

- 3) Kari Terzaghi : Soil mechanics in engineering practice, p. 75
- 4) 石井靖丸 : (総括) 大阪の地盤沈下に関する研究 p. 113
- 5) 山口柏樹 : The theory of settlement of visco-elastic soil due to surface loading : Report on researches and investigations, 1953 p. 12 日本土質基礎工学委員会
- 6) 村山朗郎・谷本喜一 : 粘土層振動圧密の理論, 土木学会論文集第19号 p. 12
- 7) 最上武雄他 : 塑性変形の理論と応用 p. 231
- 8) 山口 昇, 最上武雄 : 材料力学 (岩波, 物理学) p. 102

応用力学, 橋梁及び構造物

## I形断面の曲りバリの応力度公式とその応用

正 員 大 野 諫\*

### FORMULA FOR STRESS OF CURVED BEAM WITH I-SECTION AND ITS APPLICATION

(Trans. of JSCE, No. 29, Dec. 1955)

Isamu Ōno, C.E. Member

**Synopsis** The paper deals with the stress distributions along the diagonal section of curved corner of stiff frame with I-section by the author's formulae for tangential, radial and shearing stress for curved beam.

#### I. 緒 言

前回には著者の曲りバリの応力度公式を応用して矩形断面の鋼ラーメン隅角部における対角線断面の応力度分布の研究を示したが、今回はさらに進んで実際のI形断面の場合についてのべることにする。

曲りバリの応力度に対する以前の研究はもつぱらいわゆる Solid section に対する切線応力度 (横断面に対する垂直応力度) についてなされたが、近時の研究はI形、またはT形断面にうつてきている。中空円管の半径方向応力度の影響はすでに古く研究されたが<sup>1)</sup>、I形断面に対する半径応力度に関する研究は比較的新しい。もちろん、例えば Gehler : Rahmen<sup>2)</sup> においても半径方向応力度の影響に注意し定性的のべてはあるが、内外両突縁に対する影響が異なるにもかかわらず同じに考えている。I形及びT形断面に対する半径方向応力度の影響としての突縁の撓曲について理論的に初めて研究したのは H. Bleich (1933) であつて<sup>3)</sup>、その結果は Seely-Smith : Advanced Mechanics of Materials の近刊書にも採用掲載されている。

さてI形断面の曲りバリにおいては半径方向応力度にもとづく突縁部の撓曲のほか、突縁部の厚さが大なる場合は突縁自身の局部的撓曲なども存在し、はなはだ複雑であつて矩形断面のごとく簡単ではない。H. Bleich の理論的研究につづいて Kayser 及び Herzog の実験的研究がなされた<sup>4)</sup>。しかしこれらは突縁部の撓曲に対するその有効幅の研究がおもな目的であるので、半径方向応力度  $\sigma_r$  自身及びセン断応力度  $\tau$  の分布については理論的に取扱っていない。すなわち両氏ともI形断面に対する  $\sigma_r$  の一般式を示すことなく、ただ突縁と腹との接続点における  $\sigma_r$  の近似式及び  $\tau$  に対してはなお直バリに対する公式で間に合わせている。しかし曲りバリに対する一般式によらなければ  $\max \sigma_r$  や  $\max \tau$  の位置並びに大いさは算出できないし、 $\sigma_r$  の及ぼす内外両突縁に対する影響も精密に理論的にはのべられない。Seely-Smith の近著に  $\sigma_r$  の公式 (著者の公式との関係は前回論文参照) が掲げられているが、I形断面に対する具体的な公式が示されず、またモーメントに対応する項のみとつていので、垂直力やセン断力の  $\sigma_r$  に及ぼす影響が、モーメントに対応する項に対し省略しうることを数量的に説明できない。著者の  $\sigma_r$  の公式は垂直力及びセン断力に対する項ももれなくまとめたものであるから、これによつて Anderson が今後の研究課題の一つとして残した半径方向応力度  $\sigma_r$  に対する垂直力及びセン断力の影響がI形断面の場合も矩形断面の場合と同様、きわめて小なる値として省略しうることを数字的に明らかにすることができ、従つて実地の計算においては  $\sigma_r$  の公式としては第1項のみとればよく、 $\sigma_r$  の値も容易に求められることがわかる。

次にセン断応力度  $\tau$  に対しては Bach の著書にすでに Grashof の公式として  $k$  の係数を用いて表わしたものがあげてあり、最近では Stahlbau に Dr. Ing. Kappus の公式が紹介されてある<sup>5)</sup> が、I形断面に対する具

\* 東京都立大学教授, 工学部建設工学部

体的な公式をだしていないためか、一般に注意されず、Müller-Breslau: *Neuere Methoden der Festigkeitslehre*, Timoshenko; *Strength of Materials* にも<sup>6)</sup>、また近刊 Seely-Smith: *Advanced Mechanics* にも曲りバリに対し、相変らずセン断応力度  $\tau$  に対し近似的に直バリに対する公式を用い、従つて曲りバリのヒズミエネルギーの公式においてもセン断力の項に対する係数が曲りバリの場合の値になつていない<sup>7)</sup>。しかし  $\max \tau$  の位置及び大いさを知るには直バリの場合の式では間に合わないからどうしても曲りバリに対する  $\tau$  の公式が必要になる。

以下、I 形断面の曲りバリの各応力度分布をのべんとするものであつて、

第1, I 形断面の場合も  $\sigma_r$  の公式において第2, 第3項はきわめて小であつて、その第1項に対し省略してさしつかえないこと。

第2, 突縁鈹の撓曲が半径方向応力度及びセン断応力度分布に対しいかに影響するか。

第3, I 形断面では矩形断面の場合とちがつて、ときには切線応力度に匹敵する大きさの  $\max \sigma_r$  が生じうること。

第4, 突縁鈹が補剛された場合の応力度分布の変化。

第5, いままであまり研究されていないセン断応力度と  $\tau$  の分布を示すことにする。

著者の公式は前にのべたように、曲りバリが荷重をうけて変形したのちも、もと平面であつた横断面がそのまま平面を保つという仮定の上に成立っているが、公式による計算値は Kayser の実験結果と十分合致し、実際の計算公式として用いられるものと認められる。

## II. 応用題と目的

図一に示すごとき I 断面の鋼形ラーメンの隅角部の対角線断面における切線方向応力度  $\sigma$ , 半径方向応力度  $\sigma_r$  及びセン断応力度  $\tau$  の分布を著者の公式により求めようとするのであるが、このラーメンはかつて Kayser が実験に用いた試験片であつて同氏の実験結果との比較もできて好都合である(ただ同氏の報告において突縁鈹の厚さが約 0.5 cm となつており、溶接隅肉の大いさが記入してないし、曲率半径の寸法が確実でないので mm 程度の差は止むを得ない。しかしいまの計算にとくに影響ある突縁の幅ははつきりしているので、厳密な意味での比較は無理であるが実際的に同じ断面寸法及び半径をもつものとみすなふことができるであろう)。この場合も水平バリ及び鉛直柱の直バリ部分との接続による局部的影響があり、かつ試験片では直バリと直バリとの境目、すなわち隅角部の両端に補剛材が用いられているから、突縁鈹の撓曲も抑制されその影響もあるはずであるが、少なくとも対角線断面ではその影響は及ばず、従つてその断面に対し、有効断面、すなわち有効突縁幅をもつ断面について曲りバリの応力度公式を用い計算すれば十分満足な結果が得られる。

なお対角線断面も十分有効に補剛された場合を考えてもその断面に対して計算すれば、半径方向応力度にもとづく偏倚力のための突縁鈹の撓曲を許す場合に比べ、半径方向応力度及びセン断応力度分布がいかに変化することもわかるであろう。

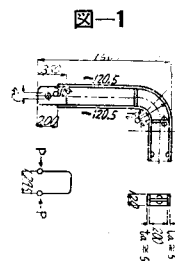
Kayser は切線方向応力度  $\sigma$  は著者の公式  $\sigma = \frac{My}{J}$  と内容において等しい Winkler の公式  $\sigma = \frac{My}{Fe(r_0 - y)}$  により出しているが、半径方向応力度  $\sigma_r$  に対しては内側突縁と腹との接続点に対し近似式  $R_i = \frac{\sigma_{to} B_i}{r_i}$  のみ示している。しかしそれでは全断面の  $\sigma_r$  の分布も、従つてまた  $\max \sigma_r$  の位置も大いさも算出できない。ゆえに Kayser は  $\sigma_r$  に関しては実験値のみをあげ、これと対照するべき計算値は示していない。それに反し著者の公式は  $\sigma_r$  を半径  $r$  の函数として表わした式であるから全断面の  $\sigma_r$  の分布も、また  $d\sigma_r/dr = 0$  により  $\max \sigma_r$  の位置及び大いさも算出することができる。

次に Kayser は I 形断面の場合、セン断応力度  $\tau$  に対しては計算値も実験値も示していない。最近の Anderson 論文(1950)にも  $\tau$  に対してはセン断応力が存在する場合、近似的に直バリの場合の公式が用いられるであろうとのべているだけで、曲りバリの場合の  $\tau$  の分布は考慮していない。しかし直バリの場合と曲りバリの場合では  $\max \tau$  の位置が異なることがわかる。

## III. 計算に用いる著者の公式<sup>8)</sup>

ここにはいまの場合必要な I 形断面の曲りバリに対する公式を一覧的に示す。そのうち半径方向応力度  $\sigma_r$  及びセン断応力度  $\tau$  の公式は I 形断面に対しては従来全く見当たらないものである。

I 形断面の曲りバリに対し(図一2)



(1) 切線方向応力度  $\sigma$

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{My}{J} \dots\dots\dots (1)$$

内縁応力度  $\sigma_1$  及び外縁応力度  $\sigma_2$

$$\sigma_1 = \frac{N}{F} + \frac{My_1}{J_1} \dots\dots\dots (2)$$

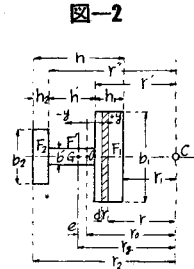
$$\sigma_2 = \frac{N}{F} + \frac{My_2}{J_2} \dots\dots\dots (3)$$

ここに

$$J = reF, J_1 = r_1 eF, J_2 = r_2 eF \dots\dots\dots (4)$$

$$e = r_0 - r_0, r_0 = \frac{F}{\sum b \ln \frac{w_2}{w_1}} = \frac{F}{b_1 \ln \frac{r'}{r_1} + b' \ln \frac{r''}{r'} + b_2 \ln \frac{r_2}{r'}} \dots\dots\dots (5)$$

$$F = F_1 + F' + F_2 = b_1 h_1 + b' h' + b_2 h_2, h = h_1 + h' + h_2 \dots\dots\dots (6)$$



(2) 半径方向応力度  $\sigma_r = \sigma_{r,1} + \sigma_{r,2} + \sigma_{r,3}$

a)  $\sigma_r$  の第1項  $\sigma_{r,1}$

内側突縁断面  $F_1$  に対し

$$\sigma_{r,1} = \frac{M}{bJ_0} \bar{\sigma} = \frac{M}{b_1 Fer} (r_0 \bar{L} - \bar{F}) = \frac{M}{Fer} \left[ r_0 \ln \frac{r}{r_1} - (r - r_1) \right] \dots\dots\dots (7)$$

内側突縁と腹との接続点 ( $b = b_1, r = r'$ ) において

$$\sigma_{r,1} = \frac{M}{Fer'} \left( r_0 \ln \frac{r'}{r_1} - h_1 \right) \dots\dots\dots (8)$$

同接続点 ( $b = b', r = r'$ ) において

$$\sigma_{r,1} = \frac{M}{Fer'} \left( r_0 \ln \frac{r'}{r_1} - h_1 \right) \frac{b_1}{b'} \dots\dots\dots (9)$$

腹断面  $F'$  に対し

$$\sigma_{r,1} = \frac{M}{b' Fer} (r_0 \bar{L} - \bar{F}) = \frac{M}{Fer} \left[ r_0 \left( \frac{b_1}{b'} \ln \frac{r'}{r_1} + \ln \frac{r}{r'} \right) - \frac{b_1}{b'} h_1 - (r - r') \right] \dots\dots\dots (10)$$

max  $\sigma_{r,1}$  の条件  $\frac{d\sigma_{r,1}}{dr} = 0$  より

$$\ln r = 1 + \ln r' - \frac{b_1}{b'} \ln \frac{r'}{r_1} - \frac{1}{r_0} \left( r' - \frac{b_1}{b'} h_1 \right) \dots\dots\dots (10-a)$$

外側突縁断面  $F_2$  に対し

一般に 
$$\sigma_{r,1} = \frac{M}{bJ_0} \bar{\sigma} = - \frac{M}{b_2 Fer} (r_0 \bar{L} - \bar{F})$$

ここに 
$$\bar{L} = \int_r^{r_2} \frac{bdr}{r}, \bar{F} = \int_r^{r_2} bdr, \bar{\sigma} = - \frac{r_0}{r} (r_0 \bar{L} - \bar{F})$$

ゆえに 
$$\sigma_{r,1} = - \frac{M}{Fer} \left[ r_0 \ln \frac{r_2}{r} - (r_2 - r) \right] \dots\dots\dots (11)$$

外側突縁と腹との接続点 ( $r = r'', b = b_2$ ) において

$$\sigma_{r,1} = - \frac{M}{Fer''} \left( r_0 \ln \frac{r_2}{r''} - h_2 \right) \dots\dots\dots (12)$$

同接続点 ( $r = r'', b = b'$ ) において

$$\sigma_{r,1} = - \frac{M}{Fer''} \left( r_0 \ln \frac{r_2}{r''} - h_2 \right) \frac{b_2}{b'} \dots\dots\dots (13)$$

b)  $\sigma_r$  の第2項  $\sigma_{r,2}$

断面  $F_1$  に対し

$$\sigma_{r,2} = \frac{N}{b_1 F} \frac{\bar{F}}{r} = \frac{N}{F} \frac{r - r_1}{r} = \frac{N}{F} \left( 1 - \frac{r_1}{r} \right) \dots\dots\dots (14)$$

断面  $F_1$  と腹  $F'$  との接続点 ( $b = b_1, r = r'$ ) において

$$\sigma_{r,2} = \frac{N}{F} \frac{h_1}{r'} \dots\dots\dots (15)$$

同接点 ( $b=b', r=r'$ ) において

$$\sigma_{r,2} = \frac{N}{F} \frac{h_1}{r'} \frac{b_1}{b'} \dots\dots\dots (16)$$

断面  $F'$  に対し

$$\sigma_{r,2} = \frac{N}{Fr} \left[ \frac{b_1}{b'} h_1 + (r-r') \right] \dots\dots\dots (17)$$

断面  $F_2$  に対し

一般に  $\sigma_{r,2} = \frac{N}{b_2 F} \bar{\sigma}$ ,  $\bar{\sigma} = -\frac{\bar{F}}{r}$ ,  $\bar{F} = \int_r^{r_2} b dr$

ゆえに  $\sigma_{r,2} = -\frac{N}{F} \frac{r_2-r}{r} = -\frac{N}{F} \left( \frac{r_2}{r} - 1 \right) \dots\dots\dots (18)$

断面  $F_2$  と  $F'$  との接点 ( $b=b_2, r=r''$ ) において

$$\sigma_{r,2} = -\frac{N}{F} \frac{h_2}{r''} \dots\dots\dots (19)$$

同接点 ( $b=b', r=r''$ ) において

$$\sigma_{r,2} = -\frac{N}{F} \frac{h_2}{r''} \frac{b_2}{b'} \dots\dots\dots (20)$$

c)  $\sigma_r$  の第3項  $\sigma_{r,3}$

内側突縁断面  $F_1$  に対し

$$\sigma_{r,3} = -\frac{N}{b_1 F e} \frac{r_0}{r} \int_{r_1}^r \frac{r_0 - \bar{r}}{r^2} \bar{F} dr = -\frac{N}{F e} \frac{r_0}{r} \left[ r_0 \ln \frac{r}{r_1} - \frac{(2r_0 + \bar{r} - r_1)(r-r_1)}{2r} \right] \dots\dots (21)$$

内側突縁と腹との接点 ( $b=b_1, r=r'$ ) において

$$\sigma_{r,3} = -\frac{N}{F e} \frac{r_0}{r'} \left[ r_0 \ln \frac{r'}{r_1} - \frac{(2r_0 + h_1)h_1}{2r'} \right] \dots\dots\dots (22)$$

同接点 ( $b=b', r=r'$ ) において

$$\sigma_{r,3} = -\frac{N}{F e} \frac{r_0}{r'} \left[ r_0 \ln \frac{r'}{r_1} - \frac{(2r_0 + h_1)h_1}{2r'} \right] \frac{b_1}{b'} \dots\dots\dots (23)$$

腹断面  $F'$  に対し

$$\sigma_{r,3} = -\frac{N}{F e} \frac{r_0}{r} \left[ \frac{b_1}{b'} \left\{ r_0 \ln \frac{r'}{r_1} - \left( r_0 + \frac{h_1}{2} \right) \frac{h_1}{r'} \right\} + r_0 \ln \frac{r}{r'} + \frac{r-r'}{r} \left\{ \frac{b_1 h_1}{b' r'} \left( r_0 - \frac{r_1+r'}{2} \right) - \left( r_0 + \frac{r-r'}{2} \right) \right\} \right] \dots\dots (24)$$

外側突縁断面  $F_2$  に対し

$$\sigma_{r,3} = +\frac{N}{F e} \frac{r_0}{r} \left[ r_0 \ln \frac{r_2}{r} - \frac{(2r_0 - \bar{r}_2 - \bar{r})(r_2-r)}{2r} \right] \dots\dots\dots (25)$$

外側突縁と腹との接点 ( $b=b_2, r=r''$ ) において

$$\sigma_{r,3} = +\frac{N}{F e} \frac{r_0}{r''} \left[ r_0 \ln \frac{r_2}{r''} - \frac{(2r_0 - h_2)h_2}{2r''} \right] \dots\dots\dots (26)$$

同接点 ( $b=b', r=r''$ ) において

$$\sigma_{r,3} = +\frac{N}{F e} \frac{r_0}{r''} \left[ r_0 \ln \frac{r_2}{r''} - \frac{(2r_0 - h_2)h_2}{2r''} \right] \frac{b_2}{b'} \dots\dots\dots (27)$$

半径方向応力度  $\sigma_r$  は  $\sigma_{r,1}$ ,  $\sigma_{r,2}$  及び  $\sigma_{r,3}$  の和として求められる。例えば、内側突縁断面  $F_1$  に対し (7), (14) 及び (21) の和として

$$\sigma_r = \frac{M}{F e r} \left[ r_0 \ln \frac{r}{r_1} - (r-r_1) \right] + \frac{N}{F} \frac{r-r_1}{r} - \frac{N}{F e} \frac{r_0}{r} \left[ r_0 \ln \frac{r}{r_1} - \frac{(2r_0 + \bar{r} - r_1)(r-r_1)}{2r} \right] \dots\dots\dots (28)$$

しかして  $\sigma_{r,2}$  及び  $\sigma_{r,3}$  はそれら二つが一語になつて  $\sigma_{r,1}$  に対する補正を与えるものである<sup>9)</sup>。

3) セン断応力度  $\tau$

一般に  $\tau = \frac{QS}{bJ_0} = \frac{Qr_0}{bF e r} \bar{F}(r_0 - \bar{r}) \dots\dots\dots (29)$

この式は  $\tau$  に対する著者の一般式であるが、従来の  $\kappa$  の係数をもつて示したのよりも、 $\bar{F}\bar{F}$  の計算がきわめて容易であるから特別の場合の公式をだすのに簡単である。

内側突縁断面  $F_1$  に対し

$$\tau = \frac{Qr_0}{F_e r^2} \left[ r_g(r-r_1) - \frac{r^2-r_1^2}{2} \right] \dots\dots\dots(30)$$

ゆえに内側突縁と腹との接続点 ( $b=b_1, r=r'$ ) において

$$\tau = \frac{Qr_0}{F_e r'} \frac{(2r_g - r' + r_1) h_1}{2r'} \dots\dots\dots(31)$$

同接続点 ( $b=b', r=r'$ ) において

$$\tau = \frac{Qr_0}{F_e r'} \frac{(2r_g - r' + r_1) h_1}{2r'} \frac{b_1}{b'} \dots\dots\dots(32)$$

腹断面  $F'$  に対して

$$\tau = \frac{Q}{F_e r} \frac{r_0}{r} \left[ r_g \left( \frac{b_1}{b'} h_1 + r - r' \right) - \frac{b_1}{b'} h_1 \left( r_1 + \frac{h_1}{2} \right) - \frac{r^2 - r'^2}{2} \right] \dots\dots\dots(33)$$

$\max \tau$  の条件  $d\tau/dr=0$  より

$$r = 2r' - 2 \frac{b_1 h_1}{b'} \left( 1 - \frac{r_1 + \frac{h_1}{2}}{r_g} \right) - \frac{r'^2}{r_g} \dots\dots\dots(33-a)$$

この式で求めた  $r$  が腹断面内の点に対する値にならない場合は、内側突縁と腹との接続点に  $\max \tau$  が生ずることになる。

外側突縁断面  $F_2$  に対し

一般に 
$$\tau = - \frac{Q}{b_2 F_e} \frac{r_0}{r^2} \bar{F}(r_g - \bar{r}), \quad \bar{F} = \int_r^{r_2} b dr, \quad \bar{F}\bar{F} = \int_r^{r_2} b r dr$$

ゆえに 
$$\tau = - \frac{Q}{F_e r} \frac{r_0}{r} \left[ r_g(r_2 - r) - \frac{r_2^2 - r^2}{2} \right] \dots\dots\dots(34)$$

外側突縁と腹との接続点 ( $b=b_2, r=r''$ ) において

$$\tau = - \frac{Q}{F_e r''} \frac{r_0}{r''} \left[ r_g h_2 - \frac{(r_2 + r'') h_2}{2} \right] \dots\dots\dots(35)$$

同接続点 ( $b=b', r=r''$ ) において

$$\tau = - \frac{Q}{F_e r''} \frac{r_0}{r''} \left[ r_g h_2 - \frac{(r_2 + r'') h_2}{2} \right] \frac{b_2}{b'} \dots\dots\dots(36)$$

#### IV. 曲りバリの突縁の有効幅

突縁の有効幅 (または換算幅) については Bleich, Anderson 両氏のすぐれた研究があり, Anderson は突縁鉋または突縁突出脚の厚さも考えに入れているが, I形断面に対しその結果は両者ほとんど相等しくなるから, ここでは計算の簡単な Bleich の公式によつて突縁の有効幅を定めることにする。

実際の設計では経済上, 補剛材によつてなるべく突縁鉋の不利な彎曲をさけるのがよいが, 外観または構造上補剛不十分な場合もあるから, いまは応力度自身の研究として, まず考える断面にそい補剛材を用いない場合を計算し, あとで補剛十分であつてすべての断面が有効な場合を考え, その両者を比較し, 補剛の応力度分布に及ぼす影響を明らかにしよう。実際の設計の際は安全側の計算として突縁と腹との接続点における円縁 (フィレット) または溶接隅肉を除外し, または Anderson の設計公式表 (Design chart) に示すごとく突縁の有効幅を低目にとるのもよいが, 経済上から, またはいまの場合は実験値との比較のため, 溶接隅肉を有効幅の算定に当り考えに入れることにする。いま 図-3 において

- $B$  : 突縁の全幅
- $B'$  : 突縁の有効幅
- $b$  : 突縁の突出長
- $b'$  : 突縁の有効突出長
- $\delta$  : 腹鉋の厚さ
- $s$  : 隅肉 (または丸縁) の脚長
- $\nu$  : 有効長を求めるための係数

とすれば

$$b' = \nu b, \quad b = \frac{B}{2} - \left( \frac{\delta}{2} + \frac{2}{3} s \right) \dots\dots\dots(37)$$

$$B' = 2 \left( \nu b + \frac{\delta}{2} + \frac{2}{3} s \right) = 2b' + \delta + 2 \cdot \frac{2}{3} s \dots\dots\dots (38)$$

H. Bleich の有効幅に関する計算公式、並びに突縁鈹（または突出脚）の撓曲による追加的曲応力度  $\sigma'$  の公式を示せば（図-3）

$$b' = \frac{1}{\bar{\sigma}_m} \int_0^b \bar{\sigma}_x dx,$$

$$\bar{\sigma}_x = \frac{\bar{\sigma}_m}{2 + \cos 2\alpha b + \cosh 2\alpha b} [2 \cosh \alpha b \cdot \cos \alpha x \cdot \cosh \alpha(b-x) + 2 \cos \alpha b \cdot \cos \alpha(b-x) \cdot \cosh \alpha x + \sin \alpha x \cdot \sinh \alpha(2b-x) - \sin \alpha(2b-x) \cdot \sinh \alpha x] \dots\dots\dots (39)$$

$$\nu = \frac{b'}{b} = \frac{1}{\alpha b} \frac{\sin 2\alpha b + \sinh 2\alpha b}{2 + \cos 2\alpha b + \cosh 2\alpha b} \dots\dots\dots (40)$$

$$\sigma' = \mu \bar{\sigma}_m, \mu = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\cosh 2\alpha b - \cos 2\alpha b}{2 + \cosh 2\alpha b + \cos 2\alpha b} \dots\dots\dots (41)$$

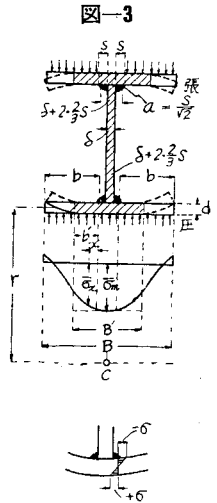
ここに  $\alpha = \frac{1.31607}{\sqrt{rd}} \dots\dots\dots (42)$

$r$  は考える突縁突出脚の厚さ  $d$  の中央に対する曲率半径、 $\bar{\sigma}_m$  は突縁突出脚の厚さ  $d$  の中央かつ腹のところにける切線応力度、 $\mu$  は突縁突出脚の腹とのつけ根の箇所におけるその撓曲による曲り応力度  $\sigma'$  を求めるための係数、 $\bar{\sigma}_x$  は突縁突出部の  $x$  なる点における切線応力度を表わす。

表-1 は (40) 及び (41) 式により  $\nu$  及び  $\mu$  の値を  $\frac{b^2}{rd}$  の函数として表わしたものである。

表-1 突縁有効幅及び追加曲げモーメントを求めるに  
必要な係数  $\nu$  及び  $\mu$  の値 ( $b' = \nu b, \sigma' = \mu \bar{\sigma}_m$ )

$\frac{b^2}{rd}$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0
$\nu$	1.000	0.994	0.977	0.950	0.917	0.878	0.838	0.800	0.762	0.726	0.693	0.663	0.636	0.611	0.589	0.569	0.495	0.414	0.367	0.334
$\mu$	0	0.297	0.580	0.836	1.056	1.238	1.382	1.495	1.577	1.636	1.677	1.703	1.721	1.728	1.732	1.732	1.707	1.671	1.680	1.700



V. 対角線断面に補剛材のない場合の応力度分布

応力度計算にさきだち、まず断面 D-D（図-4）に対する有効断面を求めると次のごとくなる<sup>10)</sup>。

突縁鈹と腹との溶接隅肉の喉厚  $a = 0.2 \text{ cm}$  とすれば隅肉脚長  $s = \sqrt{2} a$ 、ゆえに  $\frac{2}{3} s = \frac{2}{3} \sqrt{2} \cdot 0.2 \div 0.2$ 、従つて (37) 式より

$$b = \frac{12}{2} - \left( \frac{0.5}{2} + 0.2 \right) = 5.55 \text{ cm}$$

ゆえに内側突縁に対し

$$d = 0.5 \text{ cm}, r = 15.25 \text{ cm}, \frac{b^2}{rd} = 5.55^2 / (15.25 \times 0.5) = 4.04$$

ゆえに表-1 より

$$\nu = 0.366, \mu = 1.681$$

ゆえに内側突縁の有効幅  $B'$  は (38) より

$$B' = 2 \times 0.366 \times 5.55 + 0.5 + 2 \times 0.2 = 4.96 \text{ cm}$$

また、外側突縁に対し

$$d = 0.5 \text{ cm}, r = 35.75 \text{ cm}, \frac{b^2}{rd} = 5.55^2 / (35.75 \times 0.5) = 1.723$$

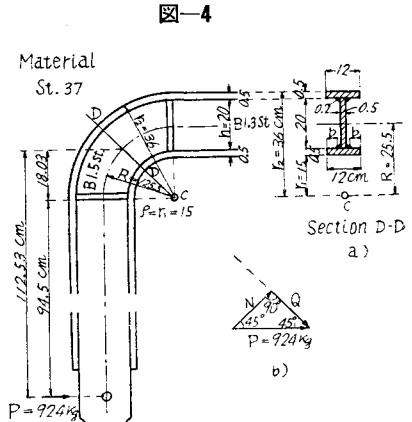
ゆえに表-1 より

$$\nu = 0.536, \mu = 1.721$$

ゆえに外側突縁の有効幅  $B'$  は (38) より

$$B' = 2 \times 0.536 \times 5.55 + 0.5 + 2 \times 0.2 = 6.85 \text{ cm}$$

ゆえに以下、半径方向応力度  $\sigma_r$  による偏倚力のための突縁鈹の撓曲を許す場合の応力度計算に対する有効断



面として 図-5 に示す断面をとるものとする。

1) 切線方向応力度  $\sigma$  図-5 の有効断面に対し、横断面  $F$ 、重心軸の曲率半径  $r_g$ 、中立軸の曲率半径  $r_0$ 、修正慣性モーメント  $J_1$  及び  $J_2$  を求めれば次のごとくなる。

$$F = 6.85 \times 0.5 + 20 \times 0.5 + 4.96 \times 0.5 = 3.425 + 10 + 2.48 = 15.905 \text{ cm}^2$$

$$\xi = (3.425 \times 20.75 + 10 \times 10.5 + 2.48 \times 0.25) / 15.905 = 11.109 \text{ cm}$$

$$\therefore r_g = 11.109 + 15 = 26.109 \text{ cm}$$

(5) 式より

$$r_0 = \frac{15.905}{4.96 \ln \frac{15.5}{15} + 0.5 \ln \frac{35.5}{15.5} + 6.85 \ln \frac{36}{35.5}} = 23.639 \text{ cm}$$

$$\therefore e = r_g - r_0 = 26.109 - 23.639 = 2.470 \text{ cm}$$

$$eF = 2.470 \times 15.905 = 39.2854 \text{ cm}^3$$

$$\therefore J_1 = r_1 e F = 15 \times 39.2854 = 589.28 \text{ cm}^4$$

$$J_2 = r_2 e F = 36 \times 39.2854 = 1414.27 \text{ cm}^4$$

$$y_1 = r_0 - r_1 = 23.639 - 15 = +8.639 \text{ cm}$$

$$y_2 = r_0 - r_2 = 23.639 - 36 = -12.361 \text{ cm}$$

実際の設計計算では  $J_1, J_2$  などは小数部分はすて、 $r_0, r_g, e$  の寸法は小数2位までとれば十分であるが、いまは半径方向応力度の第2, 第3項など微小なる値との比較があり、腹と突縁との接続点の応力度計算において内側から考えた場合と外側から考えた場合の値との比較をする必要から少し細かい計算を行った。

さて対角線断面 D-D にはたらく曲げモーメント  $M$ 、垂直力  $N$  及びせん断力  $Q$  は (図-4)

$$M = -924 \times 112.53 = -103\,978 \text{ kg-cm}$$

$$N = -924 \sin 45^\circ = -924 \times 0.707 = -653 \text{ kg,}$$

$$Q = -924 \cos 45^\circ = -924 \times 0.707 = -653 \text{ kg}$$

ゆえに内縁及び外縁における切線方向応力度  $\sigma$  は (2) 及び (3) より

$$\sigma_1 = -\frac{653}{15.905} - \frac{103\,978 \times 8.639}{589.28} = -41 - 1\,524 = -1\,565 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_2 = -\frac{653}{15.905} + \frac{103\,978 \times 12.361}{1\,414.27} = -41 + 909 = +868 \text{ kg/cm}^2$$

モーメント  $M = -103\,978 \text{ kg-cm}$  なる値はもとの断面  $F$  の重心軸に対する値であるから、有効断面  $F$  の重心軸に対するモーメントは重心軸の移動  $e' = 0.609 \text{ cm}$  により、 $\Delta M = -653 \times 0.609 \sin 45^\circ = -653 \times 0.609 \times 0.707 = -281 \text{ kg-cm}$  だけですが、微小なる変化であるから省略する。

次に任意点の  $\sigma$  は (1) 式より

$$\sigma = -\frac{653}{15.905} - \frac{103\,978(23.639 - r)}{39.2854 r} = -41 - 2\,646.73 \left( \frac{23.639}{r} - 1 \right) \dots\dots\dots (43)$$

これより  $\sigma = 0$  の位置を求めると  $r = 24.01 \text{ cm}$  となり、また  $r$  の各値に対する  $\sigma$  を求めると 表-2 である。

表-2 切線応力度  $\sigma$  の値

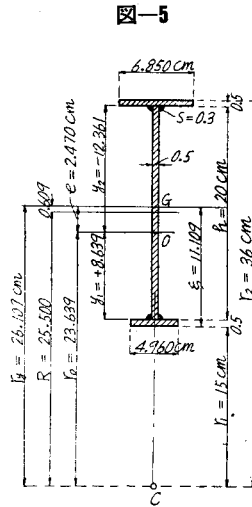
$r(\text{cm})$	15	15.25	15.5	20	24.01	25.5	30	35.5	35.75	36
$\sigma(\text{kg/cm}^2)$	-1565	-1497	-1430	-520	0	+150	+520	+840	+856	+868

図-6 における  $\sigma$ -curve はこの表の値を図示したものである。上表より内側突縁における  $\bar{\sigma}_m = -1\,497 \text{ kg/cm}^2$ 、外側突縁における  $\bar{\sigma}_m = +856 \text{ kg/cm}^2$ 、ゆえに突縁部の偏倚力による歪曲のための腹のつけ根において突縁部に生ずる曲応力度  $\sigma'$  は (41) 式より

$$\text{内側突縁部において } \sigma' = 1.681 \times 1\,497 = 2\,516 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{外側突縁部において } \sigma' = 1.721 \times 856 = 1\,473 \text{ kg/cm}^2$$

材料が鋼 St. 37 とすれば内縁では局部的に降伏点に達するはずであるが Kayser の実験報告にこの曲り応力



度に関する陳述がないのでこの点はよくわからない。しかし  $\sigma$  の値及び分布はよく一致する。

2) 半径方向の応力度  $\sigma_r$  の分布 まず内側突縁と腹との接続点(腹側)における  $\sigma_{r,1}$  は(9)式より

$$\sigma_{r,1} = -\frac{103.978}{39.2854 \times 15.5} \left[ 23.639 \ln \frac{15.5}{15} - 0.5 \right] \frac{4.96}{0.5} = -466 \text{ kg/cm}^2$$

同接続点(突縁側)における  $\sigma_{r,1}$  は

$$\sigma_{r,1} = -466 \times \frac{0.5}{4.96} = -47 \text{ kg/cm}^2$$

次に  $\sigma_r$  の第2項  $\sigma_{r,2}$  は

内側突縁と腹との接続点(腹側)において(16)式より

$$\sigma_{r,2} = -\frac{653}{15.905} \frac{0.5}{15.5} \frac{4.96}{0.5} = -13.1 \text{ kg/cm}^2 = -13 \text{ kg/cm}^2$$

同接続点(突縁側)において

$$\sigma_{r,2} = -13.1 \times \frac{0.5}{4.96} = -1.3 \text{ kg/cm}^2$$

また,  $\sigma_r$  の第3項  $\sigma_{r,3}$  は

内側突縁と腹との接続点(腹側)において(23)式より

$$\sigma_{r,3} = +\frac{653}{39.2854} \frac{23.639}{15.5} \left[ 26.109 \ln \frac{15.5}{15} - \frac{(2 \times 26.109 + 0.5) 0.5}{2 \times 15.5} \right] \frac{4.96}{0.5} = +1.46 \text{ kg/cm}^2$$

同接続点(突縁側)において

$$\sigma_{r,3} = +1.46 \times \frac{0.5}{4.96} = +0.15 \text{ kg/cm}^2$$

次に腹において, まず  $\sigma_{r,1}$  の max の位置を求めると, (10-a) より

$$\ln r = 1 + \ln 15.5 - \frac{4.96}{0.5} \ln \frac{15.5}{15} - \frac{1}{23.639} \left( 15.5 - \frac{4.96}{0.5} 0.5 \right)$$

$$\therefore r = 19.49 \text{ cm}$$

$\sigma_{r,1}$  は(10)式より

$$\begin{aligned} \sigma_{r,1} &= -\frac{103.978}{39.2854} \frac{1}{r} \left[ 23.639 \left( \frac{4.96}{0.5} \ln \frac{15.5}{15} + \ln \frac{r}{15.5} \right) - \frac{4.96}{0.5} 0.5 - (r - 15.5) \right] \\ &= -2646.73 \left[ \frac{-46.5615 + 23.639 \ln r}{r} - 1 \right] \end{aligned}$$

これより  $\sigma_{r,1}$  を求めれば表-3のごとくなる。

表-3  $\sigma_{r,1}$  の値

$r(\text{cm})$	15.5	19.49	20	25.5	30	35.5
$\sigma_{r,1}(\text{kg/cm}^2)$	-466.1	-564.2	-563.0	-466.6	-338.5	-172.8

検算のため  $r=35.5$  における  $\sigma_{r,1}$  を外側から考えた場合の式(13)式よりだせば

$$\sigma_{r,1} = +\frac{103.978}{39.2854 \times 35.5} \left[ 23.639 \ln \frac{36}{35.5} - 0.5 \right] \frac{6.85}{0.5} = -173.0 \text{ kg/cm}^2$$

となる。ゆえに外側突縁と腹との接続点(外側突縁側)において

$$\sigma_{r,1} = -173.0 \times \frac{0.5}{6.85} = -12.6 = -13.0 \text{ kg/cm}^2$$

Kayser は半径方向応力度に対して一般式を示さず, ただ内側突縁と接続点(腹側)に対し次の近似式を与えているにすぎない。すなわち半径方向応力度を  $\sigma_i$  で表わし,  $d$  を腹銀の厚さ,  $t$  を突縁銀の厚さ,  $\sigma_{t0}$  を最大突縁応力度(突縁銀の厚さの中央において腹のところにおける応力度),  $B_i$  を突縁の有効幅,  $r_i$  を内側突縁銀の厚さの中央点に対する曲率半径とすれば

$$\sigma_i = \frac{\sigma_{t0} t B_i}{d r_i} \dots \dots \dots (44)$$

これによつて内側突縁と腹との接続点(腹側)における半径方向応力度をだせば



$$\sigma_i = -\frac{1.497 \times 0.5 \times 4.96}{0.5 \times 15.25} = -437 \text{ kg/cm}^2$$

となり、上記、著者の公式による値  $-466 \text{ kg/cm}^2$  に対し 4.5% 大きくでてくる。

次に腹断面における  $\sigma_{r,2}$  及び  $\sigma_{r,3}$  を求めると次の如くなる。

(17) 式より

$$\sigma_{r,2} = -\frac{653}{15.905} \frac{1}{r} \left[ \frac{4.96}{0.5} 0.5 + (r-15.5) \right] = -41.05 \left( 1 - \frac{10.54}{r} \right)$$

これより  $\sigma_{r,2}$  を求めれば 表-4 のごとくなる。

表-4  $\sigma_{r,2}$  の 値

$r(\text{cm})$	15.5	20	25.5	30	35.5
$\sigma_{r,2}(\text{kg/cm}^2)$	-13.1	-19.4	-24.0	-26.6	-28.87

内側突縁と腹との接続点(突縁側)において

$$\sigma_{r,2} = -13.1 \times \frac{0.5}{4.96} = -1.3 \text{ kg/cm}^2$$

また、腹断面  $F'$  に対する  $\sigma_{r,3}$  は (24) 式より

$$\begin{aligned} \sigma_{r,3} &= \frac{653}{39.2854} \frac{23.639}{r} \left[ \frac{4.96}{0.5} \left\{ 26.109 \ln \frac{15.5}{15} - (26.109 + 0.25) \frac{0.5}{15.5} \right\} \right. \\ &\quad \left. + 26.109 \ln \frac{r}{15.5} + \frac{r-15.5}{r} \left\{ \frac{4.96}{15.5} \left( 26.109 - \frac{15+15.5}{2} \right) - \left( 26.109 + \frac{r-15.5}{2} \right) \right\} \right] \\ &= 392.9013 \frac{1}{r} \left[ \left( 0.057827 + 26.109 \ln \frac{r}{15.5} \right) + \frac{r-15.5}{r} \left\{ -22.63412 - \frac{r-15.5}{2} \right\} \right] \end{aligned}$$

これより  $\sigma_{r,3}$  を計算すれば 表-5 のごとくなる。

表-5  $\sigma_{r,3}$  の 値

$r(\text{cm})$	15.5	20	25.5	30	35.5
$\sigma_{r,3}(\text{kg/cm}^2)$	+1.46	+21.88	+34.19	+37.39	+36.62

ゆえに外側突縁と腹との接続点 ( $r=35.5 \text{ cm}$ , 腹側) に対し

$$\sigma_{r,2} + \sigma_{r,3} = -28.87 + 36.62 = +7.75 = +7.80 \text{ kg/cm}^2$$

検算のため (19) 式より  $\sigma_{r,2}$  を、また (27) 式より  $\sigma_{r,3}$  をだしその和をとると、同じく約  $+7.80 \text{ kg/cm}^2$  となる。すなわち

$$\sigma_{r,2} \text{ (at } r''=35.5, b=b'=0.5) = -41.05 \frac{0.5}{35.5} \frac{6.85}{0.5} = +7.92 \text{ kg/cm}^2$$

$$\begin{aligned} \sigma_{r,3} \text{ (at } r''=35.5; b=b'=0.5) &= -\frac{653}{39.2854} \frac{23.639}{35.5} \left[ 26.109 \ln \frac{36}{35.5} - \frac{51.718 \times 0.5}{35.5 \times 2} \right] \frac{6.85}{0.5} \\ &= -0.145 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

ゆえに  $\sigma_{r,2} + \sigma_{r,3} = +7.92 - 0.145 = +7.77 = +7.80 \text{ kg/cm}^2$

表-3 及び 5 より  $\sigma_r = \sigma_{r,1} + \sigma_{r,2} + \sigma_{r,3}$  を求めると次のごとくなる。

表-6  $\sigma_r$  の 値

$r(\text{cm})$	15.5	20	25.5	30	35.5
$\sigma_{r,1}$	-466.1	-563.0	-466.6	-338.5	-172.8
$\sigma_{r,2}$	-13.1	-19.4	-24.0	-26.6	-28.87
$\sigma_{r,3}$	+1.46	+21.9	+34.2	+37.4	+36.62
$\sigma_{r,2} + \sigma_{r,3}$	-11.64	+2.5	+10.2	+10.8	+7.75
$\sigma_r(\text{kg/cm}^2)$	-477.0	-561.0	-456.0	-328.0	-165.0

$$\max \sigma_{r,1} \text{ (at } r=19.49) = -564 \text{ kg/cm}^2$$

これらの値は 図-6 及び 図-7 に示されている。この表または図から  $\sigma_{r,2} + \sigma_{r,3}$  の補正項は  $\sigma_r$  の第1項,  $\sigma_{r,1}$  にくらべ無視しうることが一目でわかる。ゆえに実際には  $\sigma_{r,1}$  をもつて  $\sigma_r$  と見なすことができる。また  $\max \sigma_r \equiv \max \sigma_{r,1}$  の位置は断面の中央に存在せず内側にかたよつて生ずることがわかる。 $\sigma_r$  の分布曲線の形も  $\max \sigma_r$  の位置も Kayser の実験結果に対照すると  $\sigma_r$  の公式が実際に用いてさしつかえないことが認められる。

### 3) セン断応力度 $\tau$ 内側突縁 $F_1$ に対して (31) 式より

まず内側突縁と腹との接続点(突縁側)における  $\tau$  を求めると

$$\tau = -\frac{653 \times 23.639}{39.2854 \times 15.5} \frac{(2 \times 26.109 - 15.5 + 15)0.5}{2 \times 15.5} = -9.07 = 9.0 \text{ kg/cm}^2$$

ゆえに同接続点(腹側)において

$$\tau = -9.07 \times \frac{4.96}{0.5} = -90 \text{ kg/cm}^2$$

次に腹  $F'$  に対して, (33) 式より

$$\begin{aligned} \tau &= -\frac{653}{39.2854} \frac{23.639}{r^2} \left[ 26.109 \left( \frac{4.96}{0.5} 0.5 + r - 15.5 \right) - \frac{4.96}{0.5} 0.5 (15 + 0.25) - \frac{r^2 - 15.5^2}{2} \right] \\ &= -392.9013 \left[ \frac{-229.6839 + 26.109 r}{r^2} - \frac{1}{2} \right] \end{aligned}$$

また  $\max \tau$  の位置は (33-a) より

$$r = 2 \times 15.5 - 2 \frac{4.96 \times 0.5}{0.5} \left( 1 - \frac{15.25}{26.109} \right) - \frac{15.5^2}{26.109}$$

$$\therefore r = 17.67 \text{ cm (しかして } \max \tau = -95 \text{ kg/cm}^2)$$

上の式によつて  $\tau$  の値を計算すると 表-7 のごとくなる。

表-7  $\tau$  の値

$r$ (cm)	15.5	17.67	20	25.5	30	33.5
$\tau$ (kg/cm <sup>2</sup> )	-90	-95	-91	-67	-45	-21

なお検算のため, 外側より考えた公式によつて  $r=35.5 \text{ cm}$  における腹のセン断応力度  $\tau$  をだせば (36) 式より

$$\tau = \frac{653}{39.2854} \frac{23.639}{35.5^2} \left[ 26.109 \times 0.5 - \frac{(36 + 35.5)0.5}{2} \right] \frac{6.85}{0.5} = -21 \text{ kg/cm}^2$$

となり, 内側の方から考えた釣合条件によりだした式による値と等しくなる。

図-7 は 表-7 の値により図示した  $\tau$ -curve であつて,  $\max \tau$  はハリの高さの中央になく, 内側突縁に近く腹内に生ずる ( $\tau$  に対しては実験値が見当らないから比較ができないのは遺憾である)。

図-6 において  $\tau$ -curve は点線を以て示される。 $\sigma$ ,  $\sigma_r$ ,  $\tau$  が同じ尺度で示されるから, 切線応力度, 半径方向応力度及びセン断応力度の大きい割合, または各応力度の  $\max$  の位置が一目瞭然である。

なお念のために次のごとく Bleich の式 (39) により具体的に両突縁鋼における切線応力度  $\bar{\sigma}_x$  を求め, この  $\bar{\sigma}_x$ -curve から, 上に仮定した突縁有効幅のチェックを行つたが満足であることが知られた。すなわち

$$\text{内側突縁に対し } \alpha = \frac{1.31607}{\sqrt{15.25 \times 0.5}} = 0.4765, b = 5.55 \text{ cm}, \bar{\sigma}_m = -1497 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{外側突縁に対し } \alpha = \frac{1.31607}{\sqrt{35.75 \times 0.5}} = 0.3113, b = 5.55 \text{ cm}, \bar{\sigma}_m = +856 \text{ kg/cm}^2$$

ゆえにこれらの値を (39) に代入し, 突縁鋼における切線応力度  $\bar{\sigma}_x$  を求めれば 表-8 のごとくなる。図-6 における  $\bar{\sigma}_x$ -curve はこれを図示したものである。

表-8

突縁鋼の腹との附根からの距離 $x$ (cm)	0	1	2	3	4	5	5.55
内側突縁の $\bar{\sigma}_x$ (kg/cm <sup>2</sup> )	-1497	-1260	-820	-380	-55	+218	+367
外側突縁の $\bar{\sigma}_x$ (kg/cm <sup>2</sup> )	+856	+787	+632	+437	+225	+23	-92

$\bar{\sigma}_x$ -diagram から正負の符号を考慮し突縁突出長  $b=5.55 \text{ cm}$  に対し  $\bar{\sigma}_x$ -面の面積の和を求め,  $\bar{\sigma}_m$  でわれ

ば有効長  $b'$  がわかり、かくして有効幅  $B'$  をだすと上に仮定した有効幅にほぼ等しい値も得られる。いまの場合突縁鉄の両先端に実験結果を見てもそうであるように反対符号の切線応力度が生ずることになる。

図-6 Kayser's Experiment

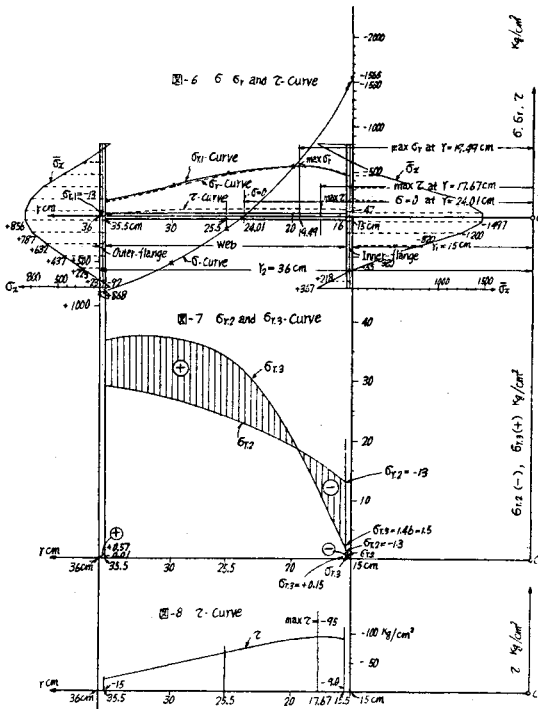


図-7 Kayser's Experiment

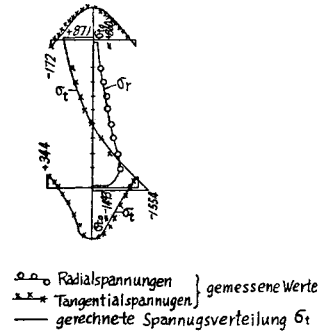
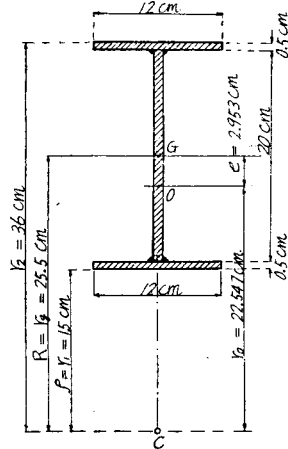


図-8 Actual Section



VI. 突縁鉄の撓曲がない場合

突縁が補剛材により完全にその撓曲が抑制されたものとしてもこの断面 図-8 について各応力度分布を求めよう。これによつて半径応力度による偏倚力のための突縁鉄の撓曲の各応力度分布に及ぼす影響がわかり、従つて補剛の効果も明らかとなるであろう。

1) 切線方向応力度  $\sigma$  図-8 において

$$\text{横断面 } F = 2 \times 12 \times 0.5 + 20 \times 0.5 = 12 + 10 = 22 \text{ cm}^2$$

$$r_0 = \frac{22}{12 \ln \frac{15.5}{15} + 0.5 \ln \frac{35.5}{15.5} + 12 \ln \frac{36}{35.5}} = 22.547 \text{ cm}$$

$$e = 25.50 - 22.547 = 2.953 \text{ cm}$$

$$eF = 2.953 \times 22 = 64.9660 \text{ cm}^3$$

$$r_1 = 15, r_2 = 36, J = reF = 64.966 r$$

$$J_1 = r_1 e F = 974.5 \text{ cm}^4, J_2 = r_2 e F = 2338.8 \text{ cm}^4$$

$$y_1 = r_0 - r_1 = 22.547 - 15 = +7.547 \text{ cm}$$

$$y_2 = r_0 - r_2 = 22.547 - 36 = -13.453 \text{ cm}$$

断面における垂直力  $N = -653 \text{ kg}$ , モーメント  $M = -103978 \text{ kg cm}$ , ゆえに内縁及び外縁における切線方向応力度は

$$\sigma_1 = -\frac{653}{22} - \frac{103978 \times 7.547}{974.5} = -29.7 - 805.2 = -835 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_2 = -\frac{653}{22} - \frac{103978 \times (-13.453)}{2338.8} = -29.7 + 598.1 = +569 \text{ kg/cm}^2$$

また任意点の  $\sigma$  は

$$\sigma = -29.7 - \frac{103\,978(22.547-r)}{64.966r} = -29.7 - 1\,600.5 \left( \frac{22.547}{r} - 1 \right)$$

これによつて  $\sigma$  を求めると表-9 が得られる。また  $\sigma=0$  の位置を求めると  $r=22.97\text{ cm}$  となる。

表-9  $\sigma$  の値

$r(\text{cm})$	15	15.5	20	22.97	25.5	30	35.5	36
$\sigma(\text{kg/cm}^2)$	-895	-757	-233	0	+155	+368	+555	+569

図-9 において実線をもつてこの  $\sigma$ -line を示し、鎖線をもつて同一断面を有する直バリの場合の  $\sigma$  の直線、及び点線をもつて突縁の撓曲を許す場合の  $\sigma$ -line を示す。これにより各場合の比較が一目でわかる。

2) 半径方向応力度  $\sigma_r$   $\sigma_r$  はこれまで示したように  $\sigma_{r,1}$  をもつて十分精密な値が得られるので  $\sigma_{r,2} + \sigma_{r,3}$  はここでは省略することにする。そのときは (10) 式より腹  $F'$  に対し

$$\begin{aligned} \sigma_{r,1} \div \sigma_r &= -\frac{103\,978}{64.966} \frac{1}{r} \left[ 22.547 \left( \frac{12}{0.5} \ln \frac{15.5}{15} + \ln \frac{r}{15.5} \right) - \frac{12 \times 0.5}{0.5} - (r-15.5) \right] \\ &= -1\,600.5 \left( \frac{22.547 \ln r - 40.554}{r} - 1 \right) \end{aligned}$$

この式により  $\sigma_r$  を計算すれば表-10 のごとくなる。また  $\max \sigma_r$  の位置を求めると  $r=16.42\text{ cm}$  となる。

表-10

$r(\text{cm})$	15.5	16.42	20	25.5	30	35.5
$\sigma_r(\text{kg/cm}^2)$	-593	-597	-560	-437	-327	-200

(13) 式より  $r=35.5\text{ cm}$  における  $\sigma_r \div \sigma_{r,1} = -200\text{ kg/cm}^2$  に対するチェックを行えば

$$\sigma_r \div \sigma_{r,1} = + \frac{103\,978}{64.966 \times 35.5} \left( 22.549 \ln \frac{36}{35.5} - 0.5 \right) \frac{12}{0.5} = -199.6 = -200\text{ kg/cm}^2$$

3) セン断応力度  $\tau$  セン断力  $Q = -653\text{ kg}$

まず (33 a) より  $\max \tau$  に対する  $r$  を求めると  $r=11.93\text{ cm} < 15.5\text{ cm}$  となるから、この場合  $\max \tau$  は腹の高さの中間に生じなくて、腹と内側突縁との接続点におこることがわかる。

腹における  $\tau$  は (33) 式より

$$\begin{aligned} \tau &= -\frac{653 \times 22.547}{64.966} \frac{1}{r^2} \left[ \left( \frac{12}{0.5} 0.5 + r - 15.5 \right) 25.5 - \frac{12}{0.5} 0.5 \times 15.23 - \frac{r^2 - 15.5^2}{2} \right] \\ &= -226.63 \left[ \frac{25.5r - 152.125}{r^2} - 0.5 \right] \end{aligned}$$

この式より  $\tau$  の値を出せば表-10 のごとくなる。

表-10

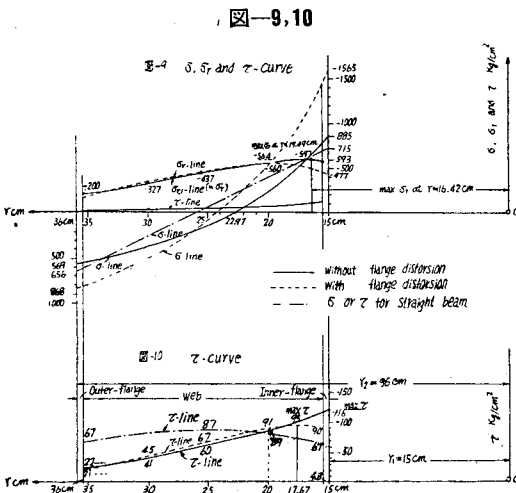
$r(\text{cm})$	15.5	20	25.5	30	35.5
$\tau(\text{kg/cm}^2)$	-116	-89	-60	-41	-22

(36) 式により  $r=35.5\text{ cm}$  における  $\tau = -22\text{ kg/cm}^2$  のチェックを行えば

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{653 \times 22.57}{64.966 \times 35.5^2} \left[ 25.5 \times 0.5 - \frac{36 + 35.5}{2} 0.5 \right] \frac{12}{0.5} = -22.11 \\ &= -22\text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

比較のため直バリの場合の  $\tau$  の公式により  $\max \tau$  を求めると  $\max \tau = 87\text{ kg/cm}^2$  が腹の中央におこる。

図-10 において表-10 の  $\tau$ -line は実線で、直バリに対する  $\tau$  は鎖線で、また突縁部の撓曲を許す場合の  $\tau$  は点線にて示した。これにより各場合の  $\tau$



の関係が一目でわかる。なお 図-9 に  $\sigma_r$  と同じ尺度で  $\tau$  を示しその大ききの比較をなしてある。

図-10 からわかるように曲りバリの場合と直バリの場合とでは  $\max \tau$  の生ずる箇所が異なり、また曲りバリの場合においても突縁が補剛された場合と補剛されない場合とでは  $\max \tau$  の位置が変わるが  $\max \tau$  の値はあまり増加しない。

図-9 からわかるように  $\tau$  は  $\sigma_r$  にくらべてきわめて小さいが、 $\sigma_r$  は突縁の撓曲を抑制すると切線応力度  $\sigma$  にくらべ、その最大値が  $\max \sigma$  に接近してくる。しかし突縁の厚さが大なるときには  $\max \sigma_r$  が  $\max \sigma$  以上になることがある<sup>11)</sup>。これは重要であつて腹と突縁の接続点が危険な箇所となり、このことは実例からも知られている<sup>12)</sup>。腹と突縁との接続点の丸縁はその応力度の緩和に有効である。計算及び図においてその接続点において腹と突縁側との二つの値が同一点に存するが実際は連続的に変化するものと考えねばならない。

## VII. むすび

以上、著者の I 形断面の曲りバリに対する応力度公式の応用として、ラーメン隅角部が曲りバリをなす場合の各応力度分布の計算を示したが、Kayser の実験結果とも見くらべて実際に用いてきつつかえないと思われる。次にその計算に対する結論としていえると思われることは

- 1) 半径方向応力度  $\sigma_r$  の公式として実際にはモーメントに対応する第 1 項のみで十分で、 $\sigma_r$  に及ぼす垂直力並びにせん断力に対応する項は省略することができる。
- 2) セン断応力度  $\tau$  は  $\sigma$  及び  $\sigma_r$  にくらべきわめて小である。
- 3)  $\max \sigma_r$  及び  $\max \tau$  はハリの高さの中央に生ぜず内側にかたよる。
- 4) 突縁の偏倚力による撓曲を許す場合は、許さない場合にくらべ切線応力度の  $\max$  の値がずつと大きくなる。
- 5) 突縁の撓曲は局部的作用とみなされ、従つて突縁の補剛いかんにより  $\sigma_r$  及び  $\tau$  の分布曲線はいくぶん変化するが、 $\max \sigma_r$  及び  $\max \tau$  の大ききには変化が少ない。従つて突縁の補剛の有無にかかわらず公式  $\sigma_r$  及び  $\tau$  が用いられる。
- 6)  $\max \sigma_r$  と  $\max \sigma$  との値の比は補剛した場合の方が補剛しない場合に対し大きくなつてきて、突縁断面が大になるときには  $\max \sigma_r$  は  $\max \sigma$  の値と匹敵する大ききになることがあり、それ以上になることもありうる。設計においては比較応力度 (換算応力度)<sup>13)</sup> をだしてみる必要もおこりうる。

7) Seely-Smith はその著書<sup>7)</sup> で I 形断面の曲りバリにおいては  $\max \sigma_r$  は腹と内側突縁の接続点に生ずるとのべているが、上の著書の公式による計算及び Kayser (脚註 4) の実験から必ずしもそうでないことがわかる。

ラーメン隅角部が外側へ突出している場合、曲りバリの応力度公式をいかに適用すべきかはなお十分検討の要がある。またここには  $\sigma_r$  及び  $\tau$  の公式の突縁における銲接及び溶接計算の応用についてはのべなかつたが、すでにその計算公式は本誌にのべてある。ただ  $\sigma_r$  の公式で第 1 項、モーメントに対応する項に比べ第 2、第 3 項はきわめて小であつて実際上省略しうることがわかつたから、突縁における銲接及び溶接の計算に対しても  $\sigma_r$  とし第 1 項のみとれば十分満足であると言える。

## 参 考 文 献

- 1) Timoschenko : Strength of Materials, Part II, 2nd Edition, 1941, p. 107
- 2) W. Gehler : Der Rahmen, 1925, s. 271, Abb. 265
- 3) H. Bleich : Die Spannungsverteilung in den Gurtungen gekrümmter Stäbe mit T- und I-förmigem Querschnitt. Stahlbau, Jan. 1933, Heft 1, s. 3-6
- 4) 前回論文脚註, なおラーメン隅角部が外側突出している場合については Lyse の実験的研究 (Proceedings A.S.C.E. Vol. 66, No. 9, 1940) などあるが, かかる場合の検討は次回にゆずる。
- 5) Bach u. Baumann : Elastizität u. Festigkeit, 9, Aufl. s. 510  
Kappus : Schubspannungen in krümmen Balken, Stahlbau, Juli, 1952, s. 126
- 6) 前回論文脚註
- 7) Seely-Smith : Advanced Mechanics of Materials, 2nd Edition, 1952, p. 172, Eq. (191)  
著者 : 曲梁の歪エネルギーに対する公式 (土木学会誌, 第 38 巻第 9 号)
- 8) 公式の誘導並びに記号の詳細なる説明は前回までの本誌上の著者の論文参照
- 9)  $\sigma_{r,1}$  の図解法については The author : Stress calculation of curved beam, Proceedings of 1st. Japan National Congress for Applied Mechanics, May 1952
- 10) 有効幅自身の研究についてはまたの機会にのべたい。
- 11) 著者 Formula for radial normal stress of curved beam, 第 3 回応用力学連合講演会講演, Proceedings に掲載の予定。
- 12) Anderson : Flexural stresses in curved beam, Proceedings, Applied Mechanics, 1950, Vol. 163, London.
- 13) Stahlbau-Handbuch 1949/50. Deutscher Stahlbauverband, s. 43. Schleicherische u. Sandelische Formulae.