

IV.

孔 口.

34. 定義. 孔口とは周邊の閉合せる正規の形をした水の流出する口で其の全周が水に接してをるものを言ふ。故に若しも周邊の閉合せぬもの、或は口の一部から水の流出してをるものは、缺口であつて、孔口ではない。又容器の側壁に設けた直徑の2~3倍の長さがある短い管、即ち長を有する孔口は、之れを特に筒管と名付ける、従つて厚い壁に設けられた孔口の水理的性質は全く筒管と同じである。

孔口から放出する水流を射出流と云ひ、射出流に接する孔口の周邊が極めて鋭く尖り殆ど線に於て流水と接する様なものを尖縁孔口と稱し、水量測定用として多く用ひられ普通單に孔口と稱するものは此の形式のものである。孔口が鉛直面にあるか或は水平にあるかに依り鉛直孔口或は水平孔口と云ひ、又孔口に近き水路を接近水路、其の平均流速を接近流速と稱へる。

35. 射出流の收縮. 孔口附近に於ける流線は圖(1)に示す様に、孔口の周縁に對して切線の方向に走つてをる、夫故に射出流は孔口を出た後も孔口平面と平行な分速度を有し、此の惰性の爲に其の斷面積は次第に收縮し、射出流の水分子の進行方向が全部孔口の軸線と平行になるに至つて、收縮は其の極限に到達する。此の現象を射出流の收縮と稱し、收縮が極限になつた所(a_0)をベナコントラクタと云ひ、圓形小孔口に於ては孔口直徑の約0.498倍離れた所にある。

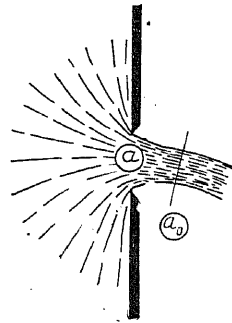


圖. 1.

此の收縮の現象は圖(2)の如く、孔口の一邊が容器の底面、又は側壁に餘

りに近く在るときは其の部分の流線は底面又は側壁と平行となり、周辺の1部には収縮現象を起さない、此の様なものを**不完全収縮**と云ひ、之れに對して圖(1)

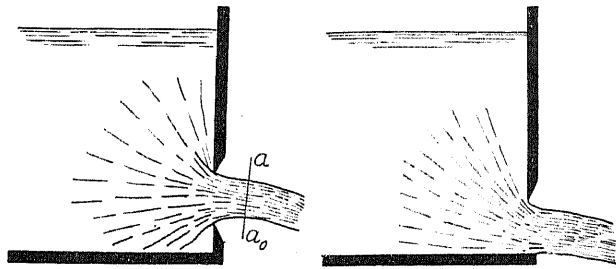


圖. 2.

の如く周辺全部に収縮現象を起すものを**完全収縮**と稱へる、完全収縮をなす爲には孔口の周辺が少くも底面又は側壁より孔口

直径の倍以上離れてをらねばならぬ、完全収縮をなす直径の極めて小さい孔口を**標準孔口**又は Poncelet の孔口と云ひ少量の流量測定に利用せらる。

射出流が大氣中に放出する所謂**自由射出流**の場合には孔口平面とベナコントラクタ間の圧力は周囲の大氣壓よりも大きい、即ち射出流の水分子は此の區間で曲線運動をしてをるが、其の求心運動をなす爲、動徑の方向に沿ひ、曲線の中

心から外方に向つて次第に圧力が增加する必要がある。従つて射出流の軸線に近くなる程圧力は大きい。§. 34. 参照。

圖(3)は圓形孔口の射出流の孔口部に於ける、流速及壓力の分布で中心部の流速は標準孔口の際には $0.62 \sim 0.64 \sqrt{2gh}$ 又一部無収縮の射出流では $0.69 \sqrt{2gh}$ である。

ベナコントラクタに於ては其の壓力の分布等布にして且大さは大氣壓に等しい。即ち孔口に於ける**壓力のエネルギー**が此處

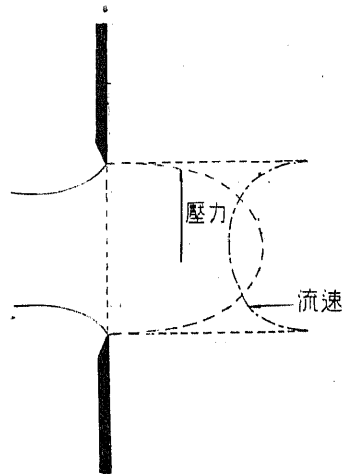


圖. 3.

に来る迄に、**運動のエネルギー**に變じたもので此處の流速は孔口に於けるそれよりも大きい。

Bazin の 實驗 (a = 孔口中心からの距離
 r = 半径)

a/r	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$v/\sqrt{2gh}$	0.636	0.636	0.645	0.652	0.660	0.670	0.680	0.688	0.703	0.702

36. 小孔口の理論流速公式

式. 圖(4)に示す様に(I)と(II)との2室があり各室の氣壓は p_1 及 p_2 で m に於ける質點が mn なる経路を通つてベナコントラクタの n に

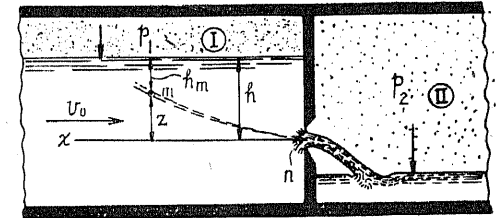


圖. 4.

行くと假定する。Bernoulli の公式により

$$\frac{V_m^2}{2g} + \left(\frac{p_1}{r} + h_m \right) + z = \frac{V_n^2}{2g} + \frac{p_2}{r} \quad (1)$$

然るに $h_m + z = h$

$$h = \frac{V_n^2}{2g} - \frac{V_m^2}{2g} + \frac{p_2}{r} - \frac{p_1}{r} \quad (2)$$

或は

$$V_n = \sqrt{2g \left(h + \frac{V_m^2}{2g} + \frac{p_1 - p_2}{r} \right)} \quad (3)$$

式(3)は任意の流線に對する流速及水壓の關係を示す等式で、高度の變つた流線にある水分子は孔口から變つた流速で流出する譯であるが、若し水位が孔口の高に比し非常の大なる場合は射出流の各分子の流速は殆ど相等しいから平均流速として平均水深に依る流速を採用するも大した誤差を生じない、此の様な孔口を小孔

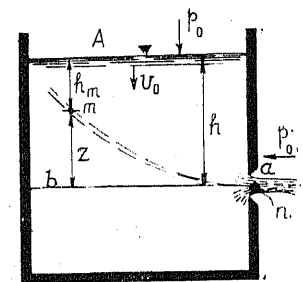


圖. 5.

口と云ふ。 V_i を理論的平均流速とし又接近水路横断面の水分子も全部等速度 V_0 にて流るゝものとすれば(2)及(3)は

$$h = \frac{V_i^2}{2g} - \frac{V_0^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} - \frac{p_1}{\gamma} \quad (4)$$

$$V_i = \sqrt{2g\left(h + \frac{V_0^2}{2g} + \frac{p_1 - p_2}{\gamma}\right)} \quad (5)$$

若し $\left. \begin{array}{l} a = \text{孔口面積} \\ A = \text{接近水路断面積} \end{array} \right\} \text{なるときは}$
$$= \sqrt{2g \frac{h + \left(\frac{p_1 - p_2}{\gamma}\right)}{1 - \left(\frac{a}{A}\right)^2}} \quad (5a)$$

と書換へられる。

普通の場合は水面並に射出流とも大氣に接し $p_1 = p_2 = p_0$; 従つて

$$h = \frac{V_i^2}{2g} - \frac{V_0^2}{2g} \quad (6)$$

$$V_i = \sqrt{2g\left(h + \frac{V_0^2}{2g}\right)} = \sqrt{2g \frac{h}{1 - \left(\frac{a}{A}\right)^2}} \quad (7)$$

貯水池の横断面積が孔口面積に比し無限的に大なるときは即 $\sqrt{1 - \left(\frac{a}{A}\right)^2} \doteq 1$ にして接近流速は殆ど認め難く、 $V_0 = 0$ と看做し得るを以て

$$h = \frac{V_i^2}{2g} \quad (8)$$

$$V_i = \sqrt{2gh} = 4.42945\sqrt{h} \quad (9)$$

此の公式は水面一定なる比較的少量の貯水容積から流出する射出流の流速と孔口水深との関係を示す等式で、完全流体の孔口からの理論流速は物が真空内を水深の距離丈自由落下した場合の速度と全く同じである。之を Torricelli の定理と云ひ水理學上屢々用ひられる原則である。

37. 理論流速公式の修正. 此の理論流速公式は流水が完全流体にして摩擦等に依る損失水頭なく、且つ接近水路内の水分子は平均流速を以て均一に流るゝものと假定した上誘導したものであるが、之れから實際のものに適合する實用公式を誘導するに際しては是等に對し實驗係数を以て修正しなければならない。

a) 接近流速に對する修正. 接近水路内の流速は断面内の各點各々異なる流速を有するのであるから、 $\frac{V_0^2}{2g}$ の代りに $\alpha \frac{V_0^2}{2g}$ を用ひねばならぬ、此値は孔口の形状、大き等には無關係で専ら接近水路内の流速分布の状況に依つて變化し、恒に $\alpha > 1$ であるが殆ど1に近い値を有する。

b) 收縮係數. c_a . ベナコントラクタ断面積 (a_0) の孔口面積 (a) に對する比を收縮係數と稱し。

$$c_a = \frac{a_0}{a} \quad \text{又は} \quad a_0 = c_a a \quad (10)$$

理論的には完全流体の場合は $c_a = \frac{\pi}{\pi+2} = 0.611$ なるも、水の如きものに於ては一般に、 c_a の値は孔口の水深及び其の形状に依り變化し、其の平均値は約0.62である。

c) 流速係數. (c_v). ベナコントラクタに於ける平均流速は摩擦及び粘性の影響を受け理論的に求めたる流速より若干減少する。此の實際流速 (V) の理論流速 (V_i) に對する比を流速係數と云ふ。

$$c_v = \frac{V}{V_i} \quad V = c_v V_i \quad (11)$$

尖縁孔口に於ける此の平均値は約0.98である。

従つて式(5); (7)及(9)は

$$V = c_v \sqrt{2g\left(h + \alpha \frac{V_0^2}{2g} + \frac{p_1 - p_2}{\gamma}\right)} \quad (12)$$

$$V = c_v \sqrt{2g\left(h + \alpha \frac{V_0^2}{2g}\right)} \quad (13)$$

$$V = c_v \sqrt{2gh}; \quad (14)$$

d) 流量係數. $c \doteq 0.62$

實際に孔口から流出する流量は、 $c_a c_v = c$ とすれば

$$Q = V a_0 = c_a c_v \cdot a V_i = c \cdot a V_i \quad (15)$$

實際流量 = 係數 × 理論流量

此の係数 c を流量係数と云ふ。従つて式(5);(7)(9)に相當する流量は

$$Q = ca \sqrt{2g \left(h + \alpha \frac{V_0^2}{2g} + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} \right)}, \quad (16)$$

$$Q = ca \sqrt{2g \left(h + \alpha \frac{V_0^2}{2g} \right)}, \quad (17)$$

$$Q = ca \sqrt{2gh}; \quad (18)$$

又式(17)は接近水路の断面積を A_0 とすれば、 $V_0 = \frac{Q}{A_0}$ であるから

$$Q = \frac{ca \sqrt{2gh}}{\sqrt{1 - \alpha c^2 \frac{a^2}{A_0^2}}}. \quad (19)$$

となり二項定理によつて分母を展開し初めの二項を除いた高次の項を省略すると

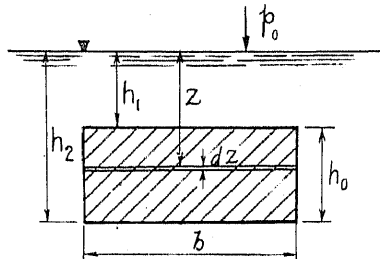
$$Q = ca \sqrt{2gh \left(1 + \frac{\alpha c^2}{2} \frac{a^2}{A_0^2} \right)}. \quad (20)$$

となる。接近流速の修正が必要な場合には式(17)より式(20)の方が便利である。

是等の係数中實用上最も好く用ひらるゝものは流量係数で、其の値は孔口の水深及其形状によつて變化し、其値は専ら實驗に依つて定むの他なく、以下各種の形状に就て其の實驗の結果を述ぶることとする。然し實用上には標準孔口に對して平均値 $c = 0.62$ を採用する事が多い。

Weisbach の圓形孔口に於ける實驗數値

直徑 [cm]	1	2	3	4
水深 0.6 [m]	0.628	0.621	0.614	0.607
0.25 [m]	0.637	0.629	0.622	0.614



圖・6

38. 大 孔 口. 鉛直孔口に於て孔口の高さが平均水深に比して大なる場合は孔口の各點の流出速度は水深の影響を感じる事甚しきが故に、前述の如く平均水深に因る流速を以て孔口の平均速度と假定し其の流量を算出する

は、此場合には不合理である。

a) 矩形孔口. 圖(6)に示す高 h_0 , 幅 b の矩形孔口に於いて接近流速を無視し得る時は微小面積 $b \cdot dz$ の理論流量は

$$dQ_t = b \cdot \sqrt{2gz} \cdot dz$$

$$\text{従つて全流量は} \quad Q_t = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} (h_2^{3/2} - h_1^{3/2}) \quad (21)$$

$$\text{又實際流量は} \quad Q = \frac{2}{3} c b \sqrt{2g} (h_2^{3/2} - h_1^{3/2}) \quad (22)$$

此の場合の流量係数に付ては未だ決定したるものはないが次表は Poncelet 及び Lesbros の實驗數値と、正方形に對する Smith 及び Merriman のそれである。

流量係数 (c) (矩形孔口) Poncelet 及 Lesbros の實驗

孔口上邊 の水深 [cm]	孔口の高 [cm] (孔口の幅員 = 20 [cm])					
	1	2	3	5	10	20
1	0.202	0.660	0.634	0.607		
2	0.695	0.660	0.639	0.616	0.569	0.572
3	0.689	0.659	0.640	0.620	0.600	0.578
5	0.680	0.658	0.640	0.625	0.605	0.585
7	0.674	0.657	0.638	0.627	0.609	0.588
10	0.667	0.655	0.637	0.630	0.611	0.592
20	0.655	0.649	0.634	0.631	0.615	0.598
40	0.646	0.642	0.631	0.629	0.617	0.602
60	0.641	0.638	0.630	0.627	0.617	0.604
80	0.635	0.635	0.628	0.626	0.616	0.605
100	0.629	0.632	0.627	0.625	0.615	0.605
150	0.617	0.620	0.621	0.619	0.611	0.602
200	0.613	0.613	0.613	0.613	0.607	0.601
300	0.609	0.608	0.607	0.606	0.603	0.601

實用公式. 式(22)の代りに $A = b(h_2 - h_1)$; $\frac{h_2 + h_1}{2} = h$; とし

$$Q = c \cdot A \sqrt{2gh} = c \cdot b (h_2 - h_1) \sqrt{2g \frac{h_2 + h_1}{2}} \quad (23)$$

流量係数 (c) (正方形孔口) Smith 及 merriman に依る

孔口中心の高 は $\frac{1}{2}(h_1+h_2)$ [m]	孔口の幅員 b [cm] = h_2-h_1					
	1	2	3	6	12	18
0.1	0.652	0.632	0.622			
0.2	0.648	0.624	0.617	0.605	0.568	
0.3	0.636	0.619	0.613	0.605	0.601	0.599
0.5	0.628	0.618	0.610	0.605	0.602	0.601
0.7	0.625	0.612	0.607	0.605	0.604	0.602
1.0	0.620	0.610	0.607	0.605	0.604	0.603
1.5	0.618	0.609	0.606	0.604	0.603	0.602
2	0.614	0.608	0.605	0.604	0.603	0.602
3	0.611	0.606	0.604	0.603	0.602	0.601
6	0.605	0.603	0.602	0.602	0.601	0.600
15	0.601	0.601	0.600	0.600	0.599	0.599
30	0.598	0.598	0.598	0.598	0.548	0.598

を用ひる事がある。

式 (23) と式 (22) の誤差は、式 (22) に $h_2 = h + \frac{h_0}{2}$; $h_1 = h - \frac{h_0}{2}$ を

代入すれば
$$Q = cbh_0 \sqrt{2gh} \left(1 - \frac{h_0^3}{96h^2} - \frac{h_0^4}{2048h^4} - \frac{h_0^5}{21845h^5} \dots \right)$$

此の級数は $h = h_0$ なる時 0.989; $h = 2h_0$ の時 0.997; 従つて兩式の流量係数 c を相等とし假定すれば、誤差は $h = h_0$ の時 1%; $h = 2h_0$ の時 $\frac{1}{3}$ % に過ぎない。

若し接近流速 V_0 ありて、流出速度に對する影響一様なりと假定すれば、その流速水頭は、 $h_{v0} = \alpha \frac{V_0^2}{2g}$ であるから

式 (22) は
$$Q = cb\sqrt{2g} \left[\left(h_2 + \alpha \frac{V_0^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(h_1 + \alpha \frac{V_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right] \quad (24)$$

又 $c=0.62$ とし $Q = 1.83b [(h_2+h_{v0})^{3/2} - (h_1+h_{v0})^{3/2}] \quad (25)$

$$= 1.83b [h_2^{3/2} - h_1^{3/2}] \quad (V_0 = 0) \quad (26)$$

式 (23) は
$$Q = 2.75A\sqrt{h+h_{v0}} \quad (27)$$

$$= 2.75A\sqrt{h} \quad (V_0 = 0) \quad (28)$$

6) 圓形孔口. 一般公式は

$$Q = c \int_{-r}^r \sqrt{2g(h-z)} \sqrt{r^2-z^2} dz \quad (29)$$

$$= c \cdot \pi \cdot r^2 \sqrt{2gh} \left(1 - \frac{r^2}{32h^2} - \frac{5}{1024} \frac{r^4}{h^4} + \dots \right)$$

級数の和は $h = 2r$ の時 0.992; $h = 4r$ の時 0.998 となるから

$$Q = c \cdot \pi \cdot r^2 \sqrt{2gh} \quad (30)$$

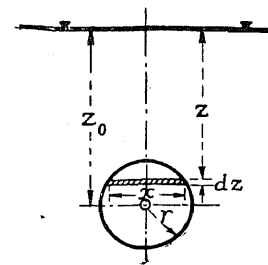


圖. 7.

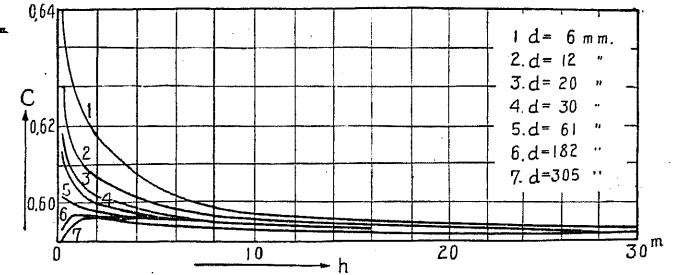


圖. 8.

を用ひるも誤差は 1% を出ない。

c の實驗數値は

流量係数 (c) (圓形孔口) Smith 及 Merriman による

孔口の中 心 水 深 [m]	半 徑 [cm]					
	1	2	3	6	18	30
0.1	0.642	0.626	0.619			
0.2	0.639	0.619	0.613	0.601	0.593	
0.3	0.634	0.613	0.608	0.600	0.595	0.591
0.5	0.626	0.609	0.605	0.600	0.596	0.593
0.7	0.620	0.607	0.603	0.599	0.598	0.596
1.0	0.619	0.605	0.602	0.599	0.598	0.596
1.5	0.614	0.604	0.601	0.598	0.597	0.597
2	0.611	0.603	0.600	0.597	0.596	0.596
3	0.607	0.600	0.598	0.597	0.596	0.555
6	0.699	0.597	0.596	0.596	0.596	0.594
15	0.596	0.595	0.594	0.594	0.594	0.593
30	0.593	0.592	0.592	0.592	0.592	0.592

c) 梯形孔口. 幅 db , 高 dz なる鉛直微小面積からの流量は

$$dQ = c \cdot db \int_0^z \sqrt{2gz} \, dz = \frac{2}{3} c \sqrt{2gz^3} \, db$$

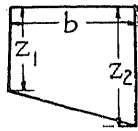


図. 9.

故に全面積からの流量は $\frac{db}{b} = \frac{dz}{z_2 - z_1}$ なるを以て

$$Q = \int_0^b \frac{2}{3} c \sqrt{2gz^3} \, db = \int_{z_1}^{z_2} \frac{2}{3} c \sqrt{2gz^3} \frac{b}{z_2 - z_1} \, dz$$

$$= \left[\frac{2}{3} c \sqrt{2g} \frac{2}{5} z^{5/2} \frac{b}{z_2 - z_1} \right]_{z_1}^{z_2} = \frac{4}{15} c \sqrt{2g} b \frac{z_2^{5/2} - z_1^{5/2}}{z_2 - z_1} \quad (31)$$

若し孔口が多角形の場合には、之れを数個の梯形として考へ、上記の公式を應用すれば、孔口の流量は求める事が出来る。

例題. 1. 圖 (10) の如き三角形孔口よりの流出量

之れを2箇の梯形 $A'A'C'C'$ 及び $C'C'BB'$ 並びに矩形 $A'A'BB'$ の組合せと考ふれば

梯形よりの流出量は $Q_1 = \frac{4}{15} c \sqrt{2g} b \frac{z_2^{5/2} - z_1^{5/2}}{z_2 - z_1} = \frac{4}{15} \times 0.6 \times 4.43 \times 4 \frac{8^{5/2} - 5^{5/2}}{8 - 5}$

$$= 118 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$$

矩形よりの流出量 $Q_2 = \frac{2}{3} c \sqrt{2g} b z_1^{3/2} = \frac{2}{3} \times 0.6 \times 4.43 \times 4 \times 5^{3/2}$

$$= 79.2 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$$

故に三角形よりの流出量は

$$Q = Q_1 - Q_2 = 38.8 \left[\frac{m^3}{sec} \right]$$

例題. 2. 面積 $a = 100 [cm^2]$

を有する正方形孔口及圓形孔口の流量を比較す。但し重心の水深は共に $15 [m]$ とす。

表により流量係数は、正方形孔口に

は $c = 0.599$

又 $\gamma = \sqrt{\frac{100}{\pi}} = 5.64 [cm]$ なる故圓形孔口には $c = 0.594$

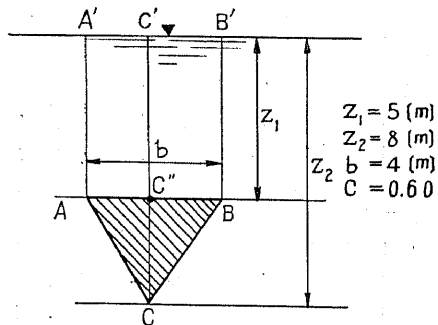


圖. 10.

故に式(23)を用ひれば、正方形孔口 $Q = cA \sqrt{2gh} = 0.599 \times 100 \sqrt{2 \times 981 \times 1500}$

$$= 102850 \left[\frac{cm^3}{sec} \right]$$

圓形孔口 $Q = cA \sqrt{2gh} = 0.594 \times 100 \sqrt{2 \times 981 \times 1500}$

$$= 101990 \left[\frac{cm^3}{sec} \right]$$

d) 一般公式. 低い水深の孔口よりの流出量を與ふる一般公式は、圖(11)に於て $dA = x \cdot dy$; $z = h + y \sin \varphi$

$$= h \left(1 + \frac{y}{h} \sin \varphi \right)$$

であるから、收縮係

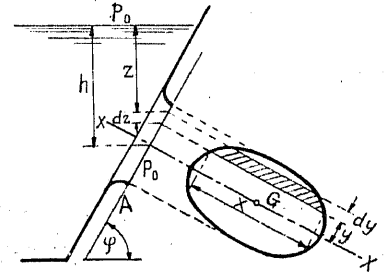


圖. 11.

數を常數と假定すれば

$$Q = \int c dA \sqrt{2gh \left(1 + \frac{y}{h} \sin \varphi \right)} \quad (32)$$

然るに $\left(1 + \frac{y}{h} \sin \varphi \right)^{1/2} = 1 + \frac{1}{2} \sin \varphi \frac{y}{h} - \frac{1}{8} \left(\frac{y}{h} \right)^2 \sin^2 \varphi + \frac{1}{16} \left(\frac{y}{h} \right)^3 \sin^3 \varphi -$

又 h を孔口重心迄の水深とすれば

$$\int dA = A; \quad \int y dA = 0; \quad \int y^2 dA = I$$

にして3次以上の項を省略して

$$Q = c \sqrt{2gh} \left(A - \frac{1}{8} \frac{I}{h^2} \sin^2 \varphi \right) \quad (33)$$

39. 不完全收縮の孔口. Bidone 及 Weisbach に従へば不完全收縮の場合の

流量係数は次の様な關係がある。

$$\frac{c_u}{c} = 1 + \mu \frac{\text{抑制せられた周囲の長さ}}{\text{孔口の全周囲長さ}} \quad (34)$$

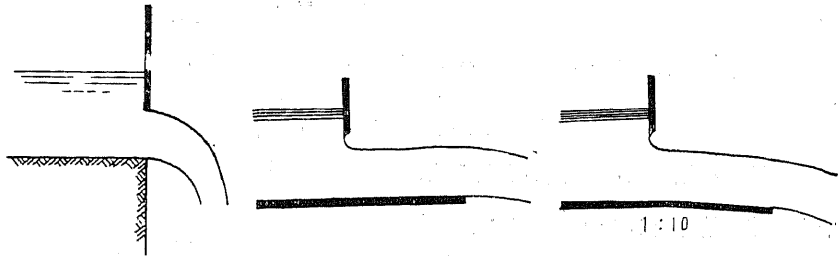
$c_u =$ 不完全收縮孔口の流量係數

$c =$ 完全收縮孔口の流量係數

μ は係數で孔口の形に従ひ次の様な値をとる。

	圓 形	正 方 形	小 矩 形	矩 形 (幅 20 [cm], 高 10 [cm])
μ	0.128	0.152	0.137	1.57

尙 Lesbros は圖の様な孔口に於て三種類の實驗をなし下表の如き結果を得た。



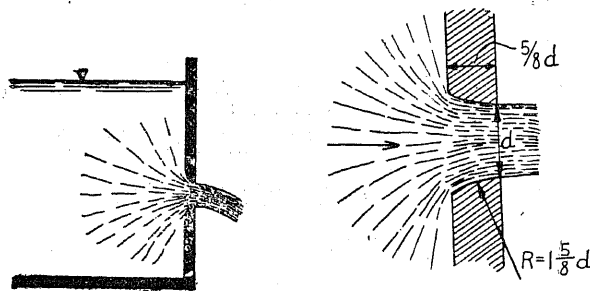
圖・12.

圖・13

圖・14

流量係數 (c) Lesbros の實驗

孔口の上 縁地の水 深 [cm]	孔口の高 5 [cm]				孔口の高 20 [cm]			
	標準孔口		底面に接する孔口		標準孔口		底面に接する孔口	
	自由射出	自由射出 (A)	底面が水 平なるも の (B)	底面が傾斜 してをるも の (C)	自由射出	自由射出 (A)	底面が水 平なるも の (B)	底面が傾 斜するも の (C)
2	0.616	0.664	0.487	0.585	0.572	0.599	0.480	0.527
5	0.625	0.667	0.571	0.614	0.585	0.608	0.510	0.553
10	0.630	0.669	0.605	0.632	0.592	0.615	0.538	0.574
20	0.631	0.670	0.617	0.645	0.598	0.621	0.566	0.592
50	0.628	0.668	0.626	0.652	0.603	0.623	0.592	0.607
100	0.625	0.666	0.628	0.651	0.605	0.624	0.600	0.610
150	0.619	0.665	0.627	0.654	0.602	0.624	0.602	0.610
200	0.613	0.664	0.623	0.650	0.601	0.619	0.602	0.609
300	0.606	0.662	0.618	0.649	0.601	0.610	0.601	0.608



圖・15.

若し孔口の周壁を射出流の流線と殆ど平行に作れば一圖 (15) 收縮係數は 1 となり、後述する鈴形筒管と其の作用全く同じになり流出量は極めて大い。

40. 水中孔口及び水面孔口. $c \doteq 0.81$

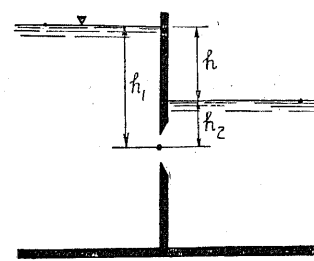
孔口が全部水中にあるものを水中孔口と云ふ、普通其の流量は水位差 $h_1 - h_2 = h$ に因るものと假定し、前と同一記號を用ひて

$$V_t = \sqrt{2gh}$$

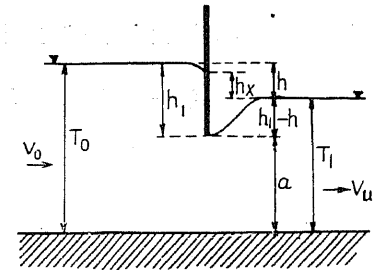
$$V = c_v \sqrt{2gh}$$

$$Q = c_u \cdot c_v \cdot a \sqrt{2gh} = c \cdot a \sqrt{2gh} \quad (35)$$

とする但し流量係數は



圖・16.



圖・17.

流量係數表 (Fröhlich の實驗による)

水門口の高 (a) [m]	1	2	3	4	5
水位差 (h) [m]	5.5	4.5	3.5	2.5	1.5
壁の水中にある部分 $h_1 - h$ [m]	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
c	0.73	0.75	0.78	0.84	0.90

Wisconsin 大學の報告に依れば

流入口の状態	最大	最小	平均
縁が角張るもの	0.625	0.605	0.61
縁が拋物線的に丸味を有し收縮を抑制するもので抑制が	底部のみ	0.625	0.64
	底部及一邊のみ	0.735	0.69
	底部及二邊	0.825	0.78
全周	0.970	0.919	0.95

尙此の孔口に四角の筒管を附し收縮を抑制して實驗せる結果次の様な公式を

得た。

$$\frac{L}{D} \leq 0.1 \quad c = 0.605 + 0.019 n^2$$

$$\frac{L}{D} \geq 3.0 \quad c = 0.786 + 0.0055 n^2$$

但 L = 筒管の長

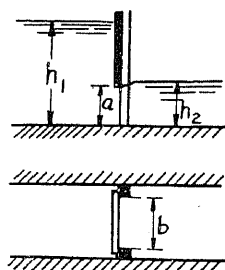
D = 筒管の邊長

n = 抑制せる邊の數

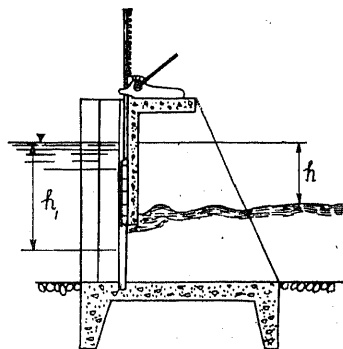
尙水門に付ては次の様な

Bornemann の實驗公式がある。圖 (18)

$$Q = (0.6378 + 0.30 \frac{a}{h_1^2 - 0.5a}) a \cdot b \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \quad (36)$$



圖・18



圖・19

尙圖 (20) の如く傾斜した引揚扉に付き Poncelet は

$\tan \delta$	0	0.5	1
c	0.7	0.74	0.8

なる實驗係數を發表して居る。

水面孔口。圖 (21) に示す様に孔口の一部が水中にあり一部が水上にあるものを水面孔口と云ひ、若し孔口の幅を b とすれば孔口からの全流量は孔

口の上の部分

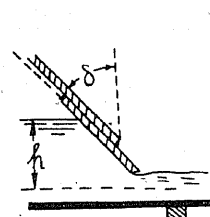
(I)からの流量

と下の部分(II)

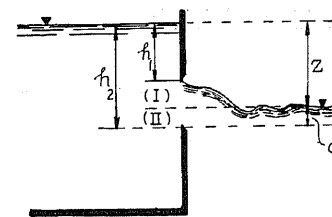
からの流量との

和と考へる事が

出来る。



圖・20



圖・21

(I) の部分

$$Q_I = \frac{2}{3} c' b \sqrt{2g} (z^{\frac{3}{2}} - h_1^{\frac{3}{2}}) \quad (37)$$

(II) の部分

$$Q_{II} = c'' b \sqrt{2gz} (h_2 - z) \quad (38)$$

$$Q = Q_I + Q_{II} = b \sqrt{2g} \left\{ \frac{2}{3} c' (z^{\frac{3}{2}} - h_1^{\frac{3}{2}}) + c'' \sqrt{z} (h_2 - z) \right\} \quad (39)$$

$h_2 - z = d$ なる故

$$Q = b \sqrt{2g} \left\{ -\frac{2}{3} c' (z^{\frac{3}{2}} - h_1^{\frac{3}{2}}) + c'' d \sqrt{z} \right\} \quad (40)$$

是等の流量係數に關しては實驗に乏しく其の數値は全く不確實なるものと言はねばならぬ、安全の爲に

$c' = 0.63$; $c'' = 0.53$ とする時は

$$Q = 1.863 (z^{\frac{3}{2}} - h_1^{\frac{3}{2}}) + 2.355 b d \sqrt{z} \quad (41)$$

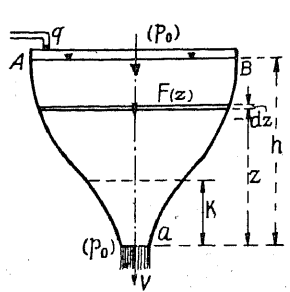
Wien に於ける實驗によれば

$$\left. \begin{aligned} Q_I &= \frac{2}{3} c b \sqrt{2gh} (z - h_1) & c &= 0.60 \\ Q_{II} &= c b \sqrt{2gh} (h_2 - z) & c &= 0.80 \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

41. 容器よりの流出量と時間との關係。

1) 水平孔口。孔口からの流出量 Q は水深 (z) の函數であるから、容器の平面積が小さく、孔口からの流出量により水深が影響せらるゝ場合には、流出量は時間と共に變化する。此の場合、流出係數 (c) も亦水深 (z) の函數であるけれども、普通は之れを常數と看做し c とする。

容器への流入量を、 $q \left[\frac{m^3}{sec} \right]$ とし孔口面積を a 、其水深を h とすれば



$q \begin{cases} > \\ < \end{cases} c a \sqrt{2gh}$ に従ひ、表面水位は $\left\{ \begin{matrix} \text{上昇} \\ \text{平衡} \\ \text{下降} \end{matrix} \right\}$ を

なす

今水位の下降の場合を考へる。

水位が z 迄下降せる時、 dt 時間内に容器から減少する水量は $(c a \sqrt{2gz} - q) dt$ にして、容器の面積 A を z の函数 $F(z)$ にて示せば

圖・22.

$$(c a \sqrt{2gz} - q) dt = -F(z) dz, \quad (43)$$

若し $\sqrt{k} = \frac{q}{c a \sqrt{2g}}$ とすれば

$$dt = \frac{F(z) dz}{q - c a \sqrt{2gz}} = \frac{1}{c a \sqrt{2g}} \frac{F(z)}{\sqrt{k} - \sqrt{z}} dz,$$

故に水面が z 迄下降するに要する時間は

$$t = \frac{1}{c a \sqrt{2g}} \int_h^z \frac{F(z) dz}{\sqrt{k} - \sqrt{z}}; \quad (44)$$

其流量は

$$Q = \int_z^h F(z) dz; \quad (45)$$

若し流入量なき場合は $q = 0; k = 0$ なるを以て容器の空になる迄の時間は

$$T = \frac{1}{c a \sqrt{2g}} \int_0^h \frac{F(z) dz}{\sqrt{z}}, \quad (秒) \quad (46)$$

例題・1. 容器筒體なる時、即 $A = F(z) = \text{常數} (A_0)$ 圖(23)

a) 注入量のある時、即 $q \neq 0; k \neq 0$,

$$t = \frac{A_0}{c a \sqrt{2g}} \int_h^z \frac{dz}{\sqrt{k} - \sqrt{z}} = \frac{2A_0}{c a \sqrt{2g}} \left[\sqrt{k} - \sqrt{z} + \sqrt{k} \log \frac{\sqrt{k} - \sqrt{z}}{\sqrt{k} - \sqrt{h}} \right] \quad (47)$$

$z = k$ なる限界即ち注入量と放出量とが等しくなる様な限界水位に達する時間は無限大であつて事實かゝる事は起り得ない。

b) 注入量のなきとき $q = 0$ の時は

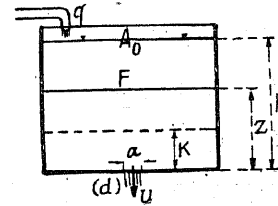
$$T = \frac{A_0}{c a \sqrt{2g}} \int_0^h \frac{dz}{\sqrt{z}} = \frac{2A_0 \sqrt{h}}{c a \sqrt{2g}} = \frac{2A_0 h}{c a \sqrt{2gh}} \quad (48)$$

= 容 器 の 體 積 の 二 倍;
最 初 の 流 出 量

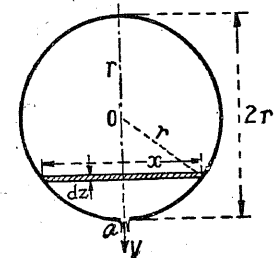
例題・2. 容器球形なる場合、 圖(24)

$$A = x^2 \frac{\pi}{4}; \quad \frac{x^2}{4} + (\gamma - z)^2 = \gamma^2 \quad \text{即} \quad \frac{x^2}{4} = 2\gamma z - z^2$$

$$T = \frac{\pi}{c a \sqrt{2g}} \int_0^{2\gamma} \frac{2\gamma z - z^2}{\sqrt{z}} dz = \frac{8}{5} \cdot \frac{4\gamma^3 \frac{\pi}{3}}{c a \sqrt{2g} \cdot 2\gamma} \quad (49)$$



圖・23.

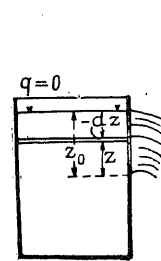


圖・24.

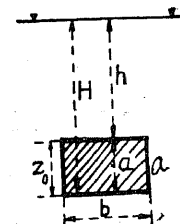
B) 鉛直孔口. 此の場合も $c = \text{常數}$ と假定する、水位の下降する場合に付て考ふれば流入量 q は.....圖(26)

$$q < \frac{2}{3} c b \sqrt{2g} [H^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}}]$$

でなければならぬ。



圖・25.



圖・26.

任意の水深 (z) に於ける dt 時間内の容器からの減少水量は

$$\left\{ \frac{2}{3} cb\sqrt{2g} [z^{\frac{3}{2}} - (z-z_0)^{\frac{3}{2}}] - q \right\} dt = -F(z) dz$$

孔口上縁迄下降する時間は、

$$T_1 = \int_{z_0}^H \frac{F(z) dz}{\frac{2}{3} cb\sqrt{2g} [z^{\frac{3}{2}} - (z-z_0)^{\frac{3}{2}}] - q} \quad (50)$$

下端迄下降する時間は、

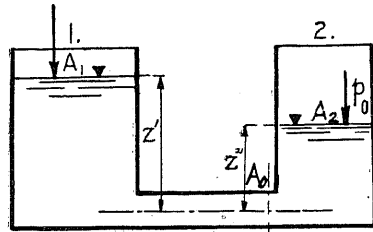
$$T_2 = \int_0^{z_0} \frac{F(z) dz}{\frac{2}{3} cb\sqrt{2g} z^{\frac{3}{2}} - q} \quad (51)$$

全部流出するに要する時間は

$$T = T_1 + T_2 \quad (52c)$$

42. 2 箇の容器を連絡せる場合.

容器 (1) 及 (2) の断面積をそれぞれ A_1 及 A_2 とする。夫等の水位は連絡管路の中心軸より z' 及 z'' にありとすれば (dt) 時間内に流れる水量は 管路断面



図・27.

を A_0 ; $z' - z'' = z$ とし

$$cA_0\sqrt{2gz} dt = -A_2 dz''$$

又兩水面の壓力は相等しとすれば

$$A_1 dz' = -A_2 dz''$$

$$dz = dz' - dz''$$

であるから上式の右邊は

$$A_2 dz'' = \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2} dz$$

水位差が h から z 迄減つたとすれば

$$t = \frac{1}{cA_0\sqrt{2g}} \int_z^h \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2} \frac{dz}{\sqrt{z}} \quad (53)$$

容器壁體の時 $A_1 = \text{常數}$ 又 $A_2 = \text{常數}$ であるから

$$t = \frac{2}{cA_0\sqrt{2g}} \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2} (\sqrt{h} - \sqrt{z}) \quad (54)$$

若し (2) の容器の水位が可動堰其の他により調節せらるゝか、乃至は其断面、無限的に大なる時は $A_1 + A_2 = A_2$ としても差支なく

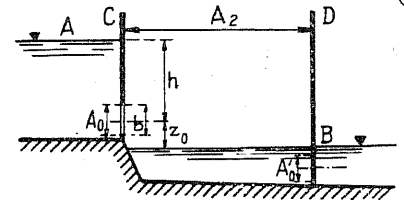
$$t = \frac{2A_1}{cA_0\sqrt{2g}} (\sqrt{h} - \sqrt{z}) \quad (54_a)$$

若し又 (1) の容器に注入量あつて其の水位不變とする時は

$$t = \frac{2A_2}{cA_0\sqrt{2g}} (\sqrt{h} - \sqrt{z}) \quad (54_b)$$

例題・1. 圖 (28) の如き開門に於て其の開室を満水すべき時間を計算する場合。

給水孔 (A_0) より水流は孔口の射出流と同様であつて、3つの段階に分けられる、1) 圖の様に開室の水位が給水孔より下にある時は自由射出流で、2) 開室内の水位が上昇して給水孔の下端に達してから其上端へ達する迄は水面孔口と同じく、3) それ以上開室水位が上區水位と同じくなる迄は水中孔口の場合に當る、然るに (2) の場合は其の状態の不安定なると流量係數の不確實なる爲に殆ど實用にならぬから、實際は計算が簡單なる爲に次の様に假定する。



図・28.

即ち孔口の中心迄は自由射出流とし (t_1)、中心以上の水位に對しては水中孔口として計算する (t_2)、故に全體に満す時間は

$$t = t_1 + t_2 = \frac{A_2}{cA_0} \frac{z_0 + 2h}{\sqrt{2gh}}$$

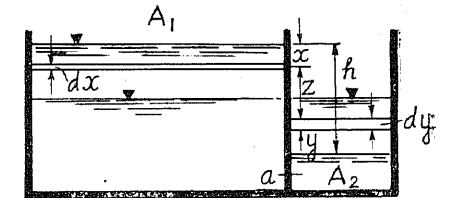
又 A_0 から放流する場合即ち開室の空になる時間は

$$t = \frac{A_2}{cA_0\sqrt{2g}} \sqrt{z_0 + h} \quad (55_a)$$

此の場合 $c = 0.60$ とするが普通である (Eytelwein)

例題・2. 面積 A_1 及 A_2 の二

室が通水口 a によりて連絡せられてを、其の水位差 $h = 3$ [m] なる時同一水位



$$A_1 = 3 \times 8 [m^2], \quad A_2 = 3 \times 3 [m^2]$$

$$a = 0.3 \times 0.5 [m^2], \quad h = 3 [m]$$

$$c = 0.85$$

図・29.

になる迄の時間を求め、但し $c = 0.85$ とす。

一般に水位差を z とし、 dt 時間内に A_1 室の水位の下降を dx , A_2 室の水位上昇を dy とすれば水位差の減少は $-dz$ であつて A_2 室に注入した流量は dQ

$$dQ = A_1 dx = A_2 dy = ca\sqrt{2gz} dt = 0.85 \times 0.15 \times 4.43\sqrt{z} dt = 0.565\sqrt{z} dt$$

然るに $x+y+z = h$; $px+dy = -dz$

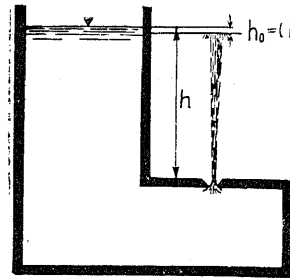
$$\text{故に } ca\sqrt{2g} \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) dt = -\frac{dz}{\sqrt{z}} = 0.565 \left(\frac{1}{3 \times 8} + \frac{1}{3 \times 3} \right) dt = \frac{6.21}{72} dt$$

之れを h から 0 迄積分すれば

$$ca\sqrt{2g} \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) T = -\int_h^0 \frac{dz}{\sqrt{z}} = 2 \left[\sqrt{-z} \right]_0^h = 2\sqrt{h} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{従つて } T = 2\sqrt{3} \times \frac{72}{6.21} = 40 \text{ [秒]}$$

43. 孔口に於ける損失水頭、水深 h なる孔口からの流速は摩擦等の爲に理論



圖・30.

流速よりも小さく

$$V = c_v \sqrt{2gh}$$

従つて孔口に於て流速 V を得る爲に必要な水頭は

$$h = \frac{1}{c_v^2} \frac{V^2}{2g} \quad (56)$$

若し孔口中心を基準面に採る時は h は

損失水頭を含む總水頭であつて損失水頭

h_0 は

$$h_0 = \frac{1}{c_v^2} \frac{V^2}{2g} - \frac{V^2}{2g} = \left(\frac{1}{c_v^2} - 1 \right) \frac{V^2}{2g} \quad (57)$$

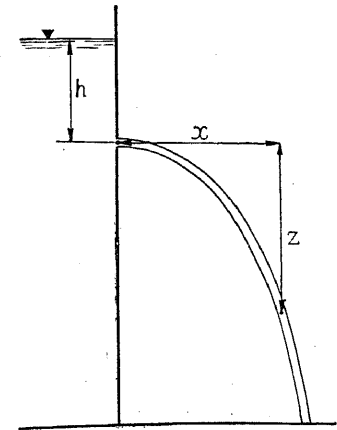
$$\text{尖縁孔口では } c_v = 0.98 \text{ なる故 } h_0 = 0.041 \frac{V^2}{2g} \quad (57a)$$

又 $V = c_v V_t$ であるから

$$\left. \begin{aligned} h_0 &= (1 - c_v^2) h \\ \text{或は } h_0 &= 0.040 h \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

此の 2 式は流速係数の知られて居る孔口又は筒管に應用する公式である。

44. 流速係數決定の方法. 孔口から水が射出する際射出流の方向は最初は孔口に垂直であるが、水平孔口以外では重力の爲に直ちに下向の曲線となる。圖(31)に於て x 及 y を射出流の軌跡の任意の點の位置とする、若し V がベナコントラクタに於ける流速とすると t 時間内に動く水平距離は $x = Vt$ 又射出流は重力加速度を有するから落體の法則により、垂直距離 $z = g \frac{t^2}{2}$ 丈落下する、故に射出流の軌跡は



圖・31.

$$x^2 = \frac{2V^2}{g} z \quad (59)$$

となりベナコントラクタを頂點とする拋物線を畫きつゝ落下する事が分る。

又

$$V = c_v \sqrt{2gh}$$

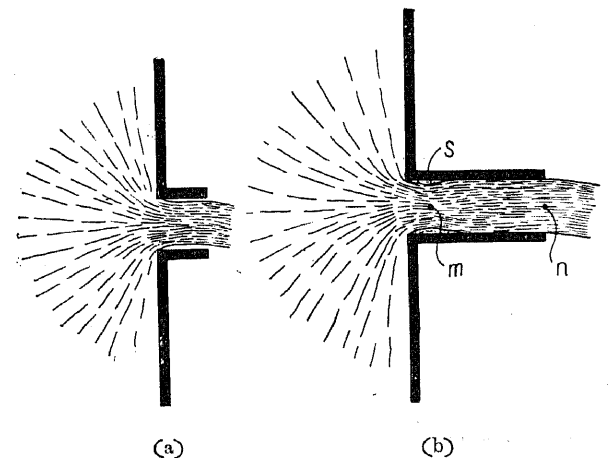
なる故に

$$x^2 = 4c_v^2 h \cdot z \quad (60)$$

豫め $x, z,$ 及 h を測定しておくとき此の公式を用ひて c_v を計算する事が出来る。

45. 筒管. 圖

(32)(a) の様な筒管に於ては射出流は全く筒管に接せぬ爲、其の流線の状態は尖縁孔口の場合と同じであるが、若し射出流が筒管の内面に接すると其の状態が變



圖・32.

化する、直径の 2.5 倍の長を有し且つ孔口の周囲の尖鋭なる筒管を標準筒管と云ひ、低水位の場合には射出流は一度収縮し再び擴散して管内に充滿する、高水位の場合には最初は射出流は管面に接しないから放出口を一度止めて再び流出させるとやはり充滿して流れる、射出流内にある空氣は壓力の稀薄な s なる箇所に集まり其の流量は孔口射出流の場合よりも多くなる。

若し接近流速を無視すると放出口の理論流速は Bernoulli の公式から

$$V_i = \sqrt{2gh} \quad (61)$$

放出口に於ては管に充滿して水が流れる故收縮係数は 1 である。

實驗の結果は流量係數 c 即ち流速係數 c_v は 0.815 約 0.82 であつて、これは水深及筒管の直径並に長と共に變化する。

(Weisbach)

直径 [cm]	1	2	3	4
c_v	0.843	0.832	0.821	0.810

(Weisbach)

長 : 直径	1.0	3.0	100
c_v	0.88	0.82	0.78

式 (61) は

$$V = c_v \sqrt{2gh} = 0.82 \sqrt{2gh}$$

收縮係数は 1 なる故

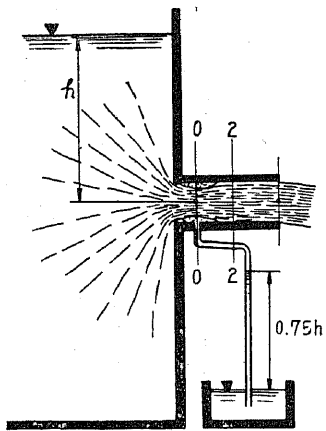
$$Q = c \cdot a \sqrt{2gh} = 0.82a \sqrt{2gh} \quad (62)$$

従つて流量は同一直径の尖鋭孔口よりも約 $\frac{1}{3}$ 多い。

放出口及ベナコントラクタに付てそれぞれ下附 (0) 及 (2) を添加すると、水面から (2) 迄には殆ど損失水頭がないから之れを無視して

$$\frac{p_0}{\gamma} + h = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

又 (0) から (2) 迄の間の摩擦を無視



圖・33.

すると a_0 が a に擴散する爲の損失水頭のみであるから、

$$h_0 = \frac{V_0^2}{2g} (m-1)^2 \quad \text{但し} \quad m = \frac{1}{c_v}$$

故に

$$\frac{p_0}{\gamma} + h = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} = \frac{V_0^2}{2g} [1 + (m-1)^2] + \frac{p_0}{\gamma} \quad (63)$$

$$V_0 = c_v \sqrt{2gh}$$

とすると

$$\frac{1}{c_v^2} = m^2 - 2m + 2 \quad (64)$$

となる。

c_v の平均値は 0.825、従つて $m = 1.685 = \frac{1}{0.594}$; 又 $\frac{1}{m} = 0.62$

の場合即ち孔口るときには $c_v = 0.852$ となる、此の兩者の差違は殆ど擴散による損失で上記のものより實際は少し大きい、今損失水頭 (h_0) を $k \frac{V_0^2}{2g} (m-1)^2$ としこれを式 (63) に代入すれば、式(64)は

$$\frac{1}{k c_v^2} = m^2 - 2m + 1 + \frac{1}{k}$$

c_v 及 $\frac{1}{m}$ の値をそれぞれ 0.825 及 0.620 とすると $k = 1.25$ となる。

最初の式に於て V_2 の代りに $m c_v \sqrt{2gh} = m V_0$ を代入すると、此の式は $\frac{p_2}{\gamma} = h (1 - m^2 c_v^2) + \frac{p_0}{\gamma}$ となり c_v 及 m の値を 0.825 及 $\frac{1}{0.62}$ と假定せば $\frac{p_2}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} - 0.763 h$ となる。これは $\frac{p_2}{\gamma}$ の實際値 $-0.75 h$ と極て接近してをる。

故に若し圖(33)の如く硝子管を連結すれば、水は約 0.75 h 丈上昇する。

換言すれば此の場合は、水深 h が 0.75 h 丈増加せるものと結果が同一なる故それ丈流量は増大する譯である。

尙標準筒管全長の損失水頭は一般に

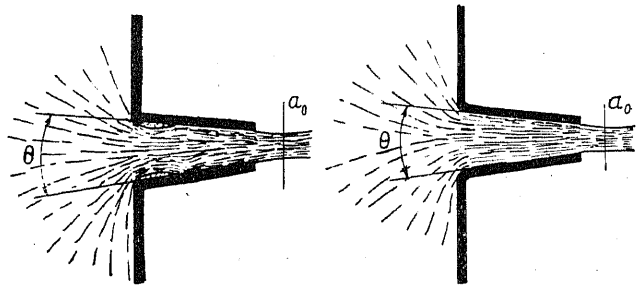
$$h_0 = \left(\frac{1}{c_v^2} - 1 \right) \frac{V^2}{2g} \quad (65)$$

で $c_v = 0.82$ とすれば

$$h_0 = 0.50 \frac{V^2}{2g} \quad (65_a)$$

この公式は重要なもので即ち管路の入口は普通標準筒管と假定するから管路の入口に於ける損失水頭の計算には此の公式を使用する。

46. 収斂筒管. 截頭圓錐形の筒管で圖(34)の様に太い方が流入口となれ



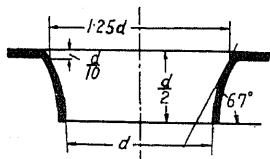
圖・34

るものを収斂筒管と云ひ、これには流入口の縁邊に丸味のあるものと尖鋭なるものとがある、射出流は管の放出口の僅か先の方で収縮し収縮係数は収斂角度 θ の増加と共に減少し $\theta = 180^\circ$ のときは $c_c = 0.62$ になる。流速係数 c_v は θ と共に減少する。

係 數 表 (d'Aubuisson 及 Castel の實驗を基とせるもの)

	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	40°	50°
c_v	0.829	0.911	0.947	0.965	0.971	0.970	0.976	0.981	0.984
c_c	1.000	0.999	0.992	0.972	0.952	0.935	0.918	0.888	0.859
c	0.829	0.910	0.939	0.938	0.924	0.911	0.896	0.871	0.845

尚丸味を有する流入口に於ては、 c_v 及 c は増加するがその値は丸味の程度



圖・35

に依り一定しない。収縮する射出流の形に合致する様に丸味をつけた場合が最大値を與へる。

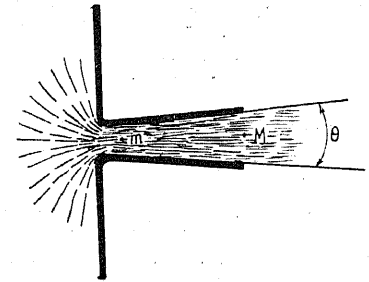
鈴形筒管. 孔口に於ける射出流の流線と殆ど同様な曲面を以て作つた筒管で、筒管面に對する水流からの壓力は 0 である。収縮係數

$c_v = 1$ で流速係數及び流量係數 $c_0 = c = 0.975$ である。

47. 擴散筒管. 圓錐形の筒管で細い方を流入口とせるものである、圖(36)の様に流入口の角邊が丸味を帶び擴散角度も餘り多くなく且つ長さも短き場合には水は充滿して流れる、其の流速は

$$V_i = \sqrt{2gh}$$

$$V = c_v \sqrt{2gh} \quad (66)$$



圖・36

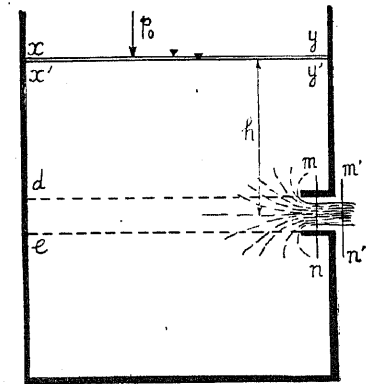
c_v は流出口に於ける流速係數で、状態の極めて良好の場合にも其の大き極めて小さく、Venturi 及 Eytelwein の實驗では $c_v = 0.46$ 、これを用ひると損失水頭 $h_0 = 0.79 h$ となる。

此の様に損失水頭が大きいけれども其の流量は同一直徑の尖縁孔口の流量の約 2.5 倍ある、其の損失水頭は大部分流入口と流出口との間に於て起るもので、此の部分にては水流が擴散し渦流となる傾向がある爲、大なるエネルギーを失ふ。Venturi の實驗では $\theta = 5^\circ$ 管長が最小直徑の 9 倍位のときが、最も能率が良好なりと言はれてをる、圖(36)の如きものを Venturi 筒管と云ふ。

48. Borda の嘴管. 圖(37)の如く短き圓筒が内側に向つて挿入せられたもので圓筒の直徑と其の長さの相等的なものを Borda の嘴管と云ひ射出流の収縮程度最も大きく實驗せる収縮係數が理論的に求めたものと一致する。

ベナコントラクタに於ける斷面積を a' 、流速を V 、孔口斷面積を a とする。

貯水池の面積が孔口面積に比して無限



圖・37

的に大きいときには接近流速を無視し得るから水平壓力は $d-e$ に及ぼすものを除き凡て釣合ふものと考へられる、 $d-e$ 上の總代壓力は rah でこれは嘴管から出る水の水平加速度である。

t 時間内に、 $xy mn$ の水が $x'y'm'n'$ に動いたものとすれば、此の質量の運動量變化は、 $x'x'y'y$ 並に $mm'n'n'$ の質量の運動量の差に等しい、然るに $x'x'y'y$ の運動は全く鉛直である、故に水平運動量の變化は $mm'n'n'$ の運動量に等しく且これは壓力 rah により生じたものである。故に $mm'n'n'$ の質量は $\frac{a'Vtr}{g}$; 其の運動量は $\frac{a'V^2tr}{g}$; 又壓力 rah の撃力は $raht$ であるから

$$raht = \frac{a'V^2tr}{g} \tag{67}$$

$$\frac{a'}{a} = \frac{gh}{V^2}$$

又 $V = c_v \sqrt{2gh}$ (68)

故に $\frac{a'}{a} = c_v = \frac{1}{2c_v^2}$ (69)

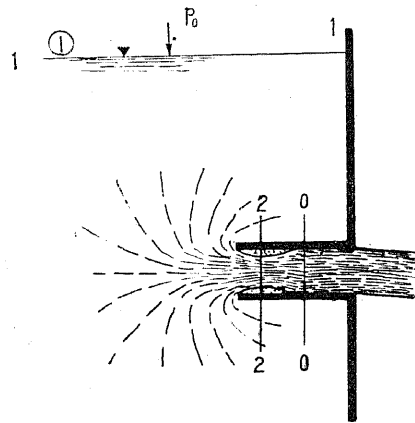


図. 38.

今流速係数を 1 と假定すると收縮係数は理論的に 0.5 となる或は $c_v = 0.98$ とすれば、尖縁孔口の場合と同じく收縮係数は 0.52 となり此の値は實驗のそれと大體一致してをる。

尙此の圓筒の長が直径の 2.5 倍もある場合…圖 (38) …は其の射出流は大體標準筒管と同様であるが只流入口附近の射出流の收縮程度が少し大きい、放出口に於ては水は充滿

して流れる故 $c_a = 1$ で、従つて $c_v = c$ である。

49. 損失水頭. ベナコントラクタ a_1 から再び擴散して a になる爲の損失水

頭は圖 (38) に於て一般に

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} + z_0 + \text{損失水頭}$$

擴散に依る損失水頭は $\frac{V_0^2}{2g} \left(\frac{1}{c_a} - 1 \right)^2$ 又は $\frac{V_0^2}{2g} (m-1)^2$; 但 $m = \frac{1}{c_a}$

故に $\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} [(m-1)^2 + 1] + z_0$ (70)

但し水面に於けるものに符號 (1) をつけ擴散せる箇所を於けるものに (0) を附してある。 $p_1 = 0, v_1 = 0; z_1 - z_0 = h$ なる故

$$\frac{p_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} [(m-1)^2 + 1] = h$$

又、運動量の等式をつくれば

$$r \cdot a \cdot h - p_0 a = \frac{r}{g} a \cdot V_0^2$$

故に $h - \frac{p_0}{\gamma} = \frac{V_0^2}{g}$

然るに $h - \frac{p_0}{\gamma} = \frac{V_0^2}{2g} [(m-1)^2 + 1]$

$$\frac{(m-1)^2 + 1}{2} = 1 \tag{71}$$

故に 或は $(m-1)^2 = 1; \text{又 } m = 2$ (72)

となる即ち Borda の嘴管が、水が充滿して流れるときには、其のベナコントラクタの收縮係数は 0.5 である。

若し射出流が大氣に放流する場合には、 $p_0 = 0$ であるから

$$V_0^2 = gh; \text{ 又は } V_0 = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{2}} \tag{73}$$

Borda の嘴筒の自由射出流の場合の約 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍の流速を有す、尙此の場合には自由射出流の斷面積の倍の斷面積を有するから、其の流量は約 $\sqrt{2}$ 倍になる、従つて流量係数も約 $\sqrt{2}$ 倍になる、

即 $\frac{1}{c_v^2 \sqrt{2}}$ であり、今 $c_v = 0.975$ とすると $c = 0.745$ となる。

Bilton の實驗によると c の値は

直 径 [m.m]	3.18	6.35	9.53	12.7	19.05	25.4	38.1	50.8	63.5
c	0.91	0.87	0.85	0.83	0.81	0.79	0.77	0.76	0.75

此の表の値と計算値が一致しないのはベナコントラクタに於ける断面積が粘性等の影響の爲に0.5αより大いからである。尚擴散する場合の渦動の爲に流量が増大する事をさまたげる。

ベナコントラクタと擴散せる部分とに Bernoulli の等式を作れば

$$\frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 = \frac{p_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} + z_0 + h_0; \quad (74)$$

h_0 = 擴散による損失水頭

式(72)により

$$h_0 = \frac{V_0^2}{2g} (2-1)^2 = \frac{V_0^2}{2g}$$

又

$$V_2 = 2V_0$$

故に

$$\frac{p_0 - p_2}{\gamma} = \frac{4V_0^2 - 2V_0^2}{2g} + (z_2 - z_0) = \frac{V_0^2}{g} + (z_2 - z_0) \quad (75)$$

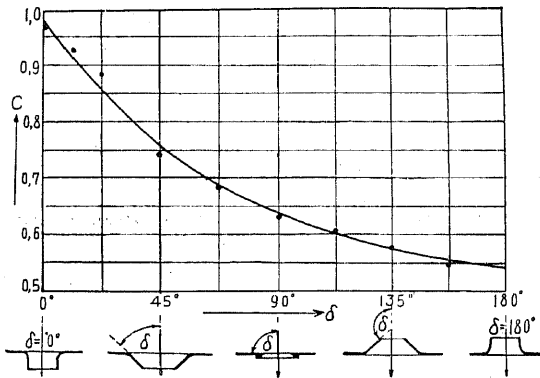
又

$$V_0^2 = gh_0$$

故に

$$\frac{p_0 - p_2}{\gamma} = h_0 + z_2 - z_0 \quad (76)$$

射出流が大氣中に出る場合にして、筒管水平なる時は $z_2 = z_0$ なる故



圖・39.

$$\frac{p_2}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} - h_0 \quad (77)$$

となるベナコントラクタに於ける壓力は大氣壓より γh_0 丈少い。

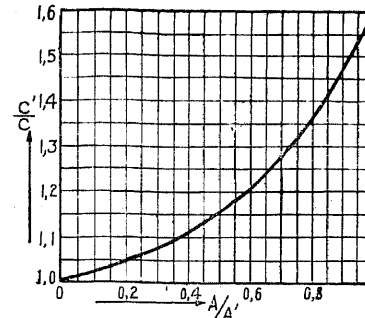
換言すれば此の場合にはベナコントラクタに於て、前の自由放出の場合の水深に尙 h_0 を加へたるものを水深とした自由

放出の場合と等しきが故に、其の流量は著しく増大せらるゝことゝなる。

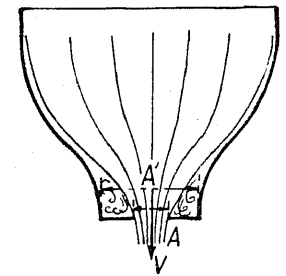
50. 流量係數一般公式. 口径 2 [cm] の筒管に付き實驗せる結果に基き Zeuner の發表せる簡單なる實驗公式。

$$c = 0.6385 + 0.2121 \cos^3 \frac{\delta}{4} + 0.1065 \cos^4 \frac{\delta}{4} \quad (78)$$

圖 (39) は實驗數値と公式曲線を示したものにして $\delta = 0$ のとき標準筒管、



圖・40.



圖・41.

$\delta = 90^\circ$ のときは標準孔口、 $\delta = 180^\circ$ のときは Borda の嘴管となる。

圖 (41) の如きものにつて Weisbach はその流量係數 c' を

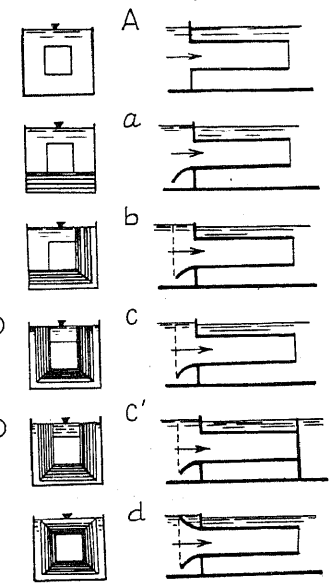
$$(1) \text{ 圓形孔口} \quad c' = c [1 + 0.0456(14.82n - 1)] \quad (79)$$

$$(2) \text{ 正方形孔口} \quad c' = c [1 + 0.076(9n - 1)] \quad (80)$$

とした。但し

$$n = \frac{A}{A'} < 1 \quad c = 0.62$$

として居る圖。(40)



圖・42.

51. 水中にある筒管. Stewart は圖(42)の様な

邊長 1.22 [m] の正方形の樋管を用ひ其の長を 0.94 [m] 乃至 4.27 [m] に變じ且つ圖示の様に邊長 3.05 [m] の誘導装置を設けて實驗した結果は次表の様である。而してこれに用ひた公式は

$$Q = cA\sqrt{2gh + V_0^2}$$

$$h = \zeta \frac{V^2}{2g}$$

係 數 表

水位差 h [cm]	形	流 量 係 數 [c]				摩 擦 係 數 [ζ]			
		角 形 筒 管 [m]							
		0.094	0.79	1.52	4.27	0.094	0.76	1.52	4.27
1.5	A	0.63	0.76	0.80	0.83	2.55	1.73	1.58	1.46
	a	0.67	0.74	0.80	0.84	2.25	1.85	1.56	1.43
	b	0.73	0.76	0.82	0.85	1.86	1.73	1.48	1.38
	c	0.82	0.76	0.86	0.88	1.48	1.73	1.34	1.30
	d	0.93	0.93	0.93	0.92	1.15	1.10	1.17	1.19
3	A	0.61	0.71	0.76	0.79	2.70	1.97	1.76	1.62
	a	0.63	0.69	0.77	0.79	2.51	2.09	1.72	1.60
	b	0.68	0.71	0.78	0.80	2.17	1.97	1.63	1.55
	c	0.76	0.71	0.82	0.83	1.71	1.97	1.50	1.45
	d	0.92	0.90	0.89	0.88	1.19	1.24	1.27	1.29
4.6	A	0.61	0.70	0.75	0.79	2.73	2.03	1.77	1.62
	a	0.63	0.68	0.76	0.80	2.55	2.14	1.73	1.58
	b	0.67	0.70	0.78	0.81	2.22	2.03	1.65	1.54
	c	0.76	0.70	0.81	0.83	1.74	2.03	1.49	1.45
	d	0.92	0.90	0.89	0.88	1.17	1.24	1.27	1.28
6.1	A	0.61	0.71	0.76	0.80	2.73	2.01	1.73	1.56
	a	0.63	0.69	0.77	0.81	2.54	2.11	1.69	1.52
	b	0.67	0.71	0.79	0.82	2.21	2.01	1.61	1.47
	c	0.76	0.71	0.83	0.85	1.71	2.01	1.45	1.40
	d	0.94	0.91	0.90	0.89	1.14	1.21	1.24	1.25
7.6	A	0.61	0.71	0.78	0.84	2.72	1.96	1.66	1.49
	a	0.63	0.70	0.78	—	2.52	2.04	1.63	—
	b	0.68	0.71	0.80	—	2.18	1.96	1.56	—
	c	0.77	0.71	0.85	—	1.68	1.96	1.40	—
	d	0.95	0.93	0.92	—	1.10	1.17	1.19	—
9.1	A	0.61	0.73	0.79	0.82	2.69	1.90	1.61	1.41
	a	0.64	—	—	—	2.48	—	—	—
	b	0.98	—	—	—	2.14	—	—	—
	c	0.78	—	—	—	1.64	—	—	—
	d	0.97	—	—	—	1.06	—	—	—

但し

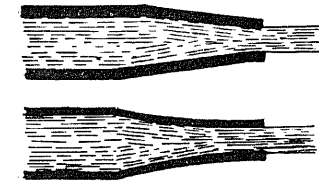
$$V = \text{樋管内の平均流速} = \frac{Q}{A}$$

A = 樋管の面積

V₀ = 接近流速

ζ = 摩擦係數

52. ノ ヅ ツ ル. 管路の先端又はホースの先端に先細の筒管を附したものをノ ヅ ツ ルと云ひ射出流の流速を増大し、従つて射出流の及ぶ距離が著しく遠くなる。圖 (43) に示すものは普



圖・43

通用ひられるノ ヅ ツ ルの型である。收縮係數は約 1 で従つて流量係數と流速係數とが等しい。

流量係數は平均 (A) 型 .977
(B) 型 .980

若し先端の内側に環を挿入し其の流入口を狭めたる所謂有環ノ ヅ ツ ルの場合は 0.74 以下に減少する。

ノ ヅ ツ ルの流量係數 (Freeman)

先端直径 [m. m]	19.0	22.	25.4	28.6	31.8	34.9
c	0.983	0.982	0.980	0.976	0.971	0.959

ノ ヅ ツ ルよりの流量は

$$Q = c.a\sqrt{2g\left[h_1 + \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{A}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} = c.a\sqrt{2g h_1 + \left(\frac{Q}{A}\right)^2}$$

$$= c.a\sqrt{\frac{h_1}{1 - c^2\left(\frac{a}{A}\right)^2}} ; \tag{81}$$

而して式中

a = ノ ヅ ツ ルの先端に於ける斷面積

A = 導管の斷面積

$h_i =$ 導管の入口に於ける壓力水頭

放出口に於ける流速水頭は

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{c_v^2 h_i}{1 - c_v^2 \left(\frac{a}{A}\right)^2} \quad (82)$$

其の損失水頭は、筒管の場合と同じであつて、 §. 43 式 (57)

$$h_0 = \left(\frac{1}{c_v^2} - 1\right) \frac{V^2}{2g}$$

表により c_v の値を入れると

$$h_0 = (0.04 \sim 0.09) \frac{V^2}{2g} \quad (83)$$

d をノズルの直径、 D 並に V_0 を管路の直径及流速とすると

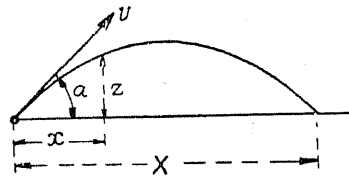
$$h_0 = (0.04 \sim 0.09) \left(\frac{D}{d}\right)^4 \frac{V_0^2}{2g} \quad (84)$$

水平に置かれたノズルに付て Bernoulli の公式をかくと

$$\frac{p_i}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} = \frac{V^2}{2g} + h_0 \quad (85)$$

但し $p_i =$ 實用壓力

是等の式を用ひ、流量既知の場合には p_i を又 p_i が測定し得る時には Q を求むる事が出来る。



圖・44.

53. ノズルよりの射出流の到達鉛直高及び到達距離. 空氣其の他の爲に射出流

の到達すべき高さは、理論的に求められるものより著しく少いもので、これに對して Freeman は彼の實驗を基として次の公式を發表して居る。

無環ノズル $S = h - 0.000113 \frac{h^2}{d}$ (86)

有環ノズル $S = h - 0.000131 \frac{h^2}{d}$ (87)

$S =$ 到達高 [m]

$h =$ 導管に於ける流速水頭及壓力水頭の和 [m] $28 < h < 49$

$d =$ ノズル放出口に於ける直径 [cm] $1.9 < d < 3.5$

而して射出流が、四散せず流束を形成して消火効果を有する區間 S_1 は S に對し

S [m]	15.2	22.9	30.5	38.1	45.7
$\frac{S_1}{S}$	0.88	0.79	0.73	0.67	0.63

又射出流の描く曲線は空氣其の他の抵抗を無視しノズル放出口の流速を V とすれば拋物線となり

$$z = x \tan \alpha - \frac{gx^2}{2V^2} [1 + \tan^2 \alpha] \quad (88)$$

其の最大水平距離 X は

$$X = \frac{V^2}{g} \sin 2\alpha \quad (89)$$

故に $\alpha = 45^\circ$ のときに最大値を與へる譯であるが、空氣の抵抗其の他の影響の爲に著しく變化し、Freeman に依れば

X [m]	3.5 ~ 10	10	35
$\alpha =$	45°	$35^\circ \sim 40^\circ$	$30^\circ \sim 34^\circ$

Freeman の實驗値

$s =$ 上昇高 $w =$ 到達距離	流入口に於ける壓力水頭 H [m]								ノズルの口徑 [m. m]		
	5	10	15	20	30	40	50	60		70	
S {	風のある時	3.7	7.3	11.0	14.4	16.2	21.6	23.6	24.4	25.4	19
		4.0	7.9	11.6	15.2	18.3	24.6	27.7	29.6	31.0	35
	無風の時 (最も高き水滴)	4.3	8.8	13.1	17.7	25.3	31.0	36.0	39.0	41.0	19
		4.6	9.5	14.0	18.3	27.8	36.0	43.0	48.0	50.0	35
W {	風のある時	4.3	7.0	9.5	11.0	14.0	15.8	17.7	19.5	20.8	19
		5.5	9.5	13.1	15.8	20.4	23.0	25.0	27.0	28.7	35
	無風の時 (最も遠き水滴)	7.8	15.5	23.2	28.6	35.8	41.0	45.0	48.5	51.0	19
		8.8	17.4	26.6	34.2	47.0	55.0	62.0	67.0	72.0	35