# 暗渠の大きさに就て

※橘 内 十 九 二

## 1. はしがき

河川改修、濕地又はアルカリ土地改良或は耕地整理を施行する場合に堤防を横ぎりて用惡水路の暗渠を新設又は改築するの必要を生ずることが屢ある。斯の場合に暗渠の斷面積を如何に定むべきかは非常に難しいことで殊に滿洲の如く實例に乏しい所に於ては參考にすべき資料も少ないため一層困難を感ずるものである

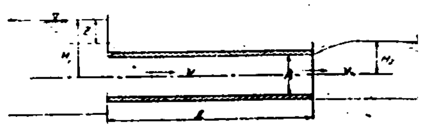
それで從來新設せられたこの種暗渠の中には比較的適當な斷面を選定しその目的に充分適つて居るものも見受けられるが大部分は小斷面が過大に失し不經濟な形になつて居るものや過小に過ぎて充分な能力を發揮し得ない構造になつて居るものがあるを認め甚だ遺憾に存ずる次第である、特に用水供給面積又は惡水排除面積の比較的小なるものにありては暗渠の敷高や水位關係を研究せずに單に現存する水路幅或はそれに類似の幅員を用ひ悔を後年に殘し數年足らずして改築の余儀なき運命に陥ち入らんとする若干の實例あるを知る

玆に於て暗渠の斷面積決定の算式を簡單に述べ今後この種構造物の設計を爲さんとする諸彦の參考に供し度いと思ふ唯該算式中には種々の未知定數が介入しこれ等定數の判定に相當の資料と研究とを必要とする事は餘言を俟たない、これに關しては將來諸彦と共に將來研究し所謂滿洲向の公式に作り上げたいと念願して居る、

## 2. 暗渠の斷面積

(i) 暗渠の兩側に水位差ありて接近及

速度なき場合



水頭Hと流速Vとの關係を求むるに

$$Z=f_1\frac{V^2}{2g}+f_2\frac{V^2}{2g}+\frac{V^2}{C^2R}l \cdots\cdots$$

此處に $f_1\frac{V^2}{2g}$＝斷面急擴による水頭の損

$f_2\frac{V^2}{2g}$＝斷面急縮による水頭の損

$\frac{V^2}{C^2R}l$＝暗渠内の摩擦による水頭

故に $V=\left(\frac{2gZ}{f_1+f_2+\frac{2gl}{C^2R}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdots\cdots$

それで暗渠の斷面積A内を流るゝ流量Q

$$Q=A\left(\frac{2gZ}{f_1+f_2+\frac{2gl}{C^2R}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdots\cdots$$

今 $f_1+f_2=a$, $\frac{2gl}{C^2}=b$, と置き更

邊長とすれば

(3) 式は $Q=A^{\frac{3}{2}}\left(\frac{2g.Z}{a.A+b.S}\right)^{\frac{1}{2}} \cdots$

然るに AとSとの關係は $\alpha A=S^2$ なる

(4) 式は $Q=A^{\frac{3}{2}}\left(\frac{2g.Z}{a.A+b(\alpha\cdot A)^{\frac{1}{2}}}\right.$

$$\therefore Q=A^{\frac{5}{4}}\left(\frac{2g.Z}{aA^{\frac{1}{2}}+b'}\right)^{\frac{1}{2}} \cdots\cdots$$

※交通部技佐

故に一定量のQ及びZに對しては(5)の式より
を試算により求め得られる、

(ii). (i)の條件に接近及び放出速度を考慮に
れし場合

(1)式中の斷面の急擴及び急縮による水頭の
失を次の如く書き示せばよし

ち　$f_1\left(\frac{V^2}{2g}-\frac{V'^2}{2g}\right)$＝斷面急擴による水頭
損失

$f_2\left(\frac{V^2}{2g}-\frac{V''^2}{2g}\right)$＝斷面急縮による水頭損失

て (1)式は

$$Z=f_1\left(\frac{V^2}{2g}-\frac{V'^2}{2g}\right)+f_2\left(\frac{V^2}{2g}-\frac{V''^2}{2g}\right)+\frac{V^2}{C^2R}l \quad \cdots\cdots 6$$

二固體の衝突に於ては運動量の單位時間に於
る增加は質量と加速度の相乘積にして卽ち增
の方向に作用する合成力に等しく之の原理を
就に應用すれば

$$1\text{-}1=\text{於ける運動量}\cdots\cdots\frac{W_0}{g}A.dL.V$$

$$2\text{-}2=\text{於ける運動量}\cdots\cdots\frac{W_0}{g}A'dL'V'$$

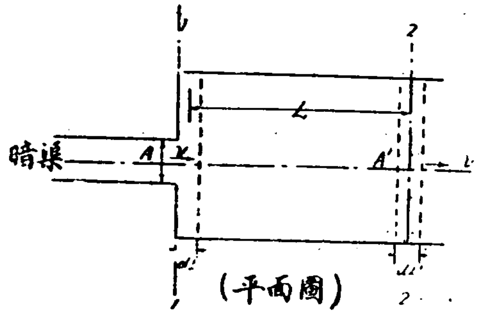
今1－1より2－2まで流るるにもなる時間を
するものとすると

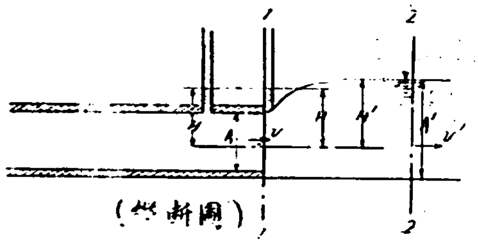
$$\text{運動量の單位時間の增加}=\frac{W_0}{g}\left(A'\frac{dL'}{dt}V'-A\frac{dL}{dt}V\right)=\frac{W_0}{g}(A'V'V'-A\cdot V\cdot V)=\frac{W_0}{g}Q(V'-V) \quad \cdots\cdots 7$$

に此の變化は1－1及び2－2に作用する總水
の差に因るものと考ふる事を得るを以て

$$W_0A'(H'-H)=\frac{W_0}{g}Q(V-V') \quad \cdots\cdots 8$$

$$H'-H=\frac{V'}{g}(V-V') \quad \cdots\cdots 9$$




「ベルノイ」の定理に從へば1－1、2－2間に於ける斷面急擴に因る水頭損失$h_e$は

$$H+\frac{V^2}{2g}=H'+\frac{V'^2}{2g}+h_e \quad \cdots\cdots 10$$

$$h_e=(H^1-H)+\frac{V^2-V'^2}{2g} \quad \cdots\cdots 10'$$

9式を(10')の式中に代入すれば

$$h_e=-(H'-H)+\frac{V^2-V'^2}{2g}=\frac{(V-V')^2}{2g} \quad \cdots\cdots 11$$

更に(11)式を書き直し$f_1$を1に近き急擴損失係數とすると

$$h_e=f_1\frac{V^2}{2g}\left(1-\frac{V'}{V}\right)^2=f_1\frac{V^2}{2g}\left(1-\frac{A}{A'}\right)^2$$

以上の式中

$W_0$＝水の單位重量

$H, H'$＝各1－1及び2－2斷面に於ける水頭

$A, A'$＝　〃　に於ける水路斷面積

$V, V'$＝　〃　に於ける流速

$dL, dL'$＝　〃　微小變位

$L$ ＝ 1－1,2－2斷面間距離

を示すものである

同様に急縮による水頭損失$h_e$は

$$h_e = f_2\frac{V^2}{2g}\left(1-\frac{A}{A''}\right)^2 \cdots\cdots 12$$

$f_2$ は急縮損失係數にして A″は急縮前の斷面積を示す

以上求めし(11)及び(12)の兩式を( 6 )式に挿入すれば

$$Z = f_1\frac{V^2}{2g}\left(1-\frac{A}{A'}\right)^2 + f_2\frac{V^2}{2g}\left(1-\frac{A}{A''}\right)^2 + \frac{V^2}{C^2R}l \cdots 13$$

然るに前同様

$$\frac{2gl}{C^2R}V^2 = b\frac{V^2}{\dfrac{A}{(\alpha A)^{\frac{1}{2}}}} = \frac{b'}{A^{\frac{1}{2}}}V^2$$ なるを以て

13式は

$$Z = f_1\frac{V^2}{2g}\left(1-\frac{A}{A'}\right)^2 + f_2\frac{V^2}{2g}\left(1-\frac{A}{A''}\right)^2 + \frac{V^2}{2g}\cdot\frac{b'}{A^{\frac{1}{2}}} \cdots\cdots 13'$$

$$\therefore\ V = \left(\frac{2gZ}{f_1\left(1-\frac{A}{A'}\right)^2 + f_2\left(1-\frac{A}{A''}\right)^2 + \frac{b'}{A^{\frac{1}{2}}}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdots\cdots 14$$

$$\therefore\ Q = A\cdot V$$

$$= A\left(\frac{2gZ}{f_1\left(1-\frac{A}{A'}\right)^2 + f_2\left(1-\frac{A}{A''}\right)^2 + \frac{b'}{A^{\frac{1}{2}}}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdots 15$$

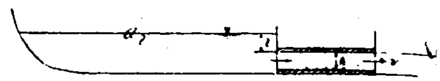
若し A′及び A″が非常に大なる場合卽ち貯水池又は游水池より直に廣き面積中に放流するが如きときには$\frac{A}{A'}$及び$\frac{A}{A''}$は共に0となり(5)式と同一の結果を得る

(15)式中のQ, Z, A′及びA″が何れも既知數であればこれも亦試算に依りて Aを求むることが出來る

### 3, 排水路暗渠の斷面積

今排水面積を$a_z$とし單位時間の排水深をrとしこの相乘積が丁度排水量Q に等しきものとすれば

$$Q = a_z\cdot r$$



ここに Qは前記(5)式を用ふると(16)(17)式となる

$$A^{\frac{5}{4}}\left(\frac{2gZ}{aA^{\frac{1}{2}}+b'}\right)^{\frac{1}{2}} = a_z r \cdots\cdots$$

$$\therefore\ A^{\frac{5}{2}}\left(\frac{2gZ}{aA^{\frac{1}{2}}+b'}\right) = a_z^2 r^2$$

$$2gZA^{\frac{5}{2}} = a_z^2 r^2 (aA^{\frac{1}{2}} + b') \cdots\cdots$$

而して r には平均値を用ひZなる水頭と
は$a_z=(nZ)^2$なる關係を有せしめ

邊暗渠の長さ短きものに於ては b′は aA
無視し得るものと考ふれば(17)式は

$$2g\frac{1}{n}a_z^{\frac{1}{2}}A^{\frac{5}{2}} = a_z^2 r^2 a\cdot A^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore\ A = \alpha a_z^{\frac{3}{4}} \cdots\cdots$$

此處に $\alpha = r.\sqrt{\frac{a^n}{2g}}$

卽ち(18)式は「タルホツト」氏の示せる
して氏は$\alpha$につき下の如き數値を與へて

但しaは「エーカー」、Aは平方呎な
を用ひし場合である

$\alpha = 1\sim\frac{2}{3}$……險惡なる岩礁の土地

$\alpha = \frac{1}{3}$……雪解の時期に於て洪水を受

長さ其の幅の三倍乃至四倍なる高低少き
但し水路の長さ流域に比し大なる時は$\alpha$

$\alpha = \frac{1}{5}\sim\frac{1}{6}$……雪解に關係なく谷長さ
の數倍なる時

尙(17)式中に　$\alpha_z = nZ$と假定し挿入すれば

$$A = \alpha\,\alpha_z^{\frac{1}{2}} \cdots\cdots 19$$

この式は「マイヤー」氏の示せる算式にして氏も亦$\alpha$につき種々の數値を掲與して居る($\alpha$, Aの單位は「タルホツト」式と同じ)卽ち

$\alpha=1$　僅かに高低ある平地

$\alpha=2$　丘陵ある山地

$\alpha=4$　岩礁ある山地

骨て靜岡縣濱松地方の暗渠につき「タルホツト」式を基とれ實際的にAとaとの關係を算定せしに次の如き結果を得て居る

$$A = 0.053\,\alpha_z^{\frac{3}{4}}$$

A＝暗渠斷面積(平方米)

$\alpha_z$排水面積(町步)

以上の諸式は非常に簡單にしてZなる水位に對する排水面積を知れば概ね暗渠の斷面積を算出し得て略算上甚だ便利な公式であるが定數$\alpha$の決定には相當の熟慮と經驗とを要し、今後の愼重なる研究に待依すべきである、唯缺點を云へば$\alpha$の値の中には何時間の間に幾何の惡水を排除し得るかと云ふ樣な時間的要素の無いので實際には適當な數値をあてはめて$\alpha$中に該要素を包括せしめねばならぬ曖昧さがあることである

4. 暗渠の惡水排出する時間

) 貯溜惡水のみにて他より流入量の無き場合

前式は何れも時間に無關係なりしがこの項に於ては時間と水位及び斷面積との相對的關係を述する ××

×× A……暗渠斷面積($m^2$)

V……暗渠內の平均流速($^m/_{mc}$)

$l$……暗渠の長さ(m)

Z……t 時間に於ける水頭(m)

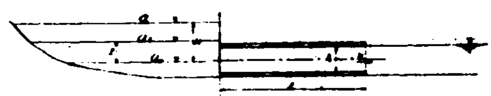
$\alpha z$……Zに相當する水面積($m^2$)

a……t＝0に於ける水面積($m^2$)

H……t＝0に於ける水頭(m)

R……徑深(m)

$\alpha_0$……暗渠軸面に於ける水面積($m^2$)



$f_0$……斷面急縮による水頭損失係數

C……流速係數

m.n……或る係數

tに於て水頭ZとVとの關係は

$$Z = \frac{V^2}{2g} + f_0\frac{V^2}{2g} + \frac{V^2}{C^2R}l$$

水面がdt間にdZだけ下るものとすれば－az dZ＝A.V.dt.にして　$\alpha z$とZとの關係は

$$\alpha z = \alpha_0 + m.Z + nZ^2 \cdots\cdots 20$$

で表はし得るを以て

$$-(\alpha_0 + mZ + nZ^2)dZ = A\sqrt{\frac{2gZ}{1+f_0+\frac{2gl}{C^2R}}}\,dt \quad 21$$

$$\therefore dt = \frac{1}{V}\left(\frac{1+f_0+\frac{2gl}{C^2R}}{2g}\right)^{\frac{1}{2}}\int_z^H \frac{n o + mZ + nZ^2}{Z^{\frac{1}{2}}}dZ$$

故に水面をHよりZ迄下ぐるに要する時間tは

$$\therefore\quad t = \frac{1}{A}\left(\frac{1+f_0+\frac{2gl}{C^2R}}{2g}\right)^{\frac{1}{2}}\left(2\alpha_0 Z^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{3}mZ^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{5}nZ^{\frac{5}{2}}\right)_z^H$$

この式に　$a = \alpha_0 + mH + nH^2$及び(20)の左の關係を代入すれば

$$t=\frac{1}{A}\left(\frac{1+f_0+\frac{2gl}{C^2R}}{2g}\right)^{\frac{1}{2}}\left\{H^{\frac{1}{2}}\left(2a-\frac{4}{3}(n+2mH)H+\frac{16}{15}mH^2\right)\right.$$

$$\left.-Z^{\frac{1}{2}}\left(2\alpha_z-\frac{4}{3}(n+2bZ)Z+\frac{16}{15}mZ^2\right)\right\}\cdots\cdots$$

Hより暗渠軸面下迄ぐるに要する時間は(22)式中にZ=Oと置けばよいのである　即ち

$$t=\frac{1}{A}\left(\frac{1+f_0+\frac{2gl}{C^2R}}{2g}\right)^{\frac{1}{2}}\left\{H^{\frac{1}{2}}\left(2a-\frac{4}{3}(n+2mH)H+\frac{16}{15}mH^2\right)\right\}$$

$$=A^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{aA^{\frac{1}{2}}+b_{,}}{2g}\right)^{\frac{1}{2}}\left\{H^{\frac{1}{2}}\left(2a-\frac{4}{3}(n+2mH)H+\frac{16}{15}mH^2\right)\right\}\cdots\cdots 2$$

式中 $a_1$ 及び $b^1$ は前項にて既述せしものと同一である。この(22)式によりて t, A, a 及びHとの關係を見出すことを得若し「タルボット」氏の公式誘導の際用ひしが如き假定 $\alpha z=(nZ)^2$、を應用するに(22)式は

$$t=\frac{2}{5}A^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{aA^{\frac{1}{2}}+b'}{2g}\right)\alpha_z H_z^{\frac{1}{2}}\cdots\cdots 23$$

(ii)　排水地域内に一定流入ある悪水を有する場合

$Q\varphi$……流入流量

Z……暗渠下流端を基線とする水頭

$\alpha z$……Zに相當する水面積、前項と同樣 $\alpha z=\alpha_0+mZ+nZ^2$ と見做す ※

※ Q……水位Zの時の流出流量

H……t=Oに於ける水位

$$Q=A\left(\frac{2gZ}{1+f_0+\frac{2gl}{C^2R}}\right)^{\frac{1}{2}}=\lambda Z^{\frac{1}{2}}$$ と置り

Zなる水位に於て dt間に $\varphi$dtだけ流入しQだけ流出して水面はdZだけ下るものとし且流入量 $\varphi$ はZ=hなる時の流出量に等しとすは　$\varphi=A\left(\frac{2gh}{1+f_0+\frac{2gl}{C^2R}}\right)^{\frac{1}{2}}=\lambda h^{\frac{1}{2}}$

依つて　$\alpha z dZ=(\varphi-Q)dt=(\lambda h^{\frac{1}{2}}-\lambda Z^{\frac{1}{2}})dt$

$$\therefore\quad dt=-\frac{\alpha_0+mZ+nZ^2}{\lambda(Z^{\frac{1}{2}}-h^{\frac{1}{2}})}$$

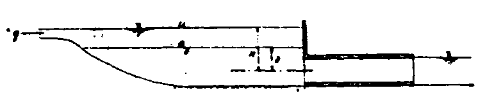
故に水位をHよりZ迄下だるに要する時間tは

$$t=\frac{2}{\lambda}\left(\frac{m}{5}(H^{\frac{5}{2}}-Z^{\frac{5}{2}})+\frac{mh^{\frac{1}{2}}}{2}(H^2-Z^2)+\frac{n+mh}{3}(H^{\frac{3}{2}}-Z^{\frac{3}{2}})+\frac{h^{\frac{1}{2}}(n+mh)}{2}(H-Z)\right.$$

$$\left.+(\alpha_0+nh+mh^2)(H^{\frac{1}{2}}-Z^{\frac{1}{2}})+h^{\frac{1}{2}}(\alpha_0+nh+mh^2)\log\frac{H^{\frac{1}{2}}-h^{\frac{1}{2}}}{Z^{\frac{1}{2}}-h^{\frac{1}{2}}}\right)\cdots\cdots$$

Z=o、　$a=\alpha_0$、の場合に於ては

$$t=\frac{2}{\lambda}\alpha_0\left(H^{\frac{1}{2}}+h^{\frac{1}{2}}\log\left\{1-\left(\frac{H}{h}\right)^{\frac{1}{2}}\right)=2A^{-1}\left(\frac{aA^{\frac{1}{2}}+h'^{\frac{1}{2}}}{2g}\right)\alpha_0\left(H^{\frac{1}{2}}+h^{\frac{1}{2}}\log\left\{1-\left(\frac{H}{h}\right)^{\frac{1}{2}}\right)\cdots\cdots$$



尙これ等の外に干潮河川筋に暗渠をけし場或は毎年洪水波の影響を受ける暗渠を設くる如き場合及び用水路暗渠につきては別に號を改めて記述し度いと思ふ。

多忙中稿草したので粗雑の難を免れしめ

以　上