圓形井戸側計算に對する一考察

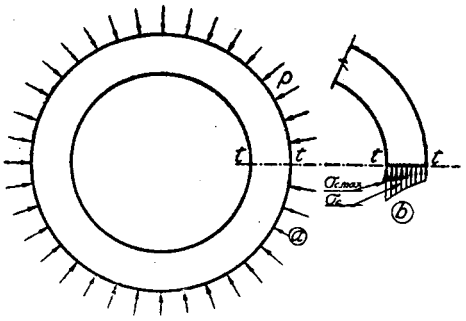
※ 荒 井 利 一 郎

要旨 筆者は小文に於て周壁内外に略同量なる鐵筋を有する鐵筋コンクリート圓形井戸側の應力計算方法を述べ、併せて之が必要の程度、又は從來井戸側計算式として屢々推奨せられたる公式(*10*)の要否程度に關し一考をする。而して施工時に於ける不時の諸應力及び彎折に關しては暫く之を考慮外に置いた。

I 概　　説

第*1*圖(*a*)の示す如き狀態に向心等布荷重を要ける圓環の應力計算は、實用上圓形井戸側の應力計算に用ひられる。而してかゝる圓環の斷面 *t t* に於ける應力分布が一樣ならずして第*1*圖(*b*)に示す如く壁内面側に於て多少とも大なる事は周知の事實であるから、かゝる場合〃斷面 *t t* に曲げモーメントも存在す〃と考ふべきものであり、この曲げモーメントの量及び之に依る應力分布が明白となれば實用上井戸側應力計算が解決された事となる。以下の考察はかる立場から進められたものである。

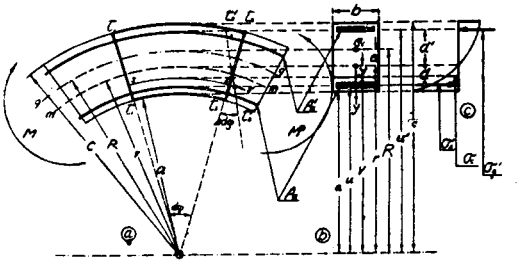
第 *1* 圖



II コンクリートの全斷面積を有効なるものとしたる場合の鐵筋コンクート曲り棒曲げ應力計算式

標記計算式の誘導に當つてはナビエ・ベルヌヰの仮定を始め、通常設定さるゝ總ての仮定を肯定する。扨て第*2*圖はある曲り棒の一部 t_1 t_1 t_2 t_2 が曲げモーメント M を受けて t_1 t_1 t'_2 t'_2 なる形をとつた處を示すものであるが、

第 *2* 圖



此の中特に説明を施し置くを便とする記號に關して之を次に列擧する。

C_i : 等値斷面の重心；從つて線 *g g* は等値重心線；又 R は曲り棒の等値重心線曲率半徑

mm : 鐵筋コンクリート曲り棒の中立面；從つて r は該中立面の曲率の半徑；y は中立軸と任意極微コンクリート斷面との距離；d 及び d' は夫々中立面と鐵筋 A_s 及び A'_s との距離

※哈爾濱工業大學教授

$t_2\ t_2$ と $t'_2\ t'_2$ とは mm 上で交つて居る

$d\varphi$ ：曲げモーメントの作用以前 $t_1\ t_1$ と $t_2\ t_2$ とのなし居たる角

$\Delta d\varphi$ ：曲げモーメントが作用する事に依り起るべき $d\varphi$ の減少

今纖維 $s\ s$ を考へると其の歪み率は式 (a) の如く表はされるから、コンクリート及び鐵筋の應力度は夫々式 (b)，(c) 及び (d) の樣になる。

$$\Sigma = y.\ \Delta d\varphi.\ /\ [(r-y).\ d\varphi] \cdots\cdots (a)$$

$$\sigma_c = E_c.\ y.\ \Delta d\varphi\ /\ [(r-y).\ d\varphi] \cdots\cdots (b)$$

$$\sigma_s = E_c.\ n.\ d.\ \Delta d\varphi\ /\ [(r-d).\ d\varphi] \cdots\cdots (c)$$

$$\sigma_s' = -E_c.\ n.\ d'.\ \Delta d\varphi\ /\ [(r+d').\ d\varphi] \cdots\cdots (d)$$

但し式中：　$n = E_s\ /\ E_c$；　　引張り應力を正とす。

然る處 M 及び部材の諸寸法のみが既知なる場合に於て諸應力度を算定するに當り、以上の諸式の中に就き更に知りたきものは r 及び $\Delta d\varphi\ /\ d\varphi$ なる2値の M 及び部材諸寸法のみによる表示であるが、此を得る爲めには第2圖 (a) に就き斷面 $t_2\ t_2$ 以たの部分に關し $\Sigma H = 0$ 及び $\Sigma m = 0$ なる2式を以下の如く適用すればよい。

$$\Sigma H = 0 : \int_{(Ac)} \sigma_c.\ dA_c + \sigma_s\ A_s + \sigma_s'\ A_s' = 0$$

$$: \int_{(Ac)} [y\ /\ (r-y)].\ dA_c + d.\ n.\ A_s\ /\ (r-d) - d'.\ n.\ A_s'\ /\ (r+d') = 0 \cdots\cdots (e)$$

然るに $\displaystyle\int_{(Ac)} [y\ /\ (r-y)].\ dA_c = -b\int_c^a [(r-v)\ /\ v]\ dv = r.\ b.\ log\,(c/a)\ b\,(c-a)$

$$d.\ n.\ A_s\ /\ (r-d) = r.\ n\ A_s/\ u - n.\ A_s - d'.\ n.\ A'_s\ /\ (r-d) = r.\ n.\ A'_s/\ u' - n.\ A'_s$$

であるから式 (e) は

$$r\,[b.\ log\,(c/a) + n\ A_s/\ u + n\ A'_s/\ u'] - b.\ (c-a) - n\ A_s - n\ A'_s = 0 \cdots\cdots (e')$$

となり之より式 (1) を得る。

$$r = [b\,(c-a) + n\,(A_s + A'_s)]/[b.\ log\,(c/a) + n\,(A_s\ /\ u + A'_s\ /\ u')]$$

但し log は自然對數記號 $\cdots\cdots (1)$

$$\Sigma m = 0 : \int_{(Ac)} \sigma_c.\ y.\ dA_c + \sigma_s.\ d.\ A_s + \sigma^1{}_s\ (-d')A^1{}_s = M$$

$$: (E_c.\ \Delta d\varphi\ /\ d\varphi) \int_{(Ac)} \left\{y^2\ /\ (r-y)\right\}.\ dA_c + d.^2\ n.\ A_s\ /\ (r-d)$$

$$+\ d'.^2\ n.\ A'_s/\ (r+d')\ ] = M \cdots\cdots (f)$$

然るに

$$\int_{(Ac)} [y^2/(r-y)].\ dA_c + d^2.\ n.\ A_s\ /\ (r-d) + d'^2.\ n.\ A'_s/\ (r+d')$$

$$= \left[-\int_{(Ac)} y.\,dA_c - d.\,n.\,A_s + d'\,.n.A'_s \right] + r \left[\int_{(Ac)} \left\{ y/(r-y) \right\} dA_c\, d.\,n.\,A_s/(r-d) - d'\,.\,n.A'_s/(r+d^1) \right]$$

＝〔等値斷面の自身中立軸に關する一次率〕＋r〔零〕

$= A_i\, e_i$ ……〔式 (e) 及び第 2 圖參照〕

但し　$e_i = R - r$ ……(2)

であるから式 (f) は

$$[E_c.\,\Delta\varphi d\,/\,d\varphi].\,A_i.\,e_i = M \quad \cdots\cdots (f')$$

となり之より

$$\Delta d\varphi\,/\,d\varphi = M\,/\,(A_i\, e_i.\, E_c) \quad \cdots\cdots (3)$$

を得る。

式 (3) を式 (b)，(c) 及び (d) に代入すれば式 (4) (5) 及び (6) が得られる。

$$\sigma_c = M.\,y\,/\,[A_i.\,e_i.\,(r-y)] \quad \cdots\cdots (4)$$

$$\sigma_s = n.\,M.\,d\,/\,[A_i.\,e_i.\,(r-d)] \quad \cdots\cdots (5)$$

$$\sigma'_s = -\,n.\,M.\,d'\,/\,[A_i.\,e_i.\,(r+d')] \quad \cdots\cdots (6)$$

Ⅲ 井戸側應力の計算式

A. **式の誘導**　圓環に於ける任意斷面 $t\,t$（第 1 圖 (a) 參照）には曲げモーメント M と軸力 N とが存在し從つて該斷面各點の應力度は式 (4)，(5)，(6)，(1) 及び (2) を用ひて式 (7) に依り算定される。

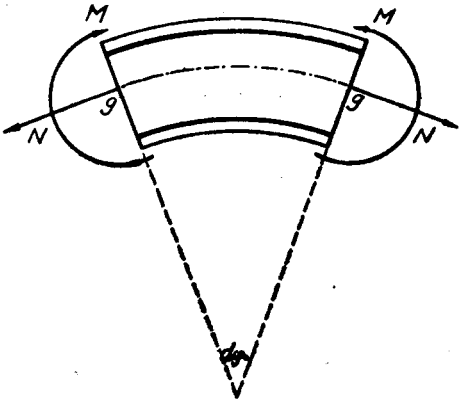
$$\left.\begin{aligned} \sigma_c &= N\,/\,A_i + M.\,y.\,/\,[A_i.\,c_i\,(r-y)] \\ \sigma_c &= n.\,N\,/\,A_i + n.\,M.\,d\,/\,[A_i.\,e_i\,(r-d] \\ \sigma'_s &= n.\,N.\,/\,A_i - n.\,M.\,d'\,/\,[A_i.\,c_i\,(r+d')] \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (7)$$

此の中に就き

$$N = -\,p.\,c \quad \cdots\cdots (8)$$

なる事は明らかであるが、M の値も軸力の存在による M の添加内介を取り上げ考ふる事により極めて容易に算定出來るのである。即ち今第 3 圖の如き圓環一部分に

第 3 圖



a　先づ M のみが作用し

b　然る後 M ある儘で N のみが加はつた

ものと考へれば狀態 a による內働 $d\Pi_1$ 及び b 狀態

は夫々

$$\delta\Pi_1 = \frac{1}{2} M.\Delta d\varphi = \frac{1}{2} M (M.d\varphi / A_i.e_i.E_c) \quad \text{〔式(3)参照〕}$$

$$= (M^2 / 2A_i.e_i.E_c.R).ds$$

$$\delta\Pi_2 = \frac{1}{2} N (N.ds / A_i.E_c) - M (N.ds / A_i.E_c R)$$

$$= (N^2 / 2A_i.E_c).ds - (M.N / A_i.E_c.R).ds$$

となり、從つて圓環の全內働は式(g)の如く表はされる。

$$u = \int [(M^2 / 2A_i.e_i.E_c R) + (N^2 / 2A_i.E_c) - (M.N. / A_i.E_c.R)]\, ds \cdots\cdots\cdots\cdots (g)$$

但し　M：圓環の各斷面につき一定；圓環內壁面に引張りを生ずる如き曲げモーメントを正とす。

N：圓環の內斷面に就き一定；引張り軸力を正とす。

式(g)に對し$(\partial\Pi/\partial M) = 0$を適用すれば式(9)が得られるが、之こそ式(7)に於けるMの値に他ならない。

$$M = Ne_i = -p.c.e_i \cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

B. **式(7)による計算に潛入せる誤差**　式(7)による計算に潛入すべき誤差程度の直接的なる研究は他日に讓る事として茲には以上の中$A_s = A'_s = 0$となしたる場合に就き計算をなし以て大體の目安を立てるに止めたい。扨て$A_s = A'_s = 0$となし且つ第1圖(a)の樣な圓環の紙面奧行に對する厚さ1.0なとし更に此の場合の向心壓力烈度をqと書き換へれば式(1),(2),(9)及び(7)は夫々次式(1′),(2′),(9′)及び(7′)又は(7″)の樣になり、此等を用ひて斷面tt上各點の應力度δcを求めれば第1表の通りになる。

$$r = (c - a) / \log (c / a) \cdots\cdots\cdots\cdots (1')$$

$$e = (c + a) / 2 - r \cdots\cdots\cdots\cdots (2')$$

$$M = N.e. = -q.c.e \cdots\cdots\cdots\cdots (9')$$

$$\sigma_c = N / A + N.e.y. / [A.e.(r - y)] \cdots\cdots\cdots\cdots (7')$$

又は　$\delta_c\ c = [-q.c. / (c - a)] \cdot [1 + y / (r - y)] \cdots\cdots\cdots\cdots (7'')$

然るにかゝる場合の計算式として通常推奬せらるゝものは

$$\sigma_c = -q.c^2 (1 + a^2 / \rho^2) / (c^2 - a^2) \cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

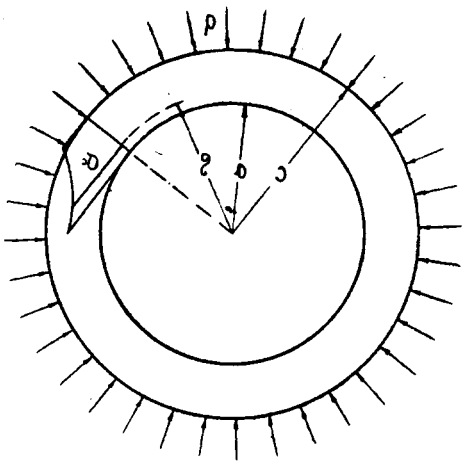
但し　$\rho^2 =$ 應力度を求むべき問題の點と圓環中心との距離(第4圖參照)

なる式であつて、之は正に彈性學上平面問題の解として正しき形であるが、今之を基として斷面tt上各點の應力度を求めれば第2表の如くになる。

第1表と第2表とを比較考察するに式(7′)による計算結果の、式(10)による正しき計算結果に對する誤差は、比c/aの增加すると共に漸次增大はするが而も其の誤差は實用上最も問題となり易き壁內面の應力度に就き$(c/a) \leqq 1.5$なる範圍に於て、遂に約3%を超過する事がない。

かゝる考察によれば式(7)は鐵筋コンクリーと井戸側の實用計算式として大體用ひられ得るものの樣である。況んや式(10)が鐵筋なき彈性體と就いてのみ正確なる値を與へるものなるに鑑み一層その感が深い。

第4圖



c　式(7)　又は式(10)による計算の必要なる程度

〃井戸側の厚さが井戸内徑に比して小なる場合、斷面 $t\ t$ の應力度は之を一樣分布と考へ、有筋か無筋かに應じて夫々式(7)右邊第1項又は式(7)右邊第1項丈けで計算してもよい〃とは吾人の通念である。然らば如何なる場合此等の諸式に就いて第2項をも合せ考へねばならぬか。

之を決するは要するに井戸側內面に於ける應力度が第2項を省略しても尙ほ許容し得る正しさに於て算出され得るか否かの點にかかる。即ち今式(7″)に於て

$$y \doteqdot (c - a) / 2 \quad , \quad (r - y) = a$$

とすれば井戸側內面の應力度は

$$Neg.\ Max\ \delta_c = [\ -\ q.\ c\ /\ (c - a)] \cdot [1 + (c - a)\ /\ (2a)] \cdots\cdots\cdots\cdots (7''')$$

で表はされる故に、もし第2項を省略計算したならば其の計算結果は、自身の

(井戸側厚さ/井戸側內直徑) × 100%……(11)

に相當する危險側誤差を持つて居る事になり從つて式(11)を尺度として第2項を合せ計算する事の要否を澤し得る譯である。

式(11)は式(7″)を基本として考へられて居るが、元來式(7″)と式(10)とは實用上同價値であるから式(10)の要否も式(11)によつて判定し得るし更に式(7)に就いても略々同斷と考へてよいであらう。

Ⅲ 結論及び數値例

A. **結論** (1) 鐵筋コンクリート井戸側に關する應力度計算に當り式(7)右邊第1項のみをとれば式(11)に示す程度の誤差がある。此の誤差を壓ふ場合に於て式(7)右邊第2項をも合せ考へねばならぬ。

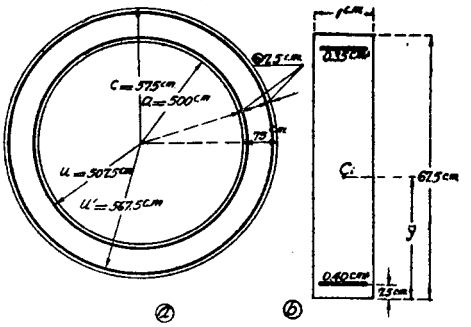
(2) 計算順序は簡單だから此處に錄せず最後へ數値例をつける、但し本計算は比 e/a が1.5程度を超過せざる範圍に於てのみ適用出來るものである。

(3) 第1表中 e の値は一般に厚壁管に於ける不靜定量計算及び應力度算定に當り必要であるから、本文に不可缺のものでないけれども之を附記した。

B　數値例　平面圖が第5圖(a)で示される樣な井戸側に就き紙面に垂直な奥行を1c.m.とし之に對して $p=6.2\,kg/cm^2$，$A_s=0.40\,cm^2$ 及び $A'_s=0.35\,cm^2$ とすればコンクリートに起る最大壓縮應力は $Neg.\ Max.\ s_c$ は次の如く計算される。

先づ $n=10$ として M を計算する。

第5圖



$r=[(1)(75)+(10)(0.40+0.35)]/[(1)\log(575/500)+(10)(0.40/507.5)$
$+(10)(0.35/567.5)]=536.341cm$ ……〔式(1)參照〕

$\bar{y}=[(1)(75)(37.5)+(10)(0.35)(67.5)+(10)(0.40)(7.5)]/[(75)+(10)(0.35)$
$+(10)(0.40)]=37.318\ c.m.$ ……〔第5圖(b)參照〕

$R=500+37.318=537.318\ c.m.$

$e_i=537.318-536.341=0.977\ c.m.$ ……〔式(2)參照〕

$N=-(6.2)(575)-3565\ kg$ ……〔式(8)參照〕

$M=-(6.2)(575)(0.977)=-3483\ kg.$ ……〔式(9)參照〕

以上の諸値を用ひ且つ $n=10$ とした儘で $Neg.\ Max\ \delta_c$ を計算すれば $-46.4\ kg/cm^2$ となるが $Neg.\ Max\ \delta_c$ の計算には $n=15$ を用ひねばならないから r, e_i, A_i 等を $n=15$ として計算し直す

$A_i=(1)(75)+(15)(0.40+0.35)=86.25\ cm^2$

$r=[(1)(75)+(15)(0.40)+(15)(0.35)]/[(1)\log(575/500)+(15)(0.40/507.5)$
$+(15)(0.35/567.5)]=536.214\ c.m.$

$\bar{y}=[(1)(75)(37.5)+(15)(0.35)(67.5)+(15)(0.40)(7.5)]/(86.25)=37.239\ cm$

$R=500+37.239=537.239\ c.m.$

$e_i=537.239-536.214=1.025\ c.m.$

$Neg.\ Max.\ \delta_c=(-3565/86.25)+(-3483)(36.21)/[(86.25)(1.025)(500)]$
$=(-41.333)+(2.853)=-44.2\ kg/cm^2$ ……〔式(7)參照〕

從つて今の場合許容應力度 $45kg/cm^2$ なる樣なコンクリートを用ふれば充分である。尙な最後の式につき 2.853 は 41.333 の約7% に當る。(終，康6.3.28)

結論中の補足

(4) 無筋の場合は勿論，鐵筋を挿入する場合に於ても之を本文に於けるが如く環內外に略々對稱に配置する時は宿命的に環內面へ應力が集中する。此の應力集中を避けて材料の能率をあげる爲めにはオルスザツクの提案 (*Beton und Eisen, Heft 2, 1939*) 等がある。