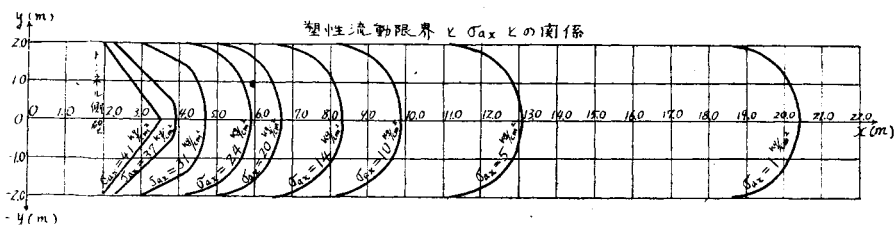


図-13



参考文献

- 1) 犬井鉄郎：“応用偏微分方程式論” 1951, p. 338
- 2) Nobuo Inoue ; “Application of the Theory of Supersonic Flow to the Two-dimensional Isostica Problem in the Theory of Plasticity.”
Journal of the Physical Society of Japan, Vol.6, No.6, Nov.-Dec. 1951
- 3) R. Hill : “The Mathematical Theory of Plasticity.” 1950, p. 141 (昭. 28. 9. 1)

応用力学
構造物

弾性梁に支持される連続版の解法並びに弾性梁の
振りモーメントが連続版に及ぼす影響について

正員 岡元北海*

SOLUTION OF A CONTINUOUS PLATE IN ONE DIRECTION
AND INFLUENCE OF TORSIONAL MOMENT IN ELASTICALLY
BEAM ON THE CONTINUOUS PLATE

(Trans. of JSCE, April 1954)

Kitami Okamoto, C.E. Member

Synopsis This article presents solution of a continuous plate in one direction and explains the influence of torsional moment in elastically beam on the continuous rectangular plate simply supported on two sides and on the other two sides by elastic beams.

要旨 相対する2辺にて単純に支持され、その辺に直角な方向において弾性梁にて支えられた矩形平版の一般解法を示し、並びに梁の振りモーメントが矩形平版に及ぼす影響について論じたものである。

目次

- | | |
|--------------|-------------|
| 1. 緒言 | 5. 連続版の一般解法 |
| 2. 版の基本公式の誘導 | 6. 計算例 |
| 3. 双曲線函数の性質 | 7. 結言 |
| 4. 版の基本公式の証明 | |

1. 緒言

従来弾性梁に支持される連続版においては、梁の振りモーメントを無視して計算している。実際においては版と梁とは一体になつていて、梁の振りモーメントを無視できない場合が多い。筆者は相対する辺において単純に支持されている連続版が弾性梁に支持されている場合、梁の振りモーメントを考慮に入れた一般解法を試み、その影響を論じたものである。この版の計算に当たり、仮定した事項は次のとおりである。

1. 版はうすくその撓みは厚さに比べて小さい。
2. 版は相対する2辺で単純に支持されている。

なおこの2辺と直角の方向に間隔をおいて単純梁で支持され、梁と版は接合辺に沿うて等しい撓みをなし、

* 北海道開発局土木試験所、構造研究室長

版は梁からまた隅で浮き上ることのないように支持されている。
 なおこの解法は2軸方向における彎曲剛率不等な平板にも適用しうる。

2. 平板の基本公式の誘導

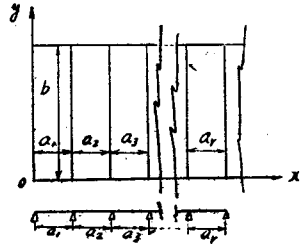
図-1において x 軸に平行なる辺 $y=0$ 及び $y=b$ なる辺にて単純に支持され $x=0, x=a_1, \dots, x=a_r, \dots$ なる辺にて単純に支持されていると、任意の点における撓度 ζ は次式で表わされる。

$$\zeta = \frac{pb^4}{N_x} \zeta_1 \quad \zeta = \zeta_0 + \zeta_1 \dots \dots \dots (1)$$

p : 定数, N_x : 版の剛度

ζ_0 は荷重状態より定まり, ζ_1 は平板の境界条件より定まる。よつて ζ_0 及び ζ_1 は各区域により次のように表わされる。

図-1



$$0 \leq \frac{x}{a_1} \leq 1, \quad \zeta_0^{(1)} = \{1 - (-1)^n\} \Sigma \frac{1}{n^2 \pi^5} \left\{ \frac{2}{K_1^2} + (H_{n\pi}^{(1)} + H_{n1-\pi}^{(1)}) \right\} \sin \frac{n\pi}{b} y$$

$$\zeta_1^{(1)} = \frac{b^2}{a_1^2} \Sigma \frac{1}{n^2 \pi^3} \{3(H_{n\pi}^{(1)} A_n^{(1)} - H_{n1-\pi}^{(1)} B_n^{(1)}) - \frac{1}{2}(H_{n\pi}^{(1)} C_n^{(1)} - H_{n1-\pi}^{(1)} D_n^{(1)})\} \sin \frac{n\pi}{b} y$$

$$1 \leq \frac{x}{a_2} \leq 2 \quad \zeta_0^{(2)} = \{1 - (-1)^n\} \Sigma \frac{1}{n^2 \pi^5} \left\{ \frac{2}{K_2^2} + H_{n\pi-1}^{(1)} - H_{n\pi}^{(1)} \right\} \sin \frac{n\pi}{b} y$$

$$\zeta_1^{(2)} = \frac{b^2}{a_2^2} \Sigma \frac{1}{n^2 \pi^3} \left\{ 3(H_{n\pi}^{(1)} A_n^{(2)} + H_{n\pi-1}^{(1)} B_n^{(2)}) - \frac{1}{2}(H_{n\pi}^{(1)} C_n^{(2)} + H_{n\pi-1}^{(1)} D_n^{(2)}) \right\} \sin \frac{n\pi}{b} y$$

一般に $r-2, r-1$ 及び r 番目の梁の間の版の撓度は、次のように表わされる

$$r-2 \leq \frac{x}{a_{r-1}} \leq r-1$$

$$\zeta_0^{(r-1)} = \{1 - (-1)^n\} \Sigma \frac{1}{n^2 \pi^5} \left\{ \frac{2}{K_{r-1}^2} + H_{n\pi-r+2}^{(1)} - H_{n\pi-r+3}^{(1)} \right\} \sin \frac{n\pi}{b} y$$

$$\zeta_1^{(r-1)} = \frac{b^2}{a_{r-1}^2} \Sigma \frac{1}{n^2 \pi^3} \{3[H_{n\pi-r+2}^{(1)} A_n^{(r-1)} + H_{n\pi-r+3}^{(1)} B_n^{(r-1)} - \frac{1}{2}(H_{n\pi-r+2}^{(1)} C_n^{(r-1)} + H_{n\pi-r+3}^{(1)} D_n^{(r-1)})\} \sin \frac{n\pi}{b} y$$

$$r-1 \leq \frac{x}{a_r} \leq r$$

$$\zeta_0^{(r)} = \{1 - (-1)^n\} \Sigma \frac{1}{n^2 \pi^5} \left\{ \frac{2}{K_r^2} + (H_{n\pi-r+1}^{(1)} - H_{n\pi-r+2}^{(1)}) \right\} \sin \frac{n\pi}{b} y$$

$$\zeta_1^{(r)} = \frac{b^2}{a_r^2} \Sigma \frac{1}{n^2 \pi^3} \left\{ 3(H_{n\pi-r+2}^{(1)} A_n^{(r)} + H_{n\pi-r+1}^{(1)} B_n^{(r)}) - \frac{1}{2}(H_{n\pi-r+2}^{(1)} C_n^{(r)} + H_{n\pi-r+1}^{(1)} D_n^{(r)}) \right\} \sin \frac{n\pi}{b} y$$

上式中 $\zeta_0^{(1)}, \zeta_0^{(2)}, \dots, \zeta_0^{(r)}, \dots$ はそれぞれ等分布荷重の場合の値を示し、版に任意の荷重が載荷する場合も同様に表わしうる。また上式中の $H_{n\pi}^{(1)}, H_{n\pi}^{(2)}, H_{n\pi-r+1}^{(1)}, H_{n\pi-r+1}^{(1)}, \dots$ 等は双曲線函数で式中の $\zeta_0^{(1)}, \zeta_1^{(1)}, \zeta_0^{(2)}, \zeta_1^{(2)}, \dots, \zeta_0^{(r)}, \zeta_1^{(r)}, \dots$ はそれぞれ版の撓曲方程式を完全に満足している。

なお $\zeta_1^{(1)}, \zeta_1^{(2)}, \dots, \zeta_1^{(r)}, \dots$ 中の $A_n^{(1)}, A_n^{(2)}, \dots, A_n^{(r)}, \dots, B_n^{(1)}, B_n^{(2)}, \dots, B_n^{(r)}, \dots, C_n^{(1)}, C_n^{(2)}, \dots, C_n^{(r)}, D_n^{(1)}, D_n^{(2)}, \dots, D_n^{(r)}, \dots$ はそれぞれ版の端辺条件及び版の連続条件より求められる未定係数で、式中の $K_1^2, K_2^2, \dots, K_r^2, \dots$ はそれぞれ版の彎曲剛率で常数である。

3. 双曲線函数の性質

双曲線函数をフーリエ級数に展開すれば次の式をうる。

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \frac{m^3 \pi^3}{\pi^4 \rho_{mn}} \sin \frac{m\pi}{a} x &= \frac{1}{4} H_{n\pi}^{(3)}, & \Sigma \frac{1}{\pi^4 \rho_{mn}} \cos \frac{m\pi}{a} x &= \frac{1}{4 \alpha_n^3} \left(H_{n\pi}^{(0)} - \frac{2}{K^2 \alpha_n} \right) \\ \Sigma \frac{m^2 \pi^2}{\pi^4 \rho_{mn}} \cos \frac{m\pi}{a} x &= \frac{1}{4 \alpha_n} H_{n\pi}^{(2)}, & \Sigma \frac{1}{m \pi^5 \rho_{mn}} \sin \frac{m\pi}{a} x &= \frac{1}{4 \alpha_n^4} \left\{ H_{n\pi}^{(1)} + \frac{2}{K^2} \right. \\ & & & \left. \times \left(1 - \frac{x}{a} \right) \right\} \Sigma \frac{m\pi}{\pi^4 \rho_{mn}} \sin \frac{m\pi}{a} x &= \frac{1}{4 \alpha_n^2} H_{n\pi}^{(1)}, \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

上式中第1式は $0 < \frac{x}{a} < 2$ の時、その他の式は $0 \leq \frac{x}{a} \leq 2$ の時成立し、各式の $\frac{x}{a}$ の代りに $1 - \frac{x}{a}$ とおけば $H_{n\zeta}^{(n)}$ を一般に $\frac{x}{a}$ の代りに $\frac{x}{a} - r$ とおけば $H_{n\zeta}^{(n)}$ をうる。なお上式中の $H_{n\zeta}^{(n)}$ は次のごとき値を有する。

$$\left. \begin{aligned} H_{n\zeta}^{(3)} &= \left[-\frac{2}{\lambda'^2 - \lambda^2} \left\{ \frac{\lambda^2 \sinh \lambda \alpha_n (1 - \xi)}{\sinh \lambda \alpha_n} - \frac{\lambda'^2 \sinh \lambda' \alpha_n (1 - \xi)}{\sinh \lambda' \alpha_n} \right\} \right] \\ H_{n\zeta}^{(2)} &= \left[-\frac{2}{\lambda'^2 - \lambda^2} \left\{ \frac{\lambda \cosh \lambda \alpha_n (1 - \xi)}{\sinh \lambda \alpha_n} - \frac{\lambda' \cosh \lambda' \alpha_n (1 - \xi)}{\sinh \lambda' \alpha_n} \right\} \right] \\ H_{n\zeta}^{(1)} &= \left[\frac{2}{\lambda'^2 - \lambda^2} \left\{ \frac{\sinh \lambda (1 - \xi) \alpha_n}{\sinh \lambda \alpha_n} - \frac{\sinh \lambda' \alpha_n (1 - \xi)}{\sinh \lambda' \alpha_n} \right\} \right] \\ H_{n\zeta}^{(0)} &= \left[\frac{2}{\lambda'^2 - \lambda^2} \left\{ \frac{\cosh \lambda \alpha_n (1 - \xi)}{\lambda \sinh \lambda \alpha_n} - \frac{\cosh \lambda' \alpha_n (1 - \xi)}{\lambda' \sinh \lambda' \alpha_n} \right\} \right] \\ H_{n\zeta}^{(1)} &= \left[-\frac{2}{\lambda'^2 - \lambda^2} \left\{ \frac{\sinh \lambda \alpha_n (1 - \xi)}{\lambda^2 \sinh \lambda \alpha_n} - \frac{\sinh \lambda' \alpha_n (1 - \xi)}{\lambda'^2 \sinh \lambda' \alpha_n} \right\} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

(3) (4) 式において

$$\left. \begin{aligned} \rho_{mn} &= \left(m^2 + \frac{\lambda^2 \alpha_n^2}{\pi^2} \right) \left(m^2 + \frac{\lambda'^2 \alpha_n^2}{\pi^2} \right), & \alpha_n &= \frac{a}{b} n \pi, & \xi &= \frac{x}{a} \\ \lambda^2 &= K_1^2 + \sqrt{K'^4 - K^2}, & \lambda'^2 &= K_1^2 - \sqrt{K'^4 - K^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

4. 平版の基本公式の証明

$r-1$ 番目及び r 番目の梁の間の平版の撓度を考えると $X_{mn}^{(r)}, Y_{mn}^{(r)}$ をそれぞれ x 及び y のみの函数とし、 $X_{mn}^{(r)}, Y_{mn}^{(r)}$ はあたえられた平版のすべての境界条件を満足すれば、任意の点の撓度 $\bar{\zeta}$ は次式で表わしうる。

$$\bar{\zeta} = \frac{pb^4}{N_x} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} X_{mn}^{(r)} Y_{mn}^{(r)} \dots\dots\dots (6)$$

(6) 式中の $y=0$ 及び $y=b$ なる辺は単純支持なる故

$$Y_{mn} = \frac{1}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{b} y \dots\dots\dots (6)'$$

X_{mn} は次のごとく表わしうる。

$$X_{mn}^{(r)} = C_{mn}^{(r)} f(x) + C_{mn}^{(r)'} \varphi(x) + C_{mn}^{(r)''} \tau(x) + C_{mn}^{(r)'''} \phi(x) + \frac{1}{m\pi} \sin \frac{m\pi}{a} x \dots\dots (7)$$

(7) 式の $C_{mn}^{(r)}, C_{mn}^{(r)'}, C_{mn}^{(r)''}, C_{mn}^{(r)'''}$ はそれぞれ境界条件より定まる未定係数である。

また $f(x), \varphi(x), \tau(x), \phi(x)$ は代数函数で一般に $r-1 \leq \frac{x}{a} \leq r$ の区域内にてフーリエ級数に展開すれば次の値をとるものとする。

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \sum \frac{1}{m^3 \pi^3} \sin \frac{m\pi}{a} x, & \varphi(x) &= \sum \frac{-1}{m^3 \pi^3} \sin \frac{m\pi}{a} x, \\ \tau(x) &= \sum \frac{1}{m\pi} \sin \frac{m\pi}{a} x, & \phi(x) &= \sum \frac{-1}{m\pi} \sin \frac{m\pi}{a} x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

また撓曲剛率不等なる平版の基本方式は一般に次のように表わされる。

$$\frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} + 2K'^2 \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^2 \partial y^2} + K^2 \frac{\partial^4 \zeta}{\partial y^4} = \frac{p_{xy}}{N_x} \dots\dots\dots (9)$$

ただし $K^2 = \frac{J_y}{J_x}, \quad K'^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{K^2}{u_1} + \frac{1}{u_2} \right) + \frac{2C}{N_x}$

J_x, J_y : x 及び y 軸に関する断面2次モーメント, u_1, u_2 : ポアソン係数, $N_x = \frac{u_1 u_2}{u_1 u_2 - 1} E J_x$

よつて (9) 式に (6) 式を代入し (6) 式の代数函数及び (9) 式中の右辺の代数函数をそれぞれフーリエ級数に展開すれば

$$p_{xy} = pf(xy) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} R_{mn} \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \quad \text{であるから次式をうる。}$$

$$A_{mn} + \frac{4\alpha_n^2}{\pi^4 \rho_{mn}} \left\{ 3 \left(\frac{K^2 \alpha_n^2}{m^2 \pi^2} + 2K^2 \right) (\Sigma C_{rn}^{(r)} A_{rn} + (-1)^n \Sigma C_{rn}^{(r)'} A_{rn}) - \frac{1}{2} K^2 \alpha_n^2 (\Sigma C_{rn}^{(r)''} A_{rn} + (-1)^n \Sigma C_{rn}^{(r)'''} A_{rn}) \right\} = \frac{a^4}{b^4} \frac{m n \pi^2}{\pi^4 \rho_{mn}} R_{mn} \quad \dots\dots\dots (10)$$

(10)式において $\Sigma C_{rn}^{(r)} A_{rn} = A_n^{(r)}$, $\Sigma C_{rn}^{(r)'} A_{rn} = B_n^{(r)}$, $K^2 \alpha_n^2 \Sigma C_{rn}^{(r)''} A_{rn} = C_n^{(r)}$, $K^2 \alpha_n^2 \Sigma C_{rn}^{(r)'''} A_{rn} = D_n^{(r)}$

(10) 式を (6) 式に代入すれば算の結果次式をうる。

$$\zeta = \frac{bb^4}{N_x} \left[\frac{a_r^4}{b^4} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R_{mn}}{\pi^4 \rho_{mn}} \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y + \frac{b^2}{a^2} \Sigma \frac{1}{n^2 \pi^2} \left\{ 3(H_{n\bar{r}-r+2}^{(1)} A_n^{(r)}) + H_{n\bar{r}-r+1}^{(1)} B_n^{(r)} - \frac{1}{2} H_{n\bar{r}-r+2}^{(1)} C_n^{(r)} + H_{n\bar{r}-r+1}^{(1)} D_n^{(r)} \right\} \sin \frac{n\pi}{b} y \right] \quad \dots\dots\dots (10)'$$

すなわち (2) 式をうる。

5. 弾性梁に支持される連続版の解法

図-2 において連続版が $K+1$ 本の弾性梁により支持されているとすれば連続版は K 本の版よりなり従つて (1) 式における ζ の未定係数は $4K$ となる。

境界条件は両側の端辺条件より 4 本, その中間において $K-1$ 本の梁より支持されている故 $4(K-1)$ 本となりすべての未知数を求める。

I. 中間条件

(a) 中間にて弾性梁に支持される連続版の条件方程式

(1) 振りモーメントを考慮する場合: 図-2 において $r-1$ 及び r 番目の版がその中間にて $r-1$ 番目の弾性梁で支持されていると

$$\zeta^{(r-1)} = \zeta^{(r)} \text{ なる故 } D_n^{(r-1)} = -f_n D_n^{(r)} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ただし $f_n = \frac{N_{r-1}}{N_r} \frac{a_{r-1}^2}{a_r^2}$

同様に $\frac{\partial \zeta^{(r-1)}}{\partial x} = \frac{\partial \zeta^{(r)}}{\partial x}$ なる故

$$\left. \begin{aligned} & 3(H_{n1}^{(2)}(a_{r-1})A_n^{(r-1)} + H_{n2}^{(2)}(a_{r-1})B_n^{(r-1)}) - \frac{1}{2}H_{n1}^{(0)}(a_{r-1})C_n^{(r-1)} - 3f_r(H_{n1}^{(2)}(a_r)A_n^{(r)} \\ & + H_{n0}^{(2)}(a_r)B_n^{(r)}) + \frac{1}{2}f_r(H_{n2}^{(0)}(a_{r-1}) + H_{n1}^{(0)}(a_r)D_n^{(r)}) + \frac{1}{2}f_r H_{n1}^{(0)}(a_r)C_n^{(r)} \\ & = \frac{1 - (-1)^n}{n^2 \pi^2} \left\{ \frac{a_{r-1}^2}{b^2} (H_{n2}^{(0)}(a_{r-1}) - H_{n1}^{(0)}(a_{r-1})) + f_r \frac{a_r^2}{b^2} (H_{n0}^{(0)}(a_r) - H_{n1}^{(0)}(a_r)) \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

梁の振りモーメントの条件より

$$\left. \begin{aligned} & N_{r-1} \left(\frac{\partial^2 \zeta^{(r-1)}}{\partial x^2} + \frac{1}{u_2} \frac{\partial^2 \zeta^{(r-1)}}{\partial y^2} \right) - N_r \left(\frac{\partial^2 \zeta^{(r)}}{\partial x^2} + \frac{1}{u_2} \frac{\partial^2 \zeta^{(r)}}{\partial y^2} \right) = T_r \frac{\partial^3 \zeta^{(r)}}{\partial y^2 \partial x} \text{ なる故} \\ & 3H_{n1}^{(2)}(a_{r-1})A_n^{(r-1)} + 3 \left(H_{n2}^{(2)}(a_{r-1}) + \frac{2}{r_{br-1} \alpha_n} \right) B_n^{(r-1)} + \frac{6}{r_b \alpha_n} B_n^{(r)} \\ & - \frac{1}{2} (H_{n1}^{(0)}(a_{r-1})C_n^{(r-1)} - f_r H_{n2}^{(0)}(a_{r-1})D_n^{(r)}) \\ & = \frac{1 - (-1)^n}{n^2 \pi^2} \frac{a_{r-1}^2}{b^2} (H_{n0}^{(0)}(a_{r-1}) - H_{n1}^{(0)}(a_{r-1})) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

ただし $r_{br-1} = \frac{T_{r-1}}{N_{r-1} a_{r-1}}$, $T_{r-1} = r-1$ の梁の振り剛率

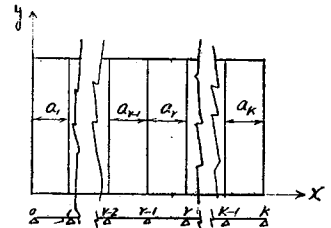
振りモーメントの符号は時計を廻る方向を正にとる。梁のモーメントの条件より

$$N_{r-1} \left\{ \frac{\partial^3 \zeta^{(r-1)}}{\partial x^3} + \left(\frac{1}{u_2} + \frac{4c}{N_x} \right) \frac{\partial^3 \zeta^{(r-1)}}{\partial x \partial y^2} \right\} - N_r \left\{ \frac{\partial^3 \zeta^{(r)}}{\partial x^3} + \left(\frac{1}{u_2} + \frac{4c}{N_x} \right) \frac{\partial^3 \zeta^{(r)}}{\partial x \partial y^2} \right\} = B_r \frac{\partial^4 \zeta^{(r)}}{\partial y^4}$$

なる故

$$3(H_{n1}^{(4)}(a_{r-1})A_n^{(r-1)} + H_{n2}^{(4)}(a_{r-1})B_n^{(r-1)}) - \frac{1}{2}H_{n1}^{(2)}(a_{r-1})C_n^{(r-1)} \dots\dots\dots$$

図-2



$$\begin{aligned}
 & -3f_r(H_{n_1}^{(4)}(\alpha_r)A_n^{(r)} + H_{n_0}^{(4)}(\alpha_r)B_n^{(r)} + \frac{1}{2}f_r(H_{n_2}^{(2)}(\alpha_{r-1}) \\
 & + H_{n_0}^{(2)}(\alpha_{r-1})D_n^{(r)} + \frac{1}{2}f_r H_{n_1}^{(0)}(\alpha_r)C_n^{(r)} = \frac{1-(-1)^n}{n^2\pi^2} \left\{ \frac{a_{r-1}^2}{b^2} H_{n_1}^{(2)}(\alpha_{r-1}) \right. \\
 & \left. - H_{n_1}^{(2)}(\alpha_{r-1}) + f_r \frac{a_r^2}{b^2} (H_{n_0}^{(2)}(\alpha_r) - H_{n_1}^{(2)}(\alpha_r)) \right\} + f_r \tau \alpha_n D_n
 \end{aligned} \quad \dots\dots(14)$$

ただし $\tau a_{r-1} = \frac{B_r}{N_{r-1} a_{r-1}}$, B_r : 梁の彎曲剛率

すなわち (12), (13), (14) より 3ヶの条件式をうる。

(2) 振りモーメントを考慮しない場合:

$$\zeta^{(r-1)} = \zeta^{(r)} \quad \text{なる故} \quad D_n^{(r-1)} = -f_r D_n^{(r)} \quad \dots\dots(11)$$

梁の振りを考えない故 $B_n^{(r-1)} = -f_r B_n^{(r)} \quad \dots\dots(13)'$

$$\frac{\partial \zeta^{(r-1)}}{\partial x} = \frac{\partial \zeta^{(r)}}{\partial x} \quad \text{なる故}$$

$$\begin{aligned}
 & 3H_{n_1}^{(2)}(\alpha_{r-1})A_n^{(r-1)} - \frac{1}{2}H_{n_1}^{(0)}(\alpha_{r-1})C_n^{(r-1)} - 3f_r H_{n_1}^{(2)}(\alpha_r)A_n^{(r)} - 3f_r \{H_{n_2}^{(2)}(\alpha_{r-1}) \\
 & + H_{n_1}^{(2)}(\alpha_r)\} B_n^{(r)} + \frac{1}{2}f_r \{H_{n_2}^{(0)}(\alpha_{r-1}) + H_{n_0}^{(0)}(\alpha_r)\} D_n^{(r)} + \frac{1}{2}f_r H_{n_0}^{(0)}(\alpha_r) C_n^{(r)} \\
 & = \frac{1-(-1)^n}{n^2\pi^2} \left\{ \frac{a_{r-1}^2}{b^2} \{H_{n_2}^{(0)}(\alpha_{r-1}) - H_{n_1}^{(0)}(\alpha_{r-1}) + f_r \frac{a_r^2}{b^2} \{H_{n_0}^{(2)}(\alpha_r) - H_{n_1}^{(2)}(\alpha_r)\} \right\}
 \end{aligned} \quad \dots\dots(15)$$

梁のモーメントの条件より (14) 式と同様に

$$\begin{aligned}
 & 3H_{n_1}^{(4)}(\alpha_{r-1})A_n^{(r-1)} - \frac{1}{2}H_{n_1}^{(2)}(\alpha_{r-1})C_n^{(r-1)} - 3f_r H_{n_1}^{(4)}(\alpha_r)A_n^{(r)} \\
 & - 3f_r \{H_{n_2}^{(4)}(\alpha_{r-1}) + H_{n_0}^{(4)}(\alpha_r)\} B_n^{(r)} + \frac{1}{2} \{H_{n_2}^{(2)}(\alpha_{r-1}) + H_{n_0}^{(2)}(\alpha_r)\} D_n^{(r)} \\
 & + \frac{1}{2}f_r H_{n_1}^{(2)}(\alpha_r) C_n^{(r)} = \frac{1-(-1)^n}{n^2\pi^2} \left\{ \frac{a_{r-1}^2}{b^2} \{H_{n_2}^{(2)}(\alpha_{r-1}) - H_{n_1}^{(2)}(\alpha_{r-1})\} \right. \\
 & \left. + f_r \frac{a_r^2}{b^2} (H_{n_0}^{(2)}(\alpha_r) - H_{n_1}^{(2)}(\alpha_r)) \right\} + f_r \tau \alpha_n D_n^{(r)}
 \end{aligned} \quad \dots\dots(16)$$

故に (15) (16) より 2ヶの条件式をうる。

II 両端において弾性梁に支持される版の条件式

(1) 振りモーメントを考慮する場合 $\xi=0$ において梁のモーメントの条件より

$$\begin{aligned}
 & -3\{H_{n_0}^{(2)}(\alpha_1) + \varepsilon_1 H_{n_0}^{(4)}(\alpha_1)\} A_n^{(1)} + \{H_{n_1}^{(2)}(\alpha_1) + \varepsilon_1 H_{n_1}^{(4)}(\alpha_1)\} B_n^{(1)} \\
 & + \frac{1}{2} \{H_{n_0}^{(0)}(\alpha_1) + \varepsilon_1 H_{n_0}^{(2)}(\alpha_1) + 2\tau a_1 \varepsilon_1 \alpha_n\} C_n^{(1)} - \{H_{n_1}^{(0)}(\alpha_1) + \varepsilon_1 H_{n_1}^{(2)}(\alpha_1)\} D_n^{(1)} \\
 & = \frac{1-(-1)^n}{n^2\pi^2} \frac{a_1^2}{b^2} \{H_{n_0}^{(0)}(\alpha_1) - H_{n_1}^{(0)}(\alpha_1)\} + \varepsilon_1 \{H_{n_0}^{(2)}(\alpha_1) - H_{n_1}^{(2)}(\alpha_1)\}
 \end{aligned} \quad \dots\dots(17)$$

$\xi=k$ においても同様な式をうる。

振りモーメントの条件より

$$\begin{aligned}
 & 3\left(H_{n_0}^{(0)}(\alpha_1) + \frac{2}{\tau b \alpha_n}\right) A_n^{(1)} + 3H_{n_1}^{(2)}(\alpha_1) B_n^{(1)} - \frac{1}{2} \left(H_{n_0}^{(0)}(\alpha_1) - \frac{2}{u_2 \tau b_1}\right) C_n^{(1)} \\
 & - \frac{1}{2} H_{n_1}^{(0)}(\alpha_1) D_n^{(1)} = -2 \frac{1}{n^2\pi^2} \frac{a_1^2}{b^2} (H_{n_0}^{(0)}(\alpha_1) - H_{n_1}^{(0)}(\alpha_1))
 \end{aligned} \quad \dots\dots(18)$$

$\xi=k$ に対しても (18) と同様な式をうる。

(2) 振りモーメントを考慮しない場合 梁の振りを考えない故 (15) 式と同様に

$\xi=0$ に対し $C_n^{(1)} = -6 u_2 A_n^{(1)}$, 及び $\xi=k$ に対し $C_n^{(k)} = -6 u_2 A_n^{(k)}$(19)

梁のモーメントの条件より (16) 式と同様に

$$\begin{aligned}
 & -3\{H_{n_0}^{(2)}(\alpha_1) + \varepsilon_1 H_{n_0}^{(4)}(\alpha_1)\} + u_2 \{H_{n_0}^{(0)}(\alpha_1)\} + \varepsilon_1 H_{n_0}^{(2)} + 2\tau a_1 \varepsilon_1 \alpha_n \} A_n^{(1)} \\
 & - 3\{H_{n_1}^{(2)}(\alpha_1) + \varepsilon_1 H_{n_1}^{(4)}(\alpha_1)\} B_n^{(1)} + \frac{1}{2} \{H_{n_1}^{(0)}(\alpha_1) + \varepsilon_1 H_{n_1}^{(2)}(\alpha_1)\} D_n^{(1)} \\
 & = \frac{1-(-1)^n}{n^2\pi^2} \frac{a_1^2}{b^2} \{H_{n_0}^{(0)}(\alpha_1) - H_{n_1}^{(0)}(\alpha_1)\} + \varepsilon_1 \{H_{n_0}^{(2)}(\alpha_1) - H_{n_1}^{(2)}(\alpha_1)\}
 \end{aligned} \quad \dots\dots(20)$$

$\xi = k$ に対しても同様な式をうる。

6. 計算例

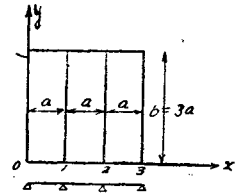
計算例として 図-3 に示すように両端及び中間点に弾性梁にて支持される連続版を考える。

なおこの場合連続版が等間隔にて弾性梁に支持されかつ2軸方向の彎曲剛率は等しいとし版の torsional rigidity は完全に働らくものとする。

なおこの版に作用する荷重は連続版全体に等分布荷重が働らく場合と連続版の中央に集中荷重が作用する場合と二とおりにつき計算を行った。

また弾性梁に支持される版は弾性梁と版の剛比の変化によりいちじるしくその応力状態がことなるので種々の剛比をかえて計算を行った。

図-3



I. 弾性梁の振りモーメントを考慮する場合

荷重の対称及び (11) より (5) は次のように表わされる。

$$0 \leq \frac{x}{a} \leq 1$$

$$\zeta_0^{(1)} = \{1 - (-1)^n\} \Sigma \frac{1}{n^2 \pi^2} \{2 + H_n \xi^{(1)} + H_{n1-\xi}^{(1)}\} \sin \frac{n\pi}{b} y \dots \text{等分布荷重の場合}$$

$$\zeta_0^{(1)} = 0 \dots \text{中央に集中荷重が作用する場合}$$

$$\zeta_1^{(1)} = \frac{b^2}{a^2} \Sigma \frac{1}{n^2 \pi^2} \left\{ 3(H_n \xi^{(1)} A_n^{(1)} - H_{n1-\xi}^{(1)} B_n^{(1)}) - \frac{1}{2} (H_n \xi^{(1)} C_n + H_{n1-\xi}^{(1)} D_n^{(2)}) \right\} \times \sin \frac{n\pi}{b} y \quad (\text{ただし } \zeta_1^{(1)} = \zeta_1^{(2)} \text{ より } D_n^{(1)} = -D_n^{(2)})$$

荷重の対称性を考慮すれば $B_n^{(2)} = -A_n^{(2)}, C_n^{(2)} = -D_n^{(2)}$

故に $\zeta_0^{(2)} = \{1 - (-1)^n\} \Sigma \frac{1}{n^2 \pi^2} \{2 + H_n \xi^{(1)} - H_{n1-\xi}^{(1)}\} \sin \frac{n\pi}{b} y \dots \text{等分布荷重の場合}$

$$\zeta_0^{(2)} = \frac{16}{m^2 \pi^2} (-1)^{\frac{n-1}{2}} (-1)^{\frac{m-1}{2}} \sin \frac{m\pi}{a} u \cdot \sin \frac{n\pi}{b} v \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \dots \text{集中荷重の場合}$$

ただし u, v は集中荷重の面積の大きさを示しその大きさは $4uv$ とする。

$$\zeta_1^{(2)} = \frac{b^2}{a^2} \Sigma \frac{1}{n^2 \pi^2} \left\{ 3(H_n \xi^{(1)} - H_{n1-\xi}^{(1)}) A_n^{(2)} - \frac{1}{2} (H_{n1-\xi}^{(1)} - H_n \xi^{(1)}) D_n^{(2)} \right\} \sin \frac{n\pi}{b} y \dots (21)$$

よつて (12), (13), (14), (17), (18) より次の5ヶの条件式をうる。すなわち

$$\begin{aligned} & 3 \left(H_{n0}^{(2)} + \frac{2}{r_b \alpha_n} \right) A_n^{(1)} + 3 H_{n1}^{(2)} B_n^{(1)} - \frac{1}{2} \left(H_{n0}^{(0)} + \frac{2}{u r_b \alpha_n} \right) C_n^{(1)} \\ & + \frac{1}{2} H_{n1}^{(0)} D_n^{(1)} = R_n^{(0)} \\ & - 3(H_{n0}^{(2)} + \varepsilon H_{n0}^{(4)}) A_n^{(1)} + 3(H_{n1}^{(2)} + \varepsilon H_{n1}^{(4)}) B_n^{(1)} + \frac{1}{2} \{ (H_{n0}^{(0)} \\ & + \varepsilon H_{n0}^{(2)} + 2 r_a \varepsilon \alpha_n) C_n^{(1)} - (H_{n1}^{(0)} + \varepsilon H_{n1}^{(2)}) D_n^{(2)} \} = R_n^{(2)} \\ & - 3(H_{n1}^{(2)} A_n^{(1)} + H_{n0}^{(2)} B_n^{(1)}) + 3(H_{n1}^{(2)} - H_{n0}^{(2)}) A_n^{(2)} + \frac{1}{2} (H_{n1}^{(0)} C_n^{(1)} \\ & - H_{n0}^{(0)} D_n^{(2)}) - \frac{1}{2} (H_{n0}^{(0)} - H_{n1}^{(0)}) D_n^{(2)} = R_n^{(3)} \\ & 3 H_{n1}^{(2)} A_n^{(1)} + 3 \left(H_{n0}^{(2)} + \frac{2}{r_b \alpha_n} \right) B_n^{(1)} - \frac{6}{r_b \alpha_n} A_n^{(2)} - \frac{1}{2} (H_{n1}^{(0)} C_n^{(1)} \\ & - H_{n0}^{(0)} D_n^{(2)}) = R_n^{(4)} \\ & - 3(H_{n1}^{(4)} A_n^{(1)} + H_{n0}^{(4)} B_n^{(1)}) + 3(H_{n1}^{(4)} - H_{n0}^{(4)}) A_n^{(2)} \\ & + \frac{1}{2} (H_{n1}^{(2)} C_n^{(1)} - H_{n0}^{(2)} D_n^{(2)}) - \frac{1}{2} (H_{n0}^{(2)} - H_{n1}^{(2)} + 2 r_a \alpha_n) D_n^{(2)} = R_n^{(5)} \end{aligned} \dots (22)$$

上式において等分布荷重に対しては

$$\begin{aligned} R_n^{(1)} &= -\frac{1 - (-1)^n}{n^2 \pi^2} \frac{a^2}{b^2} (H_{n0}^{(0)} - H_{n1}^{(0)}), \quad R_n^{(2)} = \frac{1 - (-1)^n}{n^2 \pi^2} \frac{a^2}{b^2} \{ (H_{n0}^{(0)} - H_{n1}^{(0)}) \\ & + \varepsilon (H_{n0}^{(2)} - H_{n1}^{(2)}) \}, \quad R_n^{(3)} = 2 \frac{1 - (-1)^n}{n^2 \pi^2} \frac{a^2}{b^2} (H_{n1}^{(0)} - H_{n0}^{(0)}), \end{aligned} \dots (23)$$

$$R_n^{(4)} = -\frac{1-(-1)^n}{n^2\pi^2} \frac{a^2}{b^2} (H_{n1}^{(0)} - H_{n0}^{(0)}), \quad R_n^{(5)} = 2\frac{1-(-1)^n}{n^2\pi^2} (H_{n1}^{(2)} - H_{n0}^{(2)})$$

集中荷重に対しては

$$\left. \begin{aligned} R_n^{(1)} &= 0, R_n^{(2)} = 0, R_n^{(3)} = -\frac{1-(-1)^n}{n^2\pi^2} \frac{a^2}{b^2} (H_{n\frac{1}{2}-\xi_1}^{(0)} - H_{n\frac{1}{2}+\xi_1}^{(0)}) (-1) \\ &\quad \frac{n-1}{2} \sin \frac{n\pi}{b} \vartheta. \\ R_n^{(4)} &= 0, R_n^{(5)} = -\frac{1-(-1)^n}{n^2\pi^2} \frac{a^2}{b^2} (H_{n\frac{1}{2}-\xi_1}^{(2)} - H_{n\frac{1}{2}+\xi_1}^{(2)}) (-1) \\ &\quad \frac{n-1}{2} \sin \frac{n\pi}{b} \vartheta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

ただし $\xi_1 = \frac{u}{a}$

II. 弾性梁の振りモーメントを考慮しない場合

荷重の対称性及び (11), (11)', (19) より ζ_1 は次のごとく表わされる。

$$\left. \begin{aligned} 0 &\leq \frac{x}{a} \leq 1 \\ \zeta_1^{(1)} &= \frac{b^2}{a^2} \Sigma \frac{1}{n^3\pi^3} \{3(H_{n\xi}^{(1)} + uH_{n\xi}^{(1)})A_n^{(1)} - 3H_{n1-\xi}^{(1)}B_n^{(1)} - \frac{1}{2} \\ &\quad H_{n1-\xi}^{(1)}D_n^{(2)}\} \sin \frac{n\pi}{b} y \\ 1 &\leq \frac{x}{a} \leq 2 \\ \zeta_1^{(2)} &= \frac{b^2}{a^2} \Sigma \frac{1}{n^3\pi^3} \{3(H_{n\xi}^{(1)} - H_{n\xi-1}^{(1)})A_n^{(2)} - \frac{1}{2} (H_{n\xi-1}^{(1)} - H_{n\xi}^{(1)}) \\ &\quad D_n^{(2)}\} \sin \frac{n\pi}{b} y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

よつて (15), (16), (20) より次の3ヶの条件式をうる。

$$\left. \begin{aligned} -3\{H_{n0}^{(2)} + \varepsilon H_{n0}^{(4)} + u(H_{n0}^{(0)} + \varepsilon H_{n0}^{(2)} + 2\varepsilon r_a \alpha_n)\} A_n^{(1)} - 3(H_{n1}^{(2)} + \varepsilon H_{n1}^{(4)}) A_n^{(2)} \\ - \frac{1}{2} (H_{n1}^{(0)} + \varepsilon H_{n0}^{(2)}) D_n^{(2)} = R_n^{(1)} \\ 3(H_{n1}^{(2)} + uH_{n1}^{(0)}) A_n^{(1)} + 3(2H_{n0}^{(2)} - H_{n1}^{(2)}) A_n^{(2)} + \frac{1}{2} (2H_{n0}^{(0)} - H_{n1}^{(0)}) D_n^{(2)} = R_n^{(2)} \\ 3(H_{n1}^{(4)} - uH_{n1}^{(2)}) A_n^{(1)} + 3(2H_{n0}^{(4)} - H_{n1}^{(4)}) B_n^{(1)} + \frac{1}{2} (2H_{n0}^{(2)} - H_{n1}^{(2)} + 2\alpha_n r_a) D_n^{(2)} = R_n^{(3)} \end{aligned} \right\} (26)$$

上式において等分布荷重に対しては

$$\left. \begin{aligned} R_n^{(1)} &= \frac{1-(-1)^n}{n^2\pi^2} \frac{a^2}{b^2} \{ (H_{n0}^{(0)} - H_{n1}^{(0)}) + \varepsilon (H_{n0}^{(2)} - H_{n1}^{(2)}) \} \\ R_n^{(2)} &= 2\frac{1-(-1)^n}{n^2\pi^2} \frac{a^2}{b^2} (H_{n0}^{(0)} - H_{n1}^{(0)}), \quad R_n^{(3)} = 2\frac{1-(-1)^n}{n^2\pi^2} \frac{a^2}{b^2} (H_{n0}^{(2)} - H_{n1}^{(2)}) \end{aligned} \right\} (27)$$

集中荷重に対しては

$$\left. \begin{aligned} R_n^{(1)} &= 0 \\ R_n^{(2)} &= \frac{1-(-1)^n}{n^2\pi^2} \frac{a^2}{b^2} (H_{n\frac{1}{2}-\xi_1}^{(0)} - H_{n\frac{1}{2}+\xi_1}^{(0)}) (-1) \frac{n-1}{2} \sin \frac{n\pi}{b} \vartheta, \\ R_n^{(3)} &= \frac{1-(-1)^n}{n^2\pi^2} \frac{a^2}{b^2} (H_{n\frac{1}{2}-\xi_1}^{(2)} - H_{n\frac{1}{2}+\xi_1}^{(2)}) (-1) \frac{n-1}{2} \sin \frac{n\pi}{b} \vartheta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

図-3 より: $b=3a$ ポアソン係数はコンクリートの場合を考えて $u=8$ の値をとる。

よつて剪断係数 $G = \frac{uE}{2(1+u)} = \frac{1}{2.25}$

梁の振り剛さ $T = \frac{1}{16} b_1^3 h_1 G f_1 \left(\frac{h_1}{b_1} \right) \dots\dots\dots (29)$

(29)式において h_1 : 梁の高さ, b_1 : 梁の巾, $f_1 \left(\frac{h_1}{b_1} \right)$ は h_1 及び b_1 の値により定まり $\frac{h_1}{b_1} = 2.0$ のとき

$$f_1 \left(\frac{h_1}{b_1} \right) = 3.66 \quad \text{よつて} \quad r_b = \frac{T}{Na} = 0.305 r_a$$

これより (22), (23), (24) より表-1 及び表-6, (26) 及び (27), (28) より表-4 及び表-9 をうる。

I 等分布荷重の場合

1. 振りモーメントを考慮する場合

表-1

$r_a=1$	$A_n^{(1)}$	$B_n^{(1)}$	$A_n^{(2)}$	$C_n^{(1)}$	$D_n^{(2)}$
$n=1$	-0.000513	-0.000191	-0.000100	0.019445	0.021439
$n=3$	-0.000133	0.000402	-0.000101	0.001463	0.002357
$n=5$	-0.000106	0.000173	0.000178	0.000441	0.000748
$n=7$	-0.000066	0.000093	0.000101	0.000173	0.000318
$n=9$	-0.000051	0.000067	0.000067	0.000090	0.000166
$n=11$	-0.000038	0.000054	0.000050	0.000054	0.000103

表-2

		$r_a=1$	$r_a=3$	$r_a=6$	$r_a=10$	係 数
$\xi=0$	M_x	-0.001456	-0.005879	-0.008266	-0.009169	pb^2
	M_y	0.053328	0.022279	0.010490	0.005838	"
$\xi=1/2$	M_x	0.011283	0.009451	0.007677	0.007027	"
	M_y	0.058133	0.028309	0.015487	0.009786	"
$\xi=1$	M_x	0.009693	0.002915	-0.001698	-0.004023	"
	M_y	0.059542	0.030072	0.015655	0.009784	"
$\xi=3/2$	M_x	0.015585	0.012091	0.008230	0.006844	"
	M_y	0.063988	0.032679	0.017473	0.013127	"
$\xi=0$	$\eta=1/2$ M_{b1}	0.054360	0.070137	0.070236	0.070893	pb^2a
	$\eta=0$ M_{t1}	0.001294	0.004833	0.006043	0.005743	"
$\xi=1$	$\eta=1/2$ M_{b2}	0.059256	0.090060	0.096714	0.104550	"
	$\eta=0$ M_{t2}	0.001271	0.003029	0.003203	0.003306	"

表-2 において M_x, M_y はそれぞれ版のモーメント, M_b, M_t はそれぞれ梁の彎曲モーメント及び振りモーメントを示す。この表より梁のモーメントは版に対する剛比が小なるに従いその値は小となるがそれだけ版に負担がかかり M_y の増加はいちじるしくなる。

梁の振りモーメントは、等分布荷重においては彎曲モーメントに比しその値は小である。しかしコンクリートの場合剪断力が弱いので端の梁の振りモーメントは無視できない。

また中間の振りモーメントは端の振りモーメントより小なのは中間の梁は端の梁より振り変形が小なることより容易に判明される。

いま M_{b1}, M_{b2} より生ずる直応力をそれぞれ $\sigma_1, \sigma_2, M_{t1}, M_{t2}$ より生ずる剪断応力をそれぞれ τ_1, τ_2 とおけば表-3 の値をうる。

表-3

			$r_a=1$	$r_a=3$	$r_a=6$	$r_a=10$	係 数
$\xi=0$	$\eta=1/2$	σ_1	0.652320	0.841644	0.842832	0.850716	pb^2a/h^3
	$\eta=0$	τ_1	0.021043	0.078594	0.098271	0.093393	"
$\xi=1$	$\eta=1/2$	σ_2	0.711702	1.080720	1.160568	1.254600	"
	$\eta=0$	τ_2	0.020669	0.049258	0.052087	0.053762	"

2 振りモーメントを考慮しない場合

表-4

$\tau_a=1$	$A_n^{(1)}$	$A_n^{(2)}$	$D_n^{(2)}$
$n=1$	-0.000355	0.000029	0.017933
$n=3$	-0.000029	0.000288	0.002080
$n=5$	-0.000008	0.000170	0.000780
$n=7$	-0.000003	0.000097	0.000317
$n=9$	-0.000002	0.000066	0.000167
$n=11$	-0.000001	0.000049	0.000104

表-5

		$\tau_a=1$	$\tau_a=3$	$\tau_a=6$	$\tau_a=10$	係 数	
$\xi=0$	M_x	0	0	0	0	pb^2	
	M_y	0.046741	0.020891	0.010530	0.006120	"	
$\xi=1/2$	M_x	0.011049	0.010989	0.010989	0.010233	"	
	M_y	0.049760	0.026323	0.015807	0.011135	"	
$\xi=1$	M_x	0.006903	0.003611	0.001925	-0.002029	"	
	M_y	0.049802	0.027400	0.016490	0.008486	"	
$\xi=3/2$	M_x	0.013358	0.011929	0.010555	0.008617	"	
	M_y	0.050731	0.028714	0.018150	0.012589	"	
$\eta=1/2$	$\xi=0$	M_{b1}	0.047486	0.063666	0.064182	0.062166	pb^2a
	$\xi=1$	M_{b2}	0.049716	0.082128	0.099042	0.109463	"

振りモーメントを考慮しない場合梁及び版に生ずる応力は考慮する場合と比較すれば若干その値は小となる。

II 集中荷重の場合

荷重の作用点は連続版の中央とし荷重の大きさはそれぞれ辺長の $1/10$ とする。

すなわち $\xi_1 = \frac{u}{a} = \frac{1}{10}, \quad n_1 = \frac{v}{b} = \frac{1}{10}$

故に (22), (24) 式より 表-6, (26), (28) 式より 表-9 をうる。

1. 振りモーメントを考慮する場合

表-6

$\tau_a=1$	$A_n^{(1)}$	$B_n^{(1)}$	$A_n^{(2)}$	$C_n^{(1)}$	$D_n^{(2)}$
$n=1$	-0.001166	-0.001849	-0.001292	0.023734	0.036370
$n=3$	0.000012	-0.002240	-0.003386	-0.000381	-0.014567
$n=5$	0	0.001184	0.002984	0	0.006649
$n=7$	0	-0.000465	-0.001513	0	-0.002593
$n=9$	0	0.000176	0.000636	0	0.000884
$n=11$	0	-0.000050	-0.000302	0	-0.000279

表-7

		$\tau_a=1$	$\tau_a=3$	$\tau_a=6$	$\tau_a=10$	係 数
$\xi=0$	M_x	-0.011611	-0.022705	-0.024370	-0.025015	P
	M_y	0.065478	0.023566	0.007813	0.002663	"
$\xi=1/2$	M_x	0.002098	-0.002168	-0.004669	-0.005106	"
	M_y	0.087317	0.042112	0.019556	0.011843	"

$\xi=1$	$\eta=1/2$	M_x	0.024965	-0.013328	-0.037560	-0.052679	"
		M_y	0.126080	0.060816	0.030751	0.017005	"
$\xi=1/3$	$\eta=1/3$	M_x	-0.159772	0.144258	0.130645	0.121451	"
		M_y	0.203785	0.154614	0.131364	0.120461	"
$\xi=0$	$\eta=1/2$	M_{b1}	0.022664	0.026823	0.022064	0.019605	Pb
	$\eta=0$	M_{t1}	0.003298	0.007658	0.010269	0.007971	"
$\xi=1$	$\eta=1/2$	M_{b1}	0.041637	0.063474	0.072018	0.079885	"
	$\eta=0$	M_{t2}	0.002124	0.005821	0.008382	0.010430	"

集中荷重においては等分荷重の場合と大分性質を異にし、梁の振りモーメントの値は大となり、特に端の梁においては彎曲モーメントの値に比較すればその値は大きい。剛比が大なるに従い端の梁の彎曲及び振りモーメントは増大し再び減少する。

中間の梁は彎曲及び振りモーメントとともに漸次増大する。版の M_x のモーメントは荷重の作用点では正であるが漸次遠ざかるに従い負となり、梁の直上で最大となり再び漸次小となり、再転して端の梁の直上において最大となる。いま M_{b1}, M_{b2} より生ずる直応力をそれぞれ σ_1, σ_2 , M_{t1}, M_{t2} より生ずる剪断応力をそれぞれ τ_1, τ_2 , とおけば表-8の値をうる。

次に版の中央のモーメントであるが、 M_x の値は従来の有効巾による計算方法よりいぢるしくその値は小となるが、その代り M_y の値が増加しかつ梁の振りモーメントの値は無視できないことは表-8のとおりである。

しかし厳密解法は梁の彎曲モーメントの値は従来の単純梁としての値より小となつている故結果においてはいぢるしく経済的設計となる。

表-8

			$r_a=1$	$r_a=3$	$r_a=6$	$r_a=10$	係 数
$\xi=0$	$\eta=1/2$	σ_1	0.271968	0.321876	0.264768	0.235260	pb/h_1^3
	$\eta=0$	τ_1	0.053633	0.124537	0.166997	0.129627	"
$\xi=1$	$\eta=1/2$	σ_1	0.499644	0.761688	0.864216	0.958620	"
	$\eta=0$	τ_1	0.034540	0.094661	0.136308	0.169613	"

2. 振りモーメントを考慮しない場合

表-9

$r_a=1$	$A_n^{(1)}$	$A_n^{(2)}$	$D_n^{(2)}$
$n=1$	-0.000393	-0.001426	0.030757
$n=3$	-0.000001	-0.003169	-0.012218
$n=5$	0	0.002070	0.006650
$n=7$	0	-0.000990	-0.002593
$n=9$	0	0.000406	0.000885
$n=11$	0	-0.000152	-0.000280

表-10

		$r_a=1$	$r_a=3$	$r_a=6$	$r_a=10$	係 数
$\xi=0$	M_x	0	0	0	0	P
	$\eta=1/2$	M_y	0.053156	0.019222	0.008400	0.002635
$\xi=1/2$	M_x	0.005308	0.003557	0.000128	-0.003933	"
	$\eta=1/2$	M_y	0.071601	0.039481	0.017749	0.008458

$\left\{ \begin{array}{l} \xi=1 \\ \eta=1/2 \end{array} \right.$	M_x	0.008936	-0.006442	-0.028691	-0.042037	"	
	M_y	0.104476	0.065017	0.033074	0.020110	"	
$\left\{ \begin{array}{l} \xi=3/2 \\ \eta=1/2 \end{array} \right.$	M_x	0.165389	0.158790	0.151560	0.150720	"	
	M_y	0.213911	0.179224	0.146884	0.146205	"	
$\eta=1/2$	$\xi=0$	M_{b1}	0.018000	0.019526	0.014186	0.008938	Pb
	$\xi=1/3$	M_{b2}	0.035001	0.066867	0.074484	0.085886	"

振りモーメントを考慮しない場合は梁及び版のモーメントの値は等分布荷重と同様に考慮する場合よりその値は小となる。

このことは弾性梁支承上の連続版は単に支持されている状態であれば梁の振りを考慮を必要とする構造よりもはるかに有利となる。

しかし実際においては梁と版は一体となっており当然梁の振りを考慮しなければならない構造物が多い。

7. 結 語

弾性梁の振りを考慮に入れた種々の境界条件を有する連続版の一般解法を示しあわせて振りを考慮する場合と考慮しない場合について等分布荷重と集中荷重の計算例を示しその性質を論じた。

以上の結果を要約すれば次のとおりとなる。

1. 等分布荷重においては連続版に対する梁の振りの影響は小さくまた梁の振りモーメントの値も比較的小さい。これは版全体に荷重が等分布している故梁の振りが少ないのに基因する。
2. 集中荷重においては連続版に対する振りの影響は比較的大きくかつ梁の振りモーメントの値は大きい。このことは前述したようにこの種の版の設計に一考を要する問題と思う。
3. 集中荷重において従来の有効巾による版のモーメントより弾性梁支承の連続版として計算すればその値は小となるが梁と版が一体となっている構造であれば当然梁の振れが生じこの影響を無視することはできない。

参 考 文 献

- 1) S. Iguchi: Eine Lösung für die Berechnung der biegsamen rechteckigen Platten.
- 2) Timochenko: Theory of plates and shells.
- 3) M. Kurata: A study on the problems of buckling of composite rectangular plates
- 4) 井口鹿象: 二軸方向における彎曲剛率不等なる矩形平版の解法について, 土木学会誌第 16 卷, 第 10 号
- 5) 藤井忠二: 矩形平面版と梁
- 6) 成岡昌夫: 撓角撓変法による一方向連続版の解法 土木学会論文第 4 号

(昭.28.10.9)