

# 流出圖に依る土盛の滲透計算

ROBERT MULLER

Department of Hydraulic Research, Institute of Technology,  
Zurich, Switzerland, (Water and sewage. July, 1940.)

交通部技士 吉井皎譯

## 第一節 地下水を透して滞水層に作用する力

地下水にて飽和された土壤の微量 $dV$ を考える (Fig 1) 今 $n$ を空隙率とす、若し地下水が静止の状態にあれば。

$$\text{その重量は } dG = r \times n \times dV$$

$$\text{そして夫れと同體積の浮力は } dP = r \times n \times dV$$

この $dG$ と $dP$ は $dV$ なる體積中に含まれてゐる水に作用する。此の浮力 $dP$ は重量と同方向に作用するが符号は反す。此の二力のため水は静止の状態にあるのである。

$$\text{重量 } dG' = r_s (1-n) dV \text{ そして}$$

$$\text{浮力 } dP' = r (1-n) dV \text{ 又は } \frac{(1-n)}{n} dP$$

この兩者は體積 $dV$ 中の $(1-n)dV$ なる物體に内力として作用する。茲に $r_s$ はその物體の比重である。

$$\text{その内力たる合力は } dG'' = dG' - dP'$$

$$= (1-n)(r_s - r)dV$$

で之は水中に於ける物體の重さである。この重量は體積 $dV$ に作用し。他の外力と平衡の状態をなす。

今若し地下水が移動してゐる場合 (Fig. 2) その移動は内部摩擦力のため起るのであつて、その時の合力は流れの方向に起る。移動水に付いて云へば、その符号は合力の方向と反対である。即ち流れの方向と反対である。一方物體に付いて云へば流れと同方

向にある。

そして加速度は非常に小なる故に水中の壓力の分布(浮力)は容積 $dV$ 中の水に作用する三力と均等になる。重量  $dG = r \times n \times dV$

それ故摩擦力と浮力とは平衡なり。極く薄き層に對して摩擦力は  $dR = \frac{r}{k} \times n \times dV \times v$

上式の $v$ と $k$ は夫々 Darcy の滲透方則 ( $v = K \cdot J$ )

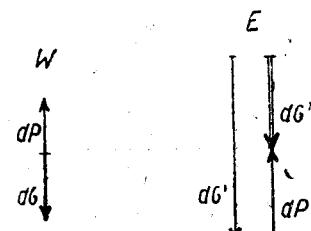
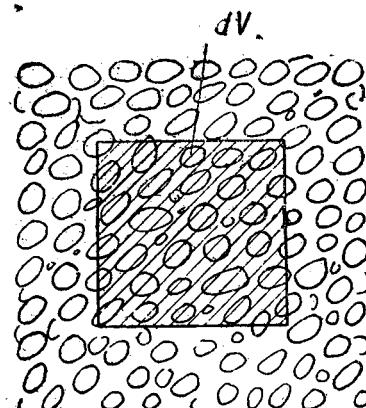


Fig. 1.

による滲透流速と滲透度を表はしたものである。

故に  $dR = r \times n \times dV \times J$

若し  $dG$  と  $dR$  の二力が與へられると浮力  $dP$  は力の三角形によりて、その方向と大きさが決定出来る。(Eig 2 Wの三角形)

容積  $dV$  に付いて云えば其れに作用する力は次記の如し。

$$\text{重量 } dG' = r_s (1 - n) dV$$

$$\text{摩擦力 } dR' = dR = r \times n \times dV \times J$$

$$\text{浮力 } dP' = \frac{1-n}{n} dP$$

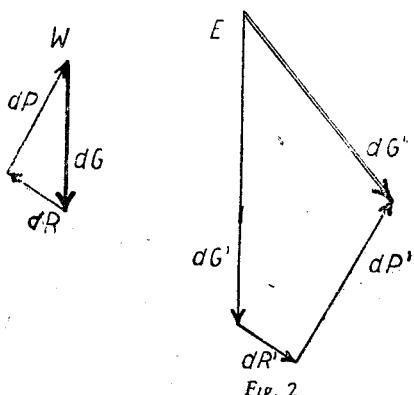
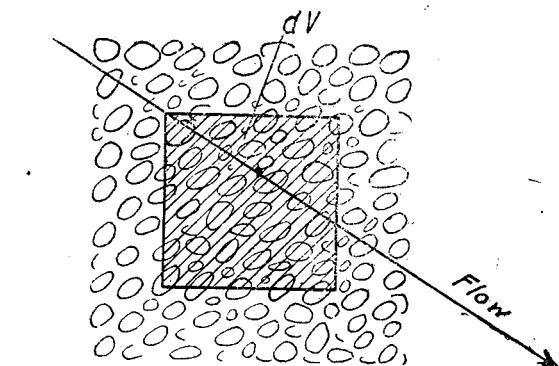


Fig. 2.

摩擦力は流れの方向と同じで、同一直線上に作用し、浮力  $dP$  は水の浮力の方向と同じで、同一直線上にある。(Eig 2E圖) 是等三力に依る内部容積  $dG'$  は滲透作用が將に起らんとする物體の重量と置き換へ得る。一般に其の作用方向は最早垂直ではなく、流れの方向傾斜してゐる。そして若し物體が靜止の

状態にあれば容積  $dV$  の物體に作用する外力と平衡になる。若し滲透水流の管の流出圖が Eig 3 の如くなると是等の諸力は容易に決定出来る。今例へば  $dV$  を立方米で表はすと兩者の重量  $\Delta G = n \cdot r$  及び

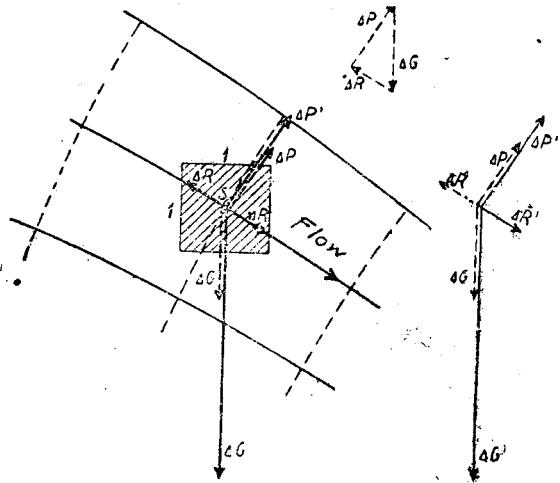
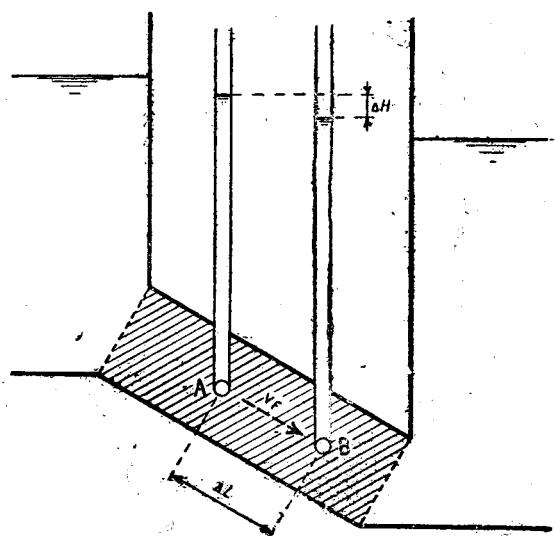


Fig. 3.

$\Delta G' = (1 - n)r_s$  は容易に求められる。一定容量内の流れの方向(流水線の方向)によつて摩擦力  $\Delta R$  と  $\Delta R'$  の方向は解る。その大きさは  $\Delta R = \Delta R' = n \cdot r \cdot J$  である。吾人は尚流出圖より傾斜  $J_s$  を決めねばなら

Fig. 4. Darcy:  $V_r = K \times \Delta H / \Delta L$ .

ぬ。Darcyの方則に依り(Fig4)Jは流出方向に沿ふた二點間の距離 $\Delta L$ で壓力計の目盛差 $\Delta H$ を除した商である。即ち

$$J = \frac{\Delta H}{\Delta L}$$

流出圖にて任意の相隣れる線上の二點間の壓力差は一定である。斯して自由滲透面の場合(Fig.5)、S

點の傾斜は例へば  $J = \frac{\Delta E}{\Delta S_2}$  又は一般に  $J = \frac{H}{a}$ .

$\frac{1}{\Delta S_2}$  にて決る。 Fig. 11, 12, 14 參照

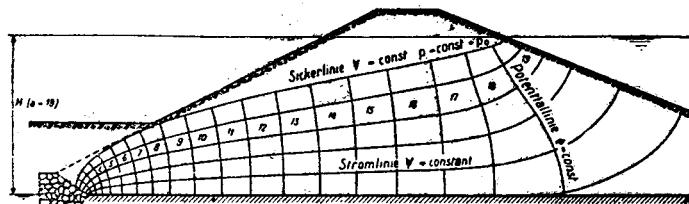


Fig. 11.

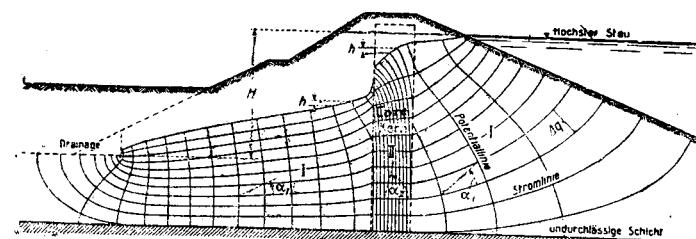


Fig. 12.

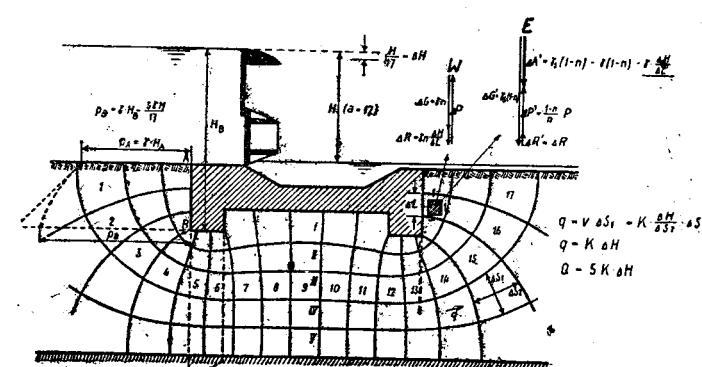


Fig. 14.

この場合 $H$ は断面の入口と出口間の有效面差の総和である。 $a$  は閉塞された流水管内の矩形又は正方形の数にして、 $\Delta S_2$  は $S$  點に於ける隣の同位線との距離(即ち流出方向に沿ふた矩形又は正方形の一邊)である。斯して流出圖中に於ける各點の $J$  を決定出来るから $\Delta R$  と $\Delta R'$  も解り、又力の三角形に依り

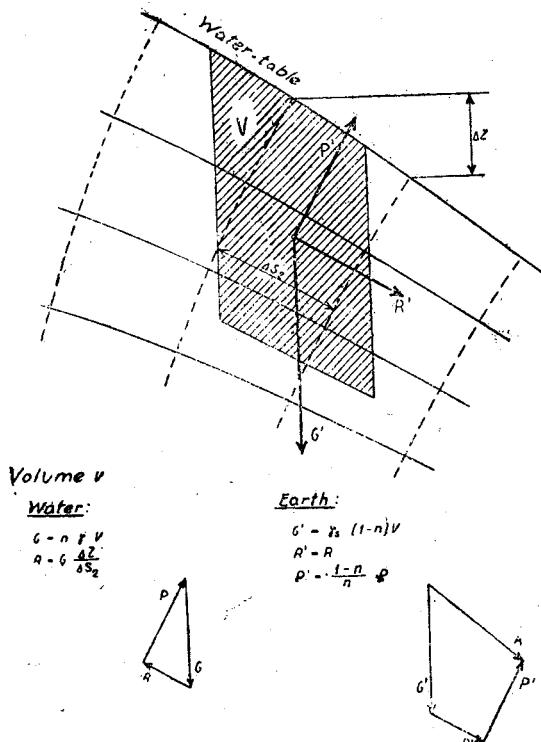
$$\Delta P \text{ 及び } \Delta P' = \frac{1-n}{n} \Delta P$$

も解り又 $\Delta G'$  も求められる。浮力の方向を等壓線(一定の壓力面)中に導く事は屢々有利である。此の方法にて浮力の方向は( $\Delta P$  と $\Delta P'$ ) 流出圖の各點に於ける等壓線に直角となる。この $\Delta G, \Delta R, \Delta P$  の方向と $\Delta G$  の大きさが解るから摩擦力 $\Delta R, \Delta R'$  は力の三角形から圖式にて決定出来る。若し任意に容積 $V$  の分子を考へれば、單位容積に對して計算した力に $V$  を掛けねばならぬ。斯してFig6に示す如き力を得。摩擦力の解法に當つては流出方向と傾斜 $J$  又は浮力の方向を用ふ。

今吾人はこの關係に基いて、流出圖により固形體に作用する水の力を分解して考へる事が出来る。今若し水の層内の物體が均質なりとせば、 $\Delta G$  と $\Delta G'$  は常に等しい。そして合力 $\Delta G'$  は摩擦力の方向及び大きさにより決定する。併し一方 $H/a$  が流出狀態の常數であるから摩擦力は相隣れる二線間の距離 $\Delta S_2$  如何に依る。

$$\text{實際に } \Delta R = \Delta R' \rightarrow \frac{1}{\Delta S_2}$$

與へられた流出圖に付いて、断面に於ける $\Delta S_2$  が大になれば(Fig7a) 摩擦力は小となり、合力 $\Delta G'$  は水中に於け



る普通の重量と大差無い。

又同じ流出圖の他の断面に於ける $\Delta S_2$ が小になれば、この層に於ける摩擦力は大きくなる。流れが水平に近い場合、合力は垂直方向より大分傾斜する。(Fig7b)

一方急傾斜に流れる場合、合力の大きさは水中に於ける普通の重量とは當然異つて来る。斯して重量のため下方への流れは大となり、上方への流れは小となる。(Fig8)

下方へ滲透する場合摩擦力は垂直となり、又浮力も垂直となるから、その結果重さは簡単に算定出来る。流れの中の物體が均質ならば、滲透流速と實際の流速は流れが繼續してゐる限り一定である。是等は等速運動をなしてゐ

るから、流れ中の各断面の $J$ は一定である。そして  $J = \frac{H}{T}$  なり。(Fig9) の如き力は斯様にして求められる。

垂直に下方へ流れる場合の合力は次の如し。

$$\triangle G' = r_s (1-n) - r(1-n) + r \frac{H}{T}$$

そして垂直に上方へ流れる場合は

$$\triangle G' = r_s (1-n) - r(1-n) - r \frac{H}{T}$$

上方に滲透する場合に  $r \frac{H}{T} = r_s (1-n) - r(1-n)$

ならば $\triangle G'$ は零となる。水の場合 $r=1$ なる故

$$\frac{H}{T} = (r_s - 1)(1-n)$$

若し  $\frac{H}{T}$  が  $(r_s - 1)(1-n)$  より大ならば物體は凝集力を有しない限り流れの方向に動きはじめる。云ひ換ふれば "Grunbuch" が起る。その極値  $\frac{H}{T} = (r_s - 1)(1-n)$  は勾配限度として知られ、その値は0.8~

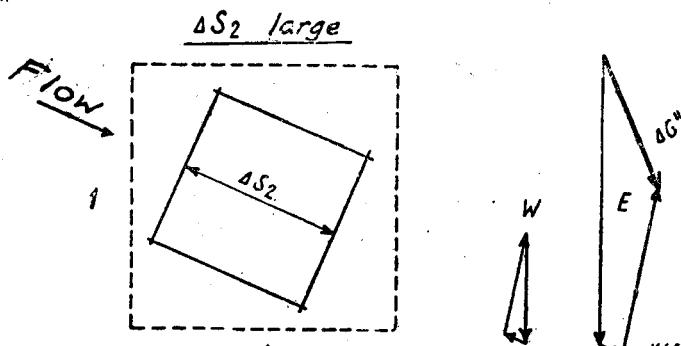


Fig. 7a.

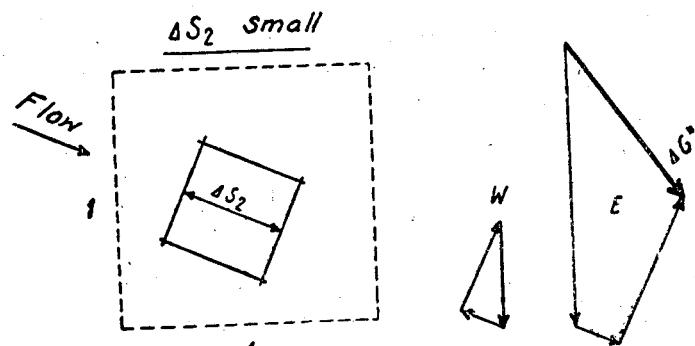


Fig. 7b.

1.2である。

土壤が不均質の各層から成つてゐる場合、滲透水の繼續により實際的解法が得られる。今一例をFig 10に示す。

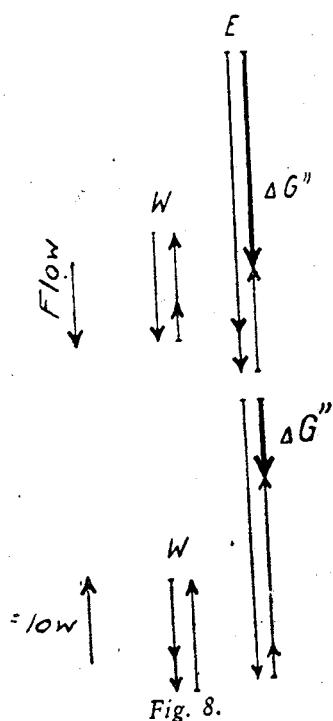


Fig. 8.

此處に繼續流水線は水平面  $F$  層に流れ込む。即ち

$$v_1 F = v_2 F$$

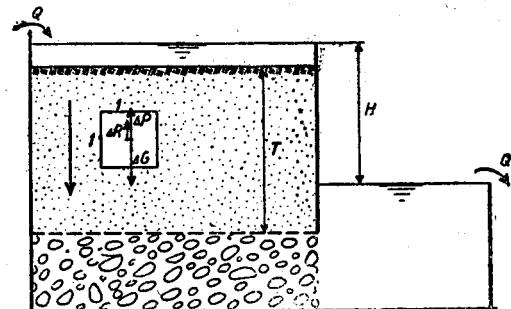
斯して  $v_1 = v_2$

$$\text{故に } K_1 \frac{H_1}{T_1} = K_2 \frac{H_2}{T_2}$$

此處に  $H_1$  と  $H_2$  は二層の滲透面差にして  $H_1 + H_2 = H$  又  $T_1 + T_2 = T$  となる。今各層の厚さを  $T_1$ ,  $T_2$ 、又滲透度を  $K_1$ 、 $K_2$ 、そして面差を  $H$  とすれば各層の滲透面差は

$$H_1 = \frac{H}{1 + \frac{K_1}{K_2} \cdot \frac{T_2}{T_1}} \quad \text{そして} \quad H_2 = H - H_1$$

により求められる。各層に於ける作用力は計算に依り求められる。 $\frac{H_1}{T_1}$  や  $\frac{H_2}{T_2}$  は  $\frac{H}{T}$  にて置き換へられ又それに相當する層の空隙  $n^1$ ,  $n_2$  は  $n$  にて置き換へ



$$W \begin{cases} \downarrow \Delta G' - n \cdot r \cdot \frac{H}{T_1} \\ \uparrow \Delta R' = n \cdot r \cdot \frac{H}{T_1} \\ \uparrow \Delta P' = (1-n) \cdot r \cdot (1 - \frac{H}{T_1}) \\ \downarrow \Delta G'' = \Delta G' - \Delta R' - \Delta P' \end{cases} \quad E \begin{cases} \downarrow \Delta G' - \Delta G'' \\ \downarrow \Delta R' = n \cdot r \cdot \frac{H}{T_2} \\ \uparrow \Delta P' = (1-n) \cdot r \cdot (1 - \frac{H}{T_2}) \\ \downarrow \Delta G'' = \Delta G' - \Delta R' - \Delta P' \end{cases}$$

Fig. 9a.

得る。Fig 12 は不均質の滲透の場合なり。此處では連續式は

$$\frac{\tan \alpha_{11}}{\tan \alpha_1} = \frac{K_1}{K_{11}}$$

此の様にして二物質中の力は與へられたる流出圖により容易に決定される。最後に滲透水に起因する等の力に付いて考へなければならない。次に二、三の特例を簡単に述べる事にする。Fig 11は心壁(Core)の無い堰堤の滲透状態を示せるものなり。其れに付いて基礎の支持能力、兩斜面の安定、及び滲透水量を求めるのである。Fig 12 は心壁のある滲透状態を示せるもので、此は心壁の無いものとして考へる。心壁の無いものと比較せば滲透が小となり、その結果有利となり且つ下方への流れの勾配も都合よくなる。Fig 13a と Fig 13b はシートパイルの下部を流れ

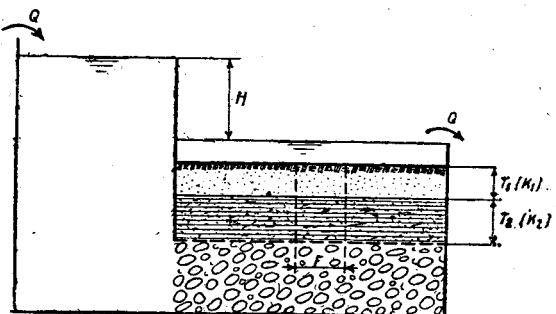


Fig. 10.

る場合の例なり。基礎破壊の問題や重量 $\Delta G'$ の変化による能動的又受動的土圧をも研究する。斯して水圧は精確に求められる。堰の場合の流水をFig14に示す。揚圧力は精確に見出す事が出来る。そして同じ事を滲透水量に應用出来る。尙基礎破壊と水溜りの関係を調査せねばならぬ。そして最後にシートパイアルの方法による滲透の重要性を調査せねばならぬ。

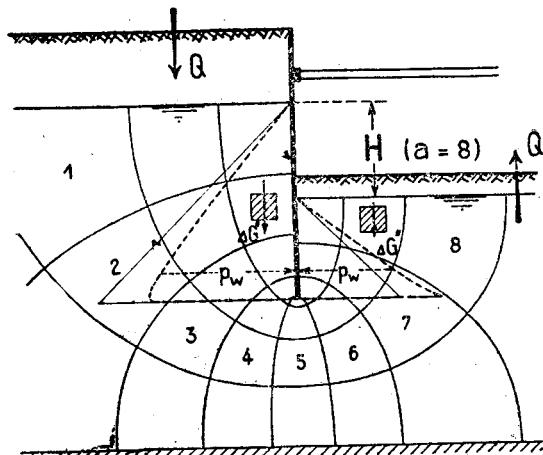


Fig. 13a.

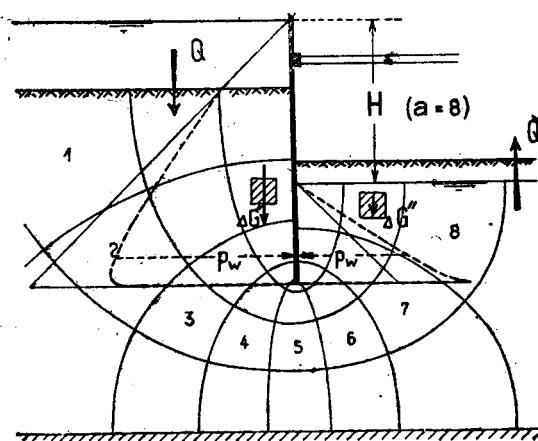


Fig. 13b.

## 第二節 勾配の 安定

次に滲透水にて飽和された斜面の計算の極値の例を示す。是等の中で最も考慮せねばならぬ特例は、貯水池や運河の永久的天然堤や堰堤の斜面に於ける

水面の運動の作用である。Fig15は実際に不滲透の境界(即ち心壁)のある斜面上の外側の水面が急激に沈降したと假定せる場合の流出状態を示すものなり。

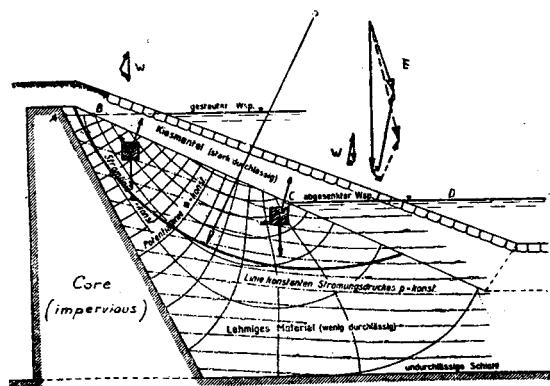


Fig. 15.

先づ少量の滲透水のために物體内の水が直に沈降する事を要す。それ故滲透水圧は直に變つた限界状態を(傾斜即ち等圧線)整正する。Fig15の流出圖に示す様な滲透流が生ずる。此の型は自由水面の沈下速度と滲透の關係如何による。斯様な斜面にて水の沈下速度の極値は $K$ に等しい。 $(J=1)$ 。斯して最も普通の滲透量の場合は(例へば非常に不滲透質の場合)

$$K=10^{-6} \text{ cm/sec 即ち } 2\text{--}3 \text{ cm/month}$$

$$\text{又は } K=10^{-4} \text{ cm/sec } 8\text{--}9 \text{ cm/day}$$

次にかなりの滲透量のある場合は

$$K=10^{-2} \text{ cm/sec 即ち } 36 \text{ cm/hour}$$

滲透度 $K=10^{-4} \sim 10^{-6}$ の物質に對して吾人は物質内の水が直に沈下するから、如何なる場合にも沈下中の水面に應用出来る事を知る。しかも一時間内に大なる沈下をなす場合即ち滲透度 $K=10^{-2}$ の場合にも適用出来る。

他方沈下速度が緩慢ならば描いた流出圖は有效でないため物體内の水は別の條件で沈下するが斯の場

合は傾斜に對して最も不利な荷重状態となるから唯安定の計算の方便として用ふる。

Fig15 に於てクロスハツチせる二つの容積に依る力表圖を考へると二つの分子に對して合力( $\triangle G'$ )は垂直方向より大分傾斜する。此等の大きさは非常に異なる。上部の分子は下部のものより重い。この全重量の分子は滑りが流れの方向に曲線をなし而も滑り面に沿ふてゐると云ふ事を示す。

此の合成重量の分布は滑りが流水の方向に彎曲せんとする滑り面に沿ふて起るものであり、急な滑り面上を滑る上部の重い分子はこの面中に於て重をが減少した爲めに下部の分子に依り極く小規模に抵抗されてゐるに過ぎない事を表はしてゐる。吾人は斯様な傾斜の算出に對して滑りは圓弧をなす滑り面に沿ふて起ると假定す。この假定は概略的に正しく又簡単な近似計算をなし得。圓形の滑り面に對して用ひられてゐる色々な計算方法に就いては所謂「スエーデン」式を獎める。

此の方法に依り個々の薄層の計算を基として色々の方向や大きさの力群と滑り面上の分子は正しく求められる。更に滑り面が内部摩擦力の異なる種々の物質を横切る場合にでもこの方法は應用出来る。Moller 土壓表に依れば簡単な説明で充分である。

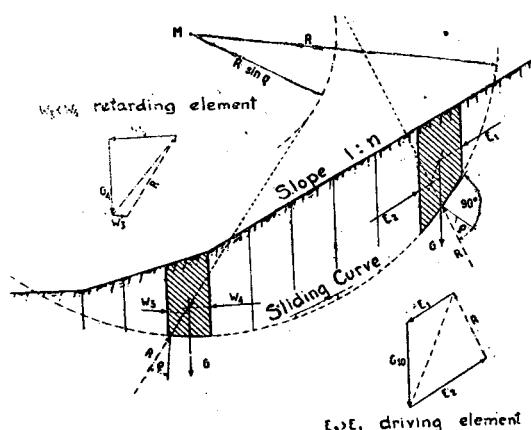


Fig. 16.

弓形の土が周りの滑り面に沿ふて動き始める時を考へると(Fig16)この瞬間滑り面の全反力を滑り面と内部摩擦角 $\varphi$ をなし、その上滑動とは反対の方向をなす。反力は滑動面弧の中心を中心とし  $R \sin \varphi$  を半径とする圓に切す。

今圓形の部分を各々垂直の小部分に分けると、最大反力例へば最下部の分子が滑り出さんとする場合の反力は反力の作用點と、方向及び分子を滑べらさんとする力 $W$ 、との關係にて $G, W, Q$ 、三力の平衡にて求められる。

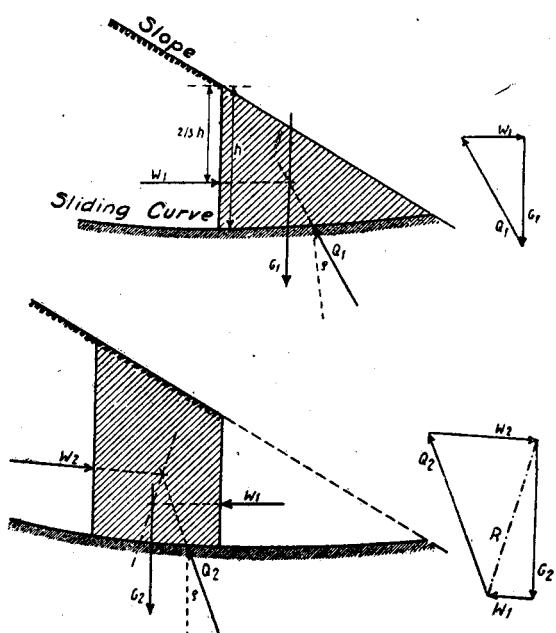


Fig. 17.

此處に作用點は殆んど正しいものとして、深さ(h)の $2/3$ の點にあると云ふ假定をせねばならぬ。その方向はランキンの方則により傾斜に平行とする。

Moller は滑り面に平行に取る様獎めてゐる。然しそれは内部摩擦角より小なる角で水平に傾斜してゐるこれは幾分消極的のものとして獎めてゐる。

今最下部の分子が滑動に抗するとすれば、最大の反力 $W_1$ はこの方法で求められる。そして此の反力

$W_1$  及び最下より二番目の分子との平衡条件からして、最下部の二個の分子間の反力  $W_2$  は共に求める事が出来る。他方若し吾人が最初の分子の平衡から上部の分子へと求めて行くならば、此等の力( $E_1$ )は摩擦力に打ち消されずして、次の高さの分子に推力として作用する。(Fig18)

$\tan \vartheta$ (最後の)  $\frac{W}{E} = 1$  が見つかるまで進められる。この Krey による安全率( $\mu$ )は Moller のものに比して相等小さい値となる。

以上述べた方法に依る安全率の問題、並に種々の荷重計算の影響、特に堰堤内の滲透流の影響を Fig 18にて完全に解説してある。

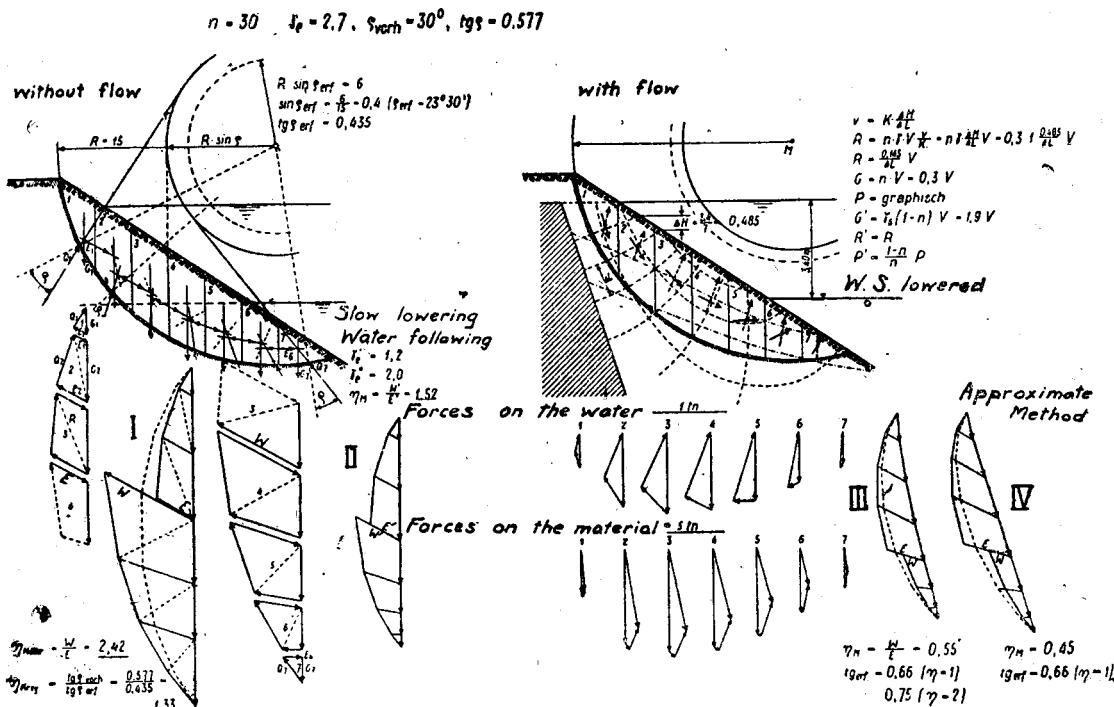


Fig. 18.

與へられたる内部摩擦角  $\vartheta$  に對して、この作圖が Fig18 の力表圖 I の下からと、上からと進めるなら反力( $W$ )は推力( $E$ )と同様に中間の分子が其自身平衡條件に達するまで增加される。Moller は  $\eta m = \frac{W}{E}$  を滑動に關聯する安全率と定義し、その値は 1.5~2.0 より大なる事を必要としてゐる。Krey は別の近似法を研究して安全率を

$$\eta k = \frac{\tan \vartheta(\text{最初の})}{\tan \vartheta(\text{最後の})} > 1.5$$

と定義してゐる。作圖は他の内部摩擦力に對して

物體が内部摩擦量  $\tan \vartheta$  (最初の) = 0.577 を有すと假定す。圖の左側は滲透流を考へざる場合の研究として、Fig18 の力表圖 I の決定に對して全扇形の物質は水の下にあり、 $\tan \vartheta$ (最後の) = 0.435 の内部摩擦量から安全率は次の如くなる。

即ち  $\eta m = 2.42$   $\eta k = 1.33$  (圖に於て點線にて示す) 力表圖は或る尺度 (scale) で描いてあるから。この同じ力表圖は當然如何なる特別の重量の場合にも用ひられる。例へば乾燥せる斜面にも安全なり。

第二の荷重の場合に水面は沈下し斜面中の水も亦沈下する事が推定される。しかしながらその沈下は滑りで妨げられた部分(4~7分子)が水とその浮力のため初めて停止する點までである事も推定出来る。

この條件では安全率は  $\eta_m = 1.52 \quad \eta_k = 1.1$  となるから確かに不利である。吾人は最初の値では傾斜は尚確かに許されるが、他方第二の値に付いて云へば急過ぎると云ふ結論を得られる。

Fig18 の右圖に於て斜面内に於ける沈下滲透水の考へ方を示す。始めに各分子に對する流れに抵抗する重さは既に述べたる方法により決定され、更に力表圖 III によつて其の安全率を確かめる。即ち  $\eta = 0.55$  であるから斜面は破壊されると云はれ得る。斜面が安全なるためには、(即ち  $\eta_m = \eta_k = 1$ ) 物體の内部摩擦量  $\tan \varphi$  (最後の) は少くとも 0.66 でなければならぬ。又  $\eta_m = 2$  の安全率に對して  $\tan \varphi$  (最後の) は 0.75 なければならない。

是等三つの荷重狀態を比較して吾人はこの研究にて滲透流の作用を考へる事が如何に重要なかが解る。

Fig18 IV の力表圖にて尚之以上の荷重の場合が研究される。流出圖よりすれば流れの方向の中心は傾斜と近似的に平行である。力表圖 IV は傾斜に平行な靜止せる滲透を推定して描きしものなり。此の場合上部の分子に對する重さは結局幾分か不利になる。しかし一方下部の分子に對しては有利となる他の例にて確證された事實と精密な計算と一致するものと思はれるから荷重計算の簡単な近似法として用ひる事が出来る。

Fig18 に於て下面是研究のため任意に撰んだ滑り面に關して最も不利の位置について假想せるものなり。實際の例として問題は最も不利な滑り面を見出す事である。之に對して異つた水位の影響が考へら

れる。故に吾人は先づ第一に與へられた滑り面に對して沈下の量の函數として安全を決定する。尙大體最も不利な水面の状態で特に危險な滑りに對して最も不利な滑り面を決定する。

### 第三節 近似法

水面の變動の影響を受けやすい堤の安定を決定するには、この方法は面倒で時間的に不經濟となる。

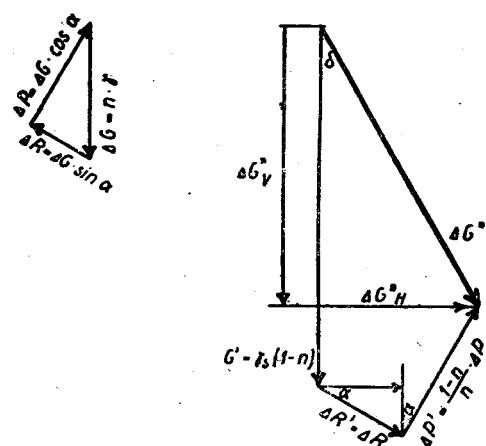
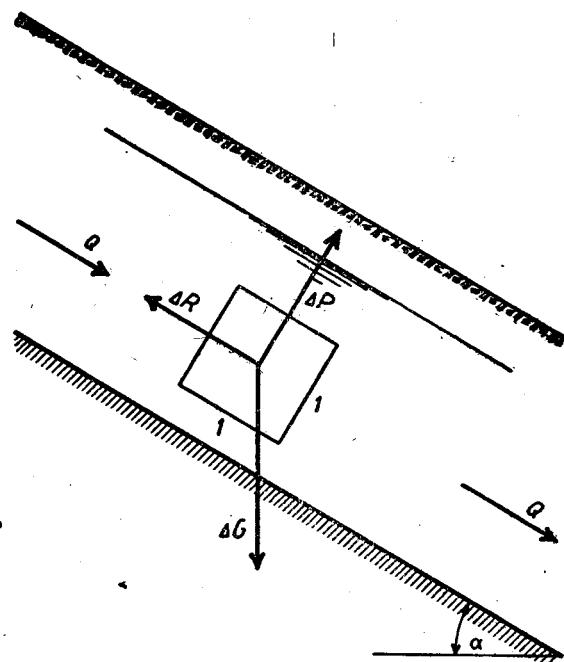


Fig. 19.

それ故次に水面の変動を自由に受ける堤として考へた場合の近似法を述べん。この近似法は次の二つの事實に基づいてゐる。即ち

1. 堤に平行な滲透流の計算は實際流出圖と同じ結果になる。

2. 滑りの弓形全體は一定の比重を有し、安全率は比重に無關係である。

Fig19 に示す如き傾斜に平行な滲透流に對して流れによる物體に働く力は容易に求められる。かくして

$$J = \sin \alpha = \text{一定}$$

若しそが堤の傾斜ならば

$$\Delta R = n \times r \times \sin \alpha$$

そしてこれは流れの方向への重さの分力に外かならない。又  $\Delta P = n \times r \times \cos \alpha$

之は流れと直角の方向への重さの分子である。物體の立米當りの力は

$$\Delta R' = n \times r \times \sin \alpha$$

だけ増加する。そして  $\Delta P' = (1-n) r \cos \alpha$  となる。

$$\Delta G' = r_s (1-n)$$

となると共に  $\Delta G'$  も解る。 $\Delta G'$  の垂直及び水平分力は多角形により求める事が出来る。

$$\Delta G'_H = r_s \sin \alpha, \cos \alpha$$

$$\Delta G'_V = r_s (1-n) - r(1-n) + r \sin^2 \alpha$$

垂直よりの偏位角  $\delta$  と同様に合力  $\Delta G'$  はのと  $n$  の函数として計算出来る。

$$\Delta G' = \sqrt{(\Delta G'_H)^2 + (\Delta G'_V)^2}$$

$$\tan \delta = \frac{\Delta G'_H}{\Delta G'_V}$$

此の直線的等速の滲透流に於て合力は平行になるしかし角  $\delta$  に依り重力に關聯して變化す。(Fig20)

吾人は今傾斜角  $\delta$  の堤を考へ得。云ひ換れば、勾配( $\alpha + \delta$ )で滲透無き斜面と同様に勾配  $\alpha$  で滲透のある場合を考へる事が出来る。力は重力と同様に垂直

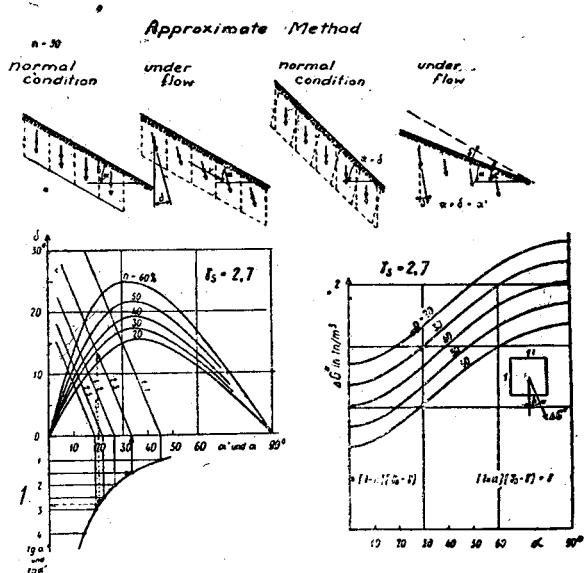


Fig. 20.

である。勿論今考へてゐる斜面の物質は他の比重( $\Delta G'$ )を有する。然しながら斜面の安定は物質の比重如何によると思はれる。

この簡単な考へ方は大きな量にも應用出来る。例へば物質が普通に經驗に依る角  $\alpha^1$  の傾斜を用ひるならば(即ち天然の或ひは粘着力の無い物質に對しては乾燥せるものとして、又明らかに粘着力を有する物質に對しては濕潤せるものとして)、この物質は傾斜角を  $\alpha$  とせねばならぬ。水面の變動の影響を考へるならば  $\alpha + \delta \leq \alpha^1$  なり。

Fig20 の第一圖は  $\alpha$  と  $n$  の函数として  $\delta$  を示すもので圖に於て直線は  $\alpha + \delta = \text{一定}$  の線を示す。そして自然勾配の如く正切(Tangent)にて示される。斯して例へば眞の容積假りに  $n=30$  の物質が  $2:3$  の勾配に對して普通に用ひ得るならば  $2:3$  の勾配と  $n=30$  の曲線との交點により求むる傾斜角  $20^\circ$  解かるそして下の曲線からそれに相等する勾配

$$\tan \alpha = \frac{1}{2.8}$$

を得。實用的には $\frac{1}{3}$ とす。

かくして考へてゐる物質の勾配は $n$ となる。この例の圖中の矢印は吾人が與へられた量がら作圖にて下の縦軸上に  $\tan\alpha'$  と  $\tan\alpha$  を見付ける方法を示す。 $\tan\alpha'$  の外に  $n$  の眞の値を知る事が必要である。圖より得た結果は實際とよく一致する。Fig20 に於ける合力 $\triangle G'$  は  $\alpha$  と  $n$  の函数として示される。 $\alpha=0^\circ$  の極値は地下水が停止せる流水と、又  $\alpha=90^\circ$  の極値

は  $J=1$  の重直に下向きの流水と一致する。流水の影響を受けない様な大な荷重の傾斜を考へる時この $\triangle G'$  の圖を用ひ得る。勾配が與へられると第一に方向 $\delta$ が解り第二に合力 $\triangle G'$  の大きさが解る。かくして任意の荷重状態の傾斜は流出圖無しで圓形の滑り面の方向よりその安定を求める事が出来る。

( 終 り )