

V.

堰.

54. 定義. 堰は水を堰く爲に水路内に設けた断面形の殆ど均一な構造物

で、其の上を水が越流するものである。

圖(1)水が溢流する部分を缺口。缺口から溢流する水流をナツブ。或は堰流。又ナツブの下の面に接する缺口部分を堰頂と稱へる。

堰頂断面が尖鋭な時は、ナツブの下面は尖縁孔口の射出流と同じ様に収縮する。圖(2)。

之れを頂邊収縮と云ひ、又缺口の兩側が上流側に於て尖鋭なときは、ナツブには幅員の収縮、即ち側面収縮が起る。若し缺口の幅員が、水路の幅員と等しき場合には、ナツブには側面収縮が起らない。

圖(2)に示す様に、堰頂附近に於ける水面は、下降曲面になるが之れが所謂表面収縮であり、而してナツブの鉛直収縮は表面収縮と、頂

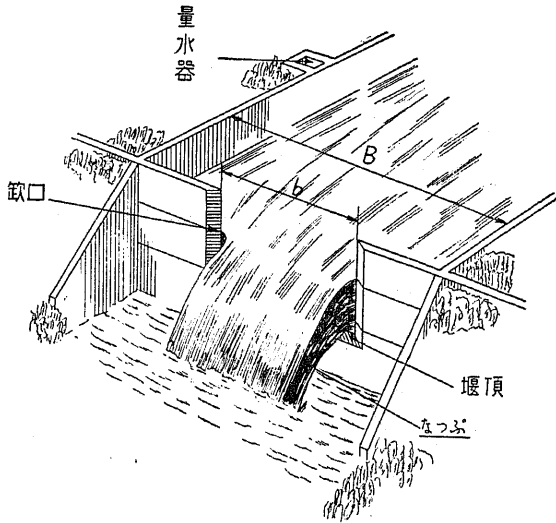


圖. 1.

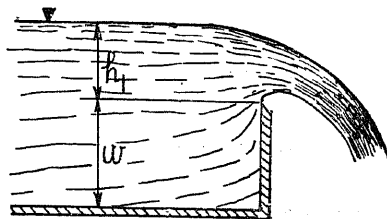


圖. 2.

邊収縮との間の距離で射出流のベナコントラクタに相当し、之れを収縮断面とする。

ナツブの不完全収縮は堰頂が極めて水路の底に近いか、又は側面収縮を有する堰の側壁が、水路の側面に近い時に起り、丁度射出流の収縮が抑制せられるのと同一現象である。

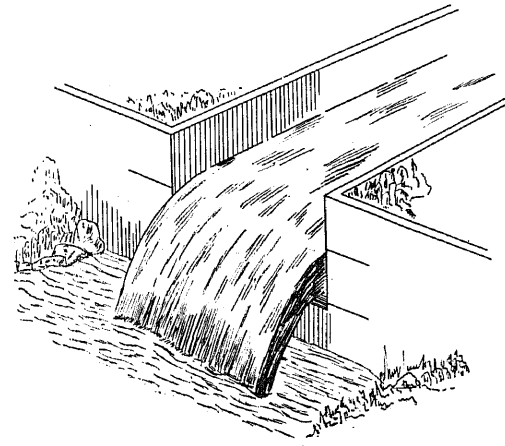


圖. 3. 側面無収縮の堰

堰の上流で、表面収縮に因る曲面が、影響しない位置に於て、水面から堰頂最下部迄の水深を其の堰の水頭(h_t)とする。此の水頭を測定する附近の水路を接近水路、

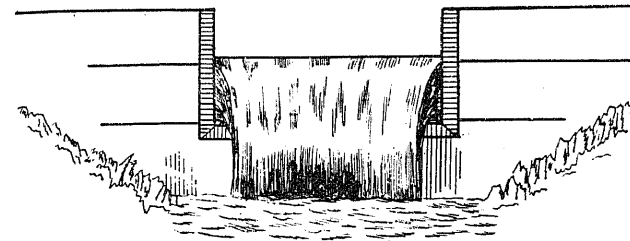


圖. 4. 側面収縮を爲す堰

其の平均流量を接近流速。又接近水路の底面から堰頂までの高さを堰高(w)と云

ふ。若し接近流速のあるときは、其の流速水頭を堰の水深に加へたものを以て、堰の修正水頭とする。

55. 堰の分類.

A) 堰頂断面の形状によつて

1) 鋭頂堰. 圖(2)。堰頂断面尖鋭にして、ナツブは堰頂と線にて接

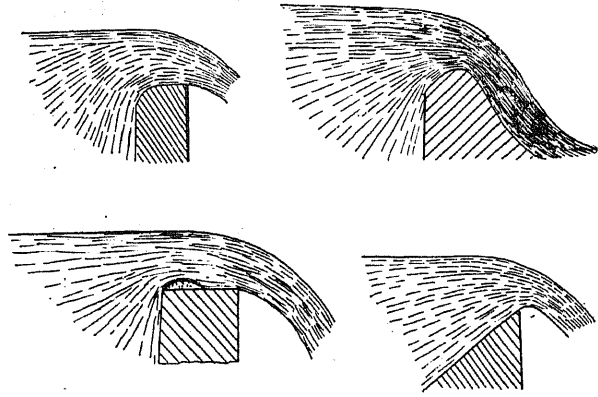


図. 5. 鈍頂堰

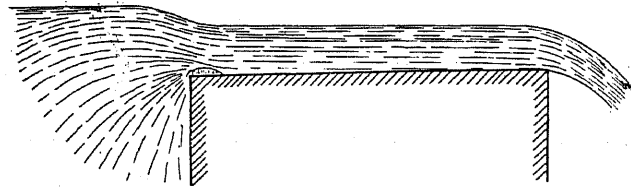


図. 6. 廣頂堰

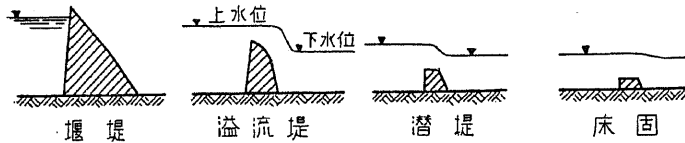


図. 7.

するもの。

2) 鈍頂堰. 図(5).

堰頂断面尖鋭ならざるものにて、ナツブは堰頂に接着するもの。

3) 廣頂堰. 図(6). 堰頂

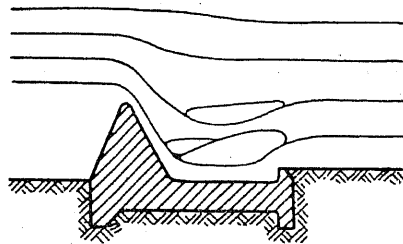


図. 8.

断面厚を有し、ナツブと堰頂と接着するもの。

B) 堰頂と下流正流部の水位、所謂下水位との関係によるもの図(7)。

1) 溢流堰. 堰頂が下水位より高きもの。

2) 潜堰. 堰頂が下水位より低きもの(床固も此の内に含まれる)。

此の區別は、單に水位の関係に依るものであるから、圖(8)に示す様に、低水、平水、高水に依つて同一堰に於ても其の取扱が異なる。

C) 側面收縮の有無により。

1) 側面收縮堰 (Poncelet の堰). 圖(1), 圖(4). 缺口の幅員 (b) が水路幅 (B) よりも小さきもの。

2) 側面無收縮堰 (Bazin の堰). 圖(3). 缺口の幅員 (b) と水路幅 (B) とが同じもの。

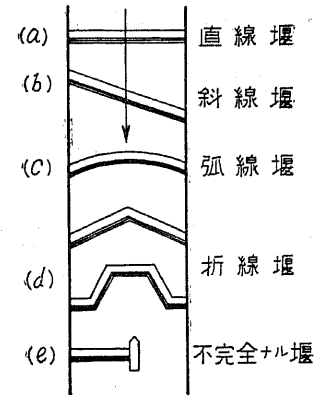


図. 9.

D) 堰の平面的配置に従つて圖(9)。

1) 直線堰. 水路に直角に設けた、堰の軸線が直線なるもの。

2) 斜線堰. 水路に傾斜して設けたもの。

3) 弧線堰. 堰の軸線が弧形をなすもの。

4) 折線堰. 堰の軸線が折線形をなすもの。

5) 不完全なる堰. 水路の幅員一部のみを堰き止めたもの。

E) 缺口の形状に従つて。

矩形堰、三角堰、梯形堰等がある。

56. ナツブの形状. 堰の種類によつて其のナツブの形状も異なるもので

A) 溢流堰の場合. 圖(10)。

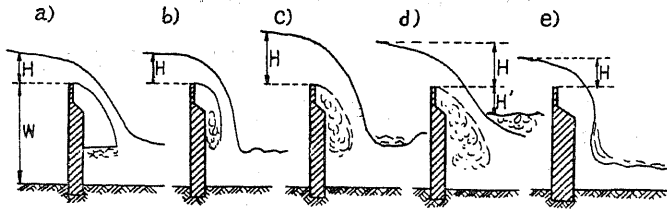


圖. 10.

- a) 純正なナツプ. ナツプが鋭頂堰より、大氣中に放出せられたもので、ナツプの裏側の空氣の流通が完全なものである。
- b) 抑壓せられたナツプ. ナツプの裏側の通氣不良で $\frac{H}{W} < 0.4$ のときに起り、裏側の氣壓 (p_n) < 大氣壓 (p_0) なる爲、ナツプは (a) のよりも、堰の方に押付けられて居る。
- c) 裏側が渦で充たされたナツプ. $\frac{H}{W} > 0.4$ で、通氣全くなく、裏側は渦動運動をする水で充滿されて居る。
- d) 水中に潜入するナツプ. $\frac{H+H'}{W} < \frac{3}{4}$ のとき起り、ナツプの表側が渦で覆はれて居る。
- e) 堰の面を傳はり落ちるナツプ. 堰の厚が充分ある場合に起る、これには圖 (10) の如くナツプが全部堰の面に接着してをるもの、或は圖 (11) の如く一時は堰の面を離れて再び接着するものがある。

B) 潜堰の場合。

- a) 水中に潜入するナツプ. 圖 (12) の様にナツプが水中に没入して表側が渦で覆はれてをるもの、圖中 w_1 及 w_2 は渦。

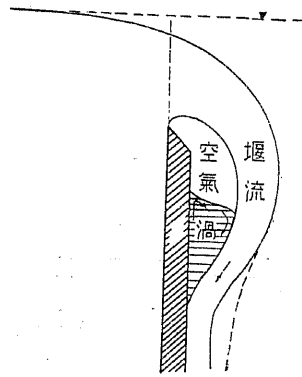


圖. 11.

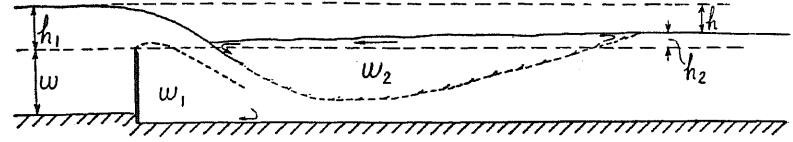


圖. 12.

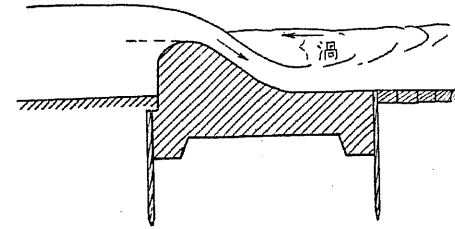


圖. 13.

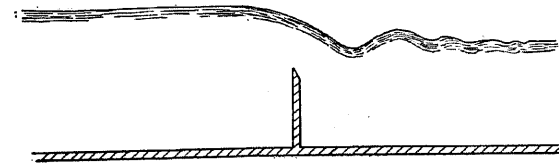


圖. 14.

- b) 波形をなすナツプ. 圖 (14) の様にナツプは水中に没入せずして、波状をなして下流に進むもの
- c) 純正なナツプ. の形状。圖 (15) は Rehbock の實驗の結果であるこれに依つても分る様に、ナツプに依る

水位下降の影響は、堰から水頭 (h) の 4 倍以上にも及んでをる。

57. 純正のナツプの理論流速と實際の流速.

大きな尖縁孔口の上部周囲が無い場合と全く同じであるから、此の場合も [V] でやつた様な假定を設ける。従つて任意の深さに於ける理論流速は

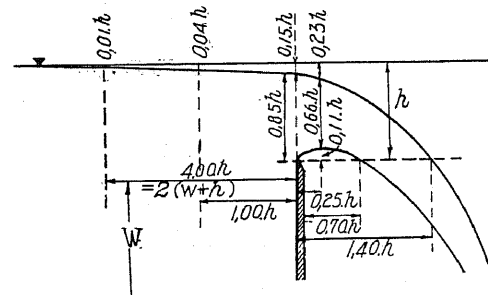


圖. 15.

$v_0 = 0$ のとき

$$V_0 = \sqrt{2gz} \quad (1)$$

$V_0 \neq 0$ のとき

$$v_z = \sqrt{2g(z + \frac{V_0^2}{2g})} \quad (2)$$

或は接近流速に對する修正を施せば

$$v_z = \sqrt{2g(z + \alpha \frac{V_0^2}{2g})} \quad (3)$$

堰頂部に於ける各點の理論流速の大きさの軌跡は、圖(16)に示す。 53 II 4

の様な拋物線となる譯だが、實際の流速は曲線 3 I 4 の横距に等しく、従つて理論流量と實際流量との比は面積 153 II 41

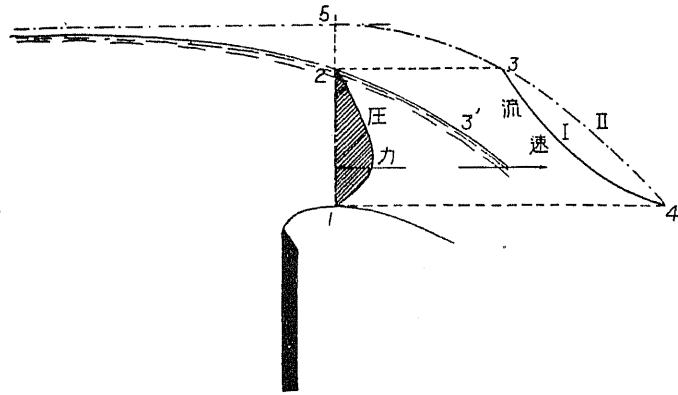


圖. 16.

と面積 123 I 41 の比に等しい。

實際の水面は、5-3 の代りに 2-3' となり 5-2 だけ水位が下降してをるが、これは缺口に於て、表面の水分子が所要の流速を得る爲に費されたもので、且つ其の方向は缺口平面に殆ど垂直であり、又空氣の摩擦等の影響を受けぬものと假定すると、其の流速は $\sqrt{2g(52)} = \sqrt{2gh}$ となり、従つて堰頂に於けるナツプの厚さは $(h-k)$ である、此の k は約 0.15 h なるを普通としてをる。圖(15) 参照。

尙 Bazin の實驗の結果によると收縮斷面を 10 等分した各點に於ける壓力

等分區間	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$p : \gamma h$	0.0	0.098	0.159	0.180	0.182	0.170	0.145	0.114	0.084	0.042	0
$v : \sqrt{2gh}$	0.946	0.855	0.778	0.721	0.666	0.632	0.600	0.571	0.536	0.519	0.496

及び流速の變化率は表の様になる。

58. 流量の基本公式. これは幅 (b) なる矩形缺口に付ての流量に對する一般的基本公式である。故に缺口の形狀、堰頂斷面の種類等に依る流量の變化に付ては、後述する實驗に基く夫々適當なる係數値を求めて、基本公式を補正すれば宜敷い。

A) 溢流堰. 圖(17), 圖(18)。 dz を通る流量 dQ は、大きな孔口の場合と同じく、 $c' =$ 流量係數とすれば

$$dQ = c' b \sqrt{2gz} dz \quad (4)$$

故に、全流量 Q は

$$Q = \int_{h'}^{h_1} dQ = \frac{2}{3} c' b \sqrt{2g} (h_1^{\frac{3}{2}} - h'^{\frac{3}{2}}) \quad (5)$$

$$c'(h_1^{\frac{3}{2}} - h'^{\frac{3}{2}}) = c h_1^{\frac{3}{2}} \quad \text{とすれば}$$

$$Q = \frac{2}{3} c b \sqrt{2g} h_1^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} c b h_1 \sqrt{2gh_1}; \quad (\text{Dubuat の公式}) \quad (6)$$

c を堰の流量係數と云ひ、水頭の大きさ、缺口の形狀等に從つて變化するのみでなく、收縮の狀況に因つても著しく其の値を異にする。

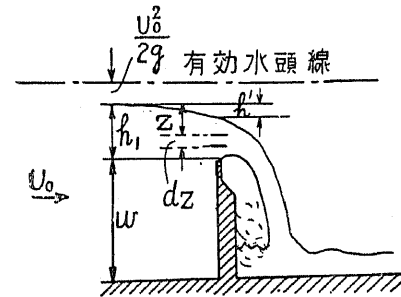


圖. 17.

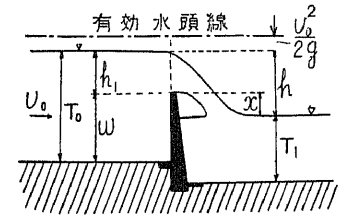


圖. 18.

尙接近流速 V_0 を無視する事が出来ぬ場合は

$$Q = \frac{2}{3} \cdot c \cdot b \sqrt{2g} \left[\left(h_1 + \alpha \frac{V_0^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\alpha \frac{V_0^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (7)$$

a) Weisbach の公式. $\alpha = 1$ として

$$Q = \frac{2}{3} \cdot c \cdot b \sqrt{2g} \left[\left(h_1 + \frac{V_0^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{V_0^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (8)$$

若し V_0 が極めて小なるときは、

b) 概算公式として、

$$Q = \frac{2}{3} \cdot c \cdot b \sqrt{2g} \left[h_1 + \frac{V_0^2}{2g} \right]^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \cdot c \cdot b \sqrt{2g} \left[h_1 + 0.051 V_0^2 \right]^{\frac{3}{2}} \quad (9)$$

$$= \frac{2}{3} \cdot c \cdot b \cdot h_1 \sqrt{2g h_1} \left[1 + \frac{V_0^2}{2g h_1} \right]^{\frac{3}{2}} \quad (10)$$

c) Bazin の公式. 式(7)を展開し、 $\frac{\alpha V_0^2}{2g h_1}$ の高次の項を省略して

$$Q = \frac{2}{3} \cdot c \cdot b \cdot h_1 \sqrt{2g h_1} \left[1 + \frac{3}{2} \alpha \frac{V_0^2}{2g h_1} \right]; \quad (11)$$

側面無収縮の場合は

$$V_0^2 = \frac{Q^2}{b^2 (h_1 + w)^2}$$

式(7)に代入して

$$\frac{V_0^2}{2g} = \frac{4}{9} \cdot c^2 \frac{h_1^3}{(h_1 + w)^2};$$

式(11)は

$$Q = \frac{2}{3} \cdot c \cdot b \cdot h_1 \sqrt{2g h_1} \left[1 \pm \frac{2}{3} \alpha c^2 \left(\frac{h_1}{h_1 + w} \right)^2 \right]; \quad (12)$$

Bazin は $\frac{2}{3} \alpha c^2 = K$ として

$$Q = \frac{2}{3} \cdot c \cdot b \cdot h_1 \sqrt{2g h_1} \left[1 + K \left(\frac{h_1}{h_1 + w} \right)^2 \right]; \quad (13)$$

今 $\alpha = 1.66$; $c = 0.706$ (Bazin) とすれば、 $K = 0.55$ となり

$$Q = \frac{2}{3} \cdot c \cdot b \sqrt{2g} h_1^{\frac{3}{2}} \left[1 + 0.55 \left(\frac{h_1}{h_1 + w} \right)^2 \right] = \frac{2}{3} \cdot c_0 \sqrt{2g} b h_1^{\frac{3}{2}} \quad (14)$$

但

$$c_0 = \left[1 + 0.55 \left(\frac{h_1}{h_1 + w} \right)^2 \right]$$

式(14)の終の形は Poleni の公式 と云はれるものである。

尚 Bazin はこれを

$$\frac{Q}{b} = m \cdot h \sqrt{2g h_1} \doteq 4.43 m \cdot h_1^{\frac{3}{2}} \quad (15)$$

但

$$m = \frac{2}{3} \cdot c_0$$

の形にした。

B) 潜堰. 圖(19) 水面孔口の場合と同じ様に、之れを水頭 h なる堰と、孔口高 h_2 なる水中孔口との合成したものと考へ、基本公式は

$$Q = \frac{2}{3} \cdot c_1 \cdot b \sqrt{2g} \left[\left(h + \alpha \frac{V_0^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\alpha \frac{V_0^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right] + c_2 \sqrt{2g} b (h_1 - h) \sqrt{\left(h + \alpha \frac{V_0^2}{2g} \right)} \quad (16)$$

或は概算公式としては $V_0 = 0$ とし

$$Q = \frac{2}{3} \cdot c_1 \cdot b \sqrt{2g} h^{\frac{3}{2}} + c_2 \sqrt{2g} b (h_1 - h) h^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

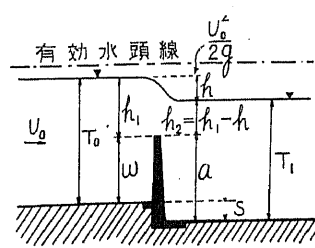


圖. 19.

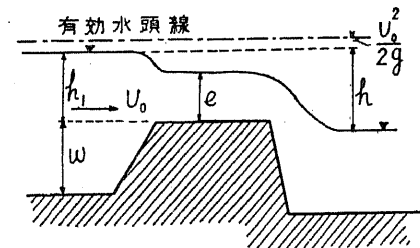


圖. 20.

C) 廣頂堰. 圖(20). 此の場合其の水頭は、下流部の吸引作用が全く無いものとし、 $\alpha = 1$ すると

$$h_1 - e + \frac{V_0^2}{2g}$$

であるから流量は、

$$Q = c \cdot e \cdot b \sqrt{2g \left(h_1 - e + \frac{V_0^2}{2g} \right)} = c \cdot e \cdot b \sqrt{2g (H_e - e)}; \quad (18)$$

尚 e の最大値は $\frac{dQ}{de} = 0$ である故

$$\frac{dQ}{de} = c.b \sqrt{2g(h_1 - e + \frac{V_0^2}{2g})} - \frac{2 \cdot g \cdot e \cdot b \cdot c}{2 \sqrt{2g(h_1 - e + \frac{V_0^2}{2g})}} = 0$$

従つて

$$e = \frac{2}{3} h_1 + \frac{V_0^2}{3g}$$

之を代入すると

$$Q = c \left(\frac{2}{3} h_1 + \frac{V_0^2}{3g} \right) b \sqrt{2g \left(h_1 + \frac{V_0^2}{2g} \right) \frac{1}{3}} ; \quad (19)$$

概算公式は $V_0 = 0$ として

$$Q = 0.385 c \cdot b \sqrt{2g} h_1^{\frac{3}{2}} = 1.70 c \cdot b \cdot h_1^{\frac{3}{2}} \quad (20)$$

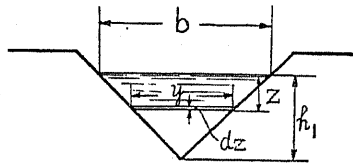


圖. 21.

D) 三角堰. 圖 (21).

$$dQ = c \cdot y \cdot dz \sqrt{2gz}$$

故に

$$Q = c \sqrt{2g} \int_0^{h_1} y \sqrt{z} \cdot dz$$

然るに

$$y = \frac{b}{h_1} (h_1 - z)$$

故に

$$Q = \frac{c \cdot b}{h_1} \sqrt{2g} \int_0^{h_1} (h_1 - z) \sqrt{z} \cdot dz$$

$$= \frac{c \cdot b}{h_1} \sqrt{2g} \left[h_1 \frac{2}{3} h_1^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5} h_1^{\frac{5}{2}} \right] = \frac{4}{15} c \cdot b \sqrt{2g} h_1^{\frac{3}{2}} \quad (21)$$

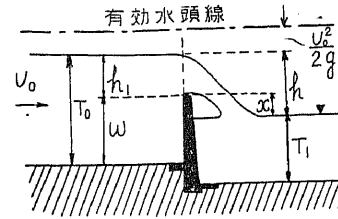


圖. 22.

59. 溢流堰の實驗公式. 圖 (22).

A) 概算公式. 卷末の表参照.

a) Francis;

$$Q = 1.84 b \left[h_1 + \frac{V_0^2}{2g} \right]^{\frac{3}{2}}$$

$$Q = 1.84 b h_1^{\frac{3}{2}} \quad (22)$$

b) Languer. 鈍頂堰 $Q = 1.77 b h_1^{\frac{3}{2}} \quad (23)$

鈍頂堰 $Q = 1.86 b h_1^{\frac{3}{2}} \quad (24)$

廣頂堰 $Q = 1.55 b \sqrt{h_1 + \frac{V_0^2}{2g}} \quad (25)$

c) Rehbock. $Q = 1.90 b h_1^{\frac{3}{2}} \quad (26)$

表は $1.80 b h_1^{\frac{3}{2}}$ が示してあるから。各公式の Q は比例に依り求められる。

d) Engels. 圖 (23).

$$\frac{h_1}{h_1 + w} \approx \frac{1}{15} \text{ にして } V_0 \text{ が極めて小なるときは}$$

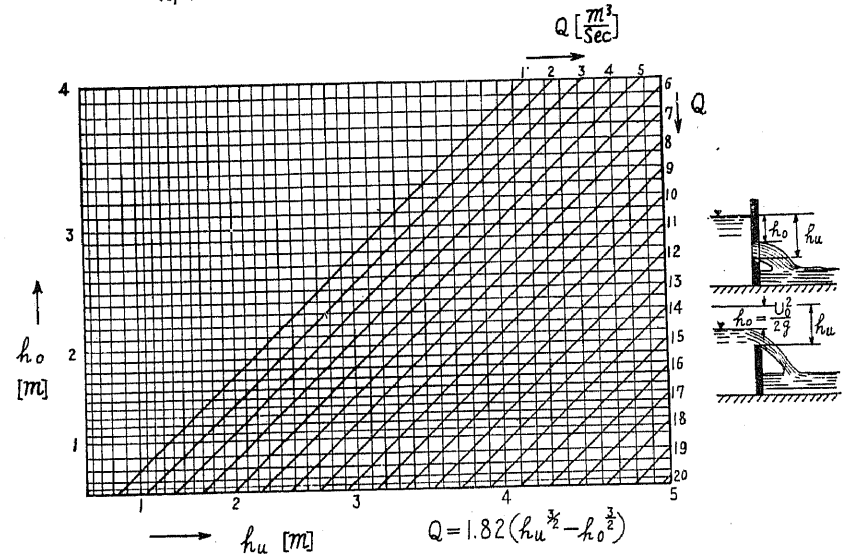


圖. 23.

$$Q = \frac{2}{3} c b \sqrt{2g} h_1^{3/2} \doteq 1.82 b h_1^{3/2} \quad (27)$$

B) 側面收縮堰. (Ponceel の堰)

a) Francis の公式. (1855)

$$Q = 1.838(b - 0.10nh_1) \left[\left(h_1 + \frac{V_0^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(\frac{V_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right] \quad (28)$$

$n =$ 収縮する邊の數

b) Frese の公式. (1890)

$$Q = \left(0.5755 + \frac{0.017}{0.18 + h_1} - \frac{0.075}{1.2 + b} \right) \left\{ 1 + \left[0.25 \left(\frac{b}{B} \right)^2 + 0.025 + \frac{0.0375}{\left(\frac{h_1}{h_1 + w} \right)^2 + 0.02} \right] \left(\frac{h_1}{h_1 + w} \right)^2 \right\} \frac{2}{3} b h_1 \sqrt{2g h_1} \quad (29)$$

これは $h_1 = 0.2[m]$; $b_{min} = 0.1[m]$ 乃至 $h_1 = 0.6[m]$; $b_{min} = 0.5[m]$ の範圍に於て、且

$h : (h_1 + w)$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.7	1.0
$b : B$	0.9	0.8	0.7	0.5	0.3	0.2	0.1

の割合のものに對して、充分なる精度の答を與へる。

c) Kinzer の公式. (1897)

$$Q = \left(0.4342 + 0.009 \frac{b}{B} - 0.0777 \frac{h_1}{h_1 + w} \right) b \sqrt{2g} \left(h_1 + \frac{V_0^2}{2g} \right)^{3/2} \quad (30)$$

これは $B = 1.377[m]$ $b = 0.2$ $h_1 = 0.044$ $v_0 = 0.012$
 $\quad \quad \quad = 0.4$
 $\quad \quad \quad = 0.6$
 $\quad \quad \quad = 0.8$
 $\quad \quad \quad = 1.0$ $\quad \quad = 0.246$ $\quad \quad = 0.237$ } の範圍で行つた
 實驗に依るも
 である

d) 瑞西土木建築學會の標準公式

$$Q = \left[0.578 + 0.037 \left(\frac{b}{B} \right)^2 + \frac{3.615 - 3 \left(\frac{b}{B} \right)^2}{1000 h_1 + 1.6} \right] \times \left[1 + 0.5 \left(\frac{b}{B} \right)^2 \left(\frac{h_1}{h_1 + w} \right)^2 \right] \frac{2}{3} b h \sqrt{2g h_1} \quad (31)$$

括弧の部分は無名數である事が此の式の特長で $\frac{b}{B} = 1$ のときには無收縮の堰流の公式となる。

e) Smith の公式.

$$Q = \frac{2}{3} c b \sqrt{2g} \left(h_1 + 1.4 \frac{V_0^2}{2g} \right) \quad (32)$$

側面收縮
C の値 (Hamilton Smith)

h [cm]	堰 長 [m]						
	0.2	0.3	0.6	0.9	1.5	3.0	5.8
3	0.633	0.640	0.647	0.653	0.654	0.656	0.657
5	0.618	0.624	0.634	0.638	0.640	0.641	0.642
7	0.606	0.613	0.622	0.625	0.627	0.629	0.630
9	0.601	0.608	0.616	0.619	0.621	0.624	0.625
12	0.596	0.602	0.609	0.613	0.615	0.618	0.620
15	0.591	0.597	0.605	0.608	0.611	0.615	0.617
18	0.588	0.593	0.601	0.605	0.608	0.613	0.615
22		0.589	0.597	0.603	0.606	0.612	0.614
26			0.594	0.599	0.604	0.610	0.613
30			0.590	0.595	0.601	0.608	0.611
35			0.586	0.592	0.597	0.605	0.610
45				0.585	0.593	0.601	0.608

f) Fteley 及 Stearns の公式. (1877)

$$Q = 1.829b \left(h_1 + \alpha \frac{V_0^2}{2g} \right)^{3/2} + 0.0006 b \quad (33)$$

但 $\alpha = 1.5,$ 側面收縮
 $\alpha = 2.5,$ 側面無收縮

g) King の公式. (1919)

$$Q = c_1 \sqrt{2g} b h_1^{3/2} \left[1 + c_2 \frac{h_1^2}{(h_1 + w)^2} \right] \quad (34)$$

但 $c_1 = \frac{0.2189}{h_1^{0.03}}$
 $c_2 = 0.56$

h) Thomson の三角形堰の公式. (1858)

直角三角形の缺口で、圖 (21) に於て $b = 2h_1$ である。これは 80 [cm]

以上の水路の測定に用ひられ水量少き場合に優秀な結果を與へる。實驗の結果、

$$Q = 0.014 h_1^{5/2} \left[\frac{l}{\text{sec}} \right] \quad (35)$$

但し h [cm]

i) Cippolletti の公式. (梯形缺口の場合) (1887)

$$Q = 1.86 b h_1^{3/2} \quad (35a)$$

側面の勾配 4:1; $h_1 \leq 0.60$ のとき、

其長 15 [m] 以上の整形断面に於ては

$\frac{2}{3} c = 0.42$ なる事を實驗から求めて、

彼の公式を誘導したものである。

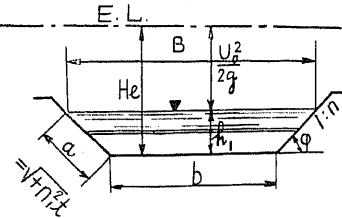


圖. 24

此の式を用ひるときは以下の條件が必要である。

- 1) 堰の厚は $0.1h$ 以下のこと
- 2) $w > 3h_1$
- 3) $c > 2h_1$
- 4) $b \geq 3h_1$

e = 堰の最高なる所の側壁からの幅

b = 堰頂の長

若し h_1 の觀測の誤差が

h_1 [m]	0.15	0.30	0.45	0.60
誤差 [mm]	0.5	1.0	1.5	2.0

以下なれば其の流量の誤差は 0.5% を超過しない。

j) Barr の公式. (1910) 直角三角堰.

$$\left. \begin{aligned} \text{概算的に} \quad Q &= \frac{2.4}{15} \sqrt{2g} b h_1^{3/2} \\ Q &= C_2 \cdot h_1^{5/2} \end{aligned} \right\} \quad (35b)$$

h_1 [m]	0.05	0.075	0.10	0.15	0.20	0.25
c_2	1.42	1.41	1.40	1.39	1.38	1.38

この公式は

$$\frac{w}{h_1} > 3 \sim 4; \quad h_1 = 7.5 \sim 10 [\text{cm}]; \quad B = 8h_1;$$

の場合に適當する。

k) Gourley 及 Crimp の公式. (1915)

三角形の場合 $Q = 1.32 \tan \frac{\alpha}{2} \cdot h_1^{2.47} \quad (36)$

矩形 $Q = 1.69 b^{1.02} h_1^{1.47} \quad (37)$

梯形の場合 $Q = 1.32 \tan \frac{\alpha}{2} \cdot h_1^{2.47} + 1.69 b^{1.02} h_1^{1.47} \quad (38)$

α = 缺口側面の鉛直となす角

C) 側面無收縮堰 (Bazin の堰).

多くの公式は Poleni の基本公式

$$Q = \frac{2}{3} c_0 b h_1 \sqrt{2g h_1} = m \cdot b h \sqrt{2g h_1} \quad (39)$$

の形に換へる事が出来る。

單位長即ち、1 [m] に付ての流量 q は、

$$q = \frac{2}{3} c_0 \sqrt{2g} h_1^{3/2} = 2.953 c_0 h_1^{3/2} \quad (40)$$

但し

$$c_0 = c \left[1 + K \left(\frac{h_1}{h_1 + w} \right)^2 \right]$$

a) Francis の公式. (1855)

$$Q = 1.838 b \left[\left(h + \frac{V_0^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(\frac{V_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right] \quad (41)$$

b) Bazin の公式. (1888) 圖 (25)

$b = 2.10$ [m] の鋭頂堰で、 $0.6 > h_1 > 0.1$ [m] の範圍で行つた實驗の結果、

$$m = \frac{2}{3} c \left[1 + 0.55 \left(\frac{h_1}{h_1 + w} \right)^2 \right] \quad (42)$$

而して、近似値として

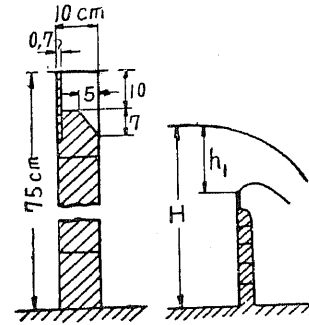
$$\frac{2}{3}c = 0.405 + \frac{0.003}{h_1} \quad (43)$$

$$m = \left[0.405 + \frac{0.003}{h_1} \right] \left[1 + 0.55 \left(\frac{h_1}{h_1 + w} \right) \right] \quad (44)$$

$$c_0 = \left(0.6075 + \frac{0.0045}{h_1} \right) \left[1 + 0.55 \left(\frac{h_1}{h_1 + w} \right) \right]^2 \quad (45)$$

m の 表

水頭 h [m]	堰 高 w						
	0.2m	0.3m	0.4m	0.5m	0.6m	0.8m	1.0m
0.1	0.459	0.447	0.442	0.439	0.437	0.435	0.434
0.12	0.462	0.448	0.442	0.438	0.436	0.433	0.432
0.14	0.466	0.450	0.443	0.438	0.435	0.432	0.430
0.16	0.471	0.453	0.444	0.438	0.435	0.431	0.429
0.18	0.475	0.456	0.445	0.439	0.435	0.431	0.428
0.2	0.480	0.459	0.447	0.440	0.436	0.431	0.428
0.22	0.484	0.462	0.449	0.442	0.437	0.431	0.428
0.24	0.488	0.465	0.452	0.444	0.438	0.432	0.428
0.26	0.492	0.468	0.455	0.446	0.440	0.432	0.429
0.28	0.496	0.472	0.457	0.448	0.441	0.433	0.429
0.3	0.500	0.475	0.460	0.450	0.443	0.434	0.430
0.32	0.504	0.478	0.462	0.452	0.444	0.436	0.430
0.34	0.507	0.481	0.464	0.454	0.446	0.437	0.431
0.36	0.510	0.483	0.467	0.456	0.448	0.438	0.432
0.38	0.513	0.486	0.469	0.458	0.449	0.439	0.432
0.4	0.516	0.488	0.472	0.459	0.451	0.440	0.433
0.42		0.491	0.474	0.461	0.452	0.441	0.434
0.44		0.494	0.476	0.463	0.454	0.442	0.435
0.46		0.496	0.478	0.465	0.456	0.443	0.435
0.48		0.498	0.480	0.467	0.457	0.444	0.436
0.5		0.500	0.482	0.468	0.459	0.445	0.437
0.52		0.502	0.484	0.470	0.460	0.446	0.438
0.54		0.504	0.485	0.472	0.461	0.447	0.439
0.56		0.506	0.487	0.473	0.463	0.449	0.439
0.58		0.508	0.489	0.475	0.464	0.450	0.440
0.6		0.510	0.491	0.476	0.466	0.451	0.441



Bazin の實驗では、この式の誤差は

$\pm 2 \sim 3\%$ に過なかつた。

$\frac{2}{3}c$ は、 h_1 と共に少し宛増加するけれども

$0.3 > h > 0.1$ の範圍内では、

$\frac{2}{3}c = \text{常數}$ と假定し

$$m = 0.425 + 0.212 \left[\frac{h_1}{h_1 + a} \right]^2 \quad (46)$$

圖. 25.

としても精度に變りはない。

或は $q = \left[1.89 + 0.94 \left(\frac{h_1}{h_1 + w} \right) \right] h_1 \quad (47)$

c) Frese の公式. (1890)

$h > b$ のときで、 $0.5 > b > 0.5[m]$; $0.6 > h > 0.1[m]$ の範圍に用ひる。

$$\left. \begin{aligned} m &= \left[0.410 + \frac{0.0014}{h_1} \right] \cdot \left[1 + 0.55 \left(\frac{h_1}{h_1 + w} \right)^2 \right] \\ c_0 &= \left(0.615 + \frac{0.0021}{h_1} \right) \left[1 + 0.55 \left(\frac{h_1}{h_1 + w} \right)^2 \right] \\ q &= \left[1.816 + \frac{0.0062}{h_1} \right] \left[1 + 0.55 \frac{h_1}{h_1 + w} \right] h_1^{\frac{3}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

m の 表

h_1 [m]	w [m]			
	0.25	0.50	0.80	1.00
0.10	0.443	0.430	0.427	0.424
0.15	0.451	0.431	0.425	0.423
0.20	0.462	0.436	0.426	0.423
0.30	0.483	0.447	0.432	0.427
0.40	0.500	0.459	0.439	0.433
0.50	0.514	0.470	0.447	0.438
0.60	0.530	0.480	0.455	0.445

H-h	h	$\frac{2}{3}c\sqrt{2g} = q : h^{\frac{3}{2}}$		
		實測値	Bazinの式	Freseの式
m	m	m ^{3/2} sec ⁻¹	m ^{3/2} sec ⁻¹	m ^{3/2} sec ⁻¹
1.585	0.682	1.84	1.90	1.92
1.585	0.806	1.81	1.92	1.94
1.585	1.056	1.87	1.97	1.99
1.585	1.303	1.92	2.01	2.02
1.585	1.426	1.94	2.02	2.04

d) Hansen の公式.

$$m = \frac{0.41137}{1 - 0.35815\sqrt{h_1^3}} \quad (49)$$

$h_1 = 51.4 \sim 560$ [mm]; $w = 0.514$ [m]; $b = 1.08$ [m]; の堰で実験した結果から誘導せるもの。

e) 瑞西土木建築學會示用公式. (1924)

$$c_0 = 0.615 \left(1 + \frac{1}{1000h_1 + 1.6} \right) \left[1 + 0.5 \left(\frac{h_1}{h_1 + w} \right)^2 \right] \quad (50)$$

$w > 0.3$ [m]; の $h_1 < w$; 尚 $0.8 > h > 0.025$ [m] の範囲で用ふ。

f) Rehbock の公式. (1913)

$$c_0 = 0.605 + \frac{1}{1050h_1 - 3} + \frac{0.08h_1}{w} \quad (51)$$

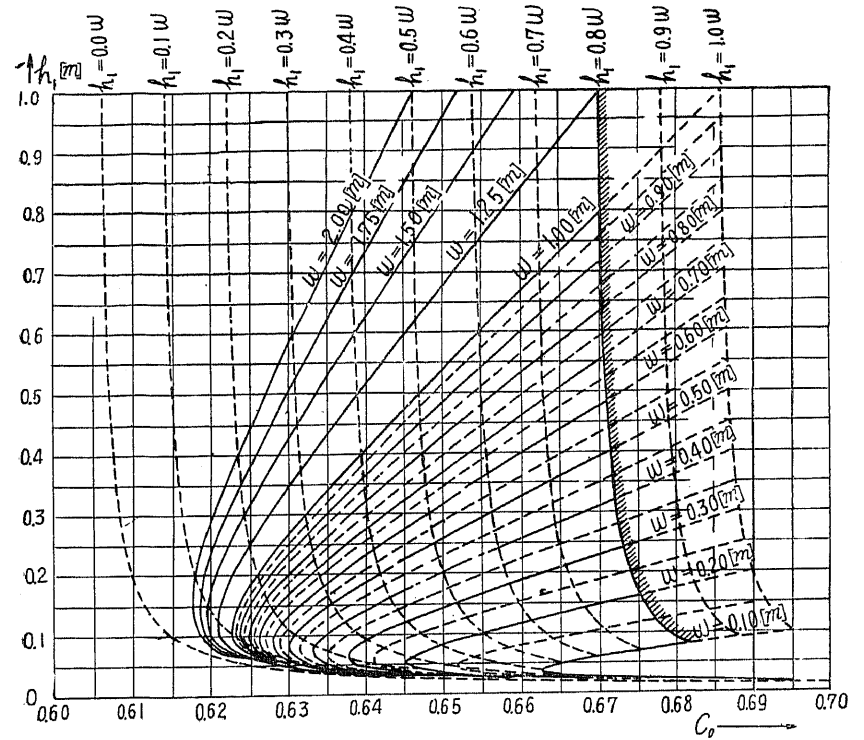
実験は幅員 500 [mm] の水路で、堰高 125, 200, 500 [mm] の各種に付、 $0.415 > h_1 > 0.01$ [mm] のものに付施行したもので、此の公式は $\frac{h_1}{w} < 0.8$ の場合に適當である。

尚 $h < 0.02$ [m] の場合には

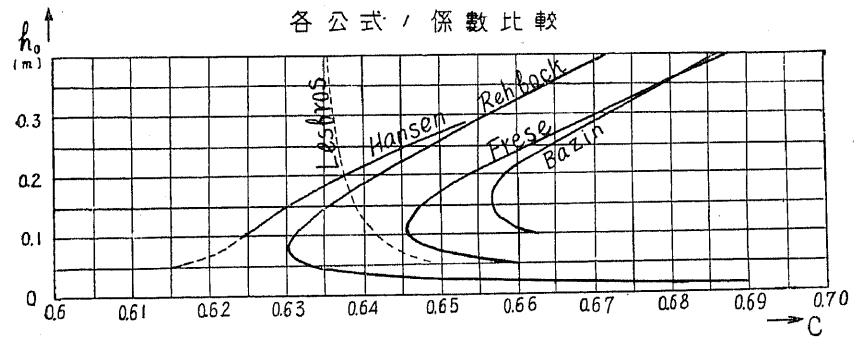
$$Q = bh \left(0.003 + 1.79h + 0.23 \frac{h^2}{w} \right) \quad (52)$$

が極めて適切である。圖 (26) 及 (27)

尙最近 (1929) Rehbock の發表せる公式として



c₀ の表
圖 26



各公式 / 係數比較
圖 27

$$Q = \frac{2}{3} c' \sqrt{2g} b h_c^{\frac{3}{2}}; \quad q = \frac{Q}{b} = 2.953 c' h_c^{\frac{3}{2}} \quad (53)$$

がある。

$$\text{但し} \quad c' = 0.6035 + 0.0813 \frac{h_e}{w} \quad (53a)$$

$$\text{又} \quad h_c = h_1 + 0.0011 [m] \quad (53b)$$

C_0 の表

$h_1 [m]$	$w [m]$							
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0
0.02	5.7	5.6	5.6	5.5	5.5	5.5	5.5	5.5
0.03	10.2	10.0	9.9	9.9	9.9	9.9	9.9	9.8
0.04	15.7	15.3	15.1	15.1	15.0	15.0	15.0	14.9
0.05	22.0	21.3	21.1	21.0	20.9	20.9	20.8	20.7
0.06	29.1	28.0	27.7	27.5	27.4	27.3	27.2	27.1
0.07	36.9	35.4	34.9	34.6	34.5	34.4	34.2	34.1
0.08	55.5	43.4	42.7	42.3	42.1	42.0	41.8	41.6
0.09	54.8	52.0	51.0	50.5	50.3	50.1	49.8	49.6
0.10	64.9	61.1	59.9	58.3	58.9	58.7	58.3	58.1
0.12	—	81.1	79.2	78.2	77.6	77.2	76.7	76.5
0.14	—	103.2	100.3	99.0	98.1	97.5	96.8	96.3
0.16	—	128	124	122	120	120	119	118
0.18	—	154	148	146	144	143	142	141
0.20	—	182	175	172	170	168	166	165
0.22	—	—	204	199	196	194	192	191
0.24	—	—	234	228	225	223	220	218
0.26	—	—	265	259	255	252	248	246
0.28	—	—	299	291	286	283	278	275
0.30	—	—	334	324	318	315	310	307
0.32	—	—	—	359	352	348	342	339
0.34	—	—	—	396	388	382	376	372
0.36	—	—	—	434	424	418	411	406
0.38	—	—	—	473	462	455	446	441
0.40	—	—	—	513	502	494	484	478
0.42	—	—	—	—	542	533	522	515
0.44	—	—	—	—	584	574	561	554
0.46	—	—	—	—	627	616	602	593
0.48	—	—	—	—	671	659	643	634
0.50	—	—	—	—	717	703	686	675
0.60	—	—	—	—	—	942	915	898

として

$$Q = (1.782 + 0.24 \frac{h_e}{w}) \cdot b \cdot h_e^{\frac{3}{2}} \quad (53c)$$

これ等は $w > 0.06 [m]$ $0.8 > h_e > 0.01 [m]$ に適切な公式であると云つてを
る。

例題・1. 側面無收縮の鋭頂溢流堰にして $B = b = 4.034 [m]$; $w = 0.361 [m]$
 $h_1 = 0.229 [m]$ なるとき、其の流量を求む。

1. Frese の公式を用ひると

$$Q = \frac{2}{3} \left[0.6150 + \frac{0.0021}{0.229} \right] 4.034 \sqrt{2g} (0.229)^{\frac{3}{2}} \left[1 + 0.55 \left(\frac{0.229}{0.590} \right)^2 \right] \\ = 0.882 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$$

2. Bazin の公式によると

$$Q = \left[0.405 + \frac{0.003}{0.229} \right] 4.034 \sqrt{2g} (0.229)^{\frac{3}{2}} \left[1 + 0.55 \left(\frac{0.229}{0.590} \right)^2 \right] \\ = 0.886 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$$

3. m の表を用ひて

$$Q = m b \sqrt{2g} h_1^{\frac{3}{2}} = 0.455 \times 4.034 \sqrt{2g} (0.229)^{\frac{3}{2}} = 0.891 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$$

4. Hansen の公式

$$Q = \frac{0.41137 \times 4.034 \sqrt{2g} (0.229)^{\frac{3}{2}}}{1 - 0.35815 \times (0.229)^{\frac{3}{2}}} = 0.838 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$$

5. Rehbock の公式によると

$$Q = \frac{2}{3} \left[0.605 + \frac{1}{1050 \times 0.229 - 3} + 0.08 \left(\frac{0.229}{0.361} \right) \right] \\ \times 4.034 \sqrt{2g} (0.229)^{\frac{3}{2}} = 0.862 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$$

g) Fteley 及 Sterns の公式.

$$Q = 1.829 b \left(h_1 + 2.5 \frac{2g}{V_0^2} \right)^{\frac{3}{2}} + 0.00065 \quad (54)$$

h) Smith の公式.

$$Q = \frac{2}{3} c \cdot b \sqrt{2g} \left(h_1 + 1.33 \frac{V_0^2}{2g} \right) \quad (54a)$$

側面の無収縮

c の値 (Hamilton Smith)

h [cm]	堰長 [m]						
	5.8	3.0	2.0	1.5	1.2	0.9	0.6
3	0.658	0.659	0.659	0.660			
5	0.642	0.643	0.644	0.645	0.647	0.649	0.652
7	0.632	0.633	0.634	0.635	0.637	0.640	0.643
9	0.626	0.628	0.629	0.631	0.633	0.636	0.639
12	0.621	0.623	0.625	0.628	0.630	0.633	0.636
15	0.619	0.621	0.624	0.627	0.630	0.633	0.637
18	0.618	0.620	0.623	0.627	0.630	0.634	0.638
22	0.618	0.620	0.624	0.628	0.632	0.636	0.640
26	0.619	0.622	0.627	0.631	0.635	0.639	0.645
30	0.619	0.624	0.628	0.633	0.637	0.641	
35	0.620	0.626	0.731	0.635	0.640	0.645	
45	0.622	0.630	0.635	0.641	0.645		

i) Aichel の公式 (1910) 圖 (28)

1) 斜線堰。Bazin の公式 (45) 又は Frese の公式 (48) に φ をかける。

$$Q = \varphi \cdot \frac{2}{3} c_0 \sqrt{2g} b h_1^{\frac{3}{2}} \quad (55)$$

但し $\varphi = 1 - \frac{h_1}{\rho}$

ψ の表

ϵ°	15°	30°	45°	60°	70°	90°	
ρ	0.305	0.532	0.893	1.923	6.579	∞	$3=0.25[m]$
ρ	0.362	0.700	1.250	2.275	6.579	∞	$3=0.50[m]$

2) 折線堰に対しては

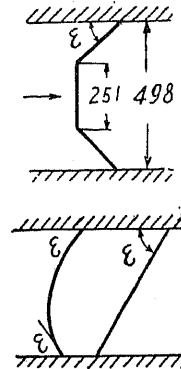
$$q = \frac{2}{3} \left\{ \frac{1}{2rc_0} + \sqrt{\frac{1}{4r^2 c_0^2} - \frac{1}{r}} \right\} h_1 \sqrt{2gh_1} \quad (56)$$

$$\tau = \frac{2}{3} \frac{b_s^2}{b_l} \frac{h_1^2}{H^2}; \quad c_0 = \left(0.515 + \frac{0.004}{h_1 + 0.0193} \right)$$

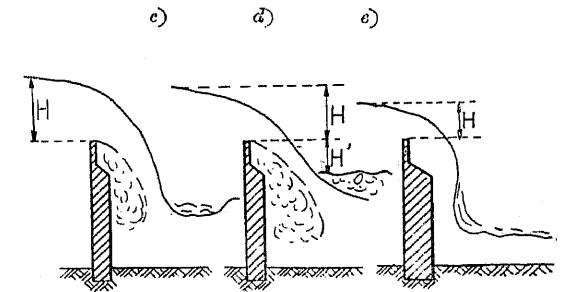
但し

$b_s =$ 堰の長さ

$b_l =$ 水路の幅員



圖・28



圖・28a

60. ナツプの形と流量の関係。ナツプの裏側の通気不完全の爲、或は堰

頂、堰高等の関係によつて、其のナツプが純正なナツプでない場合は、其の流量は増加する。其の増加する程度に對して

Bazin の公式。圖 (28a)

$q_1 =$ 純正なるナツプの流量

$q =$ 同一水頭を有する變形したナツプの流量

c) の場合 $q:q_1 = 0.878 + 0.128 \frac{w}{H} \quad (57)$

d) の場合 $q:q_1 = 1.06 + 0.16 \left(\frac{H'}{H} - 0.05 \right) \frac{W}{H} - 0.02 \left(\frac{H'}{H} - 0.05 \right)^2 \frac{W}{H} \quad (58)$

或は $q:q_1 = 1.05 + 0.15 \frac{H'}{H} \quad (59)$

e) の場合 $q:q_1 = 1:1.3 \quad (60)$

q : q₁ の値式 (58)

H/w	H' : w							
	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35
0.15	1.01	1.06						
0.2	1.02	1.06	1.10					
0.25	1.03	1.06	1.09	1.12	1.15			
0.3	1.03	1.06	1.09	1.11	1.14	1.10		
0.35	1.04	1.06	1.08	1.10	1.13	1.14	1.16	1.18
0.4	1.04	1.06	1.08	1.10	1.12	1.14	1.15	1.17
0.45	1.04	1.06	1.08	1.10	1.11	1.13	1.14	1.16
0.5	1.04	1.06	1.08	1.09	1.11	1.12	1.13	1.13
0.55	1.05	1.06	1.08	1.09	1.11	1.11	1.11	1.11
0.6	1.05	1.06	1.07	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09
0.65	1.05	1.06	1.08	1.08	1.08	1.08	1.08	1.08
0.7	1.05	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06

又概算公式として Bazin は

$$Q = c_0 b \sqrt{2g} h_1^{\frac{3}{2}}; \quad \text{但 } c_0 = \frac{2}{3} c \quad (61)$$

とし c₀ の値に付ては

- c₀ = 0.433 純正なるナツブ
- = 0.460 抑壓されたナツブ
- = 0.497 潜水するナツブ h₂ = 0.125[m]迄
- = 0.541 接着するナツブ h₂ = 0.1100[m]迄
- = 0.554 " 跳水の現象が堰から少し下流で起るもの

61. 潜堰の實驗公式. 圖 (29)

α) Eytelwein の公式.

式 (16) に於て c = c₁ = 0.633; α = 1;

$$Q = 1.87b \left[\left(h + \frac{V_0^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{V_0^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right] + 2.81(h_1 - h)b \sqrt{h + \frac{V_0^2}{2g}} \quad (62)$$

β) Siedek の公式.

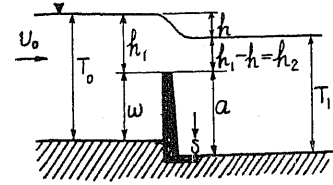


圖. 29.

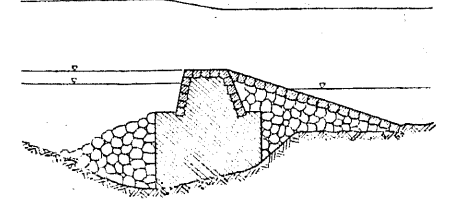


圖. 30.

$$c_1 = 0.68; \quad \frac{2}{3} c_1 = 0.45 \quad c_2 = 0.64$$

$$Q = 2.01b \left[\left(h + \frac{V_0^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{V_0^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right] + 2.85b(h_1 - h) \sqrt{h + \frac{V_0^2}{2g}} \quad (63)$$

V₀ = 0 のときは

$$Q = 2.01b \cdot h^{\frac{3}{2}} + 2.85 b(h_1 - h)h^{\frac{1}{2}} \quad (63a)$$

c) ToIkmitt の公式. (1892)

式 (17) の係數に付て次の様に發表してをる。

	c ₁	c ₂
1. 丸味の充分に付てをるもの	0.8~0.85	0.67
平均	0.83	
2. 堰頂断面矩形にして厚きもの	0.83	0.62
3. 阻柱又は石を植えてある床固工	0.6~0.65	0.6~0.65
平均	0.63	
4. 水路の底が一致してをる分水溝	0.75~0.85	0.75~0.85
平均	0.85	

d) Fteley 及び Stearns の公式. (1883)

$$Q = \frac{2}{3} c b \sqrt{2g} \left(h_1 + \frac{h_2}{2} \right) \sqrt{h_1 - h_2} \quad (64)$$

h ₁ : h ₂	0.1	0.2	0.3	0.5	0.65	0.8	0.9	1.0
$\frac{2}{3} c$	0.421	409	0.400	0.388	0.385	0.389	0.398	0.419
$\frac{2}{3} c \sqrt{2g}$	1.864	1.814	1.774	1.719	1.705	1.724	1.761	1.855

e) Bazin の公式. Bazin は潜堰を二種に分類してをる。圖 (31) の場合

は全くの潜堰で、圖(32)の方は見掛の潜堰で、ナツプは下流水面より吸引作用を受けず、全く圖(11)のdの場合と同様である。 $h_1 - h_2$ が、 $\frac{1}{5}w \sim \frac{1}{6}w$ より小さいときは潜堰となり、これより下流の水位が低下し、 $h_1 - h_2 = 0.3w$ になる迄潜入ナツプの状態をつづける。 q_1 を純正ナツプの場合の流量とすると

$$q : q_1 = 1.05 \left(1 + \frac{1}{5} \frac{h_2}{w} \right) \left(\frac{h_1 - h_2}{h_1} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (65)$$

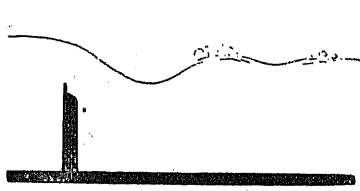


圖. 31.

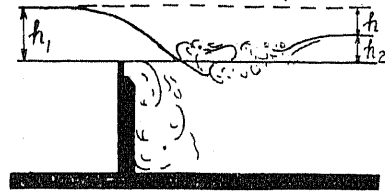


圖. 32.

$q : q_1$ の 値

$\frac{h_2 - h_1}{w}$	$h_2 : w$							
	0	0.1	0.2	0.4	0.5	0.7	1	1.5
0.05	1.05	0.74	0.64	0.54	0.52	0.48	0.45	0.43
0.1	1.05	0.85	0.76	0.66	0.64	0.60	0.57	0.54
0.2	1.05	0.94	0.87	0.79	0.76	0.72	0.69	0.67
0.3	1.05	0.97	0.92	0.85	0.83	0.80	0.77	0.75
0.4	1.05	0.99	0.95	0.90	0.88	0.85	0.83	0.81
0.5	1.05	1.01	0.98	0.93	0.92	0.89	0.87	0.86
0.7	1.05	1.02	1.00	0.98	0.96	0.95	0.94	0.92
純正ナツプ	1.06	1.04	1.02	0.99	0.98	0.96	0.94	0.92

f) Kozeny の公式. (1929) 圖. (33)

式(16)を改めて

$$q = \frac{2}{3} c_1 \sqrt{2g} h_1^{\frac{3}{2}} \left[\frac{3}{2} \frac{c_2}{c_1} + \left(1 - \frac{3}{2} \left(\frac{c_2}{c_1} \right) \frac{h}{h_1} \right)^{0.25} \right] \quad (66)$$

$$\frac{2}{3} c_1 = 0.44$$

$$c_2 = 0.586$$

$$\frac{3}{2} \frac{c_2}{c_1} = 1.32$$

としてをる。

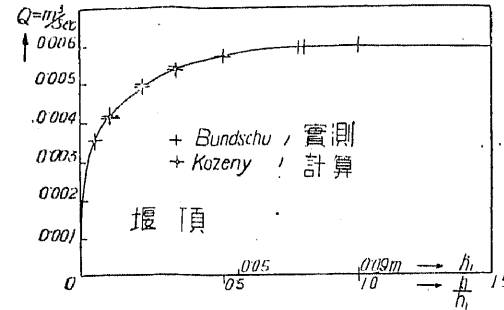


圖. 33.

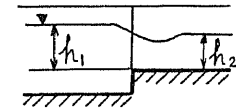


圖. 34.

g) Richelmy の公式. (1854)

鋭頂堰にして側面収縮のある場合

$$Q = b \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \{ 0.3787(h_1 - h_2) + 0.6172h_2 \}; \quad (67)$$

但し $\frac{h_1}{h_2} = 1.2 \sim 4.5$

$b : (h_1 - h_2) = 2 \sim 7$

h) Lesbros の公式. 圖(34)

$$Q = c_2 b h_1 \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \quad (68)$$

$\frac{h_1 - h_2}{h_1}$	0.004	0.006	0.008	0.01	0.02	0.03	0.05	0.1
c_2	0.430	0.556	0.605	0.596	0.570	0.546	0.522	0.516

$\frac{h_1 - h_2}{h_1}$	0.2	0.3	0.4	0.5
c_2	0.507	0.497	0.487	0.474

i) Borneman の公式.

$$Q = c.b\sqrt{2g} \left\{ \frac{2}{3} \left[\left(h + \frac{V_0^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{V_0^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right] + h_2 \sqrt{h + \frac{V_0^2}{2g}} \right\} \quad (69)$$

$$c = 0.702 - 0.2226 \sqrt{\frac{h}{l}} + 0.1845 \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^2$$

(j) Schoklitch.

式 (17) に於て $c_1 = c_2 = 0.65$

62. 廣頂堰の實驗公式. 圖 (35), 圖 (15) に示した様に, ナツブの堰頂水
平面に於ける距離は $0.70h$ であるから, 堰頂の厚(a)が $\frac{3}{2} > \frac{h_1}{a}$ のときには,

ナツブは常に堰頂に接する。若し $2 > \frac{h_1}{a}$
 $> \frac{3}{2}$ のときには, 其のナツブの状態は不
安定でこの場合の流量 q に對し Bazin は,

$$q : q_1 = 0.70 + 0.185 \frac{h_1}{a} \quad (70)$$

なる公式を與へた。これによると

($q_1 =$ 同一水頭に於ける鋭頂堰の流量)

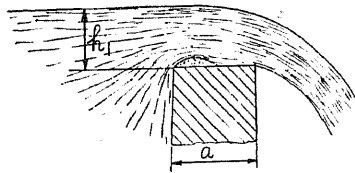


圖. 35.

$h_1 : a$	0.5	1	1.5	2	2 以上
$q : q_1$	0.79	0.88	0.98~1	1.07~1	1

堰頂極めて廣き場合, 水平な廣い堰頂に於ける堰流は一般に波立つものでそ

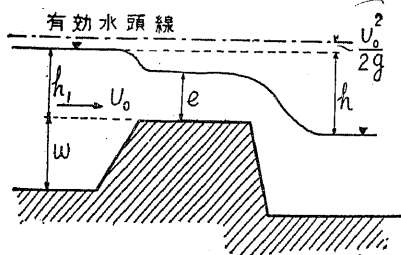


圖. 35a.

の水深が浅ければ浅い程波の立ち方が劇し
い。此の堰流が平行層をなすと云ふ假定は
全く實現されぬものであるが, 然し平行層
をなすと云ふ假定をして, 理論的に求めた
流量係数は比較的よく實驗の結果と一致し
てをる。この場合 Boussinesq の方法を基

としたものが簡單で, 接近流速を無視し且つ上流の水路の水深を極めて大きなも

のと假定する。堰上の平均流速を V とすると (圖 35x)

$$h - e = \alpha \frac{V^2}{2g}$$

$$q' = e \sqrt{\frac{2g}{\alpha} (h - e)} \quad (71)$$

與へられた h に對し最大流量を流し得べき e は, $e = \frac{2}{3}h$ のときであつて

$$q' = \frac{2}{3\sqrt{3\alpha}} h \sqrt{2gh} \quad (72)$$

$\alpha = 1.11$ とすれば $q' = 0.365h \sqrt{2gh}$;

Bazin の公式を用ひると純ナツブを有する鋭頂堰で

$$Q = \left(0.405 + \frac{0.003}{h_1} \right) \sqrt{2g} b h_1^{\frac{3}{2}} \left(1 + 0.55 \left[\frac{h_1 + w}{h_1} \right]^2 \right);$$

假定により $w = \infty$ 即 $\frac{h_1 + w}{h_1} = 0$ とすれば, 單位長の流量 q は

$$q = \left(0.405 + \frac{0.003}{h_1} \right) \sqrt{2g} h_1^{\frac{3}{2}} \quad (73)$$

この鋭頂堰の公式を廣頂堰の公式に應用する爲に, 式 (70) の係数を乘じて

$$q = \left(0.70 + 0.185 \frac{h_1}{a} \right) \left(0.405 + \frac{0.003}{h_1} \right) \sqrt{2g} h_1^{\frac{3}{2}} \quad (74)$$

とする。

q' と q とを比較し得る様に, 一定の h_1 及 a の値に對する係数を求めて見
る。先づ $h_1 = 0.3 [m]$ とすると,

$$q = \left(0.70 + \frac{0.0555}{a} \right) 0.145 \sqrt{2g} h_1^{\frac{3}{2}} = m \sqrt{2g} h_1^{\frac{3}{2}} \quad (75)$$

而して a の夫々の値に對する値は,

$a[m]$	$\left(0.70 + \frac{0.0555}{a} \right)$	m
0.3	0.885	0.367
1.0	0.756	0.314
2.0	0.728	0.302

是等の実験公式から求めた q の値と完全流體と假定して純正理論から求めた q' とを比較して見ると、厚さの薄い且つ水頭の小さなものでは一致するが水頭が小さく厚が廣くなると q の方が小さい。これは完全流體の假定に依り考慮しなかつた摩擦の影響によるものである。

若し $h = w = 1 [m]$ とすると

$$q = 0.885 \times 0.408 \sqrt{2g} h_1^{\frac{3}{2}} = 0.361 \sqrt{2g} h_1^{\frac{3}{2}} \quad (76)$$

となり、やはり小さい値が出る。

Schoklitsch の公式.

$$c = 0.61 \left(\frac{h_1}{a}\right)^{0.2} \quad \text{但し } 5 > \frac{h_1}{a} > 0.5 [m] \quad (77)$$

63. 鈍頂堰. (圖 36)

a) Rehbock の実験公式.

$w > r > 0.02 m$, 且 $r(6 - \frac{20r}{w+3r}) > h_1$ の時は

$$c_0 = 0.312 + \sqrt{0.30 - 0.01(5 - \frac{h_1}{r})^2} + 0.9 \frac{h_1}{m} \quad (78)$$

若し $h_1 > r(6 - \frac{20r}{w+3r})$ のときはナツプは自由放流をなすから c_0 の値は急激に減ずる。従つて r は $h_{1max} = r(6 - \frac{20r}{w+3r})$ 並に $Q = \frac{2}{3} c_0 b \sqrt{2g} h_1^{\frac{3}{2}}$ の式から求められる。

又圖 (37) の様な橢圓形の堰頂断面に對しては

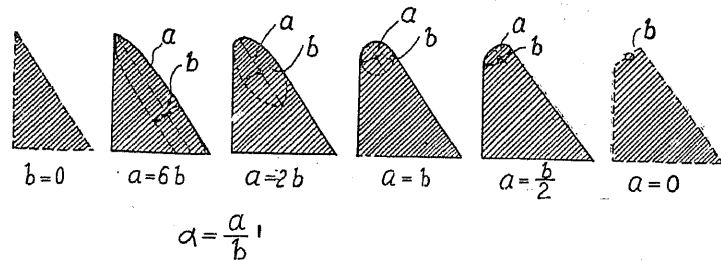


圖. 37.

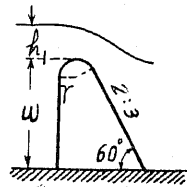


圖. 36.

$$r = b \left\{ \frac{4.57}{2\alpha+1} + \frac{\alpha}{20} - 0.573 \right\} \quad (79)$$

但し $\alpha = \frac{a}{b}$

として上式を利用すればよい。

b) Kramer の公式. 堰の両面とも鉛直で堰頂断面は半径の圓形なるとき

$$c_0 = 1.02 - \frac{1.015}{\frac{h_1}{r} + 2.08} + \left[0.04 \left(\frac{h_1}{r} + 0.19 \right)^2 + 0.0223 \right] \frac{r}{w} \quad (80)$$

c) Speve の公式. (1921)

堰頂断面拋物線形なる場合

$$Q = k^2 \cdot h_1 = 0.25 c \cdot \pi \sqrt{2g} \sqrt{2ph_1^3} \quad (81)$$

但し

$$x^2 = 2py$$

k = 堰の形状に因る常數

64. 種々なる堰頂断面の實驗係數.

a) Bazin の實驗

q = 實際の流量

q_1 = 同一水頭にて純正なる

ナツプの流量

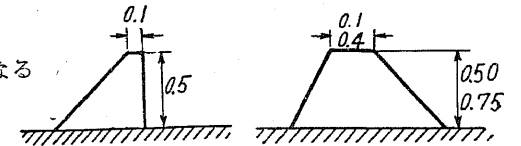


圖. 38.

圖. 39.

$q : q_1$ 圖 (38)

勾配(上流面) " (下流面)	堰高 0.5[m]				堰頂の厚 0.1[m]							
	1:1 鉛直	1:2 鉛直	1:1 3:1	1:1 3:2	鉛直 3:1	鉛直 3:2						
$h_1 = 0.1m$	0.925	<i>g</i>	0.945	<i>g</i>	0.91	<i>g</i>	0.94	<i>u</i>	0.87	<i>q</i>	0.875	<i>a</i>
0.2m	1.085	<i>u</i>	1.065	<i>u</i>	1.085	<i>a</i>	1.085	<i>a</i>	1.085	<i>a</i>	1.075	<i>a</i>
0.3m	1.14	<i>u</i>	1.105	<i>u</i>	1.13	<i>u</i>	1.17	<i>a</i>	1.16	<i>u</i>	1.195	<i>a</i>
0.4m	1.15	<i>u</i>	1.11	<i>u</i>	1.145	<i>u</i>	1.145	<i>u</i>	1.05	<i>u</i>	1.06	<i>u</i>

g = 抑壓せられたるナツプ
 u = ナツプの裏が水で充満したるもの
 a = ナツプが堰面を傳はり流れるもの

q : q₁. 圖 (39)

勾配(上流面) 勾配(下流面)	堰高 0.5[m] 堰頂の厚0.1[m]				堰高 0.75[m] 堰頂の厚 0.4[m]			
	鉛直 1:2	鉛直 1:2	鉛直 1:3	鉛直 1:5	鉛直 1:2	1:2 1:2	2:1 1:4	2:1 1:6
h ₁ = 0.1m	0.885	0.865	0.85	0.825	0.75	0.785	0.795	0.79
0.2 "	1.065	0.995	0.96	0.89	0.77	0.82	0.825	0.83
0.3 "	1.18	1.06	0.985	0.905	0.82	0.87	0.855	0.85
4.4 "	1.145	1.04	0.985	0.905	0.865	0.91	0.88	0.87

h₁ が餘り大きくなると其のナツブは廣頂堰に於けるものと變つて來て、q; q₁ の關係は此の表のものと全く別になる。

Rafter の實驗によると堰高 1.5[m]: 上流部の勾配 2:1: が下流部鉛直で堰頂の厚 0.1[m] の堰で、流量係数は

h [m]	0.36	0.53	1.03	1.26	1.48	1.49	1.52
q : √2g h ^{3/2}	0.469	0.479	0.460	0.466	0.491	0.457	0.447

の如く h の増加に従ひ減少するに關らず、前表に従ふと同様な形の堰高 0.5[m] のものでは

h [m]	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.40
q : √2g h ^{3/2}	0.415	0.445	0.469	0.487	0.487	0.503	0.509

の如くに流量係数は増加して仕舞ふ。

b) Rafter の Cornell 大學の實驗

$$q = \frac{2}{3} c \sqrt{2g} h_1^{3/2} \text{ に於て}$$

$\frac{2}{3} c \sqrt{2g}$ の 値

堰頂の厚[m]	0.1	0.2	0.2	0.2	0.2	0.0	0.1	0.2	0.8	0.8*	2.0	2.0*
勾配(上流面)	1:2	1:2	1:5	1:4	1:3	1:2	1:2	1:2	鉛直			
" (下流面)	鉛直					1:1	1:2	1:5	鉛直			
h ₁ = 0.15	1.85	1.78	1.83	2.01	2.33	1.73	1.82	1.43	1.63	1.38	1.50	
[m] 0.30	2.03	1.70	1.84	1.90	2.11	2.34	1.90	1.97	1.47	1.66	1.43	1.56
0.60	2.08	2.02	1.85	1.92	2.04	2.19	1.99	1.94	1.57	1.70	1.37	1.57
0.91	2.03	2.03	1.86	1.92	1.96	2.11	2.02	1.93	1.66	1.97	1.39	1.58
1.22	2.04	2.04	1.87	1.92	1.96	2.06	2.02	1.95	1.77	1.87	1.44	1.60
1.52	2.05	2.05	1.87	1.92	1.96	2.03	2.01	1.97	1.87	1.92	1.49	1.63

c) Bazin は尙、圖 (40) の如きものに就て實驗の結果

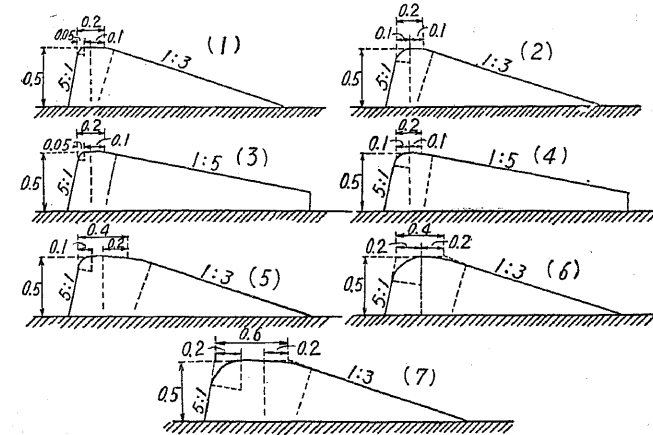


圖. 40.

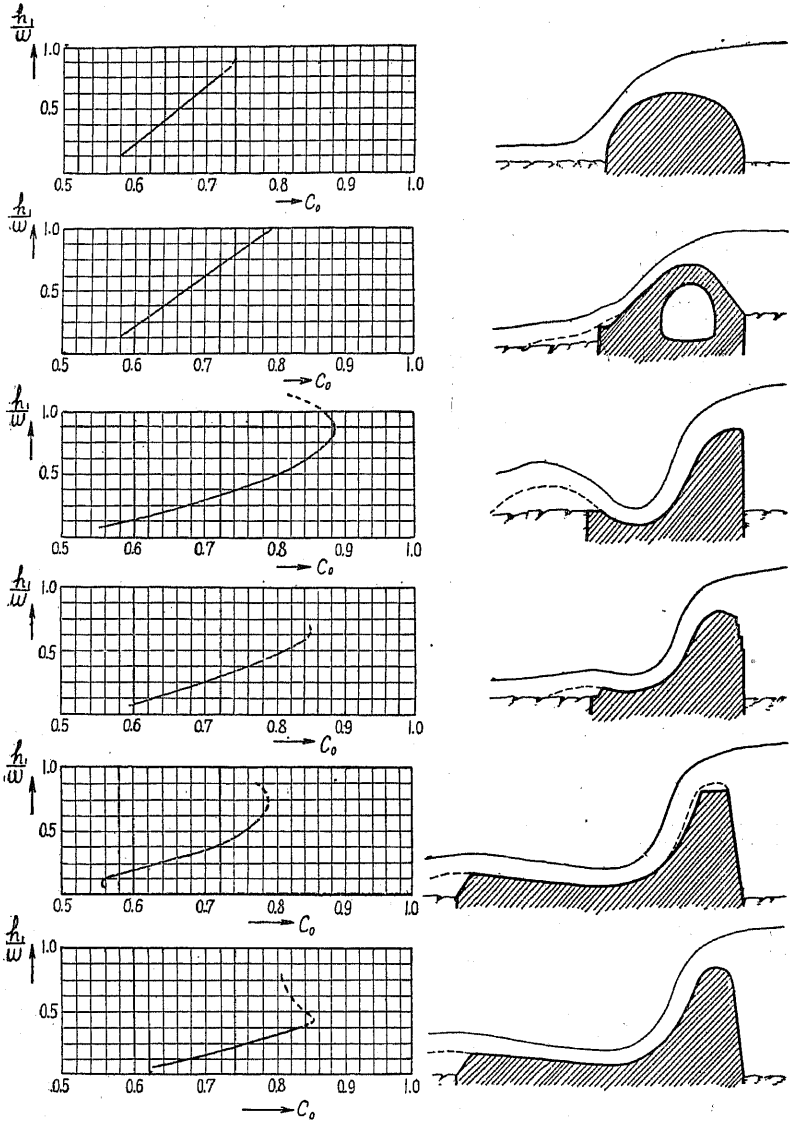
q : q₁

h ₁ [m]	1	2	3	4	5	6	7
0.1	0.91	0.96	0.89	0.91	0.89	0.91	0.87
0.2	0.99	1.01	0.94	0.96	0.93	0.95	0.89
0.3	1.04	1.06	0.98	0.99	0.96	0.99	0.91
0.4	1.06	1.08	1.00	1.01	0.99	1.01	0.93.

又圖 (41) の如きものに對して

q : q₁

h [m]	I	II	III	IV	V	VI
0.1	1.13 _a	1.15 _a	1.14	1.06	1.04	1.06
0.15	1.21 _a	1.24 _a	1.21	1.13	1.13	1.13
0.2	1.27 _a	1.31 _a	1.25	1.18	1.18	1.18
0.25	1.28 _u	1.32 _u	1.29	1.23	1.23	1.23
0.3	1.27 _u	1.29 _u	1.28	1.26	1.26	1.25
0.35	1.24 _u	1.24 _u	1.28	1.29	1.25	1.24



$$Q = \frac{2}{3} c_0 b \sqrt{2g} h_1^{\frac{3}{2}}$$

圖. 41.

d) Rehbock の實驗, 圖 (41) の如きもの實驗をなし

$$Q = \frac{2}{3} c_0 b \sqrt{2g} h_1^{\frac{3}{2}}$$

の係數 c_0 の高を求めた。

65. Wex の公式. この公式に対しては可成論議されてをるが, 廣く用ひられてをるし, 又種々な場合を取扱つてをるから, 別に擧げる事にした。

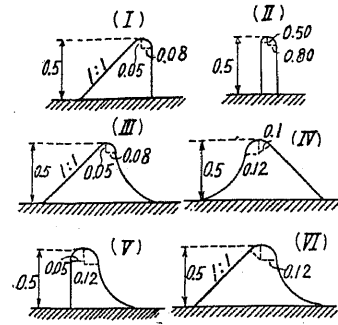


圖. 42.

a) 基本公式. 圖 (43) 堰頂に於けるナツプの最上層の水頭を s とし, 水頭は水面らの水深に比例して増加し, 最下層即ち堰頂に接する部分では水頭 s となるものと假定し, 尙且此の断面に於ける流速は, 是等水頭に起因するもので, 従つて水頭のその大きさが變化に供つて變化するものと假定する。

水面から深 z なる點に於ける水頭 y は,

$$y = s + \frac{s_1 - s}{h_1} z \tag{82}$$

にして, 其の點の流速 V , 及び其の部分の流量は

$$V = c \sqrt{2gy}$$

$$dQ = c.b.dz \sqrt{2gy}$$

又
$$dy = \frac{s_1 - s}{h_1} dz \text{ 或は } dz = \frac{h_1 dy}{s_1 - s}$$

故に
$$Q = c.b \sqrt{2g} \frac{h_1}{s_1 - s} \int_s^{s_1} \sqrt{y} dy = \frac{2}{3} c.b \sqrt{2g} \frac{h_1}{s_1 - s} [s_1^{\frac{3}{2}} - s^{\frac{3}{2}}] \tag{83}$$

而して一般に, 圖 (44)

$$s = \frac{V_0^2}{2g} \left\{ 1 + \left(\frac{B-b}{b} \right) \cos^2 \frac{\beta}{2} \right\} \tag{84}$$

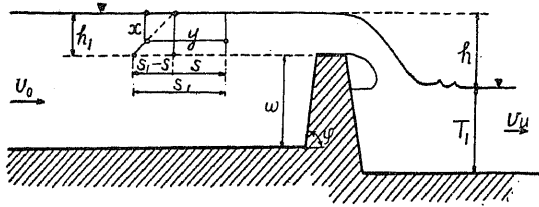


図 43.

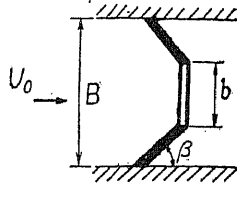


図 44.

$$s_1 = s + h_1 + 4 \frac{V_0^2}{2g} \left(\frac{B}{b} \right) \left(\frac{w}{h_1} \right) \cos^2 \frac{\varphi}{2} \quad (85)$$

$$V_0 = \frac{Q}{B(h_1 + w)}$$

例題 1. Poncelet の堰即ち側面収縮堰 $b < B$

$\varphi = 0$ $\beta = 0$ なる故

$$s = \frac{V_0^2}{2g} \left(1 + \frac{B-b}{2b} \right) \quad s_1 = s + h_1 + 2 \frac{V_0^2}{2g} \left(\frac{B}{b} \right) \left(\frac{w}{h_1} \right) \quad (86)$$

例題 2. Bazin の堰即ち側面無収縮堰 $b = B$

$$s = \frac{V_0^2}{2g} \quad s_1 = s + h_1 + 2 \frac{V_0^2}{2g} \left(\frac{w}{h_1} \right) \quad (87)$$

例題 3. 例題 2 に於て $w = 0$ 即ち堰高迄土砂が沈澱してをる様な場合

$$V_0 = \frac{Q}{Bh_1}; \quad b = B$$

$$s = \frac{V_0^2}{2g} \quad s_1 = s + h_1 \quad (88)$$

b) 斜線堰及び弧線堰. 図 (45)a

$$b = \frac{B}{\sin \beta} \quad \text{で}$$

$$s = \frac{V_0^2 \sin^2 \beta}{2g}; \quad s_1 = s + h_1 + 4 \frac{V_0^2}{2g} \left(\frac{w}{h_1} \right) \sin^2 \beta \cos^2 \frac{2\varphi}{2}$$

若し $\frac{2}{3}\mu = 0.41$ とすると

$$Q = \frac{1.82 B h_1}{(s_1 - s) \sin \beta} \left\{ s_1^{\frac{3}{2}} - s^{\frac{3}{2}} \right\}; \quad (89)$$

図 (45) の場合には $Q = [1.85(b_1 + b_3) + 1.77b_2] h_1^{\frac{3}{2}} \quad (90)$

図 (46) の如き圆弧のときには 若し $V_0 < 1 \left[\frac{m}{\sec} \right]$ のときには概算公式と

して

$$Q = 1.77 l h^{\frac{3}{2}} \quad (91)$$

を用ひて差支がない。

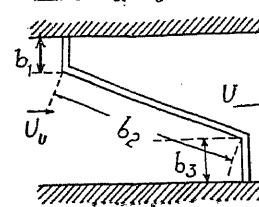


図 45.

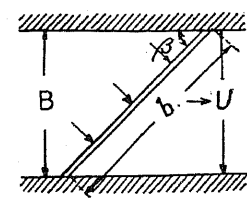


図 45a.

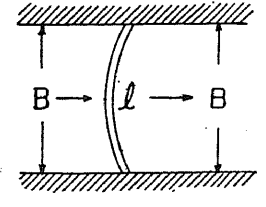


図 46.

図 (7) d は、斜線堰 2 箇、並に斜線堰 2 箇及び直線堰 3 箇の合成と考へて其の流量を求むれば宜敷い。

c) 潜堰. 図 (47) §. 61 に述べたと同じ様に 2 つの部分に分ちて考へる。

上の部分は今迄と全く同じであるが下の部分は下流の流速に因る吸引作用がある爲に全く別に考へねばならぬ。

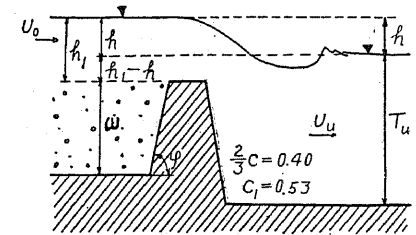


図 47.

下流部の平均流速 V_u の吸引作用による壓力水頭 $n \frac{V_u^2}{2g}$ は、實驗の結果 $n = 0.67$ である故約 $\frac{V_u^2}{3g}$ である。従つて下流水面から水深 y なる點の靜水壓 p' は $p' = r(y - \frac{V_u^2}{3g})$ となる、この事實を考慮して Weir は潜堰の基本公式を作つた。

$$s = \frac{V_0^2}{2g} \left[1 + \left(\frac{B-b}{b} \right) \sin^2 \frac{\beta}{2} \right] \quad (92)$$

$$s_1 = s + h + \frac{V_u^2}{3g} \quad (93)$$

$$s_2 = s_1 + 4 \frac{V_0^2}{2g} \left(\frac{B}{b} \right) \frac{a}{(T_u - a - \frac{V_u^2}{3g})} \cos^2 \left(\frac{\varphi}{2} \right) \quad (94)$$

又

$$V_0 = \frac{Q}{B T_0} = \frac{Q}{B(w + h_1)} \quad (95)$$

$$V_u = \frac{Q}{BT_u} = \frac{Q}{B(a+h_1-h)}; \quad (96)$$

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad (97)$$

今

Q_1 = 下流水面以上の部分の流量

Q_2 = 下流水面以下の部分の流量

とすると

$$Q_1 = -\frac{2}{3} c_1 b \sqrt{2j} [s_1^{\frac{3}{2}} - s^{\frac{3}{2}}] \quad (98)$$

$$Q_2 = -\frac{2}{3} c_2 b \sqrt{2j} \frac{(h_1 - \frac{V_u^2}{3g})}{s_2 - s_1} (s_2^{\frac{3}{2}} - s_1^{\frac{3}{2}}) \quad (69)$$

若し $h_1 - h$ が甚だ小さいときは

$$Q_2 = c_2 b (h_1 - \frac{V_u^2}{3g}) \sqrt{2g \frac{(s_1 + s_2)}{2}} \quad (100)$$

若し、 $\frac{V_u^2}{3g} \geq h_1 - h$ のときには、見掛は潜堰であるが、吸引作用が全く起らないから、其の作用は普通の堰と全く同一で、所謂潜入ナツプの場合である。

d) 概算公式.

今 $B = b, \beta = 90^\circ, \varphi = 90^\circ; -\frac{2}{3}c = 0.40, c_1 = 0.53$; とし

$V_0 = 0; V_u = 0$ なる場合、

$$Q = [1.77h^{\frac{3}{2}} + 2.35(h_1 - h)h^{\frac{1}{2}}]b \quad (101)$$

此の公式を用ひ ($h_1 - h$) 及び Q が已知なる場合 h を求むるには、其の h の値過大となり、又 ($h_1 - h$) 及び h が已知にして Q を求むるときは過小の Q を與へる。

又此公式を高水の場合に用ひ b を求むるときは餘りに大きくなるから次の公式を用ひる方が宜敷い。

$$\frac{Q}{b} = 1.77(a+h)^{\frac{3}{2}} + (a+h)^{\frac{1}{2}} [2.35(h_1 - h) - d] - c \quad (102)$$

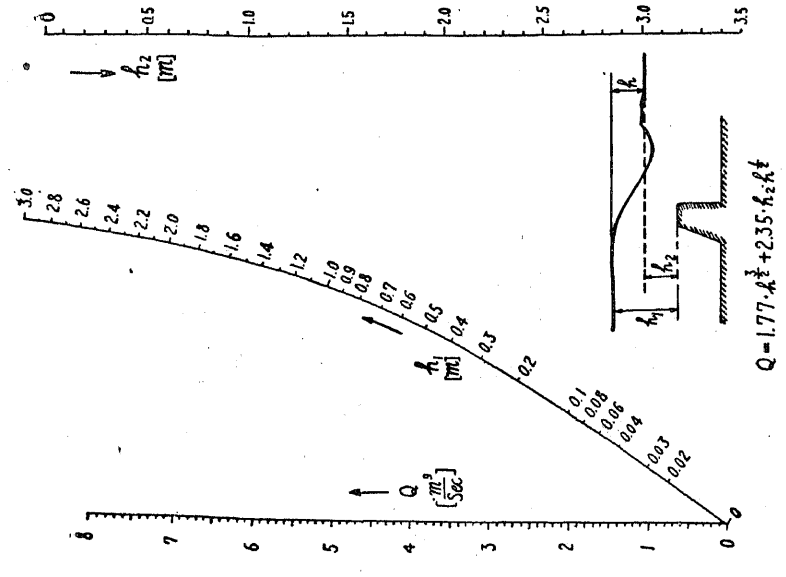


圖. 48.

V_0	a	b	c
0.5	0.023	0.017	0.0135
1.0	0.085	0.080	0.0200
1.5	0.192	0.180	0.069
2.0	0.340	0.326	0.170
2.5	0.531	0.500	0.318
3.0	0.760	0.720	0.540
3.5	1.040	0.980	0.873
4.0	1.360	1.290	1.300
4.5	1.720	1.600	1.820
5.0	2.120	2.000	2.550

例題. 1. 堰頂迄土砂堆積してゐる場合、 圖 (49)

$$Q = b\sqrt{2g} \left[-\frac{2}{3} c (s_1^{\frac{3}{2}} - s^{\frac{3}{2}}) + c_1 (h_1 - h - \frac{V_u^2}{3g}) \sqrt{s_1} \right] \quad (103)$$

$$s = \frac{V_0^2}{2g}, \quad s_1 = s + h + \frac{V_u^2}{3g}$$

- $w = 0$ 即ち橋脚により水位上昇の様なときは $h_1 = T_0$ として前式(103)を利用すればよい。圖 (50)
- 用水路に引水する場合、圖 (51) 用水路が河川から直角に分派してゐると

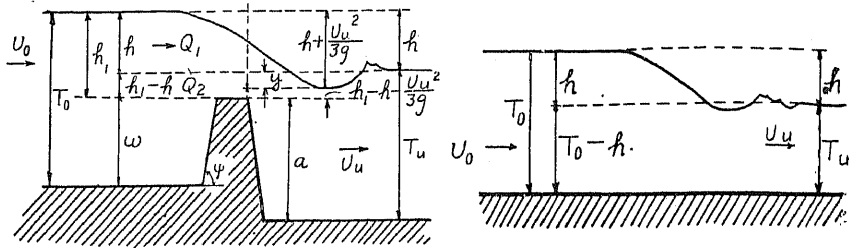


図. 49.

図. 50.

きは式 (101) を用ひる。

尙此の場合に付て Rühlmann によつて下の様な簡単な公式が示されてをる。

$$h = \xi \frac{V_u^2}{2g} - \frac{V_0^2}{2g} \quad \text{但し}$$

水路	ξ
大	1.11
小	1.35

若し $V_0 = 0$ とおき得る場合は

$$h = 0.056 V_u^2$$

大なる水路

$$= 0.069 V_u^2$$

小なる水路

66. Keutner の公式. (1929)

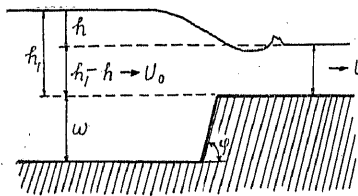


図. 51.

一般公式は

$$Q = mbh' \sqrt{2g \left(h_1 + \frac{V_0^2}{2g} - h' \right)} \quad (104)$$

にして

$$m = \frac{F_0}{F_m}$$

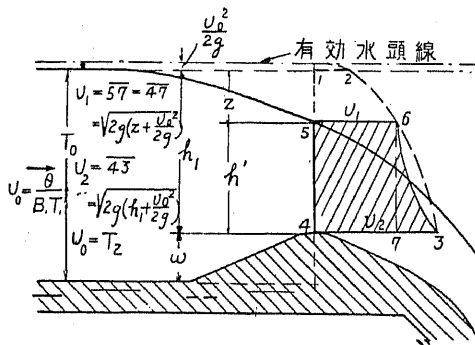


図. 52. 溢流堰

$$F_m = 56.74 = h' U = \frac{F_u}{m}$$

$$m = \text{定数} = 1.258$$

$$F_0 = 56.74 = m F_m$$

$$F_{th} = 12 U_{th} 34$$

$$C = \frac{F_u}{F_{th}} = 0.736$$

である。 F_0 , F_v 並に F_{th} に付ては圖 (52) によつて分る通りで Weisbach の

公式の

$$c = \frac{F_{th}}{F_v}$$

である。

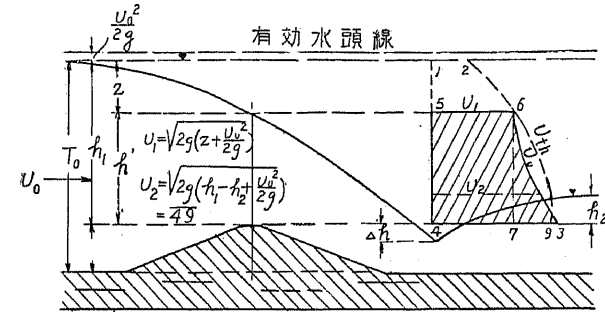


図. 53. 溢流堰が潜堰へ移る中間の場合

$$F_m = h' U_1 = \frac{F_u}{m}$$

$$m = 1.251$$

$$F_0 = 56.74 = m F_m$$

$$= m F_m$$

$$F_{th} = 12 U_{th} 894$$

$$C = \frac{F_u}{F_{th}} = 0.722$$

bh' は堰上の實際の流水斷面積で $\sqrt{2g \left(z + \frac{V_0^2}{2g} \right)}$ は其の部分の表面の流速である。 m の値は溢流堰では常數で、 $m = 1.258$ であり、潜堰では下流の水頭 h_2 に關係し $m = f \left(\frac{h_1}{h_2} \right)$ で、平均値 $0.965 \left(\frac{h_1}{h_2} \right)$ である。

$$F_m = h' v_1$$

$$F_v = 56.74 = m F_m$$

$$= m F_m$$

$$F_{th} = 12 U_{th} 894$$

$$C = 0.783 \sim 1.178$$

$$\frac{h_1}{h_2} = 1.174 \sim 1.09$$

$$\text{のとき } m = 0.965 \left(\frac{h_1}{h_2} \right)$$

$$> 1.29 \quad m = 1.24$$

(a) 溢流堰 圖 (52)

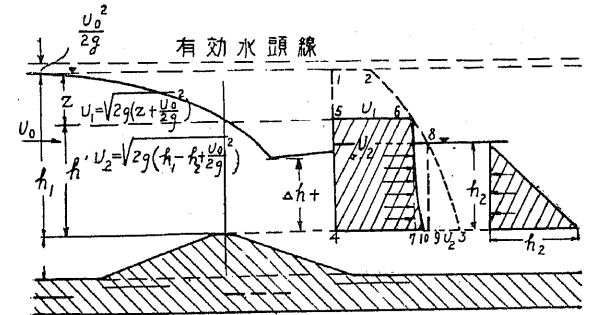


図. 54.

$$\frac{Q}{b} = 4.067 h_1^5 \sqrt{\left(\frac{h_1}{w} \right)} \sqrt{h_1 + \frac{V_0^2}{2g}} - 0.73 h_1^5 \sqrt{\frac{h_1}{w}} \quad (105)$$

Weisbach の公式に於て $c = 0.736$

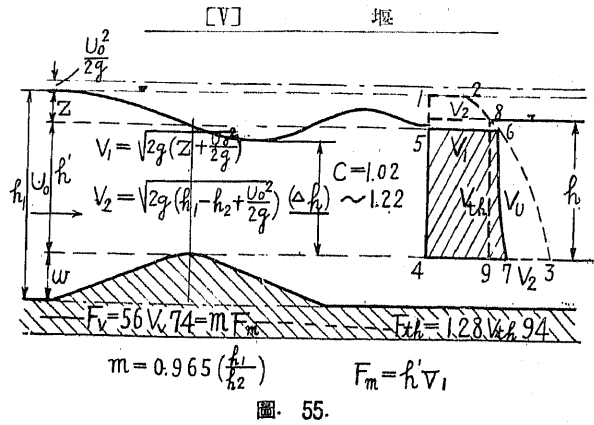


図. 55.

(b) 洗堰から潜堰に移る過度期. 図 (53)

$$\frac{Q}{b} = 3.903h_1^{10} \sqrt{\frac{h_1}{w}} \sqrt{h_1 + \frac{V_0^2}{2g} - 0.70h_1^{10} \sqrt{\frac{h_1}{w}}} \quad (106)$$

$$c = 7.22 \sim 0.770$$

(c) 見掛けの潜堰. 図 (54)

$$h_1 > 1.29h_2$$

$$\frac{Q}{b} = 4.092h_1^{10} \sqrt{\frac{h_1}{w}} \sqrt{h_1 + \frac{V_0^2}{2g} - 0.745h_1^{10} \sqrt{\frac{h_1}{w}}} \quad (107)$$

$$c = 0.783 \sim 1.178$$

$$1.174h_2 > h_1 > 1.29h_2$$

$$\frac{Q}{b} = 3.185 \frac{h_1}{h_2}^{10} \sqrt{\frac{h_1}{w}} \sqrt{h_1 + \frac{V_0^2}{2g} - 0.745h_1^{10} \sqrt{\frac{h_1}{w}}} \quad (108)$$

$$c = 0.783 \sim 1.178$$

(d) 潜堰. 図 (55)

$$\frac{Q}{b} = 3.591 \frac{h_1}{h_2}^{10} \sqrt{\frac{h_1}{w}} \sqrt{h_1 + \frac{V_0^2}{2g} - 0.84h_1^{10} \sqrt{\frac{h_1}{w}}} \quad (109)$$

$$c = 1.02 \sim 1.22$$

67. 流量の理論的考察 (Boussinesq の方法). 先づ圖 (56) の様に Borda の筒管に似た堰に於ける其の流量を求める。収縮断面に於て流線は同心圓をなすものと假定し、最も下側の流線の半徑を r とする、半徑 $(r+z)$ にある質點の

流速を u 、垂直方向の壓力を p とすると、

$$\frac{dp}{dz} = -\gamma + \frac{ru^2}{g(r+z)} \quad (110)$$

又 Bernoulli の定理により

$$\frac{p}{\gamma} = h - \varepsilon - z - \frac{u^2}{2g}$$

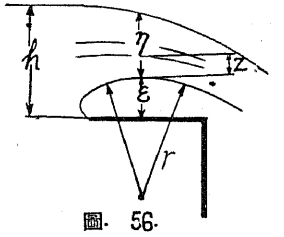


圖. 56.

$$\frac{dp}{dz} = -\gamma - r \frac{u}{g} \frac{du}{dz} \quad (110a)$$

従つて

$$\frac{du}{dz} = \frac{-u}{r+z} \quad \text{或は} \quad \frac{du}{u} = -\frac{dz}{r+z} \quad (111)$$

積分して

$$u(r+z) = c(\text{常數}) \quad (112)$$

となる、下側の流速を u_0 、表面の速流と u_1 とすると、

$$u_0 r_0 = u(r_0+z) = u_1(r_0+\eta)$$

$$u = \frac{u_0 r_0}{r_0+z} \quad (113)$$

堰の單位長の流量は

$$q = \int_0^\eta u dz = u_0 r_0 \int_0^\eta \frac{dz}{r_0+z} = u_0 r_0 \log_e \frac{r_0+\eta}{r_0} \quad (114)$$

$$k = \frac{r_0}{r_0+\eta} = \frac{u_1}{u_0}$$

或は式 (110a) に於て $p = 0$ として u_1 及 u_0 を求むれば

$$k = \sqrt{\frac{h-\varepsilon-\eta}{h-\varepsilon}} \quad (115)$$

$$\text{従つて} \quad \eta = (h-\varepsilon)(1-k^2); \quad r_0 = \frac{k\eta}{1-k} = (h-\varepsilon)k(1+k) \quad (116)$$

式(114) に代入すると $u_0 = \sqrt{2g(h-\varepsilon)}$ であるから

$$q = \sqrt{2g(h-\varepsilon)^3} k(1+k) \log_e \frac{1}{k} \quad (117)$$

その運動量は

$$\frac{\gamma}{g} \int_0^\eta u^2 dz$$

又静止して居た水が運動状態に入るに必要な静水

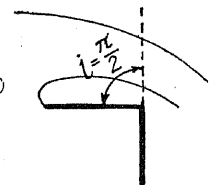


圖. 57.

壓は

$$\frac{rh^2}{2}$$

尚収縮する爲に、 $-\int_0^\eta p dz$ の壓力に對抗しなければならぬ。

従つて運動の法則により $\int_0^\eta \left(\frac{u^2}{g} + \frac{p}{r}\right) dz = \frac{1}{2} h^2$

前式を代入すると

$$\int_0^\eta \left(\frac{u^2}{g} + h - \varepsilon - 2 - \frac{u^2}{g}\right) dz = \int_0^\eta \left(\frac{u_0^2 r_0^2}{2g(r_0+z)^3} + h - \varepsilon - z\right) dz \quad (118)$$

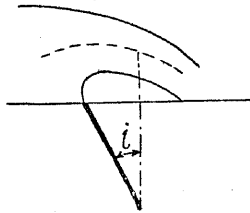


圖 58.

$$= \frac{m_0}{r_0 + \eta} (h - \varepsilon) + \eta (h - \varepsilon) - \frac{\eta^2}{2} \quad (119)$$

η 及び r_0 の代りに k を代入すると

$$\frac{h}{h - \varepsilon} = \sqrt{(1+k)^3(1-k)}$$

これより ε_{max} を求むれば

$$\frac{hd\varepsilon}{(h-\varepsilon)} = \frac{(1+k)^2(1-2k)}{\sqrt{(1+k)^3(1-k)}} dk = 0; \quad \text{即 } k = \frac{1}{2}$$

或は $\frac{h}{h - \varepsilon_{max}} = \sqrt{\frac{27}{16}}; \quad \varepsilon_{max} = 0.2302h \quad (120)$

又堰頂の傾斜角が i なる場合、Boussines q は

$$\varepsilon : \varepsilon_{max} = \left(\frac{\pi}{2} + i\right) : \pi$$

であるとして

$$\varepsilon = \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{\pi}\right) \varepsilon_{max} = 0.1151 \left(1 + \frac{2i}{\pi}\right) h$$

前式に代入すると

$$q = \left[1 - 0.1151 \left(1 + \frac{2i}{\pi}\right)\right] \sqrt{2gh^3} (1+k) \log_e \frac{1}{k}$$

ナツプの下の空間が充満されてをると考へると、Belanger の原則に従ひ、ナツプの表面は q が最大になる様な形をとる。即ち與へられた ε に對して、 q が

max なる様な k を與へる。

$$\frac{d\left[k(1+k) \log_e \frac{1}{k}\right]}{dk} = (1+2k) \log_e \frac{1}{k} - (1+k) = 0 \quad (121)$$

$$k = 0.4685 \doteq 0.5$$

然る時は

$$k(1+k) \log_e \frac{1}{k} = 0.5216$$

従つて

$$q = \left(0.4342 - 0.1694 \frac{i}{\pi}\right) \sqrt{2gh^3} \quad (122)$$

Boussines q は精密なる値として

$$k = 0.4694 - 0.0224 \frac{i}{\pi} \quad (123)$$

とした。

$i = 0$ のときの流量を q_1 とすると

i	45°	33°	18°	-18°	-33°	-45°
式(122)によるもの $q:q_1$	0.902	0.927	0.960	1.040	1.073	1.098
Bazin の實驗値 $q:q_1$	0.926	0.935	0.959	1.046	1.086	1.115

68. 溢水堰 (乗越堰).

用水路の餘水吐、又は高水堤防の乗越堰などがこれである。此の場合堰の附近に於ては、面は

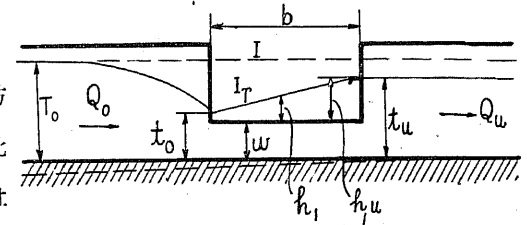


圖 59.

圖(59)の如く一時下降する。これに付て Engels は

$$t_u - t_0 = \zeta \frac{V_0^2 - \frac{2}{3}V^2}{2g} \quad (124)$$

と假定してをる、

但し $v_u = \frac{Q_u}{Bt_u}; \quad v_0 = \frac{Q_0}{Bt_0}$

今 $\zeta = 1.0$ とすると

$$t_0^3 - \left[t_u + \frac{1}{2g} \left(\frac{Q_u}{Bt_u}\right)^2\right] t_0^2 = -\frac{1}{2g} \left(\frac{Q_0}{B}\right)^2 \quad (125)$$

となり、これは堰より上流の下降水位曲線を示す方程式である。

但し B は水路の平均幅員で堰より上流部のそれは B_1 ; 下流部を B_2 とする。

a) Engels の公式. 堰頂と水路の底面とが、平行にして堰より下の水流は定流なる場合、堰の部分に於ける水位の變化は

$$t_u - t_0 = \zeta \frac{V_0^2 - V_u^2}{2g} \tag{126}$$

である。而して ζ に對して Engels は平均値 $\zeta = 1.087$ とし、Flamant は $\zeta = 1.085 \sim 1.138$ 、平均 1.111 としてをる。

水路断面矩形なるとき、

$$B_1 = B_2; \quad Q_0 - Q_u = Q_c = \frac{2}{3} c \sqrt{2g} \sqrt[3]{b^{2.5} h_{1,u}^{5.0}} \tag{127}$$

$$B_1 > B_2; \quad Q_0 - Q_u = Q_c = \frac{2}{3} c \sqrt{2g} \sqrt[3]{b^{2.7} h_{1,u}^{4.8}} \tag{128}$$

c の値は

	$\frac{2}{3} c$
鋭頂堰	0.49
鈍頂堰	0.57

例題. 流量 $10 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$ にして其の幅員 $4[m]$ なる水路に、堰高 $1.8[m]$ の餘水吐を設け、下流部の流量を、 $7 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$ に、且つ其水深を $2[m]$ に、調節せんとするに必要なる堰の延長及び其の水面勾配を求め。但し堰頂には丸味を帯びさせるものとする。

Engels の公式により 溢水流量 Q は

$$Q = 10 - 7 = 3 = 0.57 \sqrt{2g} \sqrt[3]{b^{2.5} \cdot 0.25^{5.0}}$$

従つて

$$b = 30.75 [m]$$

又川底勾配は $I_b = \left(\frac{V_u}{c} \right)^2 \frac{1}{t_u}$ 但し $V_u = \frac{Q_u}{B t_u} = \frac{7}{4 \times 2} = 0.875 \left[\frac{m}{sec} \right]$

$$= \left(\frac{0.875}{47} \right)^2 \frac{1}{2} \quad c = \text{chezy の係数} = 47.0 (R = 1 \text{ のとき})$$

$$= 0.000173$$

式(125)により $t_0^3 - \left[20 + \frac{0.875^2}{2g} \right]_0 = - \left(\frac{10}{4} \right)^2 \frac{1}{2g}$

$$t_0 = 1.96 [m]$$

$$I_r = \frac{t_0 + I_b t_u - t_u}{b} = \frac{1.96 + 0.000173 \times 30.75 - 2.0}{30.75} = -0.001128$$

b) Schaffernak の公式.

堰頂が水路の底面と平行なる場合

$$t_0^3 - t_0^2 \left(t_u + k_2 + \frac{k_1}{2g} \frac{Q_u^2}{B^2 t_u^2} \right) + \frac{k_1}{2g} \frac{Q_0^2}{B^2} = 0 \tag{129}$$

但し $k_1; k_2$ は水路の粗度常數

今略値として $k_1 = 0; k_2 = 1.65$ と置き、 Q_0, Q_u, b, t_u を假定して t_0 の略値を求めこれにて

$$Q_0 - Q_u = \frac{4}{15} c \sqrt{2g} \frac{(t_u - w)^{5/2} - (t_0 - w)^{5/2}}{t_u - t_0} b \tag{130}$$

に代入すれば、 b の略値 b' を求める事が出来る。 t_0 及 b' を用ひ次の式から k_1 及 k_2 を求める。

$$k_1 = 1.65 - 0.7 \frac{t_u - t_0}{t_0 + t_u} - \frac{4gb}{3k(t_0 - t_u)}$$

$$k_2 = \frac{1.1n^2 I}{2g} (t_u - t_0) \quad \text{但 } n = \text{Kutter の粗度常數}$$

此の k_1 及 k_2 を用ひて初めの式に代入し繰返して計算すれば t_0 の近似値を求める事が出来る。

c) Forchheimer の公式. 圖(60)。この場合堰頂が水平なものと假定してをる、堰を越え流下する水流は水路内の水流に對し殆ど垂直な方向である故、接近流速はないものと看做す事が出来る。

Forchheimer の流速公式 $V = \frac{1}{n} R^{0.7} I^{0.5}$ を用ひ且 $I = \frac{dz}{dx}; R = h$ とすると

$$Q = bh \frac{h^{0.7}}{n} \left(\frac{dz}{dx} \right)^{0.5} \quad \text{又は} \quad Q^2 = \frac{1}{n^2} b^2 h^{3.4} \frac{dz}{dx}$$

堰の長を越える流量は

$$dQ = -\frac{2}{3} c \sqrt{2g} z^{3/2} dz \doteq 1.9 z^{3/2} dz \tag{131}$$

水路の幅が不變なときは、堰からの流量は下流に向つて減少し、水位は上流に向

つて低下する。従つて餘水吐の作用を減退する。水路の幅員を變化して流速が同じになる様にする。

即 $Q:b = Q_0:b_0$

其の結果水深 h の變化は殆ど無いから

$$\frac{dz}{dx} = \frac{n^2 Q_0}{b_0^3 h^{3.4}}$$

と置ても差支ない、これを積分して

z を 0-0 に於ける堰上の水位とすれば $z = z_0 + \frac{n^2 Q_0}{b_0^3 h^{3.4}} x$

式(131)に此の式を代入すると

$$dQ = -\frac{2}{3} c \sqrt{2g} \left(z_0 + \frac{n^2 Q_0}{b_0^3 h^{3.4}} x \right)^{\frac{3}{2}} dx \tag{132}$$

$$\frac{3}{2c\sqrt{2g}} dQ = \left(\frac{n^2 Q_0^2}{b_0^3 h^{3.4}} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{b_0^2 h^{3.4} z_0}{n^2 Q_0} + x \right)^{\frac{3}{2}} dx$$

或は $\frac{3}{2c\sqrt{2g}} \left(\frac{b_0^2 h^{3.4}}{n^2 Q_0^2} \right)^{\frac{3}{2}} dQ = \left(\frac{b_0^2 h^{3.4} z_0}{n^2 Q_0} + x \right)^{\frac{3}{2}} dx \tag{133}$

$$\frac{3}{2c\sqrt{2g}} \left(\frac{b_0^2 h^{3.4}}{n^2 Q_0^2} \right)^{\frac{3}{2}} (Q - Q_0) = \frac{2}{5} \left[\left(\frac{b_0^2 h^{3.4} z_0}{n^2 Q_0} + x \right)^{\frac{5}{2}} - \left(\frac{b_0^2 h^{3.4} z_0}{n^2 Q_0} \right)^{\frac{5}{2}} \right] \tag{134}$$

餘水吐の設置してある此の間の水路の平均斷面積を A 、其の徑深を R とし、

又底面勾配を i とすれば、前式から

$$z_0 - z = \frac{Q - Q_0}{2gA} - \left(\frac{Q + Q_0}{2A} \right)^2 \frac{n}{R^{1.4}} x + ix \tag{135}$$

又 $(Q - Q_0)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{3} c \sqrt{2g} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{z_0 + z}{2} x^{\frac{2}{3}} \tag{136}$

例題. 上流からの流量 $Q = 30 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$ を餘水吐により下流の流量 $Q_0 = 16 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$ に調節する場合堰の下流端の堰上の水深 z_0 を $0.10[m]$ とし、水深 h を $2.14[m]$ 又 chezy の係数を 40 と假定すれば堰の延長は何程となるか。

$$\frac{2}{3} c \sqrt{2g} = 1.9 \text{ とおき 又 } \frac{c^2 b^2}{Q_0^3} = \frac{1600 \times 100 \times 9.8}{256} = 6125 \text{ となるから}$$

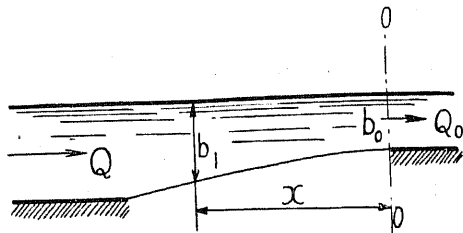


圖. 60.

式(134) は $\frac{1}{1.9} (6125)^{\frac{3}{2}} (30 - 16) = \frac{2}{5} \left[6125 \times 0.1 + x \right]^{\frac{5}{2}} - (6125 \times 0.1)^{\frac{5}{2}}$

或は $18114000 = (6125 + x)^{\frac{5}{2}}$
 $x = 187.5[m]$

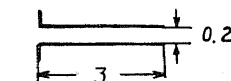
上流端の堰上水深は $z = z_0 + x \frac{Q_0^2}{c^2 b_0^2 h^3} = 0.100 + \frac{187}{6125} = 0.13[m]$

兩式の比較

$B = 10; Q_0 = 30; Q_u = 16; t_u = 2.1; I = 0.00017; K = 40;$

$c = 0.621$ として、Schaffernak は $t'_0 = 1.95; b' = 19.3[m]$

69. 分派水路. 底面が河川のもの一致 (I)



してをる場合に付て Lesbros の實驗せる結果

$$Q = \frac{2}{3} c_u \sqrt{2g} b h^{\frac{3}{2}} \tag{137} \text{ (II)}$$

但 h は水路の入口から遠く離れた處の底面か (III)



らの水面迄の高。

圖. 61.

$\frac{2}{3} c_u$ の値 (Lesbros の實驗) 圖(61)

$h[m]$	0.05	0.06	0.08	0.10	0.12	0.14	0.16	0.18	0.2
I	0.268	0.281	0.294	0.302	0.308	0.312	0.316	0.319	0.323
II	0.267	0.280	0.295	0.304	0.310	0.314	0.317	0.319	0.322
III	0.272	0.296	0.305	0.313	0.320	0.325	0.329	0.333	0.335

Richelmy の公式、入口を圓味をつけて平滑にせる場合

$$Q = b \sqrt{2g} \left\{ 0.299(h_1 - h_2) \sqrt{\frac{4}{9}(h_1 - h_2) + \frac{V_0^2}{2g}} + 0.855h_2 \sqrt{h_1 - h_2 + \frac{V_0^2}{2g}} \right\} \tag{138}$$

h_1 = 河川の水深

h_2 = 用水路内の水深

70. 階段状をなす堰.

Armani の研究によると高 $0.3 \sim 0.5[m]$ で且上

流側に土砂の沈澱してをる

階段床固に對しては式(8)

の公式を用ひ、高 $0.3[m]$

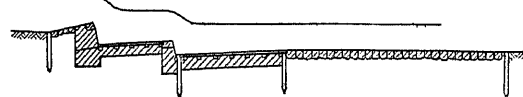


圖. 62. 階段状堰

の床面に於て下流水深 0.38[m] のものに對しては式 (16) が適してをる。但しその場合の流量係数は次の表のものを用ひる。

$r_0 \left[\frac{m}{sec} \right]$	c	r_0	c	r_0	c	r_0	c
0.5	0.450	1.1	0.615	1.7	0.677	2.3	0.712
0.6	0.495	1.2	0.624	1.8	0.687	2.4	0.717
0.7	0.527	1.3	0.639	1.9	0.690	2.5	0.725
0.8	0.555	1.4	0.652	2.0	0.696	2.6	0.729
0.9	0.578	1.5	0.660	2.1	0.702	—	—
1.00	0.597	1.6	0.670	2.2	0.703	—	—

h_1	c	h_1	c	h_1	c
0.10	0.520	0.25	0.512	0.40	0.510
0.15	0.517	0.30	0.512	0.45	0.510
0.20	0.513	0.35	0.510	0.50	0.509

潜堰の場合には前表の c の値を c_1 に代入し且 $c_2 = 0.71$ とする、尙 Armanis は次の様な簡易公式を式 (8) の代りに用ひた。

$$h_1 = \sqrt[3]{\frac{Q^2(1-c^2)}{c^2 d} \cdot 0.114679} \quad \text{又は} \quad b = \sqrt{\frac{Q^2(1-c^2)}{c^2 h^3} \cdot 0.114679}$$

c は前表のものを用ひる。

若し上流側に土砂の沈澱してをらぬときは、式(8)の a は次表による。

h_1	c	h_1	c	h_1	c
0.10	0.520	0.25	0.512	0.40	0.510
0.15	0.517	0.30	0.512	0.45	0.510
0.20	0.513	0.35	0.510	0.50	0.509

又概算公式として

$$Q = \frac{cbh_1^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{ch_1}{h_1 + w}\right)}} \cdot 2.9529 \quad (139)$$

d) Koch の公式. 圖 (63) の様な階段状の堰に於て $s:l = 1:3$ の場合を實驗した結果

$$Q = \frac{2}{3} c \sqrt{2g} b h_1^{\frac{3}{2}} \quad (139a)$$

に於て $\frac{2}{3} c = 0.5$ を得た。

又一般に

$$h_1 = (0.123 - 0.1957 I_s) \left(\frac{Q}{b}\right)^{\frac{2}{3}}$$

但 I_s は床面の勾配であるが Koch

は上記の結果を用ひ $h = \left(0.45 \frac{Q}{b}\right)^{\frac{2}{3}}$ とした。

71. 應用問題.

問題・1. 水深 (l) が 0.8[m] で流量が $15.60 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$ の水路がある。幅 (b) が 16[m] の堰を作つて水位を 0.8[m] 高め上流部の用水に $1.32 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$ に送らうとするには其の堰の高さを何程にしたら宜敷いか、但し流量係数 $c = 0.55$ とする。

堰を越流すべき流量

$$Q = 15.60 - 1.32 = 14.28 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$$

又

$$Q = c b h_1 \sqrt{2g h_1} = c b \sqrt{2g} h_1^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{であるから} \quad h_1^{\frac{3}{2}} = \left[\frac{Q}{c b \sqrt{2g}} \right]^{\frac{2}{3}}$$

$$= \left[\frac{14.28}{0.55 \times 16.0 \sqrt{19.62}} \right]^{\frac{2}{3}} = 0.512 [m]$$

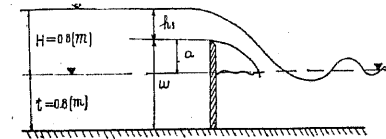


圖. 64.

故に

$$a = H - h_1' = 0.8 - 0.512 = 0.288 [w]$$

従つて堰高

$$w = l + a = 0.80 + 0.288 = 1.088 [m]$$

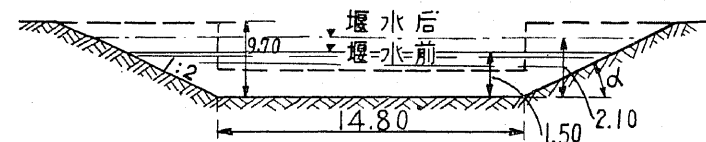
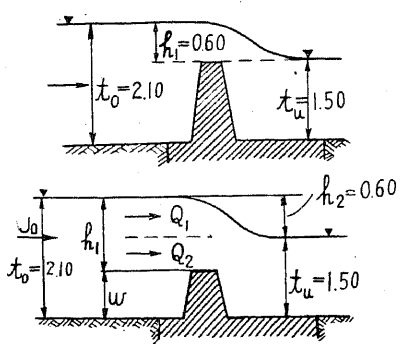


圖. 64a.

問題・2. 圖の様な断面の小路に堰を築造して水位を 1.5[m] から 2.1[m] に堰上げ様とする。其の缺口を幅 14.8[m] の矩形とする場合堰頂の高さをどの位にすれば適當かを求めて見る。

$$\text{堰上前の流水断面} \quad A = 14.8 \times 1.5 + 2 \cdot \frac{1.5 \times 3.0}{2} = 2.67 [m^2]$$



堰上後の流水断面

$$A_s = 14.8 \times 2.1 + 2 \frac{2.1 \times 4.2}{2} = 39.9 [m^2]$$

接近流速

$$v_a = \frac{Q}{A_s} = \frac{26.7}{39.9} = 0.67 \left[\frac{m}{sec} \right]$$

同上的水頭

$$k = \frac{v_a^2}{2g} = \frac{0.67^2}{19.62} = 0.023 [m]$$

若しも普通の堰流と考ふると圖()の様になり

其の流量は

$$Q = \frac{2}{3} c_b \sqrt{2g} \left[(h_1 + k)^{\frac{3}{2}} - k^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$= \frac{2}{3} \times 0.63 \times 14.8 \times 4.43 \left[(0.60 + 0.023)^{\frac{3}{2}} - 0.023^{\frac{3}{2}} \right] = 13.5 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$$

然るに與へられた流量は $Q = 26.7 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$ であるから堰頂が高過ぎる事になり堰は潜堰としなければならぬ。この場合は

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$c_1 = 0.63$; $c_2 = 0.70$ とすれば

$$Q_1 = c_1 b (h_1 - h) \sqrt{2g(h - h_2)} = 0.63 \times 14.8 (h_1 - h) \times 4.43 \sqrt{0.60 + 0.023} = 32.7 (h_1 - h) \left[\frac{m^3}{sec} \right]$$

$$Q_2 = \frac{2}{3} c_2 b \sqrt{2g} \left[(h + k)^{\frac{3}{2}} - k^{\frac{3}{2}} \right] = \frac{2}{3} \times 0.70 \times 14.8 \times 4.43 \left[(0.60 + 0.020)^{\frac{3}{2}} - 0.023^{\frac{3}{2}} \right] = 15 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$$

未知数は $h - h_2$ でありこれを $x = h_1 - h$ とすれば

$$x = \frac{Q - \frac{2}{3} c_2 b \sqrt{2g} \left[(h + k)^{\frac{3}{2}} - k^{\frac{3}{2}} \right]}{c_1 b \sqrt{2g} (h + k)}$$

$$= \frac{26.7 - 15.0}{32.7} = 0.36 [m]$$

故に堰高は $w = 1.50 - 0.36 = 1.14 [m]$

問題・3. (流量の増加の水位に及ぼす関係)水頭 0.15[m] で幅 60[m] の堰がある。この流量を 10 倍にするのに必要な水頭を求め。 $c = 0.82$ とす。

$$Q = \frac{2}{3} c b h_1 \sqrt{2gh} = \frac{2}{3} \times 0.82 \times 60 \times 0.15 \sqrt{2 \times 9.81 \times 0.15} = 8.55 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$$

$$10 a = 85.5 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$$

$\frac{2}{3} c b \sqrt{2g} = m$; 流量並に水頭の増加率をそれぞれ y 及び x とすると

$$Q = m h_1^{\frac{3}{2}}$$

$$y Q = c (x h_1)^{\frac{3}{2}}$$

$$y^{\frac{3}{2}} = x$$

$y^{\frac{3}{2}} = x$ の表

y	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	5.0	10.0	20.0	50.0
x	1.31	1.59	1.84	2.08	2.31	2.52	2.92	4.64	7.37	13.57

$$10^{\frac{2}{3}} = 4.64$$

故に

$$x h_1 = 4.64 \times 0.15 = 0.70 [m]$$

問題・4. (幅員の變化と水位の關係)

低水の際水頭 0.15[m] で越流する堰があつて其の高水流量は低水流量の 10 倍ある。而して高水時の堰の幅は、低水時のその 1.5 倍を、有してをるが高水時には何程水位が上昇するか。

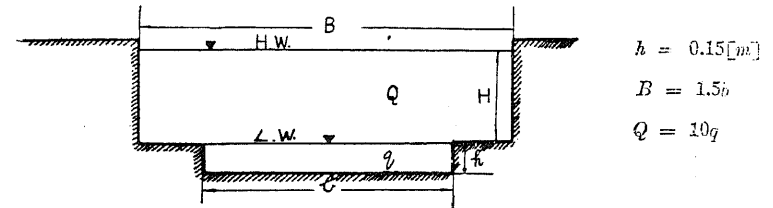


圖. 66.

一般に一定流量のときに幅員が、 b から ub に増加すると水位 h は $\frac{h}{z}$ になる。即

$$Q = \frac{2}{3} c b \sqrt{2g} h^{\frac{3}{2}} = n b h^{\frac{3}{2}} \quad \text{但} \quad n = \frac{2}{3} c \sqrt{2g}$$

$$= n (ub) \left(\frac{h}{z} \right)^{\frac{3}{2}}$$

従つて

$$n b h^{\frac{3}{2}} = n (ub) \left(\frac{h}{z} \right)^{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{3}{2} = u$$

或は

$$z = u^{\frac{2}{3}}$$

$z = \frac{2}{u^3}$ の表

u	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.25	2.50	2.75	3.00
$\frac{1}{z}$	1.00	0.86	0.76	0.69	0.63	0.56	0.54	0.51	0.48
z	1.00	1.16	1.31	1.45	1.59	1.72	1.84	1.96	2.68

問題 3 に於て $y = 50$ であるから
 $x = y^{\frac{2}{3}} = 50^{\frac{2}{3}} = 13.57$
 又 $u = 1.5$ であるから $z = 1.5^{\frac{2}{3}} = 1.31$
 $\frac{1}{z} = 0.76$
 故に求むる高 H は $H = 0.15 \times 13.57 \times 0.76 = 1.547[m]$

問題 5. 固定堰に可動堰の設備してある場合. 圖 (67) 固定堰のみの部分の堰高は $z+t+x$; 可動堰のある部分は可動堰の高、 $(x+a)$ で固定堰は $z+t-(x+a)$ である。平水位の場合は固定堰の上を高 x 丈溢水しその水位は可動堰の頂部と一致するものとし、其の流量を Q_n とする。

高水時には可動堰を開き其の下固定堰上を z_1+e_1 、一方の固定堰上を $(h+x)$ の深にて流下する、可動堰の有効幅員を b ; 橋脚其の他の障害物の幅員を d とすれば固定堰の幅員は $(b+d)$ 及 $B-(b+d)$ である。圖の如き場合は $m-n$ の部分は潜堰、 $0-p$ の部分は溢流堰となる。

接近流速の水頭は

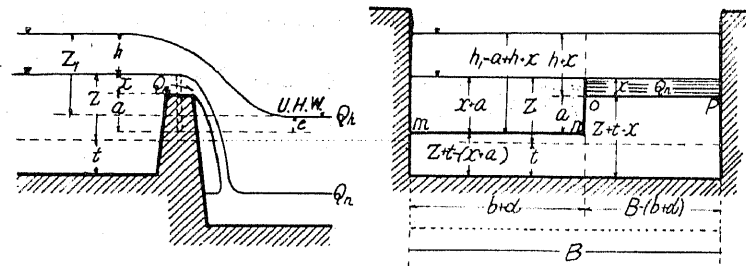


圖. 67.

高水 $h_n = \alpha \frac{v_n^2}{2g} = 1.0 \frac{Q_n^2}{2gB^2(h+z+t)^2}$ (140)

平水 $h_n = \alpha \frac{v_n^2}{2g} = 1.0 \frac{Q_n^2}{2g[B-(b+d)]^2(t+z)^2}$ (141)

又 §. 58 式 (8) により

$$Q_n = \frac{2}{3}c[B-b-d]\sqrt{2g}[(x+h_n)^{\frac{3}{2}}-h_n^{\frac{3}{2}}]$$
 (142)

$\frac{2}{3}c\sqrt{2g} = 1.85$ とすれば

$$B-(b+d) = \frac{Q_n}{1.85[(x+h_n)^{\frac{3}{2}}-h_n^{\frac{3}{2}}]}$$
 (143)

従つて x を假定すれば固定堰の幅を求め得る。

高水時に對して $h_1 = z_1+e$; $h_3 = z_1$; $e_1 = e_2 = 0.62$ として §. 58 式 (16) と (101) を用ひれば

$$Q_n = 1.85[B-(b+d)][(h+x+h_n)^{\frac{3}{2}}-h_n^{\frac{3}{2}}]$$
 (144)

$$+ 1.856[(z_1+h_n)^{\frac{3}{2}}-h_n^{\frac{3}{2}}] + 2.35eb(z_1+h_n)^{\frac{1}{2}}$$
 (145)

前式 (15) によりて求めたる x 及 b を用ひ、 Q_n に對する z_1 、又は z_1 に對する Q_n 等を計算し得る。

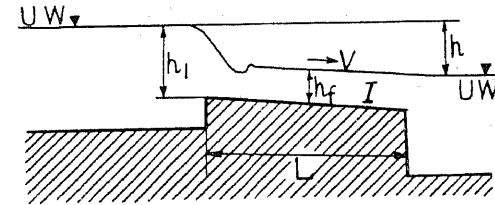


圖. 68.

問題 6. 接通し

此の圖 (68) の様なものでは

$$h_1-h_f = 1.32 \frac{V^2}{2g}$$
 (146)

$$L = \frac{h - (h_1 - h_f)}{I}; \tag{147}$$

今 $t = 0.6[m]$, $b = 12[m]$, $L = 0.005$, と假定すると
 筏通し上の流水断面, $A = bt = 12 \times 0.6 = 7.2[m^2]$

径深, $R = \frac{A}{b+2t} = \frac{7.2}{13.2} = 0.55[m]$

流速, $V = c\sqrt{RI} = 54.6\sqrt{0.55 \times 0.0005} = 2.86[\frac{m}{sec}]$

但し $c = 54.6$ とする

$$h_1 = 1.32 \frac{V^2}{2g} + h_f = 1.32 \frac{2.86^2}{2 \times 9.81} + 0.60 = 1.15[m]$$

流量, $Q = A \cdot V = 7.2 \times 2.86 = 20.6[\frac{m^3}{sec}]$

兩水路の水位差 $h = 1.5m$ のときは

筏通しの長さは $L = \frac{h - (h_1 - h_f)}{I} = \frac{1.5 - (1.15 - 0.60)}{0.005} = 190[m]$

Schoklitsch の公式

$$Q = V \cdot A = c h_f b \sqrt{2gh}; \quad \text{但し } \begin{cases} h = h_1 + \frac{V_1^2}{2g} - h_f \\ C = \text{chejy の係数} \end{cases} \tag{148}$$

$$\therefore V = C\sqrt{h_f I} = c\sqrt{2gh}$$

$$h = \frac{V^2}{2ge^2} = \frac{h_f IC^2}{2ge^2}$$

$$c = 0.87 \text{ とすれば } h = 0.067V^2 \tag{149}$$

問題 7. 圖 (69) の様な起伏堰に於ける水壓の計算は

總水壓 $P = \frac{\gamma b}{2\cos\alpha} [(a+h)^2 - a^2 - h_1^2]$ 但 幅 = b

A に於ける力率; $M = \frac{\gamma \cdot b}{6\cos\alpha} [(a+h)^3 - a^3 - h_1[3(a+h) - 2h_1]]$

o から p迄の距離 e は; $e = u - \frac{M}{P};$

圖 (69) の様なときは e は (+) で, A に於ける反力を A とすると

$$A = \frac{P \cdot e}{u} = P - \frac{M}{u};$$

$e = 0$ のときは堰板は丁度平衡状態にある事になり e が (-) のときは轉倒する。

若しも下流からの水壓を無視すると O に於ける最大力率は

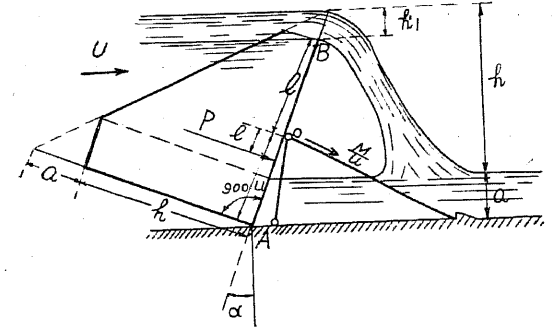


圖. 69.

$$M_{max} = \frac{\gamma \cdot b}{6\cos^2\alpha} [(a\cos\alpha + h_1)^3 - h^2(3a\cos\alpha + h_1)] \tag{150}$$

高水の際に溢れし其の流速を V とすると, 水はと運動エネルギーを有するから溢流の際動水壓を堰板に及ぼす, 動水壓の大きさは

$$P_o = k \cdot \gamma \cdot A \frac{V^2 \cdot \cos^2\alpha}{g} \quad A = \text{堰板の面積}$$

oB の間に於ては

$$P_o = k \cdot \gamma \cdot b \cdot l \cdot \frac{V^2 \cdot c \cdot s^2 x}{g}$$

その o に於ける力率は

$$M' = P_o \frac{l}{2},$$

従つて o に於ける全力率は $M_{max} + M'$ で, 普通は $k = 0.75$ とする。

72. 堰から下流の水流.

堰の直ぐ下流に於いては, 其の流水面は下流部の定常水位と一致しないのが普通で, 此の部分は下流に向ふ水流と, 所謂渦とで成り立つてをる。而してこの渦は水平軸の周りを廻轉してをり, 水流の裏側に, 時には表側にも表はれて来る。

前者を裏巻の渦, 後者を表巻の渦と云つてをる。

(Rehbock). 尙此の部分に阻柱又は橋脚の様なもの建つてゐると, 其の蔭に, 鉛直軸を持つた渦

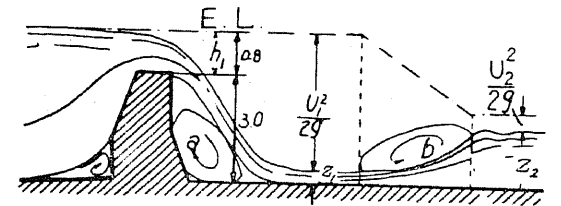


圖. 70.

が出来る。表巻の渦は、思つたより、エネルギーを消費しないものであるから、水叩工の静力學的研究に際しても、此渦が存在する事は、左程大切な事ではない。

圖(70)の様な溢流堰に於て、堰高 $w = 3.0$; $q = 1.36 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$; 水頭 $h_1 = 0.8[m]$ とする。今接近流速を無視すると堰に於ては、有效水頭は底面から $H_e = w + h_1$ の高さにある。極小距離の摩擦損失水頭をなきものとするれば、Bernoulli の定理により

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 = H_e = 3.8[m]$$

又 $V_1 z_1 = q = 1.36 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$

であるから $\frac{q^2}{2gz_1^3} = z_1 = 3.8[m]$

或は $z_1^3 - 3.8z_1 + 0.095 = 0$ (151)

これから $z_1 = 0.162[m]$

$$V_1 = 8.45 \left[\frac{m}{sec} \right]$$

又 (I) と (II) に於て、運動の等式を作れば

$$r \frac{z_1^2}{2} + r \frac{V_1^2 z_1}{g} - r \frac{z_2^2}{2} - r \frac{V_2^2 z_2}{g} = 0$$
 (152)

然るに $V_2 = V_1 \frac{z_1}{z_2}$

であるから $g \frac{z_1^2}{2} + V_1^2 z_1 - g \frac{z_2^2}{2} - \frac{V_1^2 z_1^3}{z_2} = 0$ (153)

或は $z_2^3 - 2.37z_2 - 0.379 = 0$

$$z_2 = 1.42[m]$$

然るに水叩工以下の限界速度を、 $V_3 = 0.8 \left[\frac{m}{sec} \right]$ とすると

$$z_3 = \frac{q}{V_3} = \frac{1.36}{0.8} = 1.7[m]$$

でなければならない。即ち

$$\frac{r}{g} V_3^2 z_3 + r \frac{z_3^2}{2} > \frac{r}{g} V_2^2 z_2 + r \frac{z_2^2}{2}$$
 (154)

であるから 此の部分に跳水の現象が起つて、水流は表巻の渦で覆はれることになる。

又河底が水平な場合は、一般に

$$z + \frac{V^2}{2g} = H_e$$
 (155)

但し $z =$ 水深

$H_e =$ 有效水頭

$$\frac{\partial z}{\partial x} \left(1 - \frac{Q^2}{gb^2 z^3} \right) = \frac{\partial H_e}{\partial x}$$
 (156)

$b =$ 水面幅

$Q =$ 流量

水流の状態が變化する點に於ては $1 - \frac{Q^2}{gb^2 z^3} = 0$ であるから、有效水頭線に對する切線は水平でなければならぬ。

$$\frac{\partial^2 H_e}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \left(1 - \frac{Q^2}{gb^2 z^3} \right) + \frac{3Q^2}{gb^2 z^4} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 > 0$$

であるから H_e は極小値でなければならない。然し事實かゝる事は不可能の事であるからこの場合には定常的

跳水が存在する事が出来ない。

圖(71)様に射流部及正流部の水位差が著しく大いときには非常な混亂の結果、壓力の激減によつて、多くの點

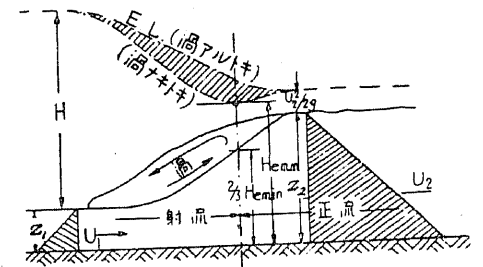


圖 71.

に氣泡が生じ、それが流れの

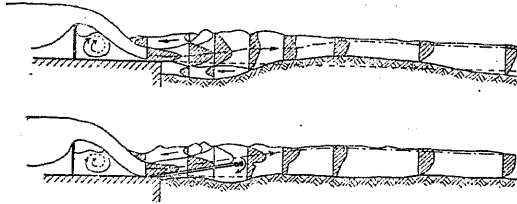
最上層に集まる、この上層部に於ける大なる抵抗と、流れの方向に向つて壓力が増大する事が一緒になつて表向き渦が形成されるのである。

この場合、エネルギーの消費は主として流積が擴大する際の混亂流の内に於て行はれるので、渦の形成はこの消費に對しては餘り重要な役目をしていない、

只此の際に附隨して起る現象に過ぎないものである。

若し、水位差が少いときには此の混亂流が小さいから渦も生じないが、下流部は定常流でなく激流の様になる。

此の渦の形状、位置並に其の大き等は堰の形状又は水叩の有無、其の形状等に依つて著しく異なるもので特に裏卷の渦は堰の基礎を危くするもので、これに對して色々な實驗が行はれてを



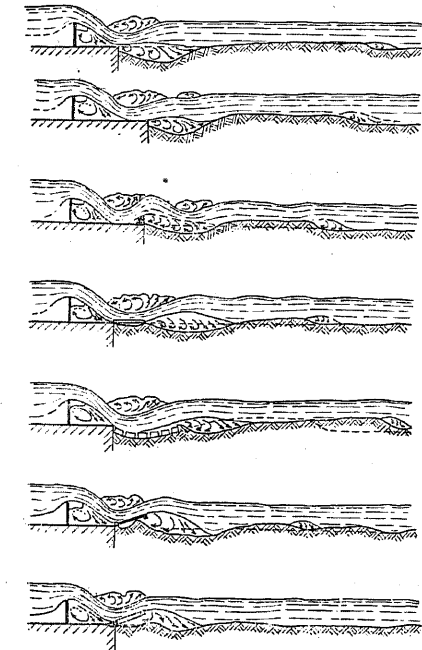
る。圖(72)は垂直な溢流堰の

テツブに於ける渦の位置及形状

と可動水叩工の有無による渦の

變形を示してある。同時に水叩

の下流に於ける裏卷の渦によつて如何に河床が洗掘されるかを調べたものである。



水叩工の有無による堰流下流部の變化端西に於ける實驗

圖. 72.

即 鉛直速度 $V_N = \sqrt{2gz}$ (157)

$$\text{水平距離 } l = V_H \sqrt{\frac{2z}{g}} \quad (158)$$

但し $V_H =$ 堰上に於ける水平速度

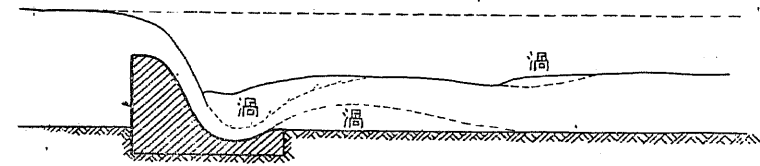


圖. 73.

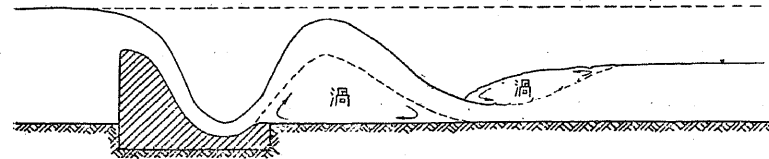


圖. 74.

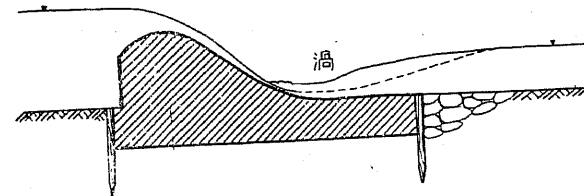


圖. 75.

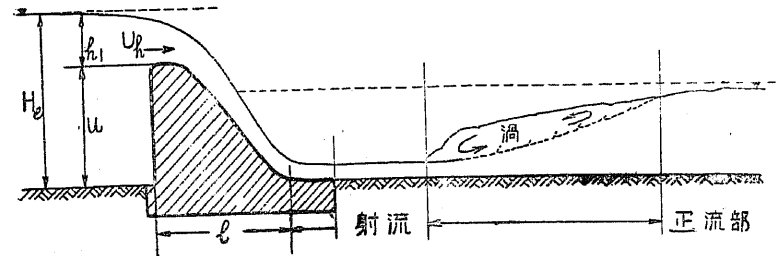


圖. 76.

$$\begin{aligned} \text{或は合成速度 } V &= \sqrt{V_N^2 + V_H^2} \\ &= \sqrt{V_H^2 + 2gz} \end{aligned}$$

水叩工の延長の計算には安全の爲に、落下した場合に起る、撃衝に依るエネ

ルギーの損失を無視し、且つ全部が水平方向の流速に變ずるものとして

$$V_1 = \sqrt{V_H^2 + 2gz}$$

をとる。

又落下する水は $\frac{qr}{g} \cdot V_H$ なる、運動量を有してゐる。これ

が水叩に直接衝突する時は非常な力を生ずるから、水霧を作るなり、堰の面を滑り落させるなりして、其の運動量の變化を緩和しなければならない、

又それに依つて V_1 の小さくなる事も心懸けなければならない。

圖(77)は水叩の延長及水霧と床掘との關係を示す。

次に純正な射流部から、定常な正流部に達する迄の間、即ち表巻の渦がある區間は、不等流であるから一般に。圖(76)参照。

$$I = \frac{V^2}{C^2 R} + \frac{1}{2g} \frac{d}{dx} (V^2) \quad (159)$$

或は
$$i - \frac{dh}{dx} = \frac{V^2}{C^2 R} + \frac{1}{2g} \frac{d}{dx} (V^2) \quad (160)$$

但し $V = C\sqrt{R \cdot I}$

I = 水面勾配

R = 徑深

i = 河床勾配

x_1 = 水深 h_1 に於ける任意の基點からの距離

x = 水深 z に於ける距離

i が I に比し、極めて小さいときは

$$-\frac{dz}{dx} = \frac{V_2}{C^2 R} + \frac{1}{2g} \frac{d}{dx} (V^2) = \frac{q^2}{C^2 z^3} - \frac{q^2}{g z^3} \frac{dz}{dx} \quad (161)$$

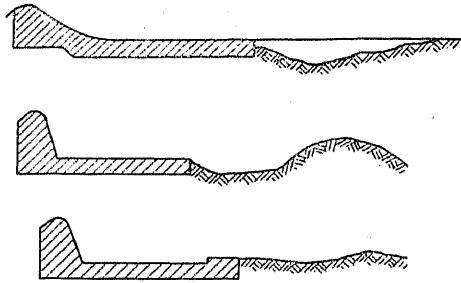


圖. 77.

$$dx = \left(\frac{C^2}{g} - \frac{C^2 z^3}{g^2} \right) dz \quad (162)$$

或は $L = x - x_1$

$$= \frac{C^2}{g} (z - z_1) - \frac{C^2}{4g^2} (z^4 - z_1^4) \quad (163)$$

今單位長の流量 $q = 5 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$

$H_c = w + h_1 = 3[m]$; とす

ると

下流部の平均流速は約 $V_1 = \sqrt{2gH_c} = 7.7 \left[\frac{m}{sec} \right]$

$$z_1 = \frac{q}{V_1} = 0.65[m]$$

床固工以下の制限流速 V_2 を $3 \left[\frac{m}{sec} \right]$ とするとその部分に於ける水深

z_2 は
$$z_2 = \frac{q}{V_2} = 1.67[m]$$

故に、床固工部分の係数を $C = 50$ と假定すれば

$$L = x - x_1 = \frac{2500}{9.81} (1.67 - 0.65) - \frac{2500}{100} (7.78 - 0.18) = 70[m]$$

若し $c = 20$ とすると

$$\frac{400}{2500} \times 70 = 11.2[m]$$

然し此の外堰の所に於て水平速度 V_H があるから、鉛直距離 (z) を落下する時には $l = V_H \sqrt{\frac{2z}{g}}$ 丈堰から遠くに落ちる、其の外純正な射流部分が x_0 丈

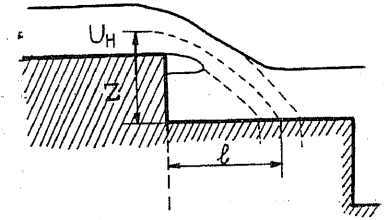


圖. 78.

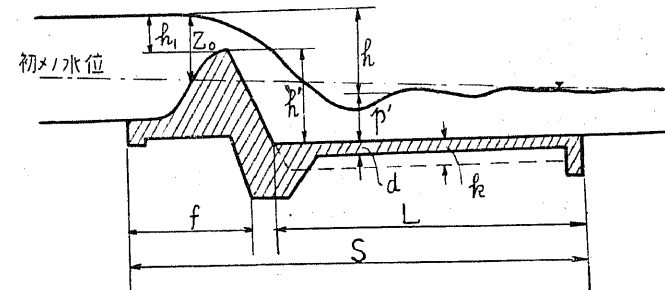


圖. 79.

あるから、全水叩工の必要な長さは

$$l+x_0+L$$

であつて是等に対して以下の様な公式がある。

圖(79)は水路に堰を造つて水位を z_0 丈け高めた場合で

a) Rühlman は $L_{min} = 3k'$; 且つ水褥の深 $h \div 1 \sim 2[m]$ を必要としてをる。

b) Rehbock (溢流堰) $L = 1.5p' + 6h_1 \sim 2p' + 8h_1$ (164)

(潜堰) $L = 4p' + 2h \sim 8p' + 4h$ (165)

c) Bligh $S = ch$; $L = 10c\sqrt{h} \sqrt{\frac{Q}{75}}$; $f = 4c\sqrt{\frac{h}{42.6}}$ (166)

但し	河床	細床又は泥土	粗砂	砂礫	礫又は玉石
	c	15 ~ 18	12	9	4 ~ 6

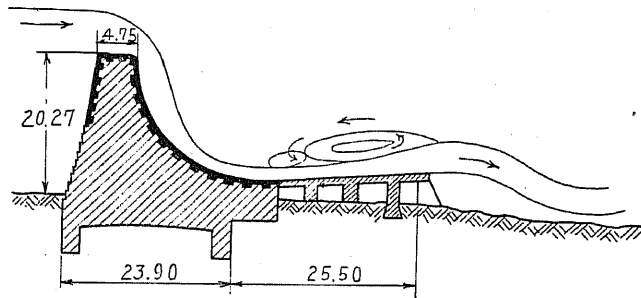


圖. 80.

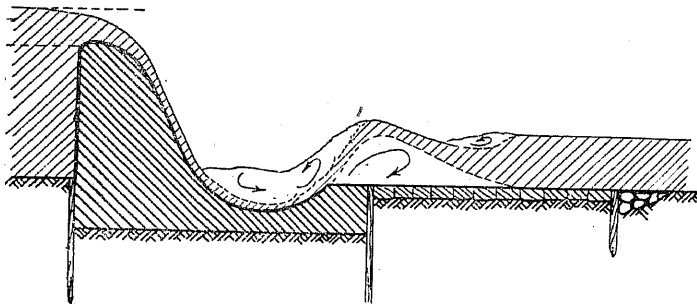


圖. 81.

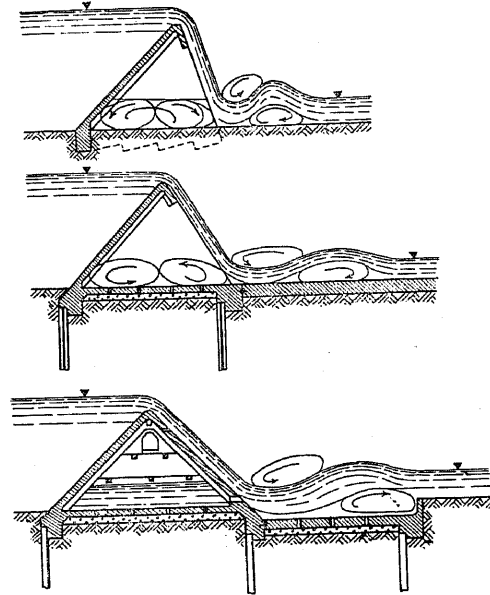


圖. 82. 中空堰に於ける堰流

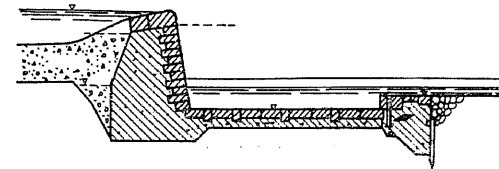


圖. 83.

尚 $d = n \frac{k'}{\delta - 1} = n \frac{k'}{\delta_1}$;

$n = \text{安全率} = \frac{4}{3}$

k' = 床固工の下から作用する上向きの水壓

δ = 構造物の比重

圖(80 ~ 82)は床固工と、水流の關係を示し圖(83)は水褥の構造を示す、
圖(84)は河床段落ちの場合のナツプの狀況。

74. 破堤の際の流量. Schoklitsch の研究によると、破堤が地盤迄及んだ場合

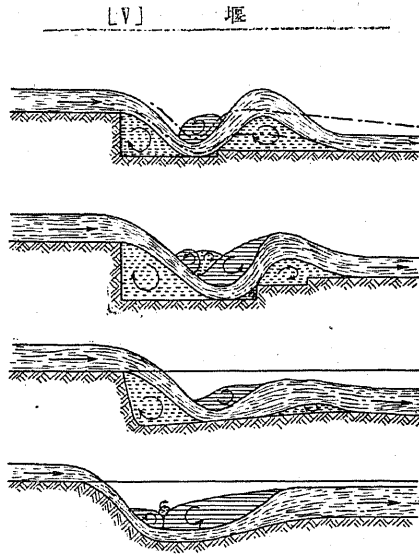


図 84.

低下すべき水位は

$$t = T \times 10^{-(0.3 \frac{b}{B})} \quad (167)$$

但し T = 破堤前の水深

B = 堰堤の幅員

b = 破堤せる箇所の幅員

その流量;
$$Q = 0.9 \left(\frac{B}{b} \right)^{\frac{1}{4}} b T^{\frac{3}{2}} \quad (168)$$

奔流の流速は;
$$V = 0.9 \cdot 10^{0.3 \frac{b}{B}} \left(\frac{B}{b} \right)^{\frac{1}{4}} T^{\frac{1}{2}} \quad (169)$$

若し堰堤幅員全部が破堤し且つ高 h 丈残溜する場合は堰堤箇所に於ける水位は $\frac{1}{2}(T-h)$ よりも少なくなり

$$Q = 0.9 \frac{T-h}{T-0.827} B \sqrt{T} (T-h) \quad (170)$$

である。

下流に奔流する水流の頭部の水深 (t_1) は、下流部の水路の水深 (t_u) により異り一般に

$$t_u = k \frac{q}{\sqrt{gT}} \quad \text{但 } q = \text{単位長の流量} \quad (171)$$

で與へられる、而して $t_u > t$ のときは $k = 1.5$ で穏なる波浪を形成し、

$t_u < t$ のときは $k = 1.0$ で激浪となる。

例題. $B = 320[m]$ $T = 36[m]$ $b = 20[m]$ の場合

式(170)により
$$Q = 0.9 \times (16)^{\frac{1}{4}} \times 20 \times 36^{\frac{3}{2}} = 7776 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$$

$$t = 36 \times 10^{-[0.3 \frac{20}{320}]} \div \frac{36}{\sqrt{10}} \div 22.7 [m]$$

$$V_t = \frac{Q}{A} = \frac{7776}{20 \times 22.7} = 30.6 \left[\frac{m}{sec} \right]$$

下流水路の幅員を 40[m] とすると

$$q = \frac{7776}{40} = 194.4 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$$

故に

$$t_1 = \frac{1.0 \times 194.4}{\sqrt{9.81 \times 36}} = 10.3 [m]$$

75. 堰と流量測定. 堰は單に水位上昇を目的とする計りでなく、これを用ひて流量を測定する場合が多い。特に流量の小さな場合には、測定の精度が極めて高いから、實驗室には勿論水道、發電水力、灌漑用水等に於ても盛に用ひられる。

流量測定を目的とした場合。精度の最も高いのは、堰頂尖鋭な側面無收縮の溢流堰で、側面收縮のあるものは其の精度稍劣り、廣頂堰に至りては、精密なる測定を期待する事が出来ない。

精密なる流量測定の為には少なくとも

- a) 堰頂は充分尖鋭で其の面は鉛直なる事を要し、且つ水流の方向に正確に垂直で、矩形缺口に於ては堰頂は水平であつて、少しも振動しない様な堅固なものでなければならない。
- b) ナツプは純正なるもので
- c) 缺口の長さは水頭に對して $b > 3h_1$ の關係が必要であり。
- d) h_1 は接近水路の水深に比して極めて小さく側面無收縮の場合は $B \cdot h_1 \geq$

$\frac{1}{3} B(w+h_1)$ 側面収縮のときは $b \cdot h_1 \geq \frac{1}{6} B(w+h_1)$ の条件が必要である。

e) 接近水路も、均一断面の区間が出来るだけ長くあつて、水流が堰に到達する前に、等流になつてをる様になければならぬ。其の長さはもし出来るなら $30h_1$ 以上が欲しい。

f) 水頭 h_1 を精密に測定する事が最も必要で

一般に溢流量の公式は

$$Q = cBh_1^{3/2} \quad (172)$$

で表はされるから

$$\begin{aligned} \delta Q &= Bh_1^{3/2} \delta c + 1.5c \cdot B \cdot h_1^{1/2} \delta h_1 \\ \frac{\delta Q}{Q} &= \frac{\delta c}{c} + 1.5 \frac{\delta h_1}{h_1} \end{aligned} \quad (173)$$

若し $c =$ 定数の場合には

$$\frac{\delta Q}{Q} = 1.5 \frac{\delta h_1}{h_1}$$

となり其の流量の相対誤差は水頭のその 1.5 倍になる。

量水標では 1.5[mm] 迄しか讀めないから、 Q の誤差を 1% に止める爲には h は少なくとも 230[mm] なければならぬ。

若し鉤尺を用ひたとすると 0.3[mm] 迄は讀めるから、 h_1 は 45[mm] 以上なければならぬ。

而してこの水位を計る所は少なくとも 1.5[m] 以上堰から離れた所たるを要する。

何れにせよ前記諸公式を用ひて精密に流量を測定し様とするには、其の公式を誘導した實驗装置と、規格を同じうするものを作らねばならぬ。而して前記諸公式の中では Bazin 及 Francis が最も精度高く、誤差は 2% 内外に過ぎないと云はれてをるし、又少量の水量のときは Thomson の三角堰が適當だと稱されてゐる。即ち少量の變化も水位に鋭敏に表はれるからである。

かゝる精密な流量の測定でなくとも、技術的には小は用水板堰により、大きなものは溢流堰堤に依つて、高水量或は平水量を概測する事が極めて多い。此の場合使用すべき公式は、堰の形状、缺口、堰頂断面の形状或は水頭の割合等が其の公式を誘導した實驗資料と、出来る限り相似關係なきものを用ひた方が、其の誤差を能ふ限り少くする事が出来る。

尚、農業土木の方では一般に

$$Q = \frac{2}{3} cbh_1 \sqrt{2gh_1} \quad (174)$$

の c に對し以下の様な數値を用ひてをる。

著 者	C
Poncelet 及 Lesbros	0.556 ~ 0.623
Castel 及 d' Aubuisson	0.591 ~ 0.713
Francis	0.623
Morin	0.600 ~ 0.660
Boileau	0.592 ~ 0.660
Bazin	0.625 ~ 0.769
Smeaton 及 Brindley	0.589 ~ 0.682
du Buat	0.635 ~ 0.673
Simpson 及 Blackwell	0.560 ~ 0.740
Parrochetti	0.593 ~ 0.641