

第三章 構築材料の性質

(Properties of Building Materials)

第一節 變形及び應力 (Strain and Stress)

Fig. 64 (a) に示す長さ l , 直徑 d , 斷面積 $F = \frac{\pi}{4} d^2$ なる直錐の材料は

何れの方角に対しても等質にして常に一定の容量を保つものと假定する。今此錐に Fig. 64 (b) に示す様に錐軸の方向に斷面に一樣に分布せられた張力 P, P を働かす。茲に力の大きさは錐の質分子の結合を保ち、その破壊を生ぜしめざる程度のもとする。従つてこの際錐に於いては内力と外力とが平衡を保つ事になり、

力の作用の結果錐の長さは $\Delta l = l_1 - l$ だけ伸びその直徑は $\delta = d - d_1$ だけ縮小する。即ち茲に二つの變形が生じ、その内一つは軸の方向の伸張にして、他はそれに直角の方向の收縮であるが後者は前者に比して後に説明する如く非常に小なるものである。

次に力 P, P が Fig. 64 (c) に示す如く壓力を加へる様に作用する時は直錐は $\Delta l = l - l_2$ だけ縮小しその直徑は $\delta = d_2 - d$ だけ大となる。かくして軸の方向に壓縮を爲しそれと直角の方向に伸張を爲す。

以上を要するに錐が壓力を受けた場合と張力を受けた場合はその力の方向及び變形が全く反對である。故に普通張力を $+P$, 壓力を $-P$ を以つて表す。

力 P, P と平衡の状態にある錐に於いて軸に直角なる斷面を考へる。この斷面を界として兩側にある錐部分は共に夫々外力と平衡を保つ爲その斷面に分布せられた力に作用せられる事を知る。これ即ち内力であつてその單位面積に對するものを應力 (Stress), 或は單位應力 (Unit stress) と稱す。而して張力に對して生ずる應力を張應力 (Tensile stress) (+), 壓力に對するものを壓應力 (Compressive stress) (-) と云ふ。尙一般に斷面に直角に作用する内力を總稱して直應力

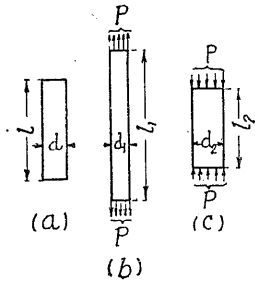


Fig. 64

(Normal stress) と云ふ。力 P, P が錐の兩端に一樣に分布せられてゐる時應力も亦斷面に等布せられるのであつて今應力を σ を以つて表せば

$$(1) \quad \sigma = \frac{P}{F}$$

となる。嚴密に云へば F は力 P が實際に働いてゐる時の斷面であるべきであるから、 P 或は σ が小にしてその斷面を著しく變化せざる範圍に於いて公式

(1) を應用し得るのである。長さの變化 Δl は錐の元の長さ l に關係するが故に單位長に關する長さの變化を求める必要がある。即ち

$$(2) \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

この單位長の長さの變化を稱して單位變形 (Strain) と云ふ。この單位變形 ε と應力 σ の間には、Hooke の實驗の結果、ある荷重範圍内に於いては比例關係が成立する事が知られてゐるのであつて之を方程式にて表せば

$$(3) \quad \varepsilon = \alpha \sigma$$

$$(4) \quad \alpha = \frac{\varepsilon}{\sigma} = \frac{\Delta l}{l} \cdot \frac{F}{P}$$

となる。茲に α の値は材料の性質に従つて異なるが或る點迄は常數であつて、長さ 1 (cm) なる錐が毎平方單位長 (cm^2) に單位力 (kg) の作用を受けた時の長さの變化を表すのである。即ち 1 kg/cm^2 の應力に對する單位變形を表すのである。この定數を稱して變形率と云ふ。(4) 及び (3) を書換へると次の如くなる。

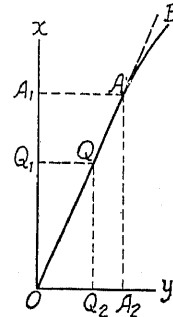
$$(5) \quad \Delta l = \alpha \sigma l$$

$$(6) \quad \sigma = \frac{\varepsilon}{\alpha}$$

此の (6) の比例關係が成立する範圍を此の物質の比例限度 (Limit of proportionality) と云ふ。而して張力及び壓力の側に於いて各々一つの此の限度があるのであつて、此の兩方の限度内に於いては α は定數である。

所が實際上、上に述べた比例限度を有するものは極特殊の小數の材料に限られ、多數のものは之を有せないものである。又材料の應力と變形との比例關係を定めるに當り總變形をとるか或は彈性變形をとるかに依つて非常に定數の値が異なるのであつて、應用力學は主として材料の彈性理論に關する事であるから、吾人は

普通弾性變形を基にして論ずるのである事を注意しなければならない。今この應力と弾性變形との關係を圖示すれば Fig. 65 の如くなるのであつて、茲に Ox 軸に P を Oy 軸に Δl をとつてゐる。この應力變形圖 $OQAB$ は一つの鋼に屬するものを示すのであつて、 Q は任意の點とし、 OA 迄は直線であるが A を過ぎると變形が荷重に比して著しく増加し急に下方に向ふ。



この點 A は上に述べた比例限度である。

尙公式 (5) は溫度變化に依る膨脹或は收縮を表す式と全く一致する。今長さ l_u の鋼が始め t_u の溫度を有し t_e に變化したとすれば長さの變化は

$$\alpha_w(t_e - t_u) l_u$$

である。茲に α_w は溫度の膨脹係數を表す。又始め應力 σ_u

なる時長さ l_u なる鋼が應力 σ_e に變化されたならば長さの變化は Fig. 65

$$\alpha(\sigma_e - \sigma_u) l_u$$

となる。茲に α は變形率を表す。斯くの如くして長さの變形と云ふ點から考へるならば丁度溫度差 $(t_e - t_u)$ は應力差 $(\sigma_e - \sigma_u)$ に又溫度係數 α_w は變形率 α に對應する事になる。尙その考へる範圍内に於いては α 及び α_w は定數であると假定する。

次に變形率の逆數 $\frac{1}{\alpha} = E$ を弾性率或は弾性係數 (Modulus of elasticity) 又はヤング率 (Young's modulus) と云ふ。従つて (6) より

$$(7) \quad \epsilon = \frac{\sigma}{E}$$

即ち斷面 1 なる角棒がその弾性限度を超えないものと假定し其の長さだけ張力又は壓力に依つて長さを變形せしむるに要する力を表す。之全く假想的の數値であるから Bach 氏は E よりも α を用ひる方が合理的であると云つてゐる。 α は前に述べた如く 1 kg/cm^2 の應力の爲單位長 1 cm に對して生ずる長さの變化であるが普通百萬分の一の分數を以つて表してゐる。例へば

	變形率 α	弾性率 $E (\text{kg/cm}^2)$
木材	$\frac{10}{1,000,000} = 10 \cdot 10^{-6}$	100,000

鑄鐵	$\frac{1}{1,000,000} = 1 \cdot 10^{-6}$	1,000,000
建築用鋼	$\frac{0.5}{1,000,000} = 0.5 \cdot 10^{-6}$	2,000,000
鋼	$\frac{0.46}{1,000,000} = 0.46 \cdot 10^{-6}$	2,170,000

實驗の結果平均の弾性率を求めるには

$$\alpha_m = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \quad \text{或は} \quad \frac{1}{E_m} = \frac{\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}}{2} = \frac{1}{2} \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}$$

故に (8) $E_m = \frac{2 E_1 E_2}{E_1 + E_2}$ とすべきである。

第二節 應力の種類 (Kinds of Stresses)

外力に作用せられた物體內に於いて

Fig. 66 に示す様に邊長が各々 dx, dy, dz なる立方體を考へ、各邊が夫々 x, y, z 軸に平行なるものとする。然らば此の立方體は外力の状態が異なるに應じ四つの異なる變形をなすのであつて、以下其の各々の場合に就いて

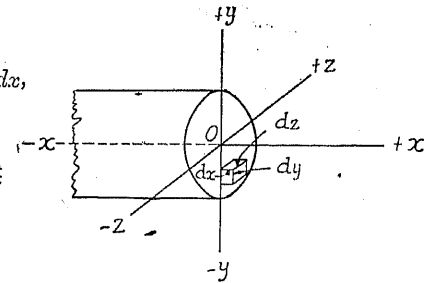


Fig. 66

順次説明を加へようと思ふ。

(1) 直應力 (Normal stress)

直應力とは外力が軸の方向に作用する場合に生ずるものであつて、例へば直狀鋼が軸の方向に引かれ或は壓せられる如き場合である。Fig. 66 に於いて軸 xx の方向に外力が作用すれば原邊長 dx は伸びるか又は縮むが dy, dz の面は原位置に對して平行に動くのみで dy 及び dz の邊長には何等變化を生じない。この時生ずる變形及び内力を稱して、夫々直變形及び直應力と云ふ。而して外力として張力が作用する時は張應力 (Tensile stress) を、又壓力が作用する時は壓應力

(Compressive stress) を生ずるのであつて、普通前者に正號(+)を、後者に負して(-)附號を區別してゐる。又長さ dx が Δdx だけ變形した時は $\pm \frac{\Delta dx}{dx}$ は單位變形を表すのである。

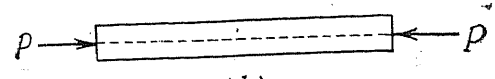
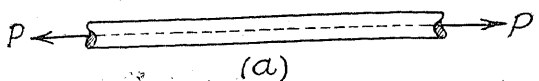


Fig. 67

直應力の最も簡單なる例は Fig. 67 に示すが如き直狀棒であつてその斷面積を $F \text{ cm}^2$ 、外力を P とすれば

ば軸に直角なる斷面の各點に於いて $\pm \frac{P}{F} \text{ kg/cm}^2$ なる平均應力を生ずる。

[2] 剪應力 (Shearing stress)

極微距離 dx 隔つた二つの平行なる斷面に沿うて大き等しくして方向反對なる二力を夫々作用せしめる時には物體は其の斷面に於いて剪斷される様になる。この場合に Fig. 66 に示す立方體は dx なる距離を變化せずして面 dy, dz が互に他の面に對して滑動する。この時生ずる内力を剪應力 (Shearing stress) と云ひ、その滑動に依つて生ずる dx, dy の面に於ける角變化を剪變形 (Shearing strain) と云ふ。

Fig. 68 に示す鋸綴せられた鐵板に圖に示す外力 P が作用する時面 AB に剪應力を生ずるのであつて、今 AB の斷面積を $F \text{ cm}^2$ とすれば單位剪應力は

$$\tau = \frac{P}{F} \text{ kg/cm}^2$$

となる。尙剪應力は (+), (-) の二様に分つ事が出来るがその實質には全く差異のないものである。

[3] 彎曲に起因する應力 (Stress due to bending)

Fig. 69 (a) に示す如き外力に作用せられる場合棒は彎曲するが、この場合 Fig. 66 に示す立方體は如何なる變形をするかと云ふに Fig. 69 (b) に示す如く邊長 dx がその場合に應じて或は伸び或は縮むのであつて一つの極微立方體に就いても此の變形の量は其の上邊と下邊に依つて異なる。丁度 Fig. 69 (b) に於

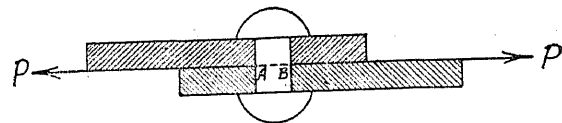


Fig. 68

いて面 CD を固定して考へると他の面 EF は N を軸として廻轉する如く dx が伸縮する。此の變形に伴つて呼び起される應力が彎曲應力 (Bending stress) であつてその方向は外力の状態に依つて一般的には斷面 dy, dz に對して傾斜してゐる。

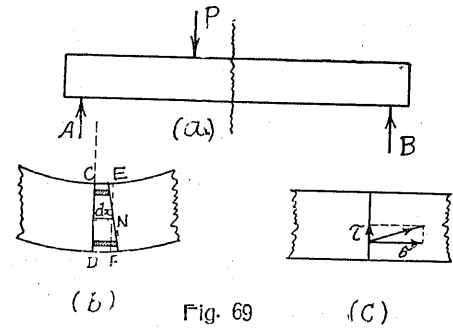


Fig. 69

この應力は Fig. 69 (c) に示す様に直應力 (σ) と剪應力 (τ) とに分解する事が出来る。

[4] 扭力に起因する應力 (Torsional stress)

Fig. 70 に示す如く一つの棒の兩端に大き等しくして方向反對なる偶力が作用する時 Fig. 66 に示す立方體は dx の距離を一定として二つの面 dy, dz が反對の方向に轉滑動するものである。こゝに生ずる内力を稱して扭應力 (Torsional stress) と云ふ。而してその應力の性質は (b) に於ける應力、即ち剪應力と何等異なる所なく、常に面に沿うて起るものである。

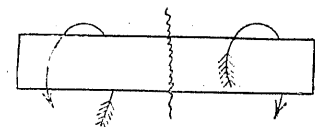


Fig. 70

以上説明した四種の應力を分解表記して見ると次の如くなる。

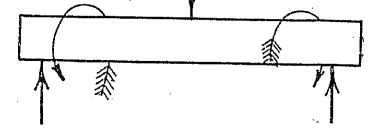


Fig. 71

1. 直應力 $\left\{ \begin{array}{l} \text{張應力 (+)} \\ \text{壓應力 (-)} \end{array} \right.$
2. 剪應力
3. 彎曲應力 $\left\{ \begin{array}{l} \text{直應力} \\ \text{剪應力} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{張應力 (+)} \\ \text{壓應力 (-)} \end{array} \right.$
4. 扭應力 = 剪應力

[5] 支配應力 (Ruling stress)

以上の四つの應力が單獨に起る場合を應力の單一状態 (Simple state of stress)

と稱し、又二つ以上が同時に起る場合を應力の**合成状態**(Compound state of stresses)と云ふ。例へば Fig. 71 は彎曲と扭力が同時に一つの棒に作用する場合を示す。かゝる場合には作用せられた力を夫々單一なる應力状態に分解し、同種の應力を加へ合せて其の物體の強度を支配する最大應力即ち支配應力を求める事が出来る。

而して構造物の設計に當つてその各部分が夫々の支配應力に對し充分安全なる様にその寸法を定めなければならない。尙全く種類の異つた應力の場合には簡単に之れを加減する事が出来ないが之れに就ては更に後に**合成應力**(Combined stress)として詳述する事にする。

第三節 屈讓點(Yield Point) 破壊荷重(Breaking Load) 及び抗張強度(Tensile Strength)

前節に於いては力 $P = \overline{OQ_1}$ を受けた鋼がその力を取り去られた後にはその變形せし長さ $\Delta l = \overline{OQ_2}$ は再び完全に零となる事を假定した (Fig. 65)。即ち變形は弾性變形のみからなるものと假定した。所が實際は變形の一部分が外力の除去後にも残るのであつて之れを**永久變形**(Permanent set)と云ふ。而してその値は荷重の小なる間は殆んど測定し得ない程少量であるが荷重が大となるに従ひ著しく大となるのであつて、例へば建築用鋼に對しては永久變形が弾性變形を超過する事があるのである。今一つの建築用鋼鋼に付いて張力の各段に對應する總變形を圖示すれば Fig. 72 の如くである。この應力變形圖を見るに始めは極めて急傾斜にして且つ直線であるが次第に伸張が速かとなつて線は稍曲りて B 點に達する。それ以後は力が左程加らないのに伸張は急に増し曲線 BDC となる。この事は試験機に於いて秤棒が急に下るか、又壓力計が急に下る事によつて知

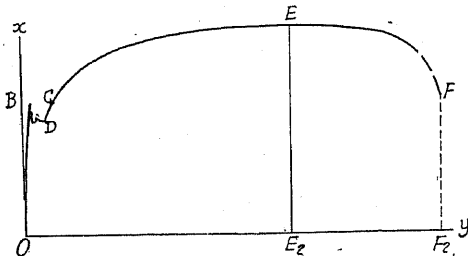


Fig. 72

る事が出来るのであつて、この期間にて曲線が多少上下する事も圖に示す通りである。この B 點に於ける應力を稱して**屈讓點**或は**降伏點**(Yield point of tension)と云ふ。この屈讓點に達すると鋼材表面には鋼軸と 45° を爲す方向に線の模様を生じ、又展鐵皮があればこの線に沿うて剥れる事になる。尙表面が仕上削られてゐる時には斜に皺の様な模様を生ずる。従つて一つの構造部材に上記の様な伸張様子が表はれると應力が屈讓點に達した事を知り得るのであつて、その應力に斷面積を乗すればその部材に起れる力を算定する事が出来るわけである。この伸張様子は張力のみならず彎曲及び扭力の場合にも生ずるのである。壓力荷重に對してはこの屈讓點に相當する應力を**壓搾點**(Squeezing point of compression)と云ふ。この點に達すれば荷重に比して速かに壓縮するのである。

一般に總ての建築材料が上述の比例限度、弾性限度、屈讓點及び壓搾點を有すると云ふわけではなく、唯鋼の如き少數材料が是等を有するに過ぎない。屈讓點を明瞭に認め得ざる材料に於いてはその永久變形が元の長さの $0.2 \sim 0.5\%$ なる時を以つて屈讓點と看做してゐる。

更に荷重を増せば鋼は CEF なる曲線を畫き遂に破壊するに至る。而して Fig. 72 に於いて荷重 $P = \overline{E_2E}$ に相當する伸張 $\Delta l = \overline{OE_2}$ は鋼の全長に一樣に分布せられるものと假定して差支へないが伸張 $\overline{OE_2}$ の後は鋼の一局部に特に細い所が出来て Fig. 73 に示す如く其の局部の斷面積が著しく小となる。従つて E_2 點以後の伸張に要する力 P は次第に減少し、破壊の瞬間にては伸張 Δl は $\overline{OF_2}$ となりその時の荷重 $\overline{F_2F}$ は $\overline{E_2E}$ より小となる。この材質の破壊迄に要せし最大荷重 $\overline{E_2E} = P_{max}$ を稱して**破壊荷重**と云ひ、その時の單位應力を稱して**抗張強度**(Tensile strength)と云ふ。

$$\text{即ち} \quad K_t = \frac{\text{破壊荷重}}{\text{鋼斷面積}}$$


茲に鋼斷面積とは伸張の結果細くなつた E 點に於ける斷面積をとる可きであるが普通は鋼の最初に有せし斷面積 F をとる。今一つの建築用鋼の棒状鋼に於いて應力及び變形の關係を詳細に圖示すれば Fig. 74 の  如くなる。實際には構築材料の大部分は斯の如き局部

Fig. 73

断面縮小(Fig. 73)を起さないであつて、その時は Fig. 72 に於ける E と F 點は一致するのである。

この局部断面の縮小した際に於ける断面積を F_b とすると断面の縮小率は

$$(2) \quad \psi = \frac{F - F_b}{F} \cdot 100$$

である。又供試片の中央に於いて破断した場合にその破断後の長さを l_b とすれば伸張率は

$$(3) \quad \phi = \frac{l_b - l}{l} \cdot 100$$

である。又次にて表す A なる値を稱して働作能力と云ふ。

$$(4) \quad A = \frac{\text{面積 } OBDCEE_2}{F \cdot l}$$

以上説明した抗張強度、断面縮小、破断伸張、働作能力等を以つて材料の性質を知る事が出来る。

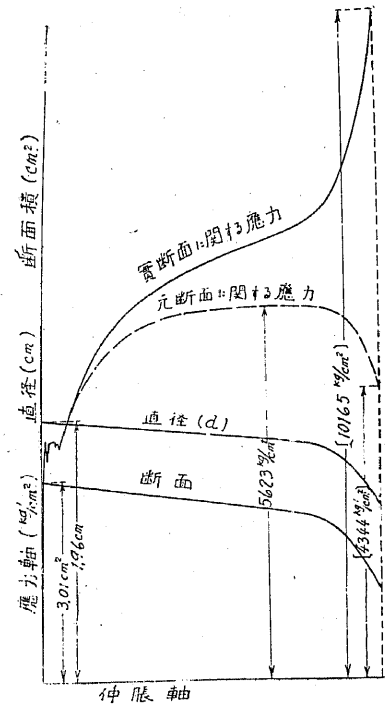


Fig. 74

第四節 諸材料の性質

構造物に使用する各種の材料に就いて應力と變形との關係を略述して諸材料の性質を示さうと思ふ。

(1) 鑄鐵 (Gray cast iron)

(a) 供試片 1 (壓力)

直径 8.00 cm, 断面積 50.27 cm², 長さ 62.15 cm の圓棒に就いて中央 50.00 cm を測長として次の如き實驗を行ふ。即ち始めに荷重 10,000 kg まで上げ其の變形を測り、再び荷重を零としての永久變形を測る。次にまた荷重 10,000 kg まで上げ前同様の測定を行ひかくして變形量が凡そ一定する迄 5~6 回同一の事を繰返へす。更に荷重を 20,000 kg 及び 30,000 kg に高めて同一の事を行ひ、是等の結果を表にしたものが次の第一表である。

更に之れを圖示すれば Fig. 75 に示す様である。

第 1 表

荷重 (kg/cm ²)	長さ 50 cm に對する壓縮 (1/1,200 cm)					
	總		永 久		彈 性	
	差	差	差	差	差	
0	0	0	0	0	0	
0 及び 198.9	14.03	1.04	12.99	1.04	12.99	
0 及び 397.9	17.17	2.91	14.26	3.95	27.25	
0 及び 596.8	18.30	3.54	14.76	7.49	42.01	

之れを見るに永久變形は

$$\sigma = 198.9 \text{ kg/cm}^2$$

の時は總變形の 7.4 %

$$\sigma = 397.9 \text{ kg/cm}^2$$

の時總變形の 12.7 %

$$\sigma = 596.8 \text{ kg/cm}^2$$

の時總變形の 15.1 %

にして荷重が大となればなるほど總變形に對する割合が大となる事を知る。尙永久變形を見出すにはその變形が一定する迄荷重を零より所定の値まで幾度も繰返して加へて測定を行はねばならない。

荷重を除去すると變形が戻る性質を彈性

(Elasticity) と稱し、特に荷重の除去と共に全體の變形が復歸する物を完全彈性體と云ふ。

一般に彈性變形と應力との間の關係を式にて表せば次の如くなる。

$$\epsilon = \alpha \sigma_m$$

上の實驗の結果に對しては

$$\alpha = \frac{1}{1,320,000} \quad m = 1.0685$$

となり、次の如き關係式を得る事が出来る。

$$\epsilon = \frac{1}{1,320,000} \sigma \cdot 1.0685$$

構造物に就いては永久變形を小にする事が必要であつて、この爲に永久變形が大にならな

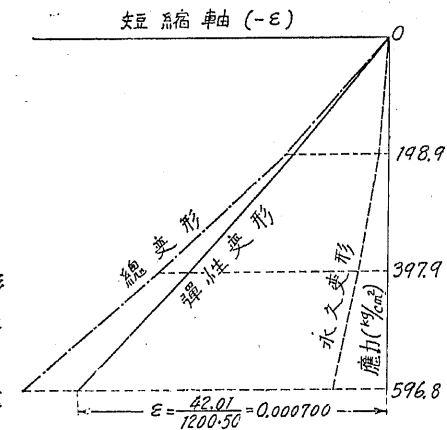


Fig. 75

い様に應力を制限する。普通試験片の長さの 0.03 %迄の永久變形をなす時の應力を限度とし、之れを弾性限度として定義してゐる、故に弾性限度と比例限度とを比較するに前者は其の點迄は完全に弾性的であるか、又は永久變形非常に少く測長の 0.03 %を超えざる點の應力にして後者は應力、變形曲線が直線である範圍内の最大の應力である。従つて比例限度内にては應力及び變形は比例すると云ふ事が出来るが弾性限度内にては必ずしも比例すると云ふ事は出来ない。

(b) 供試片 II (張力)

直徑 2.00 cm, 斷面積 3.14 cm², 測長 10.00 cm の供試片について實驗を行ひ第 2 表の結果を得た。唯この際荷重を全部とり去る時は供試片が試験機に攔に於いて動く虞があるから荷重 P = 400 kg, 即ち σ = 127 kg/cm² から始め、400 kg づゝ増加したのである。

尙荷重の各段に就いて平均變形率を計算すれば次の如くなる。

應力 σ (kg/cm ²)	平均變形率
127 ~ 255	$\frac{1}{1,044,000} = 0.958 \cdot 10^{-6}$
255 ~ 382	$\frac{1}{987,500} = 1.013 \cdot 10^{-6}$
382 ~ 510	$\frac{1}{965,000} = 1.036 \cdot 10^{-6}$
510 ~ 637	$\frac{1}{980,000} = 1.021 \cdot 10^{-6}$

第 2 表

應力 (kg/cm ²)	長さ 10 cm に對する伸張 $\left(\frac{1}{1,000} \text{ cm}\right)$				
	總	永久變形		弾性變形	
		各段	和	各段	和
127 ~ 255	1.24	0.02	0.02	1.22	1.22
255 ~ 382	1.38	0.09	0.11	1.29	2.51
382 ~ 510	1.46	0.14	0.25	1.32	3.83
510 ~ 637	1.46	0.16	0.41	1.30	5.13

従つて平均變形率は始めに増加し後の部分に於いて減少する。従つて式 $\epsilon = \alpha \sigma^m$ は始めの増加する部分にのみ應用する事が出来る。

(c) 供試片 III (張力及び壓力)

供試片として中央に於ける斷面 6.99 × 7.00 = 48.9 cm², 長さ 54.5 cm, 測長 50.0 cm, 重量 29.55 kg のものを用ひ、荷重は總、永久、及び弾性變形が一定する迄零より所定の値まで繰返し加へる事にした。尙この際荷重は零まで下げられたるも供試片半分の重量及び

變形測定器の重さとして 21 kg あつて、實際は最初から σ = 0.43 kg/cm² の應力が起つてゐた事になつた。試験の結果は第 3 表の様である。

尙同一供試片に就いて引き續き第二回の試験を行ひたるに第 4 表に示す如き結果を得た。

第 3 表 實驗中の温度 19.2° C

荷 重		長 50 cm に對する伸張 $\left(\frac{1}{600} \text{ cm}\right)$		
P (kg)	σ (kg/cm ²)	總	永 久	弾 性
21 ~ 1,000	0.43 ~ 20.45	0.575	0.00	0.575
21 ~ 5,000	0.43 ~ 102.25	3.405	0.105	3.300
21 ~ 10,000	0.43 ~ 204.50	7.550	0.565	6.985
21 ~ 15,000	0.43 ~ 306.75	12.405	1.385	11.020
21 ~ 20,000	0.43 ~ 409.00	18.255	2.820	15.435

第 4 表 實驗中の温度 19.1° C

荷 重		長 50 cm に對する伸張 $\left(\frac{1}{600} \text{ cm}\right)$		
P (kg)	σ (kg/cm ²)	總	永 久	弾 性
21 ~ 500	0.43 ~ 10.22	0.245	0.00	0.245
21 ~ 1,000	0.43 ~ 20.45	0.590	0.00	0.590
21 ~ 5,000	0.43 ~ 102.25	3.370	0.01	3.360
21 ~ 10,000	0.43 ~ 204.50	7.105	0.02	7.085
21 ~ 15,000	0.43 ~ 306.75	11.140	0.035	11.105
21 ~ 20,000	0.43 ~ 409.00	15.465	0.10	15.365

第 3 表、第 4 表中の弾性變形の平均値を取つて公式を作れば張力に對し

$$\epsilon = \frac{1}{133,800} \sigma^{1.033}$$

となる。次にこの供試片を壓力に對して試験した がその結果は第 5 表の様である。荷重は零とした時供試片の上半及び測定器の重量として 24 kg がかかつてゐた事になるから初期應力を計算すれば

$$\sigma = \frac{24}{48.9} = 0.49 \text{ kg/cm}^2$$

となる。この二回の弾性變形平均値より壓力に對しては次式を得る。

$$\epsilon = \frac{1}{1,043,000} \sigma^{1.035}$$

Fig. 76 は上記實驗中第 3 表及び第 5 表を圖表とせるものである。

第 5 表

荷 重		温度 19.3°C 50 cm に對する收縮 ($\frac{1}{600}$ cm)			温度 19.2°C 50 cm に對する收縮 ($\frac{1}{600}$ cm)		
P (kg)	σ (kg/cm ²)	總	永 久	弾 性	總	永 久	弾 性
24 ~ 3024	0.49 ~ 61.84	—	—	—	2.05	0.00	2.05
24 ~ 5024	0.49 ~ 102.74	3.75	0.285	3.465	3.45	0.00	3.45
24 ~ 10024	0.49 ~ 204.99	8.11	1.095	7.015	7.02	0.00	7.02
24 ~ 15024	0.49 ~ 307.24	12.75	2.020	10.730	10.75	0.00	10.75
24 ~ 20024	0.49 ~ 409.49	17.555	3.005	14.550	14.48	0.00	14.48
24 ~ 25024	0.49 ~ 511.74	22.335	4.010	18.325	18.34	0.09	18.25

又硬鑄鐵 (Hard cast iron) に關して張力に對する平均變形率を書けば次の如し。

應力 σ (kg/cm ²)	平均變形率
13.3 ~ 133.0	$\frac{1}{1,870,000} = 0.535 \cdot 10^{-6}$
133.0 ~ 266.1	$\frac{1}{1,775,000} = 0.563 \cdot 10^{-6}$
266.1 ~ 532.2	$\frac{1}{1,750,000} = 0.571 \cdot 10^{-6}$
532.2 ~ 798.3	$\frac{1}{1,710,000} = 0.585 \cdot 10^{-6}$

この場合の變形率の差異は比較的に小さい。

次に一般式 $\epsilon = \alpha \sigma^m$

より任意の應力に對する應力變形曲線への切線の傾斜即ち變形率を求めると

$$\frac{d\epsilon}{d\sigma} = \alpha m \sigma^{m-1} \text{ となる。}$$

〔2〕 建築用鋼 (Structural steel or ingot iron)

(a) 供試片 I (1895年)
中央の圓嚢部に於ける直徑 2.007 cm, 斷面積 3.16 cm², 測長 15.00 cm なる供試片を用ひ、初めに 1,000 kg 迄

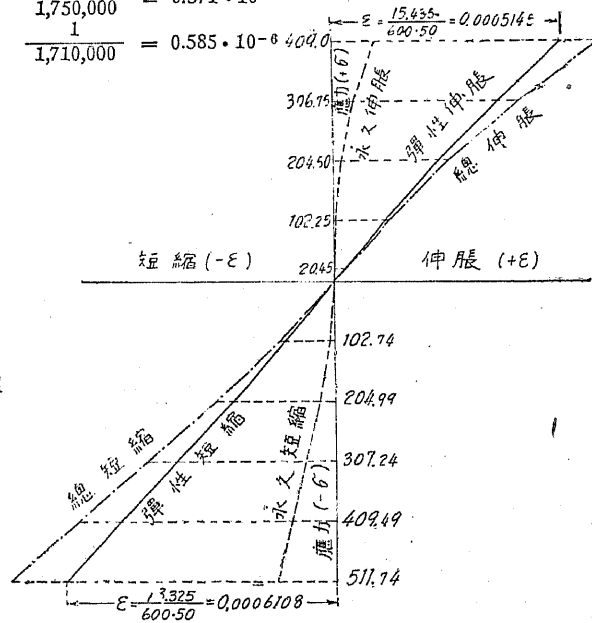


Fig. 76

荷重し、次に 3,000 kg に上げ再び 1,000 kg に戻す。次に 5,000 kg → 1,000 kg, 6,000 kg → 1,000 kg とする。而して各荷重段階に於いて總、永久、及び弾性變形の値が一定する迄載荷を繰返す事は前項の實驗と同様である。その結果を示せば次の表の如し。更にこの結果を圖示すれば Fig. 77 (a) の様である。

實驗中の温度 17.6° ~ 17.8° C

荷 重		15 cm に對する伸張 ($\frac{1}{1,000}$ cm)		
P (kg)	σ (kg/cm ²)	總	永 久	弾 性
1,000 ~ 3,000	316.5 ~ 949.4	4.61	0.17	4.44
1,000 ~ 5,000	316.5 ~ 1582.3	9.21	0.22	8.99
1,000 ~ 1,000	316.5 ~ 1898.7	11.90	0.63	11.27

其の後次第に荷重を増してゆくと $P = 6,850$ kg に於いて試験機の水平秤が急に下つた。これ張力に對する屈服點に達したわけであつて、その時の應力は

$$\sigma = \frac{6,850}{3.16} = 2,168 \text{ kg/cm}^2 \text{ である。}$$

茲に於いて荷重を一度零まで下ろし、更に同一試片に就き第二回實驗として同一操作を繰返したるに弾性變形として 4.50, 9.01, 11.28 を得た。更に荷重を 3,000 kg ~ 5,000 kg にして測定したるに弾性變形 4.51 を得、5,000 kg ~ 6,000 kg に對して弾性變形 2.27 を得た。今第二回實驗の最初の荷重段階に對する弾性變形 4.50 を用ひて張力に對する平均變形率を求めると次の如くなる。

$$\frac{4.50}{1,000 \cdot 15 \cdot (949.4 - 316.5)} = \frac{1}{2,109,700} = 0.474 \cdot 10^{-6}$$

この第二回實驗に於いては $P = 6,500$ kg にて屈服點に達したるを以つてその時の應力は

$$\sigma = \frac{6,500}{3.16} = 2,057 \text{ kg/cm}^2 \text{ である。}$$

前節すでに説明した様に荷重を順次上げて行つた所 P_{max} として 11,840 kg を得た。其の後局部斷面の縮小が始つて約 $P = 8,700$ kg にて供試片が切斷するに至つた。今應力變形圖を畫けば Fig. 77 (b) に示す様である。従つて抗張強度として

$$K_t = \frac{11,840}{3.16} = 3,747 \text{ kg/cm}^2$$

を得る事になる。尙最後に切斷個所に於ける直徑を測りたるに、1.23 cm であつたから

$$F_b = \frac{\pi}{4} 1.23^2 = 1.19 \text{ cm}^2$$

となるを以て斷面縮小率 ψ は次の如し。

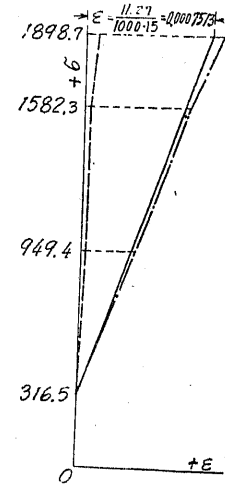


Fig. 77 (a)

$$\psi = 100 \cdot \frac{3.16 - 1.19}{3.16} = 62.3\%$$

又供試片の中央に於いて始め 20 cm の長さあつたものが破壊後には 25.48 cm となつてゐたから破壊伸張は

$$\phi = 100 \cdot \frac{25.48 - 20.0}{20.0} = 27.4\%$$

となる。尚働作能力

$$A = 6.76 \text{ kg}\cdot\text{m} / \text{cub. cm}$$

となる。

(b) 供試片 II

(1904)

中央圓端部に於ける直徑 2.60 cm, 斷面積 5.31 cm², 測長 26.00 cm

の供試片に就いて自記變形測定器を用ひ屈張點に於ける最大、最小

應力を見出さんとした。

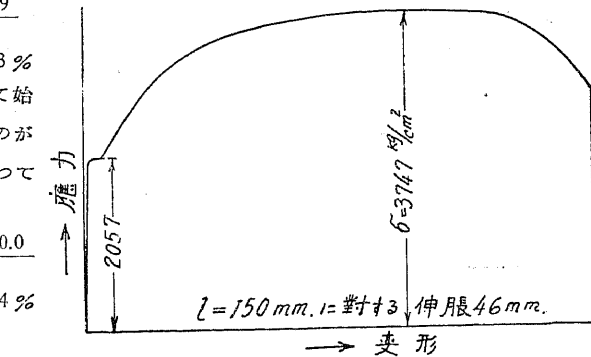


Fig. 77 (b)

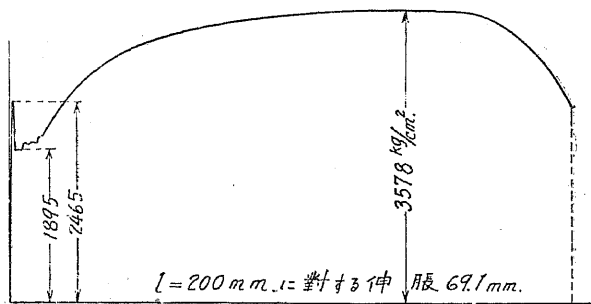


Fig. 78

その結果を圖示したものが Fig. 78 である。この圖より知る如く、

最大屈張點應力 $\sigma_o = 2,465 \text{ kg/cm}^2$

最小屈張點應力 $\sigma_u = 1,895 \text{ kg/cm}^2$

抗張強度 $K_t = 3,578 \text{ kg/cm}^2$

にして、斷面縮小率及び破壊伸張率は次の如き値となつた

$$\psi = 71.0\%, \quad \phi = 31.9\%$$

〔3〕 鋼 (Ingot steel)

(a) 供試片 I (1895)

中央圓端部に於ける直徑 2.00 cm, 斷面積 3.14 cm², 測長 15.00 cm の供試片を用ひ張力に對して試験を行ひ總、永久、及び彈性變形を求めたがその結果は次の表の如くである。勿論荷重は上記の各變形が一定の値をとるに至るまで繰返すのである。

試験中の温度 16.4° ~ 16.5°C

荷 重 P (kg)	σ (kg/cm ²)	長さ 15 cm に對する伸張 ($\frac{1}{1,000}$ cm)				
		總	差	永 久	彈 性	
						差
1,000 ~ 3,000	318.5 ~ 955.4	4.47	4.47	0.00	4.47	4.47
1,000 ~ 5,000	318.5 ~ 1592.4	9.19	4.72	0.25	8.94	4.47
1,000 ~ 7,000	318.5 ~ 2229.3	13.73	4.54	0.30	13.43	4.49
1,000 ~ 9,000	318.5 ~ 2866.2	18.49	4.76	0.57	17.92	4.49
1,000 ~ 11,000	318.5 ~ 3503.2	23.28	4.79	0.88	22.40	4.48
1,000 ~ 13,000	318.5 ~ 4140.1	27.88	4.60	1.00	26.88	4.48
1,000 ~ 14,000	318.5 ~ 4458.6	30.19	2.31	1.07	29.12	2.24
1,000 ~ 15,000	318.5 ~ 4777.1	33.74	3.55			

尙上の實驗に於いて P = 15,000 kg 迄荷重をあげて伸張を讀みとつてから急に試験機の手が下つた。したがつてこの點が所謂屈張點であつてその應力は

$$\sigma = \frac{15,000}{3.14} = 4,777 \text{ kg/cm}^2$$

となる。以下建築用鋼と同様の経過をたどり最大荷重 P_{max} = 22,720 kg 後に局部斷面縮小が起り遂に切斷するに至つたのである。P = 14,000 kg までは應力と彈性變形とが殆んど比例したから、この比例限度に於ける應力として

$$\sigma = \frac{14,000}{3.14} \approx 4,459 \text{ kg/cm}^2$$

を得る。かくの如くこの場合には屈張點と比例限度の差は極めて僅かである。尙平均變形率を求めると

$$\frac{4.47 \cdot 3.14}{1,000 \cdot 15 \cdot 2,000} = \frac{1}{2,133,000} = 0.469 \cdot 10^{-6}$$

となり、抗張強度として

$$K_t = \frac{22,720}{3.14} = 7,236 \text{ kg/cm}^2$$

を得る。切斷個所に於ける直徑を測りたるに d₁ = 1.51 cm であつたから、その斷面積は F_b = $\frac{\pi}{4} \cdot 1.51^2 = 1.79 \text{ cm}^2$ である。従つて斷面縮小率を求めると

$$\psi = 100 \cdot \frac{3.14 - 1.79}{3.14} = 43\%$$

となり、伸張率は次の値となる。

$$\phi = 100 \cdot \frac{238 - 200}{200} = 19\%$$

(b) 供試片 II (1910)

材料としてクロムニッケル鋼 (Chromnickel steel) を用ひ供試片の寸法を次の如くした。

即ち

中央円筒部の直径 = 1.99 cm、断面積 = 3.11 cm²、測長 15.00 cm

試験の結果として

最大屈服点应力	4,270 kg/cm ²
最小屈服点应力	4,248 "
比例限度	2,251 "
破壊伸張率 (l = 20.00 cm)	18.6 %
断面縮小率	61.7 "

を得た。

(c) 供試片 III クロムコッパー鋼 (Chrom-copper steel, Unionbaustahl)

従来構架用として用ひられた所謂建築用鋼は〔2〕にて述べた通りであるが、普通 St. 37 と稱し抗張強度少くも 37 kg/mm² を有するものを云つてゐた。所が徑間の著しく大なる橋梁又は大建築物に對し St. 37 を用ひては部材断面大となり、自重を増し不経済となるを免れないが故に、この缺點を除かんとすまづ〔3〕(a) に述べた様な炭素含有量の多い炭素鋼 (St. 48) を得た。しかしこれは抗張強度を高める事は出来てもそれに應じて同じ程度に屈服点を高める事が出来ず、又一方伸張率を著しく低下し且つ鋸接に困難を伴ふに至り、満足なものと云へなかつた。それで炭素以外の元素を加へて強度を増さうとし、先づニッケル鋼とか、(b) に述べたクロムニッケル鋼が出来たが高價であると云ふ缺點があり、又シリコン鋼 (St. Si) をも屢々用ひられたのであるが冶金上色々困難があり、特に断面の大きい型鋼を屈延する事がむづかしいと云ふ缺點がある。是等各種の缺點をなるべく少くしようとして作られたのが 1929 年以來獨逸製鋼株式会社にて製造中の所謂、クロムコッパー鋼 (St. 52) であつてその鐵以外の成分は次の様である。

C, 0.18%, Cu, 0.50~0.80%, Cr, 0.40%, Mn, 0.90%, Si, 0.25%, P, 0.03%, S, 0.03%, 尚その物理的性質としては、

抗張強度 56 ~ 66 kg/mm²、屈服点应力 最小 37 kg/mm²

伸張率	屈延方向	18%
	屈延と直角の方向	16%

の如くであつて、今一例として普通鋼及びウニオンパワースタールに對する应力變形圖を對照して描けば Fig. 79 (a), (b) の様である。此の圖に依れば普通鋼に比し「ウニオンパワースタール」は $\frac{61.5}{40.3} = 1.53$ 倍の抗張強度と $\frac{37.5}{25.9} = 1.45$ 倍の最大屈服点应力を有するわけであつて、普通鋼に比し許容应力を約 50% 高める事を得るのである。唯缺點とし

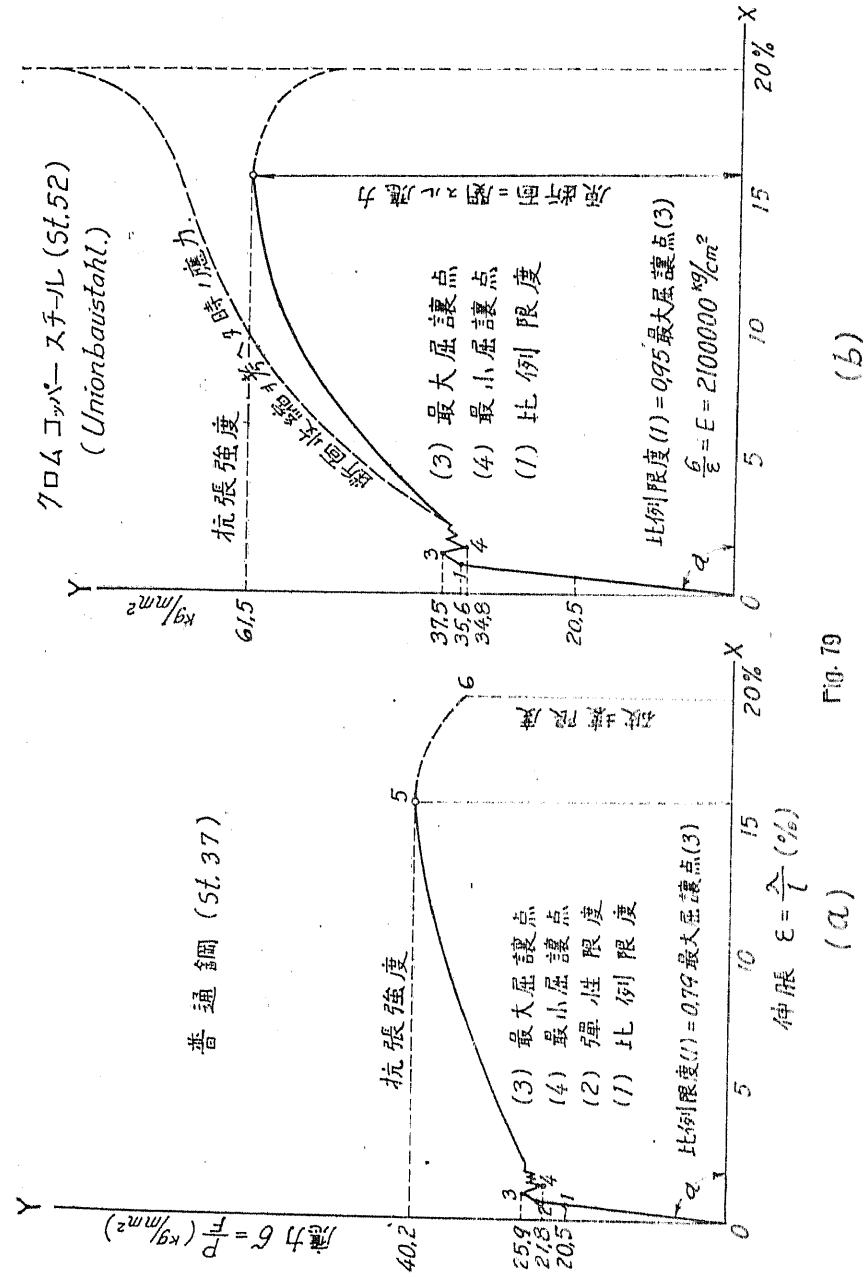


Fig. 79

ては一般に何れの高級鋼に於いても弾性率 $E = \frac{\sigma}{\epsilon} = 2,100,000 \text{ kg/cm}^2$ であつて普通鋼と大差ないが故に高級鋼を以つて作つた桁は普通鋼の桁に比し、撓度が大きくなると云ふ事であつて、桁の高さを増すか或は過多部材を挿入するが如き方法によつて撓度を減少せしめる様に努めなければならない。

〔4〕 銅 (Copper)

材料として軟銅を用ひ中央に於ける圓棒の直径 2,502 cm、断面積 4.92 cm² の供試片に就いて前同様の試験を行ひその結果を表示すれば次の如し。

荷 重		実験 第一回 温度 16.8° ~ 17.1°C			実験 第二回 温度 17.4° ~ 17.5°C		
		10 cm に対する伸張 $(\frac{1}{1,000} \text{ cm})$			10 cm に対する伸張 $(\frac{1}{1,000} \text{ cm})$		
P (kg)	σ (kg/cm ²)	總	永 久	弾 性	總	永 久	弾 性
750 ~ 1,500	152.4 ~ 304.9	1.41	0.11	1.30	1.32	0.00	1.32
750 ~ 2,250	152.4 ~ 457.3	3.18	0.53	2.65	2.68	0.00	2.68
750 ~ 3,000	152.4 ~ 609.8	5.38	1.33	4.05	4.11	0.04	4.07
750 ~ 3,750	152.4 ~ 762.2	8.05	2.52	5.53	5.68	0.15	5.53

Fig. 80 は上記第一回実験の總、永久、及び弾性伸張を圖示したものである。第一回実験に於いては永久變形は始めより存在し、而もその値は相當大である。之れに反し第二回実験にてはその値は著しく小となつてゐる。而して應力と變形との比例は始めから成立しない。第一回及び第二回実験に對する應力變形式を求めると次の如くなる。

$$\epsilon = \frac{1}{2,195,000} \sigma^{1.028}$$

$$\epsilon = \frac{1}{1,865,000} \sigma^{1.074}$$

尙之れ以上荷重を加へてゆくと結局全體として Fig. 81 の如き結果を得る事になる。抗張強度を計算すれば

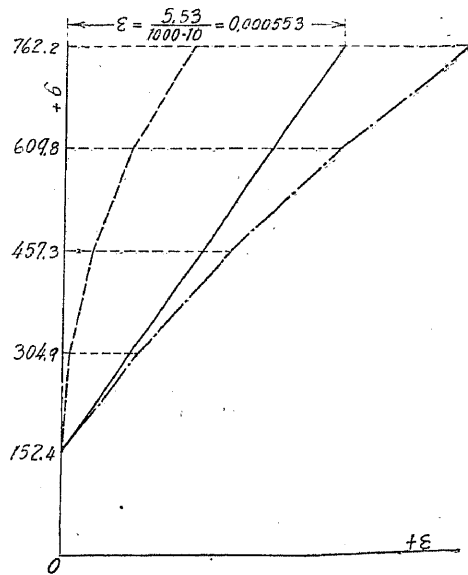


Fig. 80

$$K_2 = \frac{10,980}{4.92} = 2,232 \text{ kg/cm}^2$$

となり断面縮小率は次の如くなる。

$$F_b = \frac{\pi}{4} \cdot 1.552 = 1.89 \text{ cm}^2 \therefore \psi = 100 \cdot \frac{4.92 - 1.89}{4.92} = 61.6 \%$$

又原長 20 cm に對する破壊伸張率は

$$\varphi = 100 \cdot \frac{292.2 - 200}{200} = 46.1 \%$$

となる。尙切斷直前に於ける荷重は 8,200 kg であつて働作能力 A の値は 7.11 kg.m / cub.cm となつた。又此の場合は鋼の如く明らかな屈張點を認め得なかつた。

〔5〕 青銅 (Bronze)

供試片 (1895) として

ては鑄青銅を用ひ、その中央部圓棒の直径を 2.20 cm、從つて断面積を 3.80 cm² とした。前

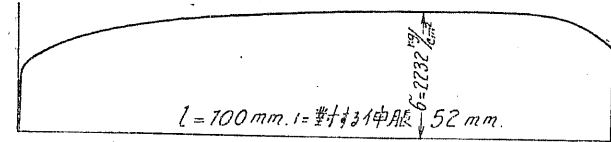


Fig. 81

と同様に試験したのであるがその結果は次表の様であつた。この結果から應力變形式を求めると

$$\epsilon = \frac{1}{733,800} \sigma^{1.028}$$

となる。

試験中の温度 15.4° ~ 15.6°C

荷 重		長さ 15 cm に対する伸張 $(\frac{1}{1,000} \text{ cm})$		
P (kg)	σ (kg/cm ²)	總	永 久	弾 性
750 ~ 1,500	197.4 ~ 394.7	3.31	0.07	3.24
750 ~ 2,250	197.4 ~ 592.1	6.61	0.09	6.52
750 ~ 3,000	197.4 ~ 789.5	10.33	0.48	9.85

同一供試片に就いて第二回の試験を行ひたるに次の如き結果を得た。

荷 重		15 cm に対する伸張 $(\frac{1}{1,000} \text{ cm})$		
P (kg)	σ (kg/cm ²)	總	永 久	弾 性
750 ~ 1,500	197.4 ~ 394.7	3.30	0.01	3.29
750 ~ 2,250	197.4 ~ 592.1	6.60	0.01	6.59
750 ~ 3,000	197.4 ~ 789.5	9.89	0.03	9.86

應力 197.4 ~ 394.7 kg/cm² に於ける平均的變形率を求めると

$$\frac{3.29}{15,000 \cdot 197.3} \approx \frac{1}{900,000} = 1.11 \cdot 10^{-6}$$

となる。更に之れ以上荷重を高めてゆくと 7,500 kg にて切斷した。故に抗張強度は

$$K_t = \frac{7,500}{3.80} = 1,974 \text{ kg/cm}^2$$

となり、斷面縮小率 ψ は次の如くなつた。

$$F_b = \frac{\pi}{4} \cdot 2.08^2 = 3.40 \text{ cm}^2, \quad \psi = 100 \cdot \frac{3.80 - 3.40}{3.80} = 10.5 \%$$

又長さ 20 cm に對する破壊伸張率は

$$\varphi = 100 \cdot \frac{212.0 - 200.0}{200.0} = 6 \%$$

となり、その應力變形圖は Fig. 82 の様であつて銅と同様に屈服點を有しないのである。

〔6〕 眞鍮 (Brass) (1895)

材料として眞鍮を用ひ、供試片の中央圓嚮部に於ける直径は 2.20 cm とした。従つてその斷面積は 3.80 cm² であつて青銅と同様の試験を行ひたるにその結果は次の様であつた。

荷 重		第一回、溫度 15.4°~15.6°C			第二回、溫度 14.8°~15.1°C		
P (kg)	σ (kg/cm ²)	15 cm に對する伸張 ($\frac{1}{1,000}$ cm)			15 cm に對する伸張 ($\frac{1}{1,000}$ cm)		
		總	永 久	弾 性	總	永 久	弾 性
500~1,000	131.6~263.2	2.57	0.21	2.36	2.44	0.00	2.44
500~1,500	131.6~394.7	5.34	0.54	4.80	4.91	0.00	4.91
500~2,000	131.6~526.3	8.61	1.24	7.37	7.39	0.02	7.37

第一回試験に對し應力變形式として次式を得る。

$$\epsilon = \frac{1}{947,000} \sigma^{1.035}$$

第二回試験を見るに既に第一回試験にて變形を受けてゐたから永久變形は殆んどなく、應力 394.7 ~ 526.3 kg/cm² に對する平均變形率は

$$\frac{2.46}{15,000 \cdot 131.6} \approx \frac{1}{802,000} = 1.26 \cdot 10^{-6}$$

となる。尚荷重を増加して試験を続け次の結果を得た。

$$K_t = \frac{6,350}{3.80} = 1,671 \text{ kg/cm}^2$$

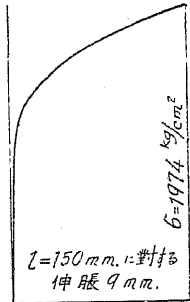


Fig. 82

$$\psi = 100 \frac{3.80 - \frac{\pi}{4} \cdot 2.00^2}{3.80} = 17.4 \%$$

$$\varphi = 100 \frac{226 - 200}{200} = 13.0 \%$$

應力變形圖は Fig. 83 に示す様である。

〔7〕 セメント、モルタル、及びコンクリート

總てこれ等の物體の壓力試験は應力に比して變形の増加が大である。Bach 氏が行ひたる多數の實驗の平均値を擧げると次の様である。

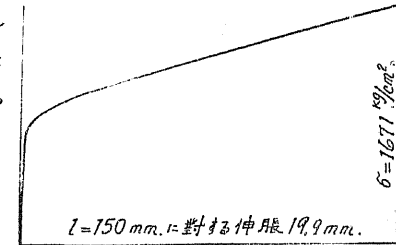


Fig. 83

(1) 純セメント體

$$\epsilon = \frac{1}{250,000} \sigma^{1.0}$$

(2) モルタル體

セメント : ドノウ砂

$$1 : 2$$

$$\epsilon = \frac{1}{356,000} \sigma^{1.11}$$

$$1 : 3$$

$$\epsilon = \frac{1}{315,000} \sigma^{1.15}$$

$$1 : 4 \frac{1}{2}$$

$$\epsilon = \frac{1}{230,000} \sigma^{1.17}$$

(3) コンクリート體

セメント : ドノウ砂 : ドノウ砂利

$$1 : 2 \frac{1}{2} : 5$$

$$\epsilon = \frac{1}{298,000} \sigma^{1.145}$$

$$1 : 5 : 6$$

$$\epsilon = \frac{1}{280,000} \sigma^{1.137}$$

セメント : ドノウ砂 : 石灰岩碎石

$$1 : 3 : 6$$

$$\epsilon = \frac{1}{380,000} \sigma^{1.101}$$

セメント : ドノウ砂 : ドノウ砂利

$$1 : 5 : 6$$

$$\epsilon = \frac{1}{217,000} \sigma^{1.157}$$

セメント : エゲン砂 : 石灰岩碎石

$$1 : 5 : 10$$

$$\epsilon = \frac{1}{367,000} \sigma^{1.207}$$

セメント、モルタル及びコンクリートの變形率はその配合、水量、製作、養生、材齡等に著しく關係するものである。

〔8〕 花崗岩 (Granit)

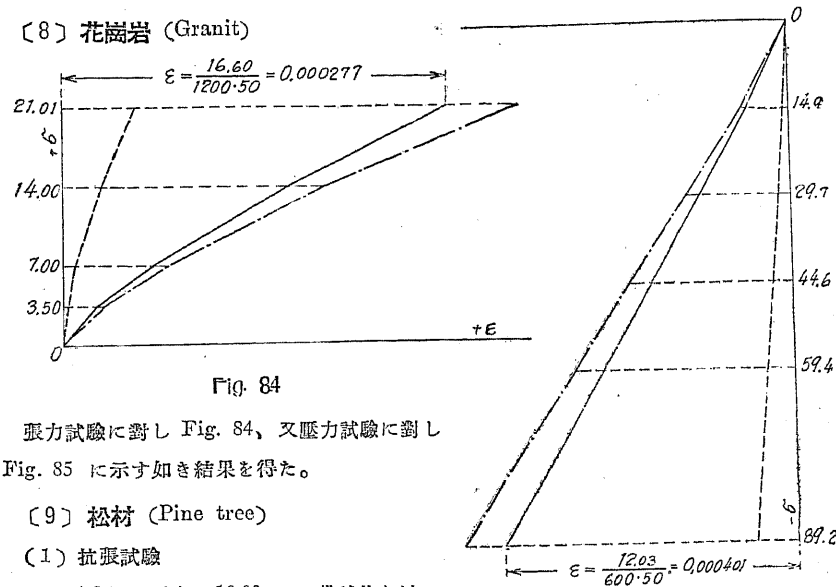


Fig. 84

張力試験に對し Fig. 84、又壓力試験に對し Fig. 85 に示す如き結果を得た。

〔9〕 松材 (Pine tree)

(1) 抗張試験

直径 1.35 cm、測長 10.00 cm の供試片を以つて實驗したるに次の結果を得た。

應力 (kg/cm ²)	長さの變化 (%)			弾性變形に對する變形率
	總	永久	弾性	
105 ~ 245	0.086	0.002	0.084	1 : 166,300 = 6.01 · 10 ⁻⁶
105 ~ 385	0.177	0.009	0.168	
105 ~ 524	0.304	0.045	0.259	

尙抗張強度として $K_t = 1,353 \text{ kg/cm}^2$ を得た。

(2) 抗壓試験

直径 3.70 cm、測長 10.00 cm、單位重量 0.55 g/cub. cm のものに就いて試験したる結果は次表の如し。

應力 (kg/cm ²)	長さの變化 (%)			弾性變形に對する變形率
	總	永久	弾性	
47 ~ 140	0.059	0.001	0.058	1 : 161,700 = 6.18 · 10 ⁻⁶
47 ~ 233	0.116	0.001	0.115	
47 ~ 326	0.172	0.001	0.171	
47 ~ 419	0.231	0.002	0.229	

抗壓強度は 577 kg/cm^2 であつた。

(3) 彎曲試験

供試片は矩形断面のものを用ひ $b = 4.12 \text{ cm}$ 、 $h = 4.03 \text{ cm}$ とした。之れを二點にて支へその支間を 80.0 cm とし實驗を行ひたるに次の結果を得た。

尙この材料の單位重量は 0.51 g/cub. cm であつた。

應力 (kg/cm ²)	撓度 (mm)			弾性變形に對する變形率
	總	永久	弾性	
90 ~ 179	1.57	0.04	1.53	1 : 155,100 = 6.45 · 10 ⁻⁶
90 ~ 269	3.14	0.08	3.06	
90 ~ 359	4.73	0.13	4.60	

彎曲強度は 908 kg/cm^2 となつた。

以上三つの試験にてその平均變形率は殆んど相等しく、抗張強度は抗壓強度に比して著しく大であつて、彎曲強度はその中間にある事を知る。尙同一種類の木材にてもその性質に依り著しく強度を異にしてゐる。又變形も材料に依り異り、尙、荷重を負ふ時間によつても影響せられるのであつて、例へば松材に就いて彎曲試験を行ひ應力 148 kg/cm^2 にて 1.5 分間荷重した場合の永久撓度は 0.10 mm であつたのに 22 時間持続せしめた時には 0.34 mm となつたと云ふ。又これを徐々に、たとへばこの例にて 51 時間を要して荷重を下げば永久變形は 0.34 mm が 0.14 mm に減じたと云ふ。之れ所謂弾性に對する時の影響である。

本書の目的は材料の強弱の研究でないから、各種物體の弾性變形に關しては説明をこの程度に止めて置かうと思ふ。

第五節 反復及び反向應力 (Repeated and Reversed Stresses)

構造物に荷重を反復 (Repeat) して作用せしめた場合には、其の構造物の破壊は前に説明した如き、靜かに加へられた荷重によつて生ずる破壊強度よりも遙かに低い應力に於いて惹起せられる事は經驗上よく知る所である。尙この場合に應力が單に反復されるのみでなく、その性質を正負逆に變化する如き時には、その破壊に對する抵抗は一種類の應力が唯反復された場合に比し、更に減少するものである。この性質を稱して材料の疲勞 (Fatigue of material) と云ふ。其の原因に

就いては精確な説明を與へる事は出来ないけれども、Fig. 86 に示す様に荷重を或る程度加へて後これを取り去るも永久變形 OE を残して變形は零に戻らないのであつて、荷重を反復すれば結局 $OE1234 \dots n n'$ なる働作能力面を作る。この働作能力面がその部材の静荷重に對する働作能力に等しくなれば、たとへば應力は破壊強度以下であつてもその點に於いて部材は遂に切斷すると云はれてゐる。

〔1〕 Wöhler 氏の實驗

Wöhler 氏は 1859 ~ 1870 年に鐵及び鋼材に對して扭力、彎曲力率、及び張、壓力を反復作用せしめて反復應力及び反向應力に關する實驗を行ひ、その性質を多少明らかにする事が出来た。その結果氏は次の二つの結論を與へるに至つた。

(1) 反復變化する應力を受けてゐる場合にその破壊に對する抵抗は應力變化の範圍即ち最大及び最小應力の代數差に關係する。

(2) 張力及び壓力を交々に受ける場合、即ち反向應力が幾度となく繰返して起される場合には普通の破壊強度より遙かに低く、時としては弾性限度以下の應力に於いて破壊を起すに至る。

第 1 表 (kg/cm²)

最大應力 張力	最小應力 壓力	應力の範圍	破壊に要する 反復次數
+ 2,410	- 2,410	4,820	56,430
2,252	2,252	4,505	99,000
2,111	2,111	4,221	183,145
1,953	1,953	3,906	479,490
1,811	1,811	3,623	909,840
1,654	1,654	3,308	3,632,588
1,512	1,512	3,024	4,917,992
1,355	1,355	2,709	19,186,991
1,197	1,197	2,394	132,250,000 (破壊せず)

この第二の關係は次に示す第 1 表から明瞭であつて、この際の供試片の材料は軸用鐵であり、抗張強度 $K_t = 3,623 \text{ kg/cm}^2$ 、破壊伸張率 $\phi = 20\%$ を有してゐた。

應力が $\pm 1,197 \text{ kg/cm}^2$

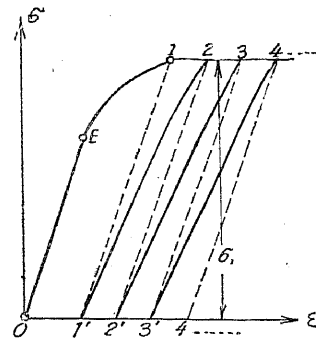


Fig. 86

の時にはいくら繰返して載荷しても破壊が起らなかつた。而してこの應力は弾性限度以下であるが、かくの如くいくら反向反復して載荷しても、破壊が起らない範圍を稱して應力の極範圍(Limiting range of stresses) と云ふ。この結果は大體鍊鐵及び鋼の性質に對する標準を與へるものであるが、一般に含有炭素の多い硬鋼は軟鋼に比して應力の極範圍が大である。

次に第一の性質は次の第 2 表から知る事が出来る。

この表を見るにこの供試

第 2 表 (kg/cm²)

片に對し、力を幾度も反復作用せしめて破壊せざる程度は $2,407 \text{ kg/cm}^2$ である。又荷重を零まで低下する代りに約半分まで低下した時の最大應力は $3,309 \text{ kg/cm}^2$ である。尙等しい應壓力應張力を反向して生ぜしめた

最大應力	最小應力	應力の範圍	破壊に要する 反復次數
3,610	0	3,610	800
3,309	0	3,309	106,910
3,008	0	3,008	340,853
2,707	0	2,707	409,481
2,707	0	2,707	480,852
2,407	0	2,407	10,141,645
+ 3,309	+ 1,504	1,805	2,373,424
+ 3,309	+ 1,805	1,504	4,000,000 (破壊せず)

場合は第 1 表に示す様に $\pm 1,197 \text{ kg/cm}^2$ が最大應力であつた。今この三種の應力の極範圍を表示すれば次の如くなる。

反復應力の種類	最大應力の限度	應力の範圍限度
張力、壓力等しき反向反復	$1,197 \text{ kg/cm}^2$	$2,394 \text{ kg/cm}^2$
最大應力から零まで反復	2,407 "	2,407 "
最大應力から其二分の一まで反復	3,309 "	約 1,575 "

この数字の示す様に物體の破壊は荷重が反復作用する場合には、其の最大應力よりも寧ろ其の變化範圍に關係する事を知る。

Spangenberg 氏は Wöhler 氏の實驗を引き続き同一の機械を用ひて鐵、鋼、及び鋼合金に就いて行ひ Wöhler 氏と同一の結論に達した。第 3 表は同氏の實驗の結果にして 2,000,000 回以上の反復に耐え得る強度を示してゐる。これを材料の靜強度に對し反復強度と稱する事も出来る。尙 Wöhler 氏はその實驗に於いて

第 3 表 (kg/cm²)

材料及其強度	最小應力	最大應力	應力の範圍 限 度	最大應力の強 度に對する比
トルブ軸用鋼 8,990	- 2,213	+ 2,213	4,426	0.27
	0	+ 3,229	3,229	0.39
	+ 2,756	+ 5,946	3,189	0.73
鍊 鐵 鋳 3,600	- 1,126	+ 1,126	2,252	0.31
	0	+ 2,063	2,063	0.57
ベツセマー鋼 4,505	+ 1,796	+ 3,024	1,229	0.84
	- 1,347	+ 1,347	2,693	0.30
鋼 レ ー ル 6,143	0	+ 2,473	2,472	0.55
	+ 2,252	+ 3,749	1,496	0.83
	- 1,528	+ 1,528	3,056	0.25
軟 鋼 ボ イ ラ ー プ レ ー ト 4,190	0	+ 2,898	2,898	0.47
	+ 3,071	+ 4,859	1,794	0.79
軟 鋼 ボ イ ラ ー プ レ ー ト 4,190	- 1,362	+ 1,362	2,725	0.33
	0	+ 2,489	2,489	0.59
	+ 2,095	+ 3,552	1,457	0.85

一分間に 60 ~ 80 回反復せしめたのであるが H. Smith 氏は一時間に 1,300 ~ 2,500 回反復せしめて實驗した所著しく應力の極範圍が小となる事を知つた。

〔2〕 Weyrauch, Launhardt の實驗式

Wöhler 氏の實驗に於いて見出した所の部材の受ける最大及び最小應力の代數差 δ と反復作用の場合に破壊することなく達し得る最大應力との關係を茲に算式を以つて表さうと思ふ。

今 σ_{max} = 部材の受ける最大應力 (普通、張應力)

σ_{min} = 部材の受ける最小應力 (壓應力の場合には負號をとる)

δ = 反復應力の範圍

とすれば (1) $\delta = \sigma_{max} - \sigma_{min}$

第 3 表に示す軟鋼ボイラープレートに就き、事實上無限大數と考へ得る反復に對し破壊せざる應力は次の如き値である。

σ_{max}	σ_{min}	δ
(a) 4,190 kg/cm ²	4,190 kg/cm ²	0 kg/cm ²

(b) 3,552 kg/cm² 2,095 kg/cm² 1,457 kg/cm²

(c) 2,489 " 0 " 2,489 "

(d) 1,362 " -1,362 " 2,724 "

この結果を圖示すれば Fig.

87 の如くなる。之れを見るに

$\sigma_{max}, \sigma_{min}$ 線は點 a に於いて一致し、影線を施せる部分

内に於いては反復應力を受けても破壊が起らない事を知る。

尙他の多くの實驗の示す所に依れば de 線及び d'e' 線は略平行である。Wöhler,

Bauschinger, Spangenberg 等の

行ひたる實驗に基き Wey-

rauch 及び Launhardt 氏は

σ_{max} と δ との間に次の如き

實驗式を導いた。

$$(2) \quad \sigma_{max} = \frac{\delta}{2} + \sqrt{K_t^2 - n\delta K_t}$$

茲に K_t = 靜抗張強度

n = 實驗係數

- { 延性金屬に對し $n = 1.4$ 以上
- { 脆性金屬に對し $n = 2.0$ 以上
- { 建築用鋼に對しては $n = 1.5$

この結果應力が正負等しくある所の所謂反方向應力の場合、その最大應力 σ_2 は建築用鋼 ($n = 1.5$) に對し次の如くなる。

$$\sigma_2 = \frac{2\sigma_1 + \sqrt{K_t^2 + 3\sigma_1 K_t}}{2} \quad \therefore \sigma_2 = \frac{1}{3} K_t$$

又最大應力と零との間を反復する反復最大應力 σ_1 は建築用鋼に對し、

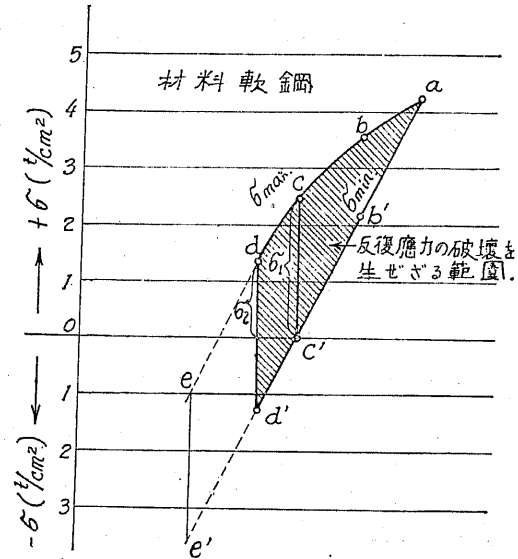


Fig. 87

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_1}{2} + \sqrt{K_t^2 - 15\sigma_1 K_t} \quad \therefore \sigma_1 = 0.61 K_t$$

となる。

上に述べた σ_1 及び σ_2 を用ひて Launhardt 氏は一種類の応力のみの作用する場合即ち反復応力に對し一般に次の式を與へた。

$$(3) \quad \sigma_{max} = \sigma_1 + (K_t - \sigma_1) \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$$

更に Weyrauch 氏は應力が張應力から壓應力に交互反向する場合即ち反向應力に對し一般に次の式を與へた。

$$(4) \quad \sigma_{max} = \sigma_1 + (\sigma_1 - \sigma_2) \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$$

公式(4)に於いて

$$(5) \quad \sigma_1 = -\frac{1}{2}(K_t + \sigma_2)$$

なる假定を挿入すると公式(4)は公式(3)と一致する。従つてこの(3)、(4)、(5)を總稱して Launhardt-Weyrauch 實驗式と云ふ。

尙 $\sigma_1 = \frac{2}{3}K_t$ と假定すれば公式(5)より $\sigma_2 = -\frac{1}{3}K_t$ となる。この値は上述の如く軟鋼に對し大略實驗値と一致すべく、この値を公式(3)に入れる

と、(3)及び(4)の公式は共に、

$$(6) \quad \sigma_{max} = \frac{2}{3}K_t \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}\right)$$

となる。

尙實驗の数が不充分であるから精確には云へないが Fig. 87 に示す σ_{max} 線を $\sigma_1 = \frac{1}{2}K_t$, $\sigma_2 = -\frac{1}{3}K_t$ を與へる如き直線と假定する事がある。この場合の應力の極範圍を示せば Fig. 88 に示す様であつて、次の如き關係式が成立する。

$$(7) \quad \sigma_{max} = K_t - \delta$$

之を更にかきかへると、

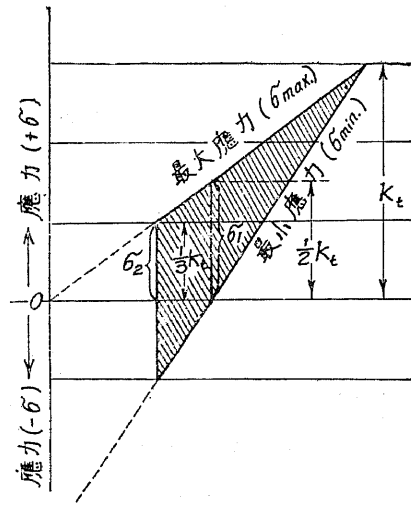


Fig. 88

$$(8) \quad \sigma_{max} = K_t - (\sigma_{max} - \sigma_{min})$$

$$\therefore (9) \quad 2\sigma_{max} = K_t + \sigma_{min}$$

$$\text{又は } (10) \quad K_t = 2\sigma_{max} - \sigma_{min} = 2\sigma_{max} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}\right)$$

$$\therefore (11) \quad \sigma_{max} = \frac{\frac{1}{2}K_t}{1 - \frac{1}{2} \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}} = \frac{\sigma_1}{1 - \frac{1}{2} \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}}$$

以上求めた(3)より(11)迄の公式は變動張應力を受けるか、または張應力が絶対値に於いて壓應力より大なる場合の極限張應力 (σ_{max}) を與へる公式であつて、變動壓應力を受けるか又は壓應力が絶対値に於いて張應力より大なる場合には、その符號をかへて壓應力の大きなるものを σ_{max} とし、小なるもの及び張應力(負號とする)を σ_{min} として是等の公式を用ひ、極限壓應力を求めねばならない。

第六節 許容應力及び安全率 (Allowable Stress and Factor of Safety)

本章第四節に於いて説明した如き方法に依り各材料につき張力、壓力、剪力などに對する極強度 (Ultimate strength) を見出す事が出来る。

而して我々が構造物の寸法を定める場合、かゝる極強度をそのまま用ひ構造物の何れの断面に於ける支配應力も、この極強度を越えないと云ふ方針の下に設計するならば、材料の不等質、計算上の不精密、製作上の不備などから屢々構造物に危険の起る事を覺悟せねばならぬ。

この危険を避ける爲材料の極強度を基礎として、これに安全率を挿入して加減し、此の應力限度迄は其の材料に對して許して差支へなしと云ふ許容應力を決定するのである。茲に寸法を決定しようとする或る部材に對する安全率とは、其の材料の極強度と其の時に差支へなしとして、許されてゐる許容應力の比を云ふのであつて普通 2~10 とつてゐる。即ち、

$$(1) \quad \text{許容應力 } (\sigma_n) = \frac{\text{極強度 } (K)}{\text{安全率 } (s)}$$

又現にある応力を受けつゝある部材の安全率とは、その材料の極強度と現存する応力即ち作用応力 (Working stress) との比を意味する。即ち、

$$(2) \text{安全率}(s) = \frac{\text{極強度}(K)}{\text{作用応力}(\sigma)}$$

而してこの安全率を定める場合に考慮すべき色々の事情を列挙すれば次の如くなる。

(1) 材料の性質。例へば鋼の如きは比較的等質であるから、安全率は小にとつても差支へないが、コンクリート、木材の如きは同一種類にても部分々々に依り其の強度を異にするを以つて安全率として可成り大なる値をとらねばならぬ。

(2) 構造物の重要な程度。例へば鐵道橋の如きは重要な交通機關の一部をなし、萬一墜落の如き事あらば交通上多大の支障を生ずるのみならず、列車通行の際ならば多數の人命をも失ふに至るを以つて、短時日の用に供し且つ餘り重要ならざる假工事の如きに比し、餘程安全率を大にとる必要がある。

(3) 計算法。計算が精密に出來、實際に生ずる応力に近きものを豫め見出し得るものにあつては安全率は小とするを得るも、略算法を用ひて応力を計算する場合は大にとらねばならぬ。

(4) コンクリートの如く時日と共にその強度を増進するものと鐵材、木材の如く雨露に曝され、時日と共に其の強度を減損するものとはその安全率の取り方を異にせなければならぬ。

(5) 同一構造物内に於いても部材の重要程度に依つて、安全率を異にする事がある。

(6) 動荷重から振動、衝撃を受ける場合には動荷重と静荷重に對して安全率を異にし、従つて許容應力を異にする事も出来るが、普通は動荷重應力に衝撃係數を乗じたものを静荷重應力に加へて全應力を求め、安全率としては静荷重應力に對するものを用ふ。

(7) 長柱の計算に於いては長柱としての影響を屈折率として作用應力に加へる方法と、許容應力を低下せしめ従つて安全率を増大せしめる方法とがあるが現今その兩方が用ひられてゐる。

以上の如く各種の事項を擧げる事が出来るが、實際の構造物に於いては以上各種の事項を合せ考へて安全率を決定すべきものであつて、技術者の正當な判断に依らねばならぬ。今大體の概念を得る爲に各種材料の強度及び安全率の範圍を掲げよう。

第 1 表 鐵材の平均強度及び許容應力

材 料	弾 性 率 (kg/cm ²)	屈 護 點 (kg/cm ²)	壓 縮 點 (kg/cm ²)	極 強 度 (kg/cm ²)	許 容 應 力 (kg/cm ²)	
					張力、壓力、 彎曲	剪 力
鍊 鐵	2,000	1,500	2,000	3,600	1,000	750
建 築 用 鋼	2,150	2,000	2,700	4,000	1,200~1,600	1,000
鋼	2,200	> 3,000	—	> 5,000	1,400	—
鑄 鋼	2,150	> 2,500	—	> 5,000	1,200	—
鑄 鐵	~ 1,000	—	—	{ 張力 1,800 壓力 7,000	{ 彎曲 300 壓力 1,000	200

第 2 表 木材の平均強度及び許容應力

材 料	弾 性 率 E (t/cm ²)	彎 曲 屈 護 點 (kg/cm ²)	極 強 度 (kg/cm ²)				許 容 應 力 (kg/cm ²)			
			張 力 纖維	壓 力 纖維	彎 曲	剪 力 纖維	張 力 及 彎 曲	壓 力	剪 力	
									纖維	纖維
樺	105	220	970	350	600	75	120	80	15	80
松	100	200	800	260	470	45	100	60	10	60
落葉松	100	230	750	240	420	40	80	50	10	50

第 3 表 石類の平均強度及び許容應力

材 料	弾 性 率 E (kg/cm ²)	抗 壓 強 度 (kg/cm ²)	許 容 應 力 (kg/cm ²)
安 山 岩	300	1,000 ~ 3,000	75 以下
花 崗 岩	300	800 ~ 2,000	50 "
石 灰 岩	—	200 ~ 1,800	45 "
砂 岩	—	200 ~ 1,500	40 "
凝 灰 岩	—	200 ~ 1,200	30 "
コ ン ク リ ー ト	100 ~ 300	50 ~ 300	10 ~ 60

Unwin 氏は各種材料に就きその状況に應じ夫々第 4 表に示す如き安全率を與へてゐる。

第 4 表

材 料	安 全 率			
	静 荷 重	動 荷 重		衝 撃 を 受 け る 構 造 物
		同 種 應 力	反 向 應 力	
鑄 鐵	4	6	10	15
鍛 鐵 及 び 鋼	3	5	8	12
木 材	7	10	15	20
煉 瓦 工 及 び 石 工	20	30	—	—

尚動荷重により張力、壓力交々起る部材即ち交番應力を受ける部材に對しては部材應力の内絶対値の小なるもの、 $\frac{1}{2}$ を其の大なるものに加へて静荷重應力の如き取りあつかひをし、斷面の寸法を定めるが如き方法を用ふる事がある。

尚、更に前節に説明した反向反復應力の理論から Launhardt-Wegrauch 兩氏は公式(6)に對し總べて安全率を 3 と採り、次の如き式を得た。

$$\text{許容應力 } (\sigma_a) = \frac{1}{3} \sigma_{max} = \frac{2}{9} K_t \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \right)$$

尚この際一般に安全率を s とするならば

$$\text{許容應力 } (\sigma_a) = \frac{2}{3} \frac{K_t}{s} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \right)$$

となる。この式に於いて、静荷重が働く場合には $\sigma_{max} = \sigma_{min}$ とすべきであるから、

$$\sigma_a = \frac{K_t}{s}$$

となり、反向應力の場合には $\sigma_{max} = -\sigma_{min}$ となりて

$$\sigma_a = \frac{K_t}{3s}$$

となる。即ちこの反向應力の時は静荷重の場合に比し安全率を 3 倍にとられる事になる。

尚最後に一言したきは、安全率を考へ許容應力を用ひて設計した構造物は安全率倍だけの強度があると云ふのではない。前にも述べた様に材料の不等質、計算上の不精確、製作上の不備、或は將來に於ける荷重の増加などを考へればこの安全率を挿入する事は實際上又經濟上是非必要なものであつて、寧ろこの構造物の

強度は 1 であると云ふべきである。唯だ鋼橋の如く將來の荷重増加を考慮して設計したものは其の當初に於いてそれだけの強度餘裕があるに過ぎない。

練習問題 4

- (1) (a) 25t 張力及び 10t 張力 (b) 25t 壓力及び 10t 壓力
(c) 25t 張力及び 10t 壓力 (d) 25t 壓力及び 10t 張力

を交互に發生する鋼材あり。 $K_t = 3,500 \text{ kg/cm}^2$ 、安全率 = 3.5 と採る時各々の場合の許容應力を求む。(答) (a) $\sigma_a = 800 \text{ kg/cm}^2$, (b) $\sigma_a = 800 \text{ kg/cm}^2$

(c) $\sigma_a = 533 \text{ kg/cm}^2$, (d) $\sigma_a = 533 \text{ kg/cm}^2$

(2) 同一材料を以つて作りたる二本の棒あり、一本は O より P 迄の反復荷重を受け、他の方は $-\frac{P}{m}$ より $+\frac{P}{m}$ 迄の反復荷重を受ける時、この二本が等しい安全率を有する爲には m を何程にとるべきか。(答) $m = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$

(3) 死荷重張力 4 tons、活荷重壓力 1 ton、活荷重張力 2 tons を受ける抗張材に於いて死荷重に對する許容應力を 800 kg/cm^2 とすれば、此の場合に適當なる許容應力如何、從つて必要なる斷面積を求む。(答) 750 kg/cm^2 , 8 cm^2