

# 合成桁の対傾構と床版の荷重分布作用について

正員 田原保二\*  
准員 杓掛哲男\*\*

## ON THE LOAD DISTRIBUTIONS BY SWAY BRACINGS AND SLAB OF COMPOSITE GIRDERS

(Trans. of JSCE, No. 29, Dec. 1955)

Yasuji Tahara, C.E. Member, Tetsuo Kutsukake, C.E. Assoc. Member

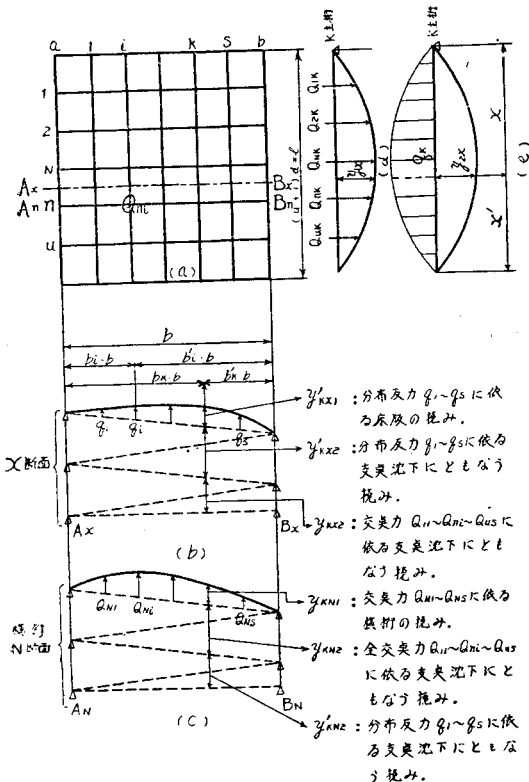
**Synopsis** The authors induced the formulas of load distributions by sway bracings and slab of composite girders, using the method of calculating grillage beams. In this case, the sway bracings are assumed cross beams and the slab is assumed continuous cross beams along the bridge axis. Further the authors compared this calculated result with the value by experiment of Yoneshiro Bridge and pointed out this method is rational.

**要旨** 荷重分布横桁がある場合の格子構造としての計算はすでに Leonhardt, Homberg, Tischer 等により, また床版のみの荷重分布作用については Newmark, 成岡, 大村氏等によつて取り扱われているが, 実際の橋梁ではこの両方の影響が考慮されるべきで, 本文はこの近似解法について述べ, 米白橋合成桁の実験結果と比較したものである。

### I. 緒言

合成桁では支間方向に対して床版と主桁を合成するのであるが, 同時に横方向に対してもほぼ合成されるので対傾構とその上部の共同する床版を考慮するときはかなり大きな剛度を有するからこれを荷重分布横桁とみなすことができる。この荷重分布横桁と床版とはいかなる割合で荷重を分布するかははなはだ興味深いものがある。

図-1



著者等は横桁と主桁との交点に作用する交点力, 荷重, タワミをフーリエ級数で表わし, 床版を微小巾の横桁が連続するものとして計算を進めた。

### II. 公式の誘導

- $E_s$ : 主桁材料の弾性係数
- $E_c$ : 床版材料の弾性係数
- $E_b$ : 横桁材料の弾性係数
- $I_s$ : 主桁の慣性モーメント
- $I_b$ : 横桁の慣性モーメント
- $I_c$ : 単位巾の床版慣性モーメント
- $l$ : 主桁のスパン長
- $b$ : 外側主桁の間隔

また公式の誘導に当つて次の仮定を設ける。

1. 各主桁の慣性モーメントは全長を通じて一定とする。
2. 荷重は主桁上のみ作用する。

$n$  番目の横桁と  $i$  番目の主桁との交点力を  $Q_{ni}$  で示し  $i$  番目の主桁の分布反力を  $q_i$  で示す。

いま右支点より  $x$  なる断面の主桁のタワミと床版のタワミとが等しいという条件から分布反力  $q$  を荷重  $P$  及び交点力  $Q$  で表わしてみよう。

主桁  $K$  には (図-1 (d), (e) 参照) 集中荷重

$$Q_K = \sum_{n=1}^u Q_{nK}$$

$$= \sum_{n=1}^u \sum_{m=1,2,3,\dots} \frac{2Q_{nK}}{l} \sin \frac{m\pi nd}{l} \sin \frac{m\pi x}{l} \dots\dots\dots(1)$$

分布荷重  $q_K = \sum_{m=1,2,3,\dots} q_{mK} \sin \frac{m\pi x}{l} \dots\dots\dots(2)$

が作用する。

タワミ  $y$  と荷重  $Q, q$  との間には次の関係がある。

$$Q = EI \frac{d^4 y_1}{dx^4} \quad q = EI \frac{d^4 y_2}{dx^4}$$

従つて

$$y_1 = \frac{l^4}{\pi^4 E_s I_{sK}} \sum_{n=1}^u \sum_{m=1,2,3,\dots} \frac{1}{m^4} \frac{2Q_{nK}}{l} \sin \frac{m\pi nd}{l} \sin \frac{m\pi x}{l} \dots\dots\dots(3)$$

$$y_2 = \frac{l^4}{\pi^4 E_s I_{sK}} \sum_{m=1,2,3,\dots} \frac{1}{m^4} q_{mK} \sin \frac{m\pi x}{l} \dots\dots\dots(4)$$

となる。

K 主桁上の床版のタワミは (図-1 (b) 参照)  $A_x, B_x$  を支点沈下のない単純梁とした場合の分布反力  $q_1 \sim q_s$  による  $y'_{Kx1}$  と分布反力  $q_1 \sim q_s$ , 交点力  $Q_{11} \sim Q_{ni} \sim Q_{us}$  による支点  $A_x, B_x$  の沈下にもなう  $y'_{Kx2}, y_{Kx2}$  の和で現わされる。

$$y'_{Kx1} = - \sum_{i=1}^s \frac{b^3}{E_c I_c} x_{Ki} \sum_{m=1,2,3,\dots} q_{mi} \sin \frac{m\pi x}{l} \dots\dots\dots(5)$$

ただし  $x_{Ki} = \begin{cases} \frac{b_K b_i'}{6} (1 - b_K^2 - b_i'^2), & b_K + b_i' \leq 1 \text{ のとき} \\ \frac{b_K' b_i}{6} (1 - b_K'^2 - b_i^2), & b_K + b_i \geq 1 \text{ のとき} \end{cases}$

$y'_{Kx2}$ : 分布反力  $q_i$  による支点  $A, B$  の反力は  $q_i b_i', q_i b_i$  である。従つて支点  $A_x, B_x$  における  $q_i$  によるタワミは (4) 式を用いて

$$y_{Ai} = -b_i' \frac{l^4}{\pi^4 E_s I_{sA}} \sum_{m=1,2,3,\dots} \frac{1}{m^4} q_{mi} \sin \frac{m\pi x}{l}$$

$$y_{Bi} = -b_i \frac{l^4}{\pi^4 E_s I_{sB}} \sum_{m=1,2,3,\dots} \frac{1}{m^4} q_{mi} \sin \frac{m\pi x}{l}$$

となる。

$$\therefore y_{Kx2}' = \sum_{i=1}^s (y_{Ai} b_K' + y_{Bi} b_K) = \frac{-l^4}{\pi^4 E_s} \sum_{i=1}^s \left( \frac{b_i' b_K'}{I_{sA}} + \frac{b_i b_K}{I_{sB}} \right) \sum_{m=1,2,3,\dots} \frac{1}{m^4} q_{mi} \sin \frac{m\pi x}{l} \dots\dots(6)$$

$y_{Kx2}$ : 交点力  $Q_{ni}$  による交点  $A_n, B_n$  の反力は  $Q_{ni} b_i', Q_{ni} b_i$  である。従つて交点力  $A_x, B_x$  における  $Q_{ni}$  によるタワミは (3) 式を用いて

$$y_{Ani} = -b_i' \frac{l^4}{\pi^4 E_s I_{sA}} \sum_{m=1,2,3,\dots} \frac{1}{m^4} \frac{2Q_{ni}}{l} \sin \frac{m\pi nd}{l} \sin \frac{m\pi x}{l}$$

$$y_{Bni} = -b_i \frac{l^4}{\pi^4 E_s I_{sB}} \sum_{m=1,2,3,\dots} \frac{1}{m^4} \frac{2Q_{ni}}{l} \sin \frac{m\pi nd}{l} \sin \frac{m\pi x}{l}$$

となる。

$$\therefore y_{Kx2} = - \frac{l^4}{\pi^4 E_s} \sum_{i=1}^s \left( \frac{b_i' b_K'}{I_{sA}} + \frac{b_i b_K}{I_{sB}} \right) \sum_{m=1,2,3,\dots} \sum_{n=1}^u \frac{1}{m^4} \frac{2Q_{ni}}{l} \sin \frac{m\pi nd}{l} \sin \frac{m\pi x}{l} \dots\dots\dots(7)$$

(3) + (4) = (5) + (6) + (7)  
(K 主桁のタワミ) (K 主桁上での床版のタワミ)

より次式をうる。

$$\frac{l^4}{\pi^4 E_s I_{sK}} \sum_{n=1}^u \sum_{m=1,2,3,\dots} \frac{1}{m^4} \frac{2Q_{nK}}{l} \sin \frac{m\pi nd}{l} \sin \frac{m\pi x}{l} + \frac{l^4}{\pi^4 E_s I_{sK}} \sum_{m=1,2,3,\dots} \frac{1}{m^4} q_{mK} \sin \frac{m\pi x}{l}$$

$$= - \sum_{i=1}^s \frac{b^3}{E_c I_c} x_{Ki} \sum_{m=1,2,3,\dots} q_{mi} \sin \frac{m\pi x}{l} - \frac{l^4}{\pi^4 E_s} \sum_{i=1}^s \left( \frac{b_i' b_K'}{I_{sA}} + \frac{b_i b_K}{I_{sB}} \right) \sum_{m=1,2,3,\dots} \frac{1}{m^4} \sin \frac{m\pi x}{l} \left\{ \sum_{n=1}^u \frac{2Q_{ni}}{l} \sin \frac{m\pi nd}{l} + q_{mi} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

荷重  $P$  の作用する桁においては左辺に  $P$  による項が加わつて次のようになる。左支点より  $D$  なる距離に荷

重  $P$  が載荷された場合

$$\begin{aligned} & \frac{l^4}{\pi^4 E_s I_{sK}} \sum_{m=1,2,3,\dots} \frac{1}{m^4} \sin \frac{m\pi x}{l} \left\{ \sum_{n=1}^u \frac{2Q_{nK}}{l} \sin \frac{m\pi nd}{l} + q_{mK} \right\} \\ & + \frac{2Pl^3}{\pi^4 E_s I_{sK}} \sum_{m=1,2,3,\dots} \frac{1}{m^4} \sin \frac{m\pi D}{l} \sin \frac{m\pi x}{l} = - \sum_{i=1}^s \frac{b^3}{E_c I_c} x_{Ki} \sum_{m=1,2,3,\dots} q_{mi} \sin \frac{m\pi x}{l} \\ & - \frac{l^4}{\pi^4 E_s I_{sA}} \sum_{m=1,2,3,\dots} \left( \frac{b_i' b_{K'}}{I_{sA}} + \frac{b_i b_K}{I_{sB}} \right) \frac{1}{m^4} \sin \frac{m\pi x}{l} \left\{ \sum_{n=1}^u \frac{2Q_{ni}}{l} \sin \frac{m\pi nd}{l} + q_{mi} \right\} \dots\dots (9) \end{aligned}$$

荷重  $P$  が端主桁 A, (B) 上にある場合には右辺に荷重  $P$  による端主桁のタワミの影響が加わはつて次のようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{l^4}{\pi^4 E_s I_{sK}} \sum_{m=1,2,3,\dots} \frac{1}{m^4} \sin \frac{m\pi x}{l} \left\{ \sum_{n=1}^u \frac{2Q_{nK}}{l} \sin \frac{m\pi nd}{l} + q_{mK} \right\} = b_{K'} \frac{2Pl^3}{\pi^4 E_s I_{sA}} \sum_{m=1,2,3,\dots} \frac{1}{m^4} \sin \frac{m\pi D}{l} \sin \frac{m\pi x}{l} \\ & - \sum_{i=1}^s \frac{b^3}{E_c I_c} x_{Ki} \sum_{m=1,2,3,\dots} q_{mi} \sin \frac{m\pi x}{l} - \frac{l^4}{\pi^4 E_s I_{sA}} \sum_{m=1,2,3,\dots} \left( \frac{b_i' b_{K'}}{I_{sA}} \right. \\ & \left. + \frac{b_i b_K}{I_{sB}} \right) \sum_{m=1,2,3,\dots} \frac{1}{m^4} \sin \frac{m\pi x}{l} \left\{ \sum_{n=1}^u \frac{2Q_{ni}}{l} \sin \frac{m\pi nd}{l} + q_{mi} \right\} \dots\dots (10) \end{aligned}$$

(8), (9), (10) のような式が中間主桁 1-s において成立する。一方未知数の分布反力の数は  $q_{m1} \sim q_{ms}$  で中間主桁の数だけあるから、 $m$  の各値について連立方程式を解くことにより、 $q_{mi}$  を荷重  $P$ 、交点力  $Q$  であらわすことができ、従つて分布反力は

$$q = \sum_{m=1,2,3,\dots} q_m(P, Q) \sin \frac{m\pi x}{l} \dots\dots (11)$$

となる。実際の計算には  $\sin \frac{m\pi x}{l}$  が消されて簡単となる。分布反力は  $P$  と  $Q$  で表わすことができたから残る未知数は交点力のみで、その数は中間主桁と横桁の交点数  $s \cdot u$  箇であり、この中間主桁と横桁の交点につき主桁のタワミと横桁のタワミが等しいということから  $s \cdot u$  箇の条件式を得、この連立方程式を解くことにより交点力  $Q$  が得られる。

いま交点 (N, K) について考えよう。

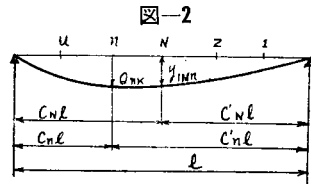
主桁のタワミは集中荷重による  $y_{1N}$ , 分布荷重による  $y_{2N}$  の和で表わされる。

集中荷重  $Q_{nK}$  による N 点のタワミは

$$y_{1Nn} = \frac{l^3}{E_s I_{sK}} x_{Nn} Q_{nK}$$

であるから

$$x_{1Nn} = \begin{cases} \frac{c_N c_n'}{6} (1 - C_N^2 - C_n'^2), & C_N + C_n' \leq 1 \\ \frac{c_n' c_N}{6} (1 - C_N'^2 - C_n^2), & c_N + c_n' \geq 1 \end{cases}$$



$$y_{1N} + y_{2N} = \sum_{n=1}^u \frac{l^3}{E_s I_{sK}} x_{Nn} Q_{nK} + \frac{l^4}{\pi^4 E_s I_{sK}} \sum_{m=1,2,3,\dots} \frac{1}{m^4} q_{mK} \sin \frac{m\pi Nd}{l} \dots\dots (12)$$

となる。

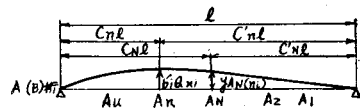
横桁のタワミは (図-1 (c) 参照)  $A_N, B_N$  を支点沈下のない単純バリとした場合の交点力  $Q_{N1} \sim Q_{Ns}$  による  $y_{KN1}$  と、全交点力  $Q_{11} \sim Q_{us}$  分布反力  $q_1 \sim q_s$  による支点  $A_N, B_N$  の沈下にもなる  $y_{KN2}, y'_{KN2}$  の和で表わされる。

$$y_{KN1} = - \sum_{i=1}^s \frac{b^3}{E_c I_0} x_{Ki} Q_{Ni}$$

図-3

[註:  $x_{Ki}$  としては (5) の場合の値を用いる]

$y_{KN2}$ : 交点力  $Q_{ni}$  による支点  $A_n, B_n$  の反力は  $Q_{ni} \cdot b_i', Q_{ni} \cdot b_i$  である。従つてこの反力による支点  $A_N, B_N$  におけるタワミは (図-3 参照)



$$y_{AN(ni)} = - b_i' \frac{l^3}{E_s I_{sA}} x_{Nn} Q_{ni}$$

$$y_{BN(ni)} = -b_i \frac{l^3}{E_s I_{sB}} x_{Nn} \cdot Q_{ni}$$

$$x_{Nn} = \begin{cases} \frac{C_N C_n'}{6} (1 - C_N^2 - C_n'^2), & C_N + C_n' \leq 1 \\ \frac{C_n' C_N}{6} (1 - C_n'^2 - C_N^2), & C_N + C_n' \geq 1 \end{cases}$$

となる。

$$\therefore y_{KNz} = - \sum_{n=1}^u \sum_{i=1}^s \frac{l^3}{E_s} \left( \frac{b_i' b_{K'}}{I_{sA}} + \frac{b_i b_K}{I_{sB}} \right) x_{Nn} \cdot Q_{ni} \dots \dots \dots (14)$$

$y_{KNz}'$ : (6) 式より

$$y_{KNz}' = - \sum_{i=1}^s \frac{l^4}{\pi^4 E_s} - \left( \frac{b_i' b_{K'}}{I_{sA}} + \frac{b_i b_K}{I_{sB}} \right) \sum_{m=1,2,3\dots} \frac{1}{m^4} q_{mi} \sin \frac{m \pi N d}{l} \dots \dots \dots (15)$$

交点I(NK) につき

$$(12) = (13) + (14) + (15)$$

(主桁のタワミ)      (横桁のタワミ)

が成立する。

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^u \frac{l^3}{E_s I_{sK}} x_{Nn} Q_{nK} + \frac{l^4}{\pi^4 E_s I_{sK}} \sum_{m=1,2,3\dots} \frac{1}{m^4} q_{mK} \sin \frac{m \pi N d}{l} = - \sum_{i=1}^s \frac{b^3}{E_0 I_0} x_{Ki} Q_{Ni} \\ & - \sum_{i=1}^s \frac{l^3}{E_s} \left( \frac{b_i' b_{K'}}{I_{sA}} + \frac{b_i b_K}{I_{sB}} \right) \left\{ \sum_{n=1}^u x_{Nn} Q_{ni} + \sum_{m=1,2,3\dots} \frac{l}{\pi^4 m^4} q_{mi} \sin \frac{m \pi N d}{l} \right\} \dots \dots \dots (16) \end{aligned}$$

荷重 P の作用する桁においては

$$\text{荷重 } P \text{ による } N \text{ 点のタワミ } y_N = \frac{l^3}{E_s I_{sK}} x_{Nx} P$$

が左辺に加わつて次のようになる。

$$x_{Nx} = \begin{cases} \frac{C_N C_x'}{6} (1 - C_N^2 - C_x'^2), & C_N + C_x' \leq 1 \\ \frac{C_x' C_N}{6} (1 - C_x'^2 - C_N^2), & C_N + C_x' \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^u \frac{l^3}{E_s I_{sK}} x_{Nn} Q_{nK} + \frac{l^4}{\pi^4 E_s I_{sK}} \sum_{m=1,2,3\dots} \frac{1}{m^4} q_{mK} \sin \frac{m \pi N d}{l} + \frac{l^3}{E_s I_{sK}} x_{Nx} P \\ & = - \sum_{i=1}^s \frac{b^3}{E_0 I_0} x_{Ki} Q_{Ni} - \sum_{i=1}^s \frac{l^3}{E_s} \left( \frac{b_i' b_{K'}}{I_{sA}} + \frac{b_i b_K}{I_{sB}} \right) \left\{ \sum_{n=1}^u x_{Nn} Q_{ni} + \sum_{m=1,2,3\dots} \frac{l}{\pi^4 m^4} q_{mi} \sin \frac{m \pi N d}{l} \right\} \dots \dots \dots (17) \end{aligned}$$

荷重 P が端主桁 A(B) 上にある場合には右辺に荷重 P による端主桁のタワミの影響が加わつて次のようになる。

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^u \frac{l^3}{E_s I_{sK}} x_{KNn} Q_{nK} + \frac{l^4}{\pi^4 E_s I_{sK}} \sum_{m=1,2,3\dots} \frac{1}{m^4} q_{mK} \sin \frac{m \pi N d}{l} = b_K' \frac{l^3}{E_s I_{sA}} x_{Nx} P \\ & - \sum_{i=1}^s \frac{b^3}{E_0 I_0} x_{Ki} Q_{Ni} - \sum_{i=1}^s \frac{l^3}{E_s} \left( \frac{b_i' b_{K'}}{I_{sA}} + \frac{b_i b_K}{I_{sB}} \right) \left\{ \sum_{n=1}^u x_{Nn} Q_{ni} + \sum_{m=1,2,3\dots} \frac{l}{\pi^4 m^4} q_{mi} \sin \frac{m \pi N d}{l} \right\} \dots \dots \dots (18) \end{aligned}$$

(16), (17), (18) のような式が各中間主桁と横桁の交点において成立する。この s・u 箇の連立方程式を解くことにより交点力 Q を得、この Q を (11) 式に代入して分布反力 q を知ることができる。従つて各桁のモーメント、タワミは次のようになる。

$$\begin{aligned} M_{ix} &= \frac{l^2}{\pi^2} \sum_{m=1,2,3\dots} \frac{1}{m^2} q_{mi} \sin \frac{m \pi x}{l} \\ &+ (l-x) \sum_{n=1}^u \frac{nd Q_{ni}}{l} - \sum_{n \geq \frac{x}{d}}^u Q_{ni} (nd-x) \dots \dots (19) \end{aligned}$$

第三項の下限は  $\frac{x}{d}$  より大きい正数とする。

$$y_{ix} = \frac{l^4}{\pi^4 E_s I_{si}} \sum_{m=1,2,3\dots} \frac{1}{m^4} q_{mi} \sin \frac{m \pi x}{l} + \sum_{n=1}^u \frac{l^3}{E_s I_{sK}} x_{xn} Q_{ni} \dots \dots \dots (20)$$

図-4

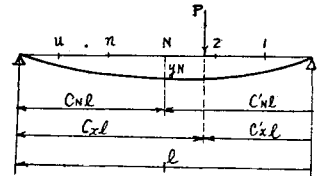
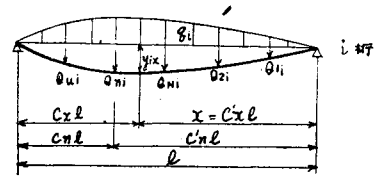


図-5



$$x_{xn} = \begin{cases} \frac{C_x C_n'}{6} (1 - C_x^2 - C_n'^2), & C_x + C_n' \leq 1 \\ \frac{C_x' C_n}{6} (1 - C_x'^2 - C_n^2), & C_x + C_n \geq 1 \end{cases}$$

III. 数値計算

まず対傾構の換算断面二次モーメントを求めてみよう。米白橋の対傾構は 図-6 に示すようである。

曲げモーメントは上下弦材が、ズレ力は斜材が負担するものとす。主桁間のズレ力を  $Q$  とすると (図-6 参照)

$$\text{斜材力 } D = -\frac{Q}{2} \sec \theta, \quad D' = \frac{Q}{2} \sec \theta$$

垂直材に当る CD, AB は主桁で断面積大であるからその変形は省略する。

$$\begin{aligned} \text{斜材の } d_s \text{ 部分の伸びは } \delta d_s &= \frac{D d_s}{E F_D} = \frac{Q \sec \theta ds}{2 E F_D} \text{ である。この伸びの鉛直方向の投影量は } dy_d = \frac{Q d_s}{2 E F_D} \\ &= \frac{Q dx}{2 E F_D \sin \theta} \quad \therefore \frac{dy_d}{dx} = \frac{Q}{2 E F_D \sin \theta}, \text{ 従つてズレ力によるタワミ量は} \\ y_d &= \frac{Q \lambda}{2 E F_D \sin \theta} \quad \dots \dots \dots (21) \end{aligned}$$

対傾構と共同して作用する床版巾は DIN 1078 を参考として  $0.3 \lambda = 0.3 \times 170 = 51 \text{ cm}$  とする。

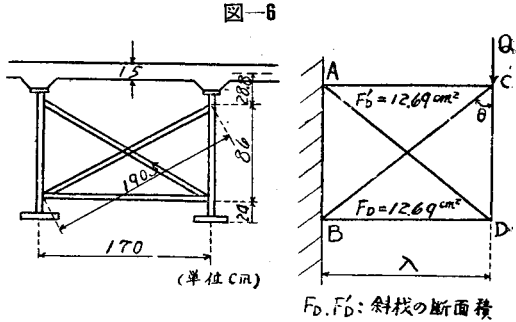


図-7

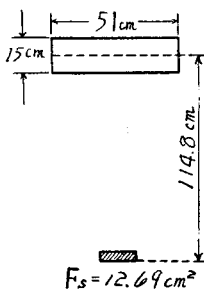
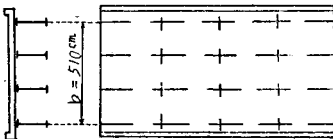


図-8



$$n = \frac{\text{鋼のヤング率}}{\text{コンクリートのヤング率}} = 8 \text{ を用いると 図-7 の慣性モーメントは } J_v = 149\,448 \text{ cm}^4 \text{ となる。}$$

$$\text{曲げによるタワミ } y_b = \frac{Q \lambda^3}{E_s J_v \cdot 3}$$

全タワミを  $y$ , 換算断面二次モーメントを  $I_0$  とすると

$$y = y_d + y_b = \frac{Q \lambda}{2 E_s F_D \sin \theta} + \frac{Q \lambda^3}{E_s J_v \cdot 3} = \frac{Q \lambda^3}{E_s I_0 \cdot 3}$$

$$\therefore I_0 = \frac{2 \lambda^2 J_v F_D \sin \theta}{3 J_v + 2 \lambda^2 F_D \sin \theta} \quad \dots \dots \dots (22)$$

(22) 式に断面値を代入すると  $I_0 = 88\,800 \text{ cm}^4$  となる。

米白橋合成桁は 図-8 のように等しい慣性モーメントを持つ 4 本の主桁及び中央,  $\frac{1}{4}$ , 断面に対傾向を有する構造をなしている。

計算に必要な諸数値は次のようである。

$$E_s = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, \quad n = \frac{E_s}{E_C} = 8, \quad E_0 = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$I_s = 1\,418\,200 \text{ cm}^4, \quad I_c = 281 \text{ cm}^4/\text{cm}, \quad I_0 = 88\,800 \text{ cm}^4, \quad l = 2\,105 \text{ cm}$$

$$b = 510 \text{ cm}, \quad H = \frac{E_c I_c l}{E_s I_s} = \frac{281 \times 2\,105}{8 \times 1\,418\,200} = 0.052\,135, \quad \beta = \frac{l}{b} = \frac{2\,105}{510} = 4.1274, \quad H \beta^3 = 3.6657 \quad \alpha = m \pi$$

式 (8), (9), (10) で与えられる釣合方程式を各中間桁上で求めてこれを次の形におく。

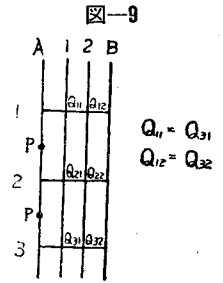
$$\left. \begin{aligned} X_1' q_{m1} + Y_1' q_{m2} &= w_1' \\ X_2' q_{m1} + Y_2' q_{m2} &= w_2' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (23)$$

式 (23) の連立方程式を解いて

$$\left. \begin{aligned} q_{m1} &= \frac{W_1' Y_2' - W_2' Y_1'}{X_1' Y_2' - Y_1' X_2'} \\ q_{m2} &= \frac{X_1' W_2' - W_1' X_2'}{X_1' Y_2' - Y_1' X_2'} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (24)$$

をうる。この  $q_{m1}, q_{m2}$  を用いて中間桁と横桁との各交点に対し (16), (17), (18) 式で与えられる釣合方程式を求めこれを次の形におく。

$$\left. \begin{aligned} X_1 Q_{11} + Y_1 Q_{12} + Z_1 Q_{12} + U_1 Q_{22} &= W_1 \\ X_2 Q_{11} + Y_2 Q_{21} + Z_2 Q_{12} + U_2 Q_{22} &= W_2 \\ X_3 Q_{11} + Y_3 Q_{21} + Z_3 Q_{12} + U_3 Q_{22} &= W_3 \\ X_4 Q_{11} + Y_4 Q_{21} + Z_4 Q_{12} + U_4 Q_{22} &= W_4 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$



(25) 式の連立方程式を解くことにより  $Q_{11}, Q_{21}, Q_{12}, Q_{22}$  求めることができ、この値を(24)式に代入すれば  $q_{m1}, q_{m2}$  が得られる。

図-9 のように A 桁に対称 2 点荷重が載荷された場合 (23) 式は (10) 式を用いることにより

$$\begin{aligned} & \left[ 1.55555 + \frac{0.0164609}{H\beta^3} \alpha^4 \right] q_{m1} + \left[ 0.44444 + \frac{0.0144033}{H\beta^3} \alpha^4 \right] q_{m2} \\ &= 2.66666 \frac{P}{l} \sin \frac{m\pi}{2} \cos \frac{m\pi}{8} - Q_{11} \frac{3.11111}{l} \left( \sin \frac{m\pi}{4} + \sin \frac{3m\pi}{4} \right) \\ & \quad - Q_{21} \frac{3.11111}{l} \sin \frac{m\pi}{2} - Q_{12} \frac{0.88888}{l} \left( \sin \frac{m\pi}{4} + \sin \frac{3m\pi}{4} \right) - Q_{22} \frac{0.88888}{l} \sin \frac{m\pi}{2} \\ & \left[ 0.44444 + \frac{0.0144033}{H\beta^3} \alpha^4 \right] q_{m1} + \left[ 1.55555 + \frac{0.0164609}{H\beta^3} \alpha^4 \right] q_{m2} \\ &= 1.33333 \frac{P}{l} \sin \frac{m\pi}{2} \cos \frac{m\pi}{8} - Q_{11} \frac{0.88888}{l} \left( \sin \frac{m\pi}{4} + \sin \frac{3m\pi}{4} \right) \\ & \quad - Q_{21} \frac{0.88888}{l} \sin \frac{m\pi}{2} - Q_{12} \frac{3.11111}{l} \left( \sin \frac{m\pi}{4} + \sin \frac{3m\pi}{4} \right) - Q_{22} \frac{3.11111}{l} \sin \frac{m\pi}{2} \end{aligned}$$

となるから  $X_1, X_2, Y_1, Y_2, W_1, W_2$  は表-1 (a), (b), (c) のようになる。

表-1 (a)

$m$	1	3	5	7
$X_1' = Y_2' = 1.55555 + 0.0044904 \alpha^4$	1.99295	36.9853	274.933	1051.76
$X_2' = Y_1' = 0.44444 + 0.0039292 \alpha^4$	0.82718	31.4463	239.656	919.40

(b)

$m$	$W_1$
1	$\frac{1}{l} (2.463674 P - 4.399775 Q_{11} - 3.111111 Q_{21} - 1.257079 Q_{12} - 0.88888 Q_{22})$
3	$\frac{1}{l} (-1.020485 P - 4.399775 Q_{11} + 3.111111 Q_{21} - 1.257079 Q_{12} + 0.88888 Q_{22})$
5	$\frac{1}{l} (-1.020485 P - 4.399775 Q_{11} - 3.111111 Q_{21} - 1.257079 Q_{12} - 0.88888 Q_{22})$
7	$\frac{1}{l} (2.463674 P - 4.399775 Q_{11} + 3.111111 Q_{21} - 1.257079 Q_{12} - 0.88888 Q_{22})$

(c)

$m$	$W_2$
1	$\frac{1}{l} (1.231837 P - 1.257079 Q_{11} - 0.88888 Q_{21} - 4.399775 Q_{12} - 3.111111 Q_{22})$
3	$\frac{1}{l} (-0.510242 P - 1.257079 Q_{11} + 0.88888 Q_{21} - 4.399775 Q_{12} + 3.111111 Q_{22})$
5	$\frac{1}{l} (-0.510242 P - 1.257079 Q_{11} - 0.88888 Q_{21} + 4.399775 Q_{12} - 3.111111 Q_{22})$
7	$\frac{1}{l} (1.231837 P + 1.257079 Q_{11} + 0.88888 Q_{21} + 4.399775 Q_{12} + 3.111111 Q_{22})$

この値を(24)式に代入すると  $q_{m1}, q_{m2}$  は表-2 のようになる。

いま  $q$  として表-2 の値を用い  $H_0 = \frac{E_0 I_0}{E_s I_s}$  とおき各交点に (18) 式を適用すると

(25) 式の  $X, Y, Z, U, W$  は次のようになる。

$$H_0 = \frac{88800}{1418200}, \quad \beta = \frac{2105}{510}, \quad H_0 \beta^3 = 4.40256$$

$$X_1 = Z_{12} = Y_3 = U_4 = 1.039\ 969, \quad Y_1 = U_2 = \frac{X_3}{2} = \frac{Z_4}{2} = 0.420\ 771$$

$$Z_1 = X_2 = U_3 = Y_4 = 0.863\ 294, \quad U_1 = Y_2 = \frac{Z_3}{2} = \frac{X_4}{2} = 0.364\ 442$$

$$W_1 = 0.392\ 24, \quad W_2 = 0.354\ 928, \quad W_3 = 0.574\ 934, \quad W_4 = 0.513\ 614$$

表-2

$m=1$	$q_{12} = \frac{1}{l} (0.126\ 867 P + 0.344\ 96 Q_{11} + 0.243\ 93 Q_{21} - 2.350\ 85 Q_{12} - 1.662\ 30 Q_{22})$
$m=3$	$q_{31} = \frac{1}{l} (-0.057\ 243 P - 0.325\ 02 Q_{11} + 0.229\ 82 Q_{21} + 0.242\ 35 Q_{12} - 0.171\ 37 Q_{22})$
	$q_{32} = \frac{1}{l} (0.034\ 874 P + 0.242\ 35 Q_{11} - 0.171\ 37 Q_{21} - 0.325\ 02 Q_{12} + 0.229\ 82 Q_{22})$
$m=5$	$q_{51} = \frac{1}{l} (-0.008\ 72 P + 0.050\ 04 Q_{11} - 0.035\ 383 Q_{21} - 0.039\ 046 Q_{12} + 0.027\ 61 Q_{22})$
	$q_{52} = \frac{1}{l} (0.005\ 74 P - 0.039\ 046 Q_{11} + 0.027\ 61 Q_{21} + 0.050\ 04 Q_{12} - 0.035\ 383 Q_{22})$
$m=7$	$q_{71} = \frac{1}{l} (0.005\ 59 P + 0.013\ 306 Q_{11} + 0.009\ 409 Q_{21} - 0.010\ 436\ 5 Q_{21} - 0.007\ 38 Q_{22})$
	$q_{72} = \frac{1}{l} (-0.003\ 716 P - 0.010\ 436\ 5 Q_{11} - 0.007\ 380 Q_{21} + 0.013\ 306 Q_{12} + 0.009\ 409 Q_{22})$

この値を (25) 式に代入し交点力  $Q$  を求めると

表-3

$Q_{11} = 0.172\ 193 P$	$Q_{12} = 0.064\ 669 P$
$Q_{21} = 0.321\ 339 P$	$Q_{22} = 0.054\ 702 P$

となり、さらにいま求めた  $Q$  を表-2 に代入することにより  $q$  が得られる。

表-4

$m$	1	3	5	7
$q_{m1}$	$0.280\ 229 \frac{P}{l}$	$-0.033\ 061 \frac{P}{l}$	$-0.012\ 488 \frac{P}{l}$	$0.007\ 980 \frac{P}{l}$
$q_{m2}$	$0.021\ 694 \frac{P}{l}$	$0.013\ 090 \frac{P}{l}$	$0.009\ 189 \frac{P}{l}$	$-0.005\ 139 \frac{P}{l}$

次にこの交点力 (表-3) 分布荷重 (表-4) による桁中央断面、荷重載荷断面のモーメント、タワミを求める  
と表-5.6 のようになる。

表-5 モーメント

	交点力と荷重 $P$ によるもの		分布荷重によるもの		合 計	
	桁中央断面	荷重載荷断面	桁中央断面	荷重載荷断面	桁中央断面	荷重載荷断面
$M_a$	$0.282\ 8 P l$	$0.297\ 32 P l$	$-0.019\ 832 P l$	$-0.018\ 256 P l$	$0.263\ 0 P l$	$0.279\ 1 P l$
$M_1$	$0.123\ 38 \text{ ''}$	$0.103\ 30 \text{ ''}$	$0.028\ 698 \text{ ''}$	$0.026\ 409 \text{ ''}$	$0.152\ 0 \text{ ''}$	$0.129\ 7 \text{ ''}$
$M_2$	$0.029\ 84 \text{ ''}$	$0.026\ 43 \text{ ''}$	$0.002\ 099 \text{ ''}$	$0.001\ 950 \text{ ''}$	$0.031\ 9 \text{ ''}$	$0.028\ 4 \text{ ''}$
$M_b$	$-0.061\ 02 \text{ ''}$	$-0.052\ 05 \text{ ''}$	$-0.010\ 965 \text{ ''}$	$-0.010\ 103 \text{ ''}$	$-0.080\ 8 \text{ ''}$	$-0.062\ 1 \text{ ''}$

表-6 タワミ  $\frac{I^3}{EI} = \frac{2\ 105^3}{2.1 \times 10^6 \times 1\ 418\ 200} = 3.131\ 8 \times 10^{-3}$

	交点力と荷重 $P$ によるもの		分布荷重によるもの		合 計	
	桁中央断面	荷重載荷断面	桁中央断面	荷重載荷断面	桁中央断面	荷重載荷断面
$y_a$	$0.029\ 338 \frac{P l^3}{EI}$	$0.027\ 375 \frac{P l^3}{EI}$	$-0.001\ 994 \frac{P l^3}{EI}$	$-0.001\ 842 \frac{P l^3}{EI}$	$8.56 \times 10^{-5} P$	$8 \times 10^{-5} P$
$y_1$	$0.011\ 626 \text{ ''}$	$0.010\ 351 \text{ ''}$	$0.002\ 881 \text{ ''}$	$0.002\ 660 \text{ ''}$	$4.54 \times 10^{-5} \text{ ''}$	$4.07 \times 10^{-5} \text{ ''}$
$y_2$	$0.002\ 991 \text{ ''}$	$0.002\ 631 \text{ ''}$	$0.000\ 221 \text{ ''}$	$0.000\ 205 \text{ ''}$	$1.0 \times 10^{-5} \text{ ''}$	$0.89 \times 10^{-5} \text{ ''}$
$y_b$	$-0.005\ 870 \text{ ''}$	$-0.005\ 204 \text{ ''}$	$-0.001\ 108 \text{ ''}$	$-0.001\ 023 \text{ ''}$	$-2.18 \times 10^{-5} \text{ ''}$	$-1.95 \times 10^{-5} \text{ ''}$

図-10 のように1桁に対称2点荷重が載荷された場合、前と同様にして交点力、分布荷重を求めると表-7.8  
のようになる。

表-7

$Q_{1a}=0.182390$	$Q_{2a}=0.321121P$
$Q_{11}=0.308762P$	$Q_{21}=-0.58743P$
$Q_{12}=0.070355P$	$Q_{22}=0.211497P$
$Q_{1b}=0.056017P$	$Q_{2b}=0.054812P$

図-10

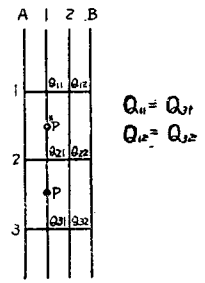


表-8

	1	3	5	7
$q_{m1}$	$-0.462015 \frac{P}{l}$	$0.095519 \frac{P}{l}$	$0.031610 \frac{P}{l}$	$-0.020921 \frac{P}{l}$
$q_{m2}$	$0.16304$	$-0.075413$	$-0.028333$	$0.018074$

表-7,8 の交点力, 分布荷重によるモーメント, タワミは 表-9,10 のようになる。

表-9 モーメント

	交点力と荷重 P によるもの		分布荷重によるもの		合 計	
	桁中央断面	荷重載荷断面	桁中央断面	荷重載荷断面	桁中央断面	荷重載荷断面
$M_a$	$0.125878 \rho l$	$0.105808 \rho l$	$0.026072 \rho l$	$0.023944 \rho l$	$0.1520 \rho l$	$0.1297 \rho l$
$M_1$	$0.150952$	$0.187666$	$-0.047716$	$-0.043749$	$0.1032$	$0.1439$
$M_2$	$0.070463$	$0.057245$	$0.017216$	$0.015665$	$0.0877$	$0.0729$
$M_b$	$0.027707$	$0.02481$	$0.004428$	$0.004140$	$0.0321$	$0.0284$

表-10 タワミ

	交点力と荷重 P によるもの		分布荷重によるもの		合 計	
	桁中央断面	荷重載荷断面	桁中央断面	荷重載荷断面	桁中央断面	荷重載荷断面
$y_a$	$0.011913 \frac{Pl^3}{EI}$	$0.010597 \frac{Pl^3}{EI}$	$0.00269 \frac{Pl^3}{EI}$	$0.002408 \frac{Pl^3}{EI}$	$4.54 \times 10^{-5} P$	$4.07 \times 10^{-5} P$
$y_1$	$0.017006$	$0.016382$	$-0.004775$	$-0.004387$	$3.84 \times 10^{-5}$	$3.75 \times 10^{-5}$
$y_2$	$0.00642$	$0.005757$	$0.001683$	$0.001550$	$2.54 \times 10^{-5}$	$2.29 \times 10^{-5}$
$y_b$	$0.002747$	$0.002421$	$0.000463$	$0.000429$	$1.0 \times 10^{-5}$	$0.89 \times 10^{-5}$

IV. 横桁(対傾横)のみ, 床版のみの荷重分布作用を考慮した場合

横桁のみを考慮する場合の公式は (16), (17), (18) 式の分布荷重  $q_m=0$  とおくことにより, また床版のみを考慮する場合の公式は (8), (9), (10) 式の交点力  $Q=0$  とおくことにより得られる。米白橋合成桁(図-8)につき本計算を行うと 表-11,12 のようになる。

A桁の対称点荷重が載荷された場合(図-9 参照)

表-11

	横桁のみの荷重分布作用を考慮した場合				床版のみの荷重分布作用を考慮した場合			
	モーメント		タワミ		モーメント		タワミ	
	桁中央断面	荷重載荷断面	桁中央断面	荷重載荷断面	桁中央断面	荷重載荷断面	桁中央断面	荷重載荷断面
$M_a$	$0.2631 \rho l$	$0.2804 \rho l$	$8.594 \times 10^{-5} P$	$8.049 \times 10^{-5} P$	$0.2905 \rho l$	$0.2971 \rho l$	$9.255 \times 10^{-5} P$	$8.541 \times 10^{-5} P$
$M_1$	$0.1524$	$0.1281$	$4.52 \times 10^{-5}$	$4.021 \times 10^{-5}$	$0.1205$	$0.1111$	$3.808 \times 10^{-5}$	$3.517 \times 10^{-5}$
$M_2$	$0.0311$	$0.0273$	$9.67 \times 10^{-5}$	$0.852 \times 10^{-5}$	$0.0125$	$0.0117$	$0.4 \times 10^{-5}$	$0.376 \times 10^{-5}$
$M_b$	$-0.0715$	$-0.0609$	$-2.151 \times 10^{-5}$	$-1.91 \times 10^{-5}$	$-0.0485$	$-0.0448$	$-1.297 \times 10^{-5}$	$-1.422 \times 10^{-5}$

1桁に対称2点荷重が載荷された場合(図-10 参照)

表-12

	横桁のみの荷重分布作用を考慮した場合				床版のみの荷重分布作用を考慮した場合			
	モーメント		タワミ		モーメント		タワミ	
	桁中央断面	荷重載荷断面	桁中央断面	荷重載荷断面	桁中央断面	荷重載荷断面	桁中央断面	荷重載荷断面
$M_a$	$0.1520 \rho l$	$0.1279 \rho l$	$4.51 \times 10^{-5} P$	$3.98 \times 10^{-5} P$	$0.1205 \rho l$	$0.1111 \rho l$	$3.809 \times 10^{-5} P$	$3.52 \times 10^{-5} P$
$M_1$	$0.1023$	$0.1467$	$3.883 \times 10^{-5}$	$3.846 \times 10^{-5}$	$0.1465$	$0.1646$	$4.717 \times 10^{-5}$	$4.357 \times 10^{-5}$
$M_2$	$0.0895$	$0.0730$	$2.565 \times 10^{-5}$	$2.299 \times 10^{-5}$	$0.0955$	$0.0876$	$2.994 \times 10^{-5}$	$2.77 \times 10^{-5}$
$M_b$	$0.0312$	$0.0274$	$0.971 \times 10^{-5}$	$0.855 \times 10^{-5}$	$0.0125$	$0.0117$	$0.407 \times 10^{-5}$	$0.376 \times 10^{-5}$



V. 実験値と理論値の比較

米白橋で行った実験のうち 図-11 の荷重状態に対し 表-5,6,9,10,11,12 を用いて理論値を求め、実験値と比較すると 表-13,14 のようになる。

図-11

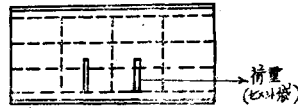


表-13

( ) : 実測値  
計算値

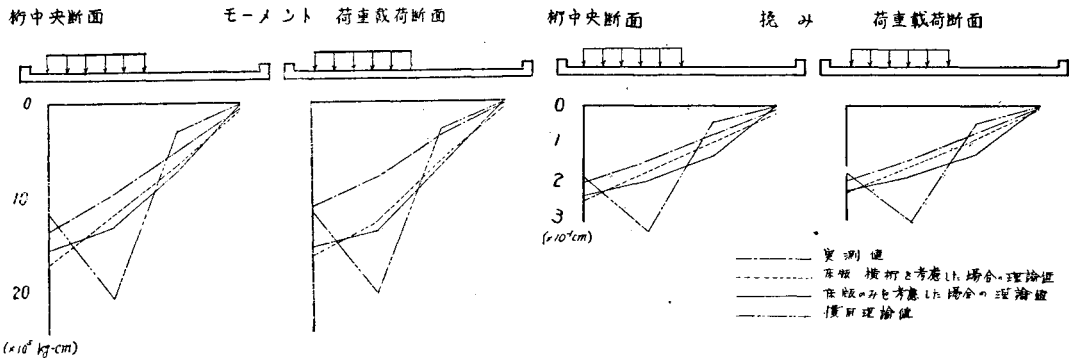
	モーメント (kg-cm)							
	桁中央断面				荷重載荷断面			
	A 桁	1	2	B	A	1	2	B
横桁と床版を考慮した計算値	170 300 (0.79)	1 166 000 (0.82)	676 000 (0.81)	65 000 (0.62)	1 617 000 (0.68)	1 244 000 (0.64)	605 000 (0.61)	54 000 (0.56)
横桁のみを考慮した計算値	1 710 000 (0.79)	1 171 000 (0.82)	687 000 (0.80)	67 000 (0.60)	1 600 000 (0.68)	1 248 000 (0.64)	618 000 (0.60)	57 000 (0.53)
床版のみを考慮した計算値	1 554 000 (0.87)	1 299 000 (0.74)	687 000 (0.80)	-15 000	1 520 000 (0.72)	1 370 000 (0.59)	648 000 (0.57)	-8 000
実 測 値	1 350 000	960 000	550 000	40 000	1 090 000	80 000	370 000	30 000

表-14

	タワミ (cm)							
	桁中央断面				荷重載荷断面			
	A 桁	1	2	B	A	1	2	B
横桁と床版を考慮した計算値	0.248 (0.81)	0.180 (0.80)	0.096 (0.83)	0.020 (0.50)	0.227 (0.86)	0.168 (0.83)	0.088 (0.80)	0.007
横桁のみを考慮した計算値	0.248 (0.81)	0.177 (0.82)	0.099 (0.81)	0.012 (0.83)	0.226 (0.86)	0.166 (0.84)	0.090 (0.78)	0.007
床版のみを考慮した計算値	0.237 (0.84)	0.198 (0.73)	0.131 (0.61)	0.002 (5.00)	0.221 (0.88)	0.182 (0.77)	0.122 (0.58)	-0.002
実 測 値	0.200	0.145	0.08	0.01	0.195	0.14	0.07	0

モーメントの実測値としては下フランジの応力に断面係数を乗じたものを用いた。以上の結果を図示すると 図-12 が得られる。

図-12



VI. 結 言

本計算では横桁と床版を考慮した場合と横桁のみを考慮した場合はほとんど差異を生じなかつた。実際の合成桁、格子構造桁ではこの程度の横桁は用いられるから、床版の影響を省略して格子の計算を行うことは実用上さしつかえないようである。

満載荷重のときは慣用法と上述の理論値では大差ないが、半載荷重の場合ではかなりの差を生じ後者が実測値と類似した傾向を有している。

これはさらに集中荷重の場合には一層いちじるしくなることがその影響線からうかがわれる。

現在橋梁の一大課題である limit load を論ずる場合には上述の方法を用いることがきわめて合理的であり、かつ経済的であると思われる。

#### 参考文献

- 1) E. Müller : Bauing., 1923  
 2) 大村 裕 : 土木学会誌 第 39 卷第 1 号 (昭.29.1) (昭.30.2.21)

## 漸変断面を有する三径間連続バリ橋の設計について

正員 深谷 俊 明\*

### DESIGN OF A THREE-SPAN CONTINUOUS BEAM BRIDGE WITH GRADUALLY VARIED CROSS SECTIONS

(Trans. of JSCE, No. 29, Dec. 1955)

Toshiaki Fukaya C.E. Member

**Synopsis** A three-span continuous beam bridge can be designed most reasonably if considered as a beam of gradually varied cross sections. But it is designed in most cases, as a beam of a uniform section, because of the complexity of general equations determining bending moments of beam of gradually varied cross sections, indicated in bibliographies. In this paper the author proposes, as an aid to designing bridges, a simplified method to calculate bending moments of a three-span continuous beam of gradually varied cross sections by using nomograms.

**要旨** 三径間連続バリ橋は、漸変断面のハリとして設計するのが合理的である。しかし、文献で紹介されている漸変断面バリの計算法が、あまりに複雑なため、三径間連続バリ橋は、一般に、一様断面のハリとして設計されている。ここに本文は、漸変断面を有する三径間連続バリにおこる曲げモーメントを、ノモグラムによつて求める簡単な計算方式を提示して、設計上の参考資料とする。

#### 1. 緒 論

三径間連続バリ橋の支承部におけるハリ断面は、負の曲げモーメントの関係で大きくなるのが普通である。この支承部の断面変化にともなつて曲げモーメントも変化するのであるが、断面変化が少ないときは曲げモーメントに与える影響も少ないので、一般に、三径間連続バリ橋は一様断面のハリとして設計される場合が多い<sup>1)</sup>。著者もこの仮定にもとづき、一様断面の三径間連続バリを検討し、その結果を数回にわたり発表した<sup>1), 2), 3), 4), 5), 6), 7)</sup>。しかし、径間比が小さく、断面二次モーメント比や死・活荷重比が大きいつき<sup>8)</sup>、または、T形断面を有する鉄筋コンクリートの連続バリ橋が支承部に大きい負の曲げモーメントをうけるときは、支承部の断面変化が大きくなる傾向がある。このような連続バリ橋は一様断面バリとして設計するよりも、漸変断面バリとして設計するのが有利な場合があり、また、長径間の三径間連続バリ橋においては、経済・交通・美観・等の関係でこれを漸変断面バリとして設計する場合がある。しかし、従来文献で紹介されている漸変断面の三径間連続バリにおこる曲げモーメントを求める計算方式は、あまりに複雑で<sup>8), 9), 10), 11), 12)</sup>、実際の設計に利用できないものが多い。

図-1

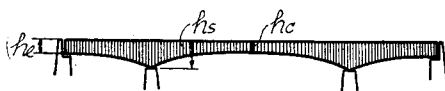


図-2



\* 国鉄技師，施設局特殊設計室