

いるとき、または空貨車のごとくバネのたわみの少ないときには制振作用が少く、軌道に大きな衝撃を加えることがある。

これらのバネ特に客車におけるコイルバネに並列して制振装置をつけることができれば波状磨耗によつて軌道に与える衝撃の緩和に役立つ、また波状磨耗の進行をとめるのにも大きな効果があると考えられる。

終りに本研究は昭和28年度文部省科学研究費を受け、また鉄道技術研究所及び金沢鉄道管理局金沢保線区より多大の御援助を受けて行つたものであることを記しここに深く感謝する。抵抗線ひずみ計による測定装置の作製及び記録には金沢大学工学部教官波田敏雄氏、柳場重正氏、林安雄氏の御協力を受けた。あわせて感謝する。

参 考 文 献

- 1) 小林勇外：電車荷重によるレールの衝撃応力に関する実験的研究，土木学会誌第37巻第5号
佐藤裕：軌道強さに及ぼす列車速度の影響，鉄道業務研究資料第9巻第13号
川又久夫，佐藤裕：軌道継目部の衝撃についての実験と考察
- 2) A.R.E.A. Bulletin 418, Seventh Progress Report Committee on Stresses in Railroad Track, V. Miscellaneous Tests
八十島義之助：敷設レールの活荷重応力について，土木学会誌第35巻第9号
- 3) 都市鉄道のレールに発生する波状磨耗の波長は45~75mmである，景山質：軌条波状磨耗の状況及びその原因，土木学会誌第16巻第12号参照
- 4) 上記論文及び第7回保線講演会記録（日本国有鉄道施設局）284ページによれば波状磨耗の甚だしい場合には左右レールの山と谷とが相反することが報告されている。
- 5) この後に12t長軸を2本吊り振子として吊下げ，車軸と垂直をなす軸のまわりの慣性半径を測定した結果によれば57.5cmとなつていた。（津田沼線路試験区において測定）

(昭.29.7.19)

河川, 測量, 水理

洪水追跡用アナログ・コンピューターについて*

正員 工学博士 石原 藤次 郎**
准員 石原 安雄***

ON AN ELECTRONIC ANALOG COMPUTER FOR FLOOD ROUTING

(Trans. of JSCE, No. 24, April, 1955)

Dr. Eng., Tōjirō Ishihara, C.E. Member,
Yasuo Ishihara, C.E. Assoc. Member.

Synopsis The flood is a very complex phenomenon. According to Dr. Hayami's theory of flood waves, however, which takes into account the complex features of river, the fundamental equation becomes, approximately,

$$\frac{\partial H}{\partial t} + A \frac{\partial H^{3/2}}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 H}{\partial x^2},$$

where H : water depth, t : time, x : distance, and A, μ : numerical constants. In this paper, a method to imitate this equation by electric circuits and to construct them was mentioned, that is, an electronic analog computer was designed and constructed. Using this computer, the authors obtained some solutions of flood waves, and discussed the characteristics of flood and the significance of constants A and μ of the equation mentioned above. As an example, the results of actual flood routing for the Kiso River were explained and it was found that this computer had a good accuracy.

要旨 洪水は非常に複雑な現象であるが、速水博士の洪水理論によると、大局的に見た洪水波に対する基礎方程式は、近似的に次式であらわされる。

$$\frac{\partial H}{\partial t} + A \frac{\partial H^{3/2}}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \dots \dots \dots (1.1)$$

ここに、 H : 水深, t : 時間, x : 距離, A および μ : 常数である。著者等はこの方程式を電氣的に模擬する方法

* 昭.29.5.30, 第10回土木学会年次学術講演会にて一部発表

** 京都大学教授, 工学部土木工学教室

*** 神戸大学助教授, 工学部土木工学教室

を研究して、洪水追跡用アナログ・コンピューターを試作した。さらにこの試作演算器を用いて、洪水の特性、とくに基礎方程式に含まれる常数 A および μ の意義などを調べた。最後に実例として、木曾川の洪水追跡結果を説明し、この試作器が十分満足すべきものであることを明らかにした。

1. 緒 言

わが国の出水は早くて大きく、水害は日本の地形的環境と台風圏にあるという事実などが招来した宿命ともいえるが、最近の惨状は容易ならざるものがある。こうした恐るべき水害から国土をまもり、最高度に水資源を利用するために、いわゆる総合開発事業が大きくとりあげられているのであるが、その完璧を期するためには、さらに解明すべき重要な問題が少なくない。

有名な TVA は総合開発事業の模範例とされているが、治水利水目的のすべてをいづれも完全に満足させているわけでない。水文観測の整備充実によつて流域全体の流況推定を完全に行い、それに即応して多数の貯水池の操作を合理的に行うわけであるが、洪水調節と舟航に主眼をおいて操作するので、電力需給のバランスを水力のみによることはむずかしく、多数の火力発電所との総合運転によつて始めて電力に支障を生じないようになつていようである。この点は急流河川で大貯水池を造りにくいわが国の総合開発の将来に対し、示唆するところが少なくない。こうした意味から、洪水流の実態を把握することは、利害相反する治水、利水の両事業を調整し、総合開発の成果を発揮する第一の要諦といわねばならない。

さて洪水流は洪水時の水の流れ、すなわち水の運動を意味するものであるから、洪水流を厳密に論ずるためには、流体運動の基礎方程式である Navier-Stokes の運動方程式と連続方程式を用いるべきであるが、これらの方程式を複雑な条件の下で厳密に解くことはほとんど不可能である。しかし前記の工学的目的からすれば、たとえば水実質部分の個々の運動が不明であつても、大局的に洪水流の実態が適確に把握できれば、まず満足しなければならぬ。

洪水流の研究は古くから行われているが、まだ決定的ともいふべき法則は見出されていないようである。この事実は洪水現象が非常に複雑でその実態把握の困難さを実証するものであるが、従来の研究を大別すると、つぎの四つになるであろう。

1. 洪水流の基礎方程式を、何らの近似をも用いないで、時間と労力をいとわず数値計算で解いていくものであつて¹⁾、その結果は正確ではあるが、ある一つの条件の下での解であり、種々の条件の場合の解が集積されないと、洪水流の一般的性質を知ることができない。
2. 基礎方程式をある仮定をおいて単純化し、かつ河道も模型化して境界条件を簡単にして、純解析的に取り扱う方法である²⁾。この場合には近似の精度は多少悪くなるが、数学的取り扱いが容易で、解の一般性を洞察するには好都合である。
3. 観測結果に基づいた経験的關係と連続方程式とを用いる、いわゆる洪水追跡法と呼ばれている方法であつて³⁾、特定河川の洪水予報などには有効と考えられるが、洪水流の普遍的特性を論ずることはできない。
4. 模型実験による方法で、完全な相似律が確立されていない現在では、実河川の洪水流の特性を論ずるまでには至っていないようである。

以上のように多くの研究が行われているが、洪水流を完全に論じたものは見当たらないようである。

最近、特に米国において、ある物理系を電気系で模擬し、物理現象と類似の現象を電気回路に再現させて、電氣的現象として物理現象を解明しようとする、いわゆる electrical or electronic analog computer が急速に進歩し、水理現象にも盛んに用いられるようになった⁴⁾。このような方法は方程式の線型、非線型を問わず有効であるが、わが国においては、これを水理現象の解明に利用した例はほとんどないようである。本研究は洪水流に対する computer について研究を行うとともに、その computer を用いて洪水流の特性を解明しようとしたものである。

2. 洪水流に関する速水博士の理論⁵⁾

Navier-Stokes の運動方程式がいかに厳密に水の運動を規定する方程式であるといつても、そのままでは取り扱いがはなはだ困難である。そこでいま問題としている現象が洪水であるから、大局的に洪水現象の特質を適確に把握した方程式を基礎にすれば、前記の工学的目的に対しては十分と考えてよい。こうした考えに基づいて、種々の方法を比較した結果、京大速水博士の洪水流に関する理論⁵⁾を採用することにしたが、以下順序としてこの理論の要点を紹介しよう。

自然河川の河床状態、勾配及び河巾などは、平均的にみるとほとんど定まっているようであるが、これらを詳細に観察すると、非常に複雑な形状を呈し、しかも時間的にも常に変動している。洪水はこのような変転極まり

ない河道を流下するものであるから、勾配、河巾などを一定としたときの大局的にみた平均流と、上記の種々の不規則さによる変動流とから成立していると考えられる。

いま、河底に沿い下流方向に x 軸、それに垂直に z 軸をとつて、2 次元的に考えると、平均流に対する運動方程式は周知のごとくつぎのようになる。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \xi U \frac{\partial U}{\partial x} = g \left(S - \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{U^2}{C^2 H} \right) \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

ここに、 H : 水深、 U : 平均流速、 ξ : 補正係数、 S : 河床の平均勾配、 C : Chézy の係数、 g : 重力加速度、 t : 時間。

いま、

$$L(x, t) = \frac{\partial U}{\partial t} + \xi U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (2.2)$$

とおくと、(2.1) 式は

$$U = C \sqrt{(S - L/g) H} \quad \dots\dots\dots (2.3)$$

となるが、普通の洪水に対しては、

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \xi U \frac{\partial U}{\partial x} < g \frac{\partial H}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

という関係が成立するとしてよいから、(2.3) 式は十分な精度でもつてつぎのように書くことができよう。

$$U = C \sqrt{\left(S - \frac{\partial H}{\partial x} \right) H} \quad \dots\dots\dots (2.5)$$

一方、流れの変動部分はきわめて複雑ではあるが、前記のように種々の不規則さで発生した一種の乱れと考えることができる。従つてこれを統計的に処理すると、大きな scale の流れ方向の混合があることがわかるが、速水博士によると、この混合の交換係数は $10^6 \sim 10^8$ (c.g.s. 単位) の程度である。このような流れ方向の混合を考えると、連続の方程式はつぎのようになる。

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial (U \cdot H)}{\partial x} = \sigma \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \quad \dots\dots\dots (2.6)$$

ここに、 σ は上述の交換係数であるが、この (2.6) 式に (2.5) 式を代入して整理すると、

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{3}{2} U \frac{\partial H}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

ここに、

$$\mu = \left\{ HU/2 \left(S - \frac{\partial H}{\partial x} \right) \right\} + \sigma \quad \dots\dots\dots (2.8)$$

となる。上式の μ の値は σ の値と同程度の大きさであり、一方 σ は x および t の関数と考えられるが、その詳細は全く不明である。そこで最も簡単な近似として、 μ の値を少なくとも 1 洪水期間全体にわたつて一定値であると仮定するが、厳密には十分な観測によつて決定すべきことは云うまでもない。さらに、わが国の河川の大部分は急勾配であるから、近似的に

$$U = C \sqrt{SH} \quad \dots\dots\dots (2.9)$$

なる仮定を (2.7) 式に代入して簡単にすると、

$$\frac{\partial H}{\partial t} + A \frac{\partial H^{3/2}}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 H}{\partial x^2}, \quad \text{ただし} \quad A = C \sqrt{S} \quad \dots\dots\dots (2.10)$$

となる。この (2.10) 式が本研究に用いた基礎偏微分方程式であり、河川によつて A , μ の値がどのように異なつているか、またこれらの値が洪水流にどのような影響を与えるかを、analog computer を試作して調査し、河川の様相との関連において洪水現象の実態を究明しようというのが、本研究の目的である。

3. 流体系と電気系との対応

流体系を電気系に対応させて、(2.10) 式に対する computer を構成する方法は種々考えられるが、これらの方法を比較検討した結果、以下に述べる方式を採用することにした。すなわち、まず

$$-\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\partial H}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (3.1)$$

で定義される流体量 W を (2.10) 式に用いると、

$$-\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{\mu} W - \frac{A}{\mu} H^{3/2} \quad \dots\dots\dots (3.2)$$

が得られる。つぎに普通用いられるように、流体量と電気量の対応を次式のように仮定する。

流体量	電気量	
H (水深)	$= \alpha v$ (電圧)	}
W (流量)	$= \theta i$ (電流)	
t_{hy} (時間)	$= \beta t_{el}$ (時間)	
x_{hy} (距離)	$= r x_{el}$ (距離)	

(3.3)

ここに、 α, β, r および θ は変換係数である。この (3.3) 式を (3.1) 式および (3.2) 式に代入すると、

$$-\frac{\partial i}{\partial x_{el}} = \frac{\alpha r}{\beta \theta} \frac{\partial v}{\partial t_{el}}, \quad -\frac{\partial v}{\partial x_{el}} = \frac{\theta r}{\mu \alpha} i - \frac{A \alpha^{1/2} r}{\mu} v^{3/2}$$

さらに、

$$K = \alpha r / \beta \theta \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

$$R = \theta r / \mu \alpha \quad \dots\dots\dots (3.5)$$

$$k = A \alpha^{1/2} r / \mu \quad \dots\dots\dots (3.6)$$

とおくと、上の2式はつぎのようになる。

$$-\frac{\partial i}{\partial x_{el}} = K \frac{\partial v}{\partial t_{el}} \quad \dots\dots\dots (3.7)$$

$$-\frac{\partial v}{\partial x_{el}} = Ri - kv^{3/2} \quad \dots\dots\dots (3.8)$$

この2式は、図-3.1 に示すように、単位長当りの抵抗が R で静電容量が K なるケーブルに、さらに単位長当り $kv^{3/2}$ なる非線型分布直列起電力が存在する場合の偏微分方程式をあらわす。従つて図-3.1 で示されている電気回路において、流体系における条件に対応した電氣的条件の下で電圧 v を測定すれば、所要の解が求められることになる。

4. 演算回路の構成

図-3.1 に示した電気回路を構成するとき最も重要な問題は、非線型要素をいかに簡単にかつ確実に実現するかということである。このために種々の方法を比較検討した結果、非線型要素を図-3.1 のように起電力の形でそのまま導入することには種々の難点があるので、これを強制電流の形に変換して実現することにした。すなわち、(3.8) 式において、

$$i_0 = kv^{3/2} / R = k' v^{3/2} \quad \dots\dots\dots (4.1)$$

ただし、 $k' = k / R = A \alpha^{1/2} r / \mu$ $\dots\dots\dots (4.2)$

とおくと、

$$-\frac{\partial v}{\partial x} = R(i - i_0) \quad \dots\dots\dots (4.3)$$

となる。また (3.7) 式を再記すると、

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = K \frac{\partial v}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (4.4)$$

である。(4.3) および (4.4) 式では簡単のために電気系を示す添字 el を省略したが (以下同様)、これらの式であらわされる電気回路は図-4.1 で示されており、図-3.1 の非線型起電力は強制電流 i_0 で置換されている。しかもこのような強制電流は、sharp cut-off 特性を有する五極管の $v_g - i_p$ 特性を利用することによつて、十分な精度をもつて容易に実現することができる。たとえば、五極管を図-4.2 に示すように結線し、スクリーングリッドの電圧 E_{sg} を一定に保ち、グリッドバイアス E_c を適当に選べば、入力 v_g とプレート電流 i_p との間には、 $i_p \cong k'' v_g^{3/2}$ 、ただし k'' : 真空管で定まる常数... (4.5) という関係がある。しかも五極管の特性として、スクリーングリッドの電圧 E_{sg} が一定である限り、プレート電圧 $v_p = E_b - i_p r$ の値がかなりの範囲で変動しても、プレート電流 i_p は

図-3.1 (3.7)式および(3.8)式であらわされる電気回路
Fig. 3.1 The electric circuit represented by eq. (3.7) and eq. (3.8).

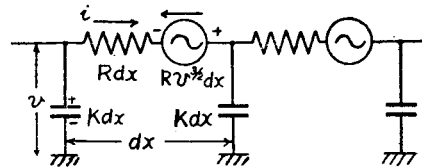


図-4.1 (4.3)式および(4.4)式であらわされる電気回路
Fig. 4.1 The electric circuit represented by eq. (4.3) and eq. (4.4).

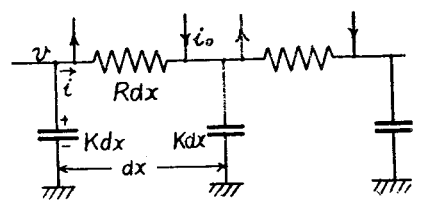
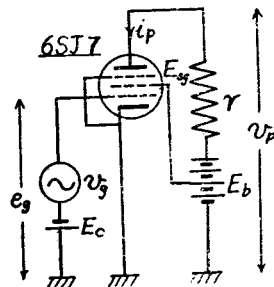


図-4.2 Fig. 4.2



ほとんど変動しない、従つて、この i_p をプレート回路に対して強制電流とみなすことができる。

さて、入力 v_g として 図-4.1 に示されているコンデンサーの端子電圧 v を分圧したものをを用いると、

$$i_p \cong k''(av)^{3/2} = k''a^{3/2}v^{3/2}, \text{ ただし } a: \text{分圧比} \dots\dots\dots (4.6)$$

となる。いま (4.6) 式において、

$$k' = k''a^{3/2} \dots\dots\dots (4.7)$$

となるように分圧比 a を選ぶと、(4.1), (4.5) および (4.6) 式より、

$$i_p \cong k'v^{3/2} = i_0 \dots\dots\dots (4.8)$$

が得られる。このようにして、非線型強制電流 i_0 を五極管のプレート電流 i_p で具現できることがわかつた。

図-4.3 はこのようにして得られた電気回路を示したもので、実際の回路製作に当つては図のように電圧の極性を負に選ぶ方が便利である。従つてこの場合には、 i および i_0 の方向も 図-4.1 に示したものと逆になることはいうまでもない。

図-4.3 河道素子の回路説明図

Fig. 4.3 Schematic circuit diagram of channel element.

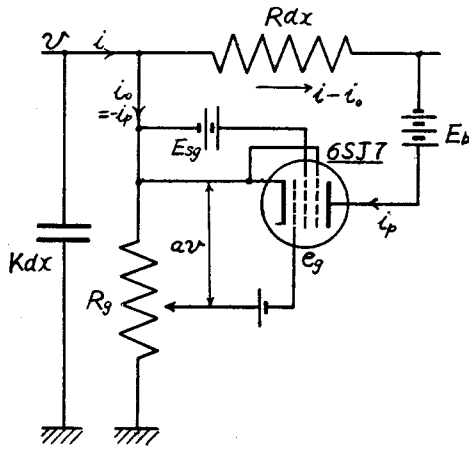


図-4.4 は五極管 6SJ7 を用いた場合の (4.8) 式で示される特性を図示したもので、3/2 乗特性の精度はきわめて良好であり、かつプレート電圧 v_p が 100 volts 程度変化しても、プレート電流 i_p にはほとんど変化が認められず、非線型強制電流源として十分な精度をもつて使用できることを示している。

なお、ここで注意すべきことは、コンデンサーの端子電圧 v を分圧するために抵抗 R_g が用いてあることである。こうした場合には、厳密には (4.4) 式の代りに、

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = K \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{R_g} \cdot v \dots\dots\dots (4.9)$$

となるので、実際の回路では v/R_g の項が他の項に比して無視できる程度に R_g を十分大きく選ばなければならない。

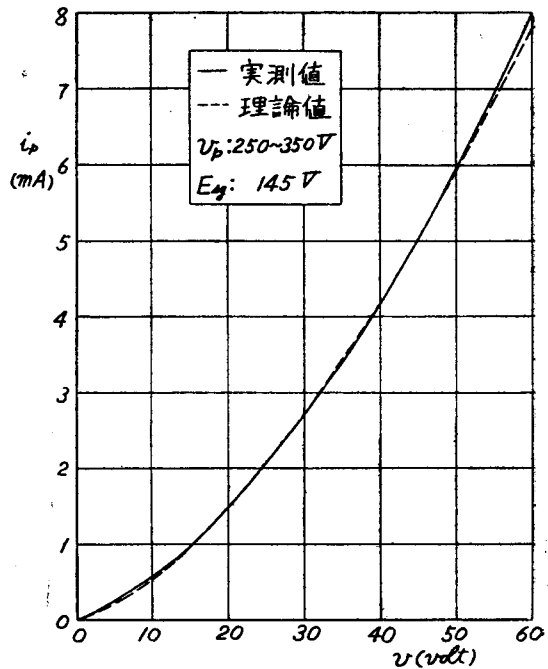
5. 演算回路の設計

演算回路を設計する基礎方程式 (4.3) および (4.4) 式は、いうまでもなく t および x についての偏微分方程式であり、このままでは回路を実現することが困難である。そこで、 t についてはそのままとし、 x についてのみ適当な距離で区切つて幾つかのブロックにわけ、各ブロックを 図-4.3 の形の集中定数回路で演算回路を設計することとする。この場合 図-4.3 に示されている Rdx および Kdx としては、各ブロックが代表する区間全体の値を採用しなければならない。すなわち、一つのブロックが代表する距離を l とすると、

$$R' = \int_0^l Rdx, \quad K' = \int_0^l Kdx \dots\dots\dots (5.1)$$

図-4.4 3/2 乗特性

Fig. 4.4 Characteristics of 3/2-power.



で与えられる。しかし実際の設計に当つては、一つのブロックが代表する河道の長さ l を電気系の単位長に対応させれば、演算回路の抵抗および静電容量としては R および K の値そのままを採用すればよい。

このように演算回路を集中定数回路として考えると、容易に設計することができるが、以下比較的無難と考えられる一つの設計法について述べる。

与えられた河道を幾つのブロックに分けるかを定め、その各ブロックが代表する河道の長さを電気系の単位長とすることによつて r の値が決定できる。つぎに、演算器を slow type にするか、fast type とするかを定め、記録装置の種類、入力装置および演算回路の構成方法などを考慮して、 t_{hy} と t_{el} の対応を定めて β の値を定める。そうすると (3.4) および (3.5) 式より

$$KR=r^2/\mu\beta \dots\dots\dots(5.2)$$

なる関係が成立するから、いま定められた r, β の値と与えられた河道に対する μ の値とを用いて、 KR の値が計算される。さらに、 K と R とを分離してそれぞれの値を定めるが、この場合これらが電氣的に容易に実現できる値となるようにしておくことが必要である。ついで、(3.4) または (3.5) 式より α/θ の値を計算できるが、一方 (4.1), (4.2) および (4.8) 式から、つぎの関係が成立する。

$$i_p=(A\alpha^{2/3}/\theta)v^{3/2}=AH^{3/2}/\theta \dots\dots\dots(5.3)$$

よつて洪水の大きさ、真空管の特性および与えられた A の値から、適切な θ の値が定められる。このようにして θ の値が定まると、前に求めた α/θ の値から α の値が決定し、水深 H と電圧 v との対応が定まるわけであるが、実際問題としては v の測定値から H を求めるのであるから、 α が整数値であることが望ましい。そこで、 α の値を上のようにして求めた値に近い整数に選んでから後に、改めて前に求めた α/θ の値に必ず θ を決定する。これらの値が決定されると、(4.2) および (4.7) 式から分圧比 a が定まる。以上ですべての常数が定まったことになるから、実際に回路を組むことができるわけである。

設計例として、木曾川の笠松・成戸間約 16.05 km の河道について行つた設計を述べよう。この両地点間の河床勾配は $S=2.213 \times 10^{-4}$ であるから、Chézy の係数を $C=20 \sim 40$ (m-sec 単位) とすると、 $A \approx 0.3 \sim 0.6$ (m-sec 単位) となる。一方前述のように $\mu=10^2 \sim 10^4$ (m-sec 単位) と仮定する。いまこの区間を四つのブロックに分けると、各ブロックの代表する距離は 4.01 km となるから、流体系をすべて m-sec 単位とすれば、 $r=4.01 \times 10^3$ となる。さらに、流体系の 1 日を電気系の 2.4 sec に対応させて $\beta=3.6 \times 10^4$ とし、上の方法で行つた設計結果を一括表示すると表-5.1 のようになる。

表-5.1 流体系と電気系の対応

Table 5.1 The relation of analogy of hydraulic and electric systems.

流 体 系	電 気 系	変 換 係 数
H (meter)	v (volt)	$\alpha=10^{-1}$
t_{hy} (sec)	t_{el} (sec)	$\beta=3.6 \times 10^4$
x_{hy} (meter)	x_{el} (mesh)	$r=4.01 \times 10^3$
$W=AH^{3/2}-\mu \frac{\partial H}{\partial x}$ (m ² /sec)	i (ampere)	} $\theta=1.39 \times 10^3$
$AH^{3/2}$ (m ² /sec)	i_p (ampere)	
$A=0.4$ (m-sec)	$R=55.9 \text{ k}\Omega$	} $K=8 \mu\text{F}$
$\mu=10^3$ (単位)	$K=8 \mu\text{F}$	

以上のようにして演算回路が設計できたわけであるが、前にも述べたように、 A および μ の値が各河道によつて異なり、とくに μ の値は特定の河道に対しても理論的に確定することがむずかしく、十分な観測にまたなければならぬ。こうした点を考慮すると、 A および μ の値をある程度可変にすることが望ましい。

さて A の値によつて変わるのは (4.2) 式より

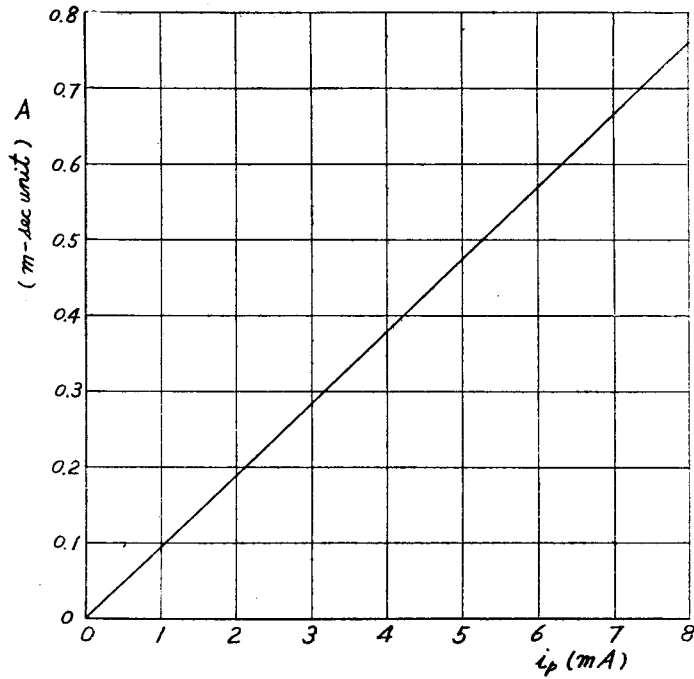
わかるように k' の値だけであり、しかも k' は μ の値に関係しないから、 k' したがつて (4.7) 式からわかるように分圧比 a を可変にすればよいことになる。このためには、分圧用の抵抗 R_θ として、可変抵抗を用いればよい。また、 A の値によつて直接分圧比 a を求めるよりも、ある特定の H 、したがつて v に対応して、(5.3) 式から計算される i_p となるように、間接的に分圧比 a を定めるようにすると便利である。たとえば、表-5.1 の場合に、 $H=6$ m ($v=60$ volts) のときの A と i_p との関係は (5.3) 式より、

$$A=94.7 i_p \dots\dots\dots(5.4)$$

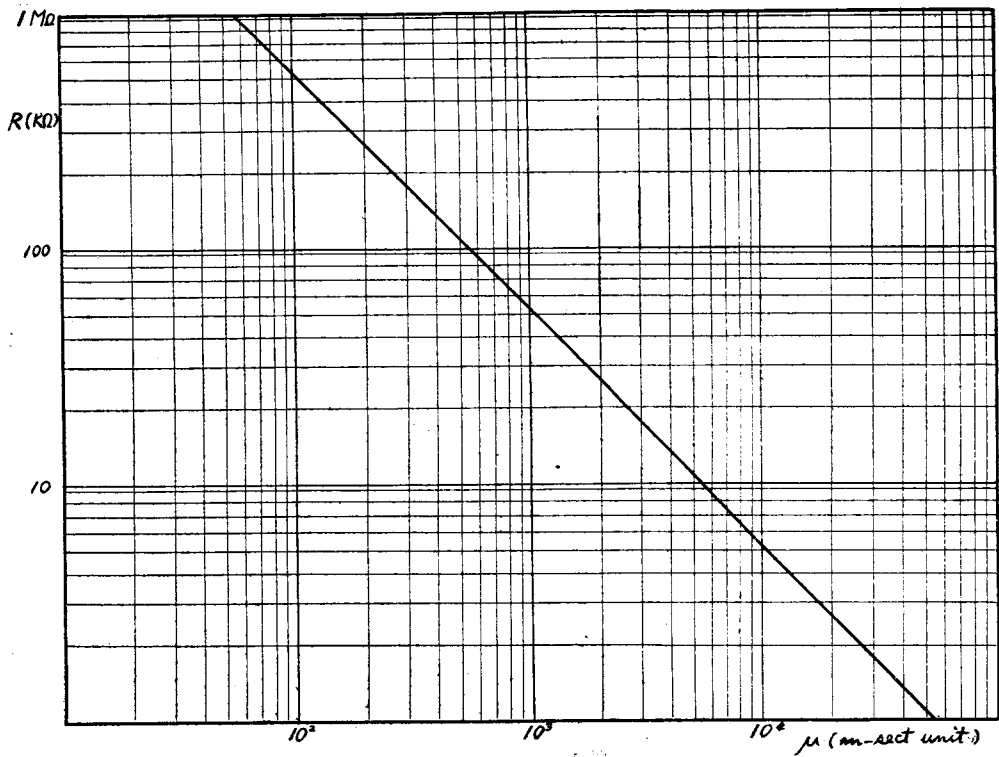
となる。ここに、 A : m-sec 単位、 i_p : ampere である。図-5.1 はこの関係を示したもので、与えられた A の値に対して、 $v=60$ volts としたときの i_p の値をただちに読みとることができる。

つぎに、 μ の値によつて変化するのは、(3.5) 式からわかるように抵抗 R だけであるから、同じく表-5.1 の場合について μ と R の関係を求めると、

$$\mu=5.59 \times 10^7/R \dots\dots\dots(5.5)$$

図-5.1 $H=6\text{ m}$ のときの A および i_p の関係Fig. 5.1 Relation between A and i_p in the case of $H=6\text{ m}$.

となる。ここに、 μ : m-sec 単位, R : ohm である。図-5.2 はこの関係を示したもので、この図から μ の値に対応する抵抗 R の値をただちに読みとることができる。

図-5.2 μ および R の関係Fig. 5.2 Relation between μ and R .

6. 試作演算器

前述の木曾川下流部を対象として試作した洪水追跡用アナログ・コンピューターの概要を述べよう。試作に当つては、計算誤差2~3%の精度を目標にした。

(1) 河道素子(演算素子) 図-6.1 および 写真-6.1 は、表-5.1 に与えた諸量に基づいて試作した河道素子をあらわしたものである。この場合、抵抗 R は 図-5.2 から与えられた μ の値に対応するものを読みとつて

図-6.1 河道素子の回路図

Fig. 6.1 Circuit diagram of channel element.

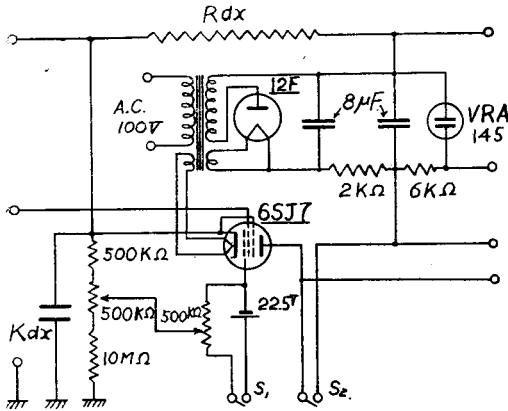
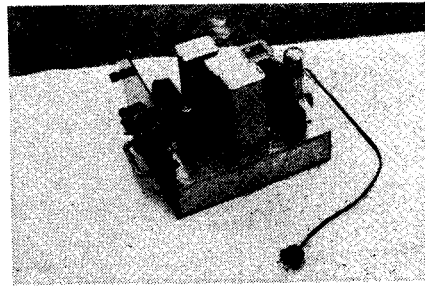


写真-6.1 河道素子
Photo. 6.1 Channel element.

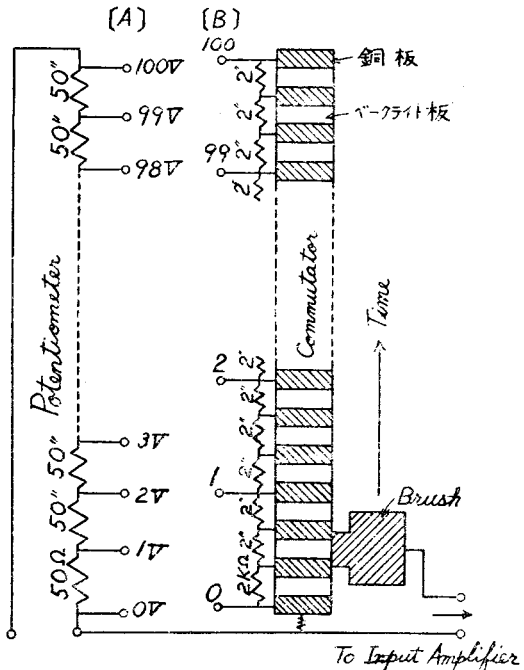


挿入すればよい、また、 A の値に対応して i_p を調節するための抵抗 R_g は、前にも述べたように十分大きいことが必要であるから、ここでは $10\text{ M}\Omega$ と $500\text{ k}\Omega$ (可変) を用いることにした。なお、 22.5 volts の電池と $500\text{ k}\Omega$ の可変抵抗器は、適当なグリッドバイアス E_c を与えるものであり、定電圧放電管 VRA 145 はそのつぎに連なる河道素子に一定のスクリーン電圧 E_{sg} を与えるものである。

(2) 入力装置 入力装置は函数発生装置と増巾器とからできており、図-6.2 は前者の原理を示すもので、一つの potentiometer と多数のベークライト板と銅板とを交互に重ねあわせて作った直線状の commutator とからできている。potentiometer からは等間隔に 100 個のタップ [A] が出され、一方 commutator の各銅板は potentiometer の抵抗に比して十分大きな抵抗で連結され、さらに銅板3枚ごとに 100 個のタップ [B] が出されている。いま、ブラシを一定速度で commutator の上を走行させると、タップ [B] のおのおのは、ブラシの走行速度で定まる時刻に対応する。そこで与えられた水位時間曲線に合わせて、タップ [B] の一つ一つとそれぞれの時刻に対応する水位、したがって電圧をタップ [A] の中から選んで互に連結してから、ブラシを走行させると、ブラシには与えられた水位時間曲線に相似な電圧変化が得られる。この電圧をカソードフォロワーの増巾器で増巾し、出力抵抗をさげて演算回路への入力とするのである。

図-6.2 函数発生装置説明図

Fig. 6.2 Schematic diagram of function generator.



(3) 記録装置 記録器にはインク書オシログラフを用いたが、その増巾器は演算器の回路状態を乱さないように入力抵抗を十分大きくすることが必要であつて、試作器ではこれを $5\text{ M}\Omega$ とした。

(4) 演算器の構成 図-6.3 は演算器のブロックダイアグラム, 写真-6.2 はその全景を示したものである。

図-6.3 ブロック・ダイアグラム
Fig. 6.3 Block diagram of computer.

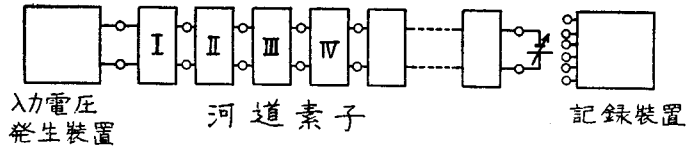


写真-6.2 試作演算器の全景
Photo. 6.2 General view of the computer designed newly by the authors.



洪水流に対応した電圧が入力装置で作られて、河道素子に入るが、この電圧が河道素子を通っていく間に、実際の洪水と相似の変歪を受けて下流に伝わっていくわけである。河口においては、一般に潮汐のために時間的に水位が変動するが、これに対する下流側の境界条件を演算器に挿入するには、入力装置と同様な装置によればよい。特に下流側水位が一定の場合には、一定電圧の電池を用いればよい。記録をとるには、記録器用増巾器の入力端子を所要の地点に相当した河道素子の端子に連結するが、多くの地点の記録を同時に必要とするときは、それに応じて多成分のオシログラフを使用するとよい。

7. 洪水流の基礎方程式の性質

(1) 定常解 洪水流の基礎方程式 (2.10) は、定常状態ではつぎのようになる。

$$A \frac{dH^{3/2}}{dx} = \mu \frac{d^2H}{dx^2} \dots\dots\dots(7.1)$$

この式を x について2回積分すると

$$\frac{1}{3a} \ln \frac{(h-a)^2}{h^2+ah+a^2} + \frac{2}{\sqrt{3a}} \tan^{-1} \frac{2h+a}{\sqrt{3a}} = \frac{x}{B} + C_0 \dots\dots\dots(7.2)$$

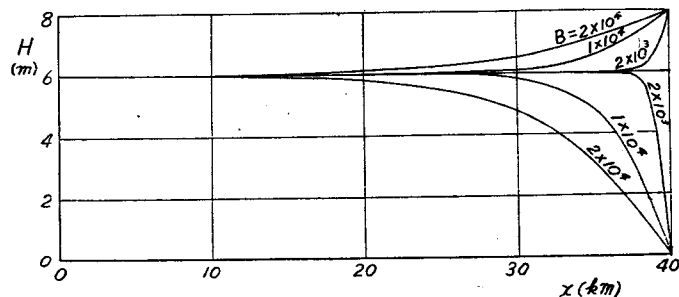
ここに、 $h = \sqrt{H}$, $B = \mu/A$, a および C_0 : 積分常数。

条件として

$$x=0 \text{ で } H_1=6\text{m}; \quad x=40\text{ km で } H=H_2 \dots\dots\dots(7.3)$$

を用い、 $H_2=0$ および 8 m の二つの場合について、 $B = \mu/A$ の値を種々に変化して (7.2) 式を計算した結果は、図-7.1 に示すとおりである。

図-7.1 定常解 Fig. 7.1 Solutions for the case of steady state.



(2) 非定常解 洪水流の基礎方程式を再記すると、

$$\frac{\partial H}{\partial t} + A \frac{\partial H^{3/2}}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \dots\dots\dots(2.10)$$

普通の洪水追跡問題に対する条件は、

$$\left. \begin{aligned} & \text{初期条件; } t=0 \text{ で, } H=F_0(x) \\ & \text{境界条件; } x=0 \text{ で, } H=F_1(t) \\ & \qquad \qquad \qquad x=L \text{ で, } H=F_2(t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7.4)$$

である。さて、前述したように、A および μ の値は少なくとも一つの洪水期間全体を通じて一定であると仮定している。そこで、(2.10) 式を A で除し、さらに、

$$\tau = At \dots\dots\dots(7.5)$$

で定義される新変数 τ を導入すると、

$$\frac{\partial H}{\partial \tau} + \frac{\partial H^{3/2}}{\partial x} = B \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \dots\dots\dots(7.6)$$

が得られる。一方、τ を用いて条件式 (7.4) を書くと、

$$\left. \begin{aligned} & \text{初期条件; } \tau=0 \text{ で, } H=F_0(x) \\ & \text{境界条件; } x=0 \text{ で, } H=F_1(\tau) \\ & \qquad \qquad \qquad x=L \text{ で, } H=F_2(\tau) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7.7)$$

となる。したがって (2.10) 式の解の性質が、A および μ の値によつてどのように変わるかを調べるには、結局 (7.6) 式で B の値を種々に変えて解の性質をみれば十分であることがわかる。

また、条件式 (7.4) のもとの (2.10) 式の解を、

$$H = \varphi(x, t) \dots\dots\dots(7.8)$$

と仮定し、新しく考えた函数 Z が (2.10) 式と同じ形の方程式を満足するものとすれば、

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + A' \frac{\partial Z^{3/2}}{\partial x} = \mu' \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} \dots\dots\dots(7.9)$$

となる。いま条件として、η を任意の正数とし、

$$\left. \begin{aligned} & \text{初期条件; } t=0 \text{ で, } Z = \eta F_0(x) \\ & \text{境界条件; } x=0 \text{ で, } Z = \eta F_1(t) \\ & \qquad \qquad \qquad x=L \text{ で, } Z = \eta F_2(t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7.10)$$

を用いたときの解が

$$Z = \eta \varphi(x, t) \dots\dots\dots(7.11)$$

であるための条件を求めてみよう。このために Z = ηH とおいて (7.10) および (7.11) 式に代入すると、それぞれ (7.4) および (7.8) 式が得られ、また (7.9) 式に代入すると、

$$\frac{\partial H}{\partial t} + A' \eta^{1/2} \frac{\partial H^{3/2}}{\partial x} = \mu' \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \dots\dots\dots(7.12)$$

となる。したがって、(7.12) 式と (2.10) 式とを比較して、

$$A = A' \eta^{1/2}, \mu = \mu' \dots\dots\dots(7.13)$$

なる関係が得られる。すなわち、μ の値を一定とすると、(7.4) 式の条件で、ある A の値に対して求めた解を η 倍したものは、その条件の中の H に関するものをすべて η 倍し、さらに A の値を η^{-1/2} 倍したときの解と全く等しくなる。

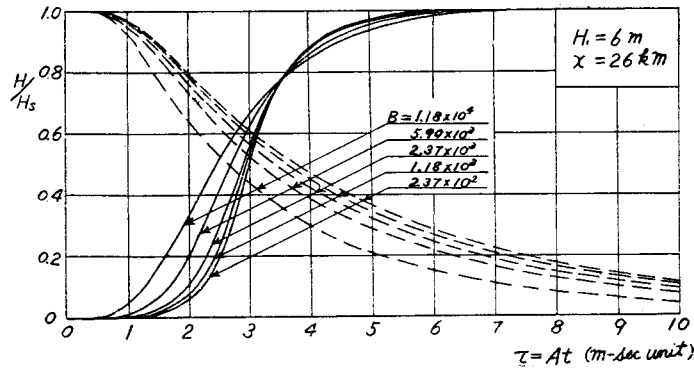
以上のことを総合すると、(2.10) 式の解の性質を調べるためには、(7.6) 式で B の値を種々に変化させて、その際の解の性質を調べればよいことになる。以下において、種々の条件の下での解をわれわれの試作演算器を用いて計算した結果を述べよう。

$$\left. \begin{aligned} & \text{(a) 初期条件; } \tau=0 \text{ で, } H=0 \text{ m,} \\ & \text{境界条件; } x=0 \text{ m で, } H_1=0 \text{ m, } \tau \leq 0, \\ & \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad = 6 \text{ m, } \tau > 0, \\ & \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad x=40 \text{ km で, } H_2=0 \text{ m.} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7.14)$$

図-7.2 の実線はこの場合の計算結果であつて、B の値が大きいくほど、x = 23 km の地点の水位が上昇し始めるまでの時間は短い、定常状態になるまでの時間は大であるから、水位上昇の割合が緩やかである。図中の

図-7.2 段状波の計算例(1)

Fig. 7.2 Calculating examples for stepped wave (1).



H_s は定常状態における水位をあらわしたもので、図-7.1 から求められる。

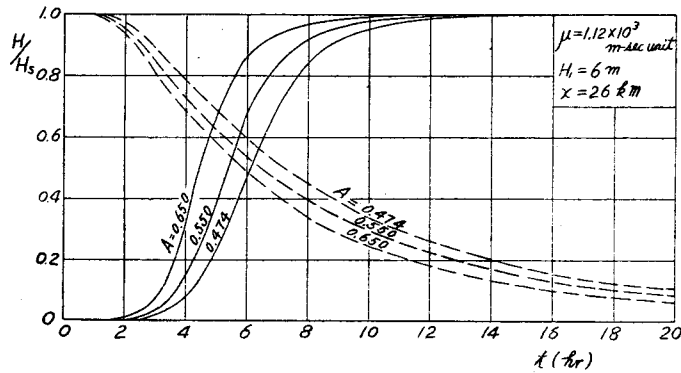
- (b) 初期条件; $\tau=0$ で, $H=H_s$ (定常状態),
- 境界条件; $x=0$ m で, $H_1=6$ m, $\tau \leq 0$,
- $=0$ m, $\tau > 0$,
-(7.15)
- $x=40$ km で, $H_2=0$ m.

計算結果は 図-7.2 の破線のとおりであつて、この場合水位が下降し始めるまでの時間が B の値の増大とともに短くなることは (a) の場合と一致した傾向であるが、水位が下降する割合および定常状態になるまでの時間は (a) の場合と逆で、 B の値が大きいほど下降割合が急激で、定常状態になるまでの時間も短くなつている。

図-7.3 は μ の値を一定とし A の値を変えた場合の解を参考のためにあらわしたもので、実線は (a)、破線は (b) の条件の場合を示す。

図-7.3 段状波の計算例(2)

Fig. 7.3 Calculating examples for stepped wave (2).



- (c) 初期条件; $\tau=0$ で, $H=0$ m,
- 境界条件; $x=0$ m で, $H_1=0$ m, $\tau \leq 0$, $\tau > \tau_0$,
- $=6$ m, $0 < \tau \leq \tau_0$,
-(7.16)
- $x=40$ km で $H_2=0$ m.

図-7.4 は $\tau_0=1.03$ m-sec unit なる場合の $x=26$ km の地点の水位変化を求めたものであつて、図-7.2 からも当然予想されるように、 τ_0 の値によつて 図-7.4 と異なつた傾向の解も考えられるが、 μ の値の大きい場合ほど洪水が速かに到達する。図-7.5 は同じ矩形波試験の結果であるが、矩形波の高さを変化し A および μ を一定とした場合であつて、波高が高くなるほど到達時間は短く、波高の減衰率が小さくなつている。

(3) 非定常解に対する考察 以上に述べた基礎方程式の解の諸性質からわかるように、非線型要素の効果は相当大きいといわねばならない。図-7.2 および 図-7.4 は A を一定とし μ を可変としたときの解と考えてもよいから、これらと 図-7.3 および 図-7.5 と比較すると、 μ の値は主として洪水波の変歪に関係し、 A の値は

図-7.4 矩形波の計算例 (1)

Fig. 7.4 Calculating examples for rectangular wave (1).

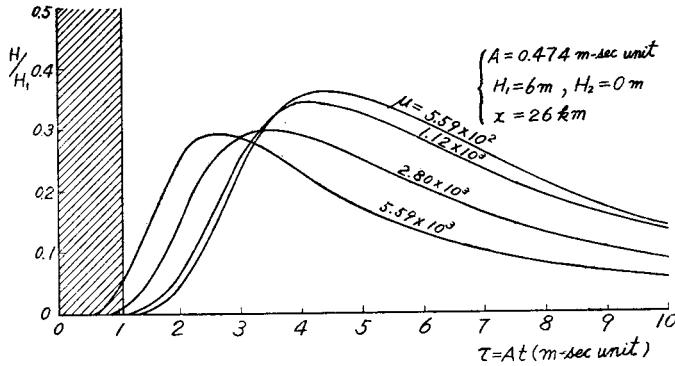
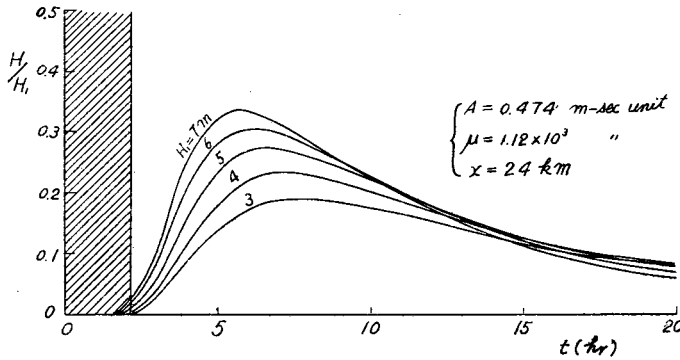


図-7.5 矩形波の計算例 (2)

Fig. 7.5 Calculating examples for rectangular wave (2).



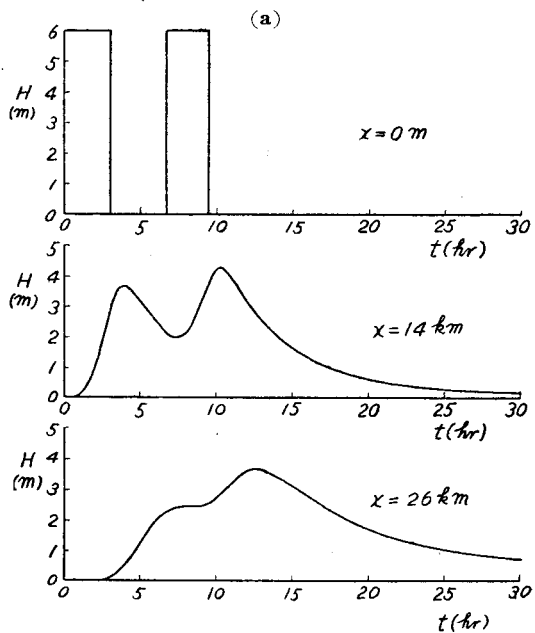
主としていわゆる伝播速度に関することがわかる。また洪水波高の減衰率は μ , A の両者が関係するが, A の方の影響が大である。しかし初めに述べたように, 結局のところ解の性質は A および $B = \mu/A$ の値によって特性づけられることになる。また, 図-7.5 に示すように, 洪水波の波高が大きいほど波高の減衰率が小さく, かつ到達時間が短いということは, 単位図に関する最近の研究結果⁶⁾ と定性的に一致した性質であつて, 注目すべき結果である。

図-7.6 は上流地点で二つの矩形波を与えた場合の解であつて, 矩形波の高さはともに 6 m で, 初期条件および下流端の境界条件は前述のものと同様である。(a) は同じような巾の二つの矩形波が連続した場合, (b) は前に巾の狭い矩形波がある場合, (c) は後に巾の狭い矩形波がある場合の計算結果である。(b) のように前に小さい矩形波があると, 後の大きい波に吸収されて比較的急激で波高の高い洪水になるが, (c) の場合には後の小さい波が前の大きい波に重なりあつて, だらだらの長い洪水となる。これらの図は複雑な洪水が河道を流下するときに, 波形がどのように変化していくかを非常によく示しているように思われる。

図-7.6 二つの矩形波の計算例

Fig. 7.6 Calculating examples for two rectangular waves.

($A=0.474$, $\mu=1.12 \times 10^3$ m-sec unit)



8. 実河川への適用

(1) A および μ の値の決定 われわれの演算器を用いて実河川の洪水追跡を行うには、まずその河道に対する A および μ の値を知る必要があるから、以下にこれらの値の決定法を説明する。

(a) 矩形波試験による方法 洪水が河道を流下するときには、波形の変歪と波高の通減という二つの効果を受ける。しかし実際の洪水の波形はきわめて複雑であつて、過去の洪水記録からこれらの二つの効果を分離することは困難である。したがつて、洪水記録からその河道に対する A および μ の値を求めることは、あまり好ましい方法とは考えられない。そこで実際の河道について前節で述べたような矩形試験の記録があると、この演算器で A および μ の値を種々に変化して、それと類似の矩形波試験を行つて記録をとり、実河川の記録と比較して最も妥当な A および μ の値を定めるのが最もよいと思われる。

(b) 試算的方法 実河川について矩形波試験の記録がない場合には、 A および μ の値を試算的に求めなければならない。そのためには、まず $A=C\sqrt{S}$ なる関係から A の概略値をあらかじめ計算し、この値を一定とし μ の値を変可変として過去の洪水記録にあわせて記録をとり、実際の記録に最も近いものを見出してから、 A の値を調節して両者の記録が全く合致するときの A および μ の値をもつて所要のものとする。この方法による場合には、洪水波の形がかなり複雑で、波高の通減と波形の変歪の両効果が重なりあつて、波頂も明瞭でないことが多く、演算器の精度とも関連して、ある程度の困難をとまなうことはいうまでもない。

(2) 洪水追跡の実施例 試作演算器を用いて、木曾川の笠松一成戸間を対象として行つた洪水追跡の結果を説明する。この場合、下流端での境界条件として、河口において水位一定 (0 m) とした。この条件は一般には成立しないが、成戸は河口より十分離れていて、その水位は潮汐の影響をほとんど受けないといわれており、また演算器において、河口条件を普通考えられる範囲内で種々に変化して演算しても、成戸の水位に影響がないことがわかつたので、簡単のために河口の水位を 0 m としたのである。つぎに水位の零点をどのようにとるかは重要な問題であつて、その詳細な吟味は今後の研究にまたねばならないが、ここでは一応平均低水位を零点と定め、これを基準として水深を測つた。

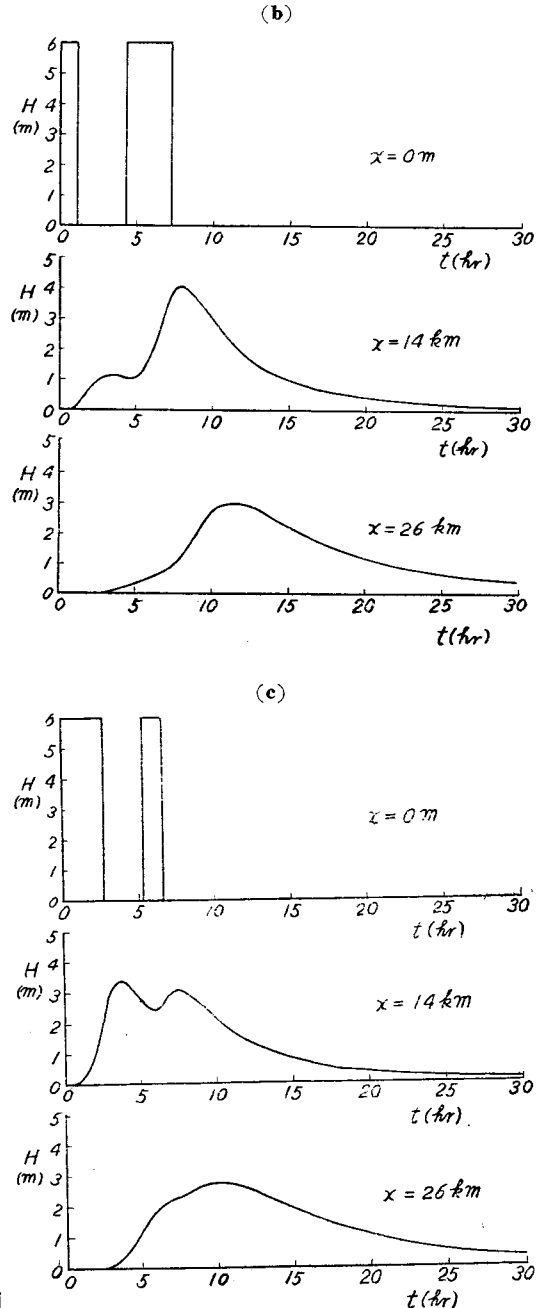
図-8.1 は昭.27.9.15 の洪水についての追跡結果であつて、実測値と非常によく一致している。図-8.2 はある洪水について A および μ の値を種々に変化した場合の成戸における最高水位と A および μ の値との関係を示したもので、 μ よりも A の方が大きく影響することがわかる。

なお、演算器の応用として、過去の多くの洪水記録について、前述の方法によつて A および μ の値を求め、これらの値が年が経つともどのように変化しているかを調べると、洪水からみた河状の経年変化を具体的に

図-7.6 二つの矩形波の計算例

Fig. 7.6 Calculating examples for two rectangular waves.

($A=0.474$, $\mu=1.12 \times 10^3$ m-sec unit)



示すことができるはずである。国土の開発、土地利用の変化、河川改修の進捗などともなつて、河状がいかに変化してきたか、また将来いかなる変化をたどるだろうかを知ることが、最近の大きい課題となつているが、われわれの演算器はこうした問題の解明に資するところも少なくないと思われる。

9. 結論

洪水追跡用演算器の試作、それを用いて行つた計算結果並びに追跡例について述べたが、明らかにされた諸点を結論的に列挙するとつぎのようである。

1. 基礎方程式 (2.10) を完全に電気回路で模擬することができた。この場合非線型要素は強制電流の形で五極真空管を用いて十分の精度をもつて実現できた。
2. (2.10) 式は $\tau = At$ なる新しい独立変数を用いると、 $B = \mu/A$ の値によつて特性づけられる。
3. 試作演算器を用いて (2.10) 式の特性を調べた結果、洪水現象についての経験的事実と全く同じ特性があることがわかり、洪水流の基礎方程式として (2.10) 式を採用してよいことが明らかになつた。
4. (2.10) 式を種々の条件の下で計算した結果、主として μ は波形の変歪に関係し、 A は洪水の遅れと波高の透減に関係することがわかつた。
5. 試作演算器を用いて洪水の追跡計算を行つた結果、十分満足すべきものであることが明らかとなり、河状の経年変化を具体的に確かめるにも、この演算器が都合よく用いられることがわかつた。

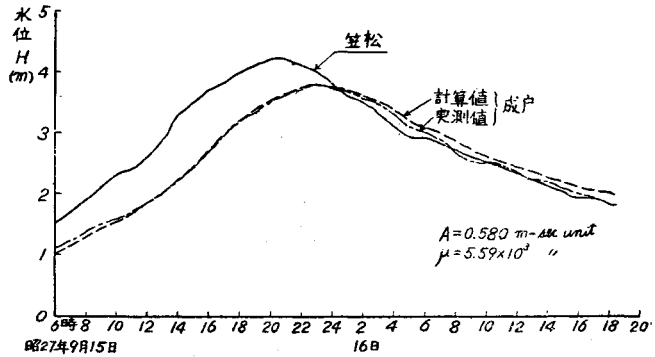
最後にこの研究が、昭和 28 年度建設省建設技術研究補助金の交付を受け、京大防災研究所において速水教授、林教授、近藤助教授などと共同で行つた成果の一部であること明記し、協力された各位、建設省当局並びに木曾川の洪水資料の蒐集に便宜を与えられた建設省中部地方建設局に対し深謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) H. Rouse : Engineering Hydraulics, John Wiley & Sons, N.Y., 1950, pp. 699~707.
- 2) Taizo Hayashi : Mathematical Study of the Motion of Intumescences in Open Channels of Uniform Slope, 土木学会論文集, 第 11 号, 昭.26.12.
- 3) R.K. Linsley, M.A. Kohler and L.H. Paulhus : Applied Hydrology, McGraw Hill, 1949, pp. 485~510.
- 4) R.K. Linsley, L.W. Foskett and M.A. Kohler : Electronic Device Speeds Flood Forecasting, E.N.R., Vol. 141, Dec. 23, 1948, pp. 64~66.
J. Van Veen : The Calculation of Tides in New Channels, Trans. A.G.U., Vol. 28, No. 6, Dec. 1947, pp. 861~866.
- 5) S. Hayami : On the Propagation of Flood Waves, Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University, Bulletin No. 1, Dec. 1951.
- 6) 石原藤次郎 ; 田中要三 : 由良川出水の単位図の解析, 第10回土木学会年次学術講演会概要集, 昭 29. 5, p. 93
米元卓介 : 多摩川上流の水文学的性質について, 同上, p. 86.

(昭.29.8.16)

図—8.1 試作演算器による洪水追跡計算例
Fig. 8.1 Example of flood routing calculated by the authors' computer.



図—8.2 最高水位の透減と A および mu の値との関係
Fig. 8.2 Relation between the attenuation of the highest stage in a flood and the values of A and mu.

