I.

序　　　説.

1. 完全流體.　氣體並に液體の樣に特定の形を持たないものを總稱して流體と云ひ、外力の作用に對し何等抵抗する事なく容易に變形する流體を**完全流體**と稱へる。換言すれば**完全流體に於ては應剪力並に應張力を生ずる事なく從つて其壓力は任意の面に對して常に垂直の方向に向ふ**。現實にはかゝる完全流體は存在しないが、水は凝集力及び粘着力極めて微小であり、其の粘性も亦少いから水理學に於ては研究を簡單にする爲特別の場合を除き之れを完全流體として取扱ひ必要に應じ實驗係數を以て是等に適當なる補正を施して實用に供する事が多い、又水は壓力に依り容積を減じ其の密度を變化するが、其の程度微小なるが故に之れを無視して**不壓性の流體**と假定し、尙ほ溫度の變化に伴ふ密度の變化も無視して單位容積重量卽ち**單位重量は常に一定**なりとして計算する。

2. 完全流體の壓力强度.　流體の內部に任意の小平面をとれば、此の平面の一方にある液體は他の側にある液體より力を受ける。完全流體の場合には此の力は明かに平面に垂直な應力で圖（1）に於て平面の面積を dA、其の壓力を dP とすれば**壓力强度** p は

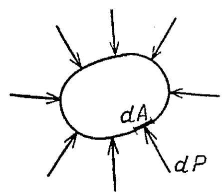

圖. 1.

$$p = \frac{dP}{dA} \qquad (1)$$

で、之れを**流體の壓力强度**又は**流體壓力**と稱へ、特に水の場合には**水壓强度**、空氣の時には**氣壓**と云ひ、其の單位は $\left[\frac{kg}{cm^2}\right]$ で表はすのを普通とする。

而して完全流體に於ては其の內にある任意の**一點を過ぎる何れの方向の壓力强度も其の大さが相等しく**、これを **Pascal** の法則と稱へ完全流體を定義する

法則である。

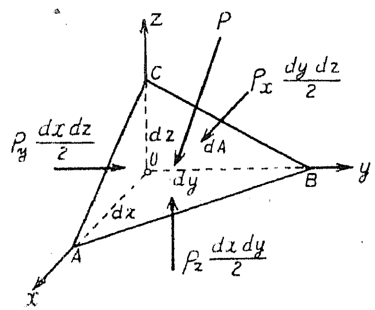

圖. 2.

今流體內の任意の點 O を原點とする直交軸を設け、O に極めて近く小平面 dA を畫き其の座標軸との交點を A, B, C; 座標をそれぞれ dx, dy, dz とし、$OABC$ なる小四面體を作れば此の四面體には四周から壓力が作用するのみならず、四面體內部の流體には重力等の外力が働く。

而して四面體の容積が極めて小さな極限の場合を考へると、微小量の長さに對して面積は二次の微小量、容積は三次の微小量であるから、容積に比例する質量及外力は面積に比例する壓力に對して省略する事が出來る。從つて軸の方向の平均壓力强度を p_x, p_y, p_z; 又 dA 面のそれを p とすれば運動の式

質量×加速度 ＝ 力 ＝ 壓力＋外力

から次の公式を導く事が出來る。

$$O = p_x \frac{dy \cdot dx}{2} - p \cdot dA \cos\alpha$$

$$O = p_y \frac{dx \cdot dz}{2} - p \cdot dA \cos\beta$$

$$O = p_z \frac{dz \cdot dy}{2} - p \cdot dA \cos\gamma$$

但し $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$; は dA 面の方向餘弦。

依つて

$$dA \cdot \cos\alpha = \frac{dy \cdot dz}{2}$$

$$dA \cdot \cos\beta = \frac{dx \cdot dz}{2}$$

$$dA \cdot \cos\gamma = \frac{dx \cdot dy}{2}$$

故に

$$p = p_x = p_y = p_z \qquad (2)$$

即ち dx, dy, dz が無限に小となれば面 dA も亦限りなく A 點に接近して究極は A 點を過ぎることゝなり、從つて A 點を過ぎる何れの方向の平面上の壓力强度も同一である。

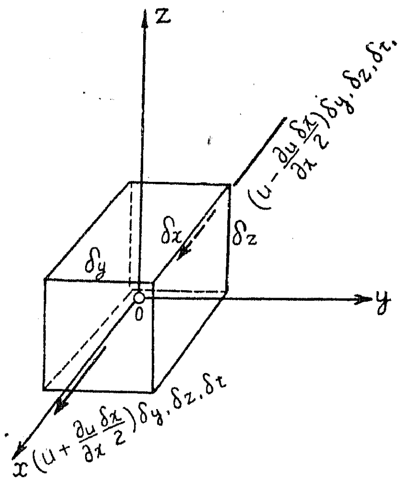

圖. 3.

3. 連續の式. 水が不壓性のものと假定すると明かに次の事が成立つ、即ち水中に假想した或る閉塞せる容積內に一方の面から水が任意の時間流入すれば他の面からは同時間內に同量の水が流出しなければならない。此の樣に閉塞した容積內の質量が不變であると云ふ不壓性の流體を表はす式を**連續の式**と云ふ。

圖(3)に於て座標軸の方向に於ける分速度を u, v, w とし、假想六面體の邊長を δx, δy, δz とすれば、時間 δt に x 軸に直交する面から六面體に流入する量は $\left(u-\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\delta x}{2}\right)\delta y\cdot\delta z\cdot\delta t$ であり、他方より流出する量は $\left(u+\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\delta x}{2}\right)\delta y\cdot\delta z\cdot\delta t$ であるから結局 $\frac{\partial u}{\partial x}\cdot\delta x\cdot\delta y\cdot\delta z\cdot\delta t$ 丈が流出する。同樣に y 軸に直交する二面間に於ては $\frac{\partial v}{\partial y}\cdot\delta y\cdot\delta z\cdot\delta x\cdot\delta t$ 丈流出し、z 軸に直交する二面間に於いて $\frac{\partial w}{\partial z}\cdot\delta x\cdot\delta y\cdot\delta t\delta z\cdot$ 丈が流出する。

故に δt 時間內に此微小容積から流出する量は

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)\delta x\cdot\delta y\cdot\delta z\cdot\delta t$$

で、初めの條件に依つて之れは 0 になるべきものであるから關係式

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z} = 0 \qquad (3)$$

が成立する、これを**連續の式**と稱す。

4. Euler の運動の公式. 流體の運動を表はす基本公式で、流體內部に

一定の場所を採り、其所を通過する流體の狀況卽ち密度或は速度等を調べ、之れを場所及時間の函數として表はしたものである。

u, v, w を點 (x, y, z) に於いて、時刻 t に於ける流體の座標軸に平行な分速度とする。若し速度が

$$u = F(x, y, z, t) \qquad (4)$$

なる式で表はし得る場合には、δt 時間後には點 (x, y, z) にあつた質點は點 $(x+u\delta t,\ y+v\delta t,\ z+w\delta t)$ に擴り從つて其の速度は

$$u+\frac{du}{dt}\delta t = F(x+u\delta t,\ y+v\delta t,\ z+w\delta t,\ t+\delta t)$$

となる、之れを Taylor の定理により展開し高次の項を省略すると

$$= F+u\delta t\frac{\partial F}{\partial x}+v\delta t\frac{\partial F}{\partial y}+w\delta t\frac{\partial F}{\partial z}+\ \delta t\frac{\partial F}{\partial t}$$

從つて　x 軸の方向の**加速度**は

$$\left.\begin{aligned}\frac{du}{dt} &= \frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\\ \text{同様に}\qquad \frac{dv}{dt} &= \frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}\\ \frac{dw}{dt} &= \frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}\end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

右邊の初項は x, y, z に於ける時の經過に依り起る速度の變化で、殘りの三項は δt の間に流體の動きたる爲に起る速度の變化を示す。

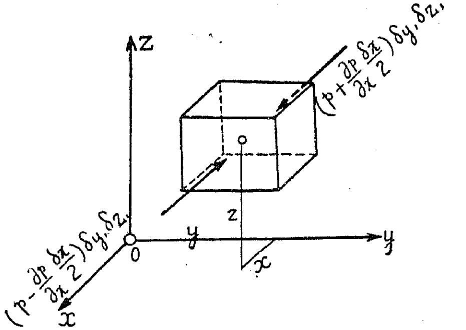

圖. 4

次に時刻 t に於て點 (x, y, z) に於ける壓力強度を p、密度を ρ、單位質量に作用する外力の分力を X, Y, Z とする。點 (x, y, z) を中心とする邊長 $\delta x, \delta y, \delta z$ の座標軸に平行な微小六面體を採れば、各面に壓力作用し是等は面の中央卽ち中心を通して作用するものと見る事が出來、又外力も中心を通して作用するものと看做す事を得

x 軸の方向の力を考へると、此の六面體の運動量の增加率は $\rho\cdot\delta x\cdot\delta y\cdot\delta z\cdot\frac{du}{dt}$ で之れは外力と壓力の和に等しい。而して外力は $\rho\times\delta x\cdot\delta y\cdot\delta z$ で壓力の大さは一方の面は $\left(p-\frac{\partial p}{\partial x}\ \frac{\delta x}{2}\right)\delta y\cdot\delta z$ 他面は $\left(p+\frac{\partial p}{\partial x}\ \frac{\delta x}{2}\right)\delta y\cdot\delta z$ であるから其の合力は $-\frac{\partial p}{\partial x}\delta x\delta y\delta z$ である。

故に　$$\rho\delta x\delta y\delta z\frac{du}{dt} = \rho\delta x\delta y\delta z-\frac{\partial p}{\partial x}\delta x\delta y\delta z$$

之れに前の加速度の式（5）を代入すると

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{dx}+v\frac{\partial u}{dy}+w\frac{\partial u}{\partial z} &= X-\frac{1}{\rho}\ \frac{\partial p}{\partial x}\\ \text{同様に}\qquad \frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z} &= Y-\frac{1}{\rho}\ \frac{\partial p}{\partial y}\\ \frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z} &= Z-\frac{1}{\rho}\ \frac{\partial p}{\partial z}\end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

之れを **Euler の運動の公式**と云ふ。

若し X, Y, Z が保存力の場合卽ち**ポテンシヤル**Ωより導き出された場合には

$$X = -\frac{\partial\Omega}{\partial x},\quad Y = -\frac{\partial\Omega}{\partial y},\quad Z = -\frac{\partial\Omega}{\partial z}$$

であるから、上式は

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{\partial\left(\Omega+\frac{1}{\rho}p\right)}{\partial x}\\ \frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{\partial\left(\Omega+\frac{1}{\rho}p\right)}{\partial y}\\ \frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{\partial\left(\Omega+\frac{1}{\rho}p\right)}{\partial z}\end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

と書き換へ得る。

5. 水の性質.

(a)　**重量.**　蒸溜水は攝氏 4° のとき最も密度大きく夫れより溫度の變化に伴ひ減少するもので、下表に示す通りである。

淸水の單位重量

溫 度 ($C°$)	0°	10°	20°	40°	60°	80°	100°
$\gamma\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	1 000	1 000	998	992	983	972	958
$\rho\left[\frac{kg\cdot sec^2}{m^4}\right]$	101.9	101.9	101.7	101.1	100.2	99.1	97.8

天然水は鹽分或は鑛物質等を若干溶解してゐるし、其の他泥土等の不純物を浮游してゐるから、其の重量は增加するが其の增加率は 0.5 % を超えないのが普通である。

又海水の重量は所に依り含鹽量が異なる爲夫々所により重量を異にする。

場 所	大 西 洋	印 度 洋	太 平 洋	紅 海	地 中 海	日 本 海
鹽 分 %	35.4	34.8	34.9	38.8	34.9	34.1

上の重量の變化は工學上の計算に就ては影響する所がないから本書に於ては

淸水の單位重量 $\gamma = 1{,}000\left[\frac{kg}{m^3}\right] = 1\left[\frac{t}{m^3}\right]$

海水の單位重量 $\gamma = 1{,}025\left[\frac{kg}{m^3}\right] = 1\left[\frac{t}{m^3}\right]$

と定める。

(b) **彈性係數**. 水は壓力の爲に壓縮する、溫度を一定にして壓力 p を δp だけ變へた爲に體積 V が δV だけ變つたならば**容積彈性係數** K は

$$K = \frac{\delta p}{\frac{\delta V}{V}}$$

水に於ては $K = 205\left[\frac{kg}{cm^3}\right]$ であるから一氣壓の壓力の下では約 50×10^{-6} だけその體積が減ずるに過ぎない。

又壓力を 1 氣壓に保ち、溫度を變化せしむればその體積は

$$V_t = 1+A(t-4)^2-B(t-4)^{2\cdot6}+C(t-4)^3$$

$$A = 0.00000837991$$

$$B = 0.000000378702$$

$$C = 0.0000000224329$$

の割合で變化する。

溫度に依る體積の變化

溫度 ($C°$)	−10°	−5°	0°	+4°	+10°	+20°	+30°	+40°
體 積	1.001 858	1.000 702	1.000 129	1.000 000	1.000 253	1.001 744	1.004 253	1.007 790

(c) **粘性係數**. 水は隣接する層が異つた速度を以て動くときには多少の抵抗卽ち應剪力を生ずるものにして、之れを**內部摩擦**又は**粘力**。此の性質を**粘性**と云ひ、流水の場合には之れが影響を考慮する必要がある。

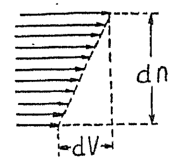

圖. 5.

圖(5)に於て微小なる距離 dn を隔りたる二層の流速の差を dv とし、其の場合單位面積に及ぼした剪力を f_s とすれば

$$f_s = \mu\frac{dv}{dn}$$

なる關係がある、μ を**粘性係數**と云ひ $\left[\frac{kg\cdot sec}{m^2}\right]$ で表はし液體の性質により定まる常數である。同一液體にありては溫度の變化に伴ひ變化し、水に於ては

$$\eta = \frac{0.0001817}{1+0.0333\,t+0.000221\,t^2}\left[\frac{kg\cdot sec}{m^2}\right]\ t\,(C°)$$

又屢々

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\mu g}{\gamma} \qquad (8)$$

として用ゐる事あり、之れを**動性粘性係數**と稱す。

$$\nu = \frac{0.078}{1+0.0336\,t+0.000221\,t^2}\left[\frac{cm^2}{sec}\right]$$

粘 性 係 數 $\left[\frac{cm^2}{sec}\right]$

溫度 ($C°$)	0°	5°	10°	20°	40°	60°	100°
水	0 01793	0.01522	0.01311	0.01006	0.00667	0.00649	0.00284
水 銀	0.0169	——	——	0.0156	——	——	0.0122
アルコール	0.0177	——	——	0.0119	——	0.00591	——
テレビン	0.0225	——	——	0.0149	——	0.00821	——
空 氣	171×10^{-6}	——	——	181×10^{-6}	——	——	221×10^{-6}

6. 氣壓. 氣壓は水銀柱の高 [$m{\cdot}m$] にて其の大さを表はすを普通とし、溫度 0°(C) 緯度 45°の海上に於ける水銀柱の高を以て基準とし、高 760 [$m{\cdot}m$] のものを **1氣壓** と云ふ。

氣壓並に壓力强度の關係

水柱 (4°C)		氣壓		水銀柱 (0°C)
[m]	[cm]	新 $\left[\frac{kg}{cm^2}\right]$	舊 $\left[\frac{kg}{cm^2}\right]$	[$m.m$]
1	100	0.1	0.0967	73.55
0.01	1	0.001	0.000967	0.736
10.0	1 000	1	0.967	735.5
10.333	1 033.3	1.0333	1	760
0.1359	13.6	0.0136	0.0131	10

尙從來の 1 氣壓を水銀柱 760 [$m.m$] としたるに對し、水柱 10 [m] の壓力に相當するものを 1 氣壓となす場合があつて、この時には前者を「**物理的氣壓**」と稱し、後者を「**技術的氣壓**」と云ふ。