

第十二章 単 構 桁

第一節 影 響 線

〔1〕 荷重限界

本章には結構中最も重要である所の垂直平面上にある単構桁について攻究しよう。この際荷重は總べて垂直に下方に向ふものとすれば兩端の支反力は垂直であつて、固定及び可動支點が桁の何れの端にあるも計算上同一の結果を與へる事になる。かゝる結構を論ずるに際し最も必要なるは各部材に對し最も危険な荷重状態を決定する事であるが、結構が前章第一節に述べた Culmann 若しくは Ritter 解法で解き得る三角形網からなる時は、弦部材力は彎曲力率 M が最大なる時即ち桁全體に荷重が乗つた時最大となり、而も上弦部材は常に壓力を、又下弦部材は常に張力を受ける。然るに腹部材に對しては荷重の位置によつて張力或は壓力を生ずるものであつて、各腹部材に對しては夫々特別の荷重位置によつて最大應力を生ずる事を注意すべきである。今 Fig. 261 に於いて左上り斜材 D を切る所の断面 $t-t$ により桁を二つの部分に分ち、先づ断面 $t-t$ の右側にある荷重が斜材應力 D に及ぼす影響を考へよう。尚ほこの際断面 $t-t$ にて切られた上下弦部材は桁支點の外側にて交るものとしておく。然らば断面 $t-t$ の左部分に働く外力は支反力 A のみであるから、Fig. 237 に就いて説明した Culmann 解法を應用し A を O, D, U の三力に分解すれば D を見出す事が出来る。即ち A, U の交點 i と O, D の交點 a とを直線 L を以つて結び、先づ A を U と L の方向に分ち、更に L を D と O の方向に分解する、そしてその符號は Fig. 261 (b) に示す如く A と共に同一方向の矢を得る様に決定する。斯くすればこの場合斜材 D は張力を受ける事を知るわけであるが、 O と U が断面 $t-t$ の右側に於いて交る場合も同様に D は張力を受ける事を知る。

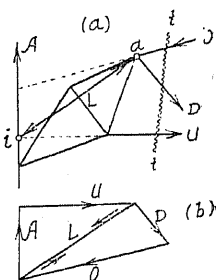


Fig. 261

唯 O と U とが A と断面 $t-t$ との間にて交る様な特別の場合は茲では問題外としておく。

次に断面 $t-t$ の左側にある桁部分に働く荷重の影響を知るには、Fig. 262 に示す様に桁の右部分を考へると此の部分に働く外力は

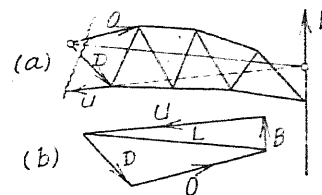


Fig. 262

支反力 B のみであるから極めて便利である。Fig. 261 に就いて説明したと同様に B を三力 O, D, U に分解すればよいのであつて、 O 及び U が $t-t$ の左側若しくは B の右側にて交る場合は D は壓力となる。

以上を要するに O 及び U が徑間の外に於いて交る場合、左上り斜材 D に對しては荷重が $t-t$ の右にある格點に働けば張力を、 $t-t$ の左にある格點に働けば壓力を生ずると云ふ事が出来る。今 Fig. 263 に示す構桁に於いて荷重は下弦のみに働くものとし、断面 $t-t$ の左側にある格點 F_1 とその右側にある格點 F_2 との間に一荷重 P が働く場合を考へるに、 P は F_1 に働く P_1 と F_2 に働く P_2 に分解するを得べく、而も上述した所により D に對し P_1 は壓力を、 P_2 は張力を生ぜしめる事を知る。従つて P の或る位置に對し $D = 0$ となる事があつて、 D に對しこの限界から右側にある荷重は張力を、又左側にある荷重は壓力を生ぜしめる事になる。この荷重限界を定める爲荷重の働かない弦材 O を延長して夫々支點 A, B を通る垂直線と A', B' にて交らしめ、直線 $A'E$ 及び $B'E$ を引きその交點を E とすれば、この點を通る荷重 P は D に對し何等應力を生ぜしめない事になるのであつて、この點 E が所要の荷重限界となる。何故ならば Fig. 263 (b) に於いて $\overline{CG} = P$ とし、 CO 及び GO を夫々 $A'E$ 及び $B'E$ に平行にひき、更に OR 及び OT を夫々 F_1F_2 及び $A'B'$ に平行にひく。然らば第二章

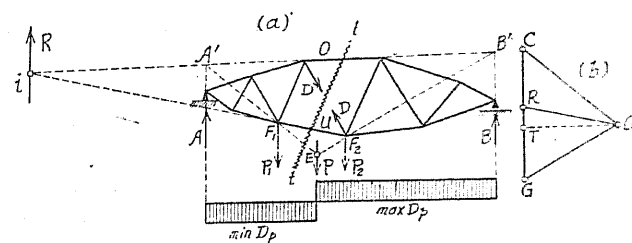


Fig. 263

(10)、力の分解の項に述べた関係より $\overline{CR} = P_1$, $\overline{RG} = P_2$; 且つ $\overline{GT} = B$, $\overline{TC} = A$ となる。尚ほ多角形 $A'F_1F_2B'$ は力 A, P_1, P_2, B に對する平衡多角形であるから $t-t$ の左にある力 A 及び P_1 の合力 $R = A - P_1$ はこの二力に對する平衡多角形の端邊である所の弦部材 O 及び U の交點 i を通る。従つてこの R を O, D, U に分解すれば確に $D = 0$ とならなければならぬ。之れを要するにこの E 點を通る垂直線は所要の荷重限界となり、

左上り斜材 D に對し E の左側にある荷重は壓力を、右側にある荷

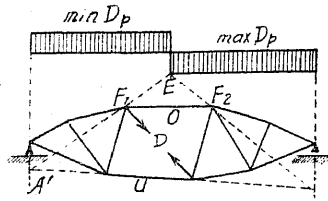


Fig. 264

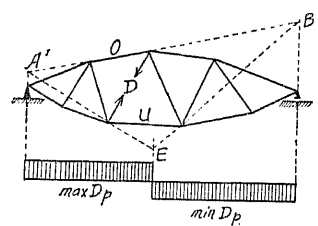


Fig. 265

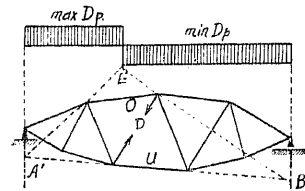


Fig. 266

重は張力を生ぜしめる事になるのであつて、 $max D_p$, $min D_p$ を與へる荷重状態を圖示すれば Fig. 263 (a) の様である。茲に添字 p はその應力が動荷重に關するものである事を意味してゐる。Fig. 264 は左上り斜材 D に對し荷重が上弦格點に働く場合に就いて、又 Fig. 265 及び Fig. 266 は右上り斜材 D に對し夫々荷重が下弦及び上弦に働く場合に就いて、各々 $max D_p$, $min D_p$ を與へる荷重位置を示したものである。

[2] 影響線 (Influence line)

Fig. 267 (a) は左支點に反力 $A = 1$ を生ぜしめる様に B に隣る格點 K に荷重された場合を示し、Fig. 267 (b) は右支點に反力 $B = 1$ を生ぜしめる様に A に隣る格點 K に荷重された場合を示したものであるが、これ等の荷重状態に對する部材力が與へられてあれば容易に單構桁の部材力に對する影響線を畫く事が出来るのであつて、今 Fig. 268 に示す構桁の一腹部材 CF_2 の應力 D を例にとつて説明しよう。尚ほ Fig. 267 (a) 及び (b) に於ける O', D', U'

及び O', D', U' は夫々 (a) 及び (b) に示す荷重状態に對する當該部材の應力を示すものとしておく。さて Fig. 268 に於いては垂直荷重 P が下弦に轉動するものとし、 P が F_2 の右側にあつて B 支點から b なる距離にあるものとすれば、所

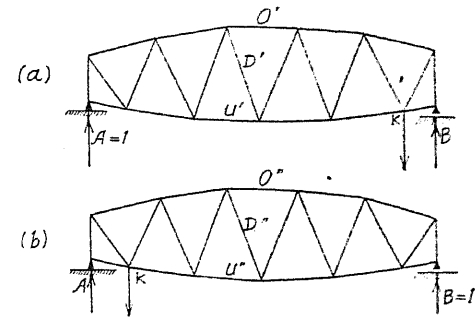


Fig. 267

要の斜材 D を切る所の斷面 $t-t$ の左側にある外力は支反力 $A = P \frac{b}{l}$

のみであるから、この腹部材の應力は、

$$D = A \cdot D' = \frac{Pb}{l} \cdot D' = P \cdot \eta$$

となる。茲に $\eta = D' \cdot \frac{b}{l}$ とする。

従つて水平線 $A'B'$ をひき、支點 A を通る垂直線上に長さ $A'J' = D'$

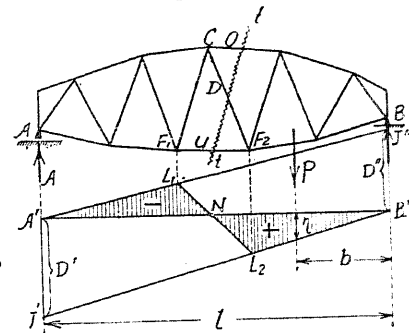


Fig. 268

をとり J' を支點 B の垂直下にある B' と結ぶ、更に F_2 を通る垂直線と $B'J'$ の交點を L_2 とすれば、直線 $B'L_2$ は求める影響線の一部となる。何故ならば P の垂直下に於いて測られた縦距 η は $D' \cdot \frac{b}{l}$ となるからである。同様にして A と F_1 との間に働く荷重に對しては、支點 B を通る垂直線上に長さ $B'J'' = D''$ をとり直線 $A'J''$ を結び、更に F_1 を通る垂直線との交點を L_1 とすれば、直線 $A'L_1$ が影響線となる。而して格點間にては影響線は直線なるべきを以つて結局 Fig. 268 に於いて影線を施せる部分が斜材 D に對する所要の影響線となるのであつて、而も D' は正號にして D'' は負號なるが故に影響線の符號は丁度圖に示す様である。Fig. 269 は荷重が上弦に働く場合腹部材 F_1C の應力 D に對する影響線を示したものである。

次に以上求めた所の影響線 $A'L_1L_2B'$ を求める他の方法に就いて説明しよう。

それには先づ $A'J' = D'$ として直線 $B'L_2J'$ を前と同様にし求め、次に Fig. 263 に於いて述べた方法によつて零點 N を定める。更にこの N を通して直線 L_2L_1 をひき、 L_1 を A' と結んで所要の影響線とするのである。

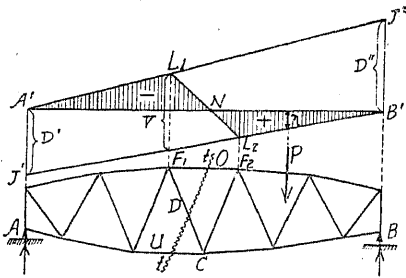


Fig. 269

尚ほ應力 D に対する支反力 A の影響は次の力率方程式から定める事も出来る。即ち Fig. 270 に就いて

$$D \cdot r = A \cdot x$$

茲に r 及び x は夫々弦部材 O, U の交点 F より D 及び A に下した垂線の長さである。従つて $A = 1$ に対して $D' = +1 \frac{x}{r}$ となる。同様にして

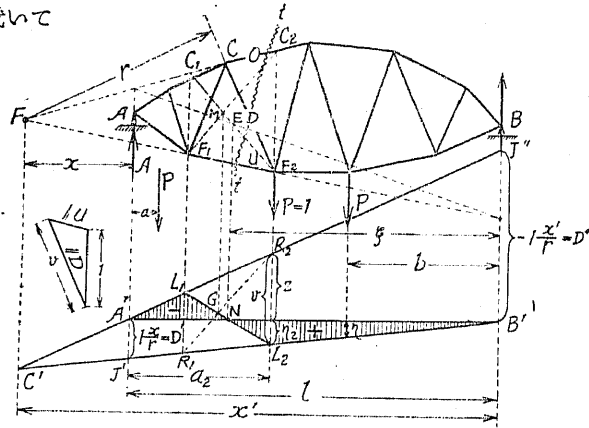


Fig. 270

$B = 1$ の影響は $D'' = -1 \frac{x'}{r}$ となる。この関係より直線 $A'L_1$ 及び $B L_2$ は F を通る垂直線上の一点 C' に於いて交る事を知るを以つて、影響線を書く第三法として D' 及び D'' の内何れか一つから $J'B'$ 或は $J'A'$ を定め、次に之れと F を通る垂直線との交点 C' を求め、これを他の一つの支點と結び、以つて影響線を書く事が出来る。但しこの方法は勿論交点 F を容易に求め得る時に限る事は云ふまでもない。

次に D に対する影響線を書く第四法を述べよう。Fig. 270 に於いて桁上を轉動する荷重 $P = 1$ が格點 F_2 にある場合に、断面 $t-t$ の右側にある力の平衡状態を考へるに、この部分に働く外力は支反力 B 及び F_2 に働く外力 $P = 1$ のみであるから、この二つの外力が D に及ぼす影響を別々に計算し之れを加

へ合はすとその荷重状態に對する D の値を知る事が出来る。而して B のみからは $D = B \cdot D'' = \frac{a_0}{l} \cdot D'' = -z$ を得べく、又 F_2 に働く力 $P = 1$ が D に及ぼす影響は $P = 1$ が U と D の交點に働く關係上 $O = 0$ となるを以つて $P = 1$ を D と U の方向に分解すれば知り得るのであつて、Fig. 270 に示す如く力の三角形より求め得た D の値を v とすれば、結局 $D = v - z = \eta_2$ は $P = 1$ が F_2 點に働く場合の D の値となる。従つて $\eta_2 + z = v$ となり、 $B'J'$ 又は $A'J''$ の内何れかを引きさへすれば v の値を用ひて容易に他の直線を定める事が出来る。

尚ほ直線 $A'L_1$ と $B'L_2$ とが弦部材 O, U の交点 F を通る垂直線上の一点 C' にて交る事から次の關係を得る。即ち格點 F_1, F_2 を通る垂直線が弦部材 O と交る點を夫々 C_1, C_2 とし、又 $C'L_2, C'L_1$ と交る點を夫々 R_1, R_2 とする。然らば L_1L_2 及び R_1R_2 の交点 G は直線 C_1F_2 及び C_2F_1 の交点 M を通る垂直線上にある事になる。又 O を左支點を通る垂直線と交らしめ、更に U を右支點を通る垂直線と交らしめ、是等の交點を結ぶ直線と C_1F_2 との交點を E とすれば、 E は影響線の零點 N の直上に來るのであつて、零點 N を定める第二法と考へる事が出来る。従つて影響線の縦距 v と G, N の内何れか一点を用ひても D に対する影響線を書き得るのであつて、之れを以つて影響線を書く第五法とする事を得る。尚ほ v を求めるに際し、Fig. 269 に示す様に荷重が上弦格點に働く場合には $P = 1$ を O と D の方向に分解する事を忘れてはならない。

次に弦部材力に就いてあるが、今例へば Fig. 271 に示す上部部材力 O_m を考へると、次の式が成立する。

$$O_m = -\frac{M_m}{r_m}$$

茲に $M_m =$ 部材 O_m に相對する格點 m に於ける彎曲力率、

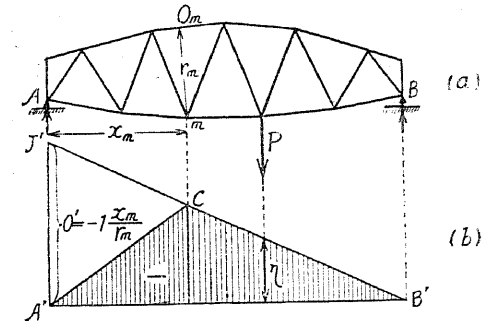


Fig. 271

r_m = 格点 m から O_m に下した垂線の長さ。

従つて弦部材力はその部材に相対する格点に生ずる彎曲力率に比例する事を知るを以つて、容易にその影響線を畫く事が出来る。例へば Fig. 271 に於ける O_m に對しては M_m の影響線に $-\frac{1}{r_m}$ 倍すればよいのであつて、先づ荷重が下弦に働く場合には $A'B'$ を基線とし支點 A を通る垂直線上に $A'J' = -1 \cdot \frac{x_m}{r_m}$ と採りて點 J' を定め、更に格点 m の直下にある $B'J'$ 上の點 C を A' と結び、圖に影線を施せる如き影響線を得る事になる。尙ほこの場合 $A = 1$ に對して畫かれた Cremona の應力圖から O' を求め $A'J' = O'$ とおいて J' を定めてもよい。何故ならば荷重状態 $A = 1$ に對し Ritter 解法を用ひると $O' = -\frac{x_m}{r_m}$ となるからである。

最後に Fig. 272 に示す如き三角形網からなる横桁に於いて總べての弦部材力 O 及び U に對する影響線が既知の場合、これ等を用ひて腹部材 D に對する影響線を畫く方法を説明しよう。荷重 $P = 1$ が上弦格点 C に働く場合には下弦格点 K の周りの斷面を考へ、 U_1, U_2, D_1, D_2 に對する影響線の格点 C に對する縦距を以つて應力力示圖を作る。而してこの場合 U_1, U_2 に對する縦距 η_1, η_2 は既知なるを以つて、この二つより所要の D_1, D_2 に對する縦距 η', η'' を知り得る事になるのであつて、同様の事を $P = 1$ が他の上弦格点に働く場合についても行へば、結局全體として D_1 及び D_2 に對する影響線を求める事が出来る。Fig. 272 の例に於いて、 η_1, η_2 を共に正號とすれば η' は正號、 η'' は負號となる。他の腹部材に就いても同様であるが、荷重が下弦に働く場合には上弦格点の周りの斷面を考へ O 影響線から D 影響線を求める様にしなければならない。

一般に靜定構桁に於ける部材力の影響線は普通唯二、三の縦距を以つて定める事が出来るのであつて、例へば Fig. 268 に示す單構桁の一部

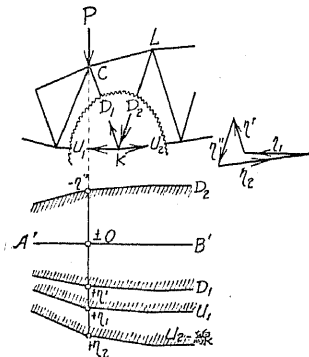


Fig. 272

材 CF_2 の應力の影響線は直線 $B'L_2$ 及び直線 $A'L_1$ に於ける夫々一つ宛の縦距を以つて定める事が出来る如きものである。尙ほ零點 N 若しくは長さ v の如きものを以つて一つの縦距に代用し得る事は前述の通りである。

第二節 弦部材に生ずる應力

(1) 等布荷重

弦部材に生ずる最大應力は桁が荷重を滿載せられた時起る事は明かであるから、この場合には Cremona 解法を利用し先づ第一に等布靜荷重、次に等布動荷重に對する應力圖を畫けばよい。この場合精密を要するならば靜荷重 g を上弦格点に働く g_o と下弦格点に働く g_u に分つのであつて、例へば上路橋に對しては、

$$g_o = g_f + \frac{1}{2}g_t + g_{a_o}, \quad g_u = \frac{1}{2}g_t + g_{a_u}$$

とする。茲に g_f = 路床の重量、 g_t = 主構の重量

g_{a_o} = 上綾構の重量、 g_{a_u} = 下綾構の重量

而して靜荷重 g は普通徑間 l の單位長に等布せられるものと假定するが故に、Fig. 273 に示す様に上弦格点に $g_o \lambda$ を、下弦格点に $g_u \lambda$ を働かして Cremona 應力圖を畫いて O_g 及び U_g を求める。次に動荷重 p に對しては Fig. 274 に示す様な荷重状態を考へて應力圖より極限值 O_p 及び U_p を求め、是等を夫々先に求めた O_g 及び U_g に加へて弦部材に對する靜動荷重による極限應力を求めるわけである。

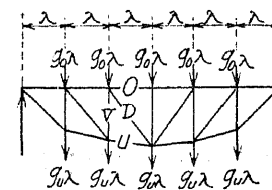


Fig. 273

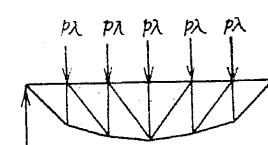


Fig. 274

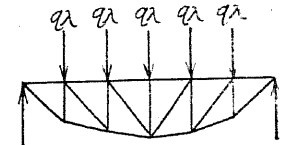


Fig. 275

しかし乍ら上路橋の時には全部の g が上弦格点に、下路橋の時には全部の g が下弦格点に働くものと假定してもその誤差は極めて僅少であるから、只今の場

合近似的に Fig. 275 に示す様に全荷重 $q = p + g$ が上弦格點に働くものとして Cremona の應力圖より O 及び U に對する極限值を求めてもよい。

〔2〕 集中荷重列

Fig. 276 に於いて部材 BC に相對する格點 A に於ける彎曲力率を M とし、 A から BC へ下した垂線の長さを $\overline{AE} = r$ とすれば部材 BC に生ずる應力は $O = -\frac{M}{r}$ にて與へられる。而して彎曲力率 M は第十章第四節〔1〕に述べた方法によれば $H \cdot y$ にて表す事が出来る。茲に H は索多角形の極距とする。従つて符號を別とすれば $O = H \cdot \frac{y}{r}$ として表される。故に今 AE 上に長さ $\overline{AE'} = y$ となる如く E' 點をとり、且つ $\overline{BD} = H$ なる如く D

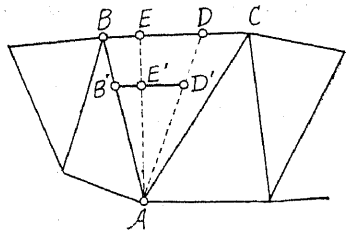


Fig. 276

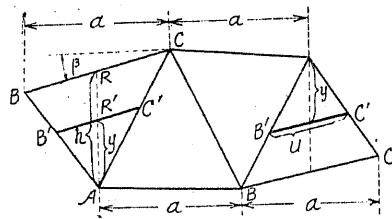


Fig. 277

點をとる時、 E' を通じ BC に平行にひかれた直線が AB, AD 間に挟まれる長さ $\overline{B'D}$ は應力 O を與へる事になる。若し Fig. 277 に示す様に弦部材の水平への投影長 a が一定である時には、 $H = \epsilon \cdot a$ (茲に ϵ は任意の整数) なる如く H を選び、且つ點 A に於ける桁の高さを h 、弦部材の水平に對する傾斜角を β とすれば、 $r = h \cos \beta$ なるを以つて、

$$O = -\frac{M}{h} \sec \beta, \quad M = \epsilon ay$$

$$\therefore \frac{1}{\epsilon} O = -a \sec \beta \frac{y}{h} = -\overline{BC} \frac{y}{h}$$

となる 従つて Fig. 277 に於いて垂直線 AR 上に $\overline{AR'} = y$ なる如く R' 點を選び、 R' を通じて BC に平行線をひけば AB, AC 間に挟まれる長さ $\overline{B'C'}$ は符號は別として $\frac{1}{\epsilon} O$ を與へる。従つて $O = \epsilon \cdot \overline{B'C'}$ となる。

同様にして下弦の部材力 U を定める事を得るが、常に總べての $\overline{B'C'}$ が構桁

の三角形内にある爲には出来るだけ構桁の縮尺を大にしておく方が便利である。尚ほ係數 ϵ をかけることの代りに力に對する縮尺を變化させれば都合がよいのであつて、例へば $H = \epsilon \cdot a = 2a$ とすれば力率を求める時の力の縮尺を $1 \text{ cm} = 20 t$ とし長さ $\overline{B'C'}$ を測る場合には $1 \text{ cm} = \epsilon \cdot 20 = 40 t$ とすればよい。

〔3〕 Pauli 構桁

Fig. 278 に於いて、

$$-O = \frac{M_1}{r_1} = \frac{M_2}{r_2} = \frac{M_3}{r_3} = \frac{M_4}{r_4}$$

なる様に、即ち上弦部材の應力が同一である様に構桁の形を定めたものを Pauli 構桁と云ふ。今 $H = \epsilon \lambda$ とし、格點 1, 2, 3, 4 に於ける索多角形の縦距を夫々 y_1, y_2, y_3, y_4 とすれば、

$$-O = \frac{Hy_1}{r_1} = \frac{Hy_2}{r_2} = \frac{Hy_3}{r_3} = \frac{Hy_4}{r_4}$$

$$= \epsilon \frac{y_1 \lambda}{r_1} = \epsilon \frac{y_2 \lambda}{r_2} = \epsilon \frac{y_3 \lambda}{r_3} = \epsilon \frac{y_4 \lambda}{r_4}$$

となる。従つて力の縮尺を變化して $-O = \frac{y_n \lambda}{r_n}$; $n = 1, 2, 3, 4$ とし て表す時は、符號

は別として Fig.

278 (b) の如くして r_1 の値さへ假定すれば O の値を圖式的に求める事が出来る。次に格點 1 の垂直線 上に $\overline{1B'} = y_1$ をとり、點 B' を中心として半徑

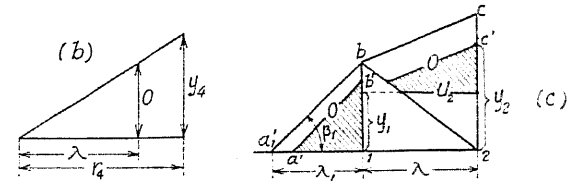
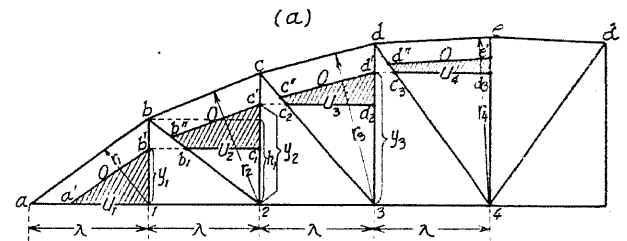


Fig. 278

$\overline{B'a'} = O$ なる圓を畫き下弦部材 $a1$ との交點を a' とする。斯くして $a'b'$ が

決定したならば a を通じて $a'b' \parallel ab$ として格點 1 の垂直線上に上弦格點 b の位置を決定する (前項参照)。次に b を格點 2 と結び、 $\overline{2c'} = y_2$ として c' 點を格點 2 の垂直線上に決定し、更に $b2$ 線上に一點 b'' をとりて $\overline{b''c'} = 0$ とすれば、 b を通じて $b''c'$ に平行線 bc をひく事により上弦格點 c の位置を決定する事が出来る。以下順次 cd, de の位置を決定する事を得るを以つて、結局 r_4 を假定さへすれば上弦の形を部材力が一定である様に決定する事が出来る。

尙點 b' を通じて下弦に平行線をひき、部材 $b2$ 及び $c2$ との交點を夫々 b_1 及び c_1 とすれば、 $\overline{b_1c_1}$ は下弦部材 12 の應力 U_2 を表す。何故ならば $\overline{1b} = h_1$ とすれば、 $U_2 = \frac{M_1}{h_1} = \frac{Hy_1}{h_1} = \frac{\lambda y_1}{h_1}$ (茲に $H = \epsilon \lambda$ なれど縮尺を換へて $H = \lambda$ とする) にして、而も $\overline{b_1c_1} : \lambda = y_1 : h_1$ なるを以つて、結局 $\overline{b_1c_1} = \frac{\lambda y_1}{h_1} = U_2$ となるからである。同様にして $\overline{c_2d_2} = U_3, \overline{c_3d_3} = U_4$ である事を知り、且つ U_i は O の水平分力として與へられる。Fig. 278 (c) に示す如く端の格間長は λ_1 にして他は總べて λ である様な場合にも、 $\overline{1b'} = y_1 \frac{\lambda}{\lambda_1}$ とおく事の他は總べて上に述べたと同様である。

列車荷重に耐える鐵道橋に於いては各格點に生ずる彎曲力率 $M = Hy$ の縦距 y_1, y_2, y_3, \dots は多少不規則な變化をなすが故に、弦材の形に美觀を有せしめる爲には y_1, y_2, y_3, \dots を前以つて多少調節するか、若しくは最後に弦材の形を補正する事が必要である。尙ほ橋梁が等布荷重を受ける場合には最大彎曲力率圖は拋物線形をなすが故に、格點 1, 2, 3, 4, \dots から夫々相對する上弦部材へ下した垂線距離 $r_1, r_2, r_3, r_4, \dots$ は支間 l の上に拱矢 r_4 を以つて作られた拋物線の各格點に於ける縦距に比例する。而して上弦部材 ab, bc, cd, \dots は夫々格點 1, 2, 3, \dots を中心して上の關係を有する半徑 $r_1, r_2, r_3, r_4, \dots$ を以つて畫かれた圓弧に對する切線となる。

第三節 腹部材に生ずる應力

(1) 等布荷重

Fig. 263 により知る如く $\max D_p$ 及び $\min D_p$ を生ずる荷重状態を共に加へ合

はすと丁度桁全體に p を以つて荷重せられた事になるのであつて D_p を以つて荷重満載の時の斜材應力を表せば、次の式が成立する。

$$\max D_p + \min D_p = D_p = \frac{p}{g} D_g$$

茲に D_g は等布靜荷重から生ずる斜材應力を表してゐる。

今 $\max D_p = C \cdot p$ (但し、 C は p に無關係な數値とする) とすれば、

$$\min D_p = -C \cdot p + \frac{p}{g} D_g$$

となり、動荷重に靜荷重の影響を加へると、

$$\max D = C \cdot p + D_g, \quad \min D = -C \cdot p + \frac{p}{g} D_g, \quad q = p + g$$

となる。而して Fig. 270 に於いて影響面の正號面積は $\frac{1}{2} \epsilon \eta_2$ であるから

$\max D_p = \frac{1}{2} p \epsilon \eta_2$ となる。従つて $\max D_p$ は格點 F_2 に集中荷重 $\frac{1}{2} p \epsilon$ が作用する時斜材 CF_2 に生ずる應力に等しいのであつて、上に C を以つて表した値は $\frac{1}{2} \epsilon \eta_2$ に等しくなる。尙ほ零點 N の位置従つて ϵ の値は Fig. 263 に示す方法によつて求める事が出来る。

(2) 近似解法

部材力 D の最大、最小値を求めるに際し、移動荷重が斷面 $t-t$ の片側の格點のみに働くものと假定すれば、簡単にその結果を求める事が出来る。例へば Fig. 279 に於いて左上り斜材 F_2C に生ずる最大應力 $\max D_p$ を見出すには等布荷重が F_2 と B との間に擴り且つ F_2 には集中荷重 $p \frac{\lambda}{2}$ (茲に λ は格間 F_1F_2 の水平距離を表す) が働くものと假定する。勿論この假定は $\max D_p$ の實際の値より稍々大に過ぎる値を與へる。何故ならば假りに格間 F_1F_2 の全部に迄 $p\lambda$ が擴るとすれば F_2 に働く分力は $\frac{1}{2} p\lambda$ にして正號の影響を與へ、 F_1 に働く分力は $\frac{1}{2} p\lambda$ にして負號の影響を與へる。然るに實際の零

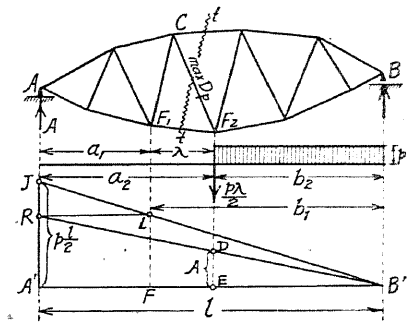


Fig. 279

點 N は F_1F_2 の中間にあるべきを以つて上の假定による荷重状態は負號影響を與へる F_1 の分力を無視し、而も正號影響を與へる F_2 の分力としてはその最大値 $\frac{1}{2} p\lambda$ をとつた事になるが故に、實際の $maxD_p$ より稍大なる値を與へる事を知るのである。

斯くの如く荷重を假定すれば斷面 $t-t$ の左側には單に支反力 A のみが存するが故に B に關する力率方程式をたてると次の如くなる。

$$Al - pb_2 \cdot \frac{b_2}{2} - \frac{p\lambda}{2} b_2 = 0$$

$$\therefore A = \frac{pb_2(b_2 + \lambda)}{2l} = \frac{pb_1b_2}{2l}$$

この値を圖式的に求めるには Fig. 279 に示す様に先づ水平線 $A'B'$ をひき、左支點垂直線上に $AJ = \frac{pl}{2}$ として J 點を定める。次に $B'J$ と F_1 を通る垂直線の交點 L を通つて水平線 LR をひき、 A を通る垂直線上に R 點を求める。この R 點を B' と結び、この直線が F_2 を通る垂直線と交る點を D' とすれば $ED' = A$ となる。

$$\begin{aligned} \therefore ED' &= AR \frac{b_2}{l} = FL \frac{b_2}{l} = AJ \frac{b_1}{l} \cdot \frac{b_2}{l} \\ &= p \frac{l}{2} \cdot \frac{b_1}{l} \cdot \frac{b_2}{l} = p \frac{b_1b_2}{2l} \end{aligned}$$

若し D' の値 (Fig. 267 参照) を前以つて求めておけば直に $maxD_p = A.D'$ として $maxD_p$ を知る事を得る。而して斜材 CF_2 に $maxD_p$ を生ぜしめる荷重状態は同時に斜材 CF_1 に $minD_p$ を生ぜしめる荷重状態である事を注意しなければならない。尙この場合 A の値を定めた後 Fig. 261 に示す所の Culmann 解法で $maxD_p$ を求めてもよい。

次に斜材 CF_2 に生ずる $minD_p$ を決定するには F_1 と A の間に等布荷重 p が擴り且つ格點 F_1 に $p \frac{\lambda}{2}$ が働くものと考へる。この荷重状態に於ける右支點反力は $B = p \frac{a_1a_2}{2l}$ であつて、 D'' の値 (Fig. 267 参照) を前以つて決定しておけば $minD_p = BD''$ として所要の値を求める事が出来る。尙 Fig. 262 に示す Culmann 解法で支反力 B の値より $minD_p$ を決する事も出来る。

橋梁の設計に當り等布荷重を受ける場合には以上述べた所の近似的解法により

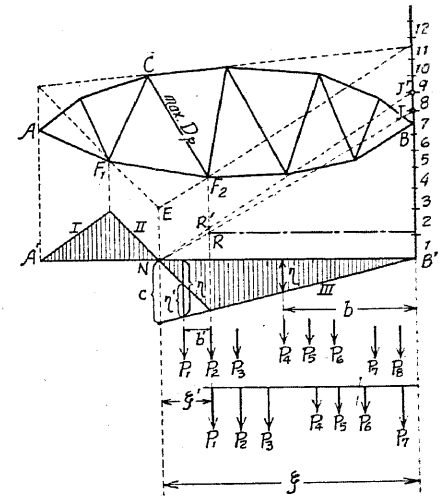
$maxD_p$ 及び $minD_p$ を求めるのが便宜であるが、勿論 Fig. 263 ~ 266 に示した實際の荷重状態に對するものより稍々大きな値を得ることは免れないのである。然し乍ら標準荷重の定め方に相當大きい假定が含まれて居り、又實際は格點は縦綫なるに拘らず計算には摩擦なき鉚接と看做すが如き事實を考へれば、上の如き假定荷重状態から來る誤差は許し得べきものと考へられる。

(3) 聯行荷重列

(1) 荷重列の最大危險位置

Fig. 280 に於いて荷重は下弦に働くものとし、左上り斜材 CF_2 に $maxD_p$ を生ずべき荷重列の位置を定めよう。今

Fig. 263 に就いて説明した方法により重荷限界 E を、又 Fig. 270 に述べた方法により影響綫 I II III を決定したものとすれば、零點 N は E を通る垂直線上になければならない。さて荷重列が右支點 B を經て左方に進み格間



F_1F_2 迄來たものとすれば、 F_2 の右側にある荷重 P から $D_p = P\eta$ を F_1 及び F_2 間にある荷重から

$D_p = P(\eta - \eta')$ を生ずるが故に全體として

$$D_p = \sum P\eta - \sum' P\eta'$$

となる。茲に \sum は總べての荷重に就いて、 \sum' は F_1 及び F_2 間にある荷重に就いての和を表す。

今圖より $\eta = c \frac{b}{\xi}$, $\eta' = c \frac{b'}{\xi'}$ とすれば

$$D_p = c \left\{ \frac{1}{\xi} \sum P b - \frac{1}{\xi'} \sum' P b' \right\}$$

となる。茲に b は荷重 P の右支點からの距離を、 b' は格間 F_1F_2 上にある荷重

Fig. 280

の F_2 からの距離を表してゐる。若しも荷重列を更に距離 db だけ左方に進めたとすれば b は $b+db$, b' は $b'+db$ となるを以つて應力 D_p の変化 dD_p は次の式にて與へられる。

$$dD_p = c db \left\{ \frac{\Sigma P}{\xi} - \frac{\Sigma' P}{\xi'} \right\}$$

但しこの際荷重列の移動により新荷重が桁上にのる事なく、又移動前 F_1F_2 の外にあつた荷重は移動後も F_2 の右にあるものとする。而して $dD_p > 0$, 即ち $\frac{\Sigma P}{P_1} > \frac{\xi}{\xi'}$ ならば移動によつて應力は増加する事を知るわけであるから、結局聯行荷重列の最大危険位置を定める次の法則を得る。

先づ基本位置、即ち荷重列が右支點 B から左方に進んで第一荷重 P_1 が F_2 にある場合を考へ、次に荷重列を db だけ右方に移動せしめて $dD_p > 0$, 即ち $\frac{\Sigma P}{P_1} > \frac{\xi}{\xi'}$ なるか否かを檢算する。そして若し $\frac{\Sigma P}{P_1} < \frac{\xi}{\xi'}$ ならば $dD_p < 0$ なるを以つて基本位置が最も危険なる事を知るべく、之れに反して $\frac{\Sigma P}{P_1} > \frac{\xi}{\xi'}$ ならば荷重列を更に前方に進め P_2 を F_2 の上に置く。そして $\frac{\Sigma P}{P_1 + P_2} > \frac{\xi}{\xi'}$ が成立するか否かを檢算し、以下同様にして最後に最大危険の荷重位置を求めるわけである。

次に斜材 D に対し最も危険な荷重位置を圖式的に定めるには、Fig. 280 に示す様に荷重 P_1, P_2, P_3, \dots を B' を通る垂直線上に B' より順次上方に並べ、又一方荷重列を紙片に記入して桁に沿うて移動するに便利な様にする。そして先づ基本位置に於いて何個の荷重が桁の上に乗るかを定めるのであるが、この際最後の荷重が支點 B の上にあれば之れをも桁上の荷重に加算する。次に桁上に乗る荷重の和 ΣP を B' を通る垂直線上にとり $\overline{B'J} = \Sigma P$ とし (圖にては $\overline{B'J} = \Sigma' P$)、 J と零點 N を直線にて結ぶ。而してこの直線が F_2 を通る垂直線と交る點 R を通つて引かれた水平線が垂直線 $B'J$ 上にある荷重 P_1 と交れば基本位置が最も危険となり、他の P_m と交れば P_m が格點 F_2 に乗る様に荷重列を進行せしめる事が必要である。Fig. 280 の場合は丁度 P_2 が格點 F_2 上にある時 $\max D_p$ を與へる事になる。

尚 Fig. 280 の如く荷重列を左方に移動せしめた結果桁上に乗る荷重の總和 ΣP が變る場合があるが、この時には Fig. 280 に示す様に點 J の代りに點 J' を、點 R の代りに點 R' を用ひる事が必要である。只今の場合 R' を通る水平線は P_2 を切るを以つて、之れ以上荷重列を進行せしめる必要はない。

次に $\min D_p$ を見出す方法であるが、この時には支點 A から右方に進む聯行荷重列の何番目の荷重が格點 F_1 の上にあるべきかを矢張り上に述べたと同様に決定する事が出来る。

(2) 基本位置に對し部材力 D を求める第一解法

以下説明は動荷重の影響のみに就いてあるから D_p に於ける添字 p を省略する。Fig. 281 に於いて斜材 34 の最大應力 $\max D_4$ を見出す爲に断面 $t-t$ の右側のみに荷重を作用せしめ、先づ先頭荷重が格點 4 まで進んだものとする。然らば断面 $t-t$ の左側には單に支反力 A_4 が存するのみであつて、而もこの A_4 の値は第十章第四節に説明した A -多角形の方法により容易に見出す事が出来る。今 U_3 を延長して A_4 との交點を C とし點 C 及び格點 3 を直線 L にて結ぶ時、先づ A_4 を U_3 及び L の方向に分ち、更に L を O_4 及び D_4 の方向に分解すれば容易に基本位置に對する D_4 を求める事が出来る。勿論この際力 A_4 の方向は力の三角形に沿うて廻る時同一方向の矢に出會ふ様にして決定すれば

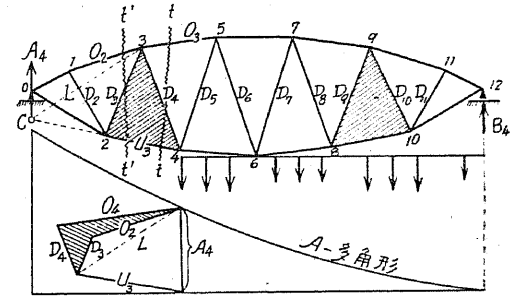


Fig. 281

よいのであつて、Fig. 281 に於いては D_4 は張力となつてゐる。尚ほ部材力 $\min D_3$ は断面 $t-t$ の右に荷重せられた場合に起るを以つて其の基本位置は矢張り $\max D_4$ に對するものと一致し、従つて基本位置に於ける D_3 は格點 3 に集る四部材力 O_2, O_3, D_3, D_4 の内二つを既に知ると云ふ事から容易に求める事が出来る。Fig. 281 に於いて特に影線を施せるは格點 3 に對する平衡多角形及び同時に極

限值に達する二部材を邊とする三角形であり、又その三角形の第三邊は荷重の働く弦となつてゐる。

同一方法を以つて 聯行荷重列が右支點 B から夫々格點 10, 8, 6, 4, 2 まで進んだ場合に於ける左上り斜材に對する $max D$ 及び右上り斜材に對する $min D$ を見出す事が出来る。而して桁が中心軸に關し對稱である時には $min D_4 = min D_{10}$, $max D_3 = max D_{10}$ ……となる。之れに反し非對稱である時には $min D_2, min D_4, ……$, $max D_3, max D_5, ……$

を見出す爲には荷重列を A から右方に進めて上述の事を繰返す必要がある。勿論基本位置が部材に對し極限應力を與へない時には第二、第三荷重等を順次該格點に乗せて見るを要するは云ふまでもない。

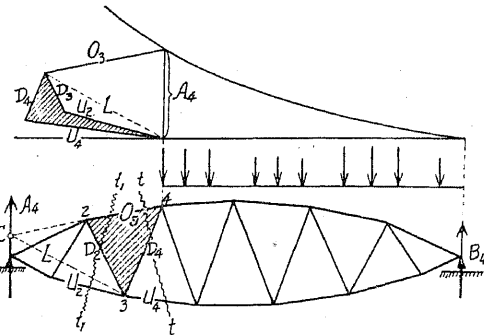


Fig. 282

Fig. 282 に於いては荷重が上弦に作用し格點 4 まで進んだ場合を考へたのであつて、 $max D_3$ 及び $min D_4$ に對する基本位置となつてゐる。Fig. 281 と同様の作圖を繰返して基本位置に對する D_3, D_4 を求めたものであるから、再び説明する事を略して置く。

(3) 基本位置に對し部材力 D を求める第二解法

Fig. 283 に示す様に支點 B に隣る格點 7 に荷重が働き反力 $A = 1$ を生じたるものとする。この荷重状態に對し Cremona の應力圖により格點 7 の左側にある總べての部材の應力を見出しそれを D' として表すことにする。勿論この際格點 7 に働く荷重の大きさは決定する必要はなく左支點 A より順次右の格點に向つて應力圖を描いてゆけばよい。今 $max D_3$ 及び $min D_4$ に對する基本位置として荷重(上弦に働くものとする)が格點 4 まで進んだものとし、その時の左支點反力を A_4 とすれば、基本位置に對する應力は

$$D_3 = A_4 \cdot D'_3(\text{張力}) \quad D_4 = A_4 \cdot D'_4(\text{壓力})$$

となる。又荷重が下弦格點に働く時は $min D_4, max D_5$ に對する基本位置は格點 5 迄荷重が進んだ時であつて、その時の左支反力を A_5 とすれば、基本位置に對する應力は

$$D_4 = A_5 \cdot D'_4(\text{壓力}) \quad D_5 = A_5 \cdot D'_5(\text{張力})$$

となる。斯くの如く Fig. 283 (b) に示す如き荷重状態 $A = 1$ に對する Cremona 應力圖を畫きおけば斜材の基本位置に於ける應力 D を容易に定める事が出来る。

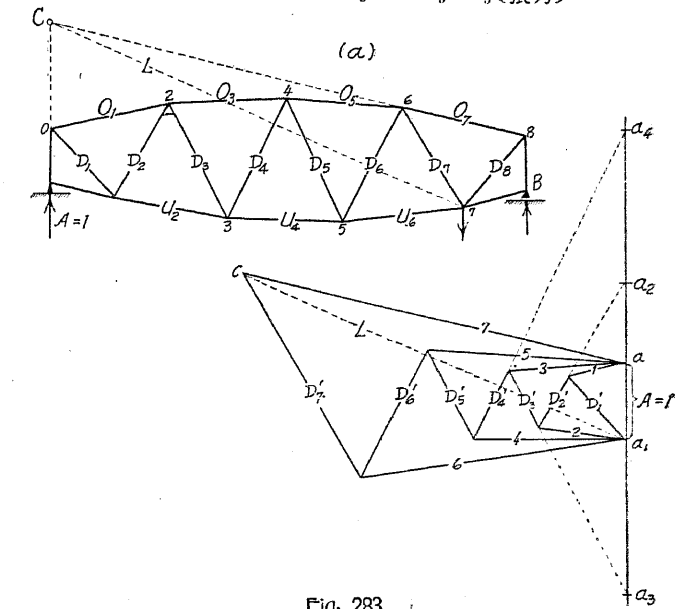
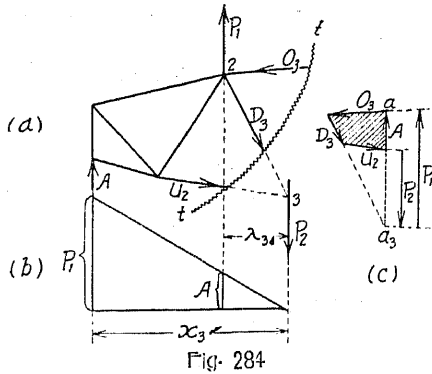


Fig. 283

尙荷重状態 $A = 1$ に對する Cremona の應力圖が正確に畫かれたか否かを檢するには Culmann 解法を用ふ。即ち Fig. 283 (a) に於いて例へば O_7 を延長し支反力 A との交點を C とし、點 C 及び格點 7 を直線 L にて結ぶ、次に Fig. 283 (b) に於いて $A = 1$ の始點 a_1 を通じて L に平行線をひけば、この平行線は O_7 と D'_1 の交點 C を通らねばならない。この事實は Fig. 283 (a) に於いて部材 O_7, D_7, U_6 を切る断面 $t-t$ を引き Culmann 解法により $A = 1$ をこの三部材の方向に分解する作圖を考へれば容易に知り得る事である。更に Fig. 283 (b) に示す Cremona の應力圖は次の性質をもつてゐる。即ち Fig. 284 に示す様に部材 O_3, D_3, U_2 を切る断面 $t-t$ により構桁を二つの部分に分ち、且つ反力 A を格點 2 及び 3 に働く二つの力 P_1 及び P_2 を以つて置き換へ、丁度 P_1

及び P_2 の合力が反力 A に等しくなる様にする。然らば P_1, P_2 は $P_1 - P_2 = A, P_1 \lambda_3 = Ax_3$ なる関係を満足すべきを以つて、Fig. 284 (b) に示す如くして簡単に P_1 を定め、従つて又 P_2 を P_1 を O_3 及び D_4 の方向に、又



P_2 を U_2 及び D_3 の方向に分解すれば、Fig. 284 (a) に示す如く A, O_3, D_3, U_2 からなる力の多角形を得る。而して Fig. 283 (b) に於いて D_3' の延長が A と交る点を a_3 とすれば、Fig. 284 に就いて説明した事實により $\overline{aa_3} = P_1$ となる。今斜材の水平投影長が總べて λ であるとすれば $x_3 = 3\lambda$ となり、 $P_1 \lambda_3 = Ax_3$ なる関係より $P_1 = 3A$ となる。故に Fig. 283 に於いて λ が一定なれば $\overline{aa_3} = 3\overline{aa_1}$ と云ふ関係が成立せねばならない。同様にして D_4' と A の交点を a_4 とすれば $\overline{a_1a_4} = 4\overline{a_1a}$ となる。以上の関係を應用すれば應力圖にて A の方向と D' の方向の交点を定める事が出来る。

尙應力圖に於いては支點 B の附近にある部材の應力は著しく大となるから、この部分に於ける力の縮尺を A の附近に於けるものより小とする方が便利な時もある。例へば D_5, D_6 及び D_7 を小なる縮尺を以つて表すには力多角形 $A O_5 D_6 U_6$ を縮小して之れを次の應力圖に結びつけるとよい。勿論この力多角形 $A O_5 D_6 U_6$ は Culmann 解法で畫く事も出来る。

〔4〕 基本位置に對し部材力 D

を求める第三解法

荷重が下弦に働く場合斜材力

$\min D_3$ 及び $\max D_4$ に對する基本位置は荷重列が B より左方に向つて進み第一荷重が格點 4 に達した時

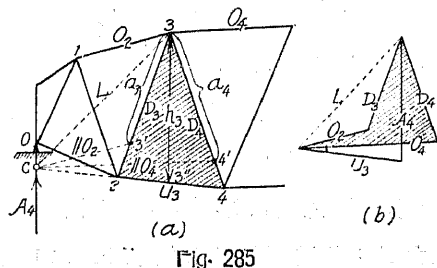


Fig. 285

であつて、この時の左支反力を A_4 としよう。Fig. 285 (a) に於いて U_3 と A の交点を C とし、 C を通じて O_4 及び O_2 に平行線をひき、 D_3 及び D_4 の交点を各々 $3'$ 及び $4'$ とする。尙格點 3 を通じて垂直線をひき U_3 との交点を $3''$ とする。又一方 Fig. 285 (b) に示す如く Fig. 281 と同様にして Culmann 解法により基本位置に對する D_4 を定め、更に D_3 を定める爲に格點 3 に對する平衡多角形を畫く。然らば (a) 圖に於ける三角形 $C33''$ 及び四邊形 $C3'34'$ は夫々 (b) 圖に於ける力三角形 LA_4U_3 及び力四邊形 $O_2D_3D_4O_4$ に相似である。従つて $33'' = h, 34' = a_4, 33' = a_3$ とすれば、

$$D_4 = +A_4 \frac{a_4}{h_3}, \quad D_3 = -A_4 \frac{a_3}{h_3}$$

となる。従つて A_4 を表より計算し、 a_4, a_3, h_3 を圖上にて求めると容易に基本位置に對する D_3, D_4 を求める事が出来る。他の斜材に就いても同様にして所要の値を求める事が出来る。

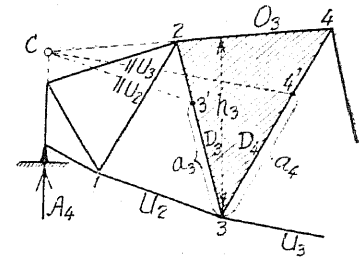


Fig. 286

Fig. 286 は荷重列が上弦に働く場合、 $\max D_3$ 及び $\min D_4$ に對する基本位置に於ける應力 D_3, D_4 を求める方法を示したものであつて、先づ O_3 と A の交点 C を通じて U_2 及び U_3 に各々平行線をひき斜材 D_3 及び D_4 との交点を夫々 $3', 4'$ とする。而して $33' = a_3, 34' = a_4$ とすれば

$$D_3 = +A_4 \frac{a_3}{h_3}, \quad D_4 = -A_4 \frac{a_4}{h_4}$$

として D_3, D_4 を求める事を得る。

〔5〕 荷重列が基本位置より進みたる場合

Fig. 287 に於いては構桁の上弦に荷重が働き、斜材力 D_5, D_6 に對する最も危険な荷重位置は基本位置にあらずして若干荷重だけ格點 6 より更に左に進んだ時であるとする。然らば O_5, D_6, U_6 を切る断面 $t-t$ の左側には左反力 A_6 の他に格間 46 にある荷重の格點 4 に及ぼす壓力 K が存在する。而してこの内 A_6 の値は常に $A-t$ 多角形に於いて先頭荷重の下にある縦距として表され、又 K

の値は Fig. 223 に就いて説明した方法により容易に之れを求める事が出来る。

Fig. 287 に於いては第二荷重が格點 6 にある場合を考へたるを以つて、格點 4 を通る垂直線上に水平線 $A'B'$

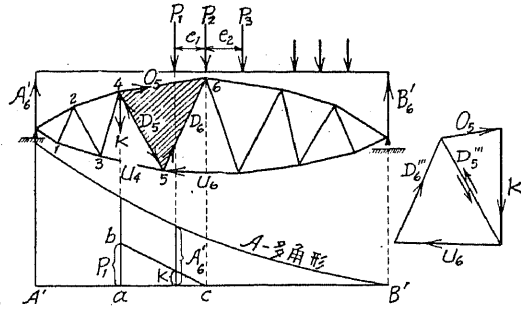


Fig. 287

から $ab = P_1$ として點 b を定め、之れを格點 6 に相當する $A'B'$ 上の點 c と直線にて結ぶ。然らば直線 cb が荷重 P_1 の垂直線上に切る長さは K を與へる、勿論第三荷重が格點 6 に乗る時は Fig. 223 に示す様に $ab = P_1 + P_2 \frac{e_2}{e_1 + e_2}$ と採らなければならない。

斯くして A'_6 及び K が求め得たならば、 A'_6 に基因する斜材應力は前述の諸方法より求め得べく、又 K に基因する斜材應力 D''' を求めるには次の如くすればよい。即ちこの問題は要するに K と平衡を保つべき三力 O_6, D''_6, U_6 を定める事に他ならないから、先づ K を O_6, D_6 の方向に分解し更に D_6 を D_6, U_6 の方向に分解する。そして力の平衡條件から力多角形の矢の方向を決定するのであるが、只今の場合 D_6 は壓力、 D_6 は張力となる。普通作圖に於いては K の影響を知る力多角形は反力 A'_6 に對するものより大なる縮尺で畫く。今 A'_6 の影響を第二解法によつて求めたとすれば全體として、

$$\max D_6 = A'_6 D'_6 + D''_6, \quad \min D_6 = A'_6 D'_6 + D''_6$$

となる。この例に於いては D'_6 及び D''_6 は正號にして、 D''_6 及び D'_6 は負號である。

Fig. 288 は聯行荷重列が下弦に働き、第二荷重が格點 6 に來る時 $\min D_6$ 及び $\max D_6$ を與へると考へたのであつて、 A'_6

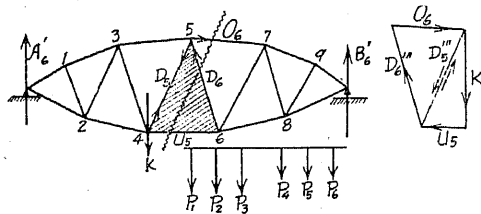


Fig. 288

の影響を第二解法により求めると、

$$\min D_6 = A'_6 D'_6 + D''_6, \quad \max D_6 = A'_6 D'_6 + D''_6$$

となる。この例に於いては D'_6 及び D''_6 は正號にして、 D'_6 及び D''_6 は負號である。

一般に結構が垂直材を有するとか、又上下弦材の一方が水平である場合には解法は著しく簡單である。例へば Fig. 289 に示す如き構

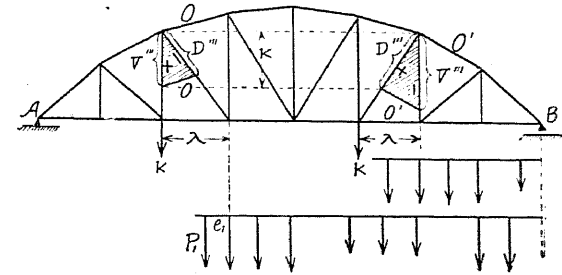


Fig. 289

桁に於いては桁の左半分に於いては $V''' = K$ となり、 D''' は $V''' = K$ を

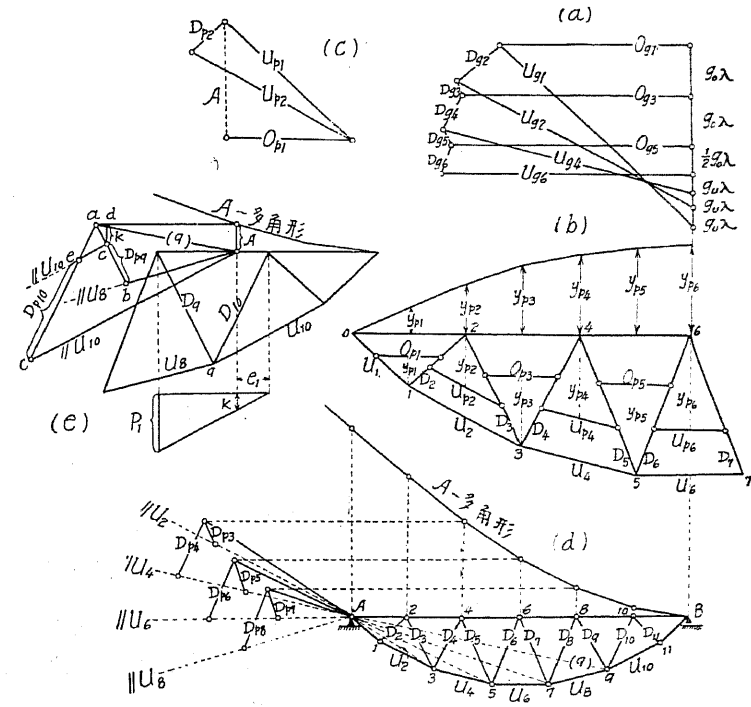


Fig. 290

O 及び D の方向に分解する事によつて求められる。次に桁の右半分に對しては K を水平と D の方向に分解して D''' を得べく、更に D''' を O 及び V の方向に分解して V''' を得る事が出来る。

〔4〕 應力圖に對する例題

以上説明した解法の例題として Fig. 290 (a)~(d) に於いて鐵道橋構桁に對して最大部材力を求めるに必要な應力圖を示さう。構桁の形は (d) 圖に示す様に上弦は水平にして下弦格點は一直線上にあるものとし、又荷重は上弦に働くものとする。(a) 圖は靜荷重を上弦及び下弦格點に分ちて働くものとし、それに対する Cremona の應力圖を畫いたものである。(b) 圖には動荷重に依つて生ずる弦部材應力の内總べての O_{pm} 及び U_{p1} を除いた他の總べての U_{pm} を求めたものであるが、圖に於ける y_{pm} は第十章第五節 Fig. 124 に示した所の索多角形から求めたものであり、格間長は總べて同一であり下弦格點は格間の中央に當るものとして本章第二節〔2〕Fig. 277 に於いて説明した方法によつて部材應力を求めたのである。次に (c) 圖にては O_{p1} から U_{p1} , U_p , 及び O_{p2} を求める應力圖を示し、(d) 圖にては $max D_{p3}$, $min D_{p4}$, $max D_{p5}$, $min D_{p6}$, $max D_{p7}$, $min D_{p8}$ に對する荷重列の最大危險位置は基本位置であると云ふ事から本章第三節〔3〕(2), Fig. 282 に従つて Culmann 解法によりそれ等の値を求めたものである。即ち (d) 圖にて上弦部材と反力 A との交點は支點 A であり、又力 D と U の交點は下弦格點であるから、支點 A と是等の格點を結ぶ直線は L の方向を與へる。従つて L は支點 A を通る線集であつて、先づ反力 A_p を O と L の方向に分ち、更に L を U と D の方向に分てば所要の D の値を得る事になる。最後に (e) 圖にては $min D_{p9}$ 及び $max D_{p10}$ は第二荷重 P_2 が格點 10 に乗つた時生ずる事を知り、それに対する作圖法を示したのである。

第四節 Zimmermann 解法

〔1〕 總 說

Fig. 291 に示す様に三角形網からなる結構を部材 O_5 , D_5 , 及び U_4 を切る所の斷面 $t-t$ にて切斷し、その左側桁部分に働く外力の合力を Q とし、上向に向ふものとしよ。今格點 4 及び 5 から Q 迄の水平距離を夫々 c_4 及び c_5 とし Q を夫々格點 4 及び 5 を通る二力 P_1 及び P_2 を以つて置換へ、 P_1 は上方に、 P_2 は下方に向ふものとすれば、 $c_5 - c_4 = \lambda_5$ とする時次の關係式が成立する。

$$P_1 \lambda_5 = Q c_5 \quad P_2 \lambda_5 = Q c_4, \text{ 及び } P_1 - P_2 = Q$$

然るに $Q c_5 = M_5$ 及び $Q c_4 = M_4$ は夫々 Q の格點 5 及び 4 に關する彎曲力率であるから、
 $P_1 = \frac{M_5}{\lambda_5}$,
 $P_2 = \frac{M_4}{\lambda_5}$ となる。

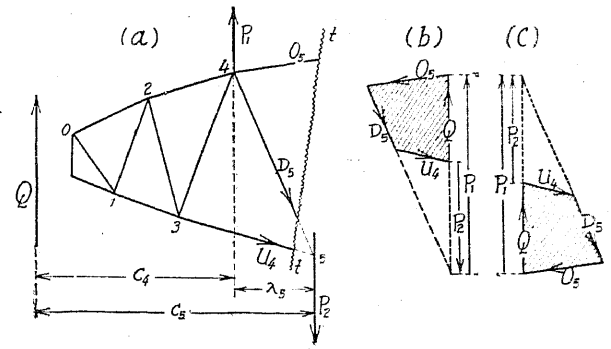


Fig. 291

この關係を利用すれば格點に關する彎曲力率より P_1 及び P_2 の値を知り得るわけであるが、斯くして P_1 及び P_2 の値を知れば前節〔3〕, (3) に述べた方法により、Fig. 291(b) 及び (c) の如くして容易に O_5 , D_5 , U_4 の値を知る事が出来る。

Zimmermann 氏は構桁の三角形網を相當大なる縮尺で畫きその内に Fig. 291 に示す如き應力圖を畫く事にしたのであつてその實例を示せば Fig. 292 の様である。この圖に於いては例へば部材力 D_5 を部材 D_5 の上に表す如く作圖し、又應力圖の矢の方向は剪力 $Q = \frac{M_5}{\lambda_5} - \frac{M_4}{\lambda_5}$ の符號により決せられる。この Zimmermann 解法は斜材の水平投影長 λ が一定なる時特に便利であつて $P = \frac{M_m}{\lambda}$

を定めるに、必要な彎曲力率 M_m を極巨 $H = \epsilon \lambda$ を以つて描かれた索多角形から定めるものとするれば、

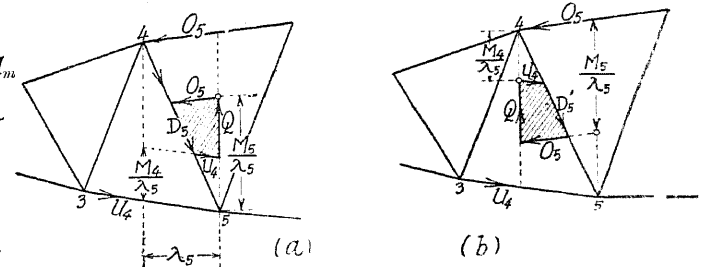


Fig. 292

$$M_m = H y_m = \epsilon \lambda y_m$$

となる。茲に ϵ は任意に選ばれた整数を表す。従つて格點 4 及び 5 に對しては夫々、 $\frac{M_5}{\lambda} = \epsilon y_5$ 及び $\frac{M_4}{\lambda} = \epsilon y_4$ となる。尙大多數の斜材に對しては λ が

一定なるも唯小數の斜材に對し λ が異なる場合、例へば Fig. 292 に於いて斜材 45 の水平投影長が $\lambda = \frac{H}{\varepsilon}$ と異なる所の λ' なる値を有する時には εy_5 及び εy_4 の代りに夫々、 $\frac{M_5}{\lambda'} = \frac{M_5}{\lambda} \frac{\lambda}{\lambda'} = \varepsilon y_5 \frac{\lambda}{\lambda'}$ 及び $\frac{M_4}{\lambda'} = \frac{M_4}{\lambda} \frac{\lambda}{\lambda'} = \varepsilon y_4 \frac{\lambda}{\lambda'}$ を用ふべきである。而してこの値は Fig. 293 の如くすれば容易に圖式的に求める事が出来る。普通便宜上 εy の代りに y を用ひ力の縮尺を變化するが、例へば索多角形を畫く爲には縮尺として $1\text{cm} = n'$ とし之に對し應力を測る時 $1\text{cm} = \varepsilon n'$ とするが如きである。

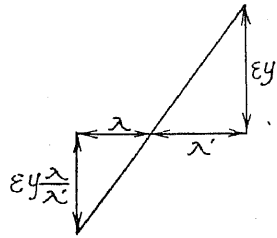


Fig. 263

〔2〕 弦部材に於ける應力

Fig. 294 に於いて弦部材に生ずる極限應力を求める方法を説明しよう。今動荷重から生ずる最大彎曲力率を求める爲 $H = \varepsilon \lambda$ なる極距を以つて索多角形を畫き、Fig. 224 の如くして求めた各極點の最大縦距を y_{pm} とすれば、動荷重による最大彎曲力率は $M_{pm} = Hy_{pm}$ として與へられる。次に靜荷重から生ずる彎曲力率 M_{gm} を求め H にて除したるものを y_{gm} とすれば、 y_{gm} は拱矢 $\frac{gl^2}{8H}$ を以つて畫れた拋物線の縦距となる。而して靜動荷重から生ずる彎曲力率は

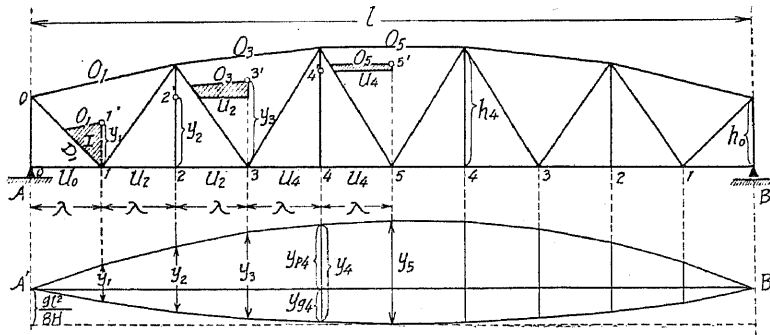


Fig. 294

$M_m = Hy_m = H(y_{pm} + y_{gm})$ となるべく、かくして求めた縦距 y_m を水平線 $A'B'$ の上下にならべ、この y_m を用ひて Fig. 292 (a) に示した解法により U_m ,

O_m を求める方法を示せば圖の様である。この場合上弦格點 O には動荷重が作用しないから V_0 及び D_1 の最大應力は O_1 の最大應力と同時に起る事を知るを以つて、Fig. 295 に示す如く上極格點 O に就いて平衡多角形を畫けばその値を知る事が出来る。而して上弦格點 O に働く靜荷重を G_0 とすれば、Fig. 295 (b) に於ける力示圖と Fig. 294 に於ける力示圖 I を比較して $V_0 - G_0 = y_1$ なる事を知る。従つて $V_0 = y_1 + G_0$ となり、且つ壓力となる。尙 Fig. 294 に於いて格點 2 にある柱 V_2 の應力は Fig. 296 に示す様に格點 2 に働く最大壓力に等しかるべく、而も動荷重によるものは支間 2λ の中點に對して生ずる $\max M_p$ を $\frac{\lambda}{2}$ を以つて割つたものに等しい。

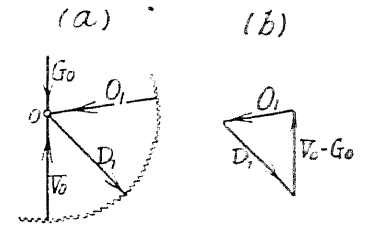


Fig. 295

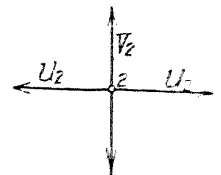


Fig. 296

Fig. 297 に於いては下弦格點が横桁の中間にある場合を示したものであるが、この場合靜荷重 g を g_0 及び g_u に分ちて y_{gm} を求めるには、 $\frac{g_0 l^2}{8H}$ 及び $\frac{g_u l^2}{8H}$ を拱矢とする二つの拋物線を畫き、それに内接し格點に相當する點を角點とする多角形を作りその二つの縦距を加へ合はすとよいのであつて、丁度圖に示す如き結果となる。

又動荷重から横桁の中間にある格點 1, 3, 5, 9 に生ずる最大彎曲力率の縦距 y_p を精密に求めるには Fig. 227 に於いて説明した方法に依るべきであつて、その結果を示せば Fig. 297 の左半分の様である。然し乍らこの代りに横桁のある格點 2, 4, 6, 8 に生ずる最大彎曲力率の縦距 y_p を第十章第四節に於いて説明した方法で求めその中間を直線にて結ぶも實用上差支へないのであつて之れを圖示すれば Fig. 297 の右半分の

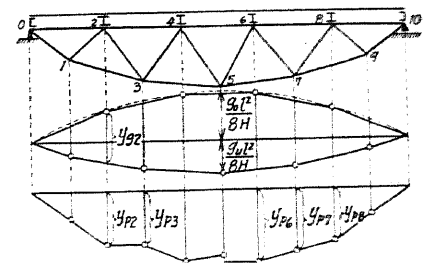


Fig. 297

様である。若し桁が等布動荷重を受け、且つ同一格間であれば $\frac{M_{pm}}{\lambda}$ を簡単に求める事が出来るのであつて、

例へば Fig. 298 に示す如き對稱荷重を受けた場合を考へれば、先づ剪力 Q に對しては

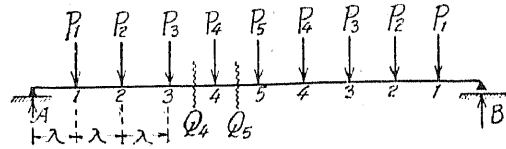


Fig. 298

$$Q_{p5} = A_p - (P_1 + P_2 + P_3 + P_4), \quad A_p = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \frac{1}{2} P_5$$

$$\therefore Q_{p5} = \frac{1}{2} P_5;$$

$$Q_{p4} = A_p - (P_1 + P_2 + P_3) = Q_{p5} + P_4; \quad Q_{p3} = Q_{p4} + P_3; \dots$$

となり、又彎曲力率に對しては

$$\frac{M_{p1}}{\lambda} = Q_{p1}; \quad \frac{M_{p2}}{\lambda} = \frac{M_{p1}}{\lambda} + Q_{p2}; \quad \frac{M_{p3}}{\lambda} = \frac{M_{p2}}{\lambda} + Q_{p3}; \dots$$

となる。

計算例

桁の支間を 36m とし、之れを 10 格間に分ちたるものとする。今列車荷重から生ずる最大彎曲力率を $max M_p = 2,156 \text{ t-m}$ とすれば、その相當等布荷重は

$$p = \frac{8max M_p}{l^2} = 13.31 \text{ t/m} \text{ となる。従つて格點荷重は}$$

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = 13.31 \times 3.6 = 47.916 \text{ t}$$

となり、 $\frac{M_{pm}}{\lambda}$ を計算する書式を示せば次の如し。

$Q_{p5} = \frac{1}{2} P_5 = 23.958$	$(\frac{M_{p1}}{\lambda}) = 215.622 = Q_{p1}$
(+) 47.916 = P_4	(+) 167.706 = Q_{p2}
$Q_{p4} = 71.874$	$(\frac{M_{p2}}{\lambda}) = 383.328$
(+) 47.916 = P_3	(+) 119.790 = Q_{p3}
$Q_{p3} = 119.790$	$(\frac{M_{p3}}{\lambda}) = 503.118$
(+) 47.916 = P_2	(+) 71.874 = Q_{p4}
$Q_{p2} = 167.706$	$(\frac{M_{p4}}{\lambda}) = 574.992$
(+) 47.916 = P_1	(+) 23.958 = Q_{p5}
$Q_{p1} = 215.622 \text{ t}$	$(\frac{M_{p5}}{\lambda}) = 598.950 \text{ t-m}$

尚上記 $\frac{M_{pm}}{\lambda}$ の値は次式から計算する事も出来る。

$$\frac{M_{pm}}{\lambda} = \frac{p\lambda}{2} m(10-m), \quad m = \text{格點番號} = 1, 2, 3, 4, 5$$

〔3〕 腹部材に於ける應力

部材力 D の極限值は荷重の基本位置で起るものと假定し、その解法を Fig. 299 に示さう。今一例として $max D_3$ を求める爲荷重列を右支點 B から格點 3

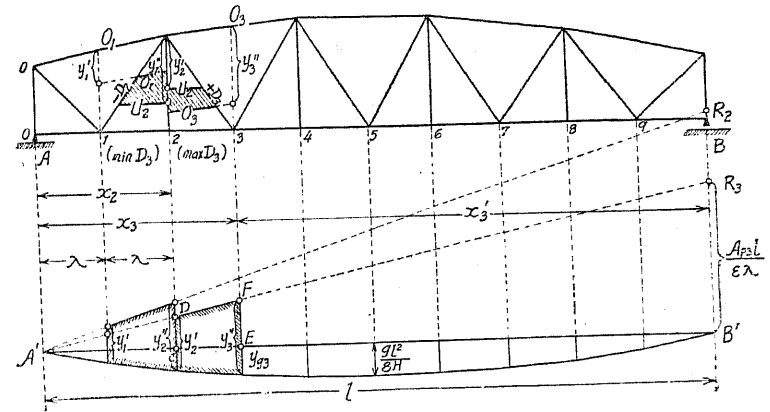


Fig. 299

まで進ましめ、その時の左支點 A の反力を A_{p3} とすれば、

$$M_{p3} = A_{p3}x_3, \quad M_{p2} = A_{p3}x_2$$

となる。従つて $y_{p3} = \frac{M_{p3}}{\epsilon\lambda} = \frac{A_{p3}x_3}{\epsilon\lambda} = \frac{A_{p3}l}{\epsilon\lambda} \frac{x_3}{l}, \quad y_{p2} = \frac{A_{p3}l}{\epsilon\lambda} \frac{x_2}{l}$

なる關係を得る。圖式的にこの y_{p3} 及び y_{p2} を求めるには右支點垂直線上に $\overline{BR}_3 = \frac{A_{p3}l}{\epsilon\lambda}$ とおき、直線 $A'R_3$ をひき、格點 2 及び 3 を通る垂直線との交點を夫々 D 及び F とする。然らば $\overline{CD} = y_{p2}, \overline{EF} = y_{p3}$ となるのであつて、これらに靜荷重から生ずる y_{p2} 及び y_{p3} を加へ、その和を夫々 y'_2 及び y'_3 とすれば、これらより容易に Fig. 292 (b) の如くして $max D_3$ を求める事が出来る。同様に $\overline{BR}_2 = \frac{A_{p2}l}{\epsilon\lambda}$ をとつて部材力 $min D_2$ を定める事が出来る。尚この場合支反力 A_{pm} は Fig. 222 に示す様にして極距 l を以つて

畫かれた索多角形から求める事が出来るが、この Zimmermann 解法を用ひる時には極距 l の代りに $\varepsilon\lambda$ を用ひる方が便利である。何故ならば第十章第四節(1)に従つて、 $A_{pm} = \frac{1}{l} \cdot \sum_1^n P b = \frac{1}{l} \cdot \varepsilon\lambda \cdot y_{pm}$ なる關係が成立するを以つて索多角形の縦距 y_{pm} は $\frac{A_{pm}l}{\varepsilon\lambda}$ を表す事になる。この意味からこの索多角形を稱して " $\frac{A_{pm}l}{\varepsilon\lambda}$ " 多角形と稱する。特に列車荷重に對する支反力 A_{pm} を見出すには第十章第五節に述べた様に表を用ひる事が出来るのであつて、

$$A_{pm} = \frac{\sum_n b_n + \varepsilon_n}{l}, \quad \frac{M_{pr}}{\lambda} = \frac{A_{pm}x_r}{\lambda} = r \cdot A_{pm}, \quad \text{但し } r \leq m$$

となる。この際格間長 λ 及び格點荷重 P が一定なれば $\frac{M_{pr}}{\lambda}$ を求める事は一層簡單であつて、例へば Fig. 300 に於いて $\frac{M_{p3}}{\lambda}, \frac{M_{p4}}{\lambda}$

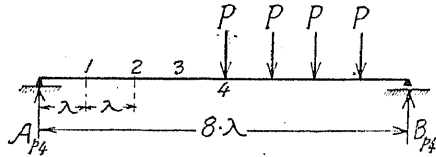


Fig. 300

の値を求めると、

$$A_{p4} = P \left(\frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} + \frac{4}{8} \right) = \frac{10}{8}P, \quad M_{p3} = A_{p4} \cdot 3\lambda, \quad M_{p4} = A_{p4} \cdot 4\lambda$$

$$\therefore \frac{M_{p3}}{\lambda} = \frac{30}{8}P, \quad \frac{M_{p4}}{\lambda} = \frac{40}{8}P$$

となる。これに夫々静荷重からの $\frac{M_{g3}}{\lambda}, \frac{M_{g4}}{\lambda}$ を加へると $\frac{M_3}{\lambda}, \frac{M_4}{\lambda}$ を得る。

次に荷重列が基本位置から更に進んで P_2 が該格點にある時最大應力を與へるものとし、 $\max D_3$ を

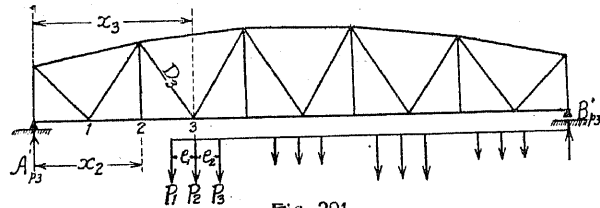


Fig. 301

例にとつて説明しよう。Fig. 301 に於いて $y'_{p3} = \frac{M'_{p3}}{\varepsilon\lambda}$ の値を圖式的に決定するには前と同様に $\overline{B'R'_3} = \frac{A'_{p3}l}{\varepsilon\lambda}$ を B 垂直線上において直線 R'_3A' をひき、格點 2 及び 3 の下に於ける縦距を夫々 y'_2, y'_3 とする。

$$\text{然らば } y'_3 = y_{g2} + \frac{A'_{p3}l}{\varepsilon\lambda} \frac{x_2}{l} = y_{g2} + \frac{M'_{p2}}{\varepsilon\lambda} = y_{g2} + y'_{p2},$$

$$y''_3 = y_{g3} + \frac{A'_{p3}l}{\varepsilon\lambda} \frac{x_3}{l} = y_{g3} + \frac{M'_{p3}}{\varepsilon\lambda} + \frac{P_1e_1}{\varepsilon\lambda} = y_{g3} + y'_{p3} + \frac{P_1e_1}{\varepsilon\lambda},$$

となるを以つて $y'_2, y''_3 - \frac{P_1e_1}{\varepsilon\lambda}$ を用ひて Fig. 299 に於ける如き作圖をすれば容易に $\max D_3$ を知るを得る。

(4) 垂直材を有する構桁

(1) 動荷重が上弦格點に働く場合

Fig. 302 に於いて桁の第 m 番目格間を考へ、垂直材 mm の上に下弦格點から $\overline{ma} = \frac{M_m}{\lambda}$ をとり、又垂直材 $(m-1)(m-1)$ の上に下弦格點から $(m-1)b = \frac{M_{m-1}}{\lambda_m}$ をとる。而して a 及び b を通じて、夫々 O_m 及び U_m に平行線をひき、斜材 D_m との交點を夫々 c 及び d とし、垂直材 V_m と b を通る平行線との交點を e とする。然らば $\overline{ac} = O_m, \overline{de} = U_m, \overline{dc} = D_m$ となり、 V_m を見出す爲には下弦格點 m に對する力の多角形を考へ $ef \parallel U_{m+1}$ とすれば $\overline{ef} = V_m$ となる。勿論之れは動荷重の働く上弦に總べての静荷重が作用するものとしての作圖法であつて、圖に於いて力多角形 $edefe$ に附する矢の方向は U_m, D_m, U_{m+1}, V_m の符號を表す事になり、この場合 D_m, U_m, U_{m+1} は張力を、 V_m, O_m は壓力となる。

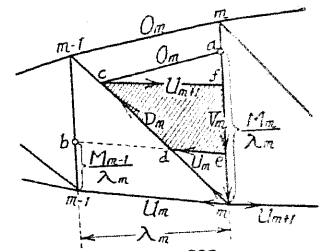


Fig. 302

若し下弦格點 m に静荷重 G_u が働く場合には Fig. 303(b) に示す如き力の多角形が成立すべく、Fig. 302 に得た壓力 $V_m = \overline{fe}$ から G_u をひきて $V_m = \overline{ji}$ として垂直材應力が與へられる。

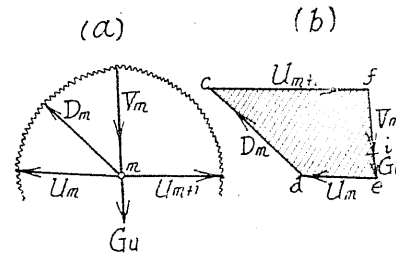


Fig. 303

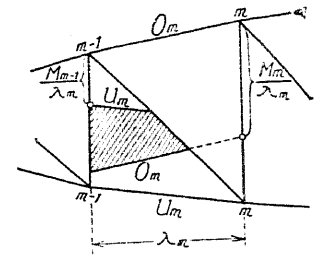


Fig. 304

従つて實際の設計に當つては下弦には静荷重がないものとして總べての V_m の極限值(壓力)を求め、之れに張力 G_u を加へ合すとよい。そして D_m 及び V_m の極限值を求めるには Fig. 302 の作圖法により、又 U_m 及び O_m の極限值を求めるには Fig. 304 に示す作圖法によれば二つの力多角形が重なり合ふ事なく一つの結構内に同時に描れる事になる。

(2) 動荷重が下弦格點に働く場合

Fig. 305 に示す様に二つの垂直線上に夫々 $\overline{ma} = \frac{M_m}{\lambda_m}$, $\overline{(m-1)b} = \frac{M_{m-1}}{\lambda_m}$

とおき、 $ade \parallel O_m$, $bc \parallel U_m$ とする。然らば $bc = U_m$, $cd = D_m$ となり、更に $ef \parallel O_m$ とすれば $fedef$ は上弦格點 $(m-1)$ に對する力多角形となる。この時静荷重は總べて動荷重の働く下弦格點にあるものとすれば $\overline{ef} = V_m$ となる。

而してこの場合 D_m は張力、 V_{m-1} は壓力となり、上弦格點 $(m-1)$ に静荷重 G_0 が作用するものとすれば Fig. 306 に示す如き力多角形が成立し、Fig. 305 に於いて求めた $V_{m-1} = \overline{ef}$ に更に壓力 $G_0 = \overline{fi}$ をつけ加へねばならない。尙 D_m 及び V_m の極限值を求めるには

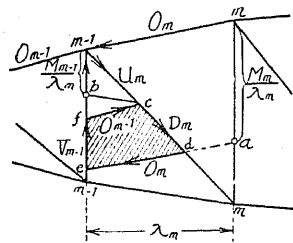


Fig. 305

Fig. 305 の作圖により、又 O_m 及び U_m の極限值を求めるには Fig. 306 の如き作圖法に依るものとすれば一つの結構網内に總べての部材の極限應力を一目瞭然と表す事が出来る。

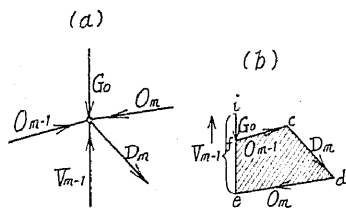


Fig. 306

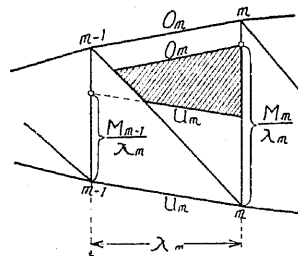


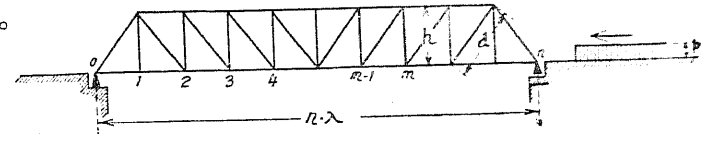
Fig. 307

練習問題 13

(1) 圖の如きプラット下路橋構に移動荷重強度 p が作用する時全格間数を n とすれば左端より第 n 格間に對し、

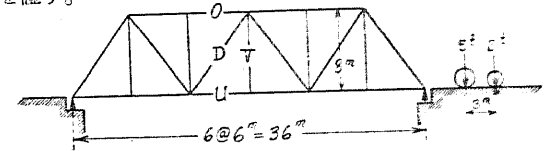
$$\text{斜材最大應力} = \frac{m^2}{n(n-1)} \frac{d}{h} \frac{pl}{2}, \quad \text{垂直材最大應力} = \frac{m^2}{n(n-1)} \frac{pl}{2}$$

なる事を證せよ。



(2) 6 格間よりなる上路プラット橋

構が等布荷重を全徑間に受けたる時其の材料を最も經濟的ならしめるには斜材傾斜が垂直線と $32^\circ 36'$ の角をなすべき事を證す。

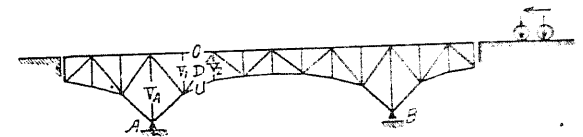


(3) 圖の如き結構に於ける部材力 O, D, U , 及び V に對する影響線を畫け。

(4) 前問題に於いて荷重 5^t 及び 2^t が 3^m の間隔をおいて進行する場合 O, D, U 及び V に對する極限值を求め

(答) $O = -6 \frac{3^t}{4}$, $D = -4 \frac{1^t}{6}$, $U = 7 \frac{1^t}{2}$, 及び $V = 6^t$

(5) 圖に示す結構の部材力 U, O, D, V_1, V_2 及び V_2 に對する影響線を求め



—(完)—