放水量を流入する湖沼の水位變化に就て

交通部調査科長　橘　内　德　治

緒　　言

河川の洪水調節を計る爲該河川の一地點より放水路を開鑿し洪水量の一部又は全部を適當な湖沼に放水せしむることがある。斯る場合湖沼の水位に變化を來すが特に最大放水量が旣知であり湖沼の容積が一定であるが如き時には此の湖沼水位の上昇が非常な重大問題となるのである。かの琵琶湖に於ては此の水位が或る限度以上に上昇するを許さざる爲に相殺法なる法令を制定し埋立、干拓、其の他の行爲に因り該湖の容積に縮減を來すことあるべき場合には此の減少容積以上の容積を他に擴增して湖の容積を常に一定以上に保持する樣取締つて居る。

又諏訪湖に於ては湖水位上昇によつて湖畔地帶の蒙るべき水害を除去する目的を以て排水路を設け天龍川に放水して湖の水位を低下せしめ湖畔に廣大なる干潟を新生せしめつゝあり。

斯くの如く湖沼を理水的に取扱ふことは甚だ一考を要することで興味ある問題である、今回北邊振興事業の一翼として目下施行中に屬する穆稜河改修事業も穆稜河と興凱湖間の水位差を利用して該河の洪水量の大部分を興凱湖に放流し以て同河の快疏を計り且水位の低下を企て沿岸の荒廢地及び濕沼地の干拓に資し開拓の素地を造成せしむるのがその目途である。

此の問題は又發電水力用堰堤に於ける流入洪水量が貯水池の水位を上昇せしめて放水量を增大する所謂放水量と水位との聯關性問題に外ならず。

之より首題につき思ひ付きし儘に愚說を揭げ諸彥の御批判を乞ふ。

I. 放水量が湖沼に直接流入する場合

1. 湖沼の蒸發並に湖沼よりの流出量を考慮せざる場合

放水流量を時間の餘弦的函數をなすものとして總て考慮す

然る時には任意の流量 q は次式の如く示さる

$$q=q_0+\frac{q_m-q_0}{z}\left(1-\cos\frac{\pi}{T_1}\,t\right)\quad\cdots\cdots(1)$$

q＝t 時間に於ける流量

q_0＝平 水 量

q_m＝最大流量

T_1＝最大流量に達せし時間

を示す今 V を以て全流出量を表せば

$q\,dt=dV$ なる關係より(1)式は

$$dV=\left\{q_0+\frac{q_m-q_0}{2}\left(1-\cos\frac{\pi}{T_1}\,t\right)\right\}dt$$

となる

故に t 時間に於ける流出量 V は

$$V=\int_0^t\left\{q_0+\frac{q_m-q_0}{2}\left(1-\cos\frac{\pi}{T_1}.t\right)\right\}dt$$

$$=\frac{q_m-q_0}{2}t-\frac{q_m+q_0}{2}.\ \frac{T_1}{\pi}\mathrm{Sin}\frac{\pi}{T_1}.t\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

要洪水時$2T_1$時間に於ける全洪水流出量V_1は

$$V_1=(q_m+q_0)T_1 \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

一方洪水流入によつて湖沼の增漲する容量dV_1上昇度 dh とは次式の如く二次的變化をなすものと考ふれば

$$dV=(A_0+ah+bh^2)dh \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

h=上昇水位

A_0=流入なき場合即ち $t=o$ に於ける湖沼の面積

a. b. =湖積に特有の係數

然るときは任意の水位hに於ける容積Vは

$$V=\int_0^t(A_0+ah+bh^2)dh$$

$$=A_0h+\frac{a}{2}h^2+\frac{bh^3}{3} \cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

を得

以上の結果より（2）式による洪水流出量V_1（4）式による湖沼に貯溜せらる量Vとを等しと置けば上昇水位と時間との關係式を得、

即ち$\frac{q_m+q_0}{2}t-\frac{q_m-q_0}{2}, \frac{T_1}{\pi}\mathrm{Sin}\frac{\pi}{T_1}t$

$$=A_0h+\frac{a}{2}h^2+\frac{b}{3}h^3 \cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

此の（6）式は又

$$\frac{dV}{dt}=\frac{dt}{dh}\cdot\frac{dh}{dt} \cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

なる關係式よりも算出せらる、即ち

（2） 式より

$$\frac{dV}{dt}=q_0+\frac{q_m-q_0}{2}\left(1-\cos\frac{\pi}{T_1}t\right)$$

（4） 式より$\frac{dV}{dh}=A_0+ah+bh^2$

之等を前記關係式に代入し積分すれば

$$q_0+\frac{q_m-q_0}{2}\left(1-\cos\frac{\pi}{T_1}t\right)$$

$$=(A_0+ah+bh^2)\frac{dh}{dt}$$

$$\int\left\{q_0+\frac{q_m-q_0}{2}\left(1-\cos\frac{\pi}{T_1}t\right)\right\}dt=$$

$$\int(A_0+ah+bh^2)dh\ \frac{q_m+q_0}{2}t-\frac{q_m-q_0}{2}$$

$$\frac{T_1}{\pi}\mathrm{Sin}\frac{\pi}{T_1}t=h\left(A_0+\frac{ah}{2}+\frac{bh^2}{3}\right)$$

となり（6）式より$\frac{dV}{dh}=A_0+ah+bh^2$

之等を前記關係式に代入し積分すれば

$$q_0+\frac{q_m-q_0}{2}\left(1-\cos\frac{\pi}{T_1}t\right)$$

$$=(A_0+ah+bh^2)\frac{dh}{dt}$$

$$\int\left\{q_0+\frac{q_m-q_0}{2}\left(1-\cos\frac{\pi}{T_1}t\right)\right\}dt$$

$$=\int(A_0+ah+bh^2)dh$$

$$\frac{q_m+q_0}{2}t-\frac{q_m-q_0}{2}\ \frac{T_1}{\pi}\mathrm{Sin}\frac{\pi}{T_1}t=h$$

$$\left(A_0+\frac{ah}{2}+\frac{bh}{3}\right)$$

となり（6）式と同様なる結果を得る

此の（6）式は三次方程式なるを以て「カルダン」氏公式により求めらる。

$$2bh^3+3ah^2+bA_0h-bf(t)=o \cdots\cdots(6)'$$

（6）′ 式を解くに實根一つと複素數根二つあり此處には實根hのみにつきその解を求めん

$$h=\sqrt[3]{-q+\sqrt{q^2+p^3}}+\sqrt[3]{-q-\sqrt{q^2+p^3}}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

式中

$$f(t)=\frac{A_0}{b}-\frac{q^2}{4b^2}$$

$$q=\frac{q^3}{8b^3}-\frac{3aA_0}{4b^2}-\frac{3f(t)}{2b}$$

（8） 式によりて解を求むることは非常に面倒であるため下の如く圖式解法によつて算定するを簡單とす、先づ(6)′式を

$$2bh^3-f(t)=o$$

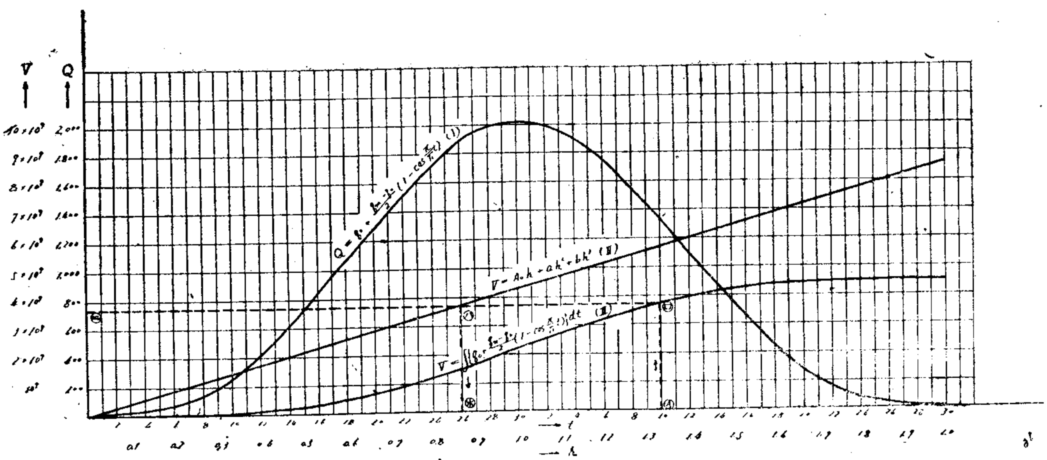
$$-3ah^2-bA_0h+5f(t)=o$$

なる二つの方程式となしhとtにつきて同一座標上に各曲線を畫き該兩曲線の和を求むれば所

の(6)′式を滿足する曲線を作圖し得て任意のtに對するhを求むるを得。

以上の解法は何れも煩雜なるを以て簡單容易なる圖式法により根を求むるを便とす先づ(1)式よりQとtとの關係曲線を畫き該曲線につきtを微小部分Δtに分割して各Δtに相當する$Q\cdot\Delta t=\Delta V$を求む、次に各tに對する$\Sigma\Delta V$を求めてtとVとの所謂累加流入量曲線を畫く、別に沼湖の容積と水位との關係曲線を同一圖上にプロツトし、下に述ぶるが如き操作法を行へば任意のtに對するhを求むる事を得る。

今第一圖に於て任意の時間tに對する全流入量VをIII曲線に依り求め更にII曲線より該Vに相當するVを求めこのVに對應する水位を求むれば容易に任意の時間tと水位hとの關係を見出



し得べし、例へば圖に於て流入始めより40時間後に於ける全流入量はIII曲線より3.7×10にしてこれに相應するII曲線の容積は該點より横軸に平行線を引きてこれがII曲線との交點を見出せばよし、斯くせばこのVに相當せるhは横距により直に0.87と求め得らるべし。

最も重要問題たる湖面の最大上昇水深h.は前記(6)′式及び此の曲線によりて求め得らるゝものにして(6)′式中に$t=2T_1$　$h=h_1$として下の三次方程式を解けば可なり、

$$2bh_1^3+3ah_1^2+6A_0h_1-6(q_m+q_0)T_1=o \quad \cdots\cdots(9)$$

h.の實根は

$$h=\sqrt{-\left(\frac{a^3}{8b^3}-\frac{3aA_0}{Ab^2}-\frac{3(q_m+q_0)T_1}{2b}\right)+\sqrt{-\frac{3A_0{}^2a^2+6a^3(q_mq+{}_0)T_1}{16b^4}+\frac{4A^3{}_0+qaA_0(q_m+q_0)T_1}{4b^3}+\frac{q(q_m+q^0)^2T_1{}^2}{4b^2}}}$$
$$+\sqrt{-\left(\frac{a^3}{8b^3}-\frac{3aA_0}{4b^2}-\frac{3(q_m+q_0)T_1}{2b}\right)-\sqrt{-\frac{3A_0{}^2a^2+6a^3(q_m+q_0)T_1}{16b^4}+\frac{4A_0{}^3+qaA_0(q_m+q_0)T_1}{4b^3}+\frac{q(q_m+q_0)^2T_1{}^2}{4b^2}}} \quad \cdots\cdots(10)$$

この(10)式の計算もなかなか厄介にして普通次ぎの如き圖式解法に依りて根を求むるを良策とす。

卽ち$x=2bh_1^3+3ah_1^2+6A_0h_1-6(q_m+q)T_1$

と×軸上の交點を見出すか或は

$\times=2bh_1{}^2$

$\times=-3ah_1{}^2-6A_{01}+6(q_m+q_0)T_1$

なる二つの曲線の交點を求出すれば可なり、

今貯溜容積に對する水位の割合$\frac{dV}{dh}$が直線的變化をなすが如き湖沼の形態に於ては b=0 なるを以て(6)、(8)及び(9)、の各式は下の如く書き示さる。

$$ah^2+2A_0h-\left\{(q_m+q_0)t-(q_m-q_0)\frac{T_1}{\pi}\mathrm{Sin}\frac{\pi}{T_1}t\right\}=0 \quad\cdots\cdots(6)'$$

二次方程式なるを以て其の解は

$$h=\frac{-A_0+\sqrt{A_0{}^2+af(t)}}{a} \quad\cdots\cdots(8)'$$

上式中　$t=2T_1$なるとき

$$h_1=\frac{-A_0+\sqrt{A_0{}^2+2a(q_m+q_0)T_1}}{a} \cdots(9)'$$

又湖岸が垂直に切立てるが如き場合には a. b は共に無視し得るを以て(8)及び(9)の各式は

$$h=\frac{\left\{(q_mq_0)t-(q_mq_0)\frac{T_1}{\pi}\mathrm{Sin}\frac{\pi}{T_1}t\right\}}{2A_0} \quad\cdots\cdots(8)'$$

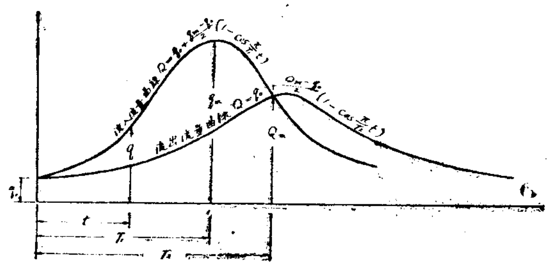
$$h_1=\frac{(q_m+q_.)T_1}{A_0} \quad\cdots\cdots(9)'$$

となる

以上の式の適用範圍は何れも$t=0$より$t=2T_1$下迄の間にして$t>2T_1$なる場合には$2T_1$の限界點より$h=h_1$なる直線式にて示さる。（第二圖）

2. 湖沼よりの流出量を考慮せる場合

第　三　圖



流出量も亦流入量と同樣時間の餘弦的函數として變化するものとせば任意の時間に於ける流出量Qは

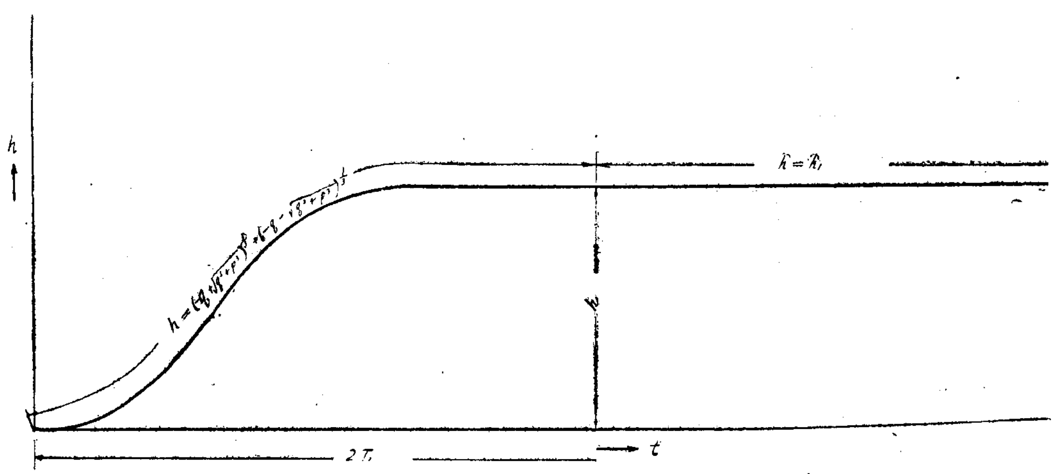
$$Q=q_0+\frac{Q_m-q^0}{2}\left(1-\cos\frac{\pi}{T_2}t\right)\cdots(1)'$$

Q_m＝最大流出流量、

T_2＝最大流出流量に達する迄の時間

dt 時間に貯水せらる、量dV は

なる三次函數式の曲線を座標上に書き此の曲線



$$dV=(q-Q)dt$$

$$=\left(\frac{q_m-q_m}{2}-\frac{q_m-q_0}{2}\cos-\frac{\pi}{T_1}t+\frac{Q_m-q_0}{2}\cos\frac{\pi}{T_1}t\right)dt$$

故に(１)に於けると同樣湖沼の增漲量 dV と等しと置き更に積分して整頓せば次式(11)を得

$$2bh^3+3ah^2+bA_0h-3(q_mQ_m)t+3(q_mq_0)\frac{T_1}{\pi}\mathrm{Sin}\frac{\pi}{T_1}t-3(q_m-q_0)\frac{T_2}{\pi}\mathrm{Sin}\frac{\pi}{T_2}$$

$$=0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

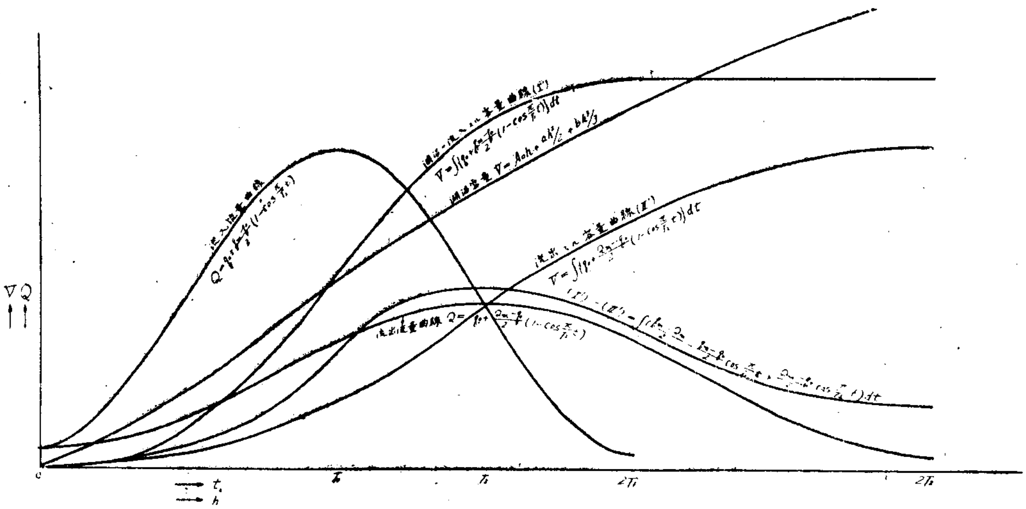
前項同樣 h と t と關係式をカルタン式其の他により求むるを得べし、

$$f(t)=\frac{q_m-q_m}{2}t-(q_m-q_0)\frac{T_1}{\pi}\mathrm{Ssn}\frac{\pi}{T_1}t+(Q_m-q_0)\frac{T_1}{\pi}\mathrm{Sin}\frac{\pi}{T_1}t$$

h の最大なるときは $\frac{dh}{dt}=0$ なる場合にして(12)式を t につき微分して零と置き求むるに $t=T_2$ の場合にして此の時の最大深度 h は (6′) 式中の f (t) 中の $t=T_2$ を代入し

$$f(T_2)=\frac{q_m-Q_m}{2}T_2-(q_m-q_0)\frac{T_1}{\pi}\mathrm{Sin}\frac{T_2}{T_1}\pi$$

として(10)式同樣解を求むれば可なり。



尙 Q と T_2 との關係は(１)式より $t=T_2$ に於て $q=Q_m$ なるを以て

$$Q_m=q_0+\frac{q_m-q_0}{2}\left(1-\cos\pi\frac{T_2}{T_1}\right)$$

故に Qm か T_2 の何れかを知れば任意の Q は求め得らる

(11)式を解くに(6)′ 同樣に

$$h=\sqrt[3]{-q+\sqrt{q^2+p^3}}+\sqrt[3]{-q-\sqrt{q^2+p^3}}\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

p. q は前記の通り但し f (t) は

卽ち

$$h=\sqrt[3]{-\left(\frac{a^3}{8b^3}-\frac{3aA_0}{4b^2}-\frac{3\left\{\frac{q_m-Q_m}{2}T_2-(q_m-q)\frac{T_1}{\pi}\mathrm{Sin}\frac{T_2}{T}\pi\right\}}{2b}\right)+\sqrt{-\frac{3A_0{}^2a^2+6a^3\left\{\frac{q_m-Q_m}{2}T_2(q_m-q_0)\frac{T_1}{\pi}\mathrm{Sin}\frac{T_2}{T_1}\pi\right\}+9aA_0\left\{\quad\right\}+4A_0{}^3}{4b^3}-\frac{b\left\{\quad\right\}^2}{4b_2}}}\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

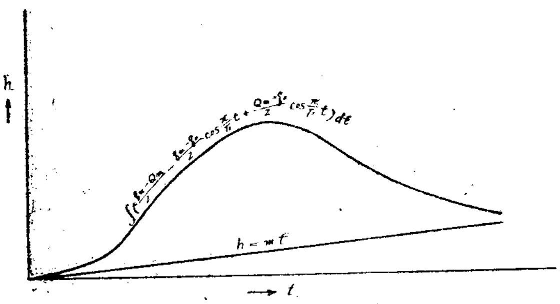
以上の諸式も亦解法が煩勞にして且至難なるを以て前述の如き簡單容易なる圖式に依るを便利とす

卽ち(1)及び(1)式よりQとtの關係曲線を圖上に畫き該兩曲線につきt微小部分$_\triangle t$に相當する各$Q_\triangle t={}_\triangle V$を求め次に各tに於ける累加流量$\Sigma_\triangle V$を見出し湖沼に流入及び流出する容量と時間との關係曲線を畫く、然る時にはこの兩容量曲線の相對的差引によりて湖沼水位を上昇せしむる流量と時間との關係曲線(I)′−(II)′を定め得べし、(第四圖參照)

別に湖沼の容積と水位との關係曲線を同一圖上にプロットし置けばこの曲線より前に述べし如き操作法によりて任意のtにつき流出入差引流量と同一容量に對する水位hを求め得らるべし。

3. 湖面の蒸發を考慮せし場合

湖面の水位は蒸發によりて降下すこの關係は時間的に直線變化をなすものと考ふ(第五圖參照)



$$h = mt \cdots\cdots\cdots\cdots (14)$$

此處にh及びtは前記の通りにしてmは或る係數なり、然る時にはhとtとの一般關係式(6′)又は12式より直に

$$h=\sqrt[3]{-q+\sqrt{q^2+p^3}}+\sqrt[3]{-q\quad\sqrt{q^2+p^3}}-mt \cdots\cdots\cdots (15)$$

と書き示すを得、

hの最大値h_1の惹起する時間tは$\frac{dh}{dt}=0$なる條件を充せば可なるを以て(16)式を得

$$\frac{dh}{dt}=\frac{-(q^2+p^3)^{\frac{1}{2}}\frac{dq}{dt}+q\frac{dq}{dt}}{3(-q+\sqrt{q^2+p^3})^{\frac{2}{3}}(q^2+p^3)^{\frac{1}{2}}}-\frac{(q^2+p^3)^{\frac{2}{3}}\frac{dq}{dt}+q\frac{dq}{bt}}{3(-q-\sqrt{q^2+p^3})^{\frac{2}{3}}(q^2+p^3)^{\frac{1}{2}}}$$
$$m20 \cdots\cdots\cdots\cdots (16)$$

これを解くに(6′)式に於てm_1のなる間は$t=2T_1$を得卽ち此の場合のhは

$$\begin{aligned}h,=&\sqrt[3]{-\left(\frac{a^3}{8b^3}-\frac{3QA_0}{4b^2}-\frac{3(q_m+q_0)T_1}{2b}\right)+\sqrt{-\frac{3A\ ^2a^3+a6^3(q_m+q_0)T_1}{16b}+\frac{4A_0{}^3+9aA_0(q_m\quad q_0)T_1}{4b^3}+\frac{9(q_m+q_0)^2T_1{}^2}{4b^2}}}\\&+\sqrt{-\left(\frac{a^2}{8b^3}-\frac{3aA^0}{4b^2}-\frac{3(q_mq_0)T_1}{2b}\right)-\sqrt{-3A_0{}^2a^2+6a_0(q_m+A_0)T_1+4A_0{}^39aA_0(q_m+p_0)T_1+\frac{9(q_m+q_0)^2T_1{}^2}{4b^2}}}-2mT_1 \cdots\cdots (17)\end{aligned}$$

又(12)式に於けるhの最大値h_1は$t=T^2$なる場合にして次式(17)の如き値を有す。

$$\begin{aligned}h_1=&\sqrt{-\left(\frac{a^3}{8b^3}-\frac{3aA_0}{4b^2}-\frac{3\left\{\frac{q_m-q_m}{2}T_2-(q_m-q_0)\frac{T_1}{\pi}\mathrm{Sin}\frac{T_2}{T_1}\pi\right\}}{2b}\right)}\\&+\sqrt{-\frac{3A_0{}^2a^2+6a^3\{\qquad\}-9aA_0}{16b^4}+\frac{\{\qquad\}+4A_0{}^3}{4b^3}+\frac{9\{\qquad\}}{4b^{22}}}\\&-mT_2 \cdots\cdots\cdots\cdots (18)\end{aligned}$$

尙 $h=0$ 卽ち原水位に遞減する迄の時間は(6)′式の如き場合には

$$t=\frac{h_1}{m} \cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

(12)式の如きに於ては $\sqrt[3]{-q+\sqrt{q^2+p^3}}$

$$+\sqrt{-q-\sqrt{p^2+p^3}}=m\,t \cdots\cdots(20)$$

を滿足するに足る t を求むれば可なり。

II. 放水量が溢流分水せられ湖沼に流入する場合

放水路は流頭に溢流堰を設け高水の適正分疏を計り以て湖沼に放水をなす場合を考ふ。

今溢流頂の長さを l とし堰より流出する量を Q とすれば

$$Q=c.lg\sqrt{2g}\,z^{\frac{3}{2}}=k\,z^{\frac{3}{2}} \cdots\cdots(1)$$

c＝流 量 係 數

z＝溢 流 水 深

g＝重力加速度

$k=c.l\sqrt{2g}$

(1)式中 z は t のみの函數にして $Z=\frac{Z_1}{2}\left(1-\cos\frac{\pi}{T_1}t\right)$ の如き關係成立するものとす。

此處に Z_1＝最大溢流水深

T_1 ＝溢流始めより最大溢流水深になるまでの時間を示す。

$$Q=k\left(\frac{Z_1}{2}\right)^{\frac{3}{2}}\left(1-\cos\frac{\pi}{T_1}t\right)^{\frac{3}{2}}$$

となる$\cdots\cdots\cdots\cdots$(2)

$dV=Q.dt$ になるを以て(2)式より …(3)

$$dV=k\left(\frac{Z_1}{2}\right)^{\frac{3}{2}}\left(1-\cos\frac{\pi}{T_1}t\right)^{\frac{3}{2}}dt \cdots(4)$$

$$V=k\left(\frac{Z_1}{2}\right)^{\frac{3}{2}}\int\left(1-\cos\frac{\pi}{T_1}t\right)^{\frac{3}{2}} dt \cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

上式は積分不能にして求むるを得ず依つて略算には次ぎの如く $\left(1-\cos\frac{\pi}{T_1}t\right)^{\frac{3}{2}}$ を t につき展開し小各項を積分の上微小項を無視して求むるを得

卽ち $\left(1-\cos\frac{\pi}{T_1}t\right)^{\frac{3}{2}}=1-\frac{3}{2}\cos\frac{\pi}{T_1}t+\frac{3}{8}\cos^2\frac{\pi}{T_1}t+\frac{1}{16}\cos^3\frac{\pi}{T_1}t \cdots\cdots$

$$\therefore V=k\left(\frac{Z_1}{2}\right)^{\frac{3}{2}}\int\left(1-\frac{3}{2}\cos\frac{\pi}{T_1}t+\frac{3}{8}\cos^2\frac{\pi}{T_1}t+\frac{1}{16}\cos^3\frac{\pi}{T_1}t\cdots\cdots\right)dt$$

$$=k\left(\frac{Z_1}{2}\right)^{\frac{3}{2}}\left[t-\frac{3}{2}\frac{T_1}{\pi}\mathrm{Sin}\frac{\pi}{T_1}t+\frac{3}{8}\frac{T_1}{\pi}\left\{\frac{1}{4}\left(\frac{2\pi}{T_1}t\,\mathrm{Ssn}\frac{2\pi}{T_1}t\right)\right\}\cdots\cdots\right]+c_1\cdots(6)$$

$2P_1$ 時間中に流入する全流量は(5)式の $t=2P_1$ を代入し求め得べし、卽ち

$$V=2k\left(\frac{Z_1}{2}\right)^{\frac{3}{2}}\left[T_1+\frac{3}{16}T_1+\cdots\cdots\right]$$

$$\fallingdotseq 2k\left(\frac{Z_1}{2}\right)^{\frac{3}{2}}\left(1+\frac{3}{16}\right)T_1 \cdots\cdots(6)'$$

I に於けると同様流入量は湖沼の貯水量に等しと置けば次式を得

$$\text{卽ち}\ A_0h+\frac{ah^2}{2}+\frac{bh^3}{3}=k\left(\frac{Z_1}{2}\right)^{\frac{3}{2}}\left[t-\frac{3}{2}\frac{T_1}{\pi}\mathrm{Sin}\frac{\pi}{T_1}t+\frac{3}{2}\frac{T_1}{\pi}\left\{\frac{1}{4}\left(\frac{2\pi}{T_1}t+\mathrm{Sin}\frac{2\pi}{T_1}t\right)\right\}\cdots\cdots\right]\cdots\cdots(7)$$

故に試算又は I に述べし方法に依りて解く事を得

然し圖式解法に依るを最も簡單とす I に於て旣述せし如く先づ(2)式によつて Q と t との關係を圖上に書きこれより(3)式を應用して V と t との關係を求め別に式より V と h との關係を同一圖上にプロットし置けば前述の如き操作方法によりて任意の t に於ける水位 h を求むることを

得べし、

最大上昇水深h^1は

$$A_9h_1+\frac{ah_1^2}{2}+\frac{bh_1^3}{3}=2k\left(\frac{Z_1}{2}\right)^{\frac{3}{2}}\left(1+\frac{3}{16}\right)T_1 \cdots\cdots(8)$$

上式も亦カルダン氏公式又は圖式其の他の解法によりて求めらる此の場合に於て同樣これ等諸式に湖沼よりの流出量及び蒸發量量を考慮し算式を誘導するを得唯定積分不能なるを以て稍煩雜にして、シカモ略算たるを免れず、

茲にはⅠと殆んど同樣なる過程を行ふに過ぎざるを以て省略す。 以上