

応力学, コンクリート, 橋梁及び構造物

複鉄筋コンクリート部材において偏心軸方向力を受ける場合の応力度並びに許容設計について

正員 加賀美 一二三*

ON THE STRESSES AND WORKABLE DESIGN OF DOUBLE REINFORCED CONCRETE MEMBERS SUBJECTED TO ECCENTRIC AXIAL COMPRESSION

(Trans. of JSCE, No. 29, Dec. 1955)
Hifumi Kagami, C.E. Member

Synopsis In this paper, author presents the formulas of the ultimate strength (when tension occurs on a part of section and reinforcements lie in tension zone only) and workable design of double reinforced concrete members, subjected to eccentric axial compression, which have been deduced using the assumptive stress distribution diagrams as treated in the former reports of reinforced concrete beams.

要旨 前報の鉄筋コンクリートバリの応力分布の仮定⁵⁾を、複鉄筋コンクリート部材が偏心軸方向力を受ける場合のコンクリートの応力分布に引用し、塑性破壊(偏心距離大なる場合について)及び許容設計の場合の式を求めたものである。

緒言

本文は軸方向力の作用点が設計断面の心内外に働らく場合について考察することとし、部材のコンクリートの応力分布及び圧縮鉄筋は前報⁵⁾のように、 n 次放物線形並びにコンクリート中の柱材であると仮定し、破壊時の関係式と許容設計式とを求めたものである。

〔I〕複鉄筋コンクリート部材断面において偏心距離小なる軸圧力を受ける場合

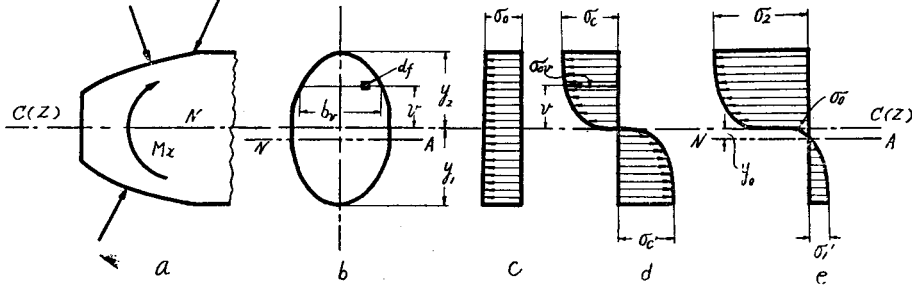
1. 合成応力度の式

(1) 一般部材の場合 部材に図-1(a)のような曲げモーメント M_x と軸方向力 N とが働らいた場合、図-1(c), (d)の応力が誘起され、図-1(e)の応力分布となると仮定する。この場合曲げ応力分布を実応力に近からしめるために n 次放物線としているのであつて、曲げ応力分布を図-1(d)のようにとるとき、 z 軸より v なる距離の曲げ応力度 σ_{cv} は y を図心軸より縁応力までの距離とすれば、 $\sigma_c(v/y)^{1/n}$ である。図-1に示す内応力は部材に働らく M_x 及び N と釣合を保たねばならない。すなわち v なる位置の極微面積 df をとつて考えると、この点に働らく応力は

$$\sigma = \sigma_0 + \sigma_c(v/y)^{1/n} \dots \dots \dots (a)$$

そして df 面上の応力は σdf 、この応力の z 軸に関する1次モーメントは σdfv で、釣合条件より

図-1 部材の応力分布の関係



$$N = \int \{ \sigma_0 + \sigma_c(v/y)^{1/n} \} df \dots \dots \dots (b)$$

$$M_x = \int \{ \sigma_0 + \sigma_c(v/y)^{1/n} \} v df \dots \dots \dots (c)$$

(b)式より $\sigma_0 = N/F$, ここに $F = \int df$: 断面積 $\dots \dots \dots (d)$

* 山口大学教授, 工学部土木工学科

$$(c) \text{ 式より } \sigma_c = M / \int \left(\frac{v}{y} \right)^{\frac{1}{n}} v df \dots \dots \dots (e)$$

図心軸より下側の σ_c' は (e) 式の値が負値となればよい。従つて (d), (e) 式の値を (a) 式に代入すると、
 図-1 (e) の σ, σ' の式がえられる。

$$\sigma, \sigma' = N/F \pm \left\{ M / \int \left(\frac{v}{y} \right)^{\frac{1}{n}} v df \right\} \left(\frac{v}{y} \right)^{\frac{1}{n}} \dots \dots \dots (1)$$

縁応力は

$$\sigma_2, \sigma_1' = N/F \pm M / \int \left(\frac{v}{y} \right)^{\frac{1}{n}} v df \dots \dots \dots (2)$$

(2) 矩形部材の場合 矩形部材において、 b を幅、 y_1, y_2 を断面図心軸よりの下、上縁端までの距離、 ν_1, ν_2 を図心軸より考へている df_1, df_2 までの距離とすると、(1), (2) 式第2項の分母値は

$$\int \left(\frac{v}{y} \right)^{\frac{1}{n}} v df = b \nu (y_1^2 + y_2^2) \dots \dots \dots (3)$$

ただし圧縮、引張側の応力分布次数がそれぞれ n', n'' に異なる場合は

$$\int \left(\frac{v}{y} \right)^{\frac{1}{n}} v df = \nu_2 y_1 F_1 + \nu_1 y_2 F_2 \dots \dots \dots (4)$$

ここに $F_1 = b y_1$, $F_2 = b y_2$, $\nu_1 = n' / (2n' + 1)$, $\nu_2 = n'' / (2n'' + 1)$

ゆゑに一般応力は

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= N/F + \left\{ M / (\nu_2 y_1 F_1 + \nu_1 y_2 F_2) \right\} \left(\frac{v}{y_2} \right)^{\frac{1}{n''}} \\ \sigma' &= N/F - \left\{ M / (\nu_2 y_1 F_1 + \nu_1 y_2 F_2) \right\} \left(\frac{v}{y_1} \right)^{\frac{1}{n''}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

縁応力は $\sigma_2, \sigma_1' = N/F \pm M / (\nu_2 y_1 F_1 + \nu_1 y_2 F_2) \dots \dots \dots (6)$

鉄筋コンクリート部材となれば、図心軸より縁応力までの距離 y_1, y_2 が鉄筋断面積を加へて計算されるのであるから、(6) 式中の F, F_1 及び F_2 は鉄筋面積をコンクリート面積に換算した等価断面積を採用すればよいことは従来の計算式と同様と考へられる。

矩形部材の場合の図心軸と中立軸との距離を y_0 とすると、(5) 式の σ' が0のときの ν であるから

$$y_0 = \{ (\nu_2 y_1 F_1 + \nu_1 y_2 F_2) / F_e \}^{n''} y_1 \dots \dots \dots (7)$$

(3) T形部材の場合 T形部材において、突縁幅を b 、腹部幅を b_0 、断面図心軸より突縁上、下端までの距離を y_2, y_2' 、腹部下端までの距離を y_1 とすると、(1), (2) 式第2項の分母値は

$$\int \left(\frac{v}{y} \right)^{\frac{1}{n}} v df = \nu \{ b_0 y_1^2 + b y_2^2 - (b - b_0) y_2'^2 \} \dots \dots \dots (8)$$

圧縮、引張側の応力分布次数がそれぞれ n', n'' の場合には前項と同様に

$$\int \left(\frac{v}{y} \right)^{\frac{1}{n}} v df = \nu_2 y_1 F_1 + \nu_1 y_2 F_2 - \nu_1 y_2' F_3 \dots \dots \dots (9)$$

ここに、 $F_1 = b_0 y_1$, $F_2 = b y_2$, $F_3 = (b - b_0) y_2'$, ν_1, ν_2 は前項と同じ。

ゆゑに一般応力は

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= N/F + \left\{ M / (\nu_2 y_1 F_1 + \nu_1 y_2 F_2 - \nu_1 y_2' F_3) \right\} \left(\frac{v}{y_2} \right)^{\frac{1}{n''}} \\ \sigma' &= N/F - \left\{ M / (\nu_2 y_1 F_1 + \nu_1 y_2 F_2 - \nu_1 y_2' F_3) \right\} \left(\frac{v}{y_1} \right)^{\frac{1}{n''}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

縁応力は

$$\sigma_2, \sigma_1' = N/F \pm M / (\nu_2 y_1 F_1 + \nu_1 y_2 F_2 - \nu_1 y_2' F_3) \dots \dots \dots (11)$$

この場合も、鉄筋コンクリートの場合には、 F, F_1 及び F_2 は等価断面積を採用するものである。

またT形部材の y_0 は (10) 式の σ' より

$$y_0 = \{ (\nu_2 y_1 F_1 + \nu_1 y_2 F_2 - \nu_1 y_2' F_3) / F_e \}^{n''} y_1 \dots \dots \dots (12)$$

2. 複鉄筋コンクリート部材断面における図心軸並びに心半径

偏心距離小なる場合には許容設計の場合のみを考へることにする。鉄筋コンクリート部材中の圧縮鉄筋は、複鉄筋コンクリートパリの圧縮鉄筋と同様に考へられ、 σ_s' をコンクリートの圧縮応力 σ_c が誘起される場合の

長柱としての鉄筋の圧縮応力とすると、座屈の場合の関係が許容応力の場合にも成立するものと仮定する。すなわち $\sigma_s' = \kappa_a \tau_a \sigma_c$, κ_a : 長柱係数 0.85⁹⁾, $\tau_a = \sigma_s / \sigma_c$ を採用する。この場合矩形, T形部材のみについて考える。

(1) 矩形部材断面

(a) 不对称鉄筋を有する場合: この場合の断面及び応力分布の関係は 図-2 とする。図-2 の等価断面積は $F = A_{ia} = bh + \kappa_a(\tau_a - 1)(A_s + A_s')$ で、縁応力面より等価断面積の図心線 G-G までの距離は

$$U_a = y_2 = \{bh^2/2 + \kappa_a(\tau_a - 1)(A_s d + A_s' d')\} / \{bh + \kappa_a(\tau_a - 1)(A_s + A_s')\} \dots (13)$$

(b) 対称鉄筋を有する場合: 等価断面積は $F = A_{ia} = bh + 2\kappa_a(\tau_a - 1)A_s$ で、縁応力面より等価断面積図心線 G-G までの距離は

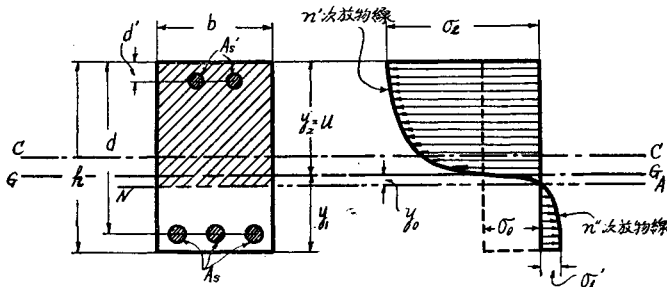
$$U_a = y_2 = \{bh^2/2 + \kappa_a(\tau_a - 1)A_s(d + d')\} / \{bh + 2\kappa_a(\tau_a - 1)A_s\} \dots (14)$$

ここに, A_{ia} : 許容設計の場合の等価断面積

U_a : 許容設計の場合の G-G 線までの距離

b, h, d, d', A_s, A_s' : 図-2 中の記号

図-2 不对称矩形断面の応力分布関係



(2) T形部材断面 等価断面積は $F = A_{ia} = bt + b_0(h - t) + \kappa_a(\tau_a - 1)(A_s + A_s')$ で、縁応力面より等価断面積の図心線 G-G までの距離は

$$U_a = y_2 = [bt^2/2 + \{b_0(h - t)(h + t)\}/2 + \kappa_a(\tau_a - 1)(A_s d + A_s' d')] / \{bt + b_0(h - t) + \kappa_a(\tau_a - 1)(A_s + A_s')\} \dots (15)$$

ここに, A_{ia}, U_a は前項と同じ, b, t, h, d, d', A_s 及び A_s' は一般複鉄筋コンクリート T形バリ断面⁹⁾ の場合の記号である

(3) 心半径

(a) 矩形部材断面: (6) 式の σ_1' が 0 になったときの偏心距離 e は心半径 r_K であるから

$$r_K = (\nu_2 y_1 F_1 + \nu_1 y_2 F_2) / F \dots (16)$$

(b) T形部材断面: (11) 式の σ_1' が 0 になったときの偏心距離 e は心半径 r_K であるから

$$r_K = [\nu_2 y_1 F_1 + \nu_1 y_2 F_2 - \nu_1 y_2' F_3] / F \dots (17)$$

ここに, 式中の記号は (6), (11) 式の場合と同じである。

計算例: 許容設計において, 図-3 の不对称複鉄筋コンクリート矩形断面に, $N = 100t$ を受ける場合の応力関係を求めよ。ただし, $\sigma_s = 1200 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_c = 45 \text{ kg/cm}^2$ とする。この場合圧縮, 引張側の応力分布はそれぞれ 1.5, 5 次放物線とする。この場合, $\nu_1 = 0.375$ (1.5 次), $\nu_2 = 0.454$ (5 次), $\tau_a = 26.7$, $\kappa_a = 0.85$ とする。

$U_a = y_2 = 58.7 \text{ cm}$, $y_1 = h - U_a = 41.3 \text{ cm}$, $e = 31.7 \text{ cm}$, $F = 5750 \text{ cm}^2$, $F_1 = 2980 \text{ cm}^2$, $F_2 = 2767 \text{ cm}^2$ となり, (6) 式より $\sigma_c = 44.3 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_c' = -9.5 \text{ kg/cm}^2$, (7) 式より, $y_0 = 4.67 \text{ cm}$, (16) 式より, $r_K = 20.5 \text{ cm} < 31.7 \text{ cm}$ 。

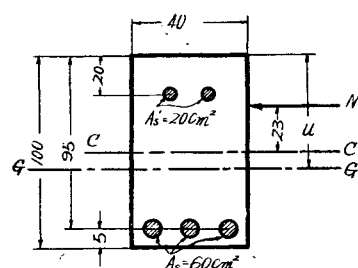
この問題を照査のため一般公式によりこれらの数値を求めると

$U_a = 55.9 \text{ cm}$, $y_1 = 44.1 \text{ cm}$, $A_i = 5200 \text{ cm}^2$, $I_i = 5.24 \times 10^6 \text{ cm}^4$, $e = 28.9 \text{ cm}$ となり, $\sigma_c = 50.0 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_c' = -5.1 \text{ kg/cm}^2$, $y_0 = 34.9 \text{ cm}$, $r_K = 22.9 \text{ cm} < 28.9 \text{ cm}$ 。

(II) 複鉄筋コンクリート部材断面において偏心距離大なる軸圧力を受ける場合

(2) 式の σ_1' が許容値を超過する場合であり, N の作用点が断面の心外となる。コンクリートの引張応力, 圧

図-3 設計矩形仮定断面



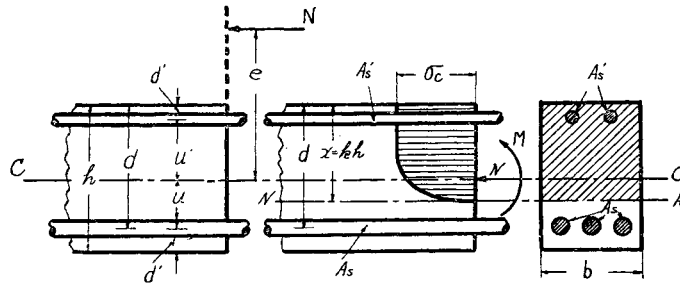
縮鉄筋によるコンクリート断面面積の減少を無視し、本篇にて仮定するコンクリート圧縮側の応力分布形は、図一(e)の形との差が塑性破壊の場合において約5%以下と考えられるので、これも無視して応力関係を吟味する。この場合矩形、T形部材についてのみ考える。

1. 複鉄筋コンクリート矩形断面

(1) 塑性破壊の場合

(a) 応力関係：軸方向力 N が断面の心外に働らく場合の関係を 図-4 とする。いま A_s, A_s' を引張、圧縮鉄筋断面積、 σ_s, σ_s' をその応力度、 σ_c をコンクリートの圧縮応力度、 $\mu = n/(n+1)^6$ 、 n を放物線次数とすると、コンクリートに働らく全圧縮力 $C = \mu x \sigma_c b$ 、圧縮鉄筋に働らく全圧縮力 $C' = \sigma_s' A_s'$ 、引張鉄筋に働らく全引張力 $T = \sigma_s A_s$ となり、圧縮及び引張鉄筋断面の図心に関する1次モーメントの平衡より

図-4 軸方向力心外作用の場合の応力関係



$$M_s' = N(e - u') = \sigma_s A_s (h - 2d') - \mu x \sigma_c b (\nu x - d') \dots\dots\dots (a)$$

$$M_s = N(e + u) = \sigma_s' A_s' (h - 2d') + \mu x \sigma_c b (h - d' - \nu x) \dots\dots\dots (b)$$

(a) 式は $Ne = \sigma_s A_s (h - 2d') - \mu x \sigma_c b (\nu x - d') + Nu'$ (18)

(b) 式は $Ne = \sigma_s' A_s' (h - 2d') + \mu x \sigma_c b (h - d' - \nu x) - Nu$ (19)

一般に $u \approx u'$ と仮定されるから、(18)、(19) 式の関係より、

$$x = \{(\sigma_s A_s - \sigma_s' A_s') (h - 2d') + 2Nu\} / \mu b \sigma_c (h - 2d') \dots\dots\dots (20)$$

(20) 式中、 $h - 2d' \approx 2u$ 、 $p = A_s / bh$ 、 $p' = A_s' / bh$ 及び $\sigma_s' = \kappa \sigma_s$ とし、 $x = kh$ とすると

$$k = r(p - \kappa p') / \mu + N / \mu \sigma_c bh \dots\dots\dots (21)$$

いま (18) 式中に (21) 式の k を代入すると

$$M = 2pbhu \sigma_s - \{ \nu \sigma_c r^2 (p - \kappa p')^2 bh^2 \} / \mu - \{ 2\nu r h N (p - \kappa p') \} / \mu - \nu N^2 / \mu b \sigma_c + r \sigma_c (p - \kappa p') bh d' + Nd' + Nu$$

式中、 $\sigma_s = \eta \sigma_{sy}$ 、 σ_{sy} は鉄筋の引張降伏点応力、 η はその実応力修正係数、 σ_{cy} をコンクリートの圧縮極限応力度、 μ を μ_u, ν^6 {これは $n/(2n+1)$ } を ν_u, κ^6 (これは長柱係数) を κ_u, r^6 $= \eta r_y, r_y = \sigma_{sy} / \sigma_{cy}$ とすれば塑性破壊の場合と考えられ、これより η を求めると

$$\eta = \{ B \pm (B^2 - 4AC)^{1/2} \} / 2A \dots\dots\dots (22)$$

式中、 $A = \nu_u r_y^2 \sigma_{cy} (p - \kappa_u p')^2 bh_u^2$

$$B = 2\mu_u p \sigma_{sy} ubh_u - 2\nu_u r_y h_u N (p - \kappa_u p') + \mu_u r_y \sigma_{cy} (p - \kappa_u p') d' bh_u$$

$$C = \mu_u M + \nu_u N^2 / b \sigma_{cy} - \mu_u Nd' - \mu_u Nu$$

ここに、 h_u は破壊時の部材断面の高さ、 $\kappa_u = 0.65$ 、 $\mu_u = 0.834$ 、 $\nu_u = 0.454$

計算例： $b = 50$ cm、 $h_u = 72$ cm、 $d' = 4$ cm、 $A_s = 228$ cm²、 $p = 0.643\%$ 、 $A_s' = 11.4$ cm²、 $p' = 0.322\%$ 、 $\sigma_{sy} = 2400$ kg/cm²、 $\sigma_{cy} = 210$ kg/cm²、 $r_y = 10.4$ 、 $u = u' = 32$ cm にて、 $N = 8$ t、 $M = 2030$ tcm をうけるときの η を求めよ。

(22) 式より、 $A = 50.1 \times 10^3$ 、 $B = 30.5 \times 10^5$ 、 $C = 14.5 \times 10^5$ となり、 $\eta = 0.30$ 、ゆえに破壊時に鉄筋の応力には余裕のあることを示す。

(b) 塑性時の部材断面：この部材が一般応力をうけている場合には、ある断面の内力と外力との関係より次式がえられる。軸方向力及び C-C 軸についての1次モーメントは

$$N = \mu x \sigma_c b + \sigma_s' A_s' - \sigma_s A_s \dots\dots\dots (c)$$

$$M = \mu x \sigma_c b (h/2 - \nu x) + \sigma_s' A_s' u' + \sigma_s A_s u \dots\dots\dots (d)$$

塑性破壊の場合には (c)、(d) 式中に η を加味した式をたてればよい。すなわち

$$N = \mu_u x_u b \sigma_{cy} - \eta \sigma_{sy} (A_s - \kappa_u A_s') \dots\dots\dots (23)$$

$$h_u = \{N + \eta \sigma_{sy} (A_s - \kappa_u A_s')\} / \mu_u k_u b \sigma_{cy} \dots\dots\dots (23)'$$

$$M = \mu_u x_u b \sigma_{cy} (h_u / 2 - \nu_u x_u) + \eta \sigma_{sy} (A_s u + \kappa_u A_s' u') \dots\dots\dots (24)$$

$$h_u = [\{M - \eta u \sigma_{sy} (A_s + \kappa_u A_s')\} / \mu_u k_u b \sigma_{cy} (0.5 - k_u \nu_u)]^{1/2} \dots\dots\dots (24)'$$

式中、 κ_u, μ_u, ν_u は前項と同値、 η は (22) 式により求め、 $k_u = \eta \tau_y (p - \kappa_u p') / \mu_u + N / \mu_u b h_u \sigma_{cy}$ による。

(2) 塑性の場合を考慮した許容設計の場合

許容設計は (23)', (24)' 式中の η を 1 とおき、前報⁶⁾ のように 1.5 次放物線応力分布と仮定し、安全率を加えて整理した式を求めればよいと考えられる。すなわち

$$h_a = \{N + (A_s - \kappa_a A_s') \sigma_s\} / \mu_a k_a b \sigma_c \dots\dots\dots (25)$$

$$h_a = [\{M - u \sigma_s (A_s + \kappa_a A_s')\} / \mu_a k_a b \sigma_c (0.5 - k_a \nu_a)]^{1/2} \dots\dots\dots (26)$$

式中、 h_a は許容設計の場合の部材断面の高さ、 $\kappa_a = 0.85^6)$ 、 $\mu_a = 0.60^6)$ 、 $\nu_a = 0.375^6)$ 及び $k_a = \tau_a (p - \kappa_a p') / \mu_a + N / \mu_a b h_a \sigma_c$ による。

計算例：仮定部材断面寸法並びに働らく力は前問と同じで $\sigma_s = 1200 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\sigma_c = 70 \text{ kg/cm}^2$ のとき、部材断面を設計計算せよ。

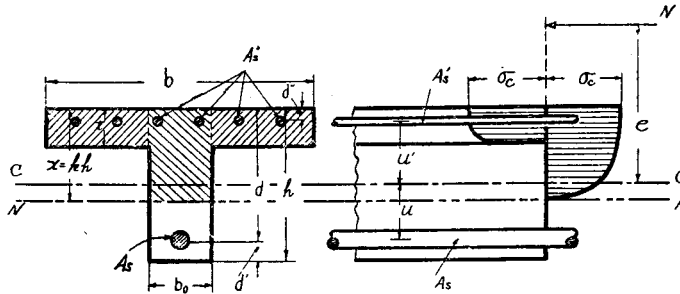
$k_a = 0.166$ 、(25) 式によれば $h_a = 67.9 < 72 \text{ cm}$ 、(26) 式によれば $h_a = 71.5 \text{ cm} < 72 \text{ cm}$ となり、ともに仮定値 72 cm を満足する値である。

2. 複鉄筋コンクリート T 形断面

(1) 塑性破壊の場合

(a) 応力関係：軸方向力が部材断面の心外に働らく場合の関係を 図-5 とする。いま $A_s, A_s', \sigma_s, \sigma_s', \sigma_c, C$ 及び T の記号を 1 の場合と同様とすると、この場合も 1 の場合と同様 M_s, M_s' は

図-5 軸方向力心外作用の場合の応力関係



$$M_s' = N(e - u') = \sigma_s A_s (h - d' - d'') - \mu' \sigma_c (b - b_0) t (t/2 - d') - \mu b_0 x \sigma_c (\nu x - d') \dots\dots\dots (e)$$

$$M_s = N(e + u) = \sigma_s' A_s' (h - d' - d'') + \mu' \sigma_c (b - b_0) t (h - d' - t/2) + \mu b_0 x \sigma_c (h - d' - \nu x) \dots\dots\dots (f)$$

(e), (f) 式は

$$Ne = \sigma_s A_s (h - d' - d'') - \mu' \sigma_c (b - b_0) t (t/2 - d') - \mu b_0 x \sigma_c (\nu x - d') + Nu' \dots\dots\dots (27)$$

$$Ne = \sigma_s' A_s' (h - d' - d'') + \mu' \sigma_c (b - b_0) t (h - d' - t/2) + \mu b_0 x \sigma_c (h - d' - \nu x) - Nu \dots\dots\dots (28)$$

一般に $d'' = d'$ 、 $u = u'$ と仮定されるから、(27), (28) 式の関係より x を求めると

$$x = \{N + \sigma_s A_s - \sigma_s' A_s' - \mu' \sigma_c (b - b_0) t\} / \mu b_0 \sigma_c \dots\dots\dots (29)$$

(29) 式中、 $p = A_s / bh$ 、 $p' = A_s' / bh$ 、 $\sigma_s' = \kappa \sigma_s$ 及び $x = kh$ とすると

$$k = N / \mu b_0 h \sigma_c + \tau (p - \kappa p') b / \mu b_0 - \mu' (b - (b - b_0) t / \mu b_0 h) \dots\dots\dots (30)$$

いま (27) 式中に (30) 式を代入すると

$$M = [\sigma_s A_s (h - 2d') \mu b_0 \sigma_c - \mu' \sigma_c (b - b_0) t (t/2 - d') \mu b_0 \sigma_c + Nu \mu b_0 \sigma_c - \nu N^2 - \sigma_c^2 \nu h^2 \{\tau (p - \kappa p') b\}^2 - \sigma_c^2 \nu \{\mu' (b - b_0) t\}^2 + 2 \sigma_c^2 \nu h \tau (p - \kappa p') b \mu' (b - b_0) t + 2 \nu \mu' (b - b_0) t \sigma_c N - 2 \nu h \tau (p - \kappa p') b \sigma_c N + \mu b_0 d' \sigma_c N + \mu \tau (p - \kappa p') b d_0 h d' \sigma_c^2 - \mu \mu' (b - b_0) b_0 t d' \sigma_c^2] / \mu b_0 \sigma_c$$

1. の場合と同様、 η を鉄筋の実応力修正係数として上式について計算すると

$$\eta = \{B \pm (B^2 - 4AC)^{1/2}\} / 2A \dots\dots\dots (31)$$

式中 $A = \nu_u \{\sigma_{sy} (p - \kappa_u p') b h_u\}^2$

$$B = \mu_u(h_u - 2d')b_0A_s\sigma_{cy}\sigma_{sy} + 2\nu_u\mu_u(p - \kappa_u p')b(b - b_0)t h_u\sigma_{cy}\sigma_{sy} - 2\nu_u(p - \kappa_u p')b h_u\sigma_{sy}N$$

$$+ \mu_u(p - \kappa_u p')b b_0 h_u d \sigma_{cy}\sigma_{sy}$$

$$C = \mu_u' \mu_u (b - b_0) b_0 t (t/2 - d') \sigma_{cy}^2 - \mu_u b_0 u \sigma_{cy} N + \nu_u N^2 + \nu_u \{ \mu_u' (b - b_0) t \}^2 \sigma_{cy}^2$$

$$- 2\nu_u \mu_u' (b - b_0) t \sigma_{cy} N - \mu_u b_0 d' \sigma_{cy} N + \mu_u' \mu_u (b - b_0) t b_0 d' \sigma_{cy}^2 + \mu_u b_0 \sigma_{cy} M$$

ここに、 κ_u, μ_u, ν_u は前項に同じ、 μ_u' はハリ⁶⁾の場合の(31)式による η' を求め、 k_u を計算し、 $x_u = k_u d_u$ より $x_1 = x_u - t$ を求め、この x_1 に対する放物線次数 n' を図-15⁶⁾より求め、 $n'/(n'+1)$ にて計算する。

計算例： $b=90$ cm, $b_0=50$ cm, $h_u=85$ cm, $d'=d''=6$ cm, $t=16$ cm, $A_s=80.5$ cm², $p=0.0105$, $A_s'=32$ cm², $p'=0.00418$ なるT形部材断面が、 $N=20$ t, $M=68$ tmを受けるときの η を計算せよ。ただし $\sigma_{sy}=2400$ kg/cm², $\sigma_{cy}=140$ kg/cm²とする。この場合 $\mu_u' \approx \mu_u = 0.834$ と考えられ

$$A = 9.26 \times 10^9, B = 94.3 \times 10^9, C = 40.3 \times 10^9, \eta = 1.0$$

(b) 塑性時の部材断面：1.の場合と同様にして

$$N = \mu_u' t (b - b_0) \sigma_{cy} + \mu_u k_u b_0 \sigma_{cy} h_u - \eta \sigma_{sy} (A_s - \kappa_u A_s') \dots\dots\dots (32)$$

$$h_u = \{ N - \mu_u' t (b - b_0) \sigma_{cy} + \eta \sigma_{sy} (A_s - \kappa_u A_s') \} / \mu_u k_u b_0 \sigma_{cy} \dots\dots\dots (32)'$$

$$M = \mu_u' t \sigma_{cy} (b - b_0) (h_u/2 - t/2) + \mu_u \sigma_{cy} k_u b_0 (0.5 - \nu_u k_u) h_u^2 + \eta \sigma_{sy} (A_s u + \kappa_u A_s' u') \dots\dots\dots (33)$$

$$h_u = \{ -B \pm (B^2 + 4AC)^{1/2} \} / 2A \dots\dots\dots (33)'$$

式中、 $A = \mu_u \sigma_{cy} k_u b_0 (0.5 - \nu_u k_u)$

$$B = \mu_u' t \sigma_{cy} (b - b_0) / 2$$

$$C = \mu_u' t \sigma_{cy} (b - b_0) t / 2 - \eta \sigma_{sy} (A_s u + \kappa_u A_s' u') + M$$

ここに、 κ_u, μ_u, ν_u は前項と同じ、 μ_u' は本項(1)の場合と同じ、 η は(31)式により求め、 k_u は(30)式を塑性の場合とした $k_u = N / \mu_u b_0 h_u \sigma_{cy} + \eta \sigma_{sy} (p - \kappa_u p') b / \mu_u b_0 - \mu_u' (b - b_0) t / \mu_u b_0 h_u$ による。

(2) 塑性の場合を考慮した許容設計の場合

この場合は(1)の場合と同様に(32)',(33)'式関係より

$$h_a = \{ N - \mu_a' t (b - b_0) \sigma_c + \sigma_s (A_s - \kappa_a A_s') \} / \mu_a k_a b_0 \sigma_c \dots\dots\dots (34)$$

$$h_a = \{ -B \pm (B^2 + 4AC)^{1/2} \} / 2A \dots\dots\dots (35)$$

式中、 $A = \mu_a \sigma_c k_a b_0 (0.5 - \nu_a k_a)$

$$B = \mu_a' t \sigma_c (b - b_0) / 2$$

$$C = \mu_a' t \sigma_c (b - b_0) t / 2 - \sigma_s (A_s u + \kappa_a A_s' u') + M$$

ここに、 κ_a, μ_a, ν_a は(1)の場合と同様であり、 μ_a' は複鉄筋コンクリートハリ⁶⁾の許容設計の場合の $k_a = r(p - \kappa_a p') / \mu_a$ にて k_a を求め、 $x_a = k_a h_a$ より $x_1 = x_a - t$ を求め、この x_1 に対する放物線次数 n' を図-15⁶⁾より求め、 $n'/(n'+1)$ にて μ_a' を計算し、 k_a は $k_a = N / \mu_a b_0 h_a \sigma_c + r \sigma_s (p - \kappa_a p') b / \mu_a b_0 - \mu_a' (b - b_0) t / \mu_a b_0 h_a$ による。

計算例：問題は前項の η の計算例と同じ。 $\sigma_s = 1200$ kg/cm², $\sigma_c = 45$ kg/cm²なるとき部材断面高を求めよ。

$\mu_a' = 0.933$, $k_a = 0.476$, $k_a h_a = 40.6 > 16$ cm, (34)式より $h_a = 75.9$ cm < 85 cm, (35)式より $h_a = 77.4$ cm < 85 cmとなり、ともに仮定値85 cmを満足する値である。

結 言

複鉄筋コンクリート部材において偏心軸方向力の作用する場合について考察したもので、単鉄筋コンクリート部材については複鉄筋コンクリート部材の特別の場合として容易に応用でき、また軸方向力の偏心距離小なる場合長柱部材の計算にあつては、長柱係数を加味すればよいと考えられる。そして本文によるように弾性比 n を用いず実際応力により近い場合の計算として、一般公式の場合より合理的であり、許容設計計算はかなり容易であるといえると思う。

終りに本文は文部省科学研究費の補助によつて行つた研究の一部であることを記して感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) C.S. Whitney -- "Design of Reinf. Conc. Members under Flexure or Combined Flexure and Direct Compression", ACI, 1937
- 2) H.E. Wessman : "Reinf. Conc. Column under Combined Compr. and Bending", ACI, 1946
- 3) B.M. Backhoun : "Normal Stresses in Reinf. Conc. Sections under Unsymmetrical Bending", ACI, 1948

- 4) E. Hongnestad: "Inelastic Behavior in Tests of Eccentrically Loaded Short Reinf. Conc. Columns", ACI, 1952
- 5) H.J. Cowan: "Ultimate Strength Design of Rectangular Reinf. Conc. Beams with Compr. Steel", CE & PWR, 1952
- 6) 著者: "鉄筋コンクリート梁の破壊強度並びに許容設計に関する研究", 土木学会論文集 19号, 1954

応用力学, 軌道

軌道の振動特性についての理論解

正員 佐藤 裕*

SOME THEORETICAL SOLUTIONS ON THE VIBRATIONAL PROPERTY OF RAILWAY TRACK

(Trans. of J.S.C.E No. 29 Dec. 1955)

Yutaka Satō, C.E. Member

Synopsis The purpose of this paper is to examine the vibrational response of railway track and to know about principal factors controlling its property on the track-model as much simplified as possible within such limits that the property is essentially retained. Some theoretical solutions are derived by means of transfer function and stiffness matrix.

要 旨 軌道の振動特性をその本質を失わぬ限度でできるだけ簡単化した模型について求めることおよびその特性を制御するためのおもな因子について知ることを目的として伝達函数および剛さマトリックスを用いて得られた理論解を示したものである。

1. 緒 言

軌道はまくら木、道床および路盤などの力学的性質の明らかでないものから構成されているので、これについて動力学的理論解を求めるためには大きい仮定を入れて理想化を行わねばならない。軌道についてはこの理想化された模型が実際とへだたる度合が他の構造物の場合より大きいので、常に応力解析の実験によりつつ理論を組み立ててゆかねばならない。

理論は現象を制御するために必要な指針を示すのが第一の任務であるから、われわれは軌道のいかなる性質を制御しようとするかをまづ決めなければならない。軌道の動力学的問題の一つは車輪がレールをたたく衝撃力についてであつて、おもに接触点付近の衝撃波を扱わねばならない。他の一つは軌道各部に誘起される振動の成因と防振の問題であつて、ここで扱うのはもつぱら後者についてである。

2. 伝達函数による振動特性の解

2.1 連続弾性支持のレールのタワミ レールが連続的に分布した線型バネで支持されたものとするのが軌道を扱うときの従来の模型である。これの解はよく知られているように次のとおりである。

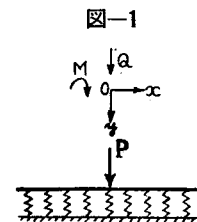
図-1 に示すように座標をとり x 軸上にあるレール上で原点に y 軸方向の外力が作用したときのレールのタワミの方程式は

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + ky = 0 \dots \dots \dots (1)$$

となる。ここで

EI : レールの曲げ剛さ, k : 支持のバネ係数, P : 外力, とする。無限長レールについての境界条件からタワミ y , 傾斜 θ , モーメント M およびせん断力 Q は

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{P}{8EI\beta^3} e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x), \quad \theta = \frac{dy}{dx} = -\frac{P}{4EI\beta^2} e^{-\beta x} \sin \beta x \\ M &= -EI \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{P}{4\beta} e^{-\beta x} (\cos \beta x - \sin \beta x), \quad Q = EI \frac{d^3 y}{dx^3} = \frac{P}{2} e^{-\beta x} \cos \beta x \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$



* 国有鉄道技師, 鉄道技術研究所軌道研究室