

鐵筋コンクリート圓形槽の設計計算

G. S. Salter Design of Circular Concrete Tanks

Proc. of Am. S. C. E., Vol. 65: No. 3

會員 荒井利一郎 抄譯

I 緒論

コンクリートは元來一躰連續性を有する材料であるから、鐵筋コンクリート圓形槽を設計するに當つても其の底版と周壁との接合を連續構造としてコンクリートの一躰連續性を活かし、以て全構造の經濟をはかるのが合理的である。處で斯くの如く底版と周壁とを連續的にし槽中に水を貯へる事とすれば周壁は内容水の水壓の下に鉛直片持梁としての作用を爲すであらうか、將又水壓管の如く箍作用引張り應力により水壓に耐へる事となるであらうか。此の疑問に對する一應の解答は容易であり即ち

a. 水壓の一部に對しては周壁が其の鉛直片持梁作用に依つて耐へねばならぬから周壁内に鉛直鐵筋を置かねばならない

と同時に

b. 水壓の殘部に對しては周壁が其の箍作用引張り應力に依つて耐へねばならないから周壁内に箍鐵筋をも配置する必要がある

と云ふ事になるのである。而して以上の如き全水壓の中幾割が鉛直片持梁作用に依つて抵抗され何割が水平箍作用に依つて耐へらるゝかの振り合ひに就いては從來之を論ずるものがすくなくはない。本論文の主眼目も亦此の一點に存するのであるが著者の特に意を用ひたる點は

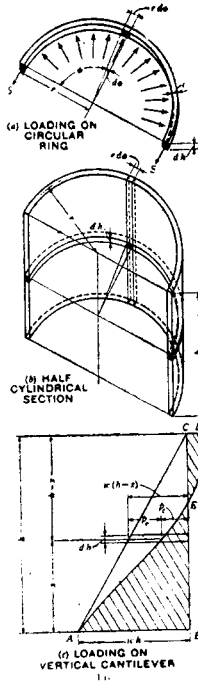
a. 水槽體に於ける全深對直徑の比如何に關せず適用し得る嚴密解を示した事及び

b. 直徑に比し割合に深さの小さい水槽に就いては特別に實用圖表を掲げたる事にある。

II 問題の解法

以下の理論は圓形周壁が其の下端に於て底版に固定されたる彈性壁なりと考へらるゝ場合常に適用し得る嚴密解である。

扱て與へられたる水槽の全深を h とし之に單位體積重量 w なる水が満たされたる場合に就き水槽底より x なる距離にある任意點の水壓力烈度は $w(h-x)$ であつて此の水壓は第 1 圖 (c) の中三角形 CAB で表はされる。



先づ $w(h-x)$ の中箍作用に依り抵抗せらるゝ部分 pr に就き考へるため第 1 圖 (a) の如き微小箍部分の半分をとり出して其の釣り合ひ式を書くと

$$2S = 2 \int_0^{\pi/2} p_r \sin\phi \cdot r \cdot d\phi \cdot dh = 2Pr \cdot \gamma \cdot dh \dots\dots\dots (1)$$

となり従つて

$$S = p_r \cdot \gamma \cdot dh \dots\dots\dots (2)$$

が得られるが、實用上壁の厚さ t は槽半径 r に比して充分に小さく従つて箍引張り應力は一様分布と考へてよゝから該引張り應力度 f_s は

$$f_s = p_r \cdot \gamma \cdot dh / (t \cdot dh) = p_r \cdot r / t \dots\dots\dots (3)$$

と求められる。今箍作用引張り應力に對して周壁體の有するヤング係數の大いさを E_0 とすれば箍作用による周長變化量は $2\pi r f_s / E_0$ となるから槽半径の増大量 y は

$$y = 2\pi r f_s (2E_0\pi) = r f_s / E_0 \dots\dots\dots (4)$$

とたり、式 (4) の f_s に式 (3) の値を代入すると式 (4) は

$$y = p_r r^2 / E_0 t \dots\dots\dots (5)$$

と變化し更に之より

$$p_r = (E_0 t / r^2) y \dots\dots\dots (6)$$

が得られる。

次に第 1 圖 (b) に示さるゝ如き幅 $r \cdot d\phi$ 長さ h なる鉛直微小部分が鉛直片持梁としての作用をなして水壓中の殘部 p_c に耐へつゝある事實を計算に導入しやう。既に記した通り第 1 圖 (c) に就き直線 BC を基線とすれば全水壓は直線 AC で表はされるのであるが、この全水壓は荷重配分曲線 AED に依り 2 部に分けられるのであつて即ち圖中斜影線を施こせる部分が鉛直片持梁作用に依り抵抗され、他部云ひ換へれば直線 AC と曲線 AED とで圍まるゝ部分が箍作用に依り抵抗され、かくて任意深さの點に就き此等 2 部分の代數和は全水壓と等しき状態にある。この關係を式で書けば

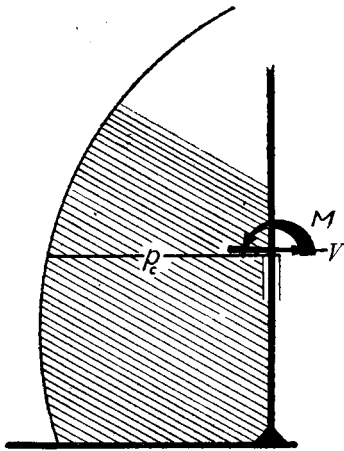
$$p_c + p_r = w(h-x) \dots\dots\dots (7a)$$

$$\text{即ち } p_c = w(h-x) - p_r \dots\dots\dots (7b)$$

となるが、更に式 (7b) の p_r に對して式 (6) の値を代入すれば

$$p_c = w(h-x) - (E_{ot}/r^2)y \dots\dots\dots (8)$$

となる。處で $E I$ なる曲げ剛率を有し x の連続函数たる分布荷重 p_c を受けつゝある梁類に就き、



y を原点より x なる距離にある断面の撓みとし更に同断面の曲げモーメント・撓角及び剪力を夫々 $M \cdot \theta$ 及び V とすれば一般に

$$E I (d^2y/dx^2) = -M \dots\dots\dots (9a)$$

$$E I (dy/dx) = \theta \dots\dots\dots (9b)$$

$$E I (d^3y/dx^3) = -V \dots\dots\dots (9c)$$

$$E I (d^4y/dx^4) = p_c \dots\dots\dots (9d)$$

等の関係があり、而も今の場合式 (9) の y と式 (6) の y とは同じものでなくてはならないから式 (9d) の p_c に式 (8) の値を代入すれば

$$E I (d^4y/dx^4) = w(h-x) - (E_{ot}/r^2)y \dots\dots\dots (10a)$$

即ち

$$d^4y/dx^4 + [E_{ot}/(r^2EI)]y = w(h-x)/(EI) \dots\dots\dots (10b)$$

が得られる。式 (10b) の一般解は

$$y = e^{\beta x} (A \cos \beta x + B \sin \beta x) + e^{-\beta x} (C \cos \beta x + D \sin \beta x) + w(h-x)r^2/(E_{ot}) \dots\dots\dots (11)$$

となり、此の中に就き

e = 自然指数の底

E_o = 鐵筋コンクリートの箍作用に於けるヤング係數

E = 鐵筋コンクリートの鉛直片持梁作用に於けるヤング係數

I = 周壁の鉛直片持梁としての断面二次モーメント

$$= r^2/12$$

$$\beta = \sqrt[4]{(E_{ot})/(4r^2EI)} \dots\dots\dots (12)$$

であるが $A \cdot B \cdot C$ 及び D は構造物の明瞭なる弾性力學的實狀に應じて後記の如く定めらるべき定數である。式 (11) を x につき逐次に微分すれば

$$dy/dx = \beta e^{\beta x} [(A+B) \cos \beta x - (A-B) \sin \beta x] - \beta e^{-\beta x} [(C-D) \cos \beta x + (C+D) \sin \beta x] - w r^2 / (E_{ot}) \dots\dots\dots (13a)$$

$$d^2y/dx^2 = 2\beta^2 e^{\beta x} (B \cos \beta x - A \sin \beta x) - 2\beta^2 e^{-\beta x} (D \cos \beta x - C \sin \beta x) \dots\dots\dots (13b)$$

$$d^2y/dx^2 = -2\beta^2 e^{\beta x} \left[(A-B) \cos \beta x + (A+B) \sin \beta x \right] + 2\beta^2 e^{-\beta x} \left[(C+D) \cos \beta x - (C-D) \sin \beta x \right] \dots\dots\dots (13.c)$$

及び

$$d^4y/dx^4 = -4\beta^4 e^{\beta x} (A \cos \beta x + B \sin \beta x) - 4\beta^4 e^{-\beta x} (C \cos \beta x + D \sin \beta x) \dots\dots\dots (13d)$$

を得る事が出来る。

圓形周壁の上端が全く放端にして下端が全く固定なる實状の下に於ては $x = 0$ なる場所の撓み及び撓角は共に零であり又 $x = h$ なる場所の曲げモーメント及び剪力は矢張り共に零である。故に式 (11) 及び式 (13) を用ひて

$$(y)_{x=0} = 0 \qquad (dy/dx)_{x=0} = 0$$

$$(d^2y/dx^2)_{x=h} = 0 \qquad (d^2y/dx^2)_{x=h} = 0$$

を作り此等一聯の方程式を $A \cdot B \cdot C$ 及び D に就いて解けば

$$A = (w\gamma^2 / \beta E_0 t) \left[e^{2\theta} \{ 2\cos^2 \theta + \theta (\sin 2\theta + \cos 2\theta - 4\cos^2 \theta) \} - \theta \right] / \left[(1 + e^{2\theta})^2 + 4e^{2\theta} \cos^2 \theta \right] = FC_1 \dots\dots\dots (14a)$$

$$B = (w\gamma^2 / \beta E_0 t) \left[1 + \theta + e^{2\theta} \{ 1 + \sin 2\theta - \theta (\cos 2\theta + \sin 2\theta) \} \right] / \left[(1 + e^{2\theta})^2 + 4e^{2\theta} \cos^2 \theta \right] = FC_2 \dots\dots\dots (14b)$$

$$C = -F(C_1 + \theta) \dots\dots\dots (14.c)$$

及び

$$D = F(1 - \theta - 2C_1 - C_2) \dots\dots\dots (14d)$$

を得る事が出来る。但し式中

$$\theta = \beta \cdot h \dots\dots\dots (15a)$$

且つ

$$F = w\gamma^2 / (\beta E_0 t) \dots\dots\dots (15b)$$

である。式 (14) の示す如く定数 $A \cdot B \cdot C$ 及び D は總て θ の値如何により變る値である。故に θ に種々の値を與へて C_1 及び C_2 を計算し置けば定数 $A \cdot B \cdot C$ 及び D の算出が簡單になり此等定数を式 (13b)・(13c) 及び (13d) に代入すれば與へられたる槽の任意位置に就き $M \cdot V$ 及び Pc が容易に算定される筈である。第 2 圖はかゝる見地から作成された θ 對 C_1 圖表及び θ 對 C_2 圖表であるが此の中 θ は勿論水槽壁の E_0 及び E 並びに其の諸寸法 $h \cdot r$ 及び t に應じて直ちに算定され得る値である。

實用圖表「附」 θ の實用計算式

(1) 第3圖に就いて 實際設計に於いて特に算出を要する曲げモーメントは周壁最底部に於ける負曲げモーメント *neg. M* と之よりある程度上方に於ける正曲げモーメント *pos. M* とであるから

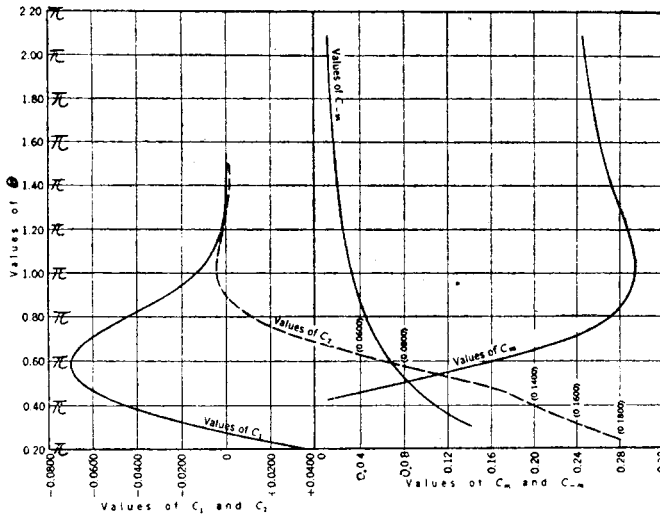


FIG. 2.—VALUES OF ARBITRARY CONSTANTS IN EQUATIONS (13) AND (14)

FIG. 3.—COEFFICIENTS FOR USE IN DETERMINING MOMENTS IN A CANTILEVER WALL SECTION

neg. M の絶対値 $= C_m w h^2$ 及び *pos. M* $= C_m \times (\text{neg. } M)$ の絶対値)

として C_m と C_m とを種々の θ の値につき第3圖に示した。但し茲に *neg. M* も *pos. M* も共に壁體周長單位長さ當りの量である。

(2) 第4圖に就いて 全水壓の中で水槽周壁の箍作用に依つて抵抗さるべき烈度 Pr は先づ θ を計算したる後

- a. 式 (13d) により P_c を算出し
- b. 次に式 (7a) により全水壓から P_c を代數的に減ずる

事により之を算出し得る。かくの如く Pr が算出されたならば之に依つて周壁に生ずべき單位高さ當り引張り應力 T は

$$T = p_r \gamma$$

なる式で各深さに就き之を算定し得る筈であるが、茲では以上の計算手続きを簡單にする爲めに各深さに於ける單位高さ當り引張り應力を

$$T = C_l w \cdot h \cdot \gamma$$

と表はす事とし θ の種々なる値に對する C_l の値を第4圖に示した。

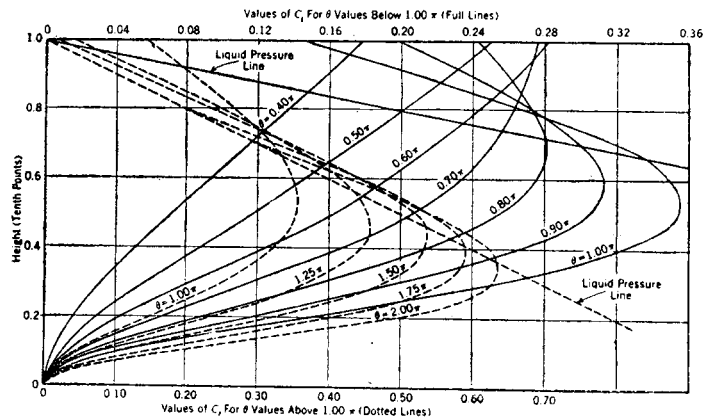


FIG. 4.—TENSION IN CIRCULAR RINGS

(3) 第5圖に就いて 周壁に於ける任意位置の剪力 V は式 (13c) に依り之を計算する事が

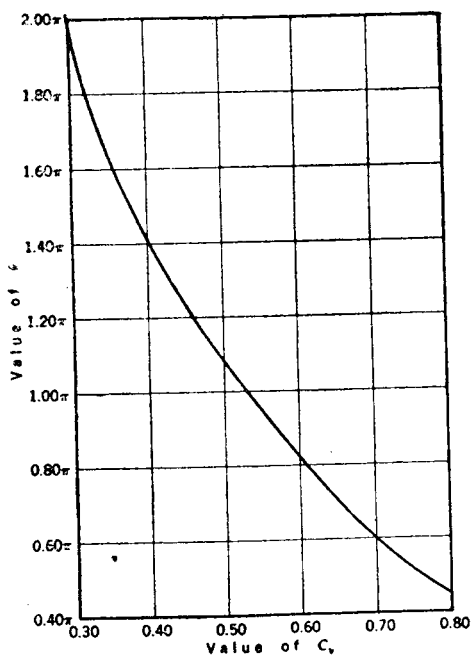


FIG. 5.—COEFFICIENTS FOR USE IN DETERMINING SHEAR AT BASE OF WALL

出来る。茲では實用上の便宜のため V の最大値たる周壁最底部剪力を

$$V = C_v \cdot (wh^2/2) \dots\dots\dots (16)$$

と表はす事とし、 θ の種々なる値に對應する C_v の値を第 5 圖に示した。

但し式 (16) 中の V は壁體周長單位長さ當りの量である。

(4) θ の實用計算 以上の實用諸圖表を使用し得る範圍内に就き E は一般に E_o と略々等しいから $E = E_o$ とし更に $I = t^3/12$ として此等を式 (12) に代入すれば式 (15a) は

$$\theta = (h/\pi) \cdot \sqrt[3]{3/(r^2 t^2)} \cdot \pi = h \sqrt{0.176/(r \cdot t)} \cdot \pi \dots\dots\dots (17)$$

なる形になる。實用諸圖表を使用する場合、 θ は式 (17) を用ひて之を計算する方が式 (12) 及び (15a) に依るよりも圖表と直接に關聯して一層便利である。

III 設計要項及び數値例

(1) 設計要項 設計に於ける實用圖表使用の方法は數値例によつて之を後に示す積りであるが其に先立つて茲に設計上の要件を述べて置く。

a. 以上の考察中には若干の假定が導入されて居るのであるから實際設計に當る場合、實狀が假定に合致するやの點特に、周壁最底部の緊定度・鐵筋入り斷面の二次モーメント・コンクリートのヤング係數及びコンクリートの張抗能力等に関して充分の吟味をされたい。

b. 水密を要する一般構造物の例にもれず水槽の場合もコンクリートは稍々富配合とすべきであり、尚ほコンクリートの龜裂を避ける爲め、箍鐵筋には 12000 lbs./sq. in. 程度の低許容應力を使用すべきである。

c. 水壓による箍作用引張り應力と養生及び乾燥に依る收縮引張り應力とは相重なつてコンクリートの中に生じ得るものであるが、此等の總和を 200~250 lbs./sq. in 以下におさめる様になければならない。かくて箍鐵筋の挿入量に一定の制限が生ずる。

d. 鐵筋とコンクリートとの附着状態及び應力の分配状態を共に良好にし以て鐵筋コンクリート本來の特性を十分に發揮せしめ且つ龜裂防止の一助ともならしむる爲めに大體 $\frac{5}{8}$ 吋棒以下の小直徑筋を使用するを可とする。

(2) 數 值 例 槽の直徑 = 70 吋・槽の深さ = 12.50 呎を與へられたる場合に就き、周壁厚さ 9 吋を假定して計算を進めて見る。

$$O = 12.5 \sqrt{(0.176)(35.4 \times 0.75)} \cdot \pi = 1.018 \pi \quad \text{〔式 (17) 参照〕}$$

$$C_m = 0.0329 \quad \text{〔第 3 圖参照〕}$$

$$\therefore \text{Neg } M = -(0.0329)(62.5)(12.5)^2 = -4020 \text{ ft. lb.}$$

per ft. of wall perimeter

$$C_m = 0.294 \quad \text{〔第 3 圖参照〕}$$

$$\therefore \text{pos. } M = (0.294)(4020) = 1180 \text{ ft. lb. per ft. of wall perimeter}$$

以上の *Neg. M* 及び *pos. M* の値より鉛直鐵筋所要量が決定され得る。次に任意深さの位置に於て必要なる箍鐵筋量は第 4 圖より之を算定する事が出来るものであつて、例へば周壁下端より $h/2$ なる位置に就いては次の如く計算すればよい。

$$C_t = 0.364 \quad \text{〔第 4 圖参照〕}$$

$$\therefore T = (0.364)(62.5)(12.5)(35.4) = 10050 \text{ lbs. per ft. of wall height}$$

$$\therefore A_s = 10050/12000 = 0.84 \text{ sq. in. per ft of wall height}$$

其の他の深さに就いても所要箍鐵筋量は下表の如く計算され得る。

| 周壁下端より測 れる鉛直距離 | C_t (第 4 圖 參 照) | T 壁 高 1 呎 當 り ポ ン ド 數 | A_s 壁 高 1 呎 當 り 平 方 吋 數 |
|-------------------|----------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| 1.0 h | 0.137 | 3.780 | 0.32 |
| 0.9 h | 0.204 | 5.640 | 0.47 |
| 0.8 h | 0.266 | 7.350 | 0.62 |
| 0.7 h | 0.322 | 8.890 | 0.74 |
| 0.6 h | 0.356 | 9.820 | 0.84 |
| 0.5 h | 0.364 | 10.050 | 0.84 |
| 0.4 h | 0.334 | 9.220 | 0.77 |
| 0.3 h | 0.262 | 7.240 | 0.61 |
| 0.2 h | 0.158 | 4.360 | 0.37 |
| 0.1 h | 0.053 | 1.460 | 0.12 |

$$C_v = 0.523 \quad \text{〔第 5 圖参照〕}$$

$$\therefore V = (0.523)(62.5)(12.5)^2/2 = 2560 \text{ lbs per ft. of wall perimeter}$$

次に周壁コンクリートに於ける箍作用並びに養生收縮作用の引張り應力度總和に就き檢算をなす。

$$\begin{aligned}
 \text{收縮引張り應力} = f_c &= C. Ec. n. p / (1 + n. p) \\
 &= 0.0003 Ec np / (1 + n. p.) \\
 &= (0.0003) (2500000) (12) (0.0077) / [1 + (12) (0.0077)] \\
 &= 64
 \end{aligned}$$

$$[\therefore P = 0.84 / [(9) (12)] = 0.0077]$$

$$\begin{aligned}
 \text{擁作用引張り應力} = f_t &= T / [A_c (1 + n. p.)] \\
 &= 10050 / [(9) (12) \{1 + (12) (0.0077)\}] \\
 &= 85
 \end{aligned}$$

$$f_c + f_t = 64 + 85 = 149$$

この最後の値は 200 ~ 250 と云ふ制限を超過して居ない。即ち壁厚として 9 吋なる寸法は先づ適當である。〔了〕