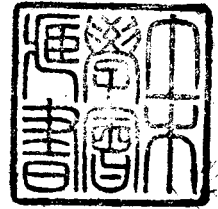


合成箱桁橋の応力解析と設計計算法

正員 工学博士 小西一郎*

准員 小松定夫**

准員 大橋昭光***



STRESS ANALYSIS AND CALCULATION FOR DESIGN OF COMPOSITE BOX GIRDER

(Trans. of JSCE., No.25, March 1955)

*Dr. Eng., Ichirō Konishi, C.E. Member, Sadao Komatsu, C.E. Assoc. Member
and Masamitsu Ohashi, C.E. Assoc. Member*

Synopsis This paper presents the stress analysis, by applying the Bending Torsion theory, of composite box girder subjected to an eccentric loading, which can not be solved by the usual calculation of a girder having the I-shape section.

This calculation method was, as an example, applied to the simple beam bridge of two-box girders, span 33.527 m (110 ft), composited by reinforced concrete slab. The comparison of the results obtained by this method and by the common one shows how large the error is when the latter is applied to the box girder. Summarizing these described above, the authors present a more rational method of calculations of box girder bridge.

要旨 本文は合成箱桁橋の設計計算において、従来のI形断面をもつ桁橋の慣用設計計算法がそのまま適用できない偏心荷重状態における合成箱桁の応力解析を、曲げ振り (Bending Torsion) の理論を適用して行つたものである。この計算式を用いて鉄筋コンクリート床板と合成した2箱桁橋 (スパン 33.527 m (110 ft)) の単純桁橋に適用し、本理論による計算結果と、慣用設計計算法による結果とを比較して、慣用設計計算法を箱桁橋へ適用する場合の誤差の程度を明らかにした。

次に以上の諸結果を総合して、合成箱桁橋の合理的な設計計算法について一提案を行つたものである。

目 次

1. 緒 言	7. 振りによる応力 τ_x, τ_w, σ_w
2. 合成箱桁橋断面の単純振り	8. 剪断中心
3. 合成箱桁橋断面の曲げ	9. 数値計算例
4. 合成箱桁橋断面の曲げ振り	10. 慣用設計計算法の箱桁橋への適用とその批判
5. 代表的偏心荷重状態における合成箱桁橋の解法	11. 合成箱桁橋の合理的設計計算法の一提案
6. 曲げによる応力 σ_b, τ_b	12. 結 言

1. 緒 言

橋梁の死荷重軽減のため、橋梁構造材料、構造法等各方面から研究が進められ、戦後諸外国において幾多の特筆に値する橋梁の進歩もたらされたことはすでに周知のことである。この一例は箱桁を用いた橋梁構造であつて、本構造の特長は立体的薄肉構造の利用により、軽量でかつ強剛な点である。すでにドイツにおいては Köln-

* 京都大学教授，工学部土木工学教室，兼工学研究所

** 大阪市立大学理工学部講師

*** 京都大学助手，工学部土木工学教室

Deutz¹⁾, Düsseldorf-Neuss²⁾, Bürgermeister-Smidt³⁾ の諸橋のように、スパン 100~200 m の長大連続桁橋に利用せられて、その長を遺憾なく発揮している。また鉄道橋としても使用され Schöntal 橋はスパン 36 m の上路鉄道箱桁橋である⁴⁾。またアメリカにおいては、North Bend⁵⁾, Portage Canal⁶⁾ 橋に見られるように、コンクリート床板を2個の鋼箱桁に連結したいわゆる合成箱桁を用いることによつて、スパン 40 m 前後の単純桁橋に新しい経済的構造を生み出している。

箱桁橋の設計においては、橋梁上の荷重位置によつて、特に偏心荷重状態においては、従来の平面構造の桁に対する慣用の設計計算法がそのまま用いられない。箱桁においては、スパン方向のみならず橋幅方向にもひろがりをもつため、立体的な応力解析がぜひとも必要であり、このため平面構造の桁の応力解析に立脚した従来の設計計算法は役に立たない。しかしながら、いたずらに煩雑な計算法は、設計計算法としてはその労にたえないから、立体的な応力解析の結果を反映した実用設計計算法が要望せられるわけである。そこで本文では合成箱桁橋について、種々の偏心荷重状態において箱桁橋の応力を弾性理論によつて、できるだけ忠実に解析した。次にこの結果にもとづいて、合理的な実用設計計算法を提案し、橋梁構造の改善と実用化に役立てようとしたものである。

図-1 に示すように箱主桁を2本並列し、主桁上のジベルによつてコンクリート床板を合成した合成箱桁においては、通常主桁間に適当に配置した対傾構によつて、橋梁の横断面形の変形は防止せられている。従つて本文においては橋梁のスパン全長にわたつて、横断面形は保持されているものと仮定する。

合成箱桁橋の同一横断面内では鋼とコンクリートが存在するため、材料のヤング係数及び剪断弾性係数の値を異にしている。本文においてはコンクリート断面は、その弾性性質に応じて、鋼断面に換算して用いることにする。

図-2 に示すとおり、合成箱桁の剪断中心を原点Oにとり、スパン方向にx軸、鉛直方向にy軸、xy軸に直角にz軸をとる。コンクリート床板は剪断応力 τ_{zx} に抵抗する。またジベルは τ_{xy} に抵抗することを考慮すれば、図-1 に示した合成箱桁橋断面は、力学的には図-3 の線図に示すとおり、

図-2 箱桁橋横断面の釣合断面力
Fig. 2 Equilibrium of Forces and Moments to Cross Sections of Box Girder Bridge

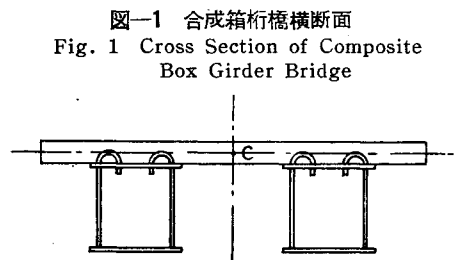
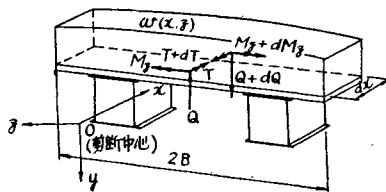
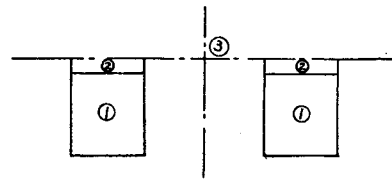


図-3 合成箱桁橋等価断面
Fig. 3 Equivalent Cross Section of Composite Box Girder Bridge



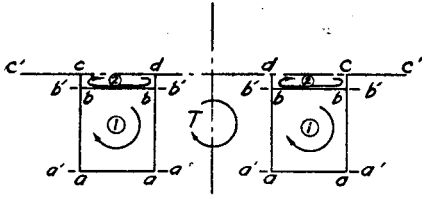
- (1) 曲げ及び振りに抵抗する鋼箱桁薄肉断面部 ①
 - (2) 曲げ及び振りに抵抗する鋼箱桁上部カバープレート、ジベル及びコンクリート床板により形成せられる箱桁薄肉断面部 ②
 - (3) 曲げ及び剪断応力 τ_{zx} に抵抗するコンクリート床板部 ③
- よりなるものと考えられる。

2. 合成箱桁橋断面の単純振り

図-3 に示す合成箱桁断面が単純振りを受ける場合、構造力学的構成部分 ①、② 及び ③ はいずれもその厚さが他の寸法に比して小さいので、振りに対してはコンクリート床板部 ③ はこれを切離して別個に考慮してこれを加算すればよい。従つてこの場合の単純振りに抵抗する断面としては、図-4 に示す箱桁部 ①、② と薄肉板 aa', bb', cc', dd' の薄肉断面を考えてさしつかえはない。箱桁 ①、② は内部的に 2 次不静定断面である。この薄肉断面の薄肉中心線に沿つて曲線座標 s をとり、その面内の剪断応力を τ_{sx} とすれば、

$$\tau_{sx} = G \left(\frac{\partial w}{\partial s} + \frac{\partial (r_s \theta)}{\partial x} \right) \quad (a)$$

図-4 合成箱桁橋断面の単純振り
Fig. 4 Simple Torsion of Composite Box Girder Bridge



ここに r_s : 振り中心から箱桁肉厚中心線に下した垂線の長さ,
 θ : 箱桁の断面 x における振り角,
 w : 断面内の一点のそり (Warping),
 G : 材料の剪断弾性係数.

式 (a) を断面上の任意の 1 点 s_0 より他の点 s まで積分すれば, 断面が x 方向に一定の場合

$$\int_{s_0}^s \tau_{sx} ds = \int_{s_0}^s G \frac{\partial w}{\partial s} ds + \int_{s_0}^s G \frac{d\theta}{dx} r_s ds \quad (b)$$

St. Venant の振り剪断流を q_s とかけば, G が区間 $s_0 \sim s$ において一定の場合には, 式 (b) より

$$\int_{s_0}^s \frac{q_s}{t} ds = G(w_s - w_0) + G \frac{d\theta}{dx} \int_{s_0}^s r_s ds$$

G の値は鋼桁及びジベルに対して G_s , コンクリートに対して G_c であるから,

$$\int_{s_0}^s \frac{q_s n_g}{t} ds = G_s (w_s - w_0) + G_s \frac{d\theta}{dx} \int_{s_0}^s r_s ds \quad (1)$$

$$n_g = \begin{cases} 1 & \text{鋼桁及びジベル} \\ G_s/G_c & \text{コンクリート} \end{cases}$$

ここに

いま 図-5 に示すとおり, 多くの薄肉箱桁断面が相隣接している箱桁を考える。任意の第 k 番目の薄肉断面をとり, この断面に沿つて式 (1) の積分を施し, 断面 k 内の剪断流を q_k とかけば,

$$q_k \int_0^1 \frac{n_g}{t} ds = G_s \left(w_1 - w_0 + \frac{d\theta}{dx} \int_0^1 r_s ds \right),$$

$$(q_k - q_{k-1}) \int_1^2 \frac{n_g}{t} ds = G_s \left(w_2 - w_1 + \frac{d\theta}{dx} \int_1^2 r_s ds \right),$$

$$q_k \int_2^3 \frac{n_g}{t} ds = G_s \left(w_3 - w_2 + \frac{d\theta}{dx} \int_2^3 r_s ds \right),$$

$$(q_k - q_{k+1}) \int_3^0 \frac{n_g}{t} ds = G_s \left(w_0 - w_3 + \frac{d\theta}{dx} \int_3^0 r_s ds \right).$$

ただし \int_0^1 は 0~1 間の壁区間についての積分を表わす。

上記 4 式を辺々相加えて

$$-q_{k-1} \int_{k-1,k} \frac{n_g}{t} ds + q_k \oint_k \frac{n_g}{t} ds - q_{k+1} \int_{k,k+1} \frac{n_g}{t} ds = G_s \frac{d\theta}{dx} \oint_k r_s ds \quad (c)$$

いま

$$\tilde{q}_k = \frac{q_k}{\frac{d\theta}{dx} G_s} \quad (2)$$

とおいた \tilde{q}_k を振り関数と定義すれば, 式 (c) は

$$-\tilde{q}_{k-1} \int_{k-1,k} \frac{n_g}{t} ds + \tilde{q}_k \oint_k \frac{n_g}{t} ds - \tilde{q}_{k+1} \int_{k,k+1} \frac{n_g}{t} ds = 2F_k \quad (3)$$

ここに F_k : 断面 k の肉厚中心線によつて囲まれた部分の面積,

\oint_k : 断面 k を一周する線積分,

$\int_{k,k+1}$: 断面 k と $k+1$ との共通壁に沿う線積分。

本文の主眼となつている 図-6 の 2 個隣接の薄肉箱桁断面については, 各断面 ①, ② について式 (3) を書きおろし, これを \tilde{q}_1, \tilde{q}_2 について解けば \tilde{q}_1, \tilde{q}_2 はそれぞれ次のとおり得られる。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{q}_1 &= 2 \frac{c_{22} F_1 + c_{12} F_2}{c_{11} c_{22} - c_{12}^2}, \\ \tilde{q}_2 &= 2 \frac{c_{11} F_2 + c_{12} F_1}{c_{11} c_{22} - c_{12}^2} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに

$$c_{11} = \oint_1 \frac{n_g}{t} ds, \quad c_{12} = \int_{1,2} \frac{n_g}{t} ds, \quad c_{22} = \oint_2 \frac{n_g}{t} ds \quad (4')$$

図-5 多壁閉断面の単純振り
Fig. 5 Simple Torsion of Closed Cell with Multiple Webs

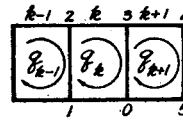


図-6
Fig. 6

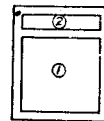


図-4 に示すとおり開断面のほか、図中点線 aa', bb', cc', dd で示した開断面の鋼フランジ部、コンクリート床板を有する場合には、この開断面部も振りに抵抗する。いま開断面フランジ部の厚さ t 、幅 b を有する2箱桁橋については、図-4 より全断面の振りモーメント T は、

$$T = 2(2q_1F_1 + 2q_2F_2) + \sum_{s,c} \frac{1}{3} Gbt^3 \frac{d\theta}{dx} \quad (d)$$

式 (d) 中右辺第1項は2個の箱桁開断面部、第2項は開断面部に関する項であつて、 $\sum_{s,c}$ は開断面鋼フランジ部及びコンクリート床板部全体についての総和を表わす。

いま

$$T = K \frac{d\theta}{dx} \quad (5)$$

によつて、振り剛性 K を定義すれば、式 (5) に式 (d), (2), (4) を用いて

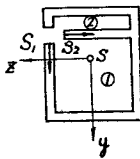
$$K = 8 \frac{c_{22}F_1^2 + 2c_{12}F_1F_2 + c_{11}F_2^2}{c_{11}c_{22} - c_{12}^2} G_s + \sum_{s,c} \frac{1}{3} Gbt^3 \quad (6)$$

3. 合成箱桁橋断面の曲げ

合成箱桁橋断面における曲げ垂直応力を算定するには、通常の I 形合成桁の応力算定公式がそのまま適用できるが、剪断応力に関しては、いわゆる剪断流理論⁷⁾ によらなければならない。

いま 図-3 に示す合成箱桁橋の1つの箱桁(図-6)の開断面が曲げを受けて、曲げ垂直応力とともに、これと釣合う剪断流 q_b が作用するものとする。この開断面は内的に不静定であるので、これに 図-7 のとおり2個の切断を入れた静定開断面については、その静定剪断流 \bar{q}_b は次式によつて簡単に算定することができる。

図-7
Fig. 7



$$\bar{q}_b = \frac{Q}{I} \int_0^s \frac{yt}{n} ds \quad (7)$$

ここに Q : 断面に作用する剪断力,

I : 合成箱桁の鋼に換算した断面2次モーメント,

$\int_0^s \frac{yt}{n} ds$: 桁断面壁部分 $0 \sim s$ の断面重心 S を通る水平軸 z に関する、鋼に換算した断面1次モーメント

$$n = \begin{cases} 1 & \text{鋼桁及びジベル} \\ E_s/E_c & \text{コンクリート} \end{cases}$$

図-6 の不静定断面の剪断流 q_b は、静定基本系 図-7 の剪断流 \bar{q}_b と、各薄肉断面に1個ずつの不静定剪断流 S とにより、

$$q_b = \bar{q}_b + S \quad (8)$$

として求めることができる。

断面が純粋曲げを受け、捩れを生じない条件は、

$$\oint \frac{qb n_g}{t} ds = 0 \quad (9)$$

式 (9) に式 (8) を代入し、図-6 に示す場合に適用すれば、

$$\left. \begin{aligned} S_1 \int_1 \frac{n_g}{t} ds - S_2 \int_{1,2} \frac{n_g}{t} ds + \int_1 \frac{\bar{q}_1 n_g}{t} ds &= 0, \\ -S_1 \int_{1,2} \frac{n_g}{t} ds + S_2 \int_2 \frac{n_g}{t} ds + \int_2 \frac{\bar{q}_2 n_g}{t} ds &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式 (10) は不静定剪断流 S_1, S_2 に関する連立方程式である。また式 (10) 中の \bar{q}_1, \bar{q}_2 はそれぞれ 図-7 の薄肉断面部 ①, ② に属する壁内の静定剪断流であつて、この値は式 (7) によつて容易に計算することができる。

式 (10) に式 (4') の係数を用いると、

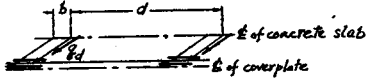
$$\left. \begin{aligned} c_{11}S_1 - c_{12}S_2 + \int_1 \frac{\bar{q}_1 n_g}{t} ds &= 0, \\ -c_{12}S_1 + c_{22}S_2 + \int_2 \frac{\bar{q}_2 n_g}{t} ds &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10')$$

式 (10') 中の係数 c_{11}, c_{12}, c_{22} は式 (4') が示すように、断面形状、材料の性質によつて定まる。またこれらの各積分において、 n_g は積分要素 ds が鋼桁あるいはジベル中にあるならば $n_g=1$ 、コンクリート中にあるならば $n_g=$

G_s/G_c をとる。

また式中の t は桁の肉厚である。ジベルを通る ds に対する t の値は、次のように等価壁厚を用いることにする。すなわち 図-8 に示すとおり、ジベルのピッチ d 、水平方向の幅 b 、厚さ t_d の場合には、ジベルに一定剪断流 q_d が作用するものとすれば、各ジベルの間では剪断流が存在しない。すなわち不連続性の剪断流の状態である。これを連続性剪断流に換算するため、 x 方向に連続した鋼の壁体を仮定すれば、その等価壁厚 t_e は 図-1 に示すようなジベルでは次式で与えられる。

図-8 ジベルの等価厚さ t_d
Fig. 8 Effective Thickness t_d of Shear Connector



$$t_e = \frac{b \cdot t_d}{d} \times 2 \quad (11)$$

ジベル部分では式 (10') 中の t として、式 (11) を用いることが必要である。

このようにして式 (10') より S_1, S_2 が算定されると、式 (8) によつて

$$q_1 = \bar{q}_1 + S_1, \quad q_2 = \bar{q}_2 + S_2$$

から実在剪断流 q_1, q_2 を求めることができる。

4. 合成箱桁橋断面の曲げ振り

合成箱桁橋においては、その荷状態が桁断面に対して非対称の場合には、箱桁は曲げと同時に振りを受ける。この場合には振りによるスパン方向のそり (Warping) が、一般に拘束を受け、その拘束の程度は断面の位置によつて変化する。この点は純粹の単純振りの場合にいちじるしく内容の異なるところである⁸⁾。このように曲げ振りでは振りによるスパン方向のそりを拘束するため歪を生じ、従つてスパン方向の垂直応力ならびにこれと釣合うべき 2 次剪断応力を発生する。この影響は曲げによる最大応力の生ずる断面と一致またはこれに近い一層注意する必要がある。

そり w_s のスパン方向の変化により生ずる垂直応力 σ_w は

$$\sigma_w = E \frac{\partial w_s}{\partial x} \quad (12)$$

次に箱桁薄板の微小体のスパン方向の釣合条件式によつて、そりによる垂直応力 σ_w とこれに釣合うために生ずる 2 次剪断応力 τ_w との関係は

$$\frac{\partial(\tau_w t)}{\partial s} = - \frac{\partial(\sigma_w t)}{\partial x} \quad (13)$$

いま

$$W_s = \frac{w_s}{\frac{d\theta}{dx}} \quad (14)$$

によつてそり関数 W_s を定義すれば、曲げ振りによる 2 次剪断流 q_w は式 (12), (13), (14) より

$$q_w = \tau_w t = \int \frac{\partial(\tau_w t)}{\partial s} ds = - \int \frac{\partial(\sigma_w t)}{\partial x} ds = -E_s \frac{d^3\theta}{dx^3} \left[\int_0^s \frac{W_s t}{n} ds + S_w \right] \quad (15)$$

ここに S_w は不静定剪断流の項である。

q_w については剪断歪の周期性によつて、対称曲げの場合の式 (9) と同形の次式が成立する。

$$\oint_k \frac{q_w n g}{t} ds = 0 \quad (16)$$

一方振りモーメント T_w は⁷⁾

$$T_w = \int_F q_w r_s ds \quad (17)$$

ここに \int_F は全橋断面についての線積分である。式 (17) に式 (15) を代入して、

$$\begin{aligned} T_w &= \int_F \left[\left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3} \right) \left\{ \int_0^s \frac{W_s t}{n} ds + S_w \right\} r_s \right] ds \\ &= \sum_F \int_{i-1}^i \left[\left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3} \right) \left\{ \int_0^s \frac{W_s t}{n} ds + S_w \right\} r_s \right] ds \\ &= \sum_F \left[\int_0^s \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3} \right) r_s ds \times \left(\int_0^s \frac{W_s t}{n} ds + S_w \right) \right]_{i-1}^i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\sum_F \int_{i-1}^i \frac{W_s t}{n} \left\{ \int_0^s \left(-E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \right) r_s ds \right\} ds \\
& = \sum_i \left[\sum \left\{ \left(-E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \right) \left(\int_i \frac{W_s t}{n} ds + S_w \right) \right\} \times \int_t r_s ds \right] \\
& \quad - \left(-E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \right) \sum_F \int_{i-1}^i \left\{ \frac{W_s t}{n} \left(\int_0^s r_s ds \right) \right\} ds \\
& = \sum_i \left[q_{wi} \int_i r_s ds \right] - \left(-E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \right) \sum_F \frac{W_s t}{n} \left\{ \int_0^s r_s ds \right\} ds \quad (18)
\end{aligned}$$

ここに \sum_i は箱桁隅角部 i を全隅角部について総和したもので、 \sum は隅角部 i に集まる箱桁構成各薄板についての i 側の値の総和、 $\int_t r_s ds$ は箱桁を構成する各薄板の隅角部 i における $\int_0^s r_s ds$ の値である、 q_{wi} は隅角部 i に流入する剪断流から、流出する剪断流を差引いた値であつて、剪断流理論により明らかに、

$$q_{wi} = 0$$

従つて式 (18) は、

$$T_w = - \left(-E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \right) \sum_F \frac{W_s t}{n} \left\{ \int_0^s r_s ds \right\} ds$$

次に式 (18) と同様な誘導によつて

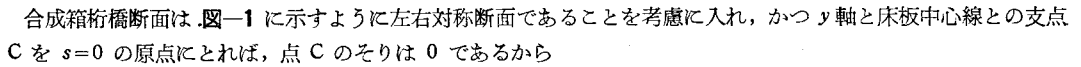
$$\begin{aligned}
& - \left(E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \right) \sum_F \left[\frac{W_s t}{n} \left\{ \int_0^s \frac{\tilde{q} n_g}{t} ds \right\} \right] ds \\
& = \sum_i \left[q_{wi} \int_i \frac{\tilde{q} n_g}{t} ds \right] - \sum_F \left[\frac{\tilde{q} n_g}{t} \left\{ \left(-E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \right) \left(\int_0^s \frac{W_s t}{n} ds + S_w \right) \right\} \right] ds
\end{aligned}$$

$q_{wi} = 0$ であるから

$$\begin{aligned}
& - \left(E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \right) \sum_F \left[\frac{W_s t}{n} \left\{ \int_0^s \frac{\tilde{q} n_g}{t} ds \right\} \right] ds \\
& = - \int_F \frac{\tilde{q} n_g}{t} q_w ds \\
& = -2\tilde{q}_1 \int_1 \frac{q_w n_g}{t} ds - 2\tilde{q}_2 \int_2 \frac{q_w n_g}{t} ds
\end{aligned}$$

式 (16) によつて上式の右辺はいずれも 0 となるから、

$$T_w = -E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \sum_F \left[\frac{W_s t}{n} \left\{ - \int_0^s r_s ds + \int_0^s \frac{\tilde{q} n_g}{t} ds \right\} \right] ds \quad (19)$$

合成箱桁橋断面は、に示すように左右対称断面であることを考慮に入れ、かつ y 軸と床板中心線との支点 C を $s=0$ の原点にとれば、点 C のそりは 0 であるから

$$(W_s)_{s=0} = 0$$

式 (1), (2) より

$$W_s = -\frac{w_s}{\frac{d\theta}{dx}} = - \int_0^s r_s ds + \int_0^s \frac{\tilde{q} n_g}{t} ds \quad (20)$$

式 (19), (20) より

$$T_w = -E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \sum_F \frac{W_s^2 t}{n} ds$$

いま

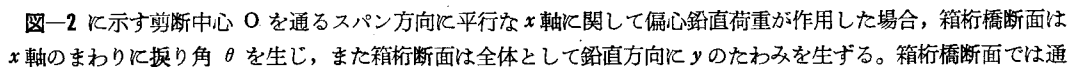
$$C_w = \int_F \frac{W_s^2 t}{n} ds \quad (21)$$

とおけば、

$$T_w = -E_s C_w \frac{d^3 \theta}{dx^3} \quad (22)$$

式 (22) における $E_s C_w$ は曲げ振り剛性と呼ばれる。

5. 代表的偏心荷重状態における合成箱桁橋の解法

に示す剪断中心 O を通るスパン方向に平行な x 軸に関して偏心鉛直荷重が作用した場合、箱桁橋断面は x 軸のまわりに振り角 θ を生じ、また箱桁断面は全体として鉛直方向に y のたわみを生ずる。箱桁橋断面では通

常 y 軸に関する曲げ剛性は、 z 軸に関するものよりかなり大きいので、偏心鉛直荷重が作用する場合には、水平方向の撓みは小さく、これを無視してもよい。従つて y 方向の撓み及び曲げ振りに関して次の弾性方程式が得られる。

曲げに関して

$$E_s I \frac{d^4 y}{dx^4} = \int_{-B}^B w dz \quad (23)$$

単純振り及び曲げ振りに関しては、式 (5), (22) より

$$K \frac{d\theta}{dx} - E_s C_w \frac{d^3 \theta}{dx^3} = T \quad (24)$$

ここに $E_s I$: 合成箱桁断面の曲げ剛性、

T : 断面に作用する振りモーメント、

次に釣合条件式としては、スパン方向 (x 軸) 及び桁に直角なる水平方向 (z 軸) にはいずれも力が作用しないので

$$\Sigma X = 0, \quad \Sigma Z = 0, \quad \Sigma M_y = 0$$

は満足される。従つて釣合条件式としては、

曲げに対して

$$\left. \begin{aligned} \Sigma Y = 0: & \quad \frac{dQ}{dx} = - \int_{-B}^B w dz, \\ \Sigma M_z = 0: & \quad \frac{dM_z}{dx} = Q \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

振りに対して

$$\Sigma M_x = 0: \quad \frac{dT}{dx} = - \int_{-B}^B w z dz \quad (26)$$

偏心鉛直荷重による断面力は、曲げモーメント M 、剪断力 Q 及び振りモーメント T として求められる。

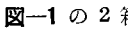
6. 曲げによる応力 σ_b, τ_b

曲げモーメント M による曲げ応力 σ_b は通常の I 形桁に対する公式がそのまま適用できる。すなわち

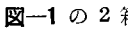
$$\sigma_b = \frac{M}{I} y \quad (27)$$

次に剪断力 Q による剪断流 q_b 従つて剪断応力 τ_b は式 (8) より

$$\tau_b = \frac{q_b}{t} = \frac{1}{t} (\bar{q}_b + S) \quad (28)$$

ここに \bar{q}_b は 2. にのべた通り、静定開断面について式 (7) より算定する。また S は一般断面については式 (9)、 図-1 の 2 箱桁橋断面については式 (10') より算定する。

7. 振りによる応力 τ_s, τ_w, σ_w

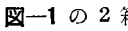
一般閉断面については式 (3)、 図-1 に示す 2 箱桁橋断面については式 (4) によつて \bar{q} を算定することができる。従つて振りによる剪断応力 τ_s は

$$\tau_s = \frac{q_s}{t} = \frac{\bar{q} G_s \frac{d\theta}{dx}}{t} \quad (29)$$

によつて求めることができる。

次に曲げ振りによる 2 次剪断流 q_w による 2 次剪断応力 τ_w は式 (15) より

$$\tau_w = \frac{q_w}{t} = - \frac{E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3}}{t} \left[\int_0^s \frac{W_s t}{n} ds + S_w \right] = - \frac{E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3}}{t} q^* \quad (30)$$

上式 (30) 中 W_s は式 (20) により、また S_w は一般断面については式 (9)、 図-1 の 2 箱桁橋断面については式 (10) によつて求めることができる。

さらに曲げ振りによる垂直応力 σ_w は式 (12), (14) より

$$\sigma_w = E_s \frac{W_s}{n} \frac{d^2 \theta}{dx^2} \quad (31)$$

によつて算定することができる。ここに W_s は式 (20) によつて計算することはもちろんである。以上式 (29), (30), (31) によつて, τ_s, τ_w, σ_w を算定するに当つて, それぞれ $\frac{d\theta}{dx}, \frac{d^2\theta}{dx^2}, \frac{d^3\theta}{dx^3}$ が未だ既知でない。これらは $\theta(x)$ がわかれば, ただちに求めることができる。

$\theta(x)$ は式 (24), (26) を用いて求めることができる。

いま代表的な鉛直偏心荷重状態として, 図-9 に示す 4 つの場合を例にとつて, その解法を示そう。

式 (24), (26) を用いて, これらの偏心荷重状態に対する微分方程式を導けば 表-1 (a) が得られる。表中

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \sqrt{K/E_s C_w}, \\ \xi &= +W\left(B - \frac{a}{2}\right) a / E_s C_w, \\ \eta &= +P(B-a) / E_s C_w, \\ \zeta &= +w_0\left(B - \frac{a}{2}\right) a / E_s C_w \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

表-1 (a) の微分方程式を解けば, 4 個の積分常数が含まれるが, これに対して境界条件は箱桁橋の両支点 ($x=0, x=l$) において⁹⁾,

振りに対して固定: $\theta=0$

断面は自由にそる: $\frac{d^2\theta}{dx^2} = 0$

計 4 個である。

図-9 本文に用いた代表的な 4 種の荷重状態

Fig. 9 Four Types of Eccentric Loading treated in This Paper

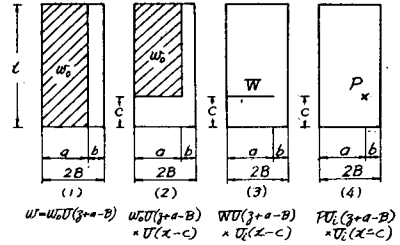


表-1

	(a)	(b)
荷重	微分方程式	境界条件を満足する解 $\theta(x)$
(1)	$E_s C_w \frac{d^4\theta}{dx^4} - K \frac{d^2\theta}{dx^2} - w_0 \left(B - \frac{a}{2}\right) a = 0$	$\frac{\zeta \sinh \alpha x}{\alpha^4 \sinh \alpha l} (1 - \cosh \alpha l) + \frac{\zeta}{\alpha^4} \left(\cosh \alpha x - 1 - \frac{\alpha^2}{2} x^2 \right) + \frac{\zeta l}{2 \alpha^2} x$
(2)	$E_s C_w \frac{d^4\theta}{dx^4} - K \frac{d^2\theta}{dx^2} - w_0 \left(B - \frac{a}{2}\right) a \times U(x-c) = 0$	$\frac{\zeta \sinh \alpha x}{\alpha^4 \sinh \alpha l} [1 - \cosh \alpha(l-c)] + \frac{\zeta(l-c)^2}{2 \alpha^2 l} x + \frac{\zeta}{\alpha^4} \left[\cosh \alpha(x-c) - 1 - \frac{\alpha^2(x-c)^2}{2} \right] \cdot U(x-c)$
(3)	$E_s C_w \frac{d^4\theta}{dx^4} - K \frac{d^2\theta}{dx^2} - W_0 \left(B - \frac{a}{2}\right) a \times U_i(x-c) = 0$	$-\frac{\xi \sinh \alpha(l-c)}{\alpha^3 \sinh \alpha l} \sinh \alpha x + \frac{\xi(l-c)}{\alpha^2 l} x + \frac{\xi}{\alpha^3} [\sinh \alpha(x-c) - \alpha(x-c)] \cdot U(x-c)$
(4)	$E_s C_w \frac{d^4\theta}{dx^4} - K \frac{d^2\theta}{dx^2} - P(B-a) \times U_i(x-c) = 0$	$-\frac{\eta \sinh \alpha(l-c)}{\alpha^3 \sinh \alpha l} \sinh \alpha x + \frac{\eta(l-c)}{\alpha^2 l} x + \frac{\eta}{\alpha^3} [\sinh \alpha(x-c) - \alpha(x-c)] \cdot U(x-c)$

$U(x-c)$: Unit step function
 $U_i(x-c)$: Unit impulse function

以上の境界条件によつて, 表-1 (a) の微分方程式を解けば 表-1 (b) の $\theta(x)$ が得られる¹⁰⁾。 τ_s, σ_w 及び τ_w を算定するに当つて必要な $\theta(x)$ の導関数は 表-1 (b) から, それぞれの荷重状態について次のとおり求められる。これらを用いることによつて, 各荷重状態における τ_s, τ_w, σ_w がすべて算定できるわけである。

(1) 偏心等分布荷重

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\theta}{dx} &= \frac{\zeta \cosh \alpha x}{\alpha^3 \sinh \alpha l} (1 - \cosh \alpha l) + \frac{\zeta}{\alpha^3} (\sinh \alpha x - \alpha x) + \frac{\zeta l}{2 \alpha^2}, \\ \frac{d^2\theta}{dx^2} &= \frac{\zeta \sinh \alpha x}{\alpha^2 \sinh \alpha l} (1 - \cosh \alpha l) + \frac{\zeta}{\alpha^2} (\cosh \alpha x - 1), \\ \frac{d^3\theta}{dx^3} &= \frac{\zeta \cosh \alpha x}{\alpha \sinh \alpha l} (1 - \cosh \alpha l) + \frac{\zeta}{\alpha} \sinh \alpha x \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

(2) 部分的偏心等分布荷重

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\theta}{dx} &= \frac{\zeta \cosh \alpha x}{\alpha^3 \sinh \alpha l} [1 - \cosh \alpha(l-c)] + \frac{\zeta(l-c)^2}{2 \alpha^2 l} \\ &\quad + \frac{\zeta}{\alpha^3} [\sinh \alpha(x-c) - \alpha(x-c)] \cdot U(x-c), \\ \frac{d^2\theta}{dx^2} &= \frac{\zeta \sinh \alpha x}{\alpha^2 \sinh \alpha l} [1 - \cosh \alpha(l-c)] + \frac{\zeta}{\alpha^2} [\cosh \alpha(x-c) - 1] \cdot U(x-c), \\ \frac{d^3\theta}{dx^3} &= \frac{\zeta \cosh \alpha x}{\alpha \sinh \alpha l} [1 - \cosh \alpha(l-c)] + \frac{\zeta}{\alpha} \sinh \alpha(x-c) \cdot U(x-c) \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

(3) 線荷重

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\theta}{dx} &= \frac{-\xi \sinh \alpha(l-c)}{\alpha^2 \sinh \alpha l} \cosh \alpha x + \frac{\xi(l-c)}{\alpha^2 l} \\ &\quad + \frac{\xi}{\alpha^2} [\cosh \alpha(x-c) - 1] \cdot U(x-c), \\ \frac{d^2\theta}{dx^2} &= \frac{-\xi \sinh \alpha(l-c)}{\alpha \sinh \alpha l} \sinh \alpha x + \frac{\xi}{\alpha} \sinh \alpha(x-c) \cdot U(x-c), \\ \frac{d^3\theta}{dx^3} &= \frac{-\xi \sinh \alpha(l-c)}{\sinh \alpha l} \cosh \alpha x + \xi \cosh \alpha(x-c) \cdot U(x-c) \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

(4) 集中荷重

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\theta}{dx} &= \frac{-\eta \sinh \alpha(l-c)}{\alpha^2 \sinh \alpha l} \cosh \alpha x + \frac{\eta(l-c)}{\alpha^2 l} \\ &\quad + \frac{\eta}{\alpha^2} [\cosh \alpha(x-c) - 1] \cdot U(x-c), \\ \frac{d^2\theta}{dx^2} &= \frac{-\eta \sinh \alpha(l-c)}{\alpha \sinh \alpha l} \sinh \alpha x + \frac{\eta}{\alpha} \sinh \alpha(x-c) \cdot U(x-c), \\ \frac{d^3\theta}{dx^3} &= \frac{-\eta \sinh \alpha(l-c)}{\sinh \alpha l} \cosh \alpha x + \eta \cosh \alpha(x-c) \cdot U(x-c). \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

8. 剪断中心

剪断中心Sの位置は捩りに関する問題を取扱う場合にはぜひ知らなければならない重要なものである。

図-1に示すように本合成箱桁断面は左右対称であるから、Sはy軸上にあることは明らかである。従つてy軸上におけるSの位置を求めればよい。いま水平剪断力Hが床板中心線とy軸との交点C上hの位置に作用したとき、桁には捩りを生ぜず、曲げのみが作用するとすれば、y軸上点Cよりhの位置にある点Sが剪断中心である。この条件によつて剪断中心Sの位置を求めることができるので、これを式をもつて示せば次のとおりである。

いま q_h : 点Sに作用する水平剪断力Hによる単純曲げによる剪断流、

r_c : 点Cより q_h の方向に下した垂線の長さとするれば、釣合条件式より

$$h = \frac{M_t}{H} = \frac{\int_F q_h r_c ds}{H} \quad (37)$$

上式中 q_h は2.とまったく同様に H/I に比例した量として算定できるから、式(37)によつてHの大きさには無関係に、断面の寸法のみで剪断中心Sの位置が確定される。

式(37)の計算を実行するに当つて、次の2項目の性質を利用すれば、計算が容易である。

(1) $\int_F q_h r_c ds$ を計算するに当つて、ある1つの壁区間 $i-1, i$ 間では $r_c = \text{const.}$ であるから、

$$\int_{i-1}^i q_h r_c ds = r_c \times (q_h \text{ 線図の面積}).$$

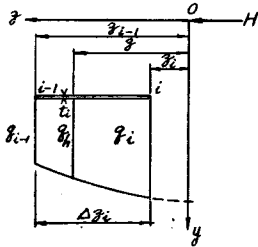
従つて

$$\int_F q_h r_c ds = \sum [r_c \times (q_h \text{ 線図の面積})] \quad (38)$$

(2) q_h 線図の面積を計算する場合、 q_h 線の形によつて、次の計算式を利用すれば便利である。

(a) q_h が放物線状に分布する場合 (剪断力 H と同じ方向の壁において) (図-10)

図-10 剪断流 q_h の面積
Fig. 10 Area of Shear Flow
(q_h) Diagram



$$\begin{aligned} \int_{i-1}^i q_h ds &= q_{i-1}(z_{i-1} - z_i) + \frac{H}{I} \frac{t_i}{2} \int_{z_i}^{z_{i-1}} (z^2_{i-1} - z^2) dz \\ &= q_{i-1} \Delta z_i + \frac{H}{I} \frac{t_i}{2} \left[z^2_{i-1}(z_{i-1} - z_i) - \frac{1}{3} (z^3_{i-1} - z_i^3) \right] \\ &= \frac{H}{I} \left[\frac{t_i}{6} \Delta z_i (2z_{i-1} + z_i) + q'_{i-1} \right] \Delta z_i \end{aligned} \quad (39)$$

ただし $q_{i-1} = q'_{i-1} \frac{H}{I}$

(b) q_h が直線分布の場合 (剪断力 H に垂直な壁において)

$$\int_{i-1}^i q_h ds = \frac{H}{I} \frac{1}{2} (q'_{i-1} + q'_i) \times \Delta y_i \quad (40)$$

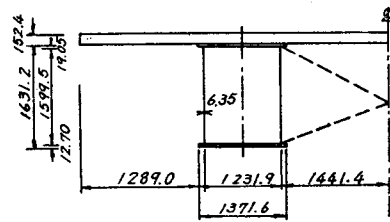
ここに z_i, z_{i-1} は隅角部 $i, i-1$ の z 座標

Δz_i } $i-1 \sim i$ 区間の壁長
 Δy_i }
 t_i は $i-1 \sim i$ 区間の壁厚

9. 数値計算例

アメリカ King County 橋⁵⁾ はスパン 33.527 m (110 ft), A.A.S.H.O. H 15-44¹¹⁾, 活荷重合成で設計, 架設された合成箱桁単純橋である。本橋の箱桁は桁高が一定でないが, ここには支点より 33 ft の断面をとつて, 等断面箱桁とし, 他の寸法はすべて同橋の寸法を採用することにする。床板の有効幅はドイツ合成桁に関する示方書 DIN 1078 により床板の全幅をとつてよい。従つて箱桁Aの計算断面は 図-11 に示したとおりとなる。

図-11 King County 橋の横断面寸法
Fig. 11 Dimensions of Cross Section of King County Bridge



帯状ジベル $2 \times \frac{1}{4}$ 傾角 30°
間隔 $3'9"$

図-12 静定基本系の曲げ剪断流 \bar{q}_b
Fig. 12 Shear Flow \bar{q}_b in Statically Determinate Fundamental System

(1) 曲げによる剪断流 q_b

本橋の全仮定断面の断面 2 次モーメント I は 図-11 に示した断面の断面 2 次モーメント I_v の 2 倍である。 I を鋼に換算した値として求めれば, $n=10$ を用いて

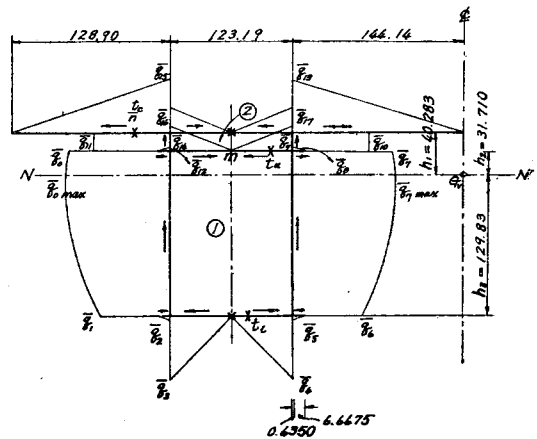
$$I = 2 I_v = 10,230,832 \text{ cm}^4$$

また重心位置 G_v を求めると 図-12 に示すとおりである。

図-12 に示した 2 個の切断 (×印) によつて静定断面に換算し, 式 (7) によつて静定剪断流 \bar{q}_b を計算すれば, 次のとおりである。

$$\begin{aligned} \bar{q}_{15} &= \frac{Q}{I} \int_0^{128.90} \frac{h_1 t_c}{n} ds = \frac{Q}{I} \times \\ &\times \frac{40.283 \times 15.240}{10} \times 128.90 = 7913 \frac{Q}{I}, \\ \bar{q}_{16} = \bar{q}_{17} &= \frac{Q}{I} \int_0^{123.19/2} \frac{h_1 t_c}{n} ds = \frac{Q}{I} \times \\ &\times \frac{40.283 \times 15.240}{10} \times \frac{123.19}{2} = 3781 \frac{Q}{I} \end{aligned}$$

同様に



$$\begin{aligned} \bar{q}_{13} &= \frac{Q}{I} \cdot \frac{40.283 \times 15.240}{10} \times 144.14 = 8849 \frac{Q}{I}, \\ \bar{q}_{11} = \bar{q}_{15} + \bar{q}_{16} &= (7913 + 3781) \frac{Q}{I} = 11694 \frac{Q}{I}, \\ \bar{q}_{10} = \bar{q}_{13} + \bar{q}_{17} &= (8849 + 3781) \frac{Q}{I} = 12630 \frac{Q}{I}, \\ \bar{q}_3 = \bar{q}_4 &= \frac{Q}{I} \int_0^{123.19/2} \frac{h_3 t_l}{n} ds = \frac{Q}{I} \cdot \frac{129.83 \times 1.270}{1} \times \frac{123.19}{2} = 10156 \frac{Q}{I}, \\ \bar{q}_2 = \bar{q}_5 &= \frac{Q}{I} \times 129.83 \times 1.270 \times 6.6675 = 1099 \frac{Q}{I}, \\ \bar{q}_1 = \bar{q}_6 = \bar{q}_2 + \bar{q}_3 &= (1099 + 10156) \frac{Q}{I} = 11255 \frac{Q}{I}, \\ \bar{q}_{0\max} = \bar{q}_{7\max} = \bar{q}_1 + \frac{Q}{I} \int_0^{h_3} \frac{st_w}{n} ds \\ &= \bar{q}_1 + \frac{Q}{I} \frac{t_w}{2} h_3^2 = 11255 \frac{Q}{I} + \frac{Q}{I} \frac{0.6350}{2} \times 129.83^2 \\ &= (11255 + 5352) \frac{Q}{I} = 16607 \frac{Q}{I}, \\ \bar{q}_0 = \bar{q}_7 = \bar{q}_{0\max} - \frac{Q}{I} \frac{t_w}{2} h_2^2 &= 16607 \frac{Q}{I} - \frac{0.6350}{2} \times 31.710^2 \frac{Q}{I} \\ &= (16607 - 319) \frac{Q}{I} = 16288 \frac{Q}{I}, \\ \bar{q}_{12} = \bar{q}_8 &= \frac{Q}{I} \int_0^{6.6675} \frac{h_2 t_u}{n} ds = \frac{Q}{I} \times 31.710 \times 1.905 \times 6.6675 = 403 \frac{Q}{I}, \\ \bar{q}_{14} = \bar{q}_0 - \bar{q}_{12} - \bar{q}_{11} &= (16288 - 403 - 11694) \frac{Q}{I} = 4191 \frac{Q}{I}, \\ \bar{q}_9 = \bar{q}_7 - \bar{q}_8 - \bar{q}_{10} &= (16288 - 403 - 12630) \frac{Q}{I} = 3255 \frac{Q}{I}. \end{aligned}$$

上部カバープレート中 $\bar{q}=0$ となる点 m の位置は

$$\bar{r}_m = \frac{\bar{q}_{14}}{h_2 t_u} = \frac{4191}{31.710 \times 1.905} = 69.4 \text{ cm}$$

図-12 にこれらの剪断流の \bar{q}_b 方向を示した。

次に弾性方程式 (10') によつて不静定剪断流 S を求める。

このため式 (10') の左辺第3項は

$$\begin{aligned} \int_1 \frac{\bar{q}_1 n_g}{t} ds &= \left(\frac{4191 \times 69.370^*}{2 \times 1.905} + \frac{-3255 \times 58.820}{2 \times 1.905} \right) \frac{Q}{I} = 30281 \frac{Q}{I}, \\ \int_2 \frac{\bar{q}_2 n_g}{t} ds &= -30281 \frac{Q}{I} + \left(\frac{11694 - 12630}{0.11289} \right) \times 8.573 \frac{Q}{I} = -101286 \frac{Q}{I} \end{aligned}$$

式 (10') の係数は式 (4') より,

$$\begin{aligned} c_{11} &= \int_1 \frac{n_g}{t} ds = \frac{123.19}{1.905} + \frac{2 \times 161.54}{0.6350} + \frac{123.19}{1.270} = 670.462, \\ c_{22} &= \int_2 \frac{n_g}{t} ds = \frac{123.19}{1.905} + \frac{8.573}{0.11289} \times 2 + \frac{123.19 \times 8.755}{15.240} = 287.319 \end{aligned}$$

ここで $n_g = G_s/G_c = \frac{7.88 \times 10^5}{9.03 \times 10^4} = 8.755$ を採用した。

$$c_{12} = \int_{1,2} \frac{n_g}{t} ds = \frac{123.19}{1.905} = 64.667$$

以上の係数によつて式 (10') を書けば

* 剪断流 \bar{a} の方向と線積分の方向すなわち時計方向とが一致しないときは負号を付す。

$$\left. \begin{aligned} 670.462 S_1 - 64.667 S_2 &= -30281 \frac{Q}{I}, \\ -64.667 S_1 + 287.319 S_2 &= 101286 \frac{Q}{I} \end{aligned} \right\} \quad (10'')$$

式(10'')を解いて

$$S_1 = -11.411 \frac{Q}{I}, \quad S_2 = 349.95 \frac{Q}{I}$$

従つて実在剪断流 q_b は式(8)より求めることができる。

この場合フランジ部に対しては、不静定剪断流 S の影響がないから

$$\begin{aligned} q_{15} = \bar{q}_{15} &= 7913 \frac{Q}{I}, & q_{13} = \bar{q}_{13} &= 8849 \frac{Q}{I}, & q_2 = \bar{q}_2 &= 1099 \frac{Q}{I}, \\ q_5 = \bar{q}_5 &= 1089 \frac{Q}{I}, & q_{12} = \bar{q}_{12} &= 403 \frac{Q}{I}, & q_8 = \bar{q}_8 &= 403 \frac{Q}{I} \end{aligned}$$

式(8)によつて q_b を算定するに当つて \bar{q}_b はその方向が 図-12 で示されているので、その方向と S の正負によつて式(8)により q_b を求めると

$$\begin{aligned} q_{16} = \bar{q}_{16} + S_2 &= (3781 + 350) \frac{Q}{I} = 4131 \frac{Q}{I}, \\ q_{17} = \bar{q}_{17} + S_2 &= (3781 - 350) \frac{Q}{I} = 3431 \frac{Q}{I}, \\ q_{11} = q_{15} + q_{16} &= (7913 + 4131) \frac{Q}{I} = 12044 \frac{Q}{I}, \\ q_{10} = q_{13} + q_{17} &= (8849 + 3431) \frac{Q}{I} = 12280 \frac{Q}{I}, \\ q_3 = \bar{q}_3 + S_1 &= (10156 - 11) \frac{Q}{I} = 10145 \frac{Q}{I}, \\ q_4 = \bar{q}_4 + S_1 &= (10156 + 11) \frac{Q}{I} = 10167 \frac{Q}{I}, \\ q_1 = q_2 + q_3 &= (1099 + 10145) \frac{Q}{I} = 11244 \frac{Q}{I}, \\ q_6 = q_4 + q_5 &= (10167 + 1089) \frac{Q}{I} = 11256 \frac{Q}{I}, \\ q_{6\max} = \bar{q}_{6\max} + S_1 &= (16607 - 11) \frac{Q}{I} = 16596 \frac{Q}{I}, \\ q_{7\max} = \bar{q}_{7\max} + S_1 &= (16607 + 11) \frac{Q}{I} = 16618 \frac{Q}{I}, \\ q_0 = \bar{q}_0 + S_1 &= (16288 - 11) \frac{Q}{I} = 16277 \frac{Q}{I}, \\ q_7 = \bar{q}_7 + S_1 &= (16288 + 11) \frac{Q}{I} = 16299 \frac{Q}{I}, \\ q_{14} = q_0 - q_{12} - q_{11} &= (16277 - 403 - 12044) \frac{Q}{I} = 3830 \frac{Q}{I}, \\ q_9 = q_7 - q_8 - q_{10} &= (16299 - 403 - 12280) \frac{Q}{I} = 3616 \frac{Q}{I} \end{aligned}$$

q の数値及びその方向を 図-13 に示した。

左右対称断面であるので、右箱桁についても、まったく同一である。従つて 図-13 では左箱桁についてのみ示した。

(2) 剪断中心の決定

1. に述べた方法に従つて剪断中心を決定しよう。 $n=10$ にとれば

図-13 曲げに伴う剪断力による剪断流 q_b
(単位 Q/I)
Fig. 13 Shear Flow (q_b) due to Flexure
(unit Q/I)

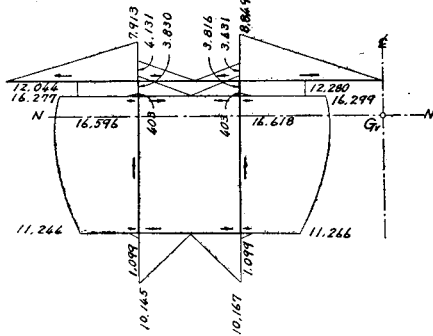
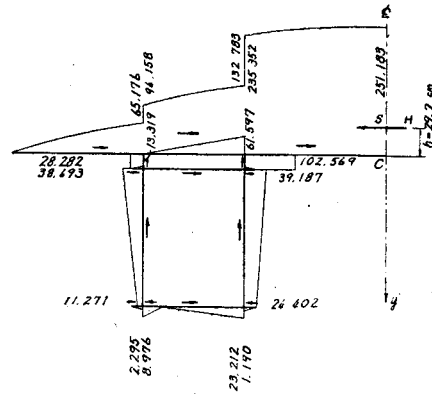


図-14 水平単純曲げによる剪断流 q_h
(単位 H/I_y)
Fig. 14 Shear Flow (q_h) due to Horizontal
Pure Bending (unit H/I_y)



$$I_y = 120\,357\,360 \text{ cm}^4$$

また水平剪断力 H による剪断流 q_h を (1) と同様に計算する。この結果を 図-14 に示した。そこで式 (39), (40) を用いて、床板厚さ中心線と y 軸との交点 C に関する q_h によるモーメントを計算する。

上部カバープレート部分の q_h の面積 $F_{u,c}$ は式 (39) により

$$\begin{aligned} F_{u,c} &= \frac{H}{I_y} \left[\frac{t_i}{6} \Delta z_i (2z_{i-1} + z_i) + q'_{i-1} \right] \cdot \Delta z_i \\ &= \frac{H}{I_y} \left[\frac{1.905}{6} \times 123.19(2 \times 267.33 + 144.14) + 13\,319 \right] \times 123.19 \\ &= 4\,911\,435 \frac{H}{I_y} \end{aligned}$$

上部フランジについては式 (39) を用いて

$$F_{u,f} = 4\,791 \frac{H}{I_y}$$

これらはいずれも点 C より $r_c = 8.573 \text{ cm}$ の距離にあるから この q_h によるモーメント $M_{u,c}$ は

$$\begin{aligned} M_{u,c} &= -r_c(F_{u,c} + F_{u,f}) = -8.573(4\,911\,435 + 4\,791) \times \frac{H}{I_y} \\ &= -42\,146\,805 \frac{H}{I_y} \end{aligned}$$

まったく同様にして、下部カバープレート及び下部フランジについて

$$\begin{aligned} M_{l,c} &= -r_c(F_{l,c} + F_{l,f}) = -170.113(1\,074\,691 + 3\,194) \frac{H}{I_y} \\ &= -183\,362\,251 \frac{H}{I_y} \end{aligned}$$

左側ウェブについては、 q_h は直線分布であるから、式 (40) によつて求めることができる。この面積 $F_{l,w}$ 及び点 C に関するモーメント $M_{l,w}$ は

$$\begin{aligned} F_{l,w} &= (38\,693 + 11\,271) \times \frac{161.54}{2} \cdot \frac{H}{I_y} = 4\,035\,592 \frac{H}{I_y}, \\ M_{l,w} &= r_c F_{l,w} = 267.33 \times 4\,035\,592 = 1\,078\,834\,809 \frac{H}{I_y} \end{aligned}$$

同様に右側ウェブについて、

$$F_{r,w} = 5\,136\,084 \frac{H}{I_y},$$

$$M_{r,w} = 5\,136\,084 \times 144.14 \frac{H}{I_y} = 740\,315\,148 \frac{H}{I_y}$$

また左右ジベルについては

$$F_{l,d} = 248\,463 \frac{H}{I_y},$$

$$M_{l,d} = 248\,463 \times 267.33 \frac{H}{I_y} = 66\,421\,614 \frac{H}{I_y},$$

$$F_{r,d} = 879\,324 \frac{H}{I_y},$$

$$M_{r,d} = 879\,324 \times 144.14 \frac{H}{I_y} = 126\,745\,761 \frac{H}{I_y}$$

2箱桁については、以上のモーメントの総和を2倍にして

$$M_t = 3\,573\,616\,552 \frac{H}{I_y}$$

式(37)より

$$h = \frac{M_t}{H} = \frac{3\,573\,616\,552}{I_y} = \frac{3\,573\,616\,552}{120\,357\,360} = 29.7 \text{ cm}$$

h の正号は剪断中心Sがコンクリート床板の厚さの中心線中点Cの鉛直上方29.7cmにあることを示している。

(3) 単純振りの振り関数 \bar{q}_h

式(4)によつて \bar{q}_1, \bar{q}_2 を算定する。式(4)中の係数 c_{11}, c_{12}, c_{22} はすでに(1)において求められている。また

$$F_1 = 161.54 \times 123.19 = 19\,900 \text{ cm}^2,$$

$$F_2 = 8\,573 \times 123.19 = 1\,056.1 \text{ cm}^2$$

式(4)にこれらの諸量を代入して

$$\bar{q}_1 = 2 \times \frac{287.319 \times 19\,900 + 64.667 \times 1\,056.1}{188\,454} = 61.404,$$

$$\bar{q}_2 = 2 \times \frac{670.42 \times 1\,056.1 + 64.667 \times 19\,900}{188\,454} = 21.172$$

(4) 曲げ振りのそり関数 W_s

式(14)で定義したそり関数 W_s は曲げ振りによる応力を求める際に重要な量である。この値は(3)に求めた \bar{q} を利用して、式(20)より算定することができる。

式(20)の計算は表-2のとおり図上計算を行つて求めた。これを図-15に図示した。この場合 n 及び n_g は既述の値を採用した。また左右対称断面であるので点Cにおいて $W_s = 0$ となるので、点Cを座標 s の原点にとつて計算を進めた。

(5) 静定基本系における曲げ振り2次剪断流 \bar{q}_w

図-15において×印の位置に2箇所の切断を設け、静定基本系になおし、この断面について式(15)によつて剪断流 \bar{q}_w を求める。すなわち

$$\bar{q}_w = -E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \int_0^s \frac{W_s t}{n} ds \quad (15')$$

図-15に見られるように、 W_s は壁区間では直線分布であり、かつ材料及び厚さ t が一定であるから、区間 $i-1, i$ については

$$\int_{i-1}^i \frac{W_s t}{n} ds = \frac{W_{si} + W_{si-1}}{2} \Delta s_i \frac{t_i}{n} \quad (41)$$

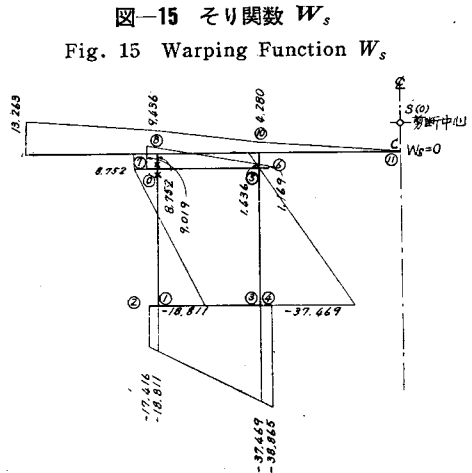


図-15 そり関数 W_s
Fig. 15 Warping Function W_s

表-2 そり関数 W_s の計算

壁区間 ($i-1$) \rightarrow i	$-\int_{i-1}^i r_s ds$	$-\int_0^i r_s ds$	$\int_{i-1}^i \frac{n_s}{t} ds$	$\int_0^i \frac{n_s}{t} ds$	$\int_{i-1}^i \frac{\bar{q}n_s}{t} ds$	$\int_0^i \frac{\bar{q}n_s}{t} ds$	W_s	点
	0	0	—	—	—	—	0	11
11 \rightarrow 10	$29.692 \times 144.14 = 4280$	4280	—	—	—	—	4280	10
10 \rightarrow 8	$29.692 \times 123.19 = 3658$	7938	$\frac{8.755}{15.240} \times 123.19 = 70.770$	1498	1498	1498	9436	8
8 \rightarrow 9	$29.692 \times 128.90 = 3827$	11765	—	—	—	—	13263	9
8 \rightarrow 0	$-267.33 \times 8.573 = -2292$	5646	$\frac{8.573}{0.11289} = 75.941$	1608	1608	3106	8752	0
0 \rightarrow 1	$-267.33 \times 161.54 = -43184$	-37538	$\frac{161.54}{0.6350} = 254.393$	15621	15621	18727	-18811	1
1 \rightarrow 3	$199.805 \times (-123.19) = -24614$	-62152	$\frac{123.19}{1.270} = 97.00$	5956	5956	24683	-37469	3
1 \rightarrow 2	$199.805 \times 6.985 = 1396$	-36142	—	—	—	—	-17416	2
3 \rightarrow 4	$199.805 \times (-6.985) = -1396$	-63548	—	—	—	—	-38865	4
3 \rightarrow 5	$-144.14 \times (-161.54) = 23284$	-38868	$\frac{161.54}{0.6350} = 254.393$	15621	15621	40304	1436	5
(8) \rightarrow 0 0 \rightarrow 5	$38.265 \times (-123.19) = -4714$	932	$\frac{123.19}{1.905} = 64.667$	-2602	-2602	504	1436	5
5 \rightarrow 10	$-144.14 \times (-8.573) = 1236$	2168	$\frac{8.573}{-0.11289} = 75.941$	1608	1608	2112	4280	10
(8) \rightarrow 0 0 \rightarrow 7	$38.265 \times 6.985 = 267$	5913	—	—	—	—	9019	7
(0) \rightarrow 0 5 \rightarrow 6	$38.265 \times (-6.985) = -267$	665	—	—	—	—	1169	6

式(41)と表-2を用いて $\int_{i-1}^i \frac{W_s t}{n} ds$ を各壁区間について計算すれば表-3が得られる。

\bar{q}_w は端部より順次計算を進める。いま \bar{q}_{wi-1} から \bar{q}_{wi} を求めるには

$$\bar{q}_{wi} = \bar{q}_{wi-1} + \left(-E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \right) \int_{i-1}^i \frac{W_s t}{n} ds \quad (42)$$

式(42)によつて \bar{q}_w を表-3を用いて各隅角部について計算すれば、次の通りである。ただし隅角部における

表-3 $\int_{i-1}^i \frac{W_s t}{n} ds$

壁区間 ($i-1$) \sim i	$W_{s i-1}$	$W_{s i}$	$\frac{W_{s i-1} + W_{s i}}{2}$	Δs_i	$\frac{t_i}{n}$	$\int_{i-1}^i \frac{W_s t}{n} ds$
11 \sim 10	0	4 280	2 140	144.14	$\frac{15.240}{10}$	470 092
0 \sim 1	8 752	-18 811	-5 029	161.54	0.6350	-515 916
1 \sim 3	-18 811	-37 469	-28 140	123.19	1.270	-4 402 540
3 \sim 5	-37 469	1 436	-18 016	161.54	0.6350	-1 848 095
2 \sim 1	-17 416	-18 811	-18 113	6.985	1.270	-160 684
4 \sim 3	-38 865	-37 469	-38 167	6.985	1.270	-338 578
7 \sim 0	9 019	8 752	8 885	6.985	1.905	118 234
0 \sim 5	8 752	1 436	5 094	123.19	1.905	1 195 442
6 \sim 5	1 169	1 436	1 303	6.985	1.905	17 332
5 \sim 10	1 436	4 280	2 858	8.573	0.11289	2 753
8 \sim 10	9 436	4 280	6 858	123.19	$\frac{15.240}{10}$	1 287 532
9 \sim 8	13 263	9 436	11 349	128.90	$\frac{15.240}{10}$	2 229 537
10 \sim 11	4 280	0	2 140	114.14	$\frac{15.240}{10}$	470 092
0 \sim 8	8 752	9 436	9 094	8.573	0.11289	8 801

\bar{q}_w の記号は 図-12 に示した記号を用いることとする。

$$\bar{q}_0 = 0 \quad (\text{切断箇所})$$

$$\bar{q}_g = \bar{q}_0 + \int_0^G W_s t ds = -(0 + 122.139) \left(-E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \right) = -122.139 \left(-E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \right),$$

$$\bar{q}_1 = -E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \int_0^1 \frac{W_s t}{n} ds = -515 916 \left(-E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \right),$$

$$\bar{q}_2 = -E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \int_2^1 \frac{W_s t}{n} ds = -160 684 \left(-E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \right),$$

$$\bar{q}_3 = \bar{q}_1 + \bar{q}_2 = -(515 916 + 160 684) \left(-E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \right) = -676 600 \left(-E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \right),$$

$$\bar{q}_4 = \bar{q}_3 + \left(-E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \right) \int_1^3 \frac{W_s t}{n} ds = -(676 600 + 4 402 540) \left(-E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \right)$$

$$= -5 079 140 \left(-E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \right),$$

$$\bar{q}_5 = -E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \int_4^3 \frac{W_s t}{n} ds = -338 578 \left(-E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \right),$$

$$\bar{q}_6 = \bar{q}_5 + \bar{q}_4 = -(338 578 + 5 079 140) \left(-E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \right) = -5 417 718 \left(-E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \right),$$

$$\begin{aligned}\bar{q}_7 &= \bar{q}_6 + \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right) \int_3^5 \frac{W_s t}{n} ds = -(5\,417\,718 + 1\,848\,095) \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right) \\ &= -7\,265\,813 \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right),\end{aligned}$$

$$\bar{q}_8 = \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right) \int_6^5 \frac{W_s t}{n} ds = 17\,332 \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right),$$

$$\bar{q}_{12} = \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right) \int_7^0 \frac{W_s t}{n} ds = 118\,234 \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right),$$

$$\bar{q}_{14} = \bar{q}_{12} = 118\,234 \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right),$$

$$\begin{aligned}\bar{q}_9 &= \bar{q}_{14} + \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right) \int_0^5 \frac{W_s t}{n} ds = (118\,234 + 1\,195\,444) \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right) \\ &= 1\,313\,678 \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{q}_{10} &= \bar{q}_7 + \bar{q}_8 + \bar{q}_9 = (-7\,265\,813 + 17\,332 + 1\,313\,678) \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right) \\ &= -5\,934\,803 \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right),\end{aligned}$$

$$\bar{q}_{15} = \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right) \int_9^8 \frac{W_s t}{n} ds = 2\,229\,537 \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right),$$

$$\begin{aligned}\bar{q}_{16} &= \bar{q}_{15} + \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right) \int_0^8 \frac{W_s t}{n} ds = (2\,229\,537 + 8\,801) \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right) \\ &= 2\,238\,338 \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{q}_{17} &= \bar{q}_{16} + \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right) \int_8^{10} \frac{W_s t}{n} ds = (2\,238\,338 + 1\,287\,532) \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right) \\ &= 3\,525\,870 \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{q}_{13} &= \bar{q}_{17} + \bar{q}_{10} + \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right) \int_5^{10} \frac{W_s t}{n} ds \\ &= (3\,525\,870 + (-5\,938\,803) + 2\,753) \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right) \\ &= -2\,406\,180 \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right),\end{aligned}$$

点Cにおいては

$$\begin{aligned}\bar{q}_{18} &= \bar{q}_{13} + \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right) \int_{10}^{11} \frac{W_s t}{n} ds = -2\,406\,180 + 470\,092 \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right) \\ &= -1\,936\,088 \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right)\end{aligned}$$

(6) 曲げ振りにおける2次剪断流 q_w

式(8)と式(15), 式(9)と式(16)とを比較すれば, 曲げ振りにおける2次剪断流 q_w 中の不静定剪断流 S_w は単純曲げの剪断流 q_b 中の不静定剪断流 S に対応し, かつ S_w を求める条件式(16)は, S を求める条件式(9)とまったく同形であることがわかる。従つて S_w は式(10')と同形の弾性式によつて解くことができる。その結果は

$$\begin{aligned}S_1 &= 3\,281\,245 \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right), \\ S_2 &= 2\,844\,375 \left(-E_s \frac{d^3\theta}{dx^3}\right)\end{aligned}$$

式(15)によつて2次剪断流 q_w を求め、これを図示すれば 図-16 が得られる。

(7) 振り剛性 K 及び $E_s C_w$

St. Venant の振り剛性 K を式(6)により計算する。閉断面部については式(6)右辺第1項より、

$$K_c = 8 \frac{c_{22} F_1^2 + 2 c_{12} F_1 F_2 + c_{11} F_2^2}{c_{11} c_{22} - c_{12}^2} G_s$$

$$= 8 \times \frac{287.319 \times 19900^2 + 2 \times 64.667 \times 19900}{188454} \times$$

$$\times \frac{1056.1 + 670.454 \times 1056.1^2}{188454} \times 7.88 \times 10^5$$

$$= 3.92209 \times 10^{12} \text{kg-cm}^2$$

フランジ等閉断面はすべて矩形断面とみなせば、近似的に

$$K_0 = \sum_{s,0} \frac{1}{3} G b t^3 = \frac{1}{3} \{273.04 \times 15.240^3 \times$$

$$\times 9.03 \times 10^4 + (6.6675 \times 1.905^3 \times 2 + 6.6675 \times 1.270^3 \times 2) \times 7.88 \times 10^5\} = 5.824 \times 10^{10} \text{kg-cm}^2$$

従つて

$$K = K_c + K_0 = (3.92209 + 0.05824) \times 10^{12} = 3.98033 \times 10^{12} \text{kg-cm}^2$$

曲げ振り剛性 $E_s C_w$ については、式(21)により求める。この計算には各壁区間について、次の式によつて表によつて計算をすれば比較的容易である。 W_s は各壁間においては直線分布をなすから

$$\int_{i-1}^i \frac{W_s^2 t}{n} ds = \frac{t_i}{n} \int_0^{\Delta s_i} \left(W_{i-1} + \frac{W_i - W_{i-1}}{\Delta s_i} s \right)^2 ds$$

$$= \frac{t_i}{3n} \Delta s_i (W_{i-1} W_i + W_i^2 + W_{i-1}^2) \tag{43}$$

記号は前述のとおりである。計算過程を 表-4 に示した。この計算により

$$C_w = 4.88031 \times 10^{11} \text{cm}^6$$

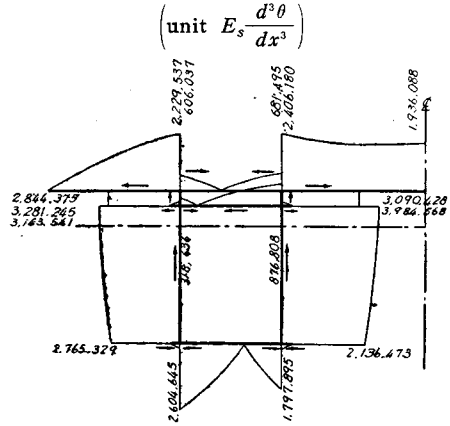
表-4 C_w 計算表

壁区間 (i-1)~i	そり W_{i-1}	W_i	$W_{i-1} \cdot W_i$	W_{i-1}^2	W_i^2	$\frac{t_i}{3n} \Delta s_i$	$\int_{i-1}^i \frac{W_s^2 t}{n} ds \times 10^{-9}$
0~1	8752	-18811	-164633872	76597504	353853721	34.193	9.08909
1~3	-18811	-37469	704829359	353853721	1403925961	52.150	128.42532
4~3	-38865	-37469	1456232685	1150488255	1403925961	2.957	12.92400
3~5	-37469	1436	-53805484	1403925961	2062096	34.193	46.23518
2~1	-17416	-18811	327612376	303317056	353853721	2.957	2.91200
7~0	9019	8752	78934288	81342361	76597504	4.4355	1.05066
0~5	8752	1436	12567872	76597504	2062096	78.225	7.13627
6~5	1169	1436	1678684	1366561	2062096	4.4355	0.02265
5~10	1436	4280	6146080	2062096	18318400	0.32360	0.00858
0~8	8752	9436	82583872	76597504	89038096	0.32360	0.08097
9~8	13263	9436	125149668	175907169	89038096	65.481	25.54381
8~10	9436	4280	40386080	89038096	18318400	65.481	9.24588
10~11	4280	0	0	18318400	0	73.223	1.34133

$$2 \times \Sigma = 4.88031 \times 10^{11}$$

図-16 曲げ振りによる剪断流 q_w (単位 $E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3}$)

Fig. 16 Shear Flow q_w due to Bending-Torsion



(8) 代表的偏心荷重状態における振り剪断流 q_s , 曲げ振り 2 次剪断流 q_w 及び曲げ振りによる垂直応力 σ_w

$$\alpha = \sqrt{K/E_s C_w} = \sqrt{\frac{3.98033 \times 10^{12}}{2.1 \times 10^6 \times 4.88031 \times 10^{11}}} = 1.972 \times 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$$

図-9 に示した代表的偏心荷重状態における q_s , q_w 及び σ_w を計算しよう。

(i) q_s : 式 (29) により q_s を求めるのであるが, この場合の $\frac{d\theta}{dx}$ は各偏心荷重 (1)~(4) については, 式 (33)~(36) のそれぞれ第 1 式によつて求める。また式 (29) 中 \bar{q}_k は既に (3) において計算した値を用いる。この結果得られた q_s を 図-17~19 に示した。

図-17 偏心等分布荷重 (図-9(1)) による q_s , q_w , σ_w のスパン方向分布

Fig. 17 Distributions of q_s , q_w , σ_w in Bridge Span Direction due to Eccentric Uniform Load (Fig.9(1))

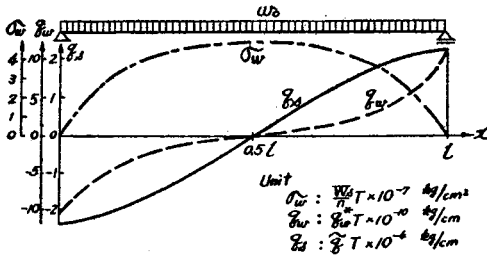


図-18 部分的偏心等分布荷重 (図-9(2)) による q_s , q_w , σ_w のスパン方向分布

Fig. 18 Distributions of q_s , q_w , σ_w in Bridge Span Direction due to Eccentric Partially Distributed Uniform Load (Fig.9(2))

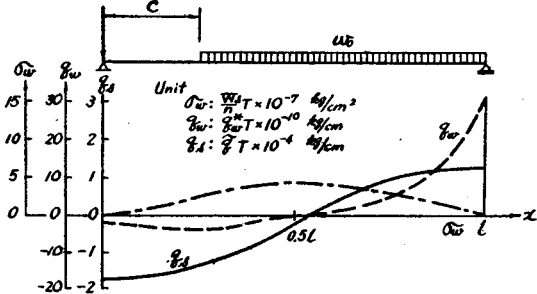
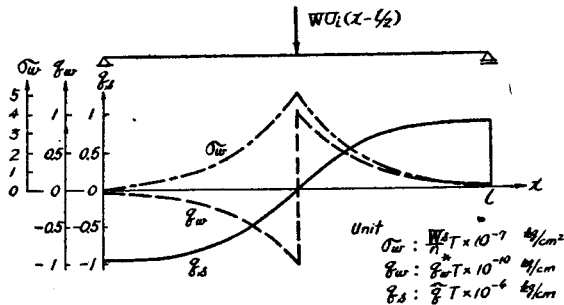


図-19 スパン中央に作用する偏心線荷重 (図-9(3)) による q_s , q_w , σ_w のスパン方向分布

Fig. 19 Distributions of q_s , q_w , σ_w in Bridge Span Direction due to Line Load on Center of Span (Fig.9(3))



(ii) q_w : 式 (30) によつて q_w を求める。この場合の $\frac{d^3\theta}{dx^3}$ は各偏心荷重 (1)~(4) については, 式 (33)~(36) のそれぞれ第 3 式によつて求める。この結果得られた q_w を 図-17~19 に示した。

(iii) σ_w : 式 (31) によつて σ_w を求める。この場合の $\frac{d^2\theta}{dx^2}$ は各偏心荷重 (1)~(4) については, 式 (33)~(36) のそれぞれ第 2 式を用いる。また W_s は 表-2 の値を用いる。この結果得られた σ_w を 図-17~19 に示した。

なお 図-17~19 の縦距の単位はいずれも

$$q_s \text{ の単位: } \bar{q} \times T \times 10^{-4} \text{ kg/cm,}$$

$$q_w \text{ の単位: } q_w^* \times T \times 10^{-10} \text{ kg/cm,}$$

$$\sigma_w \text{ の単位: } \frac{W_s}{n} \times T \times 10^{-7} \text{ kg/cm}^2$$

である。ここに T は荷重の偏心度によつてきまり,

$$T = \begin{cases} -w_0 \left(B - \frac{a}{2} \right) a & : \text{偏心等分布荷重, 部分的偏心等分布荷重} \\ -W \left(B - \frac{a}{2} \right) a & : \text{線荷重} \\ -P(B-a) & : \text{集中荷重} \end{cases}$$

集中荷重については線荷重とまったく同じ曲線となり、ただ単位が異なるのみであるから 図-19 で代用することにした。

10. 慣用設計計算法の箱桁橋への適用とその批判

従来主桁並列型式単純桁橋の主桁を設計するに当つては、主桁の荷重としては、(i) その主桁に直接載荷される荷重 (ii) その主桁に直接載荷されない荷重については、床板床組を通じてその主桁に伝達される主桁反力を用いた。この場合橋軸に直角方向の荷重位置は、設計しようとする主桁に最大主桁反力を生ずるように決定し、また橋軸方向については、設計断面に最大曲げモーメントが作用する状態、支点で最大剪断力が作用するように荷重を配置した。設計主桁は以上の荷重配置のもとにおいて平面直線桁の理論によつて設計を進めた。

このような慣用設計法は曲げ、剪断及び振りに抵抗する箱桁の設計に適用することが可能であるか、またこの略算法による誤差は安全側か危険側か、この略算法は箱桁橋の経済的設計にはたして有効かどうか等の諸種の疑問がある。

これらの諸問題を一般的に議論することはきわめて困難である。従つてここでは 8. において用いた合成 2 箱桁橋について、上述の曲げ振り理論による応力計算値と慣用設計法による応力計算値を比較検討して、慣用設計法の適用についてその適否の一端をうかがいたい。

(1) 活荷重による最大垂直応力 σ_{max} 及び最大剪断応力 τ_{max}
活荷重として

- (i) A.A.S.H.O. 規定による H 15-44
- (ii) わが国鋼道路橋設計示方書案第 2 種荷重

の 2 種を用いる。この場合慣用計算法に従つた荷重配置によつて荷重を配置し、この載荷状態について、慣用計算法による計算結果と、本論に誘導した曲げ振り理論による計算値とが、どの程度の差があるかを明らかにしよう。

曲げ応力が最大になる荷重配置は慣用計算法によればスパン方向に対してそれぞれ 図-20(a), 図-21(a) であり、剪断応力が最大になる荷重配置は慣用計算法によればスパン方向に対して、それぞれ 図-20(b), 図-21(b) である。また設計主桁を 図-20(c), 図-21(c) において左箱桁 A とすれば、曲げ応力が最大になる荷重の横断面

図-20 A.A.S.H.O. H 15-44 による箱桁 A の活荷重載荷状態

Fig. 20 Live Load Loading for Box Girder A by A.A.S.H.O. H 15-44

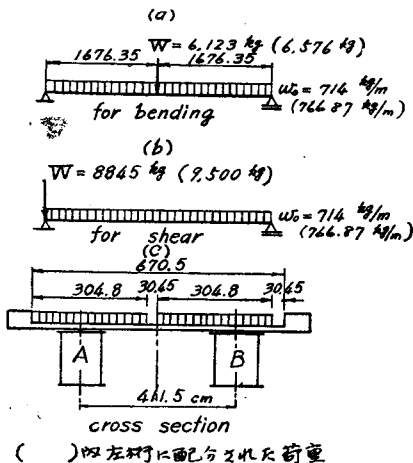
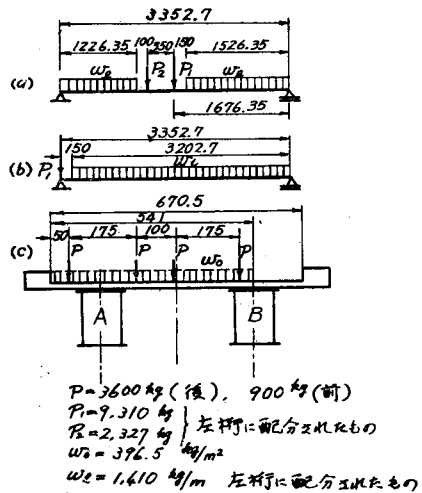


図-21 鋼道路橋設計示方書案による箱桁 A の活荷重載荷状態

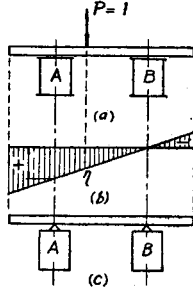
Fig. 21 Live Load Loading for Box Girder A by Japan Highway Bridge Design Specification.



方向分布は、通常慣用計算法によれば 図-22(b) の影響線を用いるので、スパン中央において 図-20(c)、図-21

図-22 慣用設計計算法による箱桁 A の反力影響線

Fig. 22 Reaction Influence Line of Box Girder A by Customary Design Method



(c) であり、また剪断応力が最大になる荷重の横断面方向分布は支点において 図-20(e)、図-21(c) のとおりである。これらの荷重の平面的な配置は 図-20 によるも、図-21 によるも、いずれも 図-9 に示した荷重状態 (1), (2), (3), (4) の組合せと見ることができる。従つて本文における曲げ振り理論による応力解析は 図-20、図-21 いずれの場合にも適用することができるわけである。

以上の考察にもとづいて計算から得た結果をまとめると表-5 が得られる。

荷重のスパン方向配置に関しては、従来の慣用計算法によつてもよい。その理由は表-5 の一例からもわかるように、垂直応力、剪断応力ともに曲げに基因する量が、振りによるものよりはるかに大であるからである。

慣用計算法には振りをまったく考慮していないため、表-5 にみられるように、垂直応力 σ_t, σ_c の値は、振りをも考えた本文諸式を用いた値に比して大きく、すなわち安全側に算出される。しかし剪断応力 τ は小さく算出される傾向がある。この傾向は荷重の偏心の程度がはげしいほど大きい。

表-5 活荷重応力 (kg/cm²)

活荷重 A.A.S.H.O.	慣用 計算法	曲げ振り 理論	活荷重 鋼道路橋設計示方書	慣用 計算法	曲げ振り 理論	応力最大と なる位置	方向	
曲げによる引張 応力 σ_t	415.5	386.9	曲げによる引張 応力 σ_t	583.0	446.5	下部カバープ レート下縁		
曲げによる圧縮 応力 σ_c	-15.26	-14.21	曲げによる圧縮 応力 σ_c	-21.41	-16.40	床板コンク リート上面		
曲げによる剪断 応力 τ_b	114.3	106.4	曲げによる剪断 応力 τ_b	157.8	120.6	中立軸上左 側ウェブ		
単純振りにより 剪断応力 τ_s	—	4.9	単純振りによる 剪断応力 τ_s	—	30.5	Cell 内 ウ ェブ		
曲げ振りによる2次剪 断応力		線荷重により τ_{w1}	曲げ振りによる2次剪 断応力		集中荷重により τ_{w1}	左側ウェブ 中立軸上		
		分布荷重により τ_{w2}			分布荷重により τ_{w2}			
曲げ振りによる垂 直応力		線荷重 { 引張 σ_{w1t} 圧縮 σ_{w1c}	曲げ振りによる垂 直応力 { 集中荷重 { 引張 σ_{w1t} 圧縮 σ_{w1c}		分布荷重 { 引張 σ_{w2t} 圧縮 σ_{w2c}	右下カバ ープレート端 及び床板左 端		
		5.4						26.2
		-0.18						-0.89
		4.1						14.3
		-0.14			-0.49			
総計 σ_{tmax}	415.5	396.4	総計 σ_{tmax}	583.0	487.5			
σ_{cmax}	-15.26	-14.53	σ_{cmax}	-21.41	-17.78			
τ_{max}	114.3	115.1	τ_{max}	157.8	164.7			

要するに最大曲げモーメントによつて設計する断面については慣用計算法は安全側の設計を与えるが多少不経済となることはまぬがれない。これに反しウェブの設計においては慣用計算法は剪断応力を過小に算定するから、この点について十分検討する必要がある。特に箱桁橋においては薄いウェブを使用することにより、経済的設計が可能であることから考えて薄いウェブの適正な設計が要望せられるわけであつて、これについては慣用設計計算法は充分検討する必要がある。これについては 図-20 (b), (c) 及び 図-21 (b), (c) の載荷状態について本論による諸式によつて適正な設計を行うことが特に必要である。

(2) 床板より箱桁へ伝達される荷重の影響線

慣用計算法に従つて垂直応力 σ が最大になるように活荷重を配置した場合の垂直応力の最大値 σ_{max} は I 形桁に対する慣用計算法による結果と、本文に誘導した曲げ振り理論による結果とがどの程度に差があるかを前項 (1) で示した。また剪断応力 τ_{max} についても、慣用計算法と本文の諸式による両者の計算結果を比較して、その差違の傾向を確かめ得た。

前項(1)の議論は荷重配置についてはすべて慣用計算法による考え方を踏襲した、すなわち図-22(a)に示す箱桁Aの設計に当つては、床板から箱桁Aに伝達される荷重は、図(c)に示した床板、箱桁の結合状態を仮定して、図(b)の反力影響線を用いた。従つて箱桁Aに最大応力を生ずる荷重配置としては、垂直応力 σ 、剪断応力 τ のそれぞれの最大値を求めるに当つて、図-20(c)、図-21(c)に見るように、図-22(b)の影響面積中負の部分の荷重を避けて正の部分に荷重した。活荷重の横方向配置に関するこの慣用計算法は、はたして妥当であるかどうかを本文の曲げ振り理論によつて批判してみよう。

このため箱桁Aに床板より伝達される荷重の影響線を次の2つの荷重状態について調べる。

(i) 橋軸中心線に対して偏心した縦方向線荷重 (p t/m) (図-23)

(ii) 橋軸中心線に対して偏心した集中荷重 (P t) (図-25)

これら2種の荷重を組合せ、総合することによつて一般の荷重状態に対する慣用計算法の批判ができるわけである。

(i) 縦方向線荷重の影響線

(a) $x=l/2$ 断面における垂直縁応力

図-23に示すように偏心 e (cm) をもつて $p=1$ t/m = 10 kg/cm の等分線荷重がスパン l に満載された場合について考える。この場合の $x=l/2$ 断面における垂直応力は慣用計算法によれば

$$\sigma_t = \frac{(M)_{x=\frac{l}{2}}}{I_v} y_t = \frac{\frac{pl^2}{8}}{I_v} y_t = \frac{10 \times 3352.7^2}{5.11542 \times 10^6} \times 130.462 = 353.4 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_c = \frac{-\frac{pl^2}{8}}{nI_v} y_c = \frac{-10 \times 3352.7^2}{10 \times 5.11542 \times 10^6} \times 47.903 = -13.2 \text{ kg/cm}^2$$

本理論によれば $\sigma = \sigma_b + \sigma_w$

ここに σ_b は p が $e=0$ 、すなわち全橋断面の中央に作用して対称曲げを生ぜしめたときの曲げ垂直応力、 σ_w は振りモーメント $T = -p \cdot e$ によるそり拘束によつて生ずる垂直応力である。 σ_b のうち下部カバープレートに生ずる引張縁垂直応力を σ_{bt} 、コンクリート床板上面に生ずる圧縮垂直応力を σ_{bc} とすれば

$$\sigma_{bt} = \frac{(M)_{x=\frac{l}{2}}}{I} y_t = \frac{\frac{pl^2}{8}}{I} y_t = \frac{10 \times 3352.7^2}{10.230832 \times 10^6} \times 130.462 = 176.7 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_{bc} = \frac{-\frac{pl^2}{8}}{nI} y_c = \frac{-10 \times 3352.7^2}{10 \times 10.230832 \times 10^6} \times 47.903 = -6.6 \text{ kg/cm}^2$$

σ_w を算定するには式(31)、(33)₂を用いる。ただし式(32)中 $\zeta = \frac{p \cdot e}{E_s C_w}$ 、 $x = \frac{l}{2}$ を用いばよい。

すなわち、引張側縁応力は図-15を用いて、

$$\sigma_{wt} = E_s \frac{W_s}{n} \frac{d^2 \theta}{dx^2} \quad (n=1),$$

$$= E_s W_s \frac{\zeta}{\alpha^2} \left\{ \frac{\sinh \frac{\alpha l}{2}}{\sinh \alpha l} (1 - \cosh \alpha l) + \left(\cosh \frac{\alpha l}{2} - 1 \right) \right\}$$

$$= (-38865) \times (-4.8600) \times 10^{-7} \times 10 \times e$$

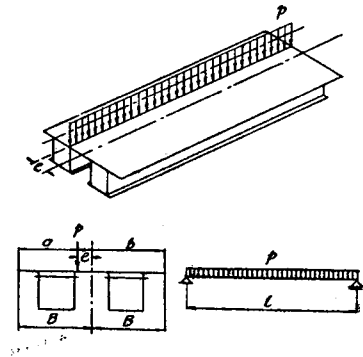
$$= 1.89 \times 10^{-1} \cdot e \text{ kg/cm}^2 \quad (a)$$

圧縮側床板縁応力は同じく図-15を用い、かつ $n=10$ として、

$$\sigma_{wc} = \frac{13292}{10} \times (-4.8600) \times 10^{-7} \times 10 \times e$$

$$= -6.46 \times 10^{-3} \cdot e \text{ kg/cm}^2 \quad (b)$$

図-23
Fig. 23



従つて $x=l/2$ 断面の合成垂直縁応力は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{t\max} &= \sigma_{bt} + \sigma_{wt} = 176.7 + 1.89 \times 10^{-1} e \text{ kg/cm}^2, \\ \sigma_{c\max} &= \sigma_{bc} + \sigma_{wc} = -(6.6 + 6.46 \times 10^{-3} e) \text{ kg/cm}^2 \end{aligned} \right\} \quad (c)$$

より求めることができる。

式 (a) よりわかるとおり、 σ_{wt} は e の 1 次関数である。従つて式 (c) より求めた合成垂直縁応力は縦方向線荷重の偏心率 e の 1 次関数となる。式 (c) を用いて箱桁 A の最大引張応力および床板の最大圧縮応力を求めることができる。今荷重が最も偏心した場合すなわち $e=335.25 \text{ cm}$ として

$$[\sigma_t]_{e=335.25} = 176.7 + 1.89 \times 10^{-1} \times 335.25 = 240.0 \text{ kg/cm}^2, \quad (i)$$

$$[\sigma_c]_{e=335.25} = -6.6 - 6.46 \times 10^{-3} \times 335.25 = -8.7 \text{ kg/cm}^2 \quad (ii)$$

をうる。また箱桁 A の軸線上に荷重が乗つた場合すなわち $e=205.75 \text{ cm}$ としたらそれぞれ

$$[\sigma_t]_{e=205.75} = 176.7 + 1.89 \times 10^{-1} \times 205.75 = 215.5 \text{ kg/cm}^2, \quad (iii)$$

$$[\sigma_c]_{e=205.75} = -6.6 - 6.46 \times 10^{-3} \times 205.75 = -7.9 \text{ kg/cm}^2 \quad (iv)$$

上に得た (i), (iii) の値を、それぞれの載荷偏心率の直下に縦距としてとり、これを直線で結べば、下部カバープレート最大引張応力 $\sigma_{t\max}$ に対する縦方向線荷重 p の偏心率 e の変化による影響線を与えることになる。同様に上に得た (ii), (iv) を直線で結べば、コンクリート床板上面最大圧縮応力 $\sigma_{c\max}$ に対する影響線を与える。

以上の結果を用いて 図-22(a) に示した箱桁 A が床板より伝達される荷重分量に対する影響線を求めることができる。図-22(e) に示した慣用計算法によれば、箱桁 A が床板を介して伝達せられる荷重の影響線は 図-22(b) のとおり、箱桁 A の直下において 1 で、箱桁 B の直下において 0 である。この慣用計算法によれば、箱桁 A の直上に縦方向偏心荷重 p が作用したときの下部カバープレート最大引張応力は上記計算によつて 353.4 kg/cm^2 であるから、図-22(c) に示した床板、箱桁の連結構造を仮定する場合、箱桁 A の下部カバープレートの最大引張応力 $\sigma_{t\max}$ を、本論で得た曲げ、振り理論の計算値と一致せしめるには、図-22(b) の影響線は不適当である。この影響線は、上記計算値 (i), (iii) をそれぞれ、図-22(b) の箱桁直下の応力値 353.4 kg/cm^2 を単位 1 にとつた値、すなわち $240.0/353.4=0.679$, $215.5/353.4=0.610$ を結ぶ直線、図-24(a) として得られる。

次に床板の最大圧縮応力 $\sigma_{c\max}$ に対する影響線も上記計算値 (ii), (iv) をもとにして求めることもできるが、本計算例に用いた活荷重合成箱桁橋において床板の桁方向垂直圧縮応力は一般に小さく、むしろ箱桁間にまたがる橋軸に直角方向スパンの曲げ応力が大きいので、ここでは $\sigma_{c\max}$ に対する影響線については言及しないことにする。

図よりわかるように慣用計算法では箱桁 B の軸線上に荷重があるときには箱桁 A にはまったく応力を生じない。これに反して本公式によれば床板によつて荷重分配作用が行われ、箱桁 A にも相当の応力が発生することがわかる。次に箱桁 A の軸線上に荷重が乗つた場合でも、慣用計算法のように 100% 箱桁 A に影響するのではなく、床板の荷重分配作用により箱桁 B にも分布して、箱桁 A の応力は小さくなつていく。

(b) $x=0$ における最大剪断応力

(a) とおなじ荷重状態に対して $x=0$ の端部断面におけるウェブ中立軸上の最大剪断応力は慣用計算法によれば

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{(Q)_{x=0}}{I_v} \cdot \frac{q_b^* \max}{t_w} = \frac{pl}{2} \cdot \frac{q_b^* \max}{t_w} \\ &= \frac{10 \times 3 \ 352.7}{2} \cdot \frac{16 \ 596}{5.115 \ 42 \times 10^6 \cdot 0.635 \ 0} = 85.6 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

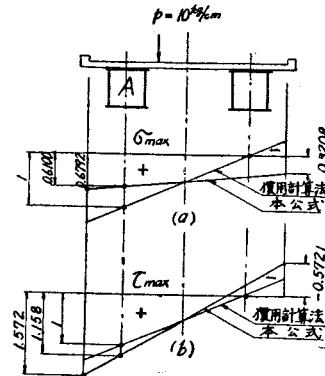
本理論によれば

$$\tau = \tau_b + \tau_{s1} + \tau_w$$

として得られる。ここに τ_b は $e=0$, すなわち対称曲げを生ぜしめたときの剪断応力、 τ_{s1} は振りモーメント

図-24 $\sigma_{t\max}, \tau_{\max}$ を生ずる箱桁 A の反力影響線

Fig. 24 Reaction Influence Lines of Box Girder A for $\sigma_{t\max}, \tau_{\max}$



$T = -p \cdot e$ による St. Venant の振り剪断応力, τ_w は同じく振りモーメント T による 2 次剪断応力である。それらの各値を計算すれば次のようになる。式 (28) より

$$\begin{aligned}\tau_b &= \frac{(Q)_{x=0}}{I} \frac{q_b^* \max}{t_w} = \frac{pl}{I} \frac{q_b^* \max}{t_w} \\ &= \frac{16\,763.5}{10.230\,832 \times 10^6} \times \frac{16\,596}{0.635\,0} = 42.8 \text{ kg/cm}^2\end{aligned}$$

式 (2), (33)₁ において $x=0$, および $\zeta = \frac{pl}{E_s C_w}$ とおけば $\zeta/\alpha^2 = pe/K$ となるから

$$\begin{aligned}q_{s1} &= \tilde{q}_1 G_s \frac{d\theta}{dx} = \tilde{q}_1 G_s \frac{pe}{K} \left(\frac{l}{2} - \frac{\cosh \alpha l - 1}{\alpha \sinh \alpha l} \right) = 61.404 \times 10 \times e \times 2.3024 \times 10^{-4} \\ &= 1.4138 \times 10^{-1} e \text{ kg/cm}\end{aligned}$$

従つて

$$\tau_1 = \frac{q_1}{t_w} = \frac{1.4138 \times 10^{-1} e}{0.635\,0} = 2.2264 \times 10^{-1} e \text{ kg/cm}^2$$

次にそり拘束による 2 次剪断応力 τ_w は式 (30), (33)₃ により次のように求められる。

$$\begin{aligned}q_w &= -E_s \frac{d^3 \theta}{dx^3} \left[\int_0^s W_s t ds + S_w \right] = -E_s q_w^* \zeta \frac{1 - \cosh \alpha l}{\alpha \sinh \alpha l} \\ &= \frac{q_w^*}{C_w} pl \frac{\cosh \alpha l - 1}{\alpha \sinh \alpha l} = \frac{3.143\,541 \times 10^6}{4.880\,31 \times 10^{11}} \times 10 \times e \times 505.735 \\ &= 3.2576 \times 10^{-2} e \text{ kg/cm}, \\ \tau_w &= \frac{q_w}{t_w} = \frac{3.2576 \times 10^{-2} e}{0.635\,0} = 5.114 \times 10^{-2} e \text{ kg/cm}^2\end{aligned}$$

よつて最大合成剪断応力 τ_{\max} は

$$\begin{aligned}\tau_{\max} &= 42.8 + 2.2264 \times 10^{-1} e + 5.114 \times 10^{-2} e \\ &= 42.8 + 2.7378 \times 10^{-1} e \text{ kg/cm}^2\end{aligned}$$

(a) 項の場合と同じように $e=335.25 \text{ cm}$ 及び $e=205.75 \text{ cm}$ に対する τ の値を示せば

$$[\tau]_{e=335.25} = 42.8 + 91.8 = 134.6 \text{ kg/cm}^2,$$

$$[\tau]_{e=205.75} = 42.8 + 56.4 = 99.2 \text{ kg/cm}^2$$

となる。これを慣用計算法と比較するために 図-24(b) に図示した剪断応力においては垂直応力と違つて床板の荷重分配作用という概念は不適當であつて、振りを考慮した本公式の値の方が大きく算定されることになる。

(ii) 集中荷重の影響線

(a) $x=l/2$ 断面における垂直縁応力

図-25 に示すように偏心量 e をもつて $P=1 \text{ ton}$ の集中荷重がスパン l の中央 $x=l/2$ 点に載荷された場合について考える。この場合 $x=l/2$ 断面における垂直応力は慣用計算法によれば

$$\begin{aligned}\sigma_t &= \frac{Pl}{4I_v} y_t = \frac{1\,000 \times 3\,352.7}{4 \times 5.115\,42 \times 10^6} \times 130.421 \\ &= 21.4 \text{ kg/cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_c &= \frac{Pl}{nI_v} y_c = \frac{1\,000 \times 3\,352.7}{10 \times 5.115\,42 \times 10^6} \times (-47.903) \\ &= -0.8 \text{ kg/cm}^2\end{aligned}$$

次に本理論によれば (i) (a) と同じくして求められ

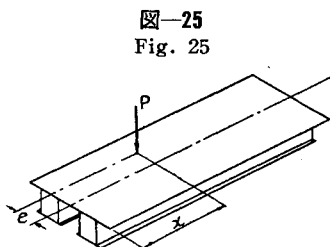


図-25
Fig. 25

$$\sigma_{bt} = \frac{(M)_{x=l/2}}{I} y_t = \frac{Pl}{4} y_t = \frac{10^3 \times 3\,352.7}{10.230\,832 \times 10^6} \times 130.462 = 10.7 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_{bc} = \frac{Pl}{4nI} y_c = \frac{10^3 \times 3\,352.7}{10 \times 10.230\,832 \times 10^6} \times (-47.903) = -0.4 \text{ kg/cm}^2$$

式 (31), (36)₂ より $\eta = Pe/E_s C_w$, $x=l/2$ において下部カバープレート曲げ縁応力は 図-15 を用いて

$$\begin{aligned} \sigma_{wt} &= E_s \frac{W_s}{n} \frac{d^2 \theta}{dx^2} \quad (n=1) \\ &= E_s \frac{W_s}{n} \frac{\eta}{\alpha} \left\{ -\frac{\sinh \alpha(l-c)}{\sinh \alpha l} \sinh \alpha x \right\}_{c=l/2}^{x=l/2} \\ &= -38\,865 \times 1\,000 \times e \times (-5.18) \times 10^{-10} \\ &= 2.01 \times 10^{-2} e \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

圧縮側床板縁垂直応力は $n=10$ として

$$\begin{aligned} \sigma_{wc} &= \frac{13\,263}{10} \times 1\,000 \times e \times (-5.18) \times 10^{-10} \\ &= -6.87 \times 10^{-4} e \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

よつて

$$\begin{aligned} \sigma_{t\max} &= 10.7 + 2.01 \times 10^{-2} e \text{ kg/cm}^2, \\ \sigma_{c\max} &= -0.4 + 2.0 \times 10^{-2} e \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

(i) と同様のとりあつかいにより, e に橋梁横断面における箇所の値を用いれば, $\sigma_{t\max}$ に対する影響線として 図-26(a) が得られる。

(b) $x=0$ における最大剪断応力
慣用計算法によれば

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{(Q)_{x=0}}{I_v} \frac{q_b^* \max}{t_w} = \frac{P}{I_v} \frac{q_b^* \max}{t_w} = \frac{1\,000}{5.115\,42 \times 10^6} \frac{16\,596}{0.6350} \\ &= 5.1 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

本理論によれば (i)(b) と同様に式 (28) より

$$\begin{aligned} \tau_b &= \frac{(Q)_{x=0}}{I} \frac{q_b^* \max}{t_w} = \frac{P}{I} \frac{q_b^* \max}{t_w} \\ &= \frac{1\,000}{10.230\,832 \times 10^6} \frac{16\,596}{0.6350} = 2.6 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

式 (2), (36)₁ において $x=0$, および $\eta = \frac{Pe}{E_s C_w}$ とおけば

$$\tau_{s1} = \frac{q_1}{t_w} = \frac{\tilde{q}_1}{t_w} Pe \frac{G_s}{K} \lim_{\substack{c \rightarrow 1 \\ x \rightarrow 0}} \left(-\frac{\sinh \alpha(l-c)}{\sinh \alpha l} \cosh \alpha x + \frac{l-c}{l} \right) = 0$$

式 (30), (36)₃ より

$$\begin{aligned} q_w &= Pe \frac{q_w^*}{C_w} \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ c \rightarrow 0}} \left(-\frac{\sinh \alpha(l-c)}{\sinh \alpha l} \cosh \alpha x \right) = 1\,000 e \times 3\,143\,541 \\ &\quad \times 2.049\,05 \times 10^{-12} \\ &= 6.4413 \times 10^{-3} e \text{ kg/cm} \\ \therefore \tau_w &= \frac{6.4413 \times 10^{-3}}{0.6350} e = 1.01 \times 10^{-2} e \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

よつて合成剪断応力 τ は

$$\begin{aligned} \tau_{\max} &= 2.6 + 1.01 \times 10^{-2} e \text{ kg/cm}^2 \\ [\tau]_{e=335.25} &= 2.6 + 3.4 = 6.0 \text{ kg/cm}^2, \quad [\tau]_{e=205.75} = 2.6 + 2.1 = 4.7 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

従つて最大剪断応力 τ_{\max} に対する影響線は 図-26(b) のとおり得られる。

図-24、図-26 に得られた箱桁 A に対する床板からの荷重分配影響線は、本数値計算例に用いた King County 橋の断面及びスパンの寸法の場合に対するものである。従つて各種の寸法の合成箱桁橋について、荷重分配影響線を求めた上でないと、一般的結論を述べることはできない。しかしながら、合成箱桁橋として合理的な設計を行つたものについては、この傾向の差は大きいものでないことが推察されるから、ここには以上に得た荷重分配影響線の傾向を基にして、荷重の橋梁横断方向の荷重配置について一般的に述べたい。

最大曲げ応力について

図-24(a)、図-26(a) からわかるとおり、箱桁 A に床板から伝達せられて分担する荷重は、慣用計算による結果とは相当違つたものである。すなわち慣用計算法では図-22(b) に見るように、箱桁 A については、右箱桁 B の中心線より右方の荷重は A に対して負の影響線を与えることを示しているが、本論の曲げ振り理論によれば、図-24(a)、図-26(a) に見るように、床板面上の荷重はその位置にかかわらず常に箱桁 A に正の影響を与えることを示している。従つて分布荷重については、箱桁橋の全橋幅にわたつて載荷することが必要である。また集中荷重については、図-24(a)、図-26(b) の影響線縦距の大きい位置、すなわち橋梁横断面中心線よりなるべく箱桁 A 側に偏心させて載荷させることが必要である。

最大曲げ応力について

最大曲げ応力について

図-24(b)、図-26(b) からわかるとおり、慣用計算法による影響線と、本理論による影響線との差は小さい。

従つて最大剪断応力を計算する場合の荷重の横断面方向の配置としては、慣用計算法による影響線を用いて、その負影響面には荷重を配置せず、正影響面、すなわち右箱桁 B の中心線より左側に橋端まで載荷した状態を考え、これについて箱桁 A の最大剪断応力を求めればよい。この場合の計算方法は、図-22(c) の結合構造と見なして、曲げに伴う剪断応力のみを求めればよく、振りによる剪断応力、曲げ振りによる剪断応力はいずれも考慮しなくてもよい。

11. 合成箱桁橋の合理的設計計算法の一提案

以上に得た諸結果を総合して、合成箱桁橋に対する合理的設計計算法について一提案を試みよう。このために設計荷重配置の問題と、この荷重配置についての応力計算法の問題の二方向から述べる。

(1) 設計荷重のスパン方向配置

荷重のスパン方向配置は、従来の I 形橋に用いた慣用法を用いばよい。すなわち、 σ_{max} については、その断面に最大曲げモーメントを生ずるように等分布荷重及び集中荷重を配置する。また τ_{max} を求めるには、その断面に最大剪断力が作用するように等分布荷重及び集中荷重を配置すればよい。

(2) 設計荷重の横断面方向の配置

荷重及び載荷法については、設計示方書によつて、それぞれ異なるから、ここにはわが国鋼道路橋設計示方書案(昭和 14 年 9 月)、鋼道路橋設計示方書案(草案, 昭和 29 年 8 月)及び A.A.S.H.O. 道路橋標準設計示方書(1953)の 3 示方書を採用する場合について述べることにする。

(i) 鋼道路橋設計示方書案(昭和 14 年 9 月)

最大垂直応力 σ_{max} 横断面方向荷重配置は、自動車荷重を輻員の許すかぎり多く満載し、かつこれを、設計箱桁の側へできるだけ片寄せ、残りの橋面上に等分布荷重を配置する。

最大剪断応力 τ_{max} 図-22(b) に示す影響線を用いて、この正の影響面積にできるだけ自動車荷重を満載し、かつこれを、できるだけ設計箱桁 A の側へ片寄せ、残りの正の影響面に相当する橋面上に等分布荷重を配置する。

(ii) 鋼道路橋設計示方書案(草案, 昭和 29 年 8 月)

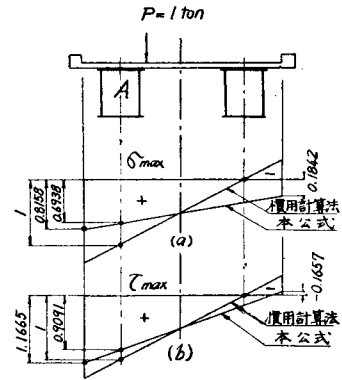
最大垂直応力 σ_{max} 車道には L 荷重を、歩道には群衆荷重を輻員の許すかぎり全幅にわたつて満載する。

最大剪断応力 τ_{max} 図-22(b) に示す影響線を用いて、この正の影響面積に、車道については L 荷重、歩道には群衆荷重を満載し、負の影響面積には載荷してはならない。

(iii) A.A.S.H.O. 道路橋標準設計示方書(1953)

図-26 σ_{lmax} , τ_{max} を生ずる箱桁 A の反力影響線

Fig. 26 Reaction Influence Lines of Box Girder A for σ_{lmax} , τ_{max}



最大垂直応力 σ_{\max} 図-22(c) に示したとおり、幅 10 ft の車線荷重を、各車線ごとに設計箱桁 A 側へよせて満載する。

最大剪断応力 τ_{\max} 図-22(b) に示した影響線を用いて上記 σ_{\max} と同一載荷状態に配置する。

(3) 最大垂直応力 σ_{\max} 計算法

(i) 鋼道路橋設計示方書案 (昭和 14 年 9 月)

(2) (i) に述べたように箱桁 A の断面最大垂直応力 σ_{\max} を求めるための荷重配置は、横断面内において偏心しているから、本論所載の曲げ振り理論によつて、 $\sigma_{\max} = \sigma_b + \sigma_w$ として求める。

(ii) 鋼道路橋設計示方書案 (草案, 昭和 29 年 8 月)

(2) (ii) に述べたとおり、横断面方向荷重配置は偏心をもたない横方向に等分布であるから、全橋断面について、初等桁理論によつて、断面 2 次モーメント I によつて曲げ応力として算定する。

(iii) A.A.S.H.O. 道路橋標準設計示方書 (1953)

一般には横断面方向に対して偏心荷重配置となるから上記 (i) と同様に曲げ振り理論によるのが正当である。しかし 1 車線に対する橋幅員と車線荷重の占有幅 10 ft との差が小さいときは、荷重の横断面方向偏心は小さいので、上記 (ii) と同様に、初等桁理論によつて、曲げ応力として算定してもよい。

(4) 最大剪断応力 τ_{\max} 計算法

上記 3 設計示方書いずれに準拠した場合にも、影響線は 図-22(b) を用いて、従来の設計方法に従い、上記 (2) τ_{\max} に対する載荷法で得られた剪断力を用いて、剪断流理論により曲げに伴う剪断応力 τ_b を求めれば、これを最大剪断応力 τ_{\max} として採用してよい。従つて振りによる τ_s 、曲げ振りによる τ_w は考慮しなくともよい。

この計算方法は、載荷が偏心状態にあるにかかわらず、振りを考慮しないことを主張するもので、相当大胆な方法とも考えられる。しかし、図-74(b)、26(b) より直感されるとおり、横断面方向の影響線の形と、慣用計算法のものとの差が小さいので、この計算方法は許容されるものと認めた。これを鋼道路橋設計示方書案 (草案) によつて、慣用法と本公式による結果とを比較すれば次のとおりである。

図-24(b)、26(b) とを比較すればわかるとおり、横断面方向に荷重を配置することによつて得られる、等分布荷重と線荷重との影響は丁度逆の傾向にある。従つて両者を同時に載荷すれば、たがいに打消し合うように作用して、本公式の影響線と、慣用計算法とがほぼ一致するのでないかと考えられる。草案については、橋幅 1 m について、 $P = 5t \times \alpha$ 、 $p = 0.35 t/m \times \alpha$ であるから、9(2) (i) (b) 及び 9(2) (ii) (b) で得た数値を用いて

$$\frac{\text{慣用計算法}}{\text{本公式}} = \frac{5.1P + 85.6p}{4.6P + 99.2p} = \frac{5.1 \times 5 + 85.6 \times 0.35}{4.6 \times 5 + 99.2 \times 0.35} = \frac{55.5}{57.7} = \frac{1}{1.04}$$

すなわち慣用計算を用いても、曲げ振り理論による結果との差は実用的には無視してもさしつかえはない。

12. 結 言

(1) 合成箱桁橋について合成断面に生ずる曲げ応力 (σ_b , τ_b)、単純振り応力 (τ_s) ならびに曲げ振り応力 (σ_w , τ_w) の計算方法を明らかにした。

(2) 4 つの代表的偏心荷重状態において、振りによる剪断流 (q_s , q_w) 及び垂直応力 (σ_w) のスパン方向の変化を求めた。

(3) 以上の諸式によつて合成箱桁橋について数値計算を行い、曲げ及び曲げ振りによる同一断面内の剪断流及び垂直応力の分布状態を算定し、これを 図-12, 13, 15, 16 に、またスパン方向の剪断流及び垂直応力の変化状況を 図-17~19 に示した。

(4) A.A.S.H.O. による活荷重 H 15-44 及びわが国鋼道路橋設計示方書による第 2 種自動車荷重ならびに等分布荷重を載荷した場合の最大引張応力 ($\sigma_{t\max}$)、最大圧縮応力 ($\sigma_{c\max}$)、最大剪断応力 (τ_{\max}) を算出し、両者を比較して、慣用設計法を箱桁橋設計に用いる場合の適否ならびに注意事項を述べた。

(5) 床板より箱桁へ伝達される荷重については、最大垂直応力 σ_{\max} 及び最大剪断応力 τ_{\max} の各場合について横断面方向の偏心単位荷重による影響線を、曲げ振り理論によつて求め、これを慣用計算法の結果と比較検討した。

(6) 以上の諸結果を総合して、合成箱桁橋の合理的な設計計算法に関し一提案を行った。

本研究は昭和 29 年度文部省科学研究費による総合研究『橋梁の軽量化に関する研究』の分担研究「箱桁橋梁の構造力学的研究」の研究成果の一部である。

参 考 文 献

- 1), 2), 3), 5), 6) については小西一郎, 橋梁構造の最近の進歩, pp. 9-17, 橋梁工学の最近の動向, 土木学会関西支部, 昭和 29 年 3 月にその概要が引用されている。
- 1) Fritz Leonhardt: Strassenbrücke über den Rhein von Köln nach Deutz, Verlag von Wilhelm und Sohn, 1950
 - 2) Karl Schaechterle: Wiederaufbau der Rheinbrücke Düsseldorf-Neuss, Bauingenieur, 72 Jahrgang, Heft 1, S. 1-19, 1952
 - 3) A. Lamster und Wilhelm Storenburg: Neubau der Bürgermeister-Smidt-Brücke in Bremen, Stahlbau, 21 Jahrgang, Heft 11, S. 207-212, Nov., 1952
 - 4) Hans Pottgiesser: Der Wiederaufbau der Schöntalbrücke, Eisenbahn Ingenieur, 5 Jahrgang, Heft 6, S. 131-136, 1954
 - 5) Homer M. Hadley: Steel box girders support highway bridge, Engineering News-Record, April 12, pp. 34-35, 1951
 - 6) Homer M. Hadley: Steel girders hung from concrete cantilevers, Civil Engineering, December, pp. 25-28, 1952
 - 7) 小西一郎, 箱桁橋梁, pp. 80-83. 橋梁工学の最近の動向, 土木学会関西支部, 昭和 29 年 3 月
 - 8) F. Stüssi, Der dünnwandige schlanke Stahlstab mit Kastenquerschnitt, Publication of I.A.B.S.E., Vol. 11, S. 382, 1951
 - 9) John E. Goldberg, Torsion of I Type and H Type Beam, Trans. A.S.C.E., Vol. 118, p. 777, 1953
 - 10) John E. Goldberg, The Application of Heaviside's Step Function of Beam Problem, Proc. A.S.C.E., Vol. 79, No.202, Sep., 1953
- Ruel V. Churchill, Modern Operational Mathematics in Engineering, 1944
- 11) 小西一郎, 最近の米国道路橋設計示方書について, 土木学会誌, 第 35 卷, 第 10 号, pp. 466-470, 第 11 号, pp. 511-515, 1950

追 記

鋼道路橋設計示方書第二次草案(昭和 30 年 3 月)によれば, 橋梁幅員が 2 車線以上の場合には, 等分布荷重の軽減を考える。従つてこの場合には最大曲げ応力, 最大剪断応力は, それぞれの影響線をもとにして, 応力が最大になるよう, 等分布荷重の幅員方向配置を行う。従つて偏心による振りを考慮することになる。

昭和 30 年 3 月 25 日	印刷	土木学会論文集	定価 130 円 (〒 10 円)
昭和 30 年 3 月 31 日	発行	第 25 号	
著 者	京都市左京区吉田本町, 京都大学工学部土木工学教室	小 西 一 郎	
	大阪市北区南扇町 12, 大阪市立大学理工学部	小 松 定 夫	
	京都市左京区吉田本町, 京都大学工学部土木工学教室	大 橋 昭 光	
編集兼発行者	東京都千代田区大手町 2 丁目 4 番地	中 川 一 美	
印刷者	東京都港区赤坂溜池 5 番地	大 沼 正 吉	
印刷所	東京都港区赤坂溜池 5 番地	株式会社 技 報 堂	

東京中央郵便局区内 千代田区大手町 2 丁目 4 番地 電話 (20) 3945・4078

発行所 社団法人 土 木 学 会 振替東京 16828 番

