 54 圖)、

$$r_0 = R \sin \frac{\beta}{2}, \quad P_x = P_y = 0, \quad P_z = w_0 \left[\pi r_0^2 H_1 + \frac{\pi}{3} t^2 (3R - t) \right]$$

[13] 水壓に関する實際上の諸問題

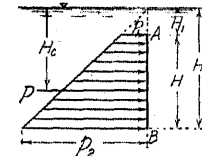
(1) 鉛直平面壁の單位長に作用する水壓



第 55 圖

1. 第 55 圖の場合

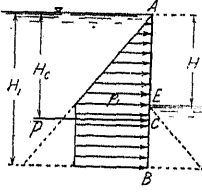
$$\left. \begin{aligned} p_x &= w_0 c, \quad p = w_0 H, \quad P = \frac{1}{2} w_0 H^2 \\ H_c &= \frac{2}{3} H, \quad H_c' = \frac{1}{3} H \end{aligned} \right\} \dots \dots (38)$$



第 56 圖

2. 第 56 圖の場合

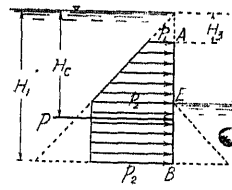
$$\left. \begin{aligned} p_1 &= w_0 H_1, \quad p_2 = w_0 H_2, \quad P = \frac{1}{2} w_0 (H_1^2 + H_2^2) \\ H_c &= \frac{H}{3} \frac{H_1 + 2H_2 + H_1}{H_1 + H_2 + H_1} = \frac{2(H_1^2 + H_1 H_2 + H_2^2)}{3(H_1 + H_2)} \end{aligned} \right\} (39)$$



第 57 圖

3. 両側に水壓を受ける場合 (第 57 圖) 低き水面より以下に於ては、水壓の強さは両側の差にして底迄同一の強さである。

$$\left. \begin{aligned} EB \text{ 部の水壓の強さ, } p_1 &= w_0 H \\ \text{全水壓, } P &= \frac{1}{2} w_0 H (H_1 + H_2) = w_0 H \left(\frac{H_1 + H_2}{2} \right) \\ H_c &= \frac{\frac{1}{3} H^2 + H_2 \left(H + \frac{1}{2} H_2 \right)}{\frac{1}{2} H + H_2} = \frac{2H_1^2 + 2H_1 H_2 + H_2^2}{3(H_1 + H_2)} \end{aligned} \right\} (40)$$

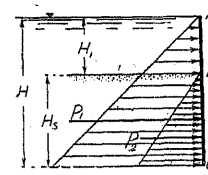


第 58 圖

4. 同上 (第 58 圖)

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= w_0 H_1, \quad p_2 = w_0 H_2 \\ P &= \frac{1}{2} w_0 H (H_1 + H_2) - \frac{1}{2} w_0 H_2^2 \\ H_c &= \frac{\frac{1}{3} (H^2 - H_2^2) + H H_2 \left(H + \frac{1}{2} H_2 \right)}{\frac{1}{2} (H^2 - H_2^2) + H H_2} \end{aligned} \right\} \dots \dots (41)$$

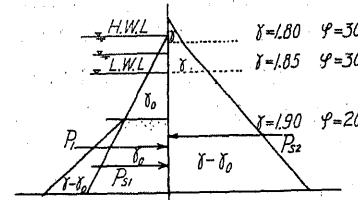
5. 水壓に土壓の加はる場合 (第 59 圖) AC 間に作用する水壓 P_1 に、BC 間の土壓 P_2 が加はる。水中に於ては浮力作用するを以て、土砂の有効比重は 0.8~0.9 となり、息角 φ は粒の小なるほど著しく減少し、大體次表の如き値となる。



第 59 圖

	小玉石 (3~7 cm)	礫(2 cm以上) 角張り たる	砂利 丸味 ある (2~ 30 mm)	砂	砂交り土	粘土 硬軟	泥土
有效重量(t/m ³)	1.00	1.00	0.9	0.9	0.9	1.8	1.6
息角 φ°	30~40	40	30	27	25	24	10 4 5~0

但し粘土及び泥土は土と水との混合物なるを以て別に水壓を考ふる必要はない。



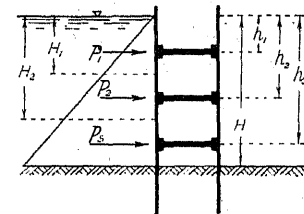
第 60 圖

$$P_2 = \frac{1}{2} (w - w_0) (H - H_1)^2 \frac{1 - \sin \varphi_0}{1 + \sin \varphi} \dots (42)$$

但し w は水を含まざる場合の土の重量。

泥土の場合は普通 $\varphi_0 = 0$ 即 $w - w_0$ なる單位重量を有する液體として壓力を計算す。又微細なる粒にして壁面傾斜する場合に於ても計算を簡單ならしむる爲同様に考へる事がある。

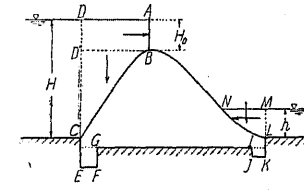
6. 一側に水壓、他側に土壓を受ける場合 (第 60 圖) この場合の壁體の兩側に及ぼす壓力の分布は第 60 圖に示す如き状態となる。但し γ は土の比重を示す。



第 61 圖

7. 單位長の水止壁の支材に働く水壓 (第 61 圖) 水深 H の二重水止壁に n 本の水平支材を入れ、その各々に働く水壓を等しからしむる爲の支材の位置 h_1, h_2, \dots, h_n を求むるに (第 61 圖) 全水壓 $P = \frac{1}{2} w_0 H^2$ にて $\frac{P}{n}, 2\frac{P}{n}, \dots, s\frac{P}{n}$ 等の水壓に相當する水深を夫々 $H_1, H_2, \dots, H_n, \dots$ とすれば、

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{P}{n} = \frac{w_0}{2} \frac{H^2}{n} = \frac{w_0}{2} H_1^2 \quad \therefore H_1 = \frac{H}{\sqrt{n}} \\ P_n &= \frac{sP}{n} = \frac{w_0}{2} H_n^2 \quad \therefore H_n = \sqrt{\frac{s}{n}} H \\ \therefore h_n &= H_{n-1} + \frac{H_{n-1} + 2H_n}{3} \frac{H_n - H_{n-1}}{H_{n-1} + H_n} \end{aligned}$$

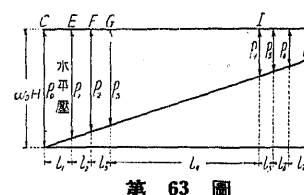


第 62 圖

(2) 傾斜平面に作用する水壓

1. 透水地盤上の堰堤に作用する水壓 (第 62 圖)

部分	方向	水 壓
AB 部	水平	$\frac{1}{2} w_0 H_0^2$
BC 部	水平	$\frac{1}{2} w_0 (H^2 - H_0^2)$
,,	鉛直	$w_0 \cdot \text{面積 } ABCD$
LN 部	水平	$-\frac{1}{2} w_0 h^2$
,,	鉛直	$w_0 \cdot \text{面積 } NML$



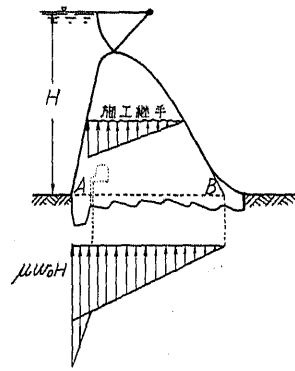
第 63 圖

地盤との接觸面に作用する水壓の強度は C に於て $w_0 H$ 、 L に於て $w_0 h$ にして接觸面の全長 L に於て距離に比例して水壓の低下あるものとして計算す。單位長に對する水壓低下は

$$\Delta p = \frac{1}{L} w_0 (H - h)$$

例へば

EF 面に對し $p_1 = p_0 - l_1 \Delta p$, $p_2 = p_0 - (l_1 + l_2) \Delta p$, $P = -\frac{l_2}{2} (p_1 + p_2)$
 IJ 面に對し $p_4 = p_0 - (l_1 + \dots + l_4) \Delta p = p_0 - l_4 \Delta p$, $p_3 = p_4 - l_3 \Delta p$, $P = \frac{l_3}{2} (p_4 - p_3)$



第 64 圖

而て水壓は總て外方より接面に向て垂直に作用す。尚 $H-h$ なる落差に依て生ずる地下流が地盤土砂を洗刷する虞れある時は、その防止の爲に特別の用意を要する。.. [65] 参照

地盤殆ど不透水なる岩石にして、溢流水なき場合堰堤の底面に作用する揚壓力 (Uplift) は上流趾に於て $\mu w_0 H$, 下流趾に於て 0 にして、中間は直線的に減少する三角狀水壓と仮定する。但し $\mu < 1$ にして、緻密にして割目なき岩盤にして上流趾に充分の水止めを爲し、その内側に底面の排水設備をなしたる場合は $\mu = 0.25 \sim 0.3$
 良質の岩盤にして同上の設備なき場合は $\mu = 0.3 \sim 0.4$
 普通の岩盤にして排水設備なき場合は $\mu = 0.4 \sim 0.6$

2. シヤノアン堰 (Chanoine weir) の扉に作用する水壓 (第 65 圖)

扉 AB は O を軸として廻轉し得る。O より下部に働く水壓、兩側水壓の差に因る力率 M_2 が、O より上部に働く水壓の力率 M_1 より大なれば扉は下端の段に支へられて圖の如き位置を保つ。扉の幅を B, OA = l とすれば

上流側に働く全水壓 $P_1 = \frac{w_0}{2} B (H_2^2 - H_1^2) \operatorname{cosec} a$, 下流側に働く全水壓 $P_2 = \frac{w_0}{2} B H_1^2 \operatorname{cosec} a$

$\therefore P = P_1 - P_2 = \frac{w_0}{2} B [(H_2^2 - H_1^2) - H_1^2] \operatorname{cosec} a$

P_1 の作用點の位置 $z_1 = \frac{2}{3} \frac{H_1^2 + H_1 H_2 + H_2^2}{H_1 + H_2}$

P_2 の作用點の位置 $z_2 = H_2 - \frac{1}{3} H_1$

P の作用點の位置 $H_c = \frac{P_1 z_1 - P_2 z_2}{P_1 - P_2}$

全水壓 P の偏心は $e = (H_c - H_0) \operatorname{cosec} a$

相當溢流ある時は OA 間に働く動水壓 P_v を考慮するを要する。v を接近速度とすれば

$P_v = 1.5 w_0 B l \frac{v^2}{2g} \sin a$

故に $(P_e - P_v \cdot \frac{l}{3})$ より大なる時計様の力率を B 又は A に加ふれば扉を廻轉せしめ得る。

(3) 水平圓壩面に作用する水壓

1. 缺圓堰 (Segmental weir) ... 第 66 圖

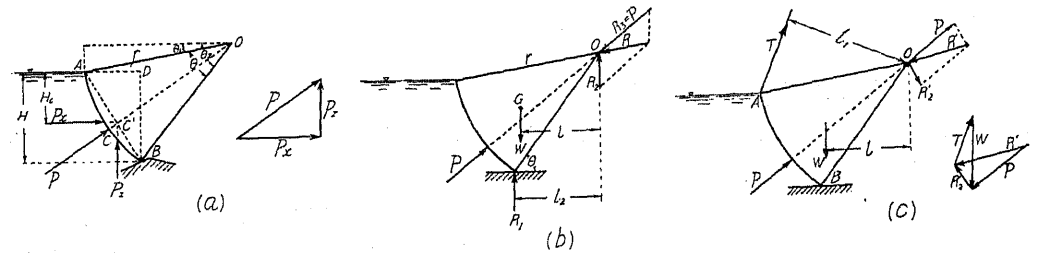
弧面 ACB の單位長に働く水壓 P の水平分力 P_x は

$P_x = BD$ 鉛直面に作用する水壓 $= \frac{1}{2} w_0 l H^2$

P_x の作用點の水深は $H_c = \frac{2}{3} H$

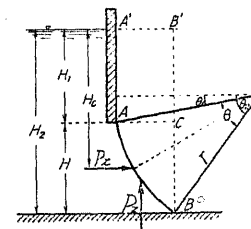
P の鉛直分力, $P_z = -w_0 (\text{面積 } ABDA + \text{面積 } ABCA)$
 $= -w_0 \left[\frac{1}{2} H r (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) + \frac{1}{2} r^2 (\theta - \sin \theta) \right]$

水壓 $P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2}$



第 66 圖

P の方向は P_x と P_z との合力の方向にして、弧心 O を過ぐるを以て、作用線 CC'O が定まる。實際の場合は水壓の他に堰體の重量 W が重心 G に作用するを以て、圖上の鉛直反力 R_1 を求むるに、軸心 O の周りの力率を取れば、P に因るものは零なるを以て



第 67 圖

$Wl = R_1 l_2 = R_1 r \cos \theta \therefore R_1 = \frac{l}{r \cos \theta} W$

W のみに依る O 點の鉛直反力 $R_2 = W - R_1$

P に依る O 點の反力 $R_3 = P$

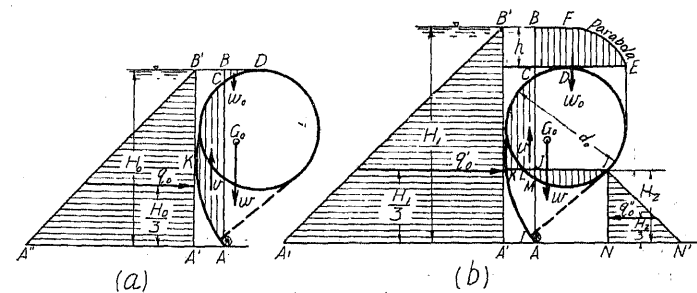
故に O の反力は R_2, R_3 の合力である。次に堰體を引き上げる爲 A に T なる力を加ふれば、B に於ける反力は消滅し、O に於ける反力は W, T の合力 R'_2 と P との合力に等しくして反方向なる R' である。實際の引き揚げに要する力 T は

$T_1 = \frac{l}{l_1} W$, $T = T_1 + (R' \text{ に因る軸摩擦の力率}) \frac{1}{l_1}$

2. ローリング堰 單位長に對する水壓

i 第 68 圖 (a) の場合, 水平水壓 $p_0 = \frac{w_0}{2} H_0^2$, 作用點の高さ $= \frac{1}{3} H_0$

鉛直水壓 $u = -w_0 (\text{面積 } AKCA - \text{面積 } CBDC)$, 堰體の單位長の重量 $= w$

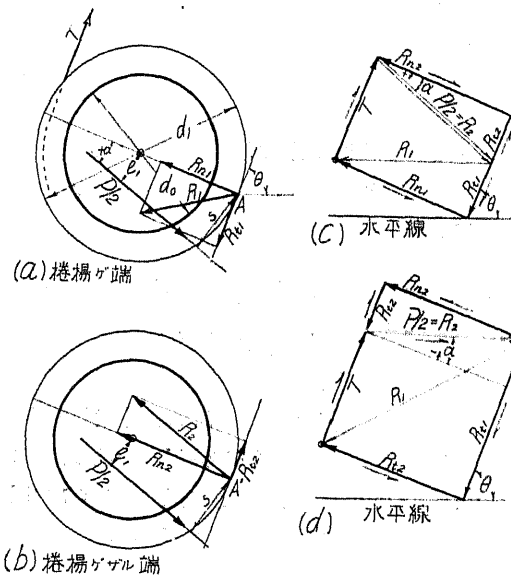


第 68 圖

ローリング堰に作用する水壓

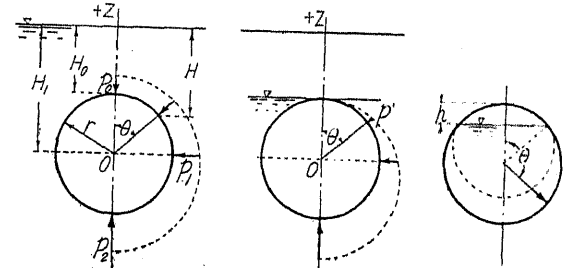
ii 第 68 圖 (b) の場合、即ち溢流ある場合、水平水壓 $p_0 = \frac{w_0}{2} H_1^2$ 、作用点の高さ $= \frac{1}{3} H_1$
 堰上面の水の重量は頂点より下流の水面を鉛直軸抛物線と假定し、水の重量 $= w_0$ (面積 $ABFD$ + 面積 $FEDF$)、但し 面積 $FEDF = \frac{2}{3} DE \cdot DF = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} d_0 h = \frac{1}{3} h d_0$
 上向鉛直水壓 = 浮力 $= u = -w_0$ (面積 $CKLJC$ + 面積 $LJIML$)
 上流向水壓 $= -\frac{1}{2} w_0 H_1^2$ 、堰體單位長の重量 $= w$

依て單位長に作用する力の水平及び鉛直分力を別々に求め、その合成力を以て堰體の單位長荷重 P とし、堰體全長を l とすれば、全荷重 $P' = Pl$ にして、両端に $\frac{1}{2} P'$ づゝ働くものとして端反力を定め、働端に於ては別に張力 T を加ふる。今



第 69 圖

3. 水平なる圓筒に作用する水壓 筒面の各点の水壓は水深 H に比例して面に垂直に作用する。今頂点の水深 H_0 、水壓強度 p_0 、半径 r とすれば、 0 軸より θ なる角座標の点の水壓強度は



第 70 圖

$$p_0 = w_0 H = \alpha_0 [H_0 + r(1 - \cos \theta)]$$

$$p_1 = w_0 r \cos \theta$$

$$p_2 = w_0 (H_0 + r), \quad p_3 = \alpha_0 (H_0 + 2r)$$

$$H_0 = 0 \text{ にて } p' = w_0 r (1 - \cos \theta)$$

水管、水圧隧道等の如く内壓を受くる場合に於ても p_1, p_2 の値は同一にして、只向きが反対である。構造物としては p_0 又は p_1 なる等布外圧のみを受くる場合は、(1) の

場合と同様に主として直壓力作用するも、 p_1 なる變壓力に由りては管壁に著しき彎曲應力を生ずる。尚 p' は上部に小、下部に大なるを以て、その鉛直分力の總和は單位長に對する浮力として上向に作用し、その大

さは筒外周圓の面積に w_0 を乘じたるもの、即ち $w_0 \pi r^2$ に等しい。

正確に云へば r は外壓の場合に外徑、内壓の場合に内徑を用ふる。第 71 圖の如き暗渠に於ては $p_0 = w_0 [r(1 - \cos \theta) - h]$ 。若し土中に埋設さるゝ時は外面には土壓作用するを以て、之等の力は各別に軸應力及び彎曲應力とを計算し夫等の代數和を用ふる。

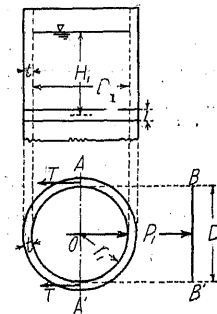
(4) 鉛直圓筒狀構造物

1. 内側に水壓を受くる場合 (第 72 圖) 水深 H_1 に於て圓筒の單位高をとり、一の直徑 AA' の片側の筒内面に作用する水壓 P は、その直徑に平行なる射影 BB' に作用するものに等しく、今筒内徑を D_1 とすれば、

$$P = p_1 \cdot D_1 = w_0 H_1 D_1$$

然るに AA' 直徑面にて切りたる筒の片側の安定を考ふるに、水壓と筒壁に作用する水平應張力 $2T$ とは平衡すべきを以て、

$$T = \frac{1}{2} P = \frac{1}{2} w_0 H_1 D_1$$



第 72 圖

2. 外側に水壓を受くる場合 (第 73 圖) 外徑を D_2 とすれば、筒壁には水平應壓力作用し

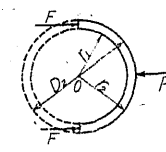
$$P_2 = p_2 D_2 = w_0 H_2 D_2, \quad F = \frac{P_2}{2}$$

若し内外兩側に水あり、外水深 H_1 、内水深 H_2 にして、水面に大氣壓作用する時は

$$P = w_0 (H_1 D_1 - H_2 D_2)$$

$H_1 D_1 \geq H_2 D_2$ に依り壁應力は張力又は壓力である。

但し壁厚 t に比し筒徑極めて大なる時は $D_1 = D_2 = D$ とし差支ない。

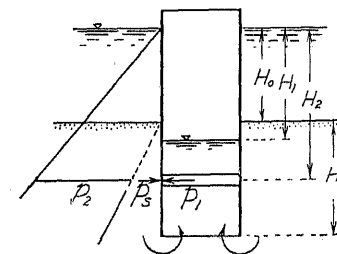


第 73 圖

3. 井筒 (第 74 圖) 一部 (H_0) 土砂中に入り居る場合は、 H_2 に対しては水壓の外に土壓作用す... [13] (1) 参照。外水面より H_2 なる水深に於て單位高に作用する内側向きの壓力の強さは

$$\text{外水壓} + \text{土壓} - \text{内水壓} = w_0 H_2 + p_0 - w_0 (H_2 - H_1)$$

土砂透水性にして、 $H_2 > H_1$ ならば水は井底を通して斷えず井内に流入する。



第 74 圖

4. 内外氣壓を異にする場合 單位高の水平輪に於て

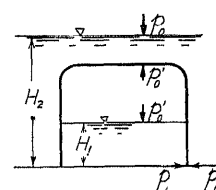
$$\begin{array}{ll} \text{外氣壓 } p_0 & \text{外水深 } H_2 \\ \text{内氣壓 } p'_0 & \text{内水深 } H_1 \end{array}$$

$$\text{内側向壓力の強さ} = p_2 - p_1 = (p_0 + w_0 H_2) - (p'_0 + w_0 H_1)$$

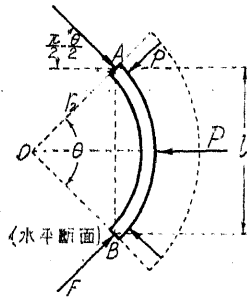
ケーソン (Neumatic Caisson) の如く

$$p'_0 > p_0 + w_0 H_2$$

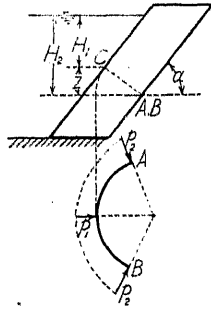
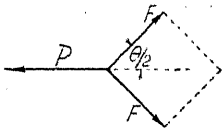
なる時は、内部の水を排出し空氣中の作業が出来る。



第 75 圖



第 76 圖



第 77 圖

5. 弧狀部分 壁の水平弧狀部 AB の外側に水壓作用し、壁厚小にして剛性に乏しき場合は、應力 F は弧端の接線の方向に厚さの中央に作用す。

$$F = \frac{1}{2} \rho \cdot \text{cosec} \frac{\theta}{2} = \rho r_2 \sin \frac{\theta}{2} \text{cosec} \frac{\theta}{2} = \rho r_2 \dots (43)$$

即ち F は中心角 θ に無關係にして、常に等値を有し且つ作用點の軌跡は壁厚中心線に一致する。

水壓を受くる圓筒狀構造物の壁は應力 ρ 、又は F に依りて伸長又は短縮を爲し、從て筒徑にも彈性的の變化がある。然るに側邊固定等に依り自由なる變化を妨ぐる時は、變形せる形は正しき圓筒狀を爲さず、爲に剛なる壁に於ては強大なる彎曲應力を生ずる。

(5) 傾斜せる圓筒面に作用する水壓 筒軸傾斜する場合はその正斷面 (Normal section) に作用する壓力強度は一様ならず。

$$C \text{ に於て } p_1 = w_0 H_1$$

$$A, B \text{ に於て } p_2 = w_0 H_2 = p_1 + w_0 z$$

此場合 p_1 なる等布水壓と頂點に於て零、兩端に於て $p' = (p_2 - p_1)$ なる漸變水壓とに分ちて考ふれば、 p' は水深 H_1 に無關係なるを以て計算に便である。