

$$\eta_0 = \frac{k_{p22}}{|K_p|} \eta_0''''$$

したがって外力 $P_0 e^{i\omega t}$ に対して

$$y_0 = \frac{k_{p22}}{|K_p| EI} P_0 e^{i\omega t} \dots \dots \dots (43)$$

また振動数方程式は

$$|K_p| = 0 \dots \dots \dots (44)$$

任意の点の変位その他も (28) 式によつて求められる。また外力作用点以外にも質量があるときも解くことができる。

4. 結 語

軌道の振動特性を理想化した模型について求める基本式を誘導したがこれらの有用性は数値計算と実験とを対比して検討しなければならない。また軌道を模型化するとき、支持体を半無限弾性体としてレール支持間隔ごとのある面積で位相のずれた外力が作用するとしたものも今後考えなければならない。

3. のマトリックスによる方法は電子計算器を利用でき、欧米のおもに航空機機体力学関係で用いられている例を多く見る。普通の数値計算を行うにははなはだ手間を要するので目下のところ 2. の方法による解と一、二比較を行つたのみである。電子計算器を利用する日を期して解式を整理しておくのも無意味ではないと考える。

文 献

- 1) テモシェンコ：材料力学（片山，北畠訳）p. 251～258
- 2) 高橋秀俊：振動と回路，岩波現代物理学講座
- 3) 高橋利衛：機械振動とその防止，オーム文庫 p. 150～158
- 4) 藤原松三郎：行列及び行列式，岩波全書
小泉四郎：応用函数論及びマトリックス代数
- 5) A. Chartet：Le contact de deux corps solides, S.F.M. p.9 mais, 1952

土の振動伝播及び圧密について

土の振動伝播及び圧密について*

正 員 後 藤 正 司**

ON THE PROPAGATION OF VIBRATIONS AND THE CONSOLIDATION OF A SOIL LAYER

(Trans. of JSCE, No. 29, Dec. 1955)

Shōji Gotō, C.E. Member

Synopsis The theoretical studies on the propagation of vibrations and the consolidation of a uniform soil layer which is laid on the hard pan are presented in this paper. Author applied the Maxwell's plastic equation for the plastic deformations of the soil.

要 旨 一様な性質の土層が基盤の上にある場合に地表面に加えられた一定の荷重及び振動力に対して圧力の分布及び振動振巾の分布を深さに関して求めたものである。この理論的取扱いの基礎として塑性変形について Maxwell の式を用いた。

序 土の圧密を最初に理論的に取扱つた K. Terzaghi¹⁾ は、周知の圧密式により土の圧密変形を説明し、圧密沈下の基礎的解明に貢献した。しかし荷重による脱水のみを圧密のメカニズムとしているために、これだけで土の塑性変形を十分に説明することは困難であると思われる。例えば二次的圧密の問題に当つてたちまち当面することも知られている^{2), 3)}。しかしこの究明には土の塑性変形のより本質的な問題にふれなければならないであろう。かつて D. Taylor 及び W. Merchant は塑性変形の仮定を導入して圧密を説明し、さらにその仮定を修正し石井博士⁴⁾ は実験にもかなりよく合致する理論的解明を示された。また山口氏⁵⁾ 京大村山研究室⁶⁾ における圧密解もこの圧密現象への説明についての前進と思われる。筆者がここに取上げたのは土層の圧密と振動伝播との関係を得ようと試みたものではあるが、土の塑性変形の型としては在来の型の一つである Maxwell 型^{7), 8)} に従つた。

* 昭和 29 年 5 月 30 日 第 10 回土木学会年次講演会にて発表

** 早稲田大学助教授，理工学部土木教室

土の振動伝播の問題としては最近では地下鉄その他交通機関によるもの、重工場附近の振動、その他、解決を望まれていることがらは少なくないようであるが、港灣の岸壁に対する動的な圧力あるいは築堤の耐震性等も考慮されるべきものと思われる。

(1) 圧密及び振動伝播の基本方程式

まづ粘土質土の塑性変形に対して次のごとく仮定する。

$$-\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \int g \sigma dt \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに ϵ : 単位ヒズミ, σ : 応力, E : 弾性係数, g : 塑性におけるクリープ係数である。すなわち (1) は土の変形と弾性変形の部分と、時間とともに増加する塑性変形部分 (Relaxation) との和として示している。すなわち Maxwell 型の塑性変形である (1) より

$$-\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = g \sigma + \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (2)$$

をうる。次に応力の動的平衡については次のごとく考える。

$$-\frac{\partial \sigma}{\partial s} = r \frac{\partial x}{\partial t} + m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに s : 任意点の位置, t : 時間, x : s 点における変位, m : 土の単位体積の質量であり、また r : 速度比例の減衰係数である。(3) を s で微分しこれに (2) を代入すれば次式をうる。

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial s^2} = \frac{m}{E} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} + \left(mg + \frac{r}{E} \right) \frac{\partial \sigma}{\partial t} + rg \sigma \quad \dots\dots\dots (4)$$

これを基本式として振動及び圧密に対する解を求める。(4) を解くに当つて応力を位置 s 及び時刻 t の関数の積として

$$\sigma = \Phi(s) \cdot \Psi(t)$$

とおくと (4) より

$$\frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial s^2} = \frac{m}{E} \frac{1}{\Psi} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} + \left(gm + \frac{r}{E} \right) \cdot \frac{1}{\Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial t} + rg \quad \dots\dots\dots (5)$$

上式は、左辺は s のみの関数、右辺は t のみの関数であるから両辺を常数 ($-a^2$) とおくと左辺は

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial s^2} = -a^2 \Phi$$

ゆえに $\Phi(s) = A' \cos as + B' \sin as \quad \dots\dots\dots (6)$

(5) の右辺は $\Psi(t) = e^{\lambda t}$

を代入して $\frac{m}{E} \lambda^2 + \left(gm + \frac{r}{E} \right) \lambda + (rg + a^2) = 0$

$$\therefore \lambda = - \left(\frac{gE}{2} + \frac{r}{2m} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{gE}{2} - \frac{r}{2m} \right)^2 - \frac{Ea^2}{m}} \quad \dots\dots\dots (7)$$

(7) において $\left(\frac{gE}{2} - \frac{r}{2m} \right)^2 - \frac{Ea^2}{m} < 0$

ならば $\lambda = -\alpha \pm j \sqrt{\frac{Ea^2}{m} - r} \equiv -\alpha \pm j \beta \quad \dots\dots\dots (8)$

ただし $\alpha = \frac{Eg}{2} + \frac{r}{2m}$, $r = \frac{r}{2m} - \frac{Eg}{2}$, $\beta = \sqrt{\frac{Ea^2}{m} - j^2}$ 及び $j = \sqrt{-1}$

従つて $\Psi(t) = e^{\lambda t} = e^{-\alpha t} \{ C' \cos \beta t + D' \sin \beta t \} \quad \dots\dots\dots (9)$

ゆえに σ は $\sigma = \Phi(s) \cdot \Psi(t) = e^{-\alpha t} \{ C' \cos \beta t + D' \sin \beta t \} \{ A' \cos as + B' \sin as \}$
 $= e^{-\alpha t} \{ (A_1 \cos \beta t + A_2 \sin \beta t) \cos as + (B_1 \cos \beta t + B_2 \sin \beta t) \sin as \} \quad \dots\dots\dots (10)$

しかして常数 a は任意であるから一般解は

$$\sigma = e^{-\alpha t} \sum \{ (A_{1n} \cos \beta_n t + A_{2n} \sin \beta_n t) \cos a_n s + (B_{1n} \cos \beta_n t + B_{2n} \sin \beta_n t) \sin a_n s \} \quad \dots\dots\dots (11)$$

任意点の分子速度を求めるためには (10) より

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4$$

ここに $\sigma_1 = A_1 e^{-\alpha t} \cos \beta t \cdot \cos as$

これを (2) に代入して

$$\begin{aligned}
 -\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}\right)_1 &= gA_1 e^{-\alpha t} \cos \beta t \cdot \cos as + \frac{A_1}{E} \{-\alpha e^{-\alpha t} \cos \beta t - e^{-\alpha t} \beta \sin \beta t\} \cos as \\
 &= A_1 e^{-\alpha t} \cos as \left\{ \left(g - \frac{\alpha}{E}\right) \cos \beta t - \frac{\beta}{E} \sin \beta t \right\} \\
 &= -\frac{A_1 a}{\sqrt{mE}} e^{-\alpha t} \cos as \cdot \cos \left(\beta t - \tan^{-1} \frac{\beta}{r}\right)
 \end{aligned}$$

さて
$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}\right)_1 = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial x}{\partial s}\right)_1 = \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_1$$

の関係より、前式を用いて、

$$-\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_1 = \frac{A_1}{\sqrt{mE}} e^{-\alpha t} \sin as \cdot \cos \left(\beta t - \tan^{-1} \frac{\beta}{r}\right)$$

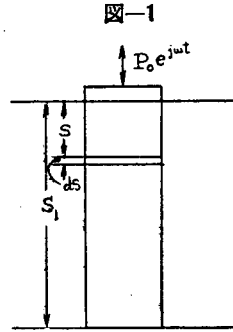
同様にして

$$-\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_2 = \frac{A_2}{\sqrt{mE}} e^{-\alpha t} \sin as \cdot \sin \left(\beta t - \tan^{-1} \frac{\beta}{r}\right)$$

$$-\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_3 = \frac{A_3}{\sqrt{mE}} e^{-\alpha t} \cos as \cdot \cos \left(\beta t - \tan^{-1} \frac{\beta}{r}\right)$$

$$-\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_4 = \frac{A_4}{\sqrt{mE}} e^{-\alpha t} \cos as \cdot \sin \left(\beta t - \tan^{-1} \frac{\beta}{r}\right)$$

$$\begin{aligned}
 \therefore -\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right) &= \frac{e^{-\alpha t}}{\sqrt{mE}} \left[\left\{ A_1 \cos \left(\beta t - \tan^{-1} \frac{\beta}{r}\right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + A_2 \sin \left(\beta t - \tan^{-1} \frac{\beta}{r}\right) \right\} \sin as - \left\{ B_1 \cos \left(\beta t - \tan^{-1} \frac{\beta}{r}\right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + B_2 \sin \left(\beta t - \tan^{-1} \frac{\beta}{r}\right) \right\} \cos as \right]
 \end{aligned}$$



ゆえに一般解は

$$\begin{aligned}
 -\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right) &= \frac{e^{-\alpha t}}{\sqrt{mE}} \Sigma \left[\left\{ A_{1n} \cos \left(\beta_n t - \tan^{-1} \frac{\beta_n}{r}\right) + A_{2n} \sin \left(\beta_n t - \tan^{-1} \frac{\beta_n}{r}\right) \right\} \sin a_n s \right. \\
 &\quad \left. - \left\{ B_{1n} \cos \left(\beta_n t - \tan^{-1} \frac{\beta_n}{r}\right) + B_{2n} \sin \left(\beta_n t - \tan^{-1} \frac{\beta_n}{r}\right) \right\} \cos a_n s \dots \dots \dots (12) \right]
 \end{aligned}$$

(2) 地表面に振動力が与えられる場合

いま 図-1 のような深さ s_1 なる一様な土層の地表面に振動力 $P_0 e^{j\omega t}$ が加えられる場合を考える。こういう場合、実際には一点に外力が与えられることが多いのであるが、ここでは取扱いを簡単にするために、この振動外力が地表面に等分布しているような場合とし、すべて一軸的な伝播及び圧力を対象とする。従つて振動伝播としては地下に向う縦波がおもな要素となる。いま振動の角速度を ω とすれば

$$\lambda = j\omega$$

として (7) より

$$\begin{aligned}
 -\omega^2 \cdot \frac{m}{E} + j\omega \left(mg + \frac{r}{E} \right) + (gr + a^2) &= 0 \\
 \therefore a &= \pm \sqrt{\frac{m}{E} \omega^2 - j\omega \left(mg + \frac{r}{E} \right) - rg} = \pm j \sqrt{(r + j\omega m) \left(g + j\omega \frac{1}{E} \right)} \equiv \pm j d \dots \dots (13)
 \end{aligned}$$

ただし、

$$d \equiv \sqrt{(r + j\omega m) \left(g + j\omega \frac{1}{E} \right)}$$

この a の値を (10) に代入すれば応力の定常値として σ_s をうる。すなわち

$$\sigma_s = (A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t) \cosh ds + (B_1 \cos \omega t + B_2 \sin \omega t) \sinh ds \dots \dots \dots (14)$$

(14) 中の常数を決めるために次の境界条件を用いる。

(i) $s=0$ において $\sigma_s = P_0 e^{j\omega t}$

$$\therefore P_0 e^{j\omega t} = A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t = A' e^{j\omega t}$$

$$\therefore P_0 = A'$$

(ii) $s=s_1$ において $\frac{\partial x}{\partial t} = 0$

$$(2) \text{ より } -\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right) = g\sigma + \frac{1}{E} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} \right)$$

$$\therefore -\frac{\partial x}{\partial t} = \int \left(g\sigma + \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right) ds = e^{j\omega t} \sqrt{\frac{g+j\frac{\omega}{E}}{r+j\omega m}} \{P_0 \sinh \Delta s + B' \cosh \Delta s\}$$

$$B' = B_1 \cos \omega t + B_2 \sin \omega t$$

上式に (ii) の条件を入れて,

$$B' = -\frac{P_0 \sinh \Delta s_1}{\cosh \Delta s_1}$$

$$\therefore \sigma_s = P_0 e^{j\omega t} \frac{\cosh \Delta (s_1 - s)}{\cosh \Delta s_1} \dots \dots \dots (15)$$

また, $\left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_s = P_0 e^{j\omega t} \sqrt{\frac{g+j\frac{\omega}{E}}{r+j\omega m}} \cdot \frac{\sinh \Delta (s_1 - s)}{\cosh \Delta s_1} \dots \dots \dots (16)$

次に過渡項 σ_t 及び $\left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_t$ を求める。

(iii) $s=0$ において $\sigma_t = 0$

(11) より* $A_{1n} = A_{2n} = 0$

(iv) $s=s_1$ において $\left(\frac{\partial x}{\partial t} \right) = 0$

$s=s_1$ においては $\left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_s = 0$ であるから

$$\left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_t = 0$$

ゆえに (12) より

$$\cos a_n s_1 = 0$$

$$\therefore a_n s_1 = -\frac{\pi}{2}, \quad \frac{3}{2}\pi, \quad \frac{5}{2}\pi \dots \dots$$

$$\therefore a_n = \frac{n\pi}{2s_1}, \quad (n: \text{奇数}) \dots \dots \dots (17)$$

(v) $t=0$ において $\sigma = 0$

$$\therefore (\sigma_s)_{t=0} + (\sigma_t)_{t=0} = 0$$

$$\therefore (\sigma_t)_{t=0} = -(\sigma_s)_{t=0}$$

$$(11) \text{ より } = \sum B_{1n} \sin \frac{n\pi s}{2s_1} = P_0 \frac{\cosh \Delta (s_1 - s)}{\cosh \Delta s_1}$$

上の2式より

$$B_{1n} = -\frac{2P_0}{s_1} \int_0^{s_1} \frac{\cosh \Delta (s_1 - s)}{\cosh \Delta s_1} \cdot \sin \frac{n\pi s}{2s_1} ds = -\frac{4n\pi P_0}{4\Delta^2 s_1^2 + n^2 \pi^2}$$

(vi) $t=0$ において $\left(\frac{\partial x}{\partial t} \right) = 0$

$$\therefore \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_{t=0} = \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_{t=0}^s + \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_{t=0}^t = 0$$

$$\therefore \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_{t=0}^s = -\left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_{t=0}^t$$

$$(16) \text{ より } \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_{t=0}^s = P_0 \sqrt{\frac{g+j\frac{\omega}{E}}{r+j\omega m}} \frac{\sinh \Delta (s_1 - s)}{\cosh \Delta s_1}$$

展開して $= P_0 \sqrt{\frac{g+j\frac{\omega}{s}}{r+i\omega m}} \sum \frac{2s_1 \Delta^2}{4\Delta^2 s_1^2 + n^2 \pi^2} \cos \frac{n\pi s}{2s_1}$

(12) より
$$-\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_{t=0} = \sqrt{\frac{1}{mE}} \cdot e^{-\alpha t} \Sigma \left\{ B_{1n} \cos\left(-\tan^{-1} \frac{\beta_n}{r}\right) + B_{2n} \sin\left(-\tan^{-1} \frac{\beta_n}{r}\right) \right\} \cos \frac{n \pi s}{2 s_1}$$

上2式より

$$B_{2n} = 4 P_0 \sqrt{\frac{mE \left(g + j \frac{\omega}{E}\right)}{r + j \omega m}} \frac{2 s_1 d}{4 d^2 s_1^2 + n^2 \pi^2} \cdot \frac{1}{\sin\left(\tan^{-1} \frac{\beta_n}{r}\right)} - \frac{B_{1n} \cos\left(-\tan^{-1} \frac{\beta_n}{r}\right)}{\sin\left(-\tan^{-1} \frac{\beta_n}{r}\right)}$$

$$= -\frac{4 P_0 n \pi}{4 d^2 s_1^2 + n^2 \pi^2} \left\{ \alpha + j \omega \right\} \frac{1}{\beta_n}$$

∴
$$\sigma_t = -e^{-\alpha t} \Sigma \left\{ \frac{4 P_0 n \pi}{4 d^2 s_1^2 + n^2 \pi^2} \left(\cos \beta_n t + \frac{\alpha + j \omega}{\beta_n} \sin \beta_n t \right) \right\} \sin \frac{n \pi s}{2 s_1}$$

$$= -e^{-\alpha t} \Sigma \left\{ \sqrt{\frac{E}{m}} \frac{2 P_0 n \pi}{\beta_n s_1} \frac{\cos\left[\beta_n t - \tan^{-1}\left(\frac{\alpha + j \omega}{\beta_n}\right)\right]}{\sqrt{4 d^2 s_1^2 + n^2 \pi^2}} \right\} \sin \frac{n \pi s}{2 s_1} \dots\dots\dots (18)$$

このようにして一般解としては

$$\sigma = \sigma_s + \sigma_t = P_0 e^{j \omega t} \frac{\cosh d(s_1 - s)}{\cosh d s_1}$$

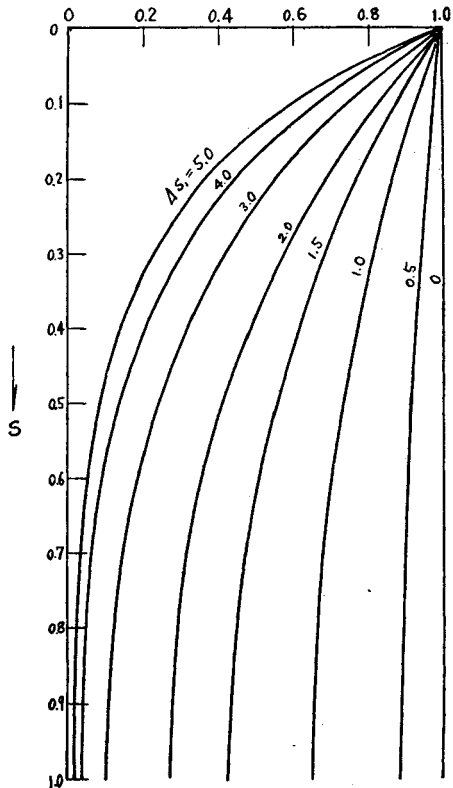
$$- e^{-\alpha t} \Sigma \left\{ \sqrt{\frac{E}{m}} \frac{2 P_0 n \pi}{\beta_n s_1} \frac{\cos\left[\beta_n t - \tan^{-1}\left(\frac{\alpha + j \omega}{\beta_n}\right)\right]}{\sqrt{4 d^2 s_1^2 + n^2 \pi^2}} \right\} \sin \frac{n \pi s}{2 s_1} \dots\dots\dots (19)$$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right) = \left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_s + \left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_t = P_0 e^{j \omega t} \sqrt{\frac{g + j \frac{\omega}{E}}{r + j \omega m}} \frac{\sinh d(s_1 - s)}{\cosh d s_1}$$

$$+ \Sigma \frac{2 P_0 n \pi \cdot e^{-\alpha t}}{m \beta_n \sqrt{4 d^2 s_1^2 + n^2 \pi^2}} \cos\left(\beta_n t - \tan^{-1} \frac{\alpha + j \omega}{\beta_n} - \tan^{-1} \frac{\beta_n}{r}\right) \cos \frac{n \pi s}{2 s_1}$$

..... (20)

図-2
ε



任意点の応力及び分子速度は (19) 及び (20) で示されるように定常項及び過渡項より成り、時間の経過に従つて過渡項は次第に小になり、やがて定常項のみとなる。外力としての振動力が開始してのち、しばらくはこの両者が重なつて過渡現象を生じ、応力及び分子速度はともに相当大きな振巾を持つことがありうる。しかし一般に、土では式中の α すなわち時間に従つて振幅を減衰させる値は比較的大きいと思われるし、ことに粘土層ではこの過渡現象は速く消えて定常振動に移ることが考えられる。いま、定常状態の圧力振巾の分布を深さについて見れば図-2のごとく地表面に大きく底部に向つて小さくなる傾向を示す。もし土の性質のうちの r 及び g に相当する値がきわめて小さい場合を考えれば、(19) 中の定常項は

$$\sigma_s = P_0 e^{j \omega t} \frac{\cosh j \sqrt{\frac{m}{E}} \omega (s_1 - s)}{\cosh j \sqrt{\frac{m}{E}} \omega \cdot s_1}$$

$$= P_0 e^{j \omega t} \frac{\cos \sqrt{\frac{m}{E}} \omega (s_1 - s)}{\cos \sqrt{\frac{m}{E}} \omega s_1} \dots\dots\dots (21)$$

となり $\sqrt{\frac{m}{E}} \cdot \omega$ の値、すなわち縦波の伝播速度及び外力の

振動数との関係で一端を閉じた管内の空気振動のごとき圧力振巾となる。この場合は底盤よりの反射が重要になる。次にヒズミ振巾については(1)に応力の定常値を代入して

$$-\epsilon = \left[\frac{1}{E} + \frac{g}{j\omega} \right] P_0 e^{j\omega t} \frac{\cosh \Delta(s_1 - s)}{\cosh \Delta s_1} \dots \dots \dots (22)$$

をうる。上式では g を一定としてあるが、ヒズミ振巾が外力の角速度 ω に影響されることがわかる。

(3) 地表面に一定の載荷が与えられる場合

(19) 及び (20) において $\omega=0$ とすれば (図-3 参照)

$$\sigma = \frac{P_0 \cosh \sqrt{rg} (s_1 - s)}{\cosh \sqrt{rg} s_1} - e^{-\alpha t} \Sigma \left\{ \frac{2 P_0 n \pi \sqrt{\frac{E}{m}}}{\beta_n s_1 \sqrt{4 r g s_1^2 + n^2 \pi^2}} \cdot \cos \left(\beta_n t - \tan^{-1} \frac{\alpha}{\beta_n} \right) \right\} \sin \frac{n \pi s}{2 s_1} \dots \dots \dots (23)$$

および

$$\frac{\partial x}{\partial t} = P_0 \sqrt{\frac{g}{r}} \frac{\sinh \sqrt{rg} (s_1 - s)}{\cosh \sqrt{rg} s_1} + e^{-\alpha t} \Sigma \frac{2 P_0 n \pi}{m \beta_n s_1 \sqrt{4 r g s_1^2 + n^2 \pi^2}} \cos \left(\beta_n t - \tan^{-1} \frac{\alpha}{\beta_n} - \tan^{-1} \frac{\beta_n}{r} \right) \cos \frac{n \pi s}{2 s_1} \dots \dots (24)$$

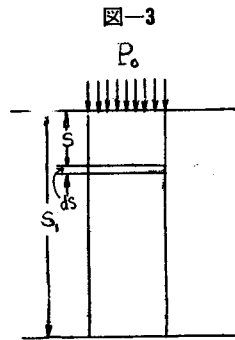


図-3

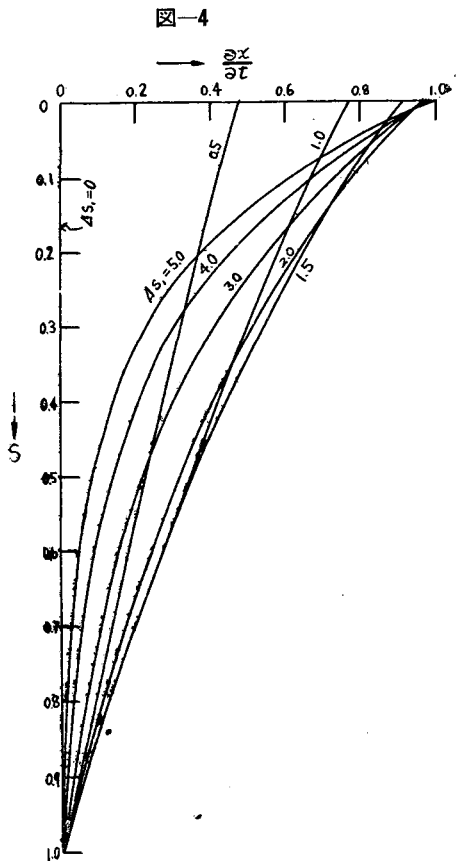


図-4

をうる。

この場合も α が小さいときは過渡項は長く残るのであるが、一般には α は大きい値のものと予想されるから結局定常項が支配的となる。 (24) のそれによつて表わされる値は 図-3.4 のごとくやはり表面に大きく底部に小さい。また (24) の定常項を用いてヒズミを求めれば g を一定として

$$-\epsilon = P_0 \left\{ \frac{1}{E} + gt \right\} \frac{\cosh \sqrt{rg} (s_1 - s)}{\cosh \sqrt{rg} s_1} \dots \dots \dots (25)$$

となり、時間に比例して次第にヒズミは増加し、従つてこのクリープ係数 g は重要な要素となる。

(4) 結 言

以上を要約するに、土の応力と変形の関係 Maxwell の塑性式において、土層の圧密及び振動伝播についての理論的な検討をしたものである。この振動外力については、本文ではこのような力が地表面に等分布しているような状態であるが、実際にはこういう場合は少ないと思われる。しかし取扱いを簡単にするためにまづ一軸的にとつた。いずれにおいても土のクリープ係数や弾性的性質の大小は重要な要素であり、また振動の場合は外力の振動数の影響は大きいものがある。これは岸壁に対する土圧の問題に関連してくるであろう。

参 考 文 献

- 1) Karl Terzaghi : Theoretical soil mechanics, p. 271 その他
- 2) Gregory P. Tschebotarioff : Soil mechanics, foundations, and earth structures, p. 112

- 3) Kari Terzaghi : Soil mechanics in engineering practice, p. 75
- 4) 石井靖丸 : (総括) 大阪の地盤沈下に関する研究 p. 113
- 5) 山口柏樹 : The theory of settlement of visco-elastic soil due to surface loading : Report on researches and investigations, 1953 p. 12 日本土質基礎工学委員会
- 6) 村山朗郎・谷本喜一 : 粘土層振動圧密の理論, 土木学会論文集第19号 p. 12
- 7) 最上武雄他 : 塑性変形の理論と応用 p. 231
- 8) 山口 昇, 最上武雄 : 材料力学 (岩波, 物理学) p. 102

応用力学, 橋梁及び構造物

I形断面の曲りバリの応力度公式とその応用

正 員 大 野 諫*

FORMULA FOR STRESS OF CURVED BEAM WITH I-SECTION AND ITS APPLICATION

(Trans. of JSCE, No. 29, Dec. 1955)

Isamu Ōno, C.E. Member

Synopsis The paper deals with the stress distributions along the diagonal section of curved corner of stiff frame with I-section by the author's formulae for tangential, radial and shearing stress for curved beam.

I. 緒 言

前回には著者の曲りバリの応力度公式を応用して矩形断面の鋼ラーメン隅角部における対角線断面の応力度分布の研究を示したが、今回はさらに進んで実際のI形断面の場合についてのべることにする。

曲りバリの応力度に対する以前の研究はもつぱらいわゆる Solid section に対する切線応力度 (横断面に対する垂直応力度) についてなされたが、近時の研究はI形、またはT形断面にうつてきている。中空円管の半径方向応力度の影響はすでに古く研究されたが¹⁾、I形断面に対する半径応力度に関する研究は比較的新しい。もちろん、例えば Gehler : Rahmen²⁾ においても半径方向応力度の影響に注意し定性的にのべてはあるが、内外両突縁に対する影響が異なるにもかかわらず同じに考えている。I形及びT形断面に対する半径方向応力度の影響としての突縁の撓曲について理論的に初めて研究したのは H. Bleich (1933) であつて³⁾、その結果は Seely-Smith : Advanced Mechanics of Materials の近刊書にも採用掲載されている。

さてI形断面の曲りバリにおいては半径方向応力度にもとづく突縁部の撓曲のほか、突縁部の厚さが大なる場合は突縁自身の局部的撓曲なども存在し、はなはだ複雑であつて矩形断面のごとく簡単ではない。H. Bleich の理論的研究につづいて Kayser 及び Herzog の実験的研究がなされた⁴⁾。しかしこれらは突縁部の撓曲に対するその有効幅の研究がおもな目的であるので、半径方向応力度 σ_r 自身及びセン断応力度 τ の分布については理論的に取扱っていない。すなわち両氏ともI形断面に対する σ_r の一般式を示すことなく、ただ突縁と腹との接点における σ_r の近似式及び τ に対してはなお直バリに対する公式で間に合わせている。しかし曲りバリに対する一般式によらなければ $\max \sigma_r$ や $\max \tau$ の位置並びに大いさは算出できないし、 σ_r の及ぼす内外両突縁に対する影響も精密に理論的にはのべられない。Seely-Smith の近著に σ_r の公式 (著者の公式との関係は前回論文参照) が掲げられているが、I形断面に対する具体的な公式が示されず、またモーメントに対応する項のみとつていので、垂直力やセン断力の σ_r に及ぼす影響が、モーメントに対応する項に対し省略しうることを数量的に説明できない。著者の σ_r の公式は垂直力及びセン断力に対する項ももれなくまとめたものであるから、これによつて Anderson が今後の研究課題の一つとして残した半径方向応力度 σ_r に対する垂直力及びセン断力の影響がI形断面の場合も矩形断面の場合と同様、きわめて小なる値として省略しうることを数字的に明らかにすることができ、従つて実地の計算においては σ_r の公式としては第1項のみとればよく、 σ_r の値も容易に求められることがわかる。

次にセン断応力度 τ に対しては Bach の著書にすでに Grashof の公式として k の係数を用いて表わしたものがあげてあり、最近では Stahlbau に Dr. Ing. Kappus の公式が紹介されてある⁵⁾ が、I形断面に対する具

* 東京都立大学教授, 工学部建設工学部