

水理

上下流に傾いている堤体断面内の自由水面

正員 工学博士 田 中 茂*

ON THE FREE SURFACES IN DAM SECTIONS WHICH SLANT
TO THE UPPER AND THE LOWER STREAM SIDES

(Trans. of JSCE, Sept. 1953)

Dr. Eng., Shigeru Tanaka, C. E. Member

Synopsis If we try to solve the problem of seepage through dams which have core walls, we are necessarily forced to clarify the true phases of seepage through dams which slant to the upper and the lower stream sides, especially free surfaces in the dam sections. Such free surfaces have quite different characteristics as compared with those in rectangular dam section. With regard to such free surfaces, no paper have ever been made public yet. This paper, however, explains this problem basing on the writer's original idea.

要 旨 心壁堤体断面などの滲透状態を解く場合に、上流並びに下流側に傾いている堤体断面内の滲透、特に自由水面を正確に把握することが必要になる。ところがこのような堤体断面内の自由水面や滲透をとり扱ったものは皆無の状態である。そこで著者はこの問題をとりあげて明らかにした次第である。

1. 緒 言

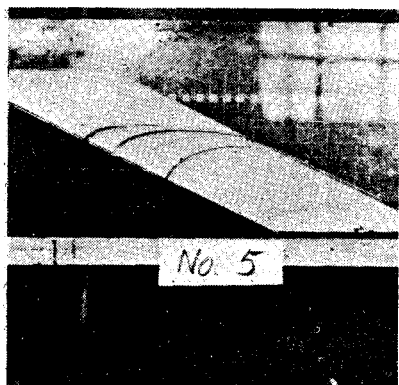
堤体が鉛直な場合の滲透、特に堤体中に比し上下流水位差が大きい時の滲透に関してはすでに発表した**。今回は上流並びに下流側に傾斜した堤体の滲透、特に自由水面について研究してみる。

2. 自由水面の特徴

毛管水流などをとり除いた滲透流に着目し、上流並びに下流に傾いた堤体の水面曲線の特徴をあげると次のようである。まず、上流側に傾いた堤体については、

a. 上流水位 H_1 が下流水位 H_2 より高くなると滲透が始まり、流出点が現われる。

写真—1



b. 水面曲線は上凸曲線となり、写真—1 に示すように、始点からある区間にわたり死水領域が生じ、この領域の上面は水平となる。この領域は流入面の傾斜や $H_1 - H_2$ が大きいほどいぢるしい。

c. 各流線は流入面が鉛直のものに比し、尻上りの傾向となる。次に下流側に傾いた堤体については、

a. H_1 が H_2 より高くなつてもただちに流出点が現われず、与えられた断面と H_2 とに対して特有なある限界水位を H_1 がとる時を限界対応水位として、これ以上 H_1 が高くなり始めると流出点が現われ始める。

b. 堤体断面の形状と上下流水位との総合関係により、自由水面の形状が上凹曲線をとる場合と上凸曲線をとる場合とに2大別される。上凹曲線型では自由水面の流出点における勾配が鉛直下向とはなら

ず、下流面の傾斜角に支配されたある特別な角度をとる。上凸曲線型では水面曲線は流出点に鉛直に下向く。これら2つの水面曲線型は同じ堤体断面においても、水位の値が変化すると1つの型から他の型へ移り、またその逆にも変化する。もつとも、これら2つの型も純然たる凹あるいは凸の曲線ではなく、例えば凹型でもその1部は凸型になっているS字曲線である。

3. 上流に傾いた堤体の自由水面

a. $H_2 = 0$ の場合 この場合は水面曲線が近似的に自由流線になつているけれども、図—1のDIの部分は死水領域の上面で水平となつている故、この部分は除外する。

いま、堤体を流入面が鉛直になるように回転し、不透水性基礎 AB を除去して、その代りに新しく点 B から流入面に下した垂線に相当する面 OB を仮想水平面にとり、さらに点 D' を通る仮想水平面上流水面を、点

*神戸大学教授，工学部土木工学教室

**田中茂：上下流の水位差に比し巾の狭い矩形断面堤体の滲透，土木学会誌 37 卷 11 号，p. 485~489

Bを通る仮想水平面に下流水面をおいた場合の滲透状態におきかえて考える。このようにして置き換えた流れの自由流線や面 AB より上の流線等はもとの流れのそれらとほとんど変りがないことが著者の多くの実験結果から明らかになった。図-1 でわかるように面 AB 付近ではポテンシャル線が、もとの流れと上のように置き換えた流れとでは不一致を示しているが、実際上ではこの不一致はほとんど問題にならない。点 O を原点として OB を X 軸、OD を Y 軸にとる。

この時、曲線 D'IC がこの場合の自由流線を表わすものと考えられ、この上の1点においてこの線に引いた切線の勾配 dY/ds に透水係数 k をかけたものが、その点を通る等ポテンシャル線上の平均流速を表わすものとする、

$$v = -k \cdot dY/ds \dots \dots \dots (1)$$

いま、自由流線上の1点 (s, Y) を通り、仮想水平不透水基礎 OX にいたる等ポテンシャル線の長さを近似的に $Y \cdot \beta$ で表わす。ただし β はその等ポテンシャル線の長さとの比である。

この時の単位巾あたりの流量 q' は次のように表わすことができる、

$$q' = -kY(dY/ds)\beta \dots \dots \dots (2)$$

この式を変形して積分し、 $s=0$ では $Y = [(H_1 - \delta)/\sin \theta_1] + L \cot \theta_1$ 、という条件を用いて解くと、

$$Y = \sqrt{[(H_1 - \delta)/\sin \theta_1 + L \cot \theta_1]^2 - 2(q'/k) \int_0^s ds/\beta} \dots \dots \dots (3)$$

積分の上限界を $S - (\xi/\sin \theta_2)$ として、 $Y = (\xi/\sin \theta_1) + (L - X_\xi) \cot \theta_1$ とおくと、式 (3) より次の関係を得る、

$$q' = k \frac{[(H_1 - \delta)/\sin \theta_1 + L \cot \theta_1]^2 - [(\xi/\sin \theta_1) + (L - X_\xi) \cot \theta_1]^2}{2 \int_0^{S - (\xi/\sin \theta_2)} ds/\beta} \dots \dots \dots (4)$$

$$\text{いま、} \int_0^{S - \xi/\sin \theta_2} ds/\beta = (S - \xi/\sin \theta_2)/\bar{\beta} \dots \dots \dots (5)$$

とおくと、

$$q' = k \frac{[(H_1 - \delta)/\sin \theta_1 + L \cot \theta_1]^2 - [(\xi/\sin \theta_1) + (L - X_\xi) \cot \theta_1]^2}{2[S - \xi/\sin \theta_2]/\bar{\beta}} \dots \dots \dots (6)$$

また (3) 式より、

$$\frac{dY}{ds} = \frac{-(q'/k)(1/(\beta))}{\sqrt{[(H_1 - \delta)/\sin \theta_1 + L \cot \theta_1]^2 - 2(q'/k) \int_0^s ds/\beta}} \dots \dots \dots (7)$$

$$\text{ただし、} 1/(\beta) = \int_0^s (ds/\beta) / \int_0^s ds = \int_0^s (ds/\beta)/s$$

いま、 $s = S - (\xi/\sin \theta_2)$ 、すなわち流出点では、 $(\beta) = \bar{\beta}$ 、 $dY/ds = -\cos(\theta_1 - \theta_2)$ となり、従つて式 (7) より次の関係を得る。

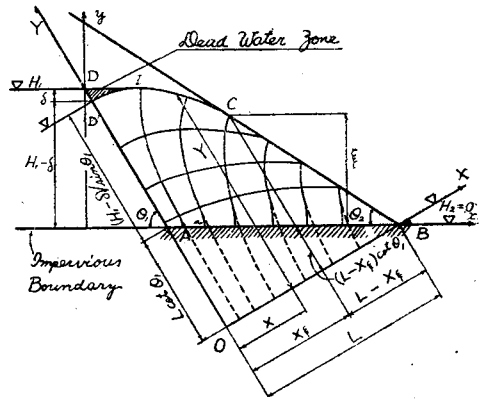
$$\left(\frac{dY}{ds}\right)_{s = S - (\xi/\sin \theta_2)} = \frac{-(q'/k)/\bar{\beta}}{(\xi/\sin \theta_1) + (L - X_\xi) \cot \theta_1} = -\cos(\theta_1 - \theta_2) \dots \dots \dots (7')$$

$$\text{従つて、} q' = k[(\xi/\sin \theta_1) + (L - X_\xi) \cot \theta_1] \cos(\theta_1 - \theta_2) \cdot \bar{\beta} \dots \dots \dots (8)$$

式 (6) と式 (8) とを等しいとおき、 $\{(H_1 - \delta)/\sin \theta_1\} + L \cot \theta_1 = h$ と書き、 ξ について式をまとめると、

$$\xi^2 \left[\frac{2}{\sin \theta_1 \cdot \sin \theta_2} - \frac{1}{\sin^2 \theta_1} \right] - 2\xi \left[S \frac{\cos(\theta_1 - \theta_2)}{\sin \theta_1} + (L - X_\xi) \cot \theta_1 \left(\frac{1}{\sin \theta_1} - \frac{\cos(\theta_1 - \theta_2)}{\sin \theta_2} \right) \right] + [h^2 - (L - X_\xi)^2 \cot^2 \theta_1 - 2S(L - X_\xi) \cot \theta_1 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2)] = 0 \dots \dots \dots (9)$$

図-1 $H_2=0$ の場合の滲透



いま、

$$\left. \begin{aligned} \frac{2}{\sin\theta_1 \cdot \sin\theta_2} - \frac{1}{\sin^2\theta_1} &= A \\ S \frac{\cos(\theta_1 - \theta_2)}{\sin\theta_1} + (L - X_E) \cot\theta_1 \left(\frac{1}{\sin\theta_1} - \frac{\cos(\theta_1 - \theta_2)}{\sin\theta_2} \right) &= B \\ h^2 - (L - X_E)^2 \cot^2\theta_1 - 2S(L - X_E) \cot\theta_1 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2) &= C \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

とおくと、 $\xi^2 A - 2\xi B + C = 0$ で、これより ξ を求めると、

$$\xi = \frac{1}{A} (B - \sqrt{B^2 - AC}), \text{ ただし } B^2 > AC \dots\dots\dots (11)$$

特に、 $\theta_1 = \theta_2$ の場合は、式 (10) の各項が、

$$A = 1/\sin\theta_1, B = S/\sin\theta_1, C = h^2 \dots\dots\dots (10')$$

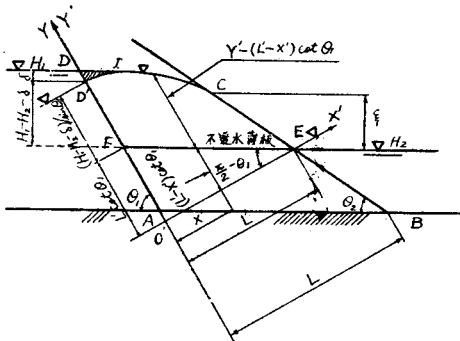
となるから、式 (11) は次のように表わし得る。

$$\xi = (S - \sqrt{S^2 - h^2}) \cdot \sin\theta_1 \dots\dots\dots (12)$$

自由流線 D'IC は式 (3) により求められ、流出点の位置は式 (11)、あるいは式 (12) により求め得る。S の値を正しく評価すれば式 (11)、あるいは式 (12) で求めた流出点での Y の値と $(\xi/\sin\theta_1) + (L - X_E) \cot\theta_1$ で与えられるものと同じ値になるはずである。また、 δ の値のとり方が正しければ、式 (3) によつて求めた自由流線の x 軸よりの最大縦距に相当する点 I と上流水面とが同じ高さになるはずである。ところがもしこれらの高さが合わない時は、合うまで δ の値を種々変えて、その都度式 (3) を用いて自由流線の形を求め直す必要がある。このようにして正しい自由流線 DIC を得れば、点 D と点 I とを水平線で連絡する。このようにして得られた線 DIC が求める自由水面である。

b. $H_2 > 0$ の場合 下流側にある水位が存在する場合で、 $H_1 > H_2$ の時は流出点が現われる。従つて考え方とし

図-2 $H_2 > 0$ の場合の渗透



ては矩形断面堤体その他の場合におけると同様、不透水性の薄板を図-2 の面 EF に沿うて置いたと考える。もちろんこのために自由水面の形状がこれを置かない前と変わらないものとし、これによつて上下流水位差による面 EF より上の堤体内の速度ポテンシャル勾配が、自由流線の勾配のみによつて支配されるようにするわけである。この時の自由水面の形を求めるために面 EF より上の流れを直接考える代りに、a. で行つたように流入面 D'F が鉛直になるまで堤体を回転して、面 EF をとり外し、その代りに点 E から面 D'F に下した垂線の足 O' を原点とした面 O'E に新しく不透水性の薄板を置

て、これを仮想水平面とし、点 D' に上流水面、点 E に下流水面を置いた流れを考える。このような流れの自由流線や面 EF より上の流線の形は、もとの流れにおけるそれらとほとんど変わらないものと考えられる。従つてこのような流れの面 O'E より上の透過流量を q_1' とし、O'E を X' 軸、O'D' を Y' 軸に選び、自由流線上の 1 点の座標を (s, Y') とすると、a. の場合の式 (2)~(12) と同様な関係式がこの場合にも成立することとなる。ただしこの場合は、さきの場合の X_E, Y, L, q' の代りにそれぞれ X_E', Y', L', q_1' 等の値を用い、 $H_1 - \delta$ の代りに $H_1 - H_2 - \delta$ を用いる。また S は自由流線 D'IC の長さ CE の長さを加えたもの、 ξ の値は流出点の下流水面よりの鉛直高であることなどに注意する。このように $H_2 = 0$ の場合と同様にして水面曲線を求め得る。

4. 下流に傾いた堤体の自由水面

(1) 上凹水面曲線

a. 流出点が現れない領域：この時の水面曲線は写真-2 に示すような上凹曲線をなす。すなわち、曲線は堤体に入る始点より終点にゆくにつれて水平に近い勾配をとり、終点に近い部分の曲線下部に死水領域が存在する。従つてこの水面曲線は自由流線あるいは動水勾配線と一致しないことは明らかである。

次に、図-3 に示す点 D を起点とし、水面曲線に沿うて測つた長さを s、曲線上の点の水平不透水層よりの高さを y で表わし、さらに流出面の水平となす傾角を鋭角で測りこれを θ_2 とする。この透水係数を k とすると、水面曲線の形はその上の任意の 1 点における曲線の勾配 dy/ds に関係ある流量 $-ky(dy/ds)$ と、流出面の傾角 θ_2 に起因する流量 $y \cot\theta_2$ との差に相当する流量と密接な関係があることに着目し、次のような流量 q' を考える。

$$q' = -ky(dy/ds + \cot\theta_2) \dots\dots\dots (13)$$

写真-2

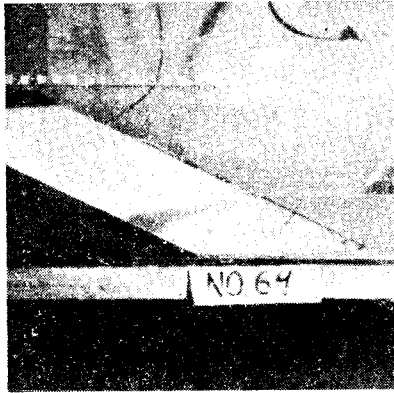
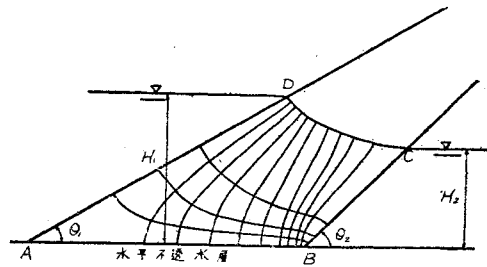


図-3 流出点が現われない領域の上凹水面曲線



$y \cot \theta_2$ というのは $y/\sin \theta_2$ という流積に $\sin(\frac{\pi}{2} - \theta_2)$ という水面勾配を乗じたもの。この q' 値が最小になるような水面曲線をとつて透過するものと考え、式(13)を s で微分したものを 0 に等しいとおくと、次の微分方程式を得る。

$$y \frac{d^2 y}{ds^2} + \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 + \frac{dy}{ds} \cot \theta_2 = 0 \dots\dots\dots (14)$$

これを $s=0$ では $y=H_1$, $s=S$ では $y=H_2$ という境界条件を用いて解くと次式を得る。

$$y = -s \cot \theta_2 + \sqrt{(s \cot \theta_2 + H_2)^2 + (H_1^2 - H_2^2) \left(1 - \frac{s}{S}\right)} \dots\dots\dots (15)$$

ここに S は水面曲線の全長である。

従つて、この曲線の勾配は次のようになる。

$$dy/ds = -\cot \theta_2 + \frac{2(s \cot \theta_2 + H_2) \cot \theta_2 - (H_1^2 - H_2^2)/S}{2(y + s \cot \theta_2)} \dots\dots\dots (16)$$

曲線の始点、 $s=0$, $y=H_1$ では、

$$(dy/ds)_{s=0} = -\cot \theta_2 (1 - H_2/H_1) - (H_1^2 - H_2^2)/2H_1 S \dots\dots\dots (17)$$

曲線の終点、 $s=S$, $y=H_2$ では、

$$(dy/ds)_{s=S} = -(H_1^2 - H_2^2)/2S(S \cot \theta_2 + H_2) \dots\dots\dots (18)$$

式(15)~(18)が適用される領域の限界について吟味する。この場合 $(dy/ds)_{s=0}$ という値が理論上とり得る最大値は -1 であり、この値をとる時がこの場合の限界状態であることは明らかである。すなわち $(dy/ds)_{s=0} = -1$ とおき、式をまとめると次のようになる。

$$2(H_1 - H_2)S \cot \theta_2 = 2H_1 S - (H_1^2 - H_2^2) \dots\dots\dots (19)$$

断面が与えられ、さらに H_2 が与えられると、それらに応ずる限界上流水位 $[H_{1.c}]_1$ が次式で求められる。

$$[H_{1.c}]_1 = S_0 (1 - \cot \theta_2) + \sqrt{S_0^2 (1 - \cot \theta_2)^2 + H_2 (H_2 + 2S_0 \cot \theta_2)} \dots\dots\dots (20)$$

ここに S_0 は限界対応水位に対する S の値、この $[H_{1.c}]_1$ は試算によつて求められる。これと同様に断面と H_1 とが与えられると、それらに応ずる限界下流水位 $[H_{2.c}]_1$ が次式で与えられる。

$$[H_{2.c}]_1 = -S_0 \cot \theta_2 + \sqrt{S_0^2 \cot^2 \theta_2 - 2H_1 S_0 (1 - \cot \theta_2) + H_1^2} \dots\dots\dots (21)$$

著者は上流及び下流水位が式(20),(21)の関係を満足する相互関係を有する時、これらを第1種の限界対応水位と名づける。ところが、与えられた堤体断面と H_1 あるいは H_2 のいずれかの値いかんによつては、式(20)あるいは(21)で $[H_{1.c}]_1$ あるいは $[H_{2.c}]_1$ を求めようと試みても、 $[H_{1.c}]_1$ が断面に対してはるかに上方にしかなくなつたり、 $[H_{2.c}]_1$ がはるかに下方にくるというようにうまく適当な値が得られないことがある。このような場合というのは普通 $\cot \theta_2 \leq 0.5$ すなわち $\theta_2 \geq 63^\circ \sim 26'$ という傾角を流出面がとる時である。またこのほか、 $H_2=0$ の時や H_2 が比較的小さい値を示す場合は、かりに式(20)から $[H_{1.c}]_1$ がうまく求められても実際には上凹曲線は生じ得ないことがある。このことに関しては(3)において述べることにする。

この第1種の限界対応水位に応ずる水面曲線は限界対応水位の値とそれらに応ずる S_0 の値などを式(15)に代入すれば求められる。この曲線の勾配もこれらの値を式(16)~(18)に代入して求められる。すなわちこの限界水面曲線の始点並びに終点における勾配を $[H_{1.c}]_1, H_2, S_0$ 等を用いて表わすと次のようである。

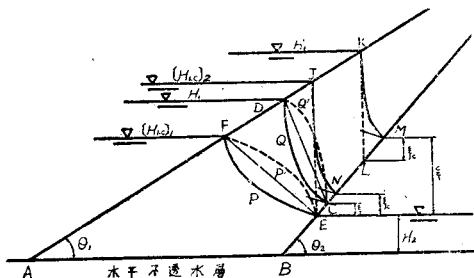
$$(dy/ds)_{s=0,e} = -1 \dots\dots\dots (22)$$

$$(dy/ds)_{s=s,c} = -\frac{[H_{1,e}]_1 - ([H_{1,e}]_1 - H_2) \cot \theta_2}{S_0 \cot \theta_2 + H_2} \dots\dots\dots (23)$$

b. 流出点が現われる領域：与えられた堤体断面に対し、上下流の水位差が前述の第1種の限界対応水位の関係よりもさらに大きくなる場合は、流出点が現われる。

この領域内における滲透流は他の場合とは全く趣きを異にしており、これを解明することはきわめて興味深い。いまかりに、 H_2 を与えて H_1 が $[H_{1,e}]_1$ よりも大きくなる場合を例にとつて考えると、水面曲線の始点における勾配は式 (22) で示される値以上には大きくなり得ないことは明らかである。この領域内で H_1 がどんな値をとつても水面曲線の始点勾配は常に -1 をとることになる。曲線の終点すなわち流出点における曲線勾配もやはり式 (23) で示される値を常にこの領域内でとるのであることは容易に想像せられる。そこでこの領域内のある範圍内では水面曲線の始点並びに流出点における勾配は、上の

図-4 流出点が現われる領域の水面曲線



ような一定値を常にとり、上流水位が高まるに従い始点と流出点の中間の勾配が急になるものとする。

いま、第1種の限界対応水位の時の水面曲線、すなわち図-4の曲線 FPE に沿うて不透水性の薄板をおいたと仮想し、しかもこの時自由水面の形状には変化を与えないものとする。これによつて薄板より上の滲透流が動水勾配線のみによつて直接支配されることになる。いま FPE 及び DQC の2流線間の流れを考える代りに、これら2曲線と FE, DC に対してそれぞれ逆対称な2流線 EP'E 及び DQ'C の間

の流れを考える。この流れの点 D での動水勾配は式 (22) で与えられ、点 C でのそれは -1 である。ところで流線 DQ'C は普通の自由流線とは性質を異にしている故、これをもとにせず次のように考える。流入面並びに流出面での流積を $H_1 - [H_{1,e}]_1$ 及び ξ と考え、さらに上述の動水勾配をそれぞれ適用する。このようにして次の関係を得る。

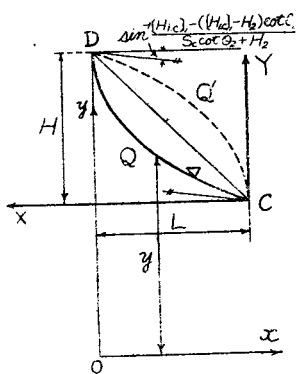
$$k\{H_1 - [H_{1,e}]_1\} \frac{[H_{1,e}]_1 - \{[H_{1,e}]_1 - H_2\} \cot \theta_2}{S_0 \cot \theta_2 + H_2} = k \cdot \xi \cdot l$$

$$\text{従つて} \quad \xi = \{H_1 - [H_{1,e}]_1\} \frac{[H_{1,e}]_1 - \{[H_{1,e}]_1 - H_2\} \cot \theta_2}{S_0 \cot \theta_2 + H_2} \dots\dots\dots (24)$$

この式より流出点の位置が求められる。

図-5

この時の水面曲線は次のようにして求められる。図-5の点 C は流出点を表わし、この点で方向係数 $-\tan \sin^{-1} \{ [H_{1,e}]_1 - \{ [H_{1,e}]_1 - H_2 \} \cot \theta_2 \} / (S_0 \cot \theta_2 + H_2)$ を有し、始点 D で勾配 -1 をもつた2次の拋物線として求める。このようにして次式を得る。



$$y = H_1 - \frac{2}{\sqrt{L}} [H_1 - H_2 - \xi - L \tan \sin^{-1} \{ [H_{1,e}]_1 - \{ [H_{1,e}]_1 - H_2 \} \cot \theta_2 \} / (S_0 \cot \theta_2 + H_2)] \sqrt{x} - \frac{x^2}{L} [H_1 - H_2 - \xi - 2\{H_1 - H_2 - \xi - L \tan \sin^{-1} \{ [H_{1,e}]_1 - \{ [H_{1,e}]_1 - H_2 \} \cot \theta_2 \} / (S_0 \cot \theta_2 + H_2)\}] \dots\dots\dots (25)$$

式 (24), (25) の適用限界について吟味をする。上流水位が図-4の点 E を通る鉛直線と流入面との交点 J と同一の高さに来た時が限界となる。この時の H_1 を $[H_{1,e}]_2$ で表わすと、 H_2 とこれとを著者は第2種の限界対応水位と呼ぶ。このようにして $[H_{1,e}]_2 \geq H_1 \geq [H_{1,e}]_1$ の領域では、理想水面曲線はその始点で鉛直、流出点で式 (23) で与えられる勾配をとる2次の上凹拋物線となる。従つてこの時の流出点の下流水面よりの高さ ξ' は次式で示される。

$$\xi' = \{H_1 - [H_{1,e}]_2\} \cot \theta_1 \cdot \tan \theta_2 + \{ [H_{1,e}]_2 - [H_{1,e}]_1 \} [H_{1,e}]_1 - \{ [H_{1,e}]_1 - H_2 \} \cot \theta_2 / (S_0 \cot \theta_2 + H_2) \dots\dots\dots (26)$$

また水面曲線は式 (25) と同じ形の式で求められるが、 ξ の代りに ξ' を用いる。この場合も実際の水面曲線はその始部より相当区間はこのようにして求めた理想曲線と逆対称な曲線となり、漸次理想曲線に移る S 字曲線となる。

(2) 上凸水面曲線

a. 流出点が現われない領域：この場合、自由水面は図-6に示すような上に凸の形状をとる。もつとも、流入点附近は多少流入面の影響を受けて上凸状を呈するが、この部を除けば終点にゆくに従つて水平に近い傾斜より漸次下向きに傾きを増している。次にこの場合の理想水面曲線について考える。この場合の水面曲線と直線CD'に関して逆対称な曲線を考え、この逆対称曲線上の任意の点において(1)a.の始めにおいて述べたと同じ関係が成立するものとする。そうすると逆対称曲線が式(15)で表わされ、従つて水面曲線は同式の y, s の代りにそれぞれ $H_1' + H_2 - y, S - s$ を入れて変形すると次式のように求まる。ただし、 $H_1 = H_1' + \Delta H_1$ とする。

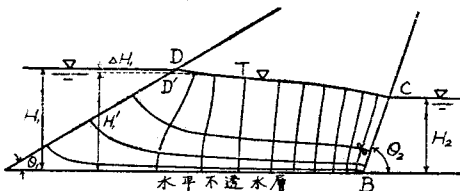


図-6 流出点が現われない領域の上凸水面曲線

$$y = H_1' + H_2 + (S-s) \cot \theta_2 - \sqrt{[(S-s) \cot \theta_2 + H_2]^2 + (H_1'^2 - H_2^2) s / S} \dots (27)$$

従つて、水面曲線の勾配は、

$$dy/ds = -\cot \theta_2 + \frac{2[(S-s) \cot \theta_2 + H_2] \cot \theta_2 - (H_1'^2 - H_2^2) / S}{2[H_1' + H_2 + (S-s) \cot \theta_2 - y]} \dots (28)$$

始点、 $s=0, y=H_1'$ 、では $(dy/ds)_{s=0} = -(H_1'^2 - H_2^2) / 2S(H_2 + S \cot \theta_2) \dots (29)$

終点、 $s=S, y=H_2$ 、では $(dy/ds)_{s=S} = -\cot \theta_2 (1 - H_2/H_1') - (H_1'^2 - H_2^2) / 2H_1' S \dots (30)$

次に式(27)~(30)が適用される領域の限界について吟味する。この時は $(dy/ds)_{s=S}$ が実際にとり得る最大値は $-\cot \theta_2$ である。ただしこの $\cot \theta_2$ の値には制限があり $\cot \theta_2 \leq 0.5$ という関係を満足していなければならぬ。すなわち $\theta_2 \geq 63^\circ \sim 26'$ の場合に限られる。式(30)を用いてこの場合の関係を示すと、

$$\cot \theta_2 = H_1'^2 - H_2^2 / 2H_2 S \dots (31)$$

堤体断面が与えられ、さらに H_2 が与えられると、それらに対応する限界上流水位 $[\bar{H}_{1,c}]_1$ は次のようである。

$$[\bar{H}_{1,c}]_1 = \sqrt{H_2(H_2 + 2\bar{S}_c \cot \theta_2)} \dots (32)$$

\bar{S}_c はこの時の限界対応水位に対する S の値、ところでこの値は実際の上流水面 $[H_{1,c}]_1$ よりも $\Delta H_{1,c}$ だけ低いものと考えられるから、

$$[\bar{H}_{1,c}]_1 = \sqrt{H_2(H_2 + 2\bar{S}_c \cot \theta_2)} + \Delta H_{1,c} \dots (32')$$

同様に H_1 が与えられた時、これに対する H_2 は、

$$[\bar{H}_{2,c}]_1 = -\bar{S}_c \cot \theta_2 + \sqrt{\bar{S}_c^2 \cot^2 \theta_2 + (H_1 - \Delta H_{1,c})^2} \dots (33)$$

著者は上流及び下流水位が式(32'), (33)の関係を満足している時、これらを第3種の限界対応水位と称する。この時の水面曲線は式(27)に限界時の値を入れると求め得る。また式(29), (30)より次式を得る。

$$(dy/ds)_{s=0,c} = -\{[\bar{H}_{1,c}]_1^2 - H_2^2\} H_2 / \{[\bar{H}_{1,c}]_1^2 + H_2^2\} \bar{S}_c \dots (34)$$

$$(dy/ds)_{s=S,c} = -\cot \theta_2 \dots (35)$$

次に、 $\theta_2 < 63^\circ \sim 26'$ の時でも H_2 の値によつて上凸水面曲線が現われることがある。この時 $(dy/ds)_{s=S,c} = -0.5$ となる。故にこの場合の流出点が現われると否との限界の対応水位は次式で示される。

$$[\bar{H}_{1,c}]_1 = \sqrt{H_2(H_2 + \bar{S}_c)} \dots (36)$$

従つて $[\bar{H}_{1,c}]_1 = \sqrt{H_2(H_2 + \bar{S}_c)} + \Delta H_{1,c} \dots (36')$

また、 $[\bar{H}_{2,c}]_1 = -0.5 \bar{S}_c + \sqrt{0.25 \bar{S}_c^2 + (H_1 - \Delta H_{1,c})^2} \dots (37)$

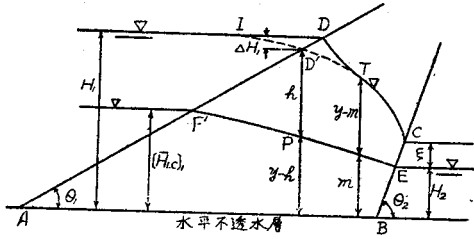
著者は上下流水位がこれらの関係を満足している時、これらを第4種の限界対応水位と呼ぶ。この時の水面曲線の始点及び終点における勾配は次のとおりである。

$$(dy/ds)_{s=0,c} = -\{[\bar{H}_{1,c}]_1^2 - H_2^2\} / 2\bar{S}_c(H_2 + 0.5\bar{S}_c) \dots (38)$$

$$(dy/ds)_{s=S,c} = -0.5$$

b. 流出点が現われる領域：与えられた堤体断面において上下流水位差が第3種あるいは第4種の限界対応水位の関係よりさらに大きくなる場合は、流出点が現われ始める。そしてこの領域では流出点における自由水面の勾配は -1 となる。流入点附近では実際水面曲線は流入面の影響を受けて上に凹になるが、この影響をとり除いた理想水面曲線を考えると、その上流面との交点における勾配は(1)b.のように拘束を受けず、従つてこの曲線も割合に自由な形状をとり得る。そこで理想水面曲線を求めて、まず次にこれを修正して実際の水面曲線を求めることになる。そこで図-7に示す理想水面曲線 D'TC を求めるのに次のような考え方をする。D'TC 線は図の面

図一七 流出点が現われる領域の上凸水面曲線



CEより流出する流れと密接な関係がある。いま第3種の限界対応水位の時の限水面面曲線 F'PE に沿うて不透水の薄板をおいたと仮定しこれより上の流れを考える。このため自由水面の形に変化を来さないものとする。面 F'D' より流入して面 CE より流出する流れを考える。この時理想水面曲線 D'TC がこの流れに対する動水勾配線となる。水平不透水層 AB を x 軸にとり、これより鉛直上方理想水面曲線までの高さを y とし、不透水薄板までの高さを m とする。いま考えている流れの流量を q_1 、線 D'TC 上の 1 点

(s, y) を通り線 F'PE に至る等ポテンシャル線の長さを近似的に $\beta(y-m)$ で表わす。この時、次式が成立する。

$$q_1 = -k(dy/ds)\beta(y-m) \dots\dots\dots (38)$$

この式を変形し積分して $s=0$ では $y-m=h$ とおくと、積分定数が決り、これを整理すると、

$$y = m + \sqrt{h^2 - 2(q_1/k) \int_0^s ds/\beta} \dots\dots\dots (39)$$

これより $dy/ds = dm/ds - (q_1/(\beta k)) / \sqrt{h^2 - 2(q_1/k) \int_0^s ds/\beta} \dots\dots\dots (40)$

ただし $1/(\beta) = \int_0^s (ds/\beta) / \int_0^s ds$

$s = S - \xi$, すなわち流出点では、 $y-m = \xi, \int_0^{S-\xi} ds/\beta = S - \xi/\bar{\beta}, dm/ds = 0, dy/ds = -1, (\beta) = \bar{\beta}$ とおくと、式(39), (40) より、

$$\xi = \sqrt{h^2 - 2(q_1/k)(S-\xi)/\bar{\beta}} \dots\dots\dots (41)$$

$$q_1 = k\xi\bar{\beta} \dots\dots\dots (42)$$

従つてこれら兩式より、

$$\xi = S - \sqrt{S^2 - h^2} \dots\dots\dots (43)$$

また

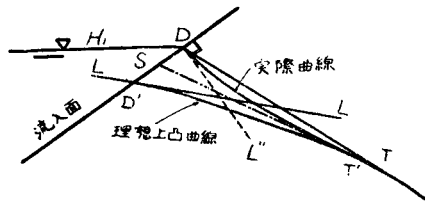
$$q_1 = k(h^2 - \xi^2)\bar{\beta}/2(S-\xi) \dots\dots\dots (44)$$

この時、 h の値を正しく評価することが大切である。このためには 図一七 に示す点 D' の位置が水位 H_1 よりどれだけ下にあるか、その値 ΔH_1 を実験公式その他により定められるようにしておく。式 (39) と (42) とより、

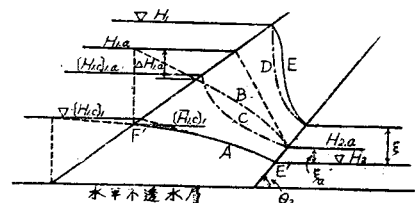
$$y = m + \sqrt{h^2 - 2\xi\bar{\beta} \int_0^s ds/\beta} \dots\dots\dots (45)$$

図一八 に示す線 DT'T は実際の水面曲線、これは DL'' という流入面は立てた垂線に切し、点 T' においても理想曲線と共通切線をもつ。点 T は点 D から理想曲線に引いた切線の切点である。この点が流出点とちようど一致する時が上凸曲線の限界にあたる。線 D'T'T は点 D' で定まつた傾きを有する直線 D'L' に切し、点 T' で実際曲線と共通切線 ST' をもつ。著者の実験によると点 S は D'D の中点にあたる。また D 点のところは実際は角がなく丸味を帯びた小半径の上凸曲線である。DD' が大きくなるほど、点 T の位置は下流面に近づく。

図一八 水面曲線の修正



図一九



(3) $\theta_2 < 63^\circ \sim 26'$ の時与えられた H_2 に対し水面曲線の凹凸の判別 (図一九 参照)

この判別は次の順序に従つて行ふ。与えられた H_2 をもとにして式 (36) により $[H_{1.0}]_1$ 及びこの水位と流入面との交点 F' を求め、 H_2 と $[H_{1.0}]_1$ に対応する第4種の限界状態の曲線 -A を画く。次に $[H_{1.0}]_1 + \Delta H_{1.0} = [H_{1.0}]_2$ という上流水面を求める。この求め方は曲線-A に点 F' で切する切線を引き、これを堤体外に上流に延長し流入面の法先より立てた鉛直線との交点を求めると、この高さが $[H_{1.0}]_2$ に等しい。この水面と流入面との交点より、曲線-A に切線を引き切点を求める。この切点が流出点を除いてこれよりも堤体内の水面曲線上にあるならば、与えられた H_2 に対する水面曲線は上凸型に属する。切点が流出点より内方に求められないならば、水面曲線は上凹型に属す

る。上凸型に属する場合でも、 H_1 が $[H_{1.0}]_1$ よりも次第に大きくなりある大きさ $H_{1.a}$ になると、前記曲線—A に不透水薄板を置いたと考えて $H_{1.a} - \Delta H_{1.a}$ より (2) b. において述べた方法で求めた水面曲線 —B に水位 $H_{1.a}$ と流入面との交点より引いた切線がちょうどこの曲線の流出点で切するようになる。この時の流出点の高さ $H_2 + \xi_a = H_{2.a}$ を基準にとり、これと流出面との交点より第1種の限界対応水位に相当する $[H_{1.0}]_{1.a}$ を求め限界水面曲線 —C を画く。 $H_1 > H_{1.a}$ と H_2 に対する実際水面曲線は次のようにして得る。すなわち曲線—C を基準にして、(1) b. で述べた方法で理想上凹水面曲線 —D を求め、さらに曲線 —C を曲線 —D の位置まで移動変形して重ねたと考えた場合に曲線 —B もやはり移動変形を起して曲線 —E を得る。この曲線が $H_1 > H_{1.a}$ に対する水面曲線である。著者はこのような実際水面曲線を凸変上凹曲線と称する。

5. 結 語

以上で上流並びに下流側に傾いている堤体の自由水面を明らかにすることを得た。なお、この場合に ΔH_1 (図—7) の求め方についても述べるつもりであつたが紙面の都合で省いた。また本報で述べた著者の理論を用いて得た結果と実験結果とを比較検討し、この理論に確実な裏づけを与えることも多くの例について行つたのであるが、これについても別の機会にゆずる。

(昭.27.12.16)

土性及土壌工学

乱した土の強度の変化

正員 内 田 一 郎*

松 本 鍊 三**

ON THE VARIATION OF THE STRENGTH OF DISTURBED SOIL

(Trans. of JSCE, Sept. 1953)

Ichirō Uehida, C.E. Member, Rensō Matsumoto

Synopsis This paper is a report about the variation of the strength of natural soil by disturbing. Measurements of the strength have been carried out by mechanical liquid limit device and direct shear machine. The strength of natural soil decreases by disturbing and this state of decrease is considerably affected by the method of disturbing.

要 旨 自然状態に近い土を乱した時の強度の変化を、液性限界測定器の打撃数の変化で表わして、乱した土の強度の変化の状況、流動曲線の変化、放置効果等を研究した。また迅速剪断試験によつて強度の変化の状況をしらべてみた。

1. 序 論

自然状態の土を乱すと強度が減少するが、その減少の有様については未だ明らかにされていない。そこで乱した土の強度の変化を液性限界測定器の打撃数の変化で表わしてみた。その結果、乱す要領に応じて乱した土の強度に変化のあることがわかつたので、図—1に示す2種の土について次に述べるような実験を行い、その結果について検討を行つた。ただし、液性限界測定器の打撃数の変化は、乱した土の剪断的な強度の変化を表わすと考えられるが、現在のところ剪断強度や圧縮強度と直接関係づけることは困難である。また強度の変化が剪断試験においてもあらわれ得るかどうかを見るために、迅速剪断試験を行つたが、その変化の状況を明らかに認めることができた。

2. 試 料

この実験には佐賀県杵島郡福富村産の有明海干拓地の土 (No. 1) 及び福岡県と佐賀県の県境に架せられる大川橋の橋台基礎地盤の土 (No. 2) を用いた。試料 No. 1 は、径 9 cm 高 18 cm の底に小孔のあるブリキ罐を地表下約 1 m のところに押し込んで採取したものであり、試料 No. 2 はダブルコーアチューブを取りつけたボーリング機械で地表下約 25 m のところから採取した土を、径 7 cm 高 12 cm のブリキ罐に保存して実験室に運んだものである。従つてこれ等の試料は実験を始める前に、すでにいくらか乱されているが、へうでこね返すことに比べると比較的乱され方が少ないと考えてよい。

*九州大学助教授，工学部土木教室

**九州大学助手，工学部土木教室